باب: 9

الجبرائی عبارت

تمہید: 9.1

ہم $x+3, y-5, 4x+5, 10y-5$ جیسے سہل الجبرائی عبارت سے متعارف ہو چکے ہیں۔ درجہ 6 میں ہم نے دیکھا تھا کہ یہ عبارت کس طرح پہیلیوں اور مسئلوں کو ایک منظم ڈھنگ سے پیش کرنے میں معاون ہوتے ہیں۔ ہم سہل مساواتوں والے باب میں بھی عبارتوں کی بہت ساری مثالوں کو دیکھ چکے ہیں۔

الجبرائی ریاضی میں عبارتوں (Expressions) کو ایک مرکزی تصور مانا جاتا ہے۔ یہ باب الجبرائی عبارتوں سے متعلق ہیں۔ اس باب میں ہم مطالعہ کریں گے کہ الجبرائی عبارت کس طرح بنتے ہیں؟ انھیں کس طرح سجایا (ملایا) جاتا ہے۔ ان کی قیمت ہم کیسے معلوم کر سکتے ہیں اور ان کا کس طرح استعمال کیا جا سکتا ہے۔

9.2- الجبرائی عبارت

پچھلی جماعت میں ہم نے دیکھا کہ کچھ متغیر (Variable) اور غیر متغیر (Constant) کو ملا کر بڑی عبارت بنایا گیا ہے۔ ان بڑی عبارتوں کو بنانے کے لے متغیر اور غیر متغیر کو جوڑ، گھٹاؤ، ضرب اور تقسیم کے عمل کے ذریعہ ملایا جاتا ہے۔ جیسے:

مثال: (a) $x+1$ میں متغیر x میں 1 جوڑ کر $x+1$ حاصل کیا گیا ہے۔

(b) $x-1$ میں متغیر x میں 1 گھٹا کر $x-1$ حاصل کیا گیا ہے۔

(c) $2x+1$ غیر متغیر 2 میں متغیر x سے ضرب کر کے $2x$ بنایا گیا ہے۔ پھر $2x$ میں 1 جوڑ کر $2x+1$ بنایا گیا ہے۔

9.2.1- الجبرائی عبارت کے رکن (Terms)

ایک عبارت $9x+7$ پر غور کیجئے۔ اسے بنانے کے پہلے x اور 9 کا ضرب کر کے $9x$ بنایا گیا ہے۔ پھر $9x$ میں 7 جوڑ دیا گیا ہے۔

عبارت $3x^2+7y$ میں $3, x$ اور x کو ضرب کر کے $3x^2$ بنایا گیا ہے۔ پھر 7 کو y سے ضرب کر کے

$7y$ بنایا گیا ہے اور پھر آخر میں $3x^2$ کو $7y$ سے جوڑ کر $3x^2+7y$ عبارت بنایا گیا ہے۔ ایک دوسری مثال لیں کہ $3x^2-7xy$ اس عبارت میں کیا کیا گیا ہے؟

اس طرح ہم پاتے ہیں کہ کسی عبارت کے چھوٹے چھوٹے حصے ہوتے ہیں جو الگ سے بنائے جاتے ہیں۔ پھر آپس میں وہ چھوٹے چھوٹے حصے جوڑ دیئے جاتے ہیں اور عبارت بن جاتا ہے۔ عبارت کے یہ چھوٹے چھوٹے حصے جو پہلے الگ سے بنائے جاتے ہیں اور پھر جوڑ دیئے جاتے ہیں۔ عبارت کا رُکن کہلاتے ہیں۔ مندرجہ بالا پہلی مثال میں $9x$ اور 7 دو رُکن(Terms) ہیں۔ دوسری مثال میں $3x^2$ اور $7y$ رُکن ہیں اور تیسری مثال میں $7xy$ اور $(-3x^2)$ رُکن (Terms) ہے۔

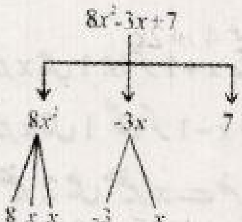
آیئے کچھ کر کے دیکھیں

عبارت	فقرہ
$9x^2+2x-3$	$9x^2, 2x, -3$
$6x^2$	
$8x-7y$	
6	
0	
$7(x+y)+9$	

9.2.2- رُکن کے اجزائے ضربی

ہم نے دیکھا کہ $(4x^2-7xy)$ میں دو رُکن ہیں۔ $4x^2$ اور $-7xy$۔ رُکن $4x^2$: $4,x$ اور x کا حاصل ضرب ہے۔ یہاں $4,x$ اور x، $4x^2$ کے اجزائے ضربی ہیں۔ اس لیے ہم پاتے ہیں کہ کوئی رُکن اپنے اجزائے ضربی کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

عبارت کے ارکان کے اجزائے ضربی کو ہم دلچسپ صورت میں درخت خاکہ طریقہ کے ذریعہ دکھا سکتے ہیں۔



عبارت

رُکن

اجزائے ضربی

کوشش کیجئے:

عبارت	رُکن	رُکن کے اجزائے ضربی	متغیر	غیر متغیر
$3x^2+2xy+9y^2$	$3x^2, 2xy, 9y^2$	$3x^2=3\times x\times x$ $2xy=2\times x\times y$ $9y^2=9\times y\times y$	x,y	$3,2,9$
$11x^2-7x+5$				

9.2.3- مضروب

ہم نے دیکھا کہ عبارت کے رُکن کو ان کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔ آپ نے یہ بھی دیکھا کہ رُکن کا جزءِ ضربی کوئی غیر متغیر ہو سکتا ہے اور اس کے علاوہ کوئی الجبرائی متغیر ہو سکتا ہے۔ جیسے $9x^2$ ایک رُکن ہے، جس کا اجزائے ضربی $9 \times x \times x$ ہے۔ اس میں 9 غیر متغیر ہیں اور باقی x^2 متغیر ہیں۔ کسی رُکن کے عددی (غیر متغیر) اجزائے ضربی کو رُکن کا عددی مضروب یا صرف مضروب کہتے ہیں۔ اسے باقی الجبرائی ارکان کا مضروب بھی کہتے ہیں۔ جیسے: $9xyz$ میں xyz کا مضروب 9 ہے۔ $-8x^2y^2$ میں x^2y^2 کا مضروب -8 ہے۔

کسی رُکن کا مضروب $+1$ ہو تو رُکن لکھتے وقت اُسے نہیں لکھا جاتا ہے۔ جیسے $1y$، $1x^2$ کو y, x^2 لکھا جاتا ہے۔ لیکن اگر مضروب -1 ہو تو اسے صرف گھٹاؤ والے نشان (–) کے ساتھ دکھایا جاتا ہے۔ جیسے $-1x$ کو $-x$ لکھتے ہیں۔

9.2.4 - یکساں اور غیر یکساں ارکان

جب ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی ایک جیسے ہی ہوں تو وہ رُکن "یکساں رُکن" (Like Terms) کہلاتے ہیں۔ جب ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی الگ الگ ہوں تو وہ غیر یکساں رُکن (Unlike Terms) کہلاتے ہیں۔ جیسے: عبارت $2xy - 3x + 5xy - 4$ میں ارکان $2xy$ اور $5xy$ کو دیکھیے۔ $2xy$ کے اجزائے ضربی $2, x$ اور y ہیں۔ $5xy$ کے اجزائے ضربی $5, x$ اور y ہیں۔ اس طرح ان کے الجبرائی اجزائے ضربی ایک ہی ہیں اور اس لیے یہ یکساں فقرے ہیں۔ اس کے بالمقابل ارکان $2xy$ اور $-3x$ میں الگ الگ الجبرائی جزءِ ضربی ہیں۔ یہ غیر یکساں فقرہ (Unlike Terms) ہیں۔ اسی طرح رُکن $2xy$ اور 4 غیر یکساں فقرے ہیں۔ ساتھ ہی $-3x$ اور 4 بھی غیر یکساں فقرے ہیں۔

9.2.5- عبارتوں کی قسمیں

-1 ایک رُکنی عبارت (Monomial) : ویسی عبارت جس میں صرف ایک رُکن ہو ایک رُکنی عبارت کہلاتا ہے۔ جیسے $9x$، $3x^2$، y، $8xy$، 8، 0، $3(x+y)$ وغیرہ۔

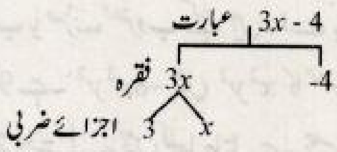
-2 دو رُکنی عبارت (Binomial) : ویسی عبارت جس میں صرف دو فقرے ہوتے ہیں، دو رُکنی عبارت کہلاتے ہیں۔ جیسے $3x+2y$، x^2-9، a^2+ab وغیرہ۔

-3 سہ رُکنی عبارت (Trinomial) : ویسی عبارت جن کے صرف تین فقرے ہوتے ہیں۔ سہ رُکنی عبارت کہلاتے ہیں۔ جیسے $9x^2-3x+2$، $x+y+z$ وغیرہ۔

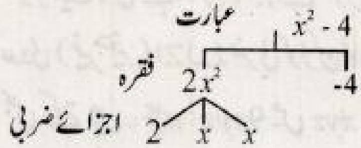
-4 **کثیر رُکنی عبارت (Polynomial)** : عام طور سے ویسی عبارت، جس میں ایک یا ایک سے زائد فقرے ہوتے ہیں، کثیر رُکنی عبارت کہلاتے ہیں۔

مثال: 1 .... کے ذریعہ (a) $(3x-4)$ اور (b) $2x^2-4$ کا اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حل: (a)

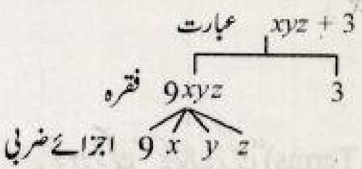


(b)



مثال: 2 $9xyz+3$ میں $x, xy, xyz, 9xy, 9xz, 9yz$ کا مضروب معلوم کیجئے۔

حل:



(a) x کا مضروب = x کو چھوڑ کر باقی رُکن = $9yz$

(b) xy کا مضروب = xy کو چھوڑ کر باقی رُکن = $9z$

(c) xyz کا مضروب = xyz کو چھوڑ کر باقی رُکن = 9

(d) $9xy$ کا مضروب = $9xy$ کو چھوڑ کر باقی رُکن = z

(e) $9xz$ کا مضروب = $9xz$ کو چھوڑ کر باقی رُکن = y

(f) $9yz$ مضروب = $9yz$ کو چھوڑ کر باقی رُکن = x

مثال: 3 وجہ سمیت بتایئے کہ ارکان کے مندرجہ ذیل جوڑوں کے کون کون سے جوڑے یکساں ارکان کے ہیں اور کون کون سے جوڑے غیر یکساں ارکان کے ہیں:

(i) $3ab, 3b$ (ii) $3a, -21b$ (iii) $17a, -6a$ (iv) $3^2b, 2ab^2$

حل:

نمبر شمار	فقرہ جوڑے	اجزائے ضربی	الجبرائی اجزائے ضربی	یکساں/غیر یکساں فقرے	وجوہات
(i)	$3ab, 3b$	$3\times a\times b, 3\times b$	الگ الگ	غیر یکساں	متغیر a دوسرے رُکن میں نہیں ہے
(ii)	$3a, -21b$	$3\times a - 21\times b$	الگ الگ	غیر یکساں	الجبرائی اجزائے ضربی الگ الگ ہیں

(iii)	$17a, -6a$	$17\times a-6\times a$	یکساں	یکساں	دونوں الجبرائی اجزائے ضربی یکساں ہیں۔
(iv)	$3a^2b, 3ab^2$	$3\times a\times a\times b$ $3\times a\times b\times b$	الگ الگ	یکساں	متغیر تو ایک ہی جیسے ہیں، لیکن ان کی قوتیں غیر یکساں ہیں۔

مثال: 4 مندرجہ ذیل عبارتوں میں سے ایک رُکنی، دو رُکنی اور سہ رُکنی عبارتوں کو الگ کریں:

$6x+9, x+y+1, 9x, 8x^2+7x+2, 2, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 8y^2$
$, 2xy, 3x^2y-1$

حل: ایک رُکنی عبارت: $ax-2, 8y^2, 2xy$

دو رُکنی عبارت: $6x+9, -5x-y, 4-x, 4-x^2, 3x^2y-1$

سہ رُکنی عبارت: $x+y+1, 8x^2+7x+2$

سوالنامہ : 9.1

-1 مندرجہ ذیل عبارتوں میں سے متغیر اور غیر متغیر اعداد و تعداد معلوم کریں:

(a) $5x+2$ (b) $2ab+1$ (c) $2x^2y-1+2x$

(d) m^2-n^2-1 (e) $9x^2yz$

-2 مندرجہ ذیل عبارتوں کے ارکان کو پہچانئے:

(a) x^2+2x+1 (b) $8a^2+11ab=2b^2$ (c) $9p^2-4q$

(d) a^2b^2-9 (e) $8ab-3b$

مندرجہ بالا سوالوں میں دیئے گئے سبھی عبارتوں کے ارکان کے اجزائے ضربی درخت خاکہ قاعدہ سے حاصل کریں۔ ہر ایک حالت میں یہ بھی بتایئے کہ عبارت کی بناوٹ کیسے کی گئی ہے؟

-3 (i) $12x^2y$ میں x^2y (ii) x اور y کا مضروب بتایئے۔

-4 ذیل میں دیئے گئے ارکا کے جوڑے میں سے یکساں ارکان کے مجموعے لکھئے:

$9x^2y, 8xy^2, 3ab, -7ba, 7ab^2, -4b^2, 7a, 7, 11a, -11a^2, 2xy,$

$-2xy, 8ab, -2a, -2, 1, -x, 3x, 8x, 8$

5- نیچے دی گئی حالتوں میں متغیر اور متغیر اور ریاضی اعمال کا استعمال کرتے ہوئے الجبرائی عبارت حاصل کیجئے۔ یہ بھی بتائیے کہ بنی عبارت ایک رُکنی، دو رُکنی یا سہ رُکنی ہے۔

(a) x کے دوگنے سے y کم۔

(b) a میں خود سے ضرب کر کے 3 گھٹایا گیا ہے اور پھر اس میں سے a کا تین گھٹایا گیا ہے۔

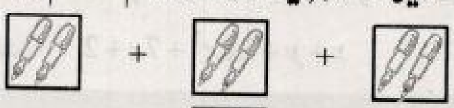
(c) m اور n کے حاصل ضرب کا تین گنا۔

(d) a کا خود سے ضرب کر کے b سے ضرب کیا گیا اور اس میں a کا سات گنا گھٹا کر س میں 6 کو جوڑا گیا ہے۔

(e) a^2 کے تین گنے میں a کا دوگنا گھٹایا گیا ہے۔

9.3- الجبرائی عبارتوں پر عملیات

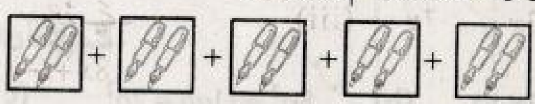
سپنا کے پاس قلم کے تین ڈبے ہیں۔ اگر ہر ایک ڈبے میں دو قلم ہو تو قلم کی تعداد

$= 2 + 2 + 2$ 

$= 2 \times 3$ $\quad 3 \times$ 

$= 6$ 

اگر ڈبوں کی تعداد 5 ہو تو قلم کی کل تعداد

$= 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ 

$= 2 \times 5 \quad = 10$

اگر ڈبوں کی تعداد n ہو تو قلموں کی کل تعداد

$= 2 + 2 + 2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ n بار

$= 2 \times n \quad = 2n$ $\quad \because$ ($2n$ کا اجزائے ضربی $n \times 2$ ہے)

اسی طرح اگر ایک ڈبے میں n قلم ہو تو 8 ڈبے میں قلم کی تعداد کا کل عدد $= 8n$ اب اگر ہر ایک ڈبے میں n قلم والے 3 ڈبوں میں اور ہر ایک ڈبے میں n قلم والے 8 ڈبوں کے کل قلم کو جوڑا جائے تو

کل قلموں کی تعداد $= 3n + 8n$

$= (n+n+n) + (n+n+n+n+n+n+n+n)$

$= 11 \times n = 11n$

یہاں یکساں ارکان $3n$ اور $8n$ کو جوڑنے پر حاصل جمع $11n$ آتا ہے۔ یہاں $3n$ کا 3، $8n$ کا 8 اور حاصل جمع $11n$ کا مضروب 11 ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ ارکان کے مضروبوں کا جمع (3+8) حاصل جمع کے مضروب 11 کے برابر ہوتا ہے۔ اس سے یہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ الجبرائی عبارت کے حاصل جمع میں یکساں ارکان کے مضروب آپس میں جُڑ جاتے ہیں۔ اسی طرح الجبرائی عبارت کے گھٹانے میں یکساں ارکان کے مضروب گھٹ جاتے ہیں۔ جیسے: $7x$ میں سے $3x$ گھٹانے کے لیے $7x$ کے مضروب میں سے $3x$ کے مضروب 3 کو گھٹا کر آئی قیمت (Value) کو الجبرائی اجزائے ضربی کے ساتھ لکھتے ہیں۔ یعنی $7x -$

$3x = 4x$

$\because$ کسی رُکن کو گھٹانے کا مطلب ہوتا ہے اُس کے جمعی معکوس کا جوڑنا۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ گھٹانا عام طور سے جوڑنے ہی کا عمل ہے۔

مثال 5: (i) $7x$ میں $-3x$ کو گھٹائیں۔

حل: $7x-(-3x)$

$\because -1\times(-3)=3$

$= 7x+3x = 10x$

(ii) $-7x$ میں سے $-3x$ کو گھٹائیں۔

حل: $-7x-(-3x)$

$= -7x+3x$

$(\because -7+3=-4) = -4x$

($-3x$ کا جمعی معکوس $+3x$ ہے)

(iii) $-7x$ میں $-3x$ کو جوڑیے۔

حل: $-7x+(-3x)$

$\because -1\times(-3)=-3$

$= -7x-3x$

$\because -7-3=-10$

$= -10x$

(iv) $8x$، $-3x$، $7x$ کو جوڑیے۔

حل: $8x+(-3x)+7x$

$= 8x-3x+7x$

$= 8x+7x-3x$

$= 15x-3x$

$= 12x$

(v) $-12m$، $6m$، $-7m$ اور $4m$ کو جوڑیے۔

حل: $-12m+6m+(-7m)+4m$

$= -12m+6m-7m+4m$

$= -12m - 7m + 6m + 4m$

$= -19m + 10m \qquad (\because -12m - 7m = -19m)$

$= -9m \qquad (6m + 4m = 10m)$

ابھی تک ہم نے یکساں ارکان والی عبارتوں کے جوڑ اور گھٹاؤ کو جانا۔ اب ذرا بتایئے کہ رنجنا کے پاس 3 گائیں اور 2 بھینسیں ہوں، شوکت کے پاس 4 گائیں اور 5 بھینسیں ہوں تو رنجنا اور شوکت کے پاس کل جانوروں کی تعداد

رنجنا کے جانور	+	شوکت کے جانور
(3 گائیں + 2 بھینسیں)	+	(4 گائیں + 5 بھینسیں)
(3 گائیں + 2 بھینسیں)	+	(4 گائیں + 5 بھینسیں)
(3 گائیں + 4 گائیں)	+	(2 بھینسیں +5 بھینسیں)
(7 گائیں + 7 بھینسیں)		

یہ ظاہر ہے کہ رنجنا اور شوکت کے پاس کل 14 جانور ہیں۔ جن میں 7 گائیں اور 7 بھینسیں ہیں۔ ہم یہ نہیں کہہ سکتے کہ ان کے پاس 14 گائیں ہیں یا 14 بھینسیں۔

اس مثال سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ جوڑنے اور گھٹانے کے عمل یکساں ارکان کے بیچ ہی ہوتا ہے۔

غیر یکساں ارکان ہونے پر جوڑنے اور گھٹانے کے لیے ارکان کو جوڑ کی علامت یا گھٹاؤ کی علامت کے رکھتے ہیں۔

الجبرائی عبارتوں کو جوڑنے -گھٹانے میں

1- یکساں اور غیر یکساں ارکان کو پہچان کرتے ہیں۔

2- یکساں ارکان کو ان کی علامت کے ساتھ ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

3- عام عدد صحیح کی طرح ان یکساں ارکان کو ایک ساتھ جوڑتے اور گھٹاتے ہیں۔

4- پھر اگر ایک یا زائد غیر یکساں رُکن بچتے ہیں تو انھیں ان کے مضروب کی علامت کے ساتھ منظم کر لکھ دیتے ہیں۔

مثال 6: (i) $5x + 6x$ میں $8x + 9y$ کو جوڑیے۔

حل: $(5x + 6y) + (8x + 9y)$

$= 5x + 6y + 8x + 9y$

$= 5x + 8x + 6y + 9y$ (یکساں ارکان کو ایک ساتھ لکھ کر دوبارہ منظم کیا گیا)

حل حاصل ہوا $= 13x + 15y$

$$\begin{array}{r} 5x + 6y \\ 8x + 9y \\ \hline 13x + 15y \end{array}$$

ان عبارتوں کو ہم عام ستون والے جوڑوں کی طرح بھی جوڑ سکتے ہیں۔ اس کے لیے ہم عبارتوں کو ایک کے نیچے ایک کر کے اسی طرح رکھتے ہیں کہ یکساں رُکن ایک ہی سیدھ میں ہو۔

(ii) $7ab + 4a$ میں $a + 8ba$ کو جوڑیئے:

حل:

$(7ab + 4a) + (a + 8ba)$

$= 7ab + 4a + a + 8ba$

$= 7ab + 4a + a + 8ab \quad (\because ab = a \times b = b \times a = ba)$

$= 7ab + 8ab + 4a + a \quad (a = 1a)$

$= 15ab + 5a$

دوسرا قاعدہ:

$$\begin{array}{r} 7ab + 4a \\ a \quad + 8ba \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 7ab + 4a \\ 8ba + a \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 7ab + 4a \\ 8ab + a \\ \hline 15ab + 5a \end{array}$$

(iii) $13m^2 - 4xy$ میں $12xy + 4m^2$ کو گھٹایئے:

حل: بریکٹ کے پہلے گھٹاؤ (–) نشان ہے۔ باکس کھلنے پر ہر ایک رُکن میں 1– سے ضرب ہوتا ہے، جس سے ارکان کے نشان بدل جاتے ہیں۔

$(13m^2 - 4xy) - (12xy + 4m^2)$

$= 13m^2 - 4xy - 12xy - 4m^2$

$= 134m^2 - 4xy - 12xy$

$= 9m^2 - 16xy$

دوسرا قاعدہ:

$$\begin{array}{r} 13m^2 - 4xy \\ 4m^2 + 12xy \\ \hline 9m^2 - 16xy \end{array}$$

(iv) $3x-y+6$ میں سے $x-y$ گھٹائیے:

حل: $(3x-y+6)-(x-y)$

$=3x-y+6-x+y$ ∵ (قوسین کے رُکن سے پہلے گھٹاؤ (-) کے نشان ہیں۔

$=3x-x-y+y+6$ اس لیے قوسین کھلنے پر ارکان کی علامت بدل گئے)۔

$=2x+6$ $(-y+y=0)$

(v) $3a+4b-7$ میں 8^2+4b^2 کو جوڑیئے۔

حل: $(3a+4b-7)+(8a^2+4b^2)$

$=3a+4b-7+8a^2+4b^2$

$=3a+4b-7+8a^2+4b^2=8a^2+4b^2+3a+4b-7$

∵ یہاں دونوں عبارتوں میں کوئی رُکن یکساں نہیں ہے۔ اس لیے عمل کے بعد ارکان کی تعداد بڑھ جاتی ہے۔

سوالنامہ : 9.2

1- مندرجہ ذیل عبارتوں کو جوڑیئے:

(a) $6ab$ اور $7ba$ (b) $8x^2y$ اور $-4x^2y$

(c) x اور $y-4$ (d) $x-y, y-z$ اور $z-x$

(e) $3ab-b$ اور $3b-ab$ (f) x^2-y^2 اور y^2-x^2

(g) $a^2+2ab+b^2$ اور $a^2-2ab+b^2$ (h) $a^2b+ab+ab^2$ اور $-ab+2ba+2a^2b^2$

(i) $3x+11+8z$ اور $5x-7$ (j) x^2-y^2-1, y^2-1-x^2 اور $1-x^2-y^2$

2- گھٹائیے:

(a) $3a^2$ سے میں $-7a^2$ (b) a^2+b^2 سے میں a^2-b^2

(c) $a^2+2ab+b^2$ سے میں $a^2-2ab+b^2$

(d) $b(8-a)$ سے میں $a(b-3)$ (e) $3xy-2x^2-2y^2$ سے میں $5x^2-7xy+5y^2$

3- سہل کیجئے:

(a) $4xy-7x^2-6xy+2yz^2-4y^2z-3yz^2$

(b) $a^2+ab+b^2+a^2+b^2-ab+3$

-4 x^2+y^2 حاصل کرنے کے لیے $2x^2+y^2-3$ میں کیا جوڑیں؟

-5 $a+b+c$ حاصل کرنے کے لیے $7a-8b$ میں کیا گھٹانا چاہیے؟

-6 اگر سنیل نے a روپیہ کی شرح سے 5 قلم b روپیہ کی شرح سے 7 پنسلیں اور پھر a روپیہ کی شرح سے 10 قلمیں اور b روپیہ کی شرح سے 3 پنسلیں خریدیں تو اُس نے کل قلم اور پنسل خریدنے میں کتنے روپے خرچ کیے؟

9.4- الجبرائی عبارتوں کا ضرب

شالنی کے پاس 3 ڈبے ہیں۔ ہر ایک میں 4 قلم ہیں تو کل قلم کی تعداد کیا ہوگی؟

$= 4 + 4 + 4$

$= 3 \times 4$

= ہر ایک ڈبے میں قلموں کی تعداد × ڈبوں کی تعداد

اگر شالنی کے پاس ڈبوں کی تعداد x ہو اور ہر ایک ڈبے میں y قلم ہو تو

$= y \times x$

$= xy$

پھر اگر مان لیں کہ شالنی کے پاس $2m$ ڈبے ہوں اور ہر ایک ڈبے میں $3m$ قلم ہو تو کل قلم

$= 2m \times 3m$

$= 2 \times 3 \times m \times m$

$= 6m^2$

اس طرح ہم نے دیکھا کہ عبارتوں کا ضرب حقیقت میں ان کے ارکان کا ضرب ہوتا ہے۔ جس میں ارکان کے عددی مضروب کا ضرب آپس میں اور متغیر کا ضرب آپس میں ہوتا ہے۔

اب ذرا سوچیے کہ ان الجبرائی عبارتوں کے ضرب کا استعمال ہم کہاں کہاں کرتے ہیں؟

آیئے کچھ کریں:

نیچے دیئے گئے عبارتوں کے حاصل ضرب پیٹرن(Pattern) کی بنیاد پر خالی جگہوں کو پُر کریں:

نمبر شمار	پہلی عبارت	دوسری عبارت	پہلی عبارت × دوسری عبارت	دوسری عبارت × پہلی عبارت	حاصل ضرب
1-	x	y	$x \times y$	$y \times x$	xy
2-	x	5			
3-	a	$2a$			
4-	-3	$3m$			

مندرجہ بالا مثالوں کی بنیاد پر ہم یہ سمجھ سکتے ہیں کہ عبارتوں کا ضرب اعداد صحیح کے ضرب کے جیسا ہے اور اس میں ضرب کے عام اصولوں کو عمل میں لایا جاتا ہے۔

عبارتوں کے ضرب کرتے وقت اصولوں کے ضرب کے ذیل باتوں پر دھیان دیا جانا چاہیے۔

(i) مثبت عدد صحیح کو مثبت عدد صحیح سے ضرب کرنے پر مثبت عدد صحیح حاصل ہوتا ہے:

$$(+a)\times(+b) = +ab$$

(ii) مثبت عدد صحیح کو منفی عدد صحیح سے ضرب کرنے پر منفی عدد صحیح حاصل ہوتا ہے۔

$$(+a)\times(-b) = -ab$$

(iii) منفی عدد صحیح کو منفی عدد صحیح سے ضرب کرنے پر مثبت عدد صحیح حاصل ہوتا ہے۔ اگر کثیر رُکنی عبارت ہے تو $(-a)\times(-b) = +ab$

پہلے عبارت کے ہر ایک رُکن سے دوسری عبارت کے ہر ایک رُکن میں ضرب کیا جانا چاہیے۔

$a\times(b+c)$ ہو تو a سے عبارت $(b+c)$ کے دونوں رُکنوں b اور c میں ضرب کیا جانا چاہیے۔

مثال: 7- ضرب کیجئے:

(a) a اور $(b+c)$ کا　　(b) a اور $(b-c)$ کا

(d) $-3m$ اور $(-6m-7n)$ کا　　(d) xy اور $(9+8n)$ کا

(e) $-x$ اور $(4x-y)$ کا

حل:

(a) $(a)\times(b+c)=a\times b+a\times c$

$=ab+ac$

(b) $(a)\times(b-c)=a\times b-a\times c$

$=ab-ac$

(c) $(-3m)\times(-6m-7n)=(-3m)\times(-6m)-(-3m)-7n$

$=+18m^2+21mn$

$=18m^2+21mn$

(d) $(xy)\times(9+8x)=xy\times 9+xy\times 8x$

$=9xy+8x^2y$

(e) $(-x)\times(4x-y)=(-x)\times(4x)-(-x)\times y$

$=-4^2+xy$

سوالنامہ : 9.3

1- نیچے دیے گئے الجبرائی عبارتوں کا ضرب کیجئے:

(a) $(7a+2b)(a+4b)$ (b) $(x-6)(4x+9)$

(c) $(5x-1)(3y-8)$ (d) $(a^3-b^3)(a-b)$

(e) $(0.7x-0.2y)(1.5x-3y)$ (f) $(3a^2+5a-9)(3a-9)$

(g) $(-x-y)(-x-y)$ (h) $(x^3-5x+8)(x^3+3)$

(i) $(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y)(x-y)$ (j) $(3pq-3q)(3q-7pq)$

2- سہل کریں:

(a) $(a+b)(a-b)+(a-b)(a^2+ab+b^2)$

(b) $a^3-b^3+(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) $m^2-n^3-(m-n)(m+n)$

(d) $(2a+5b)(3b+4a)-(7a+3b)(2a+b)$

سوالنامہ

1- نامعلوم عدد میں حرف علامتوں کے ذریعہ لکھے جاتے ہیں۔ جنھیں متغیر(Variable) کہتے ہیں۔ متغیروں کی قیمت(Value) بدل سکتی ہے۔ 2- غیر متغیر کی قیمت مقرر ہوتی ہے۔

3- متغیر اور غیر متغیر یا دونوں کی ریاضی اعمال کے ذریعہ الجبرائی عبارت حاصل کیے جاتے ہیں۔

4- الجبرائی عبارت ارکان(Terms) سے مل کر بنے ہوتے ہیں۔ جو متغیر اور غیر متغیر کی ریاضی اعمال کے ذریعہ بنے ہوتے ہیں۔ 5- ارکان کے عددی جزء ضربی کو رُکن کا مضروب کہتے ہیں۔

6- اگر ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی یکساں ہوتو وہ یکساں ارکان ہوتے ہیں۔

7- اگر ارکان کے الجبرائی اجزائے ضربی غیر یکساں ہوتو وہ غیر یکساں ارکان ہوتے ہیں۔

8- الجبرائی عبارت میں ارکان کی تعداد کی بنیاد پر انھیں یک رُکنی، دو رُکنی اور سہ رُکنی یا کثیر رُکنی کی قسموں میں بانٹا جاتا ہے۔

9- عبارت کو کثیر رُکنی (Polynomial) بھی کہتے ہیں۔

10- جن عبارتوں میں ایک متغیر ہوتے ہیں۔ وہ ایک متغیر والی عبارت کہلاتے ہیں۔ جن عبارتوں میں دو متغیر ہوتے ہیں، وہ دو متغیر والی عبارت کہلاتی ہے۔

11- دو یکساں ارکان کا جوڑ (یا گھٹاؤ) ایک دوسرے یکساں رُکن ہوتا ہے۔ جس کا مضروب ان یکساں ارکان کے مضروبوں کے جوڑ (یا گھٹاؤ) کے برابر ہوتا ہے۔

12- غیر یکساں ارکان کو جوڑتے (یا گھٹاتے) وقت انھیں ویسے ہی چھوڑ دیا جاتا ہے۔ جیسے :

$$3x + 2y = 3x + 2y$$

13- جب ہم دو یا زائد عبارتوں کو جوڑتے یا گھٹاتے ہیں تو اصل میں ہم ان کے یکساں ارکان کو جوڑتے یا گھٹاتے ہیں اور غیر یکساں ارکان کو جیوں کا تیوں چھوڑ دیتے ہیں۔

14- عبارتوں کے ضرب میں متغیروں کا متغیروں کے ساتھ اور غیر متغیروں کا غیر متغیروں کے ساتھ ضرب کرتے ہیں۔

15- اگر کسی متغیر کا غیر متغیر کے ساتھ ضرب ہوتو انھیں آپس میں ضرب کے نشان کے ساتھ لکھ دیتے ہیں۔ جیسے :

$$2 \times x = 2x$$