

## అధ్యాయం - 5

### ప్రత్యేక అంశాలు - విషయాలు

#### a) రాత సమస్యలు (VERBAL PROBLEMS)

**కృత్యము :**

కింద రెండు సమస్యలు ఇవ్వబడినవి. వాటిని సాధించండి.

- i)  $(350 + 245) \times 75 \div 15 = ?$
- ii) ఒక తరగతిలో బాలురు 40 మంది, బాలికలు 35 మంది ఉన్నారు. వారికి ఒక్కొక్క విద్యార్థికి ఒక రోజుకి మధ్యాహ్న భోజనానికి రూ. 25 చొప్పున ఖర్చు చేస్తే తరగతిలోని విద్యార్థులందరికి ఒకరోజుకు భోజనానికి అయ్యే ఖర్చు ఎంత? విద్యార్థులందరికి ఒక వారానికి భోజనానికి ₹ 15,750 ఖర్చు చేస్తే ఒక్కొక్క విద్యార్థికి రోజుకు అయ్యేఖర్చు ఎంత?

**చర్చ :**

- i) మై రెండు సమస్యల సాధనలో మీరు అనుసరించిన వ్యాప్తీలు ఏమిటి?
- ii) ఇలాంటి సందర్భాలలో పిల్లలు ఏ విధముగా సమస్యలను సాధిస్తారు?

చాలా మంది పిల్లలు కేవలము Non verbal సమస్యలను మాత్రమే సాధించడానికి ప్రయత్నిస్తారు. రాత సమస్యల సాధనలో ఇబ్బందులు ఎదుర్కొంటారు. ఎందుకంటే వారు సమస్యను చదివి సరిగా అవగాహన చేసుకోలేకపోవడం, సరైన ప్రక్రియ ఎన్నుకోలేకపోవడం, సరైన పద్ధతిలో చేయడలేకపోవడం మొదలగునవి.

మానవుని దైనందిక జీవితంలో గణితం ప్రతిక్షణం అన్ని విషయాలలో మనేకమై యున్నది. ప్రతి ఒక్కరు ఉదయంలేచిన దగ్గరి నుంచి పడుకొనే వరకు చేసే ప్రతి పనిలో గణితం మనేకమై ఉంటుంది. వృత్తులు, గృహనిర్మాణము అధ్యకాలు, సంగీతం, ముగ్గులువేయడం, ఆటలు, కళలు అన్నింటిలోను గణిత భావనలు ఇమిడి ఉన్నాయి. మన నిత్యజీవితంలో ఎదురచ్చే గణిత సమస్యలు వాక్యాలు, పదజాలం రూపములోనే ఎక్కువగా ఉంటాయి. వాటిని సాధించగలగాలంటే ఆ రూపంలో ఉండబడే “రాత సమస్యల సాధన” గురించి తెలిసి ఉండాలి. వీచిపల్ల పిల్లల్లో గణిత భావనలపై అవగాహన, సమస్య పరిష్కార మార్గాన్ని, తార్కాణ ఆలోచనను పెంపాందించుకొని దైనందిన జీవితంలో ఎదురచ్చే అనేక సమస్యలను పరిష్కరించుకోగలగుతారు. వీచి కొరకు రాత సమస్యలపై అవగాహన చేసుకోవలసిన అవసరము ప్రతి ఉపాధ్యాయుడికి ఉంది.

- ◆ చతుర్భుజ ప్రక్రియలతో కూడిన రాత సమస్యలు ఎన్ని రకాలుగా ఉంటాయి?
- ◆ రాత సమస్యలు సాధించడములో పిల్లలు ఎదుర్కొనే సమస్యలు ఏమిటి?
- ◆ రాత సమస్యలు తయారీలో తీసుకోవలసిన జాగ్రత్తలు ఏమిటి?

గణితంలో రాత సమస్యల యొక్క ఆవశ్యకత మరియు వాటి సాధన వల్ల పిల్లల్లో పెంపాందగల్లే నైపుణ్యాలు గురించి చర్చించాము. చదుర్భుజ ప్రక్రియలైన కూడిక, తీసివేత, గుణకారం, భాగాహోర భావనలతో కూడిన సమస్యల సాధనలో వివిధ సందర్భాలు ఎదురవుతాయి. వాటి గురించి ఇప్పుడు తెలుసుకుండాం.

**సంకలనం :** సంకలనం అనే ప్రక్రియను రాత సమస్యల సాధనలో కింది రెండు సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాము.

- i) కలపడం (Combine).
- ii) జోడించడం (Join).

**కలపడం :**

ఉదాహరణగా 4వ తరగతిలోని పేజి నెం. 46 లోని ఇవి చేయండి కింద ఇష్టబడిన ఐ సమస్యను పరిశీలించాం.

వసుధ వాళ్ళ అమ్మతో బట్టలు కొనడానికి వెళ్లింది. ₹ 512 లతో ఒక చీర; ₹ 309 లతో డ్రెస్ మెటీరియల్ కొన్నది. వారు ఖర్చు పెట్టింది. ఎంత?

పై సమస్యను పరిశీలించినప్పుడు ఒకే విధమైన (పరిమాణం కలిగిన) రెండు రాశులను కలపడం ద్వారా వాటి మొత్తాన్ని తెలుసుకోవడం.

**జోడించడం :**

ఇలాంటి సందర్భంలో ముందుగా కొంత మొత్తం తెలుస్తుంది. దానికి మరికొంత విలువను చేర్చడం ద్వారా మొదటి విలువ పెరుగుతుంది.

ఉదాహరణకు ఆశిష్ వద్ద ₹ 450 ఉన్నాయి. అతనికి వాళ్ళ అక్కయ్య ₹ 350 ఇచ్చిన ఆశిష్ వద్ద ₹ 10 మొత్తం రూపాయలు ఎన్ని?

**వ్యవకలనం :**

ఈ కింది 4 సందర్భాలలో కూడ వ్యవకలన ప్రక్రియనే ఉపయోగించుతాము.

- i) వేరుచేయడం.
- ii) తగ్గించడం.
- iii) పోల్చడం.
- iv) పూరక సంకలనము.

**వేరుచేయడం :**

పూర్తి మొత్తం నుండి కొంత విలువను వేరుచేయడం ద్వారా పూర్తి మొత్తం విలువ తగ్గిపోతుంది.

ఉదాహరణకు పేజి నెం: 46; 4వ తరగతి ఇవిచేయండిలోని 5వ సమస్యను పరిశీలించండి.

ఒక గోదాంలో 545 కి.గ్రా.ల బియ్యం నిల్వ ఉంది. 228 కి.గ్రా.ల బియ్యం వివిధ దుకాణాలకు పంపిన, గోదాంలో నిల్వ ఉన్న బియ్యం ఎంత?

**తగ్గించడం :**

పూర్తి మొత్తం నుండి కొంత విలువను వినియోగించుకోవడం ద్వారా ముందున్నటువంటి విలువ తగ్గిపోతుంది.

ఉదాహరణకు 4వ తరగతి; పేజి నెం. 89 అభ్యాసంలోని 3వ సమస్యను పరిశీలించండి.

సంక్రాంతి పండగ సందర్భంగా లత వాళ్ళ ఇంట్లో 20 కి.గ్రా. అన్నం వండారు. కుటుంబ సభ్యులు; స్నేహితులు 8 కి.గ్రా. 500 గ్రా. అన్నం తిన్నారు. మిగిలినది బీదవారికి పంచారు. అయిన బీదవారికి పంచినది ఎంత?

### పోల్చడం :

రెండు రాశులను పోల్చవలసి వచ్చినప్పుడు కూడ వ్యవకలన ప్రక్రియనే ఎన్నుకుంటాము.

ఉదాహరణకు 4వ తరగతి; పేజి నెం. 89లో ఉన్న అభ్యాసంలోని 5వ సమస్యను పరిశీలించండి.

మహేష్ బరువు 78 కి.గ్రా. రమేష్ బరువు 95 కి.గ్రా. అయితే మహేష్ కన్న రమేష్ ఎంత ఎక్కువ బరువు ఉన్నాడు.

### ఫూరక సంకలనము :

ఈ సందర్భాలలో సమస్యలో సంకలనం అనే ప్రక్రియను ఉపయోగించాలనే అనే ఆలోచన వస్తుంది. కానీ జాగ్రత్తగా సమస్యను విశ్లేషిస్తే అందులో వ్యవకలనం అనే ప్రక్రియనే ఉపయోగించాలి ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు 4వ తరగతిలోని పేజి నెం. 33; (ఈ)సమస్యన్ని ని గమనిధ్యాము.

టస్ట్ క్రికెట్లో మురళీధరన్ 800 వికెట్లు తీసుకున్నాడు. ఇంకా ఎన్న వికెట్లు తీసుకుంటే 1000 వికెట్లు పూర్తవుతాయి.

$$800 + \boxed{\quad} = 1000$$

### గుణాకారం :

గుణాకారం అనే ప్రక్రియను ఈ కింది సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాము.

- i) గ్రూపులుగా లెక్కించడం.
- ii) రెట్లు (at the Rate)
- iii) Array
- iv) కార్టీజియన్ లబ్బం (Cartesian product)

### గ్రూపులుగా లెక్కించడం :

పునరావృత సంకలనం చేయాలిన సందర్భంలో గుణాకార ప్రక్రియను అమలుచేస్తాము.

ఉదాహరణకు 4వ తరగతిలోని పేజి నెం. 60లో అభ్యాసంలోని 4వ సమస్య

- 1) ఒక ఆటోట్రాలీలో 64 మామిడి పండ్ల సంచలు ఉన్నాయి. ఒకొక్క సంచిలో 36 పండ్ల ఉంటే ఆ ట్రాలీలోని మొత్తం పండ్లైని?

### రెట్లు (at the rate) :

- i) 4వ తరగతి పేజి నెం. 53, 4వ సమస్య  
రాణి వయస్సు 9 సంాలు ఆమె తల్లి వయస్సు ఆమె వయస్సుకు 3 రెట్లు అయిన తల్లి వయస్సు ఎంత?
- ii) పేజి నెం. 58; 4వ తరగతి ఇవి చేయండి; 4వ సమస్య  
ఒక మేక బరువు 27 కి.గ్రా.లు గుర్తం బరువు మేక బరువుకు 18 రెట్లు అయిన ఆ గుర్తం బరువెంత?

### Arrays :

ఉదాహరణకు 4వ తరగతి, పేజి నెం. 53 ఇవి చేయండిలోని 2వ సమస్యను పరిశీలించాము.

- i) ఒక తోటలో మామిడి చెట్లు 12 వరుసల్లో ఉన్నాయి. ఒక్క వరసలో 10 చెట్లు ఉంటే, ఆ తోటలో ఎన్న మామిడి చెట్లున్నాయి?  
4వ తరగతిలోని పేజి నెం. 60; అభ్యాసంలోని 2వ సమస్య, 3వ సమస్య.

- ii) పారశాల ప్రార్థనలో విద్యార్థులు వరుసకు 15 చౌప్పున, 7 వరుసల్లో నిలబడ్డారు. అయిన ప్రార్థనకు ఎంత మంది విద్యార్థులు హజరయినారు?
- iii) ఒక పెద్ద అట్ట పెట్టెలో ఆపిలు పండ్లు 6 వరుసల్లో, వరుసకు 24 చౌప్పున అమర్ఖిన, ఆ పెట్టెలోని పండ్లెన్ని?

### కార్టీజియన్ లబ్బం (Cartesian Product) :

అవకాశాల సంఖ్యను కనుగొనే సందర్భంలో గుణాకార ప్రక్రియను ఎన్నుకుంటాము. పార్శ్వపుస్తకంలోని కింది సమస్యను గమనించాం.

ఉదాహరణకు 5వ తరగతిలో పేజీ సంఖ్య 23లో “ఇని చేయండి” నందు ఉన్న సమస్యలు పరిశీలించండి.

- i) దీక్షిత బట్టలు కొనడానికి షాపుకి వెళ్లింది.

అక్కడ షాపు యజమాని 4 రంగులలో పంజాబి డ్రెస్ మెటీరియల్లు చూపించాడు మరియు 5 రకాల డిజైన్లలో ఉన్నాయని వివరించాడు. ఆయన దీక్షిత కొనడానికి ఎన్ని రకాల పంజాబి డ్రెస్ మెటీరియల్ అందుబాటులో ఉన్నాయి?

### భాగాహారము :

భాగాహార ప్రక్రియను కింది 2 సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాము.

- i) గ్రూప్ల సంఖ్యను లెక్కించడం.
- ii) గ్రూప్లలో ఉన్న వస్తువుల సంఖ్య లెక్కించడం.
- i) గ్రూప్ల సంఖ్య : 5వ తరగతిలోని పేజి నెం. 29లో (ఈ) సమస్య.
- i) ఒక రోజు కోళ్ళు 180 గుడ్లు పెట్టాయి. వీటిని ఒక్కో ప్యాకెట్లో 6 గుడ్ల చౌప్పున ప్యాక్ చేయాలంటే, ఎన్ని ప్యాకెట్లు చేయాలి?
- ii) ఒక రోజుకు 8 పేజీల చౌప్పున చదివితే; 120 పేజీలు చదవడానికి ఎన్ని రోజులు పడుతుంది.
- ii) వస్తువుల సంఖ్య :

ఒక గోదాములో 252 ఆపిల్స్ ఉన్నాయి. వాటిని 3 బుట్టలలో సమానంగా నింపాలంటే ఒక్కొక్క బుట్టలో ఎన్ని ఆపిల్లను ఉంచవచ్చు?

పైన చర్చించిన వివిధ రకాల సమస్యలు అవగాహన చేసుకొని వాటిని విశ్లేషించి ఇమిడి ఉన్న భావనలను, సందర్భాలను వినియోగించేలా పిల్లలకు అభ్యాసం కల్పించాలి. పార్శ్వపుస్తకంలోని కొన్ని సమస్యలను ఉదాహరణలుగా మన అవగాహన కోసం చర్చించడం జరిగింది. పై సందర్భాలతో కూడిన వివిధ రకాల చతుర్భుద్ధ ప్రక్రియల సమస్యలను పార్శ్వపుస్తకంలో ముందే గుర్తించి వాటిని పిల్లలు కూడా గుర్తించగల్లుతున్నారా, విశ్లేషించగల్లుతున్నారా పరిశీలించాలి. వారిచే పరిశీలింపజేసి అవసరమైన సందర్భాల్లో సహకారం అందించాలి.

రాత సమస్యలు సాధించడములో పిల్లలు సమస్యలు ఎదుర్కొనే అవసరం లేకుండా మనము కొన్ని జాగ్రత్తలు పాటించాలి. వారు ఎక్కడ సమస్యను ఎదుర్కొంటున్నారో గుర్తించి దానికి తగిన నివారణ చర్యలు చేపట్టాలి. ముఖ్యంగా పిల్లలు కింది విషయాలలో సమస్యలను ఎదుర్కొంటారు.

- ◆ భాషా సమస్య (ధారాళంగా చదవలేకపోడం, చదివిన దానిని అర్థం చేసుకోలేకపోవడం, పదాలు వేరువేరు అర్థాలు కల్గి ఉండడం, పెద్ద పెద్ద వాక్యాలు ఉండడం మొదలగునవి).

- ◆ సరైన ప్రక్రియ ఎన్నుకోలేకపోవడం.
- ◆ సరైన పద్ధతిలో సమస్యను సాధించకపోవడం.
- ◆ గణిత పదజాలం పట్ల అవగాహన లేకపోవడం.
- ◆ ఇచ్చిన సమాచారాన్ని సరిగా విశ్లేషించకపోవడం.
- ◆ సమస్య రకాన్ని గుర్తించలేకపోవడం.
- ◆ రాత సమస్యలను గణిత వాక్యములోకి మార్చుకోలేకపోవడం.
- ◆ విద్యార్థుల అనుభవాలకు దూరంగా ఉండటం.

రాతసమస్యల సాధన వల్ల పిల్లల్లో సమస్య పరిష్కారశక్తి, తార్కిక ఆలోచన, గణిత భావనలు పెంపొందడంతో పాటు దైనందిక జీవితంలో అన్యయించుకోవడానికి ఉపయోగపడుతాయి. కావున ఇలాంటి రాత సమస్యల తయారీలో ఉపాధ్యాయుడు తగు జాగ్రత్తలు తీసుకోవాలి. అవి :

- ◆ సమస్యలు సరళమైన భాషలో ఉండాలి.
- ◆ విద్యార్థుల స్థాయికి తగిన విధముగా ఉండి చిన్న చిన్న వాక్య నిర్మాణాలతో కూడియందాలి.
- ◆ విద్యార్థులకు సవాళ్లను స్వీకరించే విధంగా ఉండాలి.
- ◆ పిల్లలకు కొత్త కొత్త ఆలోచనలు రేకెత్తించేవిగా / పెంపొందించేవిధంగా ఉండాలి.
- ◆ సమస్యలోని విలువలు వాస్తవానికి దగ్గరగా ఉండాలి. అతిశయ్యాక్తి సమాచారం ఉండరాదు.
- ◆ ఉపయోగించిన పదాలు పలు విధాలుగా అర్థం వచ్చేటట్లు ఉండకూడదు.
- ◆ ఏ భావనను పరిక్రించదలుచుకున్నామో దానికి తగినట్లు ఉండాలి.
- ◆ నూతన సమస్యలను రూపొందించడానికి వీలు కల్పించాలి.

పై విషయాలన్నింటిని జాగ్రత్తగా అవగాహన పరుచుకొని ప్రతి ఉపాధ్యాయుడు కూడ పిల్లలందరికి రాత సమస్యల సాధనకు కావల్సిన సహకారం అందించాలిన అవసరము ఎంతైనా ఉంది. దీనివల్ల పిల్లలు దైనందిన జీవితంలో ఎదురయ్యా సమస్యలను పరిష్కరించుకోగలిగే శక్తిని పెంపొందించుకొంటారు.

## రాత సమస్యలు - కృత్యపత్రం

1. వందల స్థానంలోని అంకె; ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె కన్న 3 రెట్లు ఉండి పదుల స్థానంలో 1 గల అన్ని మూడంకెల సంబులను రాయండి.
2. గోపాల్ మార్కెట్కు పోయేటప్పుడు ₹ 78 తీసుకువెళ్లాడు. అక్కడ ₹ 29 ఖర్చుపెట్టిన అతడి దగ్గర దాదాపు ఎంత మిగులుతుంది?
3. ఒక సంవత్సరంలో 234 తమిళ సినిమాలు వచ్చినాయి. అదే సంవత్సరం తెలుగు సినిమాలు; తమిళ సినిమాలు కన్న 67 ఎక్కువ వచ్చిన; తెలుగు సినిమాలు ఎన్ని వచ్చినవి?
4. శ్రేయ పర్సులో ₹ 149 ఉన్నాయి. ఆమె దుకాణాదారునికి ₹ 268 చెల్లించాలి ఉంది. అయిన శ్రేయకు ఇంకా ఎన్ని రూపాయలు అవసరము?

5. ఒక పండ్ల వ్యాపారి 840 అరటి పండ్లు కొన్నాడు. ఆ వారంలో 612 అరటి పండ్లను అమ్మాడు. 18 అరటి పండ్లు చెడిపోయినవి. ఇంకా ఆ వ్యాపారి వద్ద ఎన్ని అరటి పండ్లు మిగిలినవి?
6. ఒక టెస్ట్ క్రికెట్‌లో భారతదేశం జట్టు 517 పరుగులు చేసింది. లక్ష్మీన్ 137 పరుగులు, ద్రావిడ్ 165 పరుగులు చేశారు. అయిన జట్టులోని మిగిలిన ఆటగాళ్ళు ఎన్ని పరుగులు చేశారు?
7. ఒక ఫంక్షన్ హోల్ కుర్బీలను 35 వరుసల్లో అమర్యారు. వరుసకు 19 చొప్పున కుర్బీలు ఉంటే ఆ ఫంక్షన్ హోల్ అమర్చిన మొత్తం కుర్బీలన్ని?
8. 675 ఆపిల్స్‌ను 15 డబ్బులలో సమానంగా ఉంచితే ఒక్కడబ్బు డబ్బులోని ఆపిల్స్ సంఖ్య ఎంత?
9. ఒక జెండా స్థంబం యొక్క నీడ పొడవు ఉదయం 3 మీ॥ 45 సె.మీ.; మధ్యాహ్నం 1 మీ. 65 సె.మీ.గా ఏర్పడితే జెండా స్థంబం నీడ పొడవులలో గల తేడా ఎంత?
10. మహేష్ బరువు 78 కి.గ్రా.; రమేష్ బరువు 75 కి.గ్రా. అయితే మహేష్ కన్నా రమేష్ ఎంత తక్కువ బరువు ఉన్నాడు?
11. నేను నాలుగంకెల సంఖ్యను నా యొక్క వేల స్థానంలోని అంకె ఒక అంకె సంఖ్యల్లో మిక్కిలి పెద్దది. ఒకట్ల స్థానంలో ఉన్న అంకె ఒక అంకె సంఖ్యల్లో మిక్కిలి చిన్నది, పదులు మరియు వందల స్థానాలలో 5 ఉన్నది. అయిన నేనెవరిని?
12. ఒక రైతు 30 బస్తాల ధాన్యం పండించాడు. అందులో నుండి 20 బస్తాల ధాన్యాన్ని బస్తాకు ₹ 400 చొప్పున అమ్మాడు. అయిన ఆ రైతుకు మొత్తం ఎన్ని రూపాయలు వస్తాయి?
13. ఒక సైకిలు ధర ₹ 2850. రామయ్య 3 సైకిల్లు కొని, దుకాణాదారునికి ₹ 9000 ఇచ్చాడు. అయిన దుకాణాదారుడు, రామయ్యకు ఎంత డబ్బు తిరిగి ఇవ్వాలి.
14. అన్నారం ప్రాథమిక పారశాలలో 1వ తరగతిలో 21 మంది; 2వ తరగతిలో 24 మంది, 3వ తరగతిలో 32; 4వ తరగతిలో 30; 5వ తరగతిలో 15 మంది పిల్లలు ఉన్నారు. మధ్యాహ్నం భోజనానికి ఒక విద్యార్థికి ₹ 4 ఖర్చుపుతుంది. అయిన పారశాలలోని పిల్లలందరికి ఒక రోజు భోజనం ఖర్చు ఎంత? ఒక నెలకు అయ్యే ఖర్చు ఎంత?
15. భాను 3 కి.గ్రా. 500 గ్రా.ల జిల్లేబి; 2 కి.గ్రా. 150 గ్రా.ల మైసూర్ పోక్సెన్ 1 కి.గ్రా. 750 గ్రా.ల బాదుపోం; 750 గ్రా.ల జామూన్లను కొన్నాడు. అయిన భాను కొన్న మొత్తం స్వీట్లు బరువు ఎంత?
16. రాజు తన కారులో ప్రతి 3 రోజుల కొకసారి 5 లీటర్ల పెట్రోలు పోయిస్తాడు. అయిన అతను ఒక నెలలో ఎన్ని లీటరల్ల పెట్రోల్ పోయిస్తాడు. పెట్రోల్ ధర లీటరుకు ₹ 69 అయిన రాజు పెట్రోల్ కోసం నెలకు ఎన్ని రూపాయలు ఖర్చు చేస్తాడు.
17. ఒక రోజులో 24 గంటలు. అందులో రవి  $\frac{1}{3}$  భాగం నిద్రపోతాడు.  $\frac{1}{2}$  భాగాన్ని చదవడానికి; ఇతర పనులు చేయడానికి, అటలకు  $\frac{1}{6}$  భాగాన్ని కేటాయిస్తాడు. ఈ విధంగా రవి మొత్తం 24 గంటలలో దేనికి ఎన్ని గంటలు కేటాయిస్తాడు?
18. ఆరీష్ తన హోంవర్క్లో  $\frac{7}{12}$  భాగాన్ని శనివారం రోజున,  $\frac{3}{12}$  భాగాన్ని అదివారం రోజున చేశాడు.
  - రెండు రోజులలో కల్పి అవిష్ చేసిన హోంవర్క్ భాగం ఎంత?
  - ఇంకనూ మిగిలిన హోం వర్క్ భాగం ఎంత?
19. ఒక షాపులోని 3 గడియారాలలో ఒకటి ప్రతి 5 ని॥లకు; రెండవది ప్రతి 15 ని॥లకు; మూడవది ప్రతి 30 ని॥లకు ఒకసారి చొప్పున అలారం మోగిస్తాయి. ఈ 3 గడియారాలు కలిసి ఒకేసారి 10 గం.లకు మోగినాయి. మరల అన్ని కలిసి ఒకేసారి ఎన్ని గంటలకు అలారం మోగిస్తాయి.

### రాత సమస్యల విశ్లేషణ :

1. భాషా సైప్రణ్యం / తెలుగు చదవడం వచ్చిన విద్యార్థులకు రాత సమస్యలు చేయడంలో ఎక్కువ ఇబ్బంది ఉండదు. సమస్యను చదివిన తర్వాత దానిని విశ్లేషించుకొని ఇచ్చిన సమాచారంలో అవసరమైన వాటిని గుర్తించి సరైన ప్రక్రియ ఎన్నుకోవాలి.

ఉదా: గోపాల్ మార్కుట్కు పోయేటప్పుడు ₹ 78 తీసుకొని వెళ్ళాడు. అక్కడ ₹ 29 ఖర్చుపెడితే అతడి దగ్గర దాదాపు ఎంత మిగులుతుంది?

ఈ రాత సమస్యను సాధించాలంటే ముందుగా సమస్యను చదివి అవగాహన చేసుకోవాలి. దీనిలోనిఅంశాలను గుర్తించాలి అనగా మొత్తం ఉన్న డబ్బులు ₹ 78 అని; ఖర్చు పెట్టిన డబ్బులు ₹ 29 అని గుర్తించాలి. అడిగిన సమస్యలో మిగిలిన డబ్బులు ఎన్ని అనేది కన్నానాలి. ఈ సమస్య “తగ్గించడం” అనే సందర్భంలో కూడి ఉంది. అనగా పూర్తి మొత్తం నుండి కొంత విలువ వినియోగించడం ద్వారా ముందున్నటువంటి విలువ తగ్గిపోతుంది. కాబట్టి మొత్తం డబ్బుల నుండి ఖర్చుపెట్టిన డబ్బులు తీసివేసే మిగిలిన డబ్బులు వస్తాయి అనే విషయాన్ని గ్రహించాలి. అంటే తీసివేత ప్రక్రియను ఎన్నుకోవాలి. కొందరు విద్యార్థులు సరైన ప్రక్రియను ఎన్నుకుంటారు కాని విధానంలో తప్పులు చేస్తారు. ఇలాంటి విద్యార్థులను గుర్తించి వారికి ఆయా భావనలపై మరింత అవగాహనను కల్పించాలి.

2. కొన్ని కొన్ని రాత సమస్యలలో సంక్లిష్టత ఉంటుంది. అనగా ఒకే సమస్యలో ఒకటి కంటే ఎక్కువ ప్రక్రియలు ఇమిడి ఉంటాయి. ఇలాంటి సందర్భాలలో విద్యార్థులు ఏ ప్రక్రియ తర్వాత ఏ ప్రక్రియ ఎన్నుకోవాలో నిర్ధారించుకోవాలి. ఇలాంటి సమస్యలు విద్యార్థులకు సవాళ్ళను ఎదురుచ్చే విధంగా ఉంటాయి.

ఉదా: ఒక సైకిలు ధర ₹ 2850. రామయ్య 3 సైకిల్కు కొని, దుకాణదారునికి ₹ 9000 ఇచ్చాడు. అయిన దుకాణదారుడు; రామయ్యకు ఎంత డబ్బు తిరిగి ఇవ్వాలి.

ఈ సమస్యలో గుణాకారం; తీసివేత అనే 2 ప్రక్రియలు ఇమిడి ఉన్నాయి. కాబట్టి సమస్యను క్షణింగా చదివి ముందుగా 3 సైకిల్కు మొత్తం వెలను కన్నానాలి అనే ఆలోచన పిల్లల్లో కలగాలి. తర్వాత ఈ మొత్తాన్ని దుకాణదారునికి చెల్లించాలి దానికి రామయ్య దుకాణదారునికి ఎక్కువ చెల్లించాడా; సరియైన మొత్తం చెల్లించాడా? అనే విషయాన్ని గమనించాలి. ఎక్కువ మొత్తం చెల్లించాడు. కాబట్టి దుకాణదారుడు రామయ్యకు మిగిలిన చిల్లర డబ్బులు చెల్లించాలి. దీనికి రామయ్య; దుకాణదారునికి చెల్లించిన మొత్తం నుండి 3 సైకిల్కు ధరను తీసివేయాలి. అనే విషయాన్ని విద్యార్థులు గుర్తించాలి. అయితే ఇక్కడ విద్యార్థులు గుణాకారంలో ఒకే రేటుతో పెంచడం, తీసివేతలో పోల్చగం అనే సందర్భాలు ఉన్నట్లు గుర్తింపజేయాలి. అనగా ఒకరేటుతో పెంచడం అనేది గుణాకార ప్రక్రియను, పోల్చడం అనేది తీసివేత ప్రక్రియను కల్పించి అనే అవగాహనకు రావాలి.

కాబట్టి ఒక రాత సమస్యను సాధంచాలంటే ఒక పద్ధతి ప్రకారం వెళ్ళాలి. అందులో ముఖ్య సోపానాలు.

- i) సమస్యను కూలంకపంగా చదవడం.
- ii) అవసరమైన సమాచారమేదో; అవసరంలేని సమాచారం ఏదో గుర్తించడం.
- iii) సమస్య ఎన్ని ప్రక్రియలతో కూడి ఉందో గుర్తించడం.
- iv) ఏ సందర్భాలతో కూడి ఉంది తెలుసుకోవడం.
- v) ఏ ప్రక్రియ ఎప్పుడు చేయాలో క్రమాన్ని అనుసరించడం.
- vi) సరైన విధానం ద్వారా (పద్ధతి ప్రకారం) సమస్య సాధనం పూర్తిచేయడం.

## b) సమస్యా సాధన

పరిచయం :

మనిషి జీవితం ఎన్నో సప్ట్యూల్ తో, సమస్యలతో కూడుకొని ఉంటుంది. దైనందిక జీవితంలో వచ్చే సమస్యలను అధిగమించడానికి విద్యార్థి దశ నుండే వాటిని ఎలా పరిపూరించుకోవాలో తెలుసుకోవాల్సిన అవసరం ఉంది. ఉదాహరణకు వస్తువుల కొనుగోలు, స్థలాల పైశాల్యాలు కన్గొనడం, భాగాలుగా విభజించడం, ఇంటి నిర్మాణం మొదలగునవి.

ఇలాంటి సందర్భాలలో సమస్యను విశ్లేషించుకొని వాటిని పరిపూరించుకునే సామర్థ్యం “సమస్యా సాధన” ద్వారానే పెరుగుతుంది. అందుకే పిల్లలలో “సమస్యా సాధన” సామర్థ్యమను పెంపొందించాలనే ఉద్దేశ్యంతో ప్రస్తుత పార్ట్యూప్స్ట్ కంలో నిజజీవిత సంబంధ సమస్యలను సాధించుటకు వీలు కల్పించే విధంగా వివిధ సందర్భాలు, క్షీర్ణాలు ఇవ్వబడ్డాయి. వీటి ద్వారా పిల్లలు తమ దైనందిక జీవితంలో భవిష్యత్తులో ఎదురుచేయే సమస్యలను, సవాళ్ళగా స్థీకరించి సమర్థవంతంగా వాటిని పరిపూరించుకోగల్లుతారు.

- i) గణితంలో “సమస్యాసాధన” అనగా నేమి?
- ii) “సమస్యాసాధన”లో ఏమేమి అంశాలు ఇమిడి ఉంటాయి.
- iii) “సమస్యాసాధన” నైపుణ్యం వల్ల విద్యార్థి ఏ ఏ సామర్థ్యాలను పెంపొందించుకోగల్లుతారు.
- iv) ఏకిభిన్న కృత్యపత్రంలోని సమస్యలను వ్యక్తిగతంగా సాధించండి.

గణిత సంబంధమైన ప్రక్రియలను ఉపయోగించి వ్యక్తిగత నైపుణ్యం, తార్మికాలోచన, స్థాయిత్వం ద్వారా ఒక నిర్దిష్ట క్రమములో ఒక సమస్యను సాధించడమే “సమస్యాసాధన” అవుతుంది.

ఉదా :  దీనిలో ఎన్న దీర్ఘచతురస్రాలు ఇమిడి ఉన్నాయి?

ఈ సమస్యను సాధించడానికి ఒకొక్క విద్యార్థికి తనదైన వ్యాహారం ఉంటుంది (strategies) అనగా సమస్యాసాధనలో వ్యాహారం కూడా ఒక భాగమే. సరైన ఫలితం రావడానికి మరియు తక్కువ సమయంలో సమస్యను సాధించడానికి సరైన వ్యాహాన్ని ఎన్నుకోవలసి ఉంటుంది. కాబట్టి విద్యార్థులకు ప్రాథమిక స్థాయి నుండే సమస్యా సాధనలో సరైన వ్యాహాన్ని ఎన్నుకొనే విధంగా ప్రోత్సహించాలి. సమస్యాసాధనలో ఒక సమస్యను వేరువేరు పద్ధతుల ద్వారా కూడా సాధించడానికి అవకాశం ఉంటుంది. ప్రస్తుత నూతన గణిత పార్ట్యూప్స్ట్ కాలలో సమస్యాసాధనకు చాలా ప్రాముఖ్యత ఇవ్వబడినది. సమస్యా సాధన కొరకు ‘ప్రయత్నించండి’ అనే శీర్షికలోని సమస్యలు తోడ్పడుతాయి. ఉదాహరణకు 5వ తరగతిలోని పేజి నెం. 51లోనిది ప్రయత్నించండి.

ఒక సమస్యను సాధించడమంటే కేవలం ఫలితాన్ని రాబట్టడం మాత్రమే కాదు. సమస్యాసాధన అనేది 4 దశలలో ఉంటుంది. అవి ఏమిటంటే :

1. అవగాహన చేసుకోవడం
2. ప్రణాళిక
3. సాధన
4. పునఃసమీక్ష

ఒక సమస్యను సాధించే ముందు దానిని క్షుణ్ణంగా చదివి అర్థం చేసుకొని దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించుకోవాలి. అంటే ఏమి ఇచ్చారు? ఏమి కనుకోవాలి? అవసరమైన సమాచారం ఏమిటి? అవసరంలేని సమాచారం ఏమిటి? అనే ఏషయాలను గుర్తించాలి.

ప్రస్తుత సమస్య గత సమస్యలను పోలియున్నదా? లేక నూతన సమస్యనా? అనే విషయాన్ని గుర్తించాలి. ఒకవేళ ప్రస్తుతం సాధించే సమస్య గత సమస్యలను పోలిఉంటే పాతవ్యాహోలను అనుసరించి సమస్యను సాధించవచ్చు. ఒకవేళ నూతన సమస్య అయితే ఏ వ్యాహోన్ని అనుసరించాలో ముందుగానే ప్రణాళిక సిద్ధం చేసుకోవాలి.

ఇచ్చినటువంటి సమ్య సాధన ఎన్ని ప్రక్రియలతో కూడియున్నదో గుర్తించి సరైన ప్రక్రియను ఎన్నుకోవాలి. సరైన పద్ధతిలో సమస్యను అంచలంచెలుగా సాధిస్తూ ముందుకు సాగాలి. ప్రతి సోపానానికి సరైన వివరణ ఇస్తా ఎందుకు ఆ సోపానాన్ని ఎంచుకున్నామో కారణాన్ని వివరించాలి.

సమస్య సాధన పూర్తి అయిన తరువాత మరొకసారి సమస్యను కూలంకపముగా చదివి ఏమైనా అంశాలు మరచిపోయామా? ఇంకా కనుగోనవలసిన అంశాలు ఏమైనా ఉన్నాయా? అనే విషయాలను సరిచూసుకోవాలి. వచ్చిన ఫలితం అంచనావేసిన ఫలితాల మధ్య వత్సాసం ఉంటే మరొకసారి చేసిన పద్ధతిని ఇచ్చిన వివరణలను సరిచూసుకోవాలి.

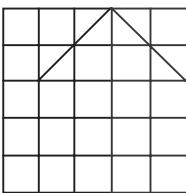
పైన తెల్పిన దశల ప్రకారం విద్యార్థికి “సమస్యాసాధన” చేయడం నేర్చిస్తే విద్యార్థి తనకు ఎదురయ్యే సవాళ్లను స్పీకరించి సమర్థవంతంగా పరిష్కరించుకోగలుగుతారు. వాటిని నిజ జీవిత సందర్భాలలో సమర్థవంతముగా వినియోగించుకోగలుగుతాడు.

విద్యార్థులలో సమస్యాసాధన నైపుణ్యము పెంపాందించడము వలన వారిలో ఈ కింది సామర్థ్యాలను పెంపాందించవచ్చు.

- ◆ సరైన వ్యాహోలు ఎన్నుకోవడం
- ◆ అంచనావేయగలగడం
- ◆ తప్పు, ఒప్పులను సరిచూడడం
- ◆ సోపానాలను వివరించగలగడం
- ◆ నిరూపణలు చేయడం
- ◆ తార్కిక ఆలోచన చేయడం
- ◆ స్థాయిత్వాన్ని ప్రధర్థించడం
- ◆ నిజజీవితంలో అన్వయించేయడం

గణితంలో “సమస్య సాధన” యొక్కప్రాధాన్యతను చర్చించాం. ఈ నైపుణ్యాన్ని పిల్లల్లో పెంపాందించడం అత్యంతావశ్యకం అని గుర్తించాం. అంతేకాక సమస్యాసాధనలో సోపానాల వారీగా తార్కిక వివరణలు ఇవ్వడం, గణిత గుర్తులను, పదజాలాన్ని ఉపయోగించడం, వివిధ భావనలతో, అంశాలతో సంబంధాలను ఏర్పరచడం జేస్తారని గ్రహించాం. కావున పిల్లల్లో సమస్యాసాధన నైపుణ్యం పెంపాందించడం కోసం 4, 5, తరగతుల నూతన గణిత పార్యాప్తుకాలను చక్కగా వినియోగించుకుండాం. ఇందుకోసం మనం కూడా కొన్ని సమస్యలను సాధించడానికి ప్రయత్నించాలి!

## కృత్యపత్రం

1. చతురస్రం, వృత్తం, త్రిభుజం, దీర్ఘచతురస్రం ఆకారాలతో మీకు తోచిన రంగోళిని ఏర్పరచండి. వేర్పేరు ఆకారాలకు వేరు వేరు రంగులు వేయండి.
2. జయ దగ్గర ఉన్న మామిడి పండ్పును ఇధరు పిల్లలకు సమానంగా పంచగా ఏమి ఏగలలేదు. ముగ్గురు సమానంగా పంచగా ఒక మామిడి పండు మిగిలింది. అయిన జయ దగ్గర ఎన్ని మామిడి పండ్పున్నాయి?
3. ప్రాదరాబాదులో చారిత్రాత్మక కట్టడం చార్పినార్ యొక్క ఎత్తు 56 మీటర్లు, మీ పారశాల భవనం ఎత్తు ఎంత? మీ పారశాల భవనాలను ఒకదానిపై మరొకటి అమర్చిన, ఎన్ని భవనాల ఎత్తు చార్పినార్ ఎత్తుకు సమానమవుతుంది?
4. కమల్ తన దుకాణంలో పాత వార్తాపత్రికలు బరువు తూయడానికి 2 కి.గ్రా., 5 కి.గ్రా., 6 కి.గ్రా., బరువు రాళ్లు ఉన్నాయి. వీటిని ఉపయోగించి, అతను 1 కి.గ్రా., 3 కి.గ్రా., 7 కి.గ్రా., బరువుగల వార్తాపత్రికలను ఎలా తూయగలడు?
5. 6-7 గంటల మధ్య, 9-10 గంటల మధ్య, 3-4 గంటల మధ్య, 12-1 గంటల మధ్య ఏ సమయంలో నిమిషాల ముల్లు, గంటలముల్లు ఒకదానితో మరొకటి కల్పుకుంటాయి.
6. ఒక దీర్ఘ చతురస్రమును ఎన్ని విధాలుగా రెండు సమాన భాగాలుగా, నాలుగు సమాన భాగాలుగా వభజించగలలో ఆలోచించండి. చేసి చూపండి.
7.  వైశాల్యం 8. చ.సెం.మీ. ఉండేట్లు మీరేమైనా వేరు వేరు ఆకారాలను ఏర్పరచి పూర్తిచేయండి.

8. 10 యొక్క గుణిజాలన్ని 2 మరియు 5ల యొక్క గుణిజాలు అవుతాయి. ఈ వాక్యము స్వర్ణదేనా, కాదా? ఎందుకు?
9. ఒక సంఖ్యను తీసుకోండి. దానిని రెట్లింపు చేయండి. దానిని 5చే గుణించండి. వచ్చిన దానిని 10చే భాగించండి. ఫలితాన్ని గమనించండి. ఇది ఎలా వచ్చిందనుకుంటున్నావు?
10. మీ గదిలో ఉన్న గోడలను పరిశీలించండి. ఎన్ని లంబకోణాలు ఏర్పడుతున్నాయో లెక్కించండి?
11. కింది వాటిని చేయండి.

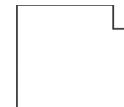
5 సెం.మీ.

(అ) పక్క పటంలో చూపిన చతురస్రం చుట్టుకొలత ఎంత?

\_\_\_\_\_

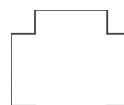


(అ) ఒకవేళ చతురస్రం యొక్క ఒక మూల నుండి 1 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్రంను కత్తిరించిన, దాని యొక్క చుట్టుకొలత మారుతుందా? \_\_\_\_\_



(ఇ) ఒకవేళ అన్ని మూలల నుండి కత్తిరించినపుడు ఏమౌతుంది?

\_\_\_\_\_



(ఈ) ఈ పటాన్ని చూడండి. దీని చుట్టుకొలత ఏమౌతుంది?

\_\_\_\_\_

