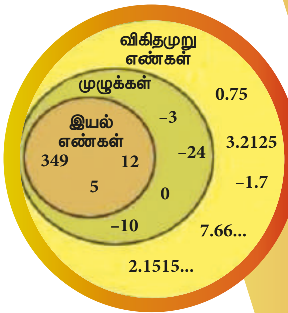
1 எண்கள்



கற்றல் நோக்கங்கள்

- பின்னங்களிலிருந்து விகிதமுறு எண்களுக்கான நீட்டிப்பின் தேவையைப் புரிந்துகொள்ளுதல், விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டின் மீது குறித்தல் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே பல விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என அறிதல்.
- விகிதமுறு எண்களின் மீதான நான்கு அடிப்படை கணிதச் செயல்பாடுகளை கற்று, அவற்றைப் பயன்படுத்தி வார்த்தைக் கணக்குகளைத் தீர்த்தல் மற்றும் அதிகபட்சம் மூன்று அடைப்புக்குறிகள் வரையுள்ள கோவைகளைச் சுருக்குதல்.
- விகிதமுறு எண்களின் மீதான பண்புகளைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- எண்களின் வர்க்கம், வர்க்கமூலம், கனம் மற்றும் கனமூலத்தைக் காணுதல்.
- வர்க்கமூலம் மற்றும் கனமூலத்தின் தோராய மதிப்புகளைக் கணித்தல்.
- எண்களை அடுக்குக் குறியீட்டில் அமைத்தல் மற்றும் முழுக்களைப் படிகளாகக் கொண்ட அடுக்கு விதிகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் அமைத்தலும் அறிதலும்.

F4C7H5

1.1 அறிமுகம்

நாம் ஏற்கனவே முந்தைய வகுப்புகளில் கற்ற பல விதமான எண்களை நினைவு கூர்வோம். நாம், எண்ண வேண்டும் என விரும்பினால், இயற்கையாகவே 1, 2, 3, 4, 5, என தொடங்கு**வோம்** அல்லவா?

இவையனைத்தும் **எண்ணும் எண்கள்** அல்லது **இயல் எண்கள்** எனப்படும். இவற்றின் தொகுப்பானது $\mathbb{N}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது. இந்த பட்டியலின் இறுதியில் வைக்கப்பட்டுள்ள மூன்று புள்ளிகள், இந்த பட்டியலானது எப்போதும் தொடர்ந்துக் கொண்டே செல்லும் என்பதைக் குறிப்பதாகும்.

இந்த எண்களைக் குறிக்கப்பெற்ற ஒரு கதிரின் மூலமாக இயல் எண்களைக் காணலாம்.

படம் 1.1

நேற்று எனது பணப்பையில் ₹8 ரொக்கமாக இருந்தது என்ற சூழலைக் கருத்தில் கொள்வோம். ஆனால், இன்று பணப்பையானது காலியாக இருக்கலாம். ஆகவே, இப்போது பணப்பையில் எவ்வளவு ரூபாய் உள்ளது? இந்த வெறுமையை எவ்வாறு குறிப்பது? இங்கு தான் பூச்சியத்தின் கருத்தானது வெறுமையின் கருத்தைக் குறிப்பிட உருவானது. பூச்சியத்தின் கருத்தானது தற்போது இயல்பாகவே ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட ஒன்று என்றாலும் கூட, அது முற்காலத்திய மனிதர்களுக்கு சாதாரணமான ஒன்றாக இருக்கவில்லை. பல நூறு ஆண்டுகளுக்குப் பிறகே, மக்கள் அதை உண்மையில் ஒரு எண்ணாக நினைக்கத் தொடங்கினர். இந்திய கணிதவியலாளர்கள் பூச்சியத்திற்கான குறியீட்டை அளித்தவுடன் இந்த இன்னலானது தீர்ந்தது. இந்த இயல் எண்கள் அமைப்பானது பூச்சிய எண்ணை கூடுதலாக சேர்த்தவுடன் முழு எண்கள் ஆகின.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 1 20-02-2020 01:36:53 PM

இப்போது முழு எண்களை பின்வருமாறு கற்பனைச் செய்துப் பார்க்கலாம்.

படம் 1.2

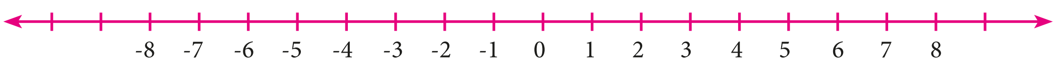
முழு எண்களின் அமைப்பானது $\mathbb{W}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

பூச்சியம் கூட எல்லாக் கணக்குகளையும் தீர்க்க போதுமானதாக அமையவில்லை. 6 இலிருந்து 4 ஐ எடுத்தால் என்ன நடக்கும்? எனச் சிந்திக்கவும்.

9 வரையிலான ஓர் எண்கோட்டை வரையவும், அதன் மீது 6 ஐ ஒரு புள்ளியாகக் குறிக்கவும்.

படம் 1.3

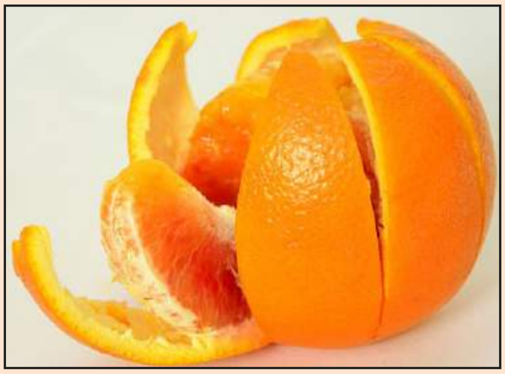
4 ஐ கழிக்க, நாம் 6 இலிருந்து இடதுபுறமாக 4 படிகள் செல்ல வேண்டும் என்பது நமக்குத் தெரியும். நாம் 2 ஐ அடைந்து விடையானது 2 எனக் கிடைக்கிறது. ஆனால், இப்போது நாம் 4 இலிருந்து 6 ஐக் கழிக்க வேண்டுமெனில், என்ன ஆகும்? இந்த சூழல் தான் மனிதர்களுக்கு குறை எண்கள் தேவையும்பட்டது (உருவாக்கவும்பட்டது).



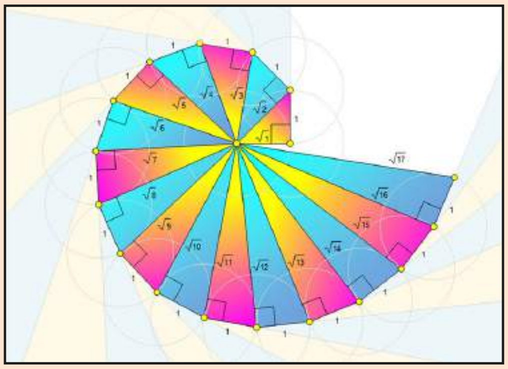
படம் 1.4

ஆனால், ஓர் எண்ணானது எப்படி குறையாக இருக்க முடியும்? எளிது! அவற்றை பூச்சியத்தை விட குறைவானவை என நினைத்துக் கொண்டால் போதும். குறை முழுக்களை முழு எண்களோடு சேர்க்க நமக்கு முழுக்கள் பட்டியல் கிடைக்கிறது. முழுக்களானது, பூச்சியம், இயல் எண்கள் மற்றும் இயல் எண்களின் எதிர்மறைகளையும் கொண்டு எதிரெதிர் திசைகளிலும் முடியாமல் நீளும் எண்களின் பட்டியலைக் கொண்டதாகும். முழுக்களின் மொத்த தொகுப்பானது $\mathbb{Z}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் எண்கள்



ஓர் ஆரஞ்சு பழமானது உரிக்கப்பட்டு அதனுள் 8 சுளைகள் காணப்பட்டால், ஒரு சுளையானது $\frac{1}{8}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணைக் குறிக்கும்.



வடிவியலில் உள்ள பிதாகரஸ் தோற்றத்தைப் பயன்படுத்தி சுருள் வடிவில் எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்.

1.2 விகிதமுறு எண்கள்

முழுக்களை உருவாக்கியப் பிறகும், நம்மால் தளர்ந்து விட இயலாது! $10 \div 5$ என்பது எந்தவித ஐயமின்றி எளிதாக 2 என விடையளித்திடும். ஆனால், $8 \div 5$ என்பது எளிதனாதா? எண்களுக்கிடையே எண்கள் என்பது தேவைப்படுகிறது. $8 \div 5$ என்பது 1 மற்றும் 2 இக்கு இடையேயுள்ள 1.6 என்ற எண்ணாகக் காணப்படுகிறது. ஆனால் $(-3) \div 4$ என்பது எங்கே உள்ளது? 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் உள்ளது. எண்கோட்டில் நீங்கள் $\frac{-12}{5}$ ஐ எங்கு காணலாம்? -2 மற்றும்

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 2 20-02-2020 01:36:54 PM

-3 இக்கு இடையேக் காணலாம். ஆகவே, முழுக்களின் வகுத்தலின் மூலம் உருவாக்கப்படும் ஒரு விகிதமே, **விகிதமுறு எண்** எனப்படும். (பூச்சியத்தால் வகுக்கக் கூடாது என்பதை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்!)

வழக்கத்தின்படி, ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது $\frac{a}{b}$ என்ற பின்ன வடிவ எண்ணாகும். இங்கு a மற்றும் b ஆகியன முழுக்கள் ஆகும். மேலும் $b \neq 0$. அனைத்து விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பானது $\mathbb{Q}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது. குறையற்ற விகிதமுறு எண்களை பின்னங்களாகக் கருதலாம். அவற்றை தசமங்களாகவும் சதவீதங்களாகவும் எழுதலாம்.

விகிதமுறு எண்கள் மீதான செயல்பாடுகளுக்கு பின்ன செயல்பாடுகளின் அடிப்படை அறிவானது அவசியம் ஆகிறது என்பதனால், பின்னங்கள் சார்ந்த சில அடிப்படைக் கருத்துக்களை ஒரு பயிற்சியின் மூலம் நாம் நினைவு கூர்வோம்.

நினைவு கூர்தல்

1. $\frac{125}{200}$ இன் எளிய வடிவம் ________ ஆகும்.
2. பின்வருவனவற்றுள் எது $\frac{8}{12}$ இன் சமான பின்னம் அல்ல?

   (அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{16}{24}$ (இ) $\frac{32}{60}$ (ஈ) $\frac{24}{36}$
3. எது பெரியது: $\frac{4}{5}$ அல்லது $\frac{8}{9}$?
4. பின்னங்களைக் கூட்டவும்: $\frac{3}{5}+\frac{5}{8}+\frac{7}{10}$
5. சுருக்கவும் : $\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)$
6. பெருக்கவும்: $2\frac{3}{5}$ மற்றும் $1\frac{4}{7}$
7. $\frac{7}{36}$ ஐ $\frac{35}{81}$ ஆல் வகுக்கவும்.
8. கட்டங்களில் நிரப்புக : $\frac{\square}{66} = \frac{70}{\square} = \frac{28}{44} = \frac{\square}{121} = \frac{7}{\square}$
9. ஒரு நகரத்தில் உள்ள மொத்த மக்கள் தொகையில் $\frac{7}{20}$ பங்கு பெண்கள் மற்றும் $\frac{1}{4}$ பங்கு குழந்தைகள் எனில், மொத்த மக்கள் தொகையில் ஆண்களின் பங்கு (பின்னம்) என்ன?
10. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$ என்பதை படத்தின் மூலம் குறிக்கவும்.

இவற்றை முயல்க

1. -7 என்ற எண் ஆனது விகிதமுறு எண்ணா? ஏன்?
2. 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையில் ஏதேனும் 6 விகிதமுறு எண்களை எழுதுக.

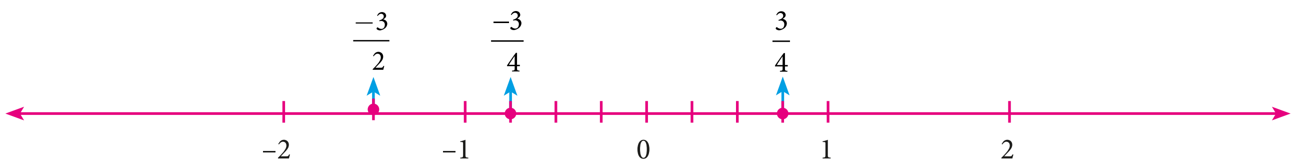
குறிப்பு

கணிதத்தில் இரு வெவ்வேறு பொருள்களின் அளவுகளின் ஒப்பீட்டினை **விகிதம்** என்று கூறுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்பில் 20 மாணவர்களுக்கு 1 ஆசிரியர் வீதம் என இருந்தால், ஆசிரியர் மாணவர் விகிதத்தை 1:20 என எழுதலாம். விகிதங்களைப் பெரும்பாலும் பின்னங்களாக எழுதுகிறோம். ஆகவே 1:20 என்பது $\frac{1}{20}$ என எழுதலாம். இந்தக் காரணத்தினாலேயே, பின்ன வடிவில் உள்ள எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 3 20-02-2020 01:36:56 PM

1.2.1 ஓர் எண்கோட்டின் மீது விகிதமுறு எண்கள்

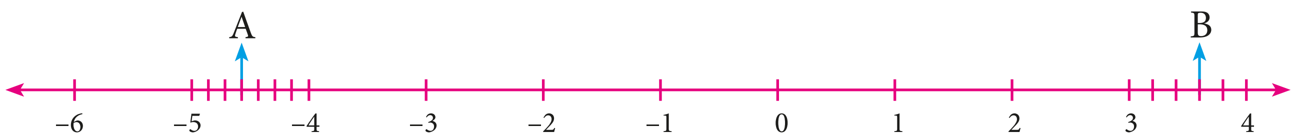
ஓர் எண்கோட்டின் மீது விகிதமுறு எண்களைக் காண்பது என்பது ஒரு முக்கியமான செயல்திறன் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{-3}{4}$ என்ற எண்ணை, எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவேண்டும் எனில், $\frac{-3}{4}$ ஆனது குறை எண் என்பதால், அதனை 0 இக்கு இடதுபுறமாக 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் குறிக்கவேண்டும். 1 மற்றும் -1 ஆகிய முழுக்கள் 0 இலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கின்றன என்பது நமக்கு தெரியும். இவ்வாறே $2, -2$ மற்றும் $3, -3$ ஆகியவை 0 இலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கின்றன. இந்த கருத்தானது விகிதமுறு எண்களுக்கும் பொருந்தும். இப்போது, பூச்சியத்திற்கு வலதுபுறமாக, 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையில் 4 இல் 3 பகுதியை $\frac{3}{4}$ என நாம் குறிப்பது போன்று, பூச்சியத்திற்கு இடதுபுறமாக, 0 மற்றும் -1 இக்கு இடையில் 4 இல் 3 பகுதியை $\frac{-3}{4}$ எனக் கீழே காட்டியுள்ளவாறு நாம் குறிப்போம்.



படம் 1.5

இதேபோல், $\frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$ என்பதால் $\frac{-3}{2}$ ஆனது -1 மற்றும் -2 இக்கு இடையில் உள்ளது என்பதை எளிதாகக் காண இயலும்.

இப்போது, பின்வரும் எண்கோட்டின் மீது A மற்றும் B ஆகிய எழுத்துக்கள் எந்த விகிதமுறு எண்களைக் குறிப்பிடுகின்றன?



படம் 1.6

இப்போது உங்களால் மேலே காட்டியுள்ளவாறு எண்கோட்டின் மீது A மற்றும் B ஆல் குறிக்கப்பட்டுள்ள விகிதமுறு எண்களை எளிதாகக் கூற முடிகிறது அல்லவா?

இங்கு, A ஆனது $-4\frac{4}{7}\left(\frac{-32}{7}\right)$ என்ற விகிதமுறு எண்ணையும், B ஆனது $3\frac{3}{5}\left(\frac{18}{5}\right)$ என்ற விகிதமுறு எண்ணையும் குறிக்கின்றன.

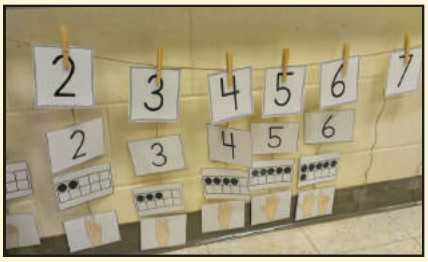
1.2.2 விகிதமுறு எண்ணை தசம எண்ணாக எழுதுதல்

ஒரு விகிதமுறு எண்ணை வழக்கமான பின்ன வடிவத்தைக் காட்டிலும் அழகாக தசம வடிவத்தில் குறிக்கலாம். கொடுக்கப்பட்ட, $\frac{a}{b}(b \neq 0)$ வடிவத்தில் உள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணில், தொகுதி a ஐ பகுதி b ஆல் சாதாரணமாக வகுக்க அந்த எண்ணை முடிவுறு அல்லது முடிவுறா, தொடரும் தசம எண்ணாக வெளிப்படுத்தலாம் என்பதை நாம் காணலாம்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 4 20-02-2020 01:36:58 PM

செயல்பாடு

ஒரு கயிற்றினை எண்கோடாகப் பயன்படுத்தி, வகுப்பறையின் நீளம் முழுக்க அதனை சுவரில் கட்டவும். கயிற்றில் போதுமான இடம் விட்டு முழுக்களைப் பொருத்தவும். பிறகு, மாணவர்களிடம் ஒரு பெட்டியில் உள்ள விகிதமுறு எண் அட்டைகளை எடுக்கச் சொல்லி அவற்றை தோராயமாக சரியான இடத்தில் கயிற்றில் பொருத்த சொல்ல வேண்டும். இந்த விளையாட்டை குழுக்களாக விளையாடச் செய்யலாம். எந்தக் குழு அதிக அட்டைகளை சரியாக கயிற்றின் மீது பொருத்துகிறதோ அந்தக் குழு வெற்றி பெற்றதாகும்.



எடுத்துக்காட்டு 1.1

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை தசம எண்களாக எழுதுக.

(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $1\frac{3}{20}$ (iii) $-5\frac{4}{5}$ (iv) 3 (v) $\frac{1}{3}$

தீர்வு:

(i) $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0.25$ (ii) $1\frac{3}{20}=\frac{23}{20}=\frac{115}{100}=1.15$ (iii) $-5\frac{4}{5}=\frac{-29}{5}=\frac{-58}{10}=-5.8$

(iv) $3=\frac{3}{1}=\frac{30}{10}=3.0$ (v) $\frac{1}{3}$ $= 0.3333...$ (சரியாக வகுத்துக் கிடைப்பது. மேலும் இது தொடரும் முடிவுறா தசம எண்ணாகும்)

குறிப்பு

❖ மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் ஒரு விகிதமுறு எண்ணை எவ்வாறு தசம வடிவத்தில் எழுதலாம் என்பதைக் காட்டுகின்றன. இதன் எதிர்மறைச் செயல்முறையான தசம வடிவிலிருந்து பின்ன வடிவத்திற்கு மாற்றுதல் குறித்து உயர் வகுப்புகளில் பார்க்கலாம்.

❖ $\pi = 3.14159265358979323846264 3.....$

$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488016 8.......$

போன்று முடிவுறா மற்றும் மீண்டும் தொடராத தசம எண்களும் உண்டு. இவை விகிதமுறு எண்கள் அல்ல. இவற்றைப் பற்றி கூடுதலாக உயர் வகுப்புகளில் நாம் படிக்கலாம்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை தசம எண்களாக எழுதுக.

1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{6}{25}$ 3. $\frac{486}{1000}$ 4. $\frac{1}{9}$ 5. $3\frac{1}{4}$ 6. $-2\frac{3}{5}$

1.2.3 மிகை மற்றும் குறை விகிதமுறு எண்கள்

விகிதமுறு எண்களை மிகை மற்றும் குறை விகிதமுறு எண்கள் என வகைப்படுத்தலாம்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் குறிக்கும் பின்னத்தின் தொகுதி மற்றும் பகுதி ஆகிய இரண்டும் ஒரே குறியில் இருந்தால், அந்த விகிதமுறு எண்ணானது **மிகை** ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 5 20-02-2020 01:37:00 PM

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{3}{4}, \frac{-11}{-6}$ ஆகியன மிகை விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் குறிக்கும் பின்னத்தின் தொகுதி அல்லது பகுதி ஆகிய ஏதேனும் ஒன்று மட்டும் குறையாக இருந்தால், அந்த விகிதமுறு எண்ணானது குறை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{-3}{4}, \frac{11}{-6}$ ஆகியன குறை விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

குறிப்பு

- 0 ஆனது மிகையும் அல்லாத குறையும் அல்லாத ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.
- $\frac{-11}{6} = \frac{11}{-6} = -\frac{11}{6}$ என்பதை நினைவில் கொள்க.

1.2.4 சமான விகிதமுறு எண்கள்

ஒரு பின்னம் கொடுக்கப்பட்டால் சமான பின்னங்களை எவ்வாறு காண்பது என்பது பற்றி நமக்குத் தெரியும். ஒரு விகிதமுறு எண்ணை பின்னமாகக் குறிக்கலாம் என்பதால், நாம் சமான விகிதமுறு எண்களை சமான பின்னங்கள் மூலமாகவே முழுவதுமாக கிடைப்பதைப் பற்றிச் சிந்திக்கலாம்.

இவற்றை முயல்க

1. $\frac{7}{3} = \frac{?}{9} = \frac{49}{?} = \frac{-21}{?}$
2. $\frac{-2}{5} = \frac{?}{10} = \frac{6}{?} = \frac{-8}{?}$

பின்ன வடிவிலுள்ள ஒரு விகிதமுறு எண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம். அதன் தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே பூச்சியமற்ற முழுவால் ($\mathbb{Z}$) பெருக்கினால் ஒரு சமான விகிதமுறு எண்ணைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$-\frac{2}{3}$ ஆனது $\frac{-6}{9}$ இக்கு சமான விகிதமுறு எண்ணாகும். ஏனெனில், $\frac{-2}{3} = \frac{-2\times 3}{3\times 3} = \frac{-6}{9}$

$-\frac{2}{3}$ ஆனது $\frac{10}{-15}$ இக்கு சமான விகிதமுறு எண்ணாகும். ஏனெனில், $\frac{2}{-3} = \frac{2\times 5}{-3\times 5} = \frac{10}{-15}$

ஆகவே, $-\frac{2}{3} = \frac{-6}{9} = \frac{10}{-15}$.

1.2.5 விகிதமுறு எண்களின் திட்ட வடிவம்

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களைக் கவனிக்கவும் $\frac{4}{5}, \frac{-3}{7}, \frac{1}{6}, \frac{-4}{13}, \frac{-50}{51}$. இங்கு,

i) இந்த விகிதமுறு எண்களின் பகுதி எண்கள் மிகை முழுக்களாக உள்ளன
ii) தொகுதி மற்றும் பகுதி எண்களின் ஒரே பொதுக் காரணியாக 1 மட்டும் உள்ளது மற்றும்
iii) தொகுதியில் மட்டுமே குறை குறியானது உள்ளது.

என்பதை நாம் காண்கிறோம். இவ்வாறான விகிதமுறு எண்களே, திட்ட வடிவில் உள்ளதாக கூறப்படுகின்றன.

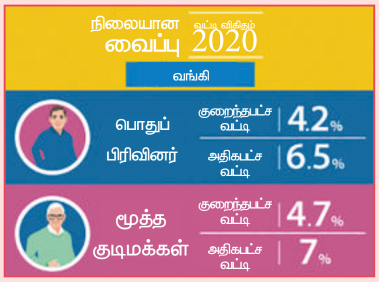
ஒரு விகிதமுறு எண்ணில் உள்ள பகுதியானது ஒரு மிகை முழுவாகவும் ($\mathbb{Z}$), தொகுதி மற்றும் பகுதி எண்களுக்கு 1 ஐத் தவிர வேறேதும் பொதுக் காரணி இல்லாமல் இருந்தாலும், அது **திட்ட வடிவில்** உள்ளது எனப்படும்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது திட்ட வடிவில் இல்லை எனில், அதனைச் சுருக்கி திட்ட வடிவில் கொண்டு வர இயலும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 6 20-02-2020 01:37:00 PM

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

பூச்சியத்தால் வகுப்பதைத் தவிர்த்து, விகிதமுறு எண்கள் அனைத்தும் விகிதங்களில் அமைவதால், அதன் தொகுப்பானது $\mathbb{Q}$ (Quotient–விகிதம்) என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. தசம எண்களையும் விகித வடிவில் எழுதலாம் என்பதால், அவ்வெண்களும் விகிதமுறு எண்களாகும்.



எடுத்துக்காட்டு 1.2

திட்டவடிவில் எழுதுக. (i) $\frac{48}{-84}$ (ii) $\frac{-18}{-42}$

தீர்வு:

(i) **முறை 1:**

$$\frac{48}{-84}=\frac{48\div(-2)}{-84\div(-2)}=\frac{-24\div 2}{42\div 2}=\frac{-12\div 3}{21\div 3}=\frac{-4}{7}$$ (-2, 2 மற்றும் 3 ஆல் தொடர்ச்சியாக வகுக்கக் கிடைப்பது)

முறை 2:

48 மற்றும் 84 இன் மீ.பொ.வ 12 ஆகும் (கண்டுபிடிக்கவும்!). ஆகவே, -12 ஆல் வகுத்தால் நாம் இதன் திட்டவடிவத்தைப் பெறலாம்.

$$=\frac{48\div(-12)}{-84\div(-12)}=\frac{-4}{7}$$

(ii) **முறை 1:**

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\div(-2)}{-42\div(-2)}=\frac{9\div 3}{21\div 3}=\frac{3}{7}$$ (-2 மற்றும் 3 ஆல் தொடர்ச்சியாக வகுத்தல்)

முறை 2:

18 மற்றும் 42 இன் மீ.பொ.வ 6 ஆகும் (கண்டுபிடிக்கவும்!). ஆகவே, 6 ஆல் வகுத்தால் நாம் இதன் திட்டவடிவத்தைப் பெறலாம்.

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\times(-1)}{-42\times(-1)}=\frac{18}{42}=\frac{18\div 6}{42\div 6}=\frac{3}{7}$$

இவற்றை முயல்க

1. பின்வரும் சோடிகளில், எவை சமான விகிதமுறு எண் சோடிகளாகும்?
   (i) $\frac{-6}{4},\frac{18}{-12}$ (ii) $\frac{-4}{-20},\frac{1}{-5}$ (iii) $\frac{-12}{-17},\frac{60}{85}$
2. திட்ட வடிவம் காண்க.
   (i) $\frac{36}{-96}$ (ii) $\frac{-56}{-72}$ (iii) $\frac{27}{18}$
3. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஓர் எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவும்.
   (i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{-8}{-5}$ (iii) $\frac{5}{-4}$

1.2.6 விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

பின்வரும் குறிப்புகளை நினைவில் கொள்வது உதவியாக அமையும்:

- ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் பூச்சியத்தை விடப் பெரியதாகும்.
- ஒவ்வொரு குறை எண்ணும் பூச்சியத்தை விடச் சிறியதாகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 7 20-02-2020 01:37:06 PM

- ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் ஒவ்வொரு குறை எண்ணை விடப் பெரியதாகும்.
- ஓர் எண்கோட்டின் மீதுள்ள ஓர் எண்ணின் வலதுபுறமாக அமையும் ஒவ்வோர் எண்ணும் அந்த எண்ணைவிடப் பெரியதாகும்.

இரு முழுக்களோ அல்லது பின்னங்களோ கொடுக்கப்பட்டால், நமக்கு அவற்றை எவ்வாறு ஒப்பீடு செய்து அவற்றுள் எது பெரியது அல்லது சிறியது எனக் கூற இயலும். இப்போது, அவ்வாறே நாம் ஒரு சோடி விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுவோம்.

வகை 1: எதிரெதிர் குறிகளைக் கொண்ட இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.3

$\frac{5}{17}$ மற்றும் $\frac{-10}{19}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

ஒவ்வொரு மிகை எண்ணும் குறை எண்ணை விட பெரியது என்பதால், நாம் $\frac{5}{17} > \frac{-10}{19}$ என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.

வகை 2: ஒரே பகுதிகளைக் கொண்ட இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.4

$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{4}{3}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

பகுதி எண்கள் சமமாக இருப்பதால், தொகுதிகளை மட்டும் ஒப்பீடு செய்தல் போதுமானதாகும். $1 < 4$ என்பதால், $\frac{1}{3} < \frac{4}{3}$ என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.

வகை 3: வெவ்வேறு பகுதிகளைக் கொண்ட இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.5

$\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{5}{6}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

பகுதிகளின் மீ.சி.ம 12 ஆகும். (கண்டுபிடிக்கவும்!) ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் 12 ஐ பகுதியாகக் கொண்ட ஒரு சமான விகிதமுறு எண்ணைக் கண்டறிக. நாம் பெறுவது $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ மற்றும் $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$ ஆகும். இப்போது, இவை ஓரின பின்னங்கள் ஆகும்.

இங்கு, $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$. ஆகவே, நாம் $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ என முடிவு செய்கிறோம்.

வகை 4: திட்ட வடிவில் இல்லாத இரு விகிதமுறு எண்களை ஒப்பிடுதல்

எடுத்துக்காட்டு 1.6

$\frac{9}{-4}$ மற்றும் $\frac{-2}{3}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

$\frac{9}{-4}$ என்ற எண்ணானது திட்ட வடிவில் இல்லை. முதலில் அதை திட்ட வடிவில் எழுத வேண்டும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 8 20-02-2020 01:37:06 PM

$\frac{9}{-4} = \frac{9}{-4} \times \frac{-1}{-1}$ (மிகை பகுதியைப் பெற) $= \frac{-9}{4}$

இப்போது நாம் $\frac{9}{-4}$ மற்றும் $\frac{-2}{3}$ ஐ ஒப்பிடலாம். இவை இரண்டும் வேற்றின பின்னங்கள் என நாம் காண்கிறோம். அவற்றை ஓரின பின்னங்களாக மாற்ற நாம் அவற்றின் மீ.சி.ம ஆன 12 ஐ பயன்படுத்தலாம்.

இப்போது நாம் அவற்றின் சமான பின்னங்கள் $\frac{-9}{4} = \frac{-27}{12}$ மற்றும் $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடலாம் (எவ்வாறு?)

நாம் பகுதிகள் சமமாக உள்ளதை பார்க்கிறோம். ஆகவே, தொகுதிகளான -27 மற்றும் -8 ஐ மட்டும் ஒப்பிடுவது போதுமானதாகும்.

எண்கோட்டின் மீது அந்த எண்களைக் குறித்துப் பார்த்தால், நாம் பார்ப்பது

படம் 1.7

-8 ஆனது -27 இன் வலதுபுறமாக உள்ளது. ஆகவே, $(-8) > (-27)$ ஆகும். இதனால் கிடைக்கும் முடிவானது $\frac{-8}{12} > \frac{-27}{12}$ ஆகும். ஆகவே, $\frac{-2}{3} > \frac{9}{-4}$ என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.7

பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஏறு வரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

$$\frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}, \frac{-15}{20}, \frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}$$

தீர்வு:

முதலில் பகுதிகளை மிகை எண்களாக மாற்றி $\frac{-3}{5}, \frac{-7}{10}, \frac{-15}{20}, \frac{-14}{30}, \frac{-8}{15}$ என திட்ட வடிவில் எழுதவும். இங்கு, 5,10,15,20 மற்றும் 30 ஆகியவற்றின் மீ.சி.ம 60 ஆகும் (கண்டுபிடிக்கவும்!). கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களை 60 ஐப் பகுதியாகக் கொண்ட சமான பின்னங்களாக மாற்றவும்.

$\frac{-3}{5}$	$\frac{-7}{10}$	$\frac{-15}{20}$	$\frac{-14}{30}$	$\frac{-8}{15}$
$= \frac{-3}{5} \times \frac{12}{12}$	$= \frac{-7}{10} \times \frac{6}{6}$	$= \frac{-15}{20} \times \frac{3}{3}$	$= \frac{-14}{30} \times \frac{2}{2}$	$= \frac{-8}{15} \times \frac{4}{4}$
$= \frac{-36}{60}$	$= \frac{-42}{60}$	$= \frac{-45}{60}$	$= \frac{-28}{60}$	$= \frac{-32}{60}$

இப்போது $-36, -42, -45, -28$ மற்றும் -32 ஆகிய தொகுதி எண்களை மட்டும் ஒப்பிட,

$-45 < -42 < -36 < -32 < -28$ என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, $\frac{-45}{60} < \frac{-42}{60} < \frac{-36}{60} < \frac{-32}{60} < \frac{-28}{60}$ அதாவது, $\frac{-15}{20} < \frac{7}{-10} < \frac{-3}{5} < \frac{-8}{15} < \frac{14}{-30}$. எனவே,

ஏறுவரிசையானது $\frac{-15}{20}, \frac{7}{-10}, \frac{-3}{5}, \frac{-8}{15}$ மற்றும் $\frac{14}{-30}$ ஆகும். மேலும், அதன் பின்னோக்கு வரிசையான இறங்கு வரிசையானது $\frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}, \frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}$ மற்றும் $\frac{-15}{20}$ ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 9 20-02-2020 01:37:09 PM

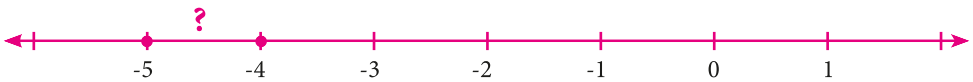
1.2.7 கொடுக்கப்பட்ட இரு எண்களுக்கிடையே விகிதமுறு எண்களைக் காணுதல்

4 மற்றும் 10 ஆகிய முழுக்களை எடுத்துக் கொள்வோம். அவற்றிற்கிடையே நாம் 5,6,7,8 மற்றும் 9 என ஐந்து முழுக்களை இடம் குறிக்கலாம் அல்லவா?

படம் 1.8

3 இக்கும் –2 இக்கும் இடையே எத்தனை முழுக்களை உங்களால் காண முடியும்? அவற்றைப் பட்டியலிடவும்.

–5 மற்றும் –4 இக்கு இடையே முழுக்கள் ஏதேனும் உள்ளனவா? இல்லை என்பதே பதிலாகும்.

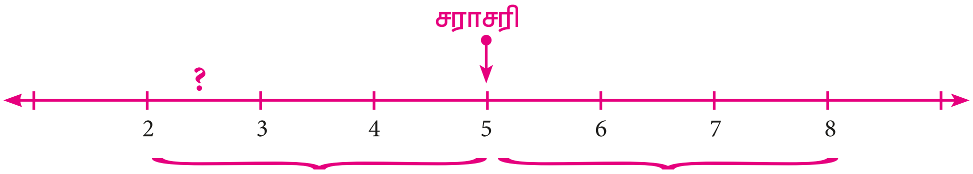


படம் 1.9

இதன் மூலம் கொடுக்கப்பட்ட இரு முழுக்கள் இடையே முழுக்களின் தேர்வானது வரையறுக்கப்பட்டதாகும் என்பது தெளிவாகிறது. அவை முடிவுடைய எண்ணிக்கையிலோ அல்லது அவற்றிற்கிடையே ஏதும் இல்லாமலோ இருக்கலாம். முழுக்களுக்குப் பதிலாக நாம் விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொண்டால் என்ன ஆகும்? என்பதைப் பற்றி நாம் சிந்திக்கலாம். இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே பலவிகிதுமுறுஎண்கள்உள்ளனஎன்பதனைக்நாம்காணஇருக்கிறோம்.இருவிகிதமுறுஎண்களுக்கிடையே பல விகிதுமுறு எண்களைக் காண குறைந்தது இரு வழிமுறைகள் உள்ளன.

சராசரிகள் முறை:

இரு எண்களின் சராசரியானது எப்போதும் அந்த இரு எண்களின் நடுவில் அமையும் என்பது நமக்குத் தெரியும். எடுத்துக்காட்டாக, 2 மற்றும் 8 இன் சராசரியானது $\frac{2+8}{2}=5$ ஆகும். பின்வரும் எண்கோட்டில் காட்டியுள்ளவாறு இந்த 5 ஆனது 2 மற்றும் 8 இன் நடுவில் உள்ளது.



படம் 1.10

இந்த கருத்தை, இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே கூடுதலான விகிதமுறு எண்களைக் காண நாம் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.8

$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ ஆகியவற்றிற்கு இடையே ஒரு விகிதமுறு எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

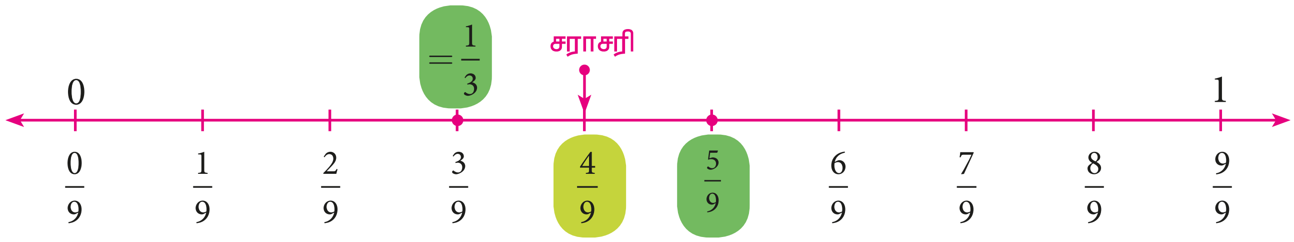
$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ இன் சராசரி $=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{9}\right)$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}+\frac{5}{9}\right) \quad \text{(ஏன்?)}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{9}+\frac{5}{9}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{9}$$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 10 20-02-2020 01:37:10 PM



படம் 1.11

$\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ இக்கு இடையே நாம் கண்ட ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது $\frac{4}{9}$ ஆகும். இதுபோன்று மேலும் பல எண்களை $\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{9}$ இக்கு இடையே நம்மால் காண இயலும். இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே எண்ணிலடங்கா விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என்பது இதன் மூலம் தெளிவாகிறது. கணிதரீதியாக, கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே, முடிவில்லாத எண்ணிக்கையிலான விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என நாம் கூறுகிறோம்.

சிந்திக்க

$\frac{-7}{11}$ இக்கும் $\frac{6}{-11}$ இக்கும் இடையே ஏதேனும் விகிதமுறு எண்கள் உள்ளனவா ?

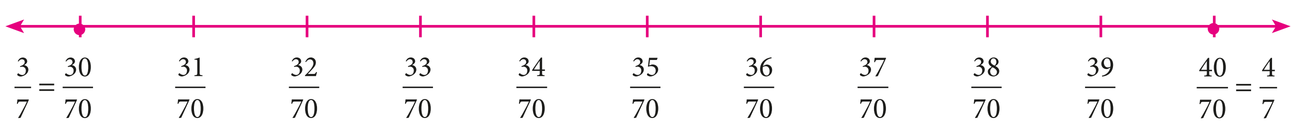
சமான விகிதமுறு எண்கள் முறை:

கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே கூடுதலான விகிதமுறு எண்களைப் பெற நாம் சமான பின்னங்களின் கருத்தைப் பயன்படுத்தலாம். இது பின்வரும் விளக்கத்தில் தெளிவாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

விளக்கம்:

இப்போது நாம் $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ இக்கு இடையில் கூடுதலான விகிதமுறு எண்களைப் பின்வரும் பட விளக்கத்தின் மூலம் காண முயற்சிக்கலாம். நாம் சமான விகிதமுறு எண்களின் பகுதியின் மடங்குகளைப் பெற்றால் (10 ஆல் பெருக்குவது என்பது எளிதான் ஒன்றாகும்) நம்மால் தேவையான அளவிற்கு பல விகிதமுறு எண்களைச் செருக இயலும்.

இங்கு நாம் $\frac{3}{7}$ ஐ $\frac{30}{70}$ எனவும் $\frac{4}{7}$ ஐ $\frac{40}{70}$ எனவும் எழுதலாம். இங்கு $\frac{3}{7}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ இக்கு இடையில் 9 விகிதமுறு எண்கள் இருப்பதைப் பின்வரும் எண்கோட்டில் காண்கிறோம்.

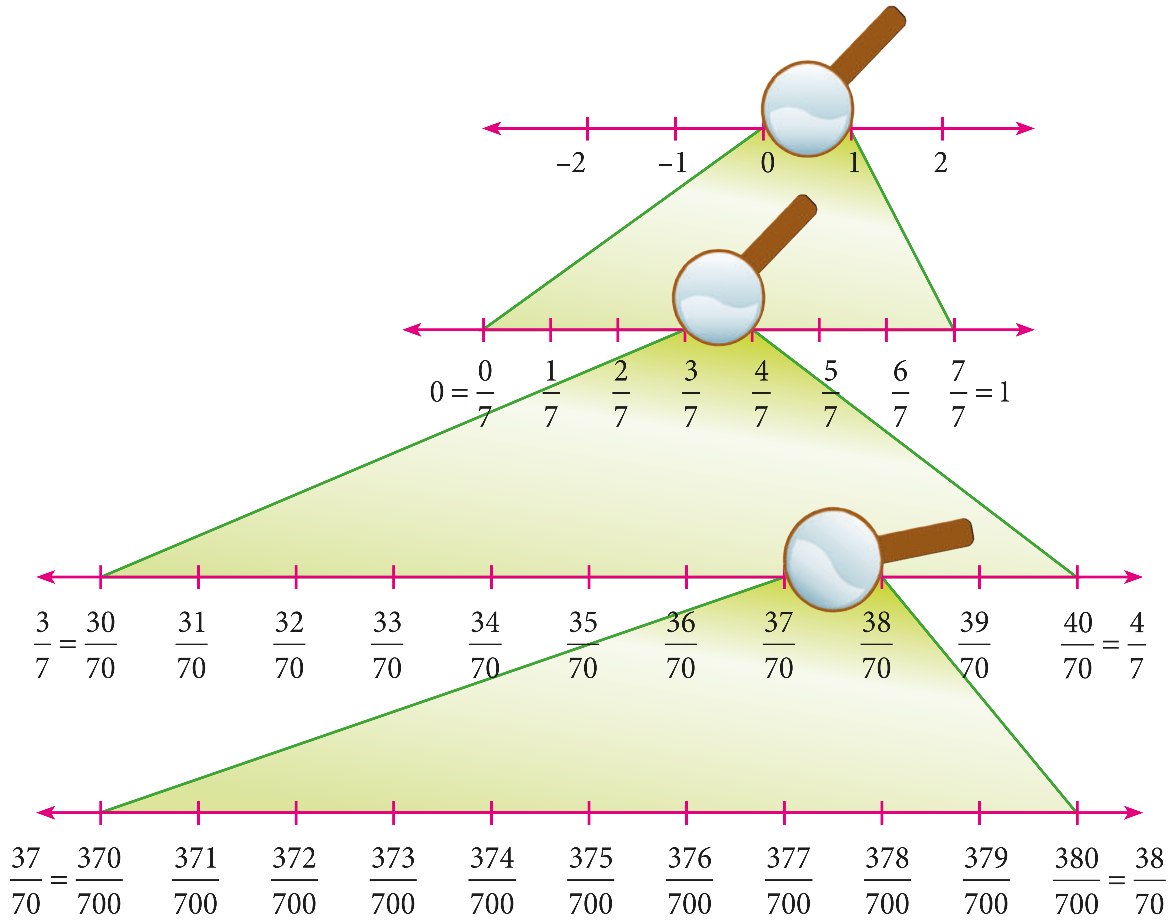


படம் 1.13

மேலும், நமக்கு $\frac{37}{70}$ மற்றும் $\frac{38}{70}$ இக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களை காண வேண்டும் எனில், $\frac{37}{70}$ ஐ $\frac{370}{700}$ எனவும் $\frac{38}{70}$ ஐ $\frac{380}{700}$ எனவும் எழுதினால், அப்போதும் அவற்றிற்கிடையில் $\frac{371}{700}, \frac{372}{700}, \frac{373}{700}, \frac{374}{700}, \frac{375}{700}, \frac{376}{700}, \frac{377}{700}, \frac{378}{700}$ மற்றும் $\frac{379}{700}$ என 9 விகிதமுறு எண்களை நாம் பெறலாம்.

பின்வரும் படமானது, ஒரு உருப்பெருக்கி கண்ணாடியின் மூலம், 0 மற்றும் 1 இக்கு இடையிலுள்ள பின்னப்பகுதிகளைப் பெரிதாக்கிப் பார்த்து, அவற்றிற்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களைக் காண முடியும் என்பதைத் தெளிவாகப் புரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 11 20-02-2020 01:37:15 PM



படம் 1.14

ஆகவே, இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே எண்ணிலடங்கா விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன என்பது இதன் மூலம் தெளிவாகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 1.9

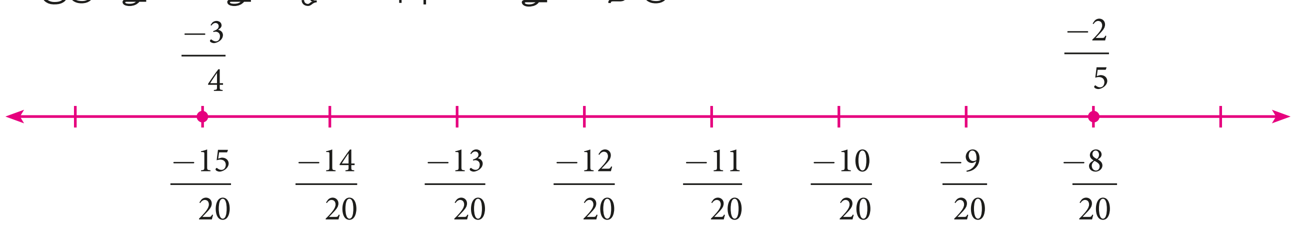
$\frac{-3}{4}$ மற்றும் $\frac{-2}{5}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே குறைந்தது இரண்டு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பகுதிகள் வெவ்வேறானவை. 4 மற்றும் 5 இன் மீ.சி.ம 20 ஆகும். இவற்றை 20 ஐ பகுதியாக கொண்ட விகிதமுறு எண்களாக மாற்றவும். இங்கு,

$\frac{-3}{4}=\frac{-3}{4}\times\frac{5}{5}=\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-2}{5}=\frac{-2}{5}\times\frac{4}{4}=\frac{-8}{20}$ ஆகும்.

இப்போது, $\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-8}{20}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே விகிதமுறு எண்களைக் கண்டு செருகுவது என்பது கீழே காட்டியுள்ளவாறு எளிதாகும்.



படம் 1.12

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 12 20-02-2020 01:37:20 PM

நம்மால் $\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-8}{20}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே $\frac{-9}{20}, \frac{-10}{20}, \frac{-11}{20}, \frac{-12}{20}, \frac{-13}{20}$ மற்றும் $\frac{-14}{20}$ என ஒரு சில விகிதமுறு எண்களை பட்டியலிட முடியும்.

$\frac{-15}{20}$ மற்றும் $\frac{-8}{20}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே இந்த விகிதமுறு எண்கள் மட்டுமே உள்ளனவா? சிந்திக்கவும்! முடிந்தால் அவற்றிற்கிடையே மேலும் 10 விகிதமுறு எண்களைக் காண முயற்சிக்கவும்!

குறிப்பு

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு, $\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{5}{-9}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் பல விகிதமுறு எண்களை நாம் விரைவாகக் காணலாம்:

திட்ட வடிவ விகிதமுறு எண்களின் வீச்சினை, பகுதிகளைத் தொகுதிகளோடு குறுக்குப் பெருக்கல் செய்து காணலாம். $\frac{-7}{11} \times \frac{-5}{9}$ ஆனது, குறுக்குப் பெருக்கலில் பகுதியானது 99 ஆக இருக்கும்படியும் வீச்சானது –63 முதல் –55 வரையிலும் கொடுக்கும். இது, கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பகுதியானது 99 ஆக இருக்கும்படி சமான விகிதமுறு எண்களை அமைப்பதாகுமே தவிர வேறொன்றுமில்லை!

பயிற்சி 1.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) $\frac{-19}{5}$ ஆனது ________ மற்றும் ________ என்ற முழுக்களுக்கிடையே இருக்கும்.

   (ii) $\frac{15}{-4}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் தசம வடிவம் ________ ஆகும்.

   (iii) $\frac{-8}{3}$ மற்றும் $\frac{8}{3}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்கள் ________ இலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கும்.

   (iv) $\frac{-15}{24}, \frac{20}{-32}, \frac{-25}{40}$ என்ற வரிசையின் அடுத்த விகிதமுறு எண் ________ ஆகும்.

   (v) $\frac{58}{-78}$ இன் திட்ட வடிவம் ________ ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக:**

   (i) 0 ஆனது மிகச்சிறிய விகிதமுறு எண் ஆகும்.

   (ii) $\frac{-4}{5}$ ஆனது $\frac{-3}{4}$ இன் இடதுபுறமாக உள்ளது.

   (iii) $\frac{-19}{5}$ ஆனது $\frac{15}{-4}$ ஐ விடப் பெரியது.

   (iv) இரு விகிதமுறு எண்களின் சராசரியானது அவற்றிற்கிடையே அமையும்.

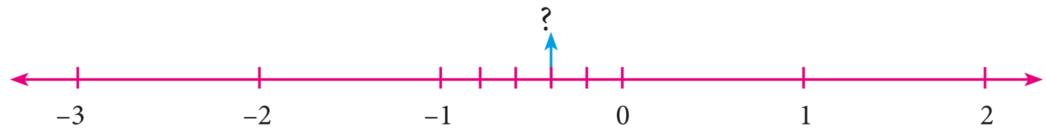
   (v) 10 மற்றும் 11 இக்கு இடையில் எண்ணிலடங்கா விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 13 20-02-2020 01:37:22 PM

3. எண்கோட்டின் மீது கேள்விக்குறியிட்டுள்ள இடங்களில் அமைந்த விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

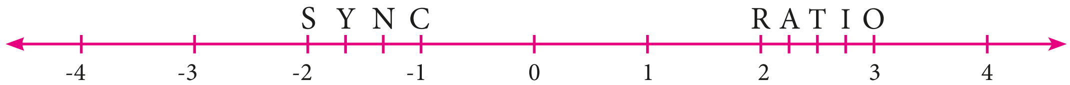
(i)

(ii)



(iii)

4. ஓர் எண்கோட்டின் மீது S, Y, N, C, R, A, T, I மற்றும் O ஆகிய புள்ளிகள் CN=NY=YS மற்றும் RA=AT=TI=IO என்றுள்ளவாறு இருக்கின்றன. Y, N, A, T மற்றும் I ஆகிய எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பெறும் விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.



5. ஓர் எண்கோட்டினை வரைந்து, அதன் மீது பின்வரும் விகிதமுறு எண்களைக் குறிக்கவும்.

(i) $\frac{9}{4}$ (ii) $\frac{-8}{3}$ (iii) $\frac{-17}{-5}$ (iv) $\frac{15}{-4}$

6. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களின் தசம வடிவத்தை எழுதவும்.

(i) $\frac{1}{11}$ (ii) $\frac{13}{4}$ (iii) $\frac{-18}{7}$ (iv) $1\frac{2}{5}$ (v) $-3\frac{1}{2}$

7. கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் ஏதேனும் ஐந்து விகிதமுறு எண்களைப் பட்டியிலிடுக.

(i) -2 மற்றும் 0 (ii) $\frac{-1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{7}{20}$ (iv) $\frac{-6}{4}$ மற்றும் $\frac{-23}{10}$

8. சராசரிகள் முறையைப் பயன்படுத்தி, $\frac{14}{5}$ மற்றும் $\frac{16}{3}$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே 2 விகிதமுறு எண்களை எழுதவும்.

9. பின்வரும் விகிதமுறு எண்சோடிகளை ஒப்பிடுக.

(i) $\frac{-11}{5}, \frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4}, \frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$.

10. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களை ஏறுவரிசை மற்றும் இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

(i) $\frac{-5}{12}, \frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}$ (ii) $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, 0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}$

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. $\frac{8}{9}$ கிடைக்க ________ என்ற எண்ணை $\frac{-6}{11}$ இலிருந்து கழிக்க வேண்டும்.

(அ) $\frac{34}{99}$ (ஆ) $\frac{-142}{99}$ (இ) $\frac{142}{99}$ (ஈ) $\frac{-34}{99}$

12. பின்வரும் சோடிகளில் எது சமான எண்களின் சோடியாகும்?

(அ) $\frac{-20}{12}, \frac{5}{3}$ (ஆ) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ (இ) $\frac{-18}{36}, \frac{-20}{44}$ (ஈ) $\frac{7}{-5}, \frac{-5}{7}$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 14 20-02-2020 01:37:25 PM

13. $\frac{-5}{4}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணானது __________ ஆகியவற்றின் இடையில் அமையும்.

(அ) 0 மற்றும் $\frac{-5}{4}$ (ஆ) -1 மற்றும் 0 (இ) -1 மற்றும் -2 (ஈ) -4 மற்றும் -5

14. பின்வரும் விகிதமுறு எண்களில் எது மிகப் பெரியது?

(அ) $\frac{-17}{24}$ (ஆ) $\frac{-13}{16}$ (இ) $\frac{7}{-8}$ (ஈ) $\frac{-31}{32}$

15. $\frac{112}{528}$ இன் எளிய வடிவில் உள்ள பகுதியின் இலக்கங்களின் கூடுதல்

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

1.3 விகிதமுறு எண்கள் மீதான அடிப்படைக் கணிதச் செயல்பாடுகள்

பின்னங்களை வழிநடத்தும் எல்லா விதிகளும் கோட்பாடுகளும் விகிதமுறு எண்களுக்கும் பொருந்தும்.

1.3.1 கூட்டல்

கூட்டலைச் செய்யும் போது நான்கு வெவ்வேறு விதமான சூழல்கள் அமையக்கூடும்.

வகை 1: ஒரே பகுதிகளைப் பெற்றிருக்கும் எண்களைக் கூட்டுதல்

இது சாதாரணமாக பின்னங்களைக் கூட்டுவது போன்றதாகும். முடிவானது, தொகுதிகளைக் கூட்டி பொதுவான பகுதியால் வகுப்பது என்பது முடிவாக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.10

கூட்டவும்: $\frac{-6}{11}, \frac{8}{11}, \frac{-12}{11}$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களைத் திட்ட வடிவில் எழுதிய பிறகு அவற்றைக் கூட்டவும்.

ஆகவே, $\frac{-6}{11}+\frac{8}{11}+\frac{-12}{11}=\frac{-6+8-12}{11}=\frac{-10}{11}$

வகை 2: வெவ்வேறு பகுதிகளைப் பெற்றிருக்கும் எண்களைக் கூட்டுதல்

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்களை திட்ட வடிவில் எழுதிய பிறகு, அவற்றின் பகுதிகளின் மீ.சி.ம –வைப் பயன்படுத்தி, அந்த எண்களைப் பொதுப் பகுதியைக் கொண்ட சமான பின்னங்களாக மாற்றி, வகை 1 ஆக அமைய மாற்றவும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.11

கூட்டவும்: $\frac{-5}{9}, \frac{-4}{3}, \frac{7}{12}$

தீர்வு:

9, 3, 12 இன் மீ.சி.ம = 36

$$\frac{-5}{9}+\frac{-4}{3}+\frac{6}{12}=\frac{-5}{9}\times\frac{4}{4}+\frac{-4}{3}\times\frac{12}{12}+\frac{7}{12}\times\frac{3}{3}$$

$$=\frac{-20}{36}+\frac{-48}{36}+\frac{21}{36}=\frac{-20-48+21}{36}=\frac{-47}{36}$$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 15 20-02-2020 01:37:27 PM

1.3.2 கூட்டல் நேர்மாறு

ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறு என்பது கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்ணுடன் கூட்டும்போது பூச்சியத்தை அளிக்கும் மற்றொரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{4}{3}$ மற்றும் $\frac{-4}{3}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் நேர்மாறுகள் ஆகும். ஏனெனில், அவற்றின் கூடுதல் பூச்சியம் ஆகும்.

சிந்திக்க

பூச்சியமானது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகுமா? அப்படியெனில், அதன் கூட்டல் நேர்மாறு என்ன?

1.3.3 கழித்தல்

கழித்தல் என்பது கூட்டல் நேர்மாறைக் கூட்டுவதே ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

$\frac{-12}{17}$ இலிருந்து $\frac{9}{17}$ ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{-12}{17}-\frac{9}{17}=\frac{-12}{17}+\left(\frac{-9}{17}\right)=\frac{-12-9}{17}=\frac{-21}{17}$

எடுத்துக்காட்டு 1.13

$\left(-4\frac{5}{22}\right)$ இலிருந்து $\left(-2\frac{6}{11}\right)$ ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு:

இங்கு, $\left(-4\frac{5}{22}\right)-\left(-2\frac{6}{11}\right)$

$$=\frac{-93}{22}-\left(\frac{-28}{11}\right)=\frac{-93}{22}+\frac{28}{11}=\frac{-93+28\times 2}{22}=\frac{-93+56}{22}=\frac{-37}{22}=-1\frac{15}{22}$$

1.3.4 பெருக்கல்

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலனை, எண்களின் ஒத்த தொகுதிகளையும் பகுதிகளையும் பெருக்கி கண்டுபிடித்துப் பிறகு அவற்றைத் திட்ட வடிவில் எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

மதிப்பு காண்க (i) $\frac{-5}{8}\times\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)$

தீர்வு:

(i) $\frac{-5}{8}\times\frac{7}{3}=\frac{-5\times 7}{8\times 3}=\frac{-35}{24}$

(ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)=\frac{6}{11}\times\frac{(-4)}{1}=\frac{6\times(-4)}{11\times 1}=\frac{-24}{11}$

1.3.5 பெருக்கல் நேர்மாறு

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலன் 1 எனில், அவை ஒவ்வொன்றும் மற்றொன்றுக்கு தலைகீழி அல்லது பெருக்கல் நேர்மாறு எனப்படும்.

சிந்திக்க

1 மற்றும் −1 இன் பெருக்கல் நேர்மாறு என்ன?

a என்ற விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழி $\frac{1}{a}$ ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும். ஏனெனில், $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1$ ஆகும்.

$\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{b}{a}$ ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும். ஏனெனில், $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}=1$ ஆகும்.

1.3.6 வகுத்தல்

பின்னங்களின் தலைகீழிகள் கருத்தினைப் பயன்படுத்தி விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தலுக்கும் விரிவாக்கம் செய்யலாம். ஒரு விகிதமுறு எண்ணை மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணால் வகுக்க நாம் கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண்ணை இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணால் பெருக்க வேண்டும். அதாவது, வகுத்தல் என்பது வகுத்தியின் பெருக்கல் நேர்மாறால் பெருக்குவதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.15

$\frac{7}{-8}$ ஐ $\frac{-3}{4}$ ஆல் வகுக்கவும்.

தீர்வு:

இங்கு, $\frac{7}{-8}\div\frac{-3}{4}=\frac{-7}{8}\times\frac{-4}{3}=\frac{7}{6}$

இவற்றை முயல்க

வகுக்கவும்:

(i) $\frac{-7}{3}$ ஐ 5 ஆல் (ii) 5 ஐ $\frac{-7}{3}$ ஆல்

(iii) $\frac{-7}{3}$ ஐ $\frac{35}{6}$ ஆல்

குறிப்பு

b, c மற்றும் d ஆகியவை பூச்சியமற்ற எண்கள் எனில்,

(i) $\left(\frac{a}{b}\right)\div c=\frac{a}{bc}$ (ii) $a\div\left(\frac{b}{c}\right)=\frac{ac}{b}$ (iii) $\left(\frac{a}{b}\right)\div\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ad}{bc}$ ஆகும்.

1.4 அடிப்படைச் செயல்கள் மீதான வார்த்தைக் கணக்குகள்

எடுத்துக்காட்டு 1.16

இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் $\frac{4}{5}$ ஆகும். ஓர் எண் $\frac{2}{15}$ எனில், மற்றோர் எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

மற்றோர் எண்ணை x என்க

$$\frac{2}{15}+x=\frac{4}{5}\ (\text{தரவு})\Rightarrow x=\frac{4}{5}-\frac{2}{15}=\frac{12-2}{15}=\frac{10}{15}\Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.17

இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலன் $\frac{-2}{3}$ ஆகும். ஓர் எண் $\frac{3}{7}$ எனில் மற்றோர் எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

மற்றோர் எண்ணை x என்க

$$\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3}\ (\text{தரவு})$$

இருபுறமும் $\frac{3}{7}$ இன் பெருக்கல் தலைகீழி $\frac{7}{3}$ ஆல் பெருக்க,

$$\Rightarrow\frac{7}{3}\times\frac{3}{7}\times x=\frac{7}{3}\times\frac{-2}{3}\Rightarrow x=\frac{-14}{9}$$

மாற்று முறை

$$\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-2}{3}\times\frac{7}{3}=\frac{-14}{9}$$

(குறுக்குப் பெருக்கல் மூலம்)

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 17 20-02-2020 01:37:33 PM

எடுத்துக்காட்டு 1.18

ஒரு நாடாச் சுருளின் நீளம் $18\frac{3}{4}$ மீ ஆகும். சங்கரியிடம் 4 முழுச் சுருள்களும், ஒரு சுருளின் மூன்றில் ஒரு பகுதியும் உள்ளன எனில், சங்கரியிடம் மொத்தமாக எத்தனை மீட்டர் நாடா உள்ளது?

தீர்வு:

சங்கரியிடம் இருக்கும் நாடாவின் மொத்த நீளம்

$$= 18\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{3}$$

$$= \frac{75}{4} \times \frac{13}{3} = \frac{325}{4} = 81\frac{1}{4} \text{ மீ}$$

படம் 1.15

எடுத்துக்காட்டு 1.19

எந்த விகிதமுறு எண்களைக் கூட்ட மற்றும் கழிக்க அவை $3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}+2\frac{3}{8}$ என்ற கூடுதலை அருகிலுள்ள முழு எண்ணாக மாற்றும் எனக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}+2\frac{3}{8}$

$$= \frac{7}{2}+\frac{7}{4}+\frac{19}{8} = \frac{7\times4+7\times2+19\times1}{8} = \frac{28+14+19}{8}$$

$$= \frac{61}{8} = 7\frac{5}{8}$$ ஆனது, முழு எண்கள் 7 மற்றும் 8 இக்கு இடையில் அமைகிறது.

$7\frac{5}{8}$ இலிருந்து $\frac{5}{8}$ ஐ கழித்தால், அது 7 ஆக மாறும். நாம் $7\frac{5}{8}$ உடன் $\frac{3}{8}$ ஐ கூட்டினால் அது $7+\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=7+1=8$ ஆக மாறும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.20

ஒரு மாணவர் ஓர் எண்ணை $\frac{8}{9}$ ஆல் பெருக்குவதற்குப் பதிலாக, தவறுதலாக $\frac{8}{9}$ ஆல் வகுத்து விட்டார். அவருக்குக் கிடைத்த விடைக்கும், சரியான விடைக்குமான வித்தியாசம் 34 எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

அந்த எண்ணை x என்க.

மாணவர் கண்டுபிடிக்க வேண்டியது $\frac{8x}{9}$. ஆனால், அவர் கண்டுபிடித்தது $\frac{x}{\left(\frac{8}{9}\right)}$ அதாவது, $\frac{9x}{8}$ ஆகும்.

இங்கு, $\frac{9x}{8}-\frac{8x}{9} = 34$ (தரவு)

$$\frac{81x-64x}{72} = 34 \Rightarrow \frac{17x}{72} = 34$$

$$x = \frac{34\times72}{17} = 144$$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 18 20-02-2020 01:37:36 PM

எடுத்துக்காட்டு 1.21

மதிப்பு காண்க: $\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$

தீர்வு:

இங்கு, $\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)=\left(\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{-5}{3}\times\frac{12}{30}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$

$$=\left(\frac{8}{6}+\frac{9}{6}\right)+\left(\frac{-1}{1}\times\frac{4}{6}\right)+\left(\frac{-3}{1}\times\frac{-3}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{17}{6}\right)+\left(\frac{-4}{6}\right)+\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{17-4}{6}\right)+\frac{9}{4}=\frac{13}{6}+\frac{9}{4}=\frac{26+27}{12}=\frac{53}{12}$$

பயிற்சி 1.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) $\frac{-5}{12}+\frac{7}{15}$ இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

   (ii) $\left(\frac{-3}{6}\right)\times\left(\frac{18}{-9}\right)$ இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

   (iii) $\left(\frac{-15}{23}\right)\div\left(\frac{30}{-46}\right)$ இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

   (iv) ________ என்ற விகிதமுறு எண்ணுக்கு தலைகீழி கிடையாது.

   (v) -1 இன் பெருக்கல் நேர்மாறு ________ ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக:**

   (i) எல்லா விகிதமுறு எண்களும் ஒரு கூட்டல் தலைகீழியைப் பெற்றிருக்கும்.

   (ii) 0 மற்றும் -1 ஆகியன அவற்றின் கூட்டல் நேர்மாறுகளுக்குச் சமமான விகிதமுறு எண்கள் ஆகும்.

   (iii) $\frac{-11}{-17}$ இன் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{11}{17}$ ஆகும்.

   (iv) தன்னைத்தானே தலைகீழியாகக் கொண்ட விகிதமுறு எண் -1 ஆகும்

   (v) அனைத்து விகிதமுறு எண்களுக்கும் பெருக்கல் நேர்மாறு உள்ளன.

3. கூடுதலைக் காண்க:

   (i) $\frac{7}{5}+\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{5}+\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{6}{5}+\left(\frac{-14}{15}\right)$ (iv) $-4\frac{2}{3}+7\frac{5}{12}$

4. $\frac{-17}{11}$ இலிருந்து $\frac{-8}{44}$ ஐக் கழிக்கவும்.

5. மதிப்பு காண்க: (i) $\frac{9}{132}\times\frac{-11}{3}$ (ii) $\frac{-7}{27}\times\frac{24}{-35}$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 19 20-02-2020 01:37:39 PM

6. வகுக்கவும்: (i) $\frac{-21}{5}$ ஐ $\frac{-7}{-10}$ ஆல் (ii) $\frac{-3}{13}$ ஐ -3 ஆல் (iii) -2 ஐ $\frac{-6}{15}$ ஆல்

7. (i) $a=\frac{1}{2}, b=\frac{2}{3}$ (ii) $a=\frac{-3}{5}, b=\frac{2}{15}$ எனில், $(a + b) \div (a - b)$ ஐக் காண்க:

8. $\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{10}\times 3$ ஐச் சுருக்கி, அது 11 மற்றும் 12 இக்கு இடையில் அமைந்துள்ள ஒரு விகிதமுறு எண் என நிரூபிக்கவும்.

9. சுருக்குக :

(i) $\left[\frac{11}{8}\times\left(\frac{-6}{33}\right)\right]+\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{5}\div\frac{9}{20}\right)\right]-\left[\frac{4}{7}\times\frac{-7}{5}\right]$ (ii) $\left[\frac{4}{3}\div\left(\frac{8}{-7}\right)\right]-\left[\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\right]+\left[\frac{4}{3}\times\left(\frac{-1}{4}\right)\right]$

10. ஒரு மாணவர் ஓர் எண்ணை $\frac{4}{3}$ ஆல் வகுப்பதற்குப் பதிலாக $\frac{4}{3}$ ஆல் பெருக்கி சரியான விடையைக் காட்டிலும் 70 ஐக் கூடுதலாகப் பெற்றார். அந்த எண்ணைக் காண்க.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{12}\right)$ இன் திட்ட வடிவம் ___________ ஆகும்.

(அ) 1 (ஆ) $\frac{-1}{2}$ (இ) $\frac{1}{12}$ (ஈ) $\frac{1}{22}$

12. $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{2}=$ ___________.

(அ) $\frac{15}{64}$ (ஆ) 1 (இ) $\frac{5}{8}$ (ஈ) $\frac{1}{16}$

13. $\frac{3}{4}\div\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\right)=$ ___________.

(அ) $\frac{13}{10}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{3}{2}$ (ஈ) $\frac{5}{8}$

14. $\frac{3}{4}\times\left(\frac{5}{8}\div\frac{1}{2}\right)=$ ___________.

(அ) $\frac{5}{8}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{15}{32}$ (ஈ) $\frac{15}{16}$

M9V8I8

15. இவற்றுள் எந்த விகிதமுறு எண்ணிற்கு கூட்டல் நேர்மாறு உள்ளது?

(அ) 7 (ஆ) $\frac{-5}{7}$ (இ) 0 (ஈ) இவை அனைத்திற்கும்

குறிப்பு

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\neq\frac{a+c}{b+d}$? ஏன்?

ஒரு கணித கூற்றானது எந்த விதிவிலக்குமின்றி 100% உண்மை எனில் மட்டுமே, அக்கூற்று உண்மையாகும். இங்கு, $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4+4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ எனக் கூட்டினால், அது தவறு. ஏனெனில், $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1$.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 20 20-02-2020 01:37:46 PM

1.5 விகிதமுறு எண்களின் பண்புகள்

இங்குக் கீழே பட்டியலிடப்பட்டுள்ள சில பண்புகள் கணக்குகளைத் தீர்க்க மிகுந்தப் பயனளிக்கும்.

1.5.1 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின தொகுப்பிற்கான அடைவுப் பண்பு/விதி

i) **கூட்டலுக்கான அடைவுப் பண்பு:**

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதலான $a + b$ ஆனதும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.

ii) **பெருக்கலுக்கான அடைவுப் பண்பு:**

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலனான ab ஆனதும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.

> **இவற்றை முயல்க**
>
> முழுக்களின் மீதான அடைவுப் பண்பு கழித்தலுக்கு உண்மையாகும் ஆனால் வகுத்தலுக்கு உண்மையல்ல. இது விகிதமுறு எண்களுக்கு என்னவாகும்? சரிபார்க்கவும்.

விளக்கம்

$a = \frac{3}{4}$ மற்றும் $b = \frac{-1}{2}$ எனக் கொள்க

இங்கு, $a + b = \frac{3}{4} + \frac{-1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{-2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$ ஆனது $\mathbb{Q}$ வில் உள்ளது.

மேலும், $a \times b = \frac{3}{4} \times \frac{-1}{2} = \frac{-3}{8}$ ஆனது $\mathbb{Q}$ வில் உள்ளது.

1.5.2 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான பரிமாற்றுப் பண்பு/விதி

i) **கூட்டலுக்கான பரிமாற்றுப் பண்பு:**

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு $a + b = b + a$ ஆகும்.

ii) **பெருக்கலுக்கான பரிமாற்றுப் பண்பு:**

a மற்றும் b என்ற ஏதேனும் இரு விகிதமுறு எண்களுக்கு $ab = ba$ ஆகும்.
(இங்கு ab என்பது $a \times b$ மற்றும் ba என்பது $b \times a$ ஆகும்.)

விளக்கம்

$a = \frac{-7}{8}$ மற்றும் $b = \frac{3}{5}$ எனக் கொள்க.

இங்கு, $a + b = \frac{-7}{8} + \frac{3}{5} = \frac{-7 \times 5 + 3 \times 8}{40} = \frac{-35 + 24}{40} = \frac{-11}{40}$

மேலும், $b + a = \frac{3}{5} + \frac{-7}{8} = \frac{3 \times 8 + -7 \times 5}{40} = \frac{24 - 35}{40} = \frac{-11}{40}$

இங்கு, $a + b = b + a$ என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, கூட்டலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

மேலும்,

$$a \times b = \frac{-7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{-7 \times 3}{8 \times 5} = \frac{-21}{40}$$

மற்றும், $b \times a = \frac{3}{5} \times \frac{-7}{8} = \frac{3 \times -7}{5 \times 8} = \frac{-21}{40}$

> **இவற்றை முயல்க**
>
> 1. $\frac{3}{5} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8} - \frac{3}{5}$ என்பது சரியாகுமா?
> 2. $\frac{3}{5} \div \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \div \frac{5}{3}$ என்பது சரியாகுமா?
>
> எனவே, உனது முடிவு என்ன?

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 21 20-02-2020 01:37:47 PM

முழுக்களின் பண்புகளைக் கொண்ட கீழ்கண்ட அட்டவணையில் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பவும்.
(a, b, c முழுக்கள் எனில் , $-a, -b, -c$ யும் முழுக்களே ஆகும்)

செயல்கள்	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு	சமனிப் பண்பு	நேர்மாறு பண்பு	பங்கீட்டுப் பண்பு
கூட்டல்	$a+b$ யும் $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது. எ.கா: $5+(-3)=2$ $\Rightarrow 2$ ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது	$a+b=b+a$ எ.கா: $5+(-3)=(-3)+5$ $\Rightarrow 2=2$	$(a+b)+c$ $=a+(b+c)$ எ.கா: $(2+3)+(-4)=1$ $2+[3+(-4)]=1$	$a+0$ $=0+a=a$ எ.கா: $(-4)+0$ $=0+(-4)=-4$	$a+(-a)$ $=(-a)+a=0$ எ.கா: $5+(-5)$ $=(-5)+5=0$	$a\times(b+c)$ $=(a\times b)+(a\times c)$ எ.கா: $2\times[3+(-5)]=-4$ $(2\times3)+[2\times(-5)]$ $=-4$
பெருக்கல்	ab யும் $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது. எ.கா: ________	$a\times b=b\times a$ எ.கா: ________	$(a\times b)\times c$ $=a\times(b\times c)$ எ.கா: $(2\times3)\times(-6)=-36$ $2\times[3\times(-6)]=-36$	$a\times1$ $=1\times a=a$ எ.கா: ________	சாத்தியமில்லை	பொருந்தாது
கழித்தல்	$a-b$ யும் $\mathbb{Z}$ இல் உள்ளது. எ.கா: ________	உண்மையல்ல $a-b\neq b-a$ எ.கா: ________	உண்மையல்ல $(a-b)-c$ $\neq a-(b-a)$ எ.கா: ________	உண்மையல்ல $a-0\neq 0-a$ எ.கா: $5-0=5$ $0-5=-5$ $5\neq-5$	உண்மையல்ல $a-(-a)$ $\neq(-a)-a$ எ.கா: $2-(-2)=4$ $(-2)-2=-4$ $4\neq-4$	$a\times(b-c)$ $=(a\times b)-(a\times c)$ எ.கா: ________
வகுத்தல்	$a\div b$ ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் இல்லை. எ.கா: $3\div5=\frac{3}{5}$ ஆனது $\mathbb{Z}$ இல் இல்லை.	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	உண்மையல்ல	பொருந்தாது

இங்கு, $a\times b = b\times a$ என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, பெருக்கலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்கிறது.

1.5.3 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான சேர்ப்பு பண்பு/விதி

i) கூட்டலுக்கான சேர்ப்பு பண்பு:

a*, *b மற்றும் ***c*** என்ற ஏதேனும் 3 விகிதமுறு எண்களுக்கு, $a + (b + c) = (a + b) + c$ ஆகும்.

ii) பெருக்கலுக்கான சேர்ப்பு பண்பு:

a*, *b மற்றும் ***c*** என்ற ஏதேனும் 3 விகிதமுறு எண்களுக்கு, $a(bc) = (ab)c$ ஆகும்.

விளக்கம்

$a = \frac{-1}{2}$, $b = \frac{3}{5}$ மற்றும் $c = \frac{-7}{10}$ என மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொள்ளவும்.

இங்கு, $a+b = \frac{-1}{2}+\frac{3}{5} = \frac{-5}{10}+\frac{6}{10}$ (ஒரே பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்கள்)

$$a+b = \frac{-5+6}{10} = \frac{1}{10}$$

$$(a+b)+c = \frac{1}{10}+\left(\frac{-7}{10}\right) = \frac{1-7}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \quad ...(1)$$

மேலும், $b + c = \frac{3}{5}+\frac{-7}{10} = \frac{6}{10}+\frac{-7}{10} = \frac{6-7}{10} = \frac{-1}{10}$

$$a+(b+c) = \frac{-1}{2}+\frac{-1}{10} = \frac{-5}{10}+\frac{-1}{10} = \frac{-5-1}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \quad ...(2)$$

(1) மற்றும் (2) இலிருந்து, $(a+b)+c = a+(b+c)$ என்பது விகிதமுறு எண்களுக்கு உண்மையாகிறது.

இதுபோன்று, $a\times b = \frac{-1}{2}\times\frac{3}{5} = \frac{-1\times 3}{2\times 5} = \frac{-3}{10}$

$$(a\times b)\times c = \frac{-3}{10}\times\frac{-7}{10} = \frac{-3\times -7}{10\times 10} = \frac{21}{100} \quad ...(3)$$

மேலும், $b\times c = \frac{3}{5}\times\frac{-7}{10} = \frac{3\times -7}{5\times 10} = \frac{-21}{50}$

$$a\times(b\times c) = \frac{-1}{2}\times\frac{-21}{50} = \frac{-1\times -21}{2\times 50} = \frac{21}{100} \quad ...(4)$$

(3) மற்றும் (4) இலிருந்து, $(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$ என்பது விகிதமுறு எண்களுக்கு உண்மையாகிறது. ஆகவே, விகிதமுறு எண்களுக்கு சேர்ப்புப் பண்பானது கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கு உண்மையாகிறது.

இவற்றை முயல்க

விகிதமுறு எண்களுக்கு, கழித்தல் மற்றும் வகுத்தலானது சேர்ப்புப் பண்பை நிறைவு செய்யுமா? என சரிபார்க்கவும்.

1.5.4 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான சமனிப் பண்பு/விதி

i) கூட்டலுக்கான சமனிப் பண்பு:

a என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $0 + a = a = 0 + a$ என்று அமையுமாறு 0 என்ற தனித்த விகிதமுறு எண்ணானது இருக்கிறது.

ii) பெருக்கலுக்கான சமனிப் பண்பு:

a என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $1 \times a = a = a \times 1$ என்று அமையுமாறு 1 என்ற தனித்த விகிதமுறு எண்ணானது இருக்கிறது.

விளக்கம்

$a = \frac{3}{-7}$ அதாவது $a = \frac{-3}{7}$ எனக் கொள்க. இங்கு, $\frac{-3}{7} + 0 = \frac{-3}{7} = 0 + \frac{-3}{7}$ (சரிதானே?)

ஆகவே, 0 ஆனது $\frac{-3}{7}$ இன் கூட்டல் சமனி ஆகும்.

மேலும், $\frac{-3}{7} \times 1 = \frac{-3}{7} = 1 \times \frac{-3}{7}$ (சரிதானே?)

ஆகவே, 1 ஆனது $\frac{-3}{7}$ இன் பெருக்கல் சமனி ஆகும்.

1.5.5 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான நேர்மாறுப் பண்பு/விதி

i) கூட்டல் நேர்மாறுப் பண்பு:

a என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $a + (-a) = (-a) + a = 0$ என்று அமையுமாறு $-a$ என்ற தனித்த விகிதமுறு எண் இருக்கும். இங்கு, 0 ஆனது கூட்டல் சமனி ஆகும்.

ii) பெருக்கல் நேர்மாறுப் பண்பு:

b என்ற எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் $b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$ என்று அமையுமாறு $\frac{1}{b}$ என்ற தனித்த விகிதமுறு எண் இருக்கும். இங்கு, 1 ஆனது பெருக்கல் சமனி ஆகும்.

விளக்கம்

$a = \frac{-11}{23}$ என்க. இங்கு, $-a = -\left(\frac{-11}{23}\right) = \frac{11}{23}$

எனவே, $a + (-a) = \frac{-11}{23} + \frac{11}{23} = \frac{-11+11}{23} = \frac{0}{23} = 0$

மேலும், $(-a) + a = \frac{11}{23} + \frac{-11}{23} = \frac{11-11}{23} = \frac{0}{23} = 0$

$\therefore\ a + (-a) = (-a) + a = 0$ என்பது உண்மையாகும்.

மேலும், $b = \frac{-17}{29}$ என்க. எனவே, $\frac{1}{b} = \frac{29}{-17} = \frac{-29}{17}$

$$b \times \frac{1}{b} = \frac{-17}{29} \times \frac{-29}{17} = 1$$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 24 20-02-2020 01:37:56 PM

மேலும், $\frac{1}{b}\times b = \frac{-29}{17}\times\frac{-17}{29}=1$

$\therefore\ b\times\frac{1}{b}=\frac{1}{b}\times b=1$ என்பது உண்மையாகும்.

1.5.6 $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கான பங்கீட்டுப் பண்பு/விதி

விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு, பெருக்கலானது கூட்டலைப் பங்கீடுச் செய்யும்.

a*, *b மற்றும் ***c*** என்ற ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்களுக்கு, $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$ என்பது பங்கீட்டு விதி ஆகும்.

விளக்கம்:

$a=\frac{-7}{9}$, $b=\frac{11}{18}$ மற்றும் $c=\frac{-14}{27}$ என மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக் கொள்ளவும்.

இங்கு, $b+c\ =\ b+c=\frac{11}{18}+\frac{-14}{27}=\frac{33}{54}+\frac{-28}{54}=\frac{33-28}{54}=\frac{5}{54}$

(ஒரே பகுதியைக் கொண்ட சமான விகிதமுறு எண்கள்)

$$\therefore\ a\times(b+c)\ =\ \frac{-7}{9}\times\frac{5}{54}=\frac{-7\times5}{9\times54}=\frac{-35}{486} \qquad ---(1)$$

மேலும், $a\times b\ =\ \frac{-7}{9}\times\frac{11}{18}=\frac{-7\times11}{9\times18}=\frac{-77}{9\times9\times2}$

$$a\times c\ =\ \frac{-7}{9}\times\frac{-14}{27}=\frac{7\times14}{9\times9\times3}=\frac{98}{9\times9\times3}$$

$$\therefore\ (a\times b)+(a\times c)\ =\ \frac{-77}{9\times9\times2}+\frac{98}{9\times9\times3}$$

$$=\frac{-77\times3+98\times2}{9\times9\times2\times3}$$

$$=\frac{-231+196}{486}=\frac{-35}{486} \qquad ---(2)$$

(1) மற்றும் (2) ஆனது $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$ எனக் காட்டுகிறது.

ஆகவே, $\mathbb{Q}$ என்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு, கூட்டலின் மீதான பெருக்களின் பங்கீட்டுப் பண்பு உண்மையாகும்.

பயிற்சி 1.3

1. $\frac{-5}{7}$ மற்றும் $\frac{8}{9}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான அடைவுப் பண்பினைச் சரிபார்க்கவும்.

2. $\frac{-10}{11}$ மற்றும் $\frac{-8}{33}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கானப் பரிமாற்றுப் பண்பினைச் சரிபார்க்கவும்.

2PZUVM

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 25 20-02-2020 01:37:59 PM

3. $\frac{-7}{9}, \frac{5}{6}$ மற்றும் $\frac{-4}{3}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கானச் சேர்ப்புப் பண்பினைச் சரிபார்க்கவும்.

4. விகிதமுறு எண்களுக்கான $a\times(b+c)=(a\times b)+(a+c)$ என்ற பங்கீட்டுப் பண்பினை $a=\frac{-1}{2}$, $b=\frac{2}{3}$ மற்றும் $c=\frac{-5}{6}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்கு சரிபார்க்கவும்.

5. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான சமனிப் பண்பினை $\frac{15}{19}$ மற்றும் $\frac{-18}{25}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குச் சரிபார்க்கவும்.

6. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலுக்கான நேர்மாறு பண்பினை $\frac{-7}{17}$ மற்றும் $\frac{17}{27}$ ஆகிய விகிதமுறு எண்களுக்குச் சரிபார்க்கவும்.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

7. விகிதமுறு எண்களுக்கு ________ என்ற எண்ணால் அடைவுப் பண்பானது வகுத்தலுக்கு உண்மையாகாது.

(அ) 1 (ஆ) -1 (இ) 0 (ஈ) $\frac{1}{2}$

8. $\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\neq\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\frac{5}{6}$ என்பது கழித்தலானது, விகிதமுறு எண்களின் ________ப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது என்பதை விளக்குகிறது.

(அ) பரிமாற்று (ஆ) அடைவு (இ) பங்கீட்டு (ஈ) சேர்ப்பு

9. பின்வருவருனவற்றுள் எது கூட்டலின் நேர்மாறுப் பண்பினை விளக்குகிறது?

(அ) $\frac{1}{8}-\frac{1}{8}=0$ (ஆ) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$ (இ) $\frac{1}{8}+0=\frac{1}{8}$ (ஈ) $\frac{1}{8}-0=\frac{1}{8}$

10. $\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}$ என்பது, பெருக்கலானது ________ இன் மீது பங்கீடு செய்கிறது என்பதை விளக்குகிறது.

(அ) கூட்டல் (ஆ) கழித்தல் (இ) பெருக்கல் (ஈ) வகுத்தல்

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரே சோடி விகிதமுறு எண்களுக்கு வெவ்வேறு அடிப்படைச் செயல்கள், வழக்கமாக வெவ்வேறான விடைகளைக் கொடுக்கும் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆனால், விகிதமுறு எண்களில் சில வியப்பூட்டும் விதிவிலக்குகள் கொண்ட பின்வரும் விகிதமுறு எண்களின் கணக்கீடுகளை சரிபார்க்கவும்.

(i) $\frac{13}{4}+\frac{13}{9}=\frac{13}{4}\times\frac{13}{9}$ (ii) $\frac{169}{30}+\frac{13}{15}=\frac{169}{30}\div\frac{13}{15}$

வியப்பூட்டுகிறதல்லவா! முடிந்தால், இதைப்போன்று மேலும் சில வியப்பூட்டும் எடுத்துக்காட்டுகளை முயற்சி செய்யலாமே!

சிந்திக்க

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}=\frac{4}{5}$$

என்பதைக் கவனிக்கவும். உங்களின் தர்க்க ரீதியான திறனைப் பயன்படுத்தி, மேலே கொடுக்கப்பட்ட அமைப்பில் முதல் 7 எண்களின் கூடுதலைக் காண்க.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 26 20-02-2020 01:38:03 PM

1.6 வர்க்க எண்களின் அறிமுகம்

1	1 2 3 4	1 2 3 4 5 6 7 8 9
இது ஓர் அலகைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 1 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 1^2 என எழுதுகிறோம். **$1^2 = 1$**	இது 2 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 2 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 2^2 என எழுதுகிறோம். **$2^2 = 2 \times 2 = 4$**	இது 3 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 3 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 3^2 என எழுதுகிறோம். **$3^2 = 3 \times 3 = 9$**

பல தருணங்களில் இதுபோல நாம் எழுதுகிறோம்.

$$4^2 = 16$$

இது "4 இன் வர்க்கம் 16" எனக் கூறுகிறது.

இதில், மேலுள்ள 2 ஆனது **வர்க்கத்தைக்** குறிக்கிறது. மேலும், எண் 4 ஆனது அந்தப் பெருக்கலில் $(4 \times 4 = 4^2 = 16)$ எத்தனை முறை வருகிறது என்பதைக் குறிக்கிறது.

1, 4, 9, 16, ... போன்ற அனைத்து எண்களும் வர்க்க எண்கள் ஆகும் (முழு வர்க்க எண்கள் என்றும் அழைக்கப்படும்). இவை ஒவ்வொன்றும் இரு சம (ஒரே) காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக அமைந்துள்ளன.

நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது **ஒரு வர்க்க எண்** எனப்படும்.

49 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா? ஆம், ஏனெனில், அதனை 7^2 என எழுதலாம். 50 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா?

பின்வரும் அட்டவணையானது 1 இலிருந்து 20 வரையிலான எண்களின் வர்க்கங்களை அளிக்கிறது.

எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்
1	1	6	36	11	121	16	256
2	4	7	49	12	144	17	289
3	9	8	64	13	169	18	324
4	16	9	81	14	196	19	361
5	25	10	100	15	225	20	400

இந்த அட்டவணையை 50 வரையிலான எண்களுக்கு நீட்டிப்பு செய்ய முயல்க.

இப்போது நாம் மேற்கண்ட அட்டவணையைக் கொண்டு, வர்க்க எண்களின் பின்வரும் பண்புகளை எளிதில் சரிபார்க்கலாம்.

- வர்க்க எண்கள் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் ஏதேனும் ஓர் எண்ணில் மட்டுமே முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 1 அல்லது 9 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 1 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 4 இல் முடியும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 27 20-02-2020 01:38:03 PM

- ஓர் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 9 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 4 அல்லது 6 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 6 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 5 அல்லது 0 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது முறையே 5 அல்லது 0 இல் முடியும்.
- ஓர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் ஒற்றை எண்ணாகவே இருக்கும். மேலும், ஓர் இரட்டைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் இரட்டை எண்ணாகவே இருக்கும்.
- 2, 3, 7 மற்றும் 8 இல் முடியும் எண்கள் முழு வர்க்கங்கள் அல்ல.

சிந்திக்க

1. ஒரு பகா எண்ணின் வர்க்கமானது பகா எண்ணாகுமா?
2. இரு முழு வர்க்க எண்களின் கூடுதலானது எப்போதும் முழு வர்க்க எண்ணாக இருக்குமா? இது அவற்றின் கழித்தலுக்கும் பெருக்கலுக்கும் எவ்வாறு பொருந்தும்?

இவற்றை முயல்க

1. 256, 576, 960, 1025, 4096 ஆகிய எண்களில் எவையெவை முழு வர்க்க எண்களாகும்.? (சிறுகுறிப்பு: முன்பு பார்த்த வர்க்க அட்டவணையை நீட்டிப்பு செய்ய முயல்க)
2. பின்வரும் எண்கள் பார்த்தவுடனேயே ஒவ்வொன்றும் முழு வர்க்க எண் அல்ல எனக் கூறலாம். ஏன்? என விளக்கவும். 82, 113, 1972, 2057, 8888, 24353.

1.6.1 வர்க்க எண்களின் மேலும் சில சிறப்பு பண்புகள்

(i) 1 ஐத் தவிர்த்த ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 3 இன் மடங்காகவோ அல்லது 3 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(ii) 1 ஐத் தவிர்த்த ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 4 இன் மடங்காகவோ அல்லது 4 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(iii) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 3 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மீதியாக இருக்காது.

(iv) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 4 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மற்றும் 3 ஆகியன மீதியாக இருக்காது.

(v) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 8 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 அல்லது 4 ஆகவோ இருக்கும். ஆனால் 2, 3, 5, 6 அல்லது 7 ஆகியன மீதிகளாக இருக்காது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

செவ்விய எண்களான 6, 28, 496, 8128 போன்றவை வர்க்க எண்கள் அல்ல.

குறிப்பு

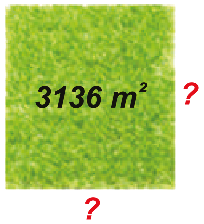
ஒரு முழு வர்க்க எண்ணானது பூச்சியத்தில் முடியுமெனில், அது எப்போதும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்களைக் கொண்டு மட்டுமே முடிய வேண்டும். இதனைப் பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் நாம் சரிபார்க்கலாம்.

எண்	10	20	30	40	...	90	100	110	...	2000	...
அதன் வர்க்கம்	100	400	900	1600	...	8100	10000	12100	...	4000000	...

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 28 20-02-2020 01:38:03 PM

எடுத்துக்காட்டு 1.22

ஒரு சதுர நிலத்தின் பரப்பளவு 3136 சதுர மீட்டர் எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.



தீர்வு:

சதுர நிலத்தின் பரப்பு = 3136 மீ^{2} (தரவு)

∴ சதுர நிலத்தின் பக்க அளவு = $\sqrt{3136}$ = 56 மீ

∴ சதுர நிலத்தின் சுற்றளவு = $4 \times$ பக்க அளவு

= 4×56

= 224 மீ

```
        5  6
   ----------
 5  | 31 36
    | 25
   ----------
106 |  6 36
    |  6 36
   ----------
    |     0
```

சிந்திக்க

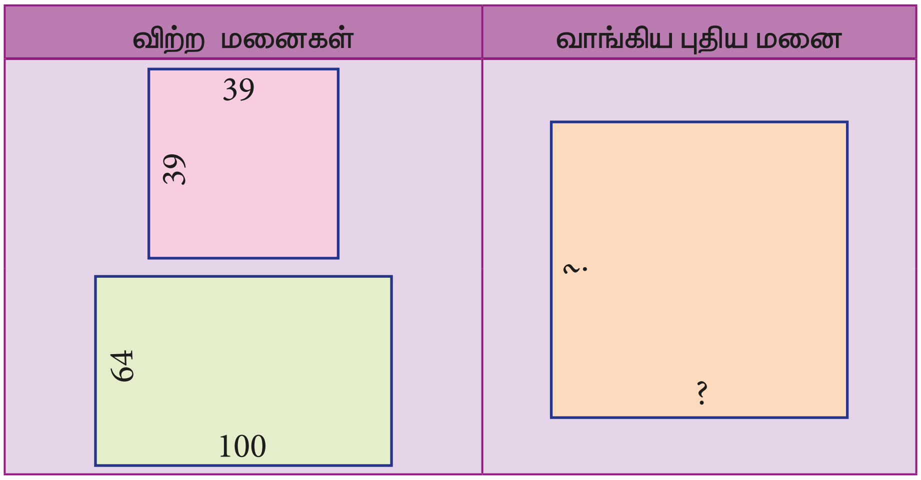
இந்தக் கூற்றைக் கவனிக்க: அடுத்தடுத்த எண்கள் n மற்றும் $(n+1)$ ஆகியவற்றின் வர்க்கங்களுக்கிடையே, $2n$ வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன. இந்தக் கூற்று உண்மையாகுமா? 2500 மற்றும் 2601 ஆகிய எண்களுக்கிடையே எத்தனை வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன? கூற்றைச் சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.23

மனையின் சொந்தக்காரர் ஒருவர், 39 மீ பக்க அளவுக் கொண்ட ஒரு சதுர மனையும், 100 மீ நீளமும் 64 மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வக மனையும் என 2 மனைகள் வைத்திருந்தார். இவை இரண்டையும் விற்று, அவர் புதியதாக அதே பரப்பளவில் ஒரு சதுர மனையை வாங்குகிறார் எனில், அவருடைய புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு என்ன?

தீர்வு:

பரிமாற்றங்களைப் பின்வருமாறு காணலாம்:



வாங்கிய சதுர மனையின் பரப்பளவு	=	விற்ற சதுர மனையின் பரப்பளவு	+	விற்ற செவ்வக மனையின் பரப்பளவு
	=	39×39	+	100×64
	=	1521	+	6400
	=	7921 மீ		

புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு = $\sqrt{7921}$ = 89 மீ

```
        8  9
   ----------
 8  | 79 21
    | 64
   ----------
169 | 15 21
    | 15 21
   ----------
    |     0
```


01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 29 20-02-2020 01:38:04 PM

1.7 வர்க்கமூலம்

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் போன்ற செயல்பாடுகளைப் போன்றே வர்க்கப்படுத்துதலும் ஒரு கணிதச் செயல்பாடு ஆகும். பெரும்பாலான கணிதச் செயல்பாடுகளுக்கு நேர்மாறு (எதிர்மறை எனப் பொருள்படும்) செயல்பாடுகள் உண்டு. எடுத்துக்காட்டாக, கழித்தலானது, கூட்டலுக்கு நேர்மாறாகவும், வகுத்தலானது, பெருக்கலுக்கு நேர்மாறாகவும் உள்ளன. இவ்வாறே வர்க்கமானது வர்க்கமூலம் காணுதலை ஒரு நேர்மாறு செயல்பாடாக பெற்றுள்ளது.

ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக $\sqrt{81}$ என்பது 9 ஆகும். ஏனெனில் $9 \times 9 = 81$ ஆகும். அருகிலுள்ள அட்டவணையில், 1 முதல் 100 வரையிலான அனைத்து முழு வர்க்க எண்களின் வர்க்கமூலங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$11^2 = 121$ எனில், $\sqrt{121}$ என்பது யாது? $529 = 23^2$ எனில், 529 இன் வர்க்கமூலம் யாது? நமக்கு, $324 = 18^2$ எனத் தெரியுமானால், உடனடியாக நாம் $\sqrt{324} = 18$ எனக் கூறி விடலாம்.

வர்க்க மூலம்	காரணம்
$\sqrt{1} = 1$	$1^2 = 1$
$\sqrt{4} = 2$	$2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	$3^2 = 9$
$\sqrt{16} = 4$	$4^2 = 16$
$\sqrt{25} = 5$	$5^2 = 25$
$\sqrt{36} = 6$	$6^2 = 36$
$\sqrt{49} = 7$	$7^2 = 49$
$\sqrt{64} = 8$	$8^2 = 64$
$\sqrt{81} = 9$	$9^2 = 81$
$\sqrt{100} = 10$	$10^2 = 100$

இங்கு, $1^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, 1 இன் வர்க்கமூலம் 1 ஆகும். மேலும் $(-1)^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, -1 ஆனதும் 1 இன் வர்க்கமூலம் ஆகும்.

$2^2 = 4$ ஆகும், ஆகவே 4 இன் வர்க்கமூலம் 2 ஆகும். மேலும் $(-2)^2 = 4$ ஆகும். ஆகவே, -2 ஆனதும் 4 இன் வர்க்கமூலம் ஆகும். இது போன்று, $3^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 ஆகும். மேலும் $(-3)^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 மற்றும் -3 எனத் தொடர்கிறது.

மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணிற்கு, வர்க்கமூலங்களாக இரு முழுக்கள் இருப்பதைத் தெரிவிக்கின்றன. ஆனால், கணக்குகளில் நாம் ஓர் இயல் எண்ணின் மிகை வர்க்கமூலத்தையே எடுத்துக்கொள்வோம். ஓர் எண்ணின் மிகை வர்க்க மூலத்தை எப்போதும் $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீட்டைக் கொண்டு குறிக்கப்படுகிறது.

ஆகவே, $\sqrt{4}$ என்பது 2 மட்டுமே (-2 அல்ல). மேலும், $\sqrt{9}$ என்பது 3 மட்டுமே (-3 அல்ல). இது பொதுவாக ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட குறியீடாகும் என்பதனை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

1.7.1 பகாக்காரணிப்படுத்துதல் மூலம் வர்க்கமூலம் காணுதல்

எண்களின் பகாக்காரணிகளையும் அந்த எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக்காரணிகளையும் கொண்ட பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்க.

எண்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக்காரணிகள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக்காரணிகள்
6	$6 = 2 \times 3$	$6^2 = 36$	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 3)^2$
8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	$8^2 = 64$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (2 \times 2 \times 2)^2$
12	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^2 = 144$	$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 3)^2$
15	$15 = 3 \times 5$	$15^2 = 225$	$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^2$

6 மற்றும் அதன் பகாக்காரணிகளைக் கவனிக்கவும். இதில் 2 மற்றும் 3 ஆனது எத்தனை முறை பட்டியலில் வருகின்றன? இப்போது, அதன் வர்க்கமான 36 மற்றும் அதன் பகாக்காரணிகளைக் கவனிப்போம். இங்கு, 2 மற்றும் 3 ஆனது எத்தனை முறை வருகின்றன? இவ்வாறே 8, 12 மற்றும் 15 ஆகிய எண்களுக்கும் கண்டுபிடிக்கவும். (நாம் நமது விருப்பம் போல் எந்த ஓர் எண்ணையும் அதன் வர்க்கத்தையும் தேர்ந்தெடுக்கலாம்) நாம் காண்பது என்ன? நாம் காண்பது யாதெனில்,

ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக்காரணிகளின் எண்ணிக்கை = அந்த எண்ணின் பகாக்காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்கு என்பதாகும்.

இந்தக் கருத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணலாம். முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாகி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.24

பகாக் காரணிபடுத்துதல் முறையில் 324 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாக்கி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலம் காண வேண்டும்.

இங்கு, $324 = 2\times2\times3\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3^2$

$= (2\times3\times3)^2$

$\therefore \sqrt{324} = \sqrt{(2\times3\times3)^2}$

$= 2\times3\times3$

$= 18$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.25

250 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கவோ வகுக்கவோ அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. மேலும், அதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

5	250
5	50
5	10
2	2
	1

இங்கு, $250 = 5 \times 5 \times 5 \times 2$

$= 5^2 \times 5 \times 2$

இங்கு, பகாக் காரணிகளான 5 மற்றும் 2 இக்கு சோடிகள் இல்லை.

எனவே, நாம் 250 ஐ 10 (5×2) ஆல் பெருக்கவோ, வகுக்கவோ செய்யலாம்.

(i) 250 ஐ 10 ஆல் பெருக்க, நாம் பெறுவது $2500 = 5^2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2$. ஆகவே, 2500 இன் வர்க்கமூலம் $5 \times 5 \times 2 = 50$ ஆகும்.

(ii) 250 ஐ 10 ஆல் வகுக்க, நாம் பெறுவது 25. இங்கு $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ எனப் பெறுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.26

108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

இங்கு, $108 = 2\times2\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3$

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

சிந்திக்க

இங்கு, 108 ஐப் பெருக்கி அல்லது வகுத்து ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாக்க, மிகச்சிறிய காரணியைக் காண வேண்டும் எனில், நாம் என்ன செய்ய வேண்டும்?

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 31 20-02-2020 01:38:11 PM

இங்கு, பகாக்காரணியான 3 இக்கு இரண்டாவது சோடி இல்லை. ஆகவே, 108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண் அல்ல.

1.7.2 நீள் வகுத்தல் முறையில் ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்

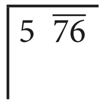
அதிகப்படியான இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களை நாம் காணும்போது, அவற்றின் வர்க்கமூலங்களைப் பகாக்காரணிப்படுத்துதல் முறையில் காண்பது என்பது நீளமானதாகவும் கடினமானதாகவும் அமையக்கூடும். அவ்வாறான சூழல்களில், நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்துவது நமக்கு உதவிடும். இந்த முறையைப் பற்றி நாம் இரண்டு விளக்கங்களைக் கொண்டு இங்கு பார்க்கலாம்.

விளக்கம் 1

நீள் வகுத்தல் முறையில் 576 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

படி 1:

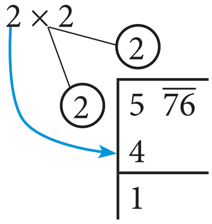
ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள இலக்கம் தொடங்கி, இலக்கங்களைச் சோடியாக்கவும். ஒவ்வொரு சோடியும், மீதமுள்ள இலக்கமும் (ஏதேனும் இருப்பின்) ஒரு காலக் கட்டம் எனப்படும். ஒவ்வொரு சோடியின் மீதும் ஒரு சிறுக்கோட்டுத்துண்டினை இடவும் (கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் வலதுப் புறத்திலிருந்து). அந்த எண்ணில் ஒற்றை எண்ணிக்கையிலான இலக்கங்கள் இருப்பின், இடதுப்புற கடைசி இலக்கத்தின் மீது சிறுக்கோட்டுத்துண்டு இருக்காது.



ஆகவே, இங்கு நமக்கு $5\ \overline{76}$ என உள்ளது.

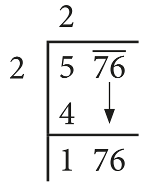
படி 2:

முதல் காலக் கட்டத்திலுள்ள எண்ணை விடச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கத்தைச் சிந்திக்கவும். அந்த எண்ணை வகுத்தியாகவும் ஈவு ஆகவும் எடுத்துக்கொள்ளவும். இங்கு, கடைசி இடதுப்புற எண் 5 ஆகும். ஆகவே, 5 இக்குச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கமானது 2 ஆகும். இதுவே, நமது வகுத்தியும் ஈவும் ஆகும்.



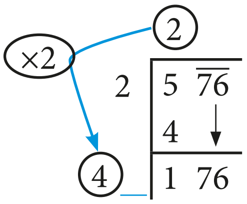
படி 3:

76 ஐ கீழே கொண்டு வந்து, மீதிக்கு வலதுபுறமாக எழுதவும். இப்போது, புதிய வகுபடும் எண்ணாக 176 ஆனது கிடைக்கும்.



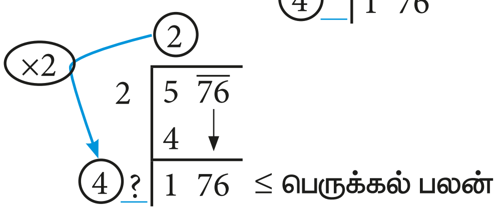
படி 4:

புதிய வகுத்தியைக் காண, முன்பு பெற்ற ஈவு (2)ஐ 2 ஆல் (எப்போதும்) பெருக்க வேண்டும். மேலும், அதனருகே ஒரு சிறு இடத்தை விட்டு விட வேண்டும்.



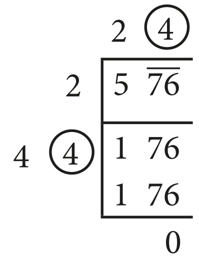
படி 5:

இங்கு புதிய வகுத்தியான 4 உடன் ஓர் இலக்கம் சேரும். புதிய ஈவுடன் புதிய வகுத்தியைப் பெருக்கினால் அது 176 ஐ விடக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்படி இந்த இலக்கத்தைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும்.



படி 6:

தேவையான இலக்கமாக இங்கு 4 அல்லது 6 ஆக இருக்கும் எனத் தெளிவாகிறது. (ஏன்?) ஆனால் நாம் கணக்கிடும்போது, $4\underline{6}\times\underline{6}=276$ ஆகவும் $4\underline{4}\times\underline{4}=176$ ஆகவும் கிடைக்கிறது. ஆகவே, அந்தச் சிறு இடத்தில் 4 என்ற எண்ணை இடுக்கிறோம். இங்கு 176 இலிருந்து 176 ஐ எழுதிக் கழித்து 0 ஐ மீதியாகப் பெறுகிறோம். அதாவது, மேலே உள்ள 24 என்ற ஈவானது 576 இன் வர்க்கமூலம் ஆகும்.

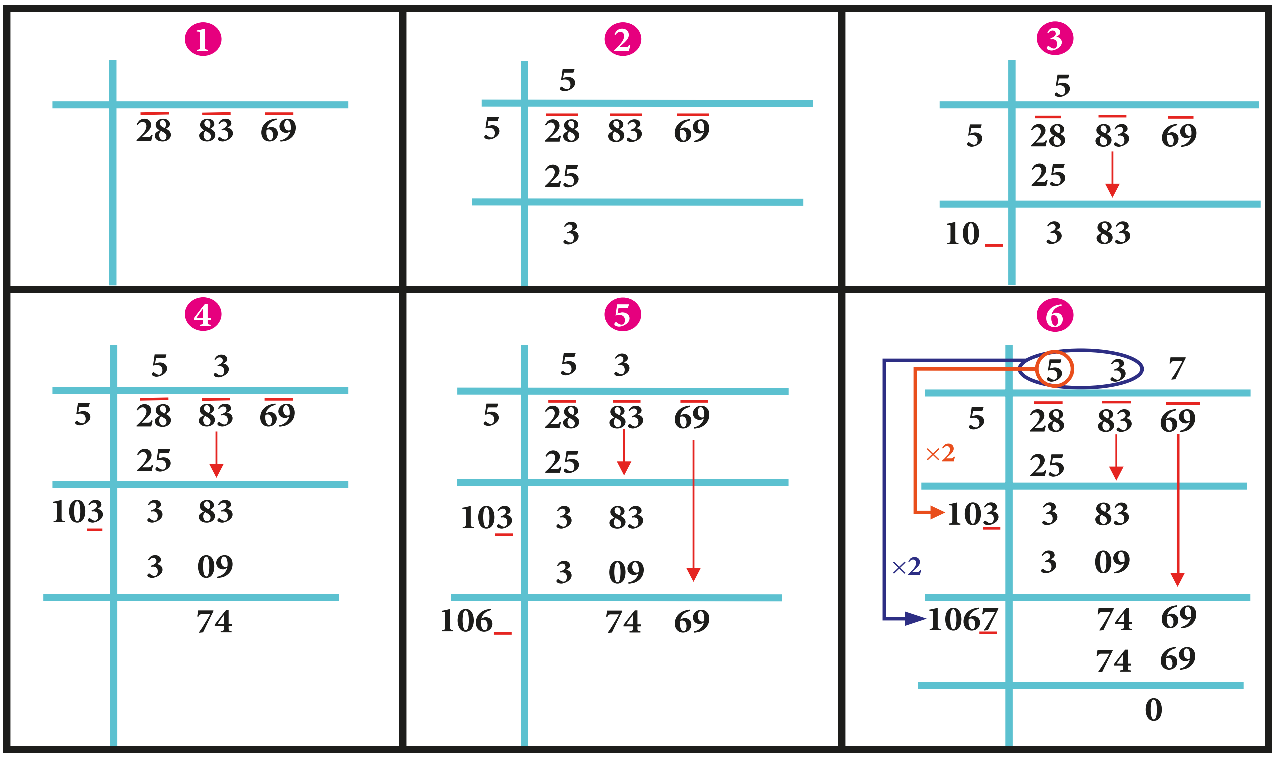


$\therefore \sqrt{576}=24$ ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 32 20-02-2020 01:38:12 PM

விளக்கம் 2

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில், 288369 இன் வர்க்கமூலத்தை ஒவ்வொரு நிலையிலும் காணுதலும் படிவாரியாக கணக்கிடுதலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு படியையும் ஒன்றன் பின் ஒன்றாகக் கவனித்து, அந்த படிகள் விளக்குவதைப் புரிந்துகொள்ளவும்.



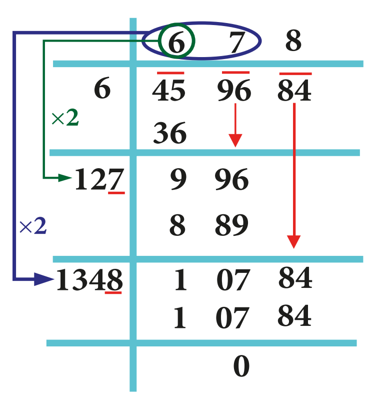
நாம் $\sqrt{288369} = 537$ எனக் காண்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.27

நீள் வகுத்தல் முறையில் 459684 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

நீள் வகுத்தல் முறையில் 459684 இன் வர்க்கமூலத்தை நாம் கீழே கொடுக்கபட்டுள்ளவாறுக் காணலாம்.



$\therefore \sqrt{459684} = 678$

இவற்றை முயல்க

நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

1. 400 2. 1764 3. 9801

1.7.3 ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காணுதல்

நீள் வகுத்தல் முறையில், வர்க்கமூலத்தைக் காண நாம் சிறுக்கோட்டுத்துண்டினைப் பயன்படுத்தினோம். இந்தக் சிறுக்கோட்டுத்துண்டுக் குறிகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண உதவும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிக்கவும் (நீள் வகுத்தல் முறையில் சிறு கோட்டுத்துண்டுகளுடன் வர்க்கமூலத்தைக் காணும் போது).

எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை	எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை
$\sqrt{169} = 13$	2	2	$\sqrt{4356} = 66$	2	2
$\sqrt{441} = 21$	2	2	$\sqrt{6084} = 78$	2	2
$\sqrt{12544} = 112$	3	3	$\sqrt{27225} = 165$	3	3

ஆகவே, சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளின் எண்ணிக்கையானது வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் என நாம் முடிவு செய்கிறோம்.

இவற்றை முயல்க

வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிடாமல், பின்வரும் எண்களின் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை ஊகித்துக் கூறவும்.

1. 14400 2. 390625 3. 100000000

1.7.4 தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்

தசம வடிவிலுள்ள எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிட நாம் பின்வரும் படிகளைப் பின்பற்றுவோம்.

படி 1:

தசம இடங்கள் இரட்டையாக வரும்படி தசமப் பகுதியிலுள்ள கடைசி இலக்கத்திற்கு அடுத்து பூச்சியத்தைச் சேர்க்க வேண்டும் (தேவைப்பட்டால் மட்டுமே).

$\sqrt{42.25}$ ஐக் காணுதல்

படி 2:

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணில் முழுக்களின் பகுதியும் தசமப் பகுதியும் உள்ளன. முழுக்கள் பகுதியை, முன்பு செய்ததுப் போன்று சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட்டு, நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்திக் கண்டவாறு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

$\sqrt{42.25}$ இல் சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளை நாம் இடுகிறோம்.

இவற்றை முயல்க

1. 5.4756 2. 19.36 3. 116.64 ஆகியவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

படி 3:

தசமப் பகுதியில், முதல் தசம இடத்தில் தொடங்கிச் சோடி எண்களுக்குச் சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட வேண்டும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 34 20-02-2020 01:38:14 PM

படி 4:

இப்போது, நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

படி 5:

முழுக்கள் பகுதி முடிந்தவுடன், தசமப் புள்ளியை வர்க்கமூலத்தில் இட வேண்டும்.

$\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$

		6 5
6		$\overline{42}$ $\overline{25}$
		36
125		6 25
		6 25
		0

1.7.5 எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்

ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் a மற்றும் b இக்கு,

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.28

$\sqrt{256}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$\sqrt{256} = \sqrt{16 \times 16} = \sqrt{16} \times \sqrt{16} = 4 \times 4 = 16$ (அல்லது) $\sqrt{256} = \sqrt{64 \times 4} = \sqrt{64} \times \sqrt{4} = 8 \times 2 = 16.$

சிந்திக்க

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ஐப் பயன்படுத்தி கோடிட்ட இடங்களை நிரப்ப முயற்சிக்கவும்:

$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{9} \times \sqrt{4} = 3 \times 2 = 6$	$\sqrt{36} = \sqrt{9} \times \sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{81} = ?$	$\sqrt{9} \times \sqrt{9} =$ __ × __ = __	$\sqrt{81} = \sqrt{9} \times \sqrt{9}$ ஆகுமா?
$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{9} \times \sqrt{16} =$ __ × __ = __	$\sqrt{144} = \sqrt{9} \times \sqrt{16}$ ஆகுமா?	$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{36} \times \sqrt{4} =$ __ × __ = __	$\sqrt{144} = \sqrt{36} \times \sqrt{4}$ ஆகுமா?
$\sqrt{100} = ?$	$\sqrt{25} \times \sqrt{4} =$ __ × __ = __	$\sqrt{100} = \sqrt{25} \times \sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{1225} = ?$	$\sqrt{25} \times \sqrt{49} =$ __ × __ = __	$\sqrt{1225} = \sqrt{25} \times \sqrt{49}$ ஆகுமா?

செயல்பாடு

மேற்கண்ட அட்டவணையைப் போன்று, a மற்றும் b ஆகிய இரு முழு வர்க்க எண்களுக்கு $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ ஆனது நிறைவு செய்யும்படி வர்க்கமூலக் கணக்குகளைக் கொண்ட ஓர் அட்டவணையைத் தயாரிக்க. இந்தச் சிந்தனையைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிட்ட சில வர்க்கமூலக் கணக்குகளை எளிதில் கணக்கிட முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.29

$\sqrt{42.25}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இதனை நாம், $\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}}$ என எழுதலாம்.

இப்போது, 4225 என்ற முழு எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை நீள் வகுத்தல் முறையில் எளிதாகக் கணக்கிட முடியும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 35 20-02-2020 01:38:18 PM

$\sqrt{4225} = 65$ ஆகவே, நாம் பெறுவது

$$\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}} = \frac{65}{10} = 6.5$$

இந்த முறையானது, தசம இடங்களைப் பற்றிக் கவலையில்லாமல், தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தை காணப் பயன்படும் மற்றொரு வழியாக அமைகிறது.

இவற்றை முயல்க

மேற்கண்ட முறையைப் பயன்படுத்தி 1.2321 மற்றும் 11.9025 ஆகிய எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.30

சுருக்குக: (i) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{\frac{98}{162}}$

தீர்வு:

(i) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$$

(ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$$\sqrt{\frac{98}{162}} = \sqrt{\frac{2 \times 49}{2 \times 81}} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{7^2}{9^2}} = \frac{7}{9}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.31

சுருக்குக: (i) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

தீர்வு:

(i) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{5^2}{4^2}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

குறிப்புரை: (ii) கணக்கில், ஒருவரால் உடனடியாக விடையை $1\frac{3}{4}$ என கூறிவிடத் தோன்றும். ஆனால், அது தவறாகும். ஏனெனில், கொடுக்கப்பட்ட கலப்பு பின்னத்தைத் தகா பின்னமாக மாற்றிய பிறகு, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்தி மட்டுமே விடையைக் கூற வேண்டும்.

1.7.6 வர்க்கமூலங்களின் தோராய மதிப்பறிதல்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\sqrt{40}$, 6 மற்றும் 7 ஆகிய எண்களை உங்களால் ஏறுவரிசையில் எழுத இயலுமா? இங்கு 40 என்பது ஒரு வர்க்க எண் அல்ல. அதனால், இதன் வர்க்க மூலத்தை நாம் எளிதாக தீர்மானிக்க இயலாது. ஆனால், $\sqrt{40}$ இன் தோராய மதிப்பை ஊகிக்க முடியும். அதைக் கணித்து இங்கு பயன்படுத்தலாம்.

இவற்றை முயல்க

எண்களை ஏறு வரிசையில் எழுதவும்.

1. 4, $\sqrt{14}$, 5 மற்றும் 2. 7, $\sqrt{65}$, 8

40 இன் மிக அருகிலுள்ள இரு வர்க்க எண்களாக 36 மற்றும் 49 ஆகிய எண்கள் இருப்பதை நாம் அறிவோம்.

ஆகவே, $36 < 40 < 49$ என்பதை $6^2 < 40 < 7^2$ என எழுதலாம்.

வர்க்கமூலத்தை காண, நாம் பெறுவது $6 < \sqrt{40} < 7$.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 36 20-02-2020 01:38:21 PM

பயிற்சி 1.4

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) 77 இன் வர்க்கத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கமானது ____________ ஆகும்.

   (ii) 24^2 மற்றும் 25^2 ஆகியவற்றிற்கிடையே _______ எண்ணிக்கையிலான வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன.

   (iii) 300 இக்கும் 500 இக்கும் இடையே _______ முழு வர்க்க எண்கள் உள்ளன.

   (iv) ஓர் எண்ணில் 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருப்பின், அந்த எண்ணின் வர்க்கமூலத்தில் ____________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

   (v) $\sqrt{180}$ இன் மதிப்பானது _______ மற்றும் _______ என்ற முழுக்களிடையே இருக்கும்.

2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**

   (i) ஒரு வர்க்க எண்ணானது 6 இல் முடியும் எனில், அதன் வர்க்கமூலமானது ஒன்றாம் இலக்கமாக எண் 6 ஐப் பெற்றிருக்கும்.

   (ii) ஒரு வர்க்க எண்ணானது கடைசியில் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்ககளைப் பெற்றிருக்காது.

   (iii) 961000 இன் வர்க்கத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.

   (iv) 75 இன் வர்க்கமானது 4925 ஆகும்.

   (v) 225 இன் வர்க்கமூலம் 15 ஆகும்.

3. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கம் காண்க.

   (i) 17 (ii) 203 (iii) 1098

4. பின்வரும் எண்களில் ஒவ்வொன்றும் முழு வர்க்கமா என ஆராய்க.

   (i) 725 (ii) 190 (iii) 841 (iv) 1089

5. பகாக்காரணிப்படுத்துதல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

   (i) 144 (ii) 256 (iii) 784 (iv) 1156 (v) 4761 (vi) 9025

6. நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

   (i) 1764 (ii) 6889 (iii) 11025 (iv) 17956 (v) 418609

7. பின்வரும் எண்களின் வர்க்க மூலங்களின் தோராய மதிப்பை அருகிலுள்ள முழு எண்ணிற்கு மதிப்பிடவும்:

   (i) $\sqrt{440}$ (ii) $\sqrt{800}$ (iii) $\sqrt{1020}$

8. பின்வரும் தசம எண்கள் மற்றும் பின்னங்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

   (i) 2.89 (ii) 67.24 (iii) 2.0164 (iv) $\frac{144}{225}$ (v) $7\frac{18}{49}$

9. 6666 இலிருந்து எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைக் கழித்தால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. அவ்வாறு கிடைத்த முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.

10. 1800 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. அவ்வாறு கிடைத்த முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. 43 இன் வர்க்கமானது _______ என்ற இலக்கத்தில் முடியும்.

    (அ) 9 (ஆ) 6 (இ) 4 (ஈ) 3

12. 24^2 உடன் _______ ஐக் கூட்டினால் 25^2 ஐ பெறலாம்.

    (அ) 4^2 (ஆ) 5^2 (இ) 6^2 (ஈ) 7^2

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 37 20-02-2020 01:38:22 PM

13. $\sqrt{48}$ இன் தோராய மதிப்பானது ________ இக்குச் சமம்.

(அ) 5 (ஆ) 6 (இ) 7 (ஈ) 8

14. $\sqrt{128}-\sqrt{98}+\sqrt{18}$ =

(அ) $\sqrt{2}$ (ஆ) $\sqrt{8}$ (இ) $\sqrt{48}$ (ஈ) $\sqrt{32}$

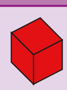
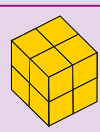
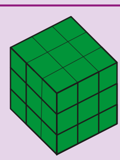
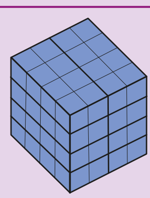
15. 123454321 இன் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையானது ________ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

1.8 கனங்களும், கனமூலங்களும்

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி, மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும். ஓர் எண்ணானது n எனில், அதன் கனத்தை n^3 எனக் குறிப்பிடுவோம்.

கன எண்களை, ஓரலகு கனங்களைக் கொண்ட முப்பரிமாணக் கனங்கள் மூலம் காட்சிப்படுத்தி விளக்கலாம். கன எண்களானது முழுக் **கனங்கள்** என்றும் அழைக்கப்படும். இயல் எண்களின் முழு கனங்களாக 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... ஆகிய எண்கள் அமைகின்றன.

வடிவியல் பிரதிநிதித்துவம்	பெருக்கல் பிரதிநிதித்துவம்	குறியீடு	முழு கன சதுரம்
	$1 \times 1 \times 1$	1^3	1
	$2 \times 2 \times 2$	2^3	8
	$3 \times 3 \times 3$	3^3	27
	$4 \times 4 \times 4$	4^3	64

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

இராமானுஜன் எண் – $1729 = 12^3+1^3 = 10^3+9^3$

ஒரு சமயம், நோயுற்றிருந்த கணிதமேதை இராமானுஜனைப் பார்க்க, 1729 என்ற வாடகை மகிழுந்தில் கணித விரிவுரையாளர் ஹார்டி என்பவர், புட்னி என்ற இடத்திற்குப் பயணம் செய்தார். ஹார்டி, இராமானுஜனிடம் அந்த மகிழுந்தின் எண்ணானது மந்தமானதாகவும் சகுணம் சரி இல்லாத எண்ணாக இல்லாமலிருக்க தான் நம்புவதாகவும் கூறினார். அதற்கு இராமானுஜன், "அப்படி இல்லை" என்றவர், தொடர்ந்து "அது, இரு கன எண்களின் கூடுதலாக இரு வழிகளில் எழுத இயலும் மற்றும் ஆர்வத்தைத் தூண்டும் ஓர் மிகச் சிறிய எண்ணாகும்" என்று முடித்தார். இது போலவே 4104, 13832, 20683 ஆகியவை இராமானுஜன்–ஹார்டி எண்களின் எடுத்துக்காட்டுக்கள் ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 38 20-02-2020 01:38:23 PM

1.8.1 எண்களுடைய கனங்களின் பண்புகள்

	பண்புகள்	எடுத்துக்காட்டுகள்
1	மிகை எண்ணின் கனமானது மிகை எண்ணாகும்.	$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216.$
2	குறை எண்ணின் கனமானது குறை எண்ணாகும்.	$(-7)^3 = (-7) \times (-7) \times (-7) = -343$
3	ஒவ்வொர் இரட்டைப்படை எண்ணின் கனமானது இரட்டைப்படை எண்ணாகும்.	$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$ என்பது இரட்டைப்படை எண்ணாகும்
4	ஒவ்வொர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் கனமானது ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்.	$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$ என்பது ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்
5	ஓர் இயல் எண்ணானது 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 இல் முடிந்தால் அதன் கனமும் முறையே அதே 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் தான் முடியும்.	$10^3 = 1000$, $11^3 = 1331$, $14^3 = 2744$ $15^3 = 3375$, $16^3 = 4096$, $19^3 = 6859$
6	ஓர் இயல் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால். அதன் கனமானது முறையே 8 அல்லது 2 இல் முடியும்.	$12^3 = 1728$, $18^3 = 5832$
7	ஓர் இயல் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால் அதன் கனமானது முறையே 7 அல்லது 3 இல் முடியும்.	$13^3 = 2197$, $17^3 = 4913$
8	முதல் n இயல் எண்களுடைய கனங்களின் கூடுதலானது, முதல் n இயல் எண்களுடைய கூடுதலின் வர்க்கத்திற்கு சமமாகும்.	$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1+2+3+.....+n)^2$ ஆகவே, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்

குறிப்பு

- ஒரு முழு கனமானது இரண்டு பூச்சியங்களுடன் முடியாது.
- ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் 4 அல்லது 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருக்க வாய்ப்புண்டு.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எண்களின் கனத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கத்தைக் காண்க.

1. 17 2. 12 3. 38
4. 53 5. 71 6. 84

1.8.2 கனமூலம்

ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கனமூலம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 27 இன் கனமூலம் 3 ஆகும். ஏனெனில், 3 இன் கனமானது 27–ஐ தரும்.

குறியீடு:

ஓர் எண் x இன் கனமூலமானது $\sqrt[3]{x}$ அல்லது $x^{\frac{1}{3}}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

இங்கு, சில கனங்களும் கனமூலங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கனம்	கனமூலம்	கனம்	கனமூலம்
1	1	729	9
8	2	1000	10
27	3	1331	11
64	4	1728	12
125	5	2197	13
216	6	2744	14
343	7	3375	15
512	8	4096	16

$\sqrt[3]{1} = 1$ ஏனெனில், $1^3 = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$ ஏனெனில், $2^3 = 8$,
$\sqrt[3]{27} = 3$ ஏனெனில், $3^3 = 27$, $\sqrt[3]{64} = 4$ ஏனெனில், $4^3 = 64$,
$\sqrt[3]{125} = 5$ ஏனெனில், $5^3 = 125$... எனத் தொடர்ந்துக்கொண்டே செல்லும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 39 20-02-2020 01:38:25 PM

எடுத்துக்காட்டு 1.32

400 என்பது ஒரு முழு கன எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் $400 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 5 \times 5$ எனப் பெறுகிறோம். இங்கு, ஒரே ஒரு மூன்றன் தொகுதி மட்டுமே உள்ளது. மேற்கொண்டு மூன்றன் தொகுதிகளைப் பெற நமக்கு இன்னும் இரண்டு 2 களும் ஒரு 5 உம் தேவை. ஆகவே, 400 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 1.33

675 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண்ணைப் பெறலாம்?

தீர்வு:

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ ....(1)

3	675
3	225
3	75
5	25
5	1
	1

என நாம் பார்க்கிறோம். 675 இன் பகாக் காரணிகளை மூன்றன் தொகுதிகளாகப் பிரித்தால், 5×5 மட்டும் மீதமாக இருக்கும். ஆகவே, அதை முழு கன எண்ணாக ஆக்க நமக்கு மேலும் ஒரு 5 தேவை. ஆகவே, 675 ஐ ஒரு முழு கன எண்ணாக மாற்ற (1) இன் இருபுறமும் 5 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$675 \times 5 = (3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5) \times 5$

$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

இப்போது, 3375 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும். எனவே, 675 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாக, அதனுடன் பெருக்க வேண்டிய மிகச் சிறிய எண்ணானது 5 ஆகும்.

சிந்திக்க

இந்த வினாவில், 'பெருக்கினால்' என்பதற்கு பதிலாக 'வகுத்தால்' என மாற்றினால், தீர்வு எவ்வாறு மாறுபடும்?

1.8.3 பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் ஓர் எண்ணின் கனமூலம் காணுதல்

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாகப் பிரிக்க வேண்டும்.

படி 2: ஒரே பகாக் காரணிகளைக் கொண்ட மூன்றன் தொகுதிகளை அமைக்க வேண்டும்.

படி 3: ஒவ்வொரு மூன்றன் தொகுதியிலிருந்தும் ஓர் எண்ணைத் தேர்வு செய்து, அந்தப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனைக் கண்டு கனமூலத்தைக் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.34

27000 இன் கனமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

பகாக்காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் பெறுவது. $27000 = 2\times2\times2\times3\times3\times3\times5\times5\times5$

$$\therefore \sqrt[3]{27000} = 2\times3\times5 = 30.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.35

மதிப்பைக் காண்க: i) $\sqrt[3]{\dfrac{9261}{8000}}$ ii) $\sqrt[3]{\dfrac{1728}{729}}$

தீர்வு:

$$\text{(i)}\quad \sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = \frac{\sqrt[3]{9261}}{\sqrt[3]{8000}} = \frac{(21\times21\times21)^{\frac{1}{3}}}{(20\times20\times20)^{\frac{1}{3}}} = \frac{(21^3)^{\frac{1}{3}}}{(20^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

$$\text{(ii)}\quad \sqrt[3]{\frac{1728}{729}} = \frac{\sqrt[3]{1728}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{(12\times12\times12)^{\frac{1}{3}}}{(9\times9\times9)^{\frac{1}{3}}} = \frac{(12^3)^{\frac{1}{3}}}{(9^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 40 20-02-2020 01:38:27 PM

பயிற்சி 1.5

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) 73 இன் கனத்திலுள்ள ஒன்றுகளின் இலக்கம் ______________ ஆகும்.

   (ii) ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் அதிகபட்சமாக ________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

   (iii) 3333 உடன் மிகச்சிறிய எண்ணான ________ ஐ கூட்டினால், அது ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

   (iv) 540×50 இன் கனமூலம் _____________ ஆகும்.

   (v) 0.000004913 இன் கனமூலம் _____________ ஆகும்.

I6I6C4

2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**

   (i) 24 இன் கனமானது 4 என்ற இலக்கத்தில் முடியும்.

   (ii) 1729 இலிருந்து 10^3 ஐ கழித்தால் 9^3 கிடைக்கும்.

   (iii) 0.0012 இன் கனமானது 0.000001728 ஆகும்.

   (iv) 79570 என்ற எண்ணானது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.

   (v) 250047 இன் கன மூலமானது 63 ஆகும்.

3. 1944 ஒரு முழு கன எண்ணல்ல என நிருபிக்க.
4. 10985 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் வகுக்க, ஈவு ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும் எனக் காண்க.
5. 200 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்க, ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.
6. $24 \times 36 \times 80 \times 25$ இன் கனமூலம் காண்க.
7. பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் 729 மற்றும் 6859 ஆகியவற்றின் கன மூலத்தைக் காண்க.
8. 46656 இன் கனமூலத்தின் வர்க்க மூலம் என்ன?
9. ஓர் வர்க்க எண்ணின் கனமானது 729 எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.
10. எந்த இரு மிகச் சிறிய முழு வர்க்க எண்களைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.

செயல்பாடு

$$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$$
$$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$$
$$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$$

என்பதைக் கவனித்து இந்த அமைப்பைக் கொண்டு $15^3 - 14^3$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

$$1^3 = 1 = 1$$
$$2^3 = 8 = 3 + 5$$
$$3^3 = 27 = 7 + 9 + 11$$

என்பதைக் கவனித்து, இந்த அமைப்பைத் தொடர்ந்து, 7^3 இன் மதிப்பை அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாகக் காண்க.

1.9 அடுக்குக்குறிகளும் படிகளும்

சில எண்களை எவ்வாறு வர்க்கங்களாகவும், கனங்களாகவும் எழுதலாம் என்பது நமக்குத் தெரியும். எடுத்துக்காட்டாக, 25 ஐ 5^2 எனவும் 125 ஐ 5^3 எனவும் எழுதுவோம்.

பொதுவாக, ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் **படி (Power)** என்கிறோம். இங்கு, எண் 5 ஆனது **அடிமானம் (Base)** எனப்படும். எண் 2 ஆனது **அடுக்கு (Exponent)** எனப்படும் (இது வழக்கத்தில் பெரும்பாலும் **படி** என்றே அழைக்கப்படுகிறது). அடுக்கு என்பது ஓர் அடிமான எண்ணானது எத்தனை முறை காரணியாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 41 20-02-2020 01:38:27 PM

1.9.1 மிகை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகள்

முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட படிகளின் மதிப்பானது எப்போதும் விரைவாகக் கூடிக் கொண்டே செல்லும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டினைக் கவனிக்க.

$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 2\times2=4$$
$$2^3 = 2\times2\times2=8$$
$$2^4 = 2\times2\times2\times2 =16$$
$$2^5 = 2\times2\times2\times2\times2=32$$
$$2^6 = 2\times2\times2\times2\times2\times2=64$$
$$2^7 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=128$$
$$2^8 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=256$$
$$2^9 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=512$$
$$2^{10} = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=1024$$

இதே வேகத்தில், 2^{100} இன் மதிப்பு என்னவாக இருக்கும் என நீ நினைக்கிறாய்?

இங்கு **2^{100}=1267650600228229401496703205376** ஆகும்.

ஆகவே, நாம் பெரிய எண்களை எதிர்கொள்ளும்போது முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட அடுக்குக் குறியீடானது பயனுள்ளதாக அமைகிறது என புரிந்து கொள்ளலாம்.

1.9.2 பூச்சியமும் குறை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகளும்

$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = ?$

இந்த அமைப்பைக் கவனிக்க. ஆரம்பம் முதல் கொண்டு, அடுத்தடுத்த படிகளில் என்ன நடக்கிறது? முடிவானது முந்திய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைப் பார்க்கிறோம் அல்லவா. ஆகவே, 2^0 பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?

இதே போன்று 3^5, 3^4, 3^3 என அவற்றிற்கு ஓர் அட்டவணையைத் தயாரித்தால், அதிலிருந்து 3^0 பற்றி நாம் அறிவது யாது?

அதற்கு 2 இன் அமைப்பைப் பயன்படுத்தி, எந்தவொரு பூச்சியமற்ற எண்ணின் பூச்சிய அடுக்கானது 1 என்பதை நாம் காணலாம்.

$a^0 = 1$, இங்கு $a \neq 0$

$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = 1$
$2^{-1} = \frac{1}{2}$
$2^{-2} = \frac{1}{4}$
$2^{-3} = \frac{1}{8}$

இந்த அமைப்பை மேலும் நீட்டிப்புச் செய்தால் என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பார்ப்போம். முன்பு போலவே, ஆரம்பம் முதல் கொண்டு அடுத்தடுத்த படிகளின் முடிவானது முந்தைய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைக் காண்கிறோம்.

$2^0 = 1$ என்பதால், அடுத்தப் படியான 2^{-1} இன் மதிப்பானது முந்தைய படியின் மதிப்பினை 2 ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பதாகும். அதாவது, $\frac{1}{2}$ ஆகும். அடுத்ததாக 2^{-2} இன் மதிப்பானது $\frac{1}{2}$ ஐ 2 ஆல் வகுக்க கிடைப்பது ஆகும். அதாவது $\frac{1}{4}$ ஆகும். இவ்வாறாக இது தொடரும்.

பொதுவாக $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, இங்கு m ஆனது ஒரு முழு எண் ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 42 20-02-2020 01:38:28 PM

1.9.3 அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி எண்களின் விரிவாக்க அமைப்பைக் காணுதல்

கீழ் வகுப்புகளில், ஒரு முழு எண்ணை எவ்வாறு விரிவாக்கம் செய்து எழுதலாம் என்பதை கற்று இருக்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக,

$5832 = 5\times1000 + 8\times100 + 3\times10 + 2\times1$

$= 5\times10^3 + 8\times10^2 + 3\times10^1 + 2$ (நாம் அடுக்குக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தும் போது)

தசமப் புள்ளியில் எண்கள் தரப்பட்டால் அவற்றின் விரிவாக்கத்தை நாம் எப்படிச் செய்வது? இங்கு 10 இன் குறை அடுக்குகள் நமக்கு உதவிடும்!

ஆகவே, $58.32 = 50 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$

$= 5\times10 + 8\times1 + 3\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{1}{100}$

$= 5\times10^1 + 8\times10^0 + 3\times10^{-1} + 2\times10^{-2}$

இவற்றை முயல்க

அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களை விரிவாக்கம் செய்க.

1. 8120
2. 20305
3. 3652.01
4. 9426.521

1.9.4 அடுக்குகளின் விதிகள்

குறிப்பிட்ட அடிப்படை கருத்துக்களைக் கொண்டு அமைவனவே அடுக்குகளின் விதிகள் ஆகும். ஒரு மிகை அடுக்கானது நாம் ஓர் எண்ணை, பெருக்கலில் எத்தனை முறை பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைக் குறிப்பதாகும். ஆனால், ஒரு குறை அடுக்கானது ஓர் எண்ணை, எத்தனை முறை வகுக்கப் பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைக் குறிப்பதாகும். ஏனெனில், பெருக்கலின் நேர்மாறு வகுத்தலாகும்.

- **பெருக்கல் விதி**

இந்த விதியின்படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களைப் பெருக்கும்போது, நாம் அதன் அடுக்குகளைக் கூட்டிக் கொள்ளலாம். அதாவது,

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

இங்கு, a $(a\neq0)$, m, n என்பது முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(அ)	$2^3\times2^2 = 2^5$ (இங்கு $8\times4=32$ ஆகும். இது $2^{3\times2}$ அல்ல என்பதைக் கவனிக்கவும்)
(ஆ)	$(-2)^{-4}\times(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^4}\times\frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2)^4\times(-2)^3} = \frac{1}{(-2)^{4+3}} = \frac{1}{(-2)^7} = (-2)^{-7}$ அல்லது $(-2)^{-4}\times(-2)^{-3} = (-2)^{(-4)+(-3)} = (-2)^{-7}$
(இ)	$(-5)^3\times(-5)^{-3} = (-5)^{3-3} = (-5)^0 = 1$

- **வகுத்தல் விதி**

இந்த விதியின்படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களை வகுக்கும் போது நாம் அதன் அடுக்குகளைக் கழித்துக் கொள்ளலாம். அதாவது,

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

இங்கு, a $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

இது எவ்வாறு உண்மையாகிறது என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் அறியலாம்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 43 20-02-2020 01:38:30 PM

எடுத்துக்காட்டுகள்:

(அ)	விதியின் படி, $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3 = -27$ அல்லது $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^5 \times (-3)^{-2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ அல்லது $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = \frac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)} = (-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^3$
(ஆ)	விதியின் படி, $\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = (-7)^{100-98} = (-7)^2 = 49$ அல்லது $\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = \frac{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots 100 \text{ முறை}}{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots\ 98 \text{ முறை}} = (-7)\times(-7) = 49$

- **படி விதி**

இந்த விதியின்படி, ஒரு படி எண்ணை மற்றொரு அடுக்கிற்கு உயர்த்தினால், நாம் அந்த அடுக்குகளைப் பெருக்கிக் கொள்ளலாம்.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

இங்கு a $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

விதியின்படி $[(-2)^3]^2 = (-2)^{3\times 2} = (-2)^6 = 64$

அல்லது

$[(-2)^3]^2 = [(-2)\times(-2)\times(-2)]^2 = [-8]^2 = 64$

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் விதிகளைச் சரிபார்க்க (மேலே செய்தது போன்று). இங்கு, a,b என்பன பூச்சியமற்ற முழுக்கள் எனவும் m, n ஆகியன முழுக்கள் எனவும் கொள்க.

1. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் பெருகல்பலன் அந்த எண்களின் பெருக்கல்பலனின் படிக்குச் சமம் என்ற விதி : $a^m \times b^m = (ab)^m$.
2. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் வகுத்தலானது அந்த எண்களின் வகுத்தலின் படிக்குச் சமம் என்ற விதி : $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$.
3. பூச்சிய அடுக்கு விதி : $a^0 = 1$.

எடுத்துக்காட்டு 1.36

மதிப்பு காண்க: (i) 4^{-3} (ii) $\frac{1}{2^{-3}}$ (iii) $(-2)^5 \times (-2)^{-3}$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}}$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 44 20-02-2020 01:38:31 PM

தீர்வு:

(i) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4\times4\times4} = \frac{1}{64}$ (ii) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2\times2\times2 = 8$

(iii) $(-2)^5\times(-2)^{-3} = (-2)^{5-3} = (-2)^2 = -2\times-2 = 4$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}} = 3^2 \quad 3^2 = 9 \quad 9 = 81$

எடுத்துக்காட்டு 1.37

விடையை அடுக்குக்குறியீட்டில் சுருக்கி எழுதுக.

(i) $(3^5 \div 3^8)^5 \times 3^{-5}$ (ii) $(-3)^4\times\left(\frac{5}{3}\right)^4$

தீர்வு:

(i) $\left(\frac{3^5}{3^8}\right)^5 \times 3^{-5} = (3^{5-8})^5\times3^{-5} = (3^{-3})^5\times3^{-5} = 3^{-3\times5}\times3^{-5} = 3^{-15}\times3^{-5} = 3^{-15-5} = 3^{-20}$

(ii) $(-3)^4\times\left(\frac{5}{3}\right)^4 = 3^4\times\frac{5^4}{3^4} = 5^4$

எடுத்துக்காட்டு 1.38

$(-7)^{x+2}\times(-7)^5 = (-7)^{10}$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$(-7)^{x+2}\times(-7)^5 = (-7)^{10}$

$(-7)^{x+2+5} = (-7)^{10}$

இங்கு அடிமான எண்கள் சமம். ஆகவே, அடுக்குகளை சமன் செய்து நாம் பெறுவது,

$$x+7 = 10$$

$$\Rightarrow x = 10-7 = 3$$

1.9.5 திட்டக் குறியீடும் அறிவியல் குறியீடும்

ஓர் எண்ணின் திட்டக் குறியீடு (வடிவம்) என்பது ஓர் எண்ணை நாம் வழக்கமாக எழுதுவதே ஆகும். நாம், ஓர் எண்ணின் ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் மதிப்பைக் காண்பிக்க விரிவாக்கக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதாவது, அந்த எண்ணை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் இட மதிப்பைக் கொண்டு பொருத்தி (ஒன்றுகள், பத்துகள், நூறுகள்… போன்று) அதனை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் கூடுதலாக எழுதுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, **195** ஆனது திட்டவடிவில் உள்ளது. அதனை, **195 = 1×100 + 9×10 + 5×1** என விரிவாக்கம் செய்யலாம்.

வானியலாளர்கள், உயிரியலாளர்கள், பொறியாளர்கள், இயற்பியலாளர்கள் என பலர் மிகச் சிறிய மற்றும் மிகப் பெரிய எண்களை அளவுகளாகக் கொண்ட பொருள்களை அவ்வப்போது எதிர் நோக்குகிறார்கள். அவர்கள், அவற்றைத் திட்டக் குறியீட்டில் எழுதினால், மற்றவர்களுக்கு எளிதாகப் புரியவோ அல்லது கணக்கிடவோ அமையாது. இவ்வாறான எண்களை எளிமையாகப் புரிந்துக் கொள்ளவும் கணக்கிடவும் ஒரு வழியாக நமக்கு அறிவியல் குறியீடு உதவுகிறது.

அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத $S \times 10^a$ என்ற வடிவத்தைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு S ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 45 20-02-2020 01:38:33 PM

ஓர் எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில், ஓர் எண்ணுடன் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) 10 இன் படியாகப் பெருக்கிக் காட்டுவதாகும். நாம் தசமத்தை (தசம புள்ளி) 1 இலிருந்து 9 க்குள் ஓர் எண் கிடைக்கும் வரை முன்பாகவோ அல்லது பின்னோக்கியோ நகர்த்தி செல்ல வேண்டும். தசமப் புள்ளியை முன்பாகவோ அல்லது பின்னாக்கியோ எத்தனை இடங்கள் நகர்த்தினோம் என்பதை வைத்து, 10 இன் படியை கூட்ட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டுக்கள்:

திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு	திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு
0.00123	1.23×10^{-3}	123	1.23×10^{2}
0.0123	1.23×10^{-2}	1230	1.23×10^{3}
0.123	1.23×10^{-1}	12300	1.23×10^{4}
1.23	1.23×10^{0}	123000	1.23×10^{5}
12.3	1.23×10^{1}	1230000	1.23×10^{6}

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

(அ) பூமியின் விட்டமானது 12756000 மைல்கள் ஆகும், இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.2756×10^{7} மைல்கள் என எழுதலாம்.

(ஆ) வியாழன் கிரகத்தின் கன அளவு என்பது சுமார் 143,300,000,000,000 கி.மீ^{3} ஆகும். இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.433×10^{14} கி.மீ^{3} என எளிதாக எழுதலாம்.

(இ) பாக்டீரியாவின் அளவு 0.00000085 மி.மீ. இதனை, அறிவியல் குறியீட்டில் 8.5×10^{-7} மி.மீ என எளிதாக எழுதலாம்.

குறிப்பு

1. 1.3×10^{12} இல் உள்ள மிகை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது பெரியது எனக் குறிக்கிறது.
2. 7.89×10^{-21} இல் உள்ள குறை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது சிறியது எனக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 1.39

அறிவியல் குறியீடுகளை ஒன்று சேர்க்க: (i) $(7\times10^{2})(5.2\times10^{7})$ (ii) $(3.7\times10^{-5})(2\times10^{-3})$

தீர்வு:

(i) $(7\times10^{2})(5.2\times10^{7}) = 36.4\times10^{9} = 3.64\times10^{10}$ (ii) $(3.7\times10^{-5})(2\times10^{-3}) = 7.4\times10^{-8}$

எடுத்துக்காட்டு 1.40

திட்ட வடிவில் எழுதுக:

(i) 2.27×10^{-4} (ii) ஒளியானது ஒரு வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்.

தீர்வு:

(i) $2.27\times10^{-4} = 0.000227$.

(ii) ஒளியானது வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் என்ற வேகத்தில் செல்லும் = 186000 மைல்கள் என்ற வேகத்தில் செல்லும்.

இவற்றை முயல்க

1. திட்டக் குறியீட்டில் எழுதுக: யுரேனஸ் கிரகத்தின் எடை 8.68×10^{25} கி.கி ஆகும்.

2. அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக:
(i) 0.000012005 (ii) 4312.345 (iii) 0.10524
(iv) சூரியனுக்கும் சனி கிரகத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 1.4335×10^{12} மைல்கள் ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 46 20-02-2020 01:38:34 PM

பயிற்சி 1.6

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

(i) $(-1)^{\text{இரட்டை முழு எண்}}$ என்பது ________ ஆகும்.

(ii) $a \neq 0$ எனில், a^0 ____________ ஆகும்.

(iii) $4^{-3} \times 5^{-3} =$ ____________ ஆகும்.

(iv) $(-2)^{-7} =$ ______________ ஆகும்.

(v) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} =$ ______________ ஆகும்.

2. சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:

(i) $8^x = \frac{1}{64}$, எனில், x இன் மதிப்பு -2 ஆகும்.

(ii) $(256)^{\frac{-1}{4}} \times 4^2$ இன் சுருங்கிய வடிவம் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.

(iii) படி விதியைப் பயன்படுத்தி, $\left(3^7\right)^{-2} = 3^5$ ஆகும்.

(iv) 2×10^{-4} இன் திட்ட வடிவம் 0.0002 ஆகும்.

(v) 123.456 இன் அறிவியல் குறியீடு 1.23456×10^{-2} ஆகும்.

3. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{-3}$ (iv) $\left(2^{-5} \times 2^7\right) \div 2^{-2}$ (v) $\left(2^{-1} \times 3^{-1}\right) \div 6^{-2}$

4. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (iii) $2^7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

5. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(5^0 + 6^{-1}\right) \times 3^2$ (ii) $\left(2^{-1} + 3^{-1}\right) \div 6^{-1}$ (iii) $\left(3^{-1} + 4^{-2} + 5^{-3}\right)^0$

6. சுருக்குக: (i) $(3^2)^3 \times (2 \times 3^5)^{-2} \times (18)^2$ (ii) $\frac{9^2 \times 7^3 \times 2^5}{84^3}$ (iii) $\frac{2^8 \times 2187}{3^5 \times 32}$

7. x இக்கு தீர்வு காண்க : (i) $\frac{2^{2x-1}}{2^{x+2}} = 4$ (ii) $\frac{5^5 \times 5^{-4} \times 5^x}{5^{12}} = 5^{-5}$

8. அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்கம் செய்க : (i) 6054.321 (ii) 897.14

9. எண்ணைத் திட்ட வடிவில் காண்க:

(i) $8 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 1 + 4 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-4}$

(ii) $5 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-3}$

(iii) ஹைட்ரஜன் அணுவின் ஆரம் 2.5×10^{-11} மீ.

10. பின்வரும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதவும்.

(i) 467800000000 (ii) 0.000001972 (iii) 1642.398

(iv) பூமியின் கன அளவு சுமார் 1,083,000,000,000 கன கிலோ மீட்டர்கள்.

(v) நீ ஒரு வாளியில் தூசுத் துகள்களைக் கொண்டு நிரப்பினால், பூமியின் முழு பகுதியில் வாளியிலுள்ள தூசுத் துகள்களின் எடையானது 0.000000000000000000000016 கி.கி. ஆக இருக்கும்.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. $(-4)^{-1}$ உடன் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினால், பெருக்கலானது 10^{-1} என ஆகும்?

(அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{-2}{5}$ (இ) $\frac{5}{2}$ (ஈ) $\frac{-5}{2}$

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 47 20-02-2020 01:38:37 PM

12. $(-2)^{-3} \times (-2)^{-2}$ என்பது ______ ஆகும்.

(அ) $\frac{-1}{32}$ (ஆ) $\frac{1}{32}$ (இ) 32 (ஈ) -32

13. எது சரியல்ல?

(அ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 4^{-2}$ (ஆ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ (இ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$ (ஈ) $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$

14. $\frac{10^x}{10^{-3}} = 10^9$ எனில் x ஆனது ______ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

15. 0.0000000002020 இன் அறிவியல் குறியீடு ______ ஆகும்.

(அ) 2.02×10^9 (ஆ) 2.02×10^{-9} (இ) 2.02×10^{-8} (ஈ) 2.02×10^{-10}

பயிற்சி 1.7

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு பெட்டியிலுள்ள $\frac{3}{4}$ பங்கு ஆப்பிள்களின் எடையானது 3 கி.கி 225 கிராம் எனில், ஒரு முழுப்பெட்டி ஆப்பிள்களின் எடை என்னவாக இருக்கும்?
2. மங்களம் $3\frac{4}{5}$ லிட்டர் கொள்ளளவு கொண்ட ஒரு தண்ணீர்க் குடுவையையும், அதைப்போன்று $2\frac{2}{3}$ மடங்கு அதிகக் கொள்ளளவு கொண்ட மற்றொரு குடுவையையும் வாங்குகிறாள் எனில், பெரிய குடுவை எவ்வளவு லிட்டர் தண்ணீரைக் கொள்ளும்?
3. இரவி $\frac{25}{8}$ மற்றும் $\frac{16}{15}$ ஆகிய எண்களைப் பெருக்கி, இந்த பெருக்கலின் எளிய வடிவமானது $\frac{10}{3}$ எனக் கூறுகிறான். சந்துரு எளிய வடிவில் விடையானது $3\frac{1}{3}$ என கூறுகிறான். யார் கூறுவது சரி? (அல்லது) இருவரும் கூறுவது சரியா? விளக்குக.
4. ஒரு அறையின் பரப்பு $\frac{153}{10}$ ச.மீ மற்றும் அதன் அகலம் $2\frac{11}{20}$ மீ எனில், அதன் நீளம் என்ன?
5. 4489 செ.மீ^{2} பரப்பளவு கொண்ட ஒரு தலைவரின் உருவப்படமானது சதுர வடிவில் உள்ளது. மேலும் படத்தைச் சுற்றிலும் 2 செ.மீ அளவு கொண்ட மரச்சட்டம் உள்ளது எனில், மரச்சட்டத்தின் பரப்பளவு என்ன?
6. ஒரு வாழ்த்து அட்டையின் பரப்பளவு 90 செ.மீ^{2}. எந்த இரு முழு எண்களுக்கிடையே அதன் பக்க அளவின் நீளம் இருக்கும்?
7. ஒரு சதுர டெசி மீட்டர் பரப்பு கொண்ட 225 சதுர வடிவிலான நிறத்திட்டு ஓடுகள் முறையே ஒரு சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தை முழுவதுமாக நிரப்புகின்றன எனில், சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தின் பக்கம் ஒவ்வொன்றின் நீளமும் என்னவாக இருக்கும்?
8. $\sqrt[3]{1906624} \times \sqrt{x} = 3100$ எனில், x ஐக் காண்க.
9. $2^{m-1} + 2^{m+1} = 640$ எனில், m ஐக் காண்க.
10. அறிவியல் குறியீட்டில் விடையை எழுதவும்.
ஒரு மனித இதயமானது சராசரியாக வினாடிக்கு 80 முறைத் துடிக்கிறது எனில், அது
i) ஒரு மணி நேரத்தில் ii) ஒரு நாளில் iii) ஓர் ஆண்டில் iv) 100 ஆண்டுகளில்
எத்தனை முறைத் துடிக்கும்?

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 48 20-02-2020 01:38:40 PM

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

11. ஒரு வரைபடத்தில், ஒரு அங்குலமானது 120 கி.மீ ஐக் குறிக்கும். நகரம் A ஆனது, B மற்றும் C ஆகிய நகரங்களுக்கு இடையே அமைந்துள்ளது. மேலும், நகரம் A இலிருந்து B மற்றும் C ஆகிய இரு நகரங்கள் முறையே $4\frac{1}{6}$ அங்குலம் மற்றும் $3\frac{1}{3}$ அங்குலம் தொலைவுகளில் உள்ளன எனில், அவற்றுக்கிடையே உள்ள உண்மையான தொலைவினைக் காண்க.
12. பின்வரும் கூற்றுகள் ஒவ்வொன்றையும் ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் சரிபார்.
    (i) பூச்சியமற்ற விகிதமுறு எண்களின் தொகுப்பிற்கு வகுத்தலானது அடைவுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.
    (ii) விகிதமுறு எண்களுக்கு கழித்தலானது பரிமாற்றுப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது.
    (iii) விகிதமுறு எண்களுக்கு வகுத்தலானது சேர்ப்புப் பண்பினை நிறைவு செய்யாது.
    (iv) விகிதமுறு எண்களுக்கு கழித்தலின் மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டு விதி உண்மையாகும். அதாவது, $a(b-c)=ab-ac$.
    (v) இரு விகிதமுறு எண்களின் சராசரியானது அவற்றிற்கிடையில் அமையும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.
13. $\frac{1}{4}$ பங்கு கேழ்வரகு அடையின் எடை 120 கிராம் எனில், அதே கேழ்வரகு அடையின் $\frac{2}{3}$ பங்கின் எடை என்ன?
14. $p+2q=18$ மற்றும் $pq=40$ எனில், $\frac{2}{p}+\frac{1}{q}$ மதிப்பைக் காண்க.
15. $5\frac{x}{5}\times 3\frac{3}{4}=21$ எனில், x ஐக் காண்க.
16. $\frac{1}{\left(\frac{10}{11}\right)}$ ஆனது $\frac{\left(\frac{1}{10}\right)}{11}$ ஐக் காட்டிலும் எவ்வளவு அதிகம்?
17. 1536 படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் சதுர வடிவில் அணிவகுப்பு செய்ய விரும்பினர். இது சாத்தியமாகுமா? சாத்தியமில்லை எனில், மேலும் எத்தனை படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் கூடுதலாகத் தேவை?
18. $\sqrt{286225}$ இன் மதிப்பு காண்க. அதனைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{2862.25}+\sqrt{28.6225}$ ஐ கணக்கிடுக.
19. சுருக்குக: $(3.769\times 10^5)+(4.21\times 10^5)$
20. சிறியதிலிருந்து பெரியது என வரிசைப்படுத்துக: $16^{25}, 8^{100}, 3^{500}, 4^{400}, 2^{600}$

பாடச்சுருக்கம்

- $\frac{a}{b}$ என்ற வடிவில் எழுதக்கூடிய ஒரு எண்ணானது விகிதமுறு எண் எனப்படும். இங்கு a மற்றும் b முழுக்களாகும் மற்றும் $b\neq 0$.
- அனைத்து இயல் எண்கள், முழு எண்கள், முழுக்கள் மற்றும் பின்னங்கள் ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகும்.
- ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணையும் எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.
- 0 ஆனது மிகை விகிதமுறு எண்ணுமல்ல குறை விகிதமுறு எண்ணுமல்ல.
- ஒரு விகிதமுறு எண் $\frac{a}{b}$ இல், பகுதி b ஆனது மிகை முழுவாகவும், (a,b) இன் மீ.பொ.வ = 1 எனவும் இருந்தால், அது திட்ட வடிவில் உள்ளது.
- இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையில், எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.
- இரு விகிதமுறு எண்களின் கழித்தல் என்பது முதல் விகிதமுறு எண்ணோடு, இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணின் கூட்டல் நேர்மாறைக் கூட்டுவதற்குச் சமமாகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 49 20-02-2020 01:38:42 PM

- இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கலானது, தொகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைத் தொகுதியாகவும், பகுதிகளின் பெருக்கல் பலனைப் பகுதியாகவும் எழுதக் கிடைக்கும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும்.
- இரு விகிதமுறு எண்களின் வகுத்தல் என்பது, முதல் விகிதமுறு எண்ணோடு இரண்டாவது விகிதமுறு எண்ணின் தலைகீழியைப் பெருக்குவதாகும்.
- விகிதமுறு எண்களுக்கான பண்புகளின் அட்டவணை கீழே உள்ளது.

Q	அடைவுப் பண்பு	பரிமாற்றுப் பண்பு	சேர்ப்புப் பண்பு	+/ − மீதான பெருக்கலின் பங்கீட்டுப் பண்பு
+	✓	✓	✓	✓
−	✓	×	×	✓
×	✓	✓	✓	–
÷	×	×	×	–

- விகிதமுறு எண்களுக்கு, 0 மற்றும் 1 ஆனது முறையே கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் சமனிகள் ஆகும்.
- $\frac{a}{b}$ இன் கூட்டல் நேர்மாறு $\frac{-a}{b}$. இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.
- $\frac{a}{b}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் பெருக்கல் தலைகீழி அல்லது பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{b}{a}$. ஏனெனில், $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$ ஆகும்.
- நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது ஒரு வர்க்க எண் எனப்படும்.
- ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம்.
- ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையானது அந்த எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்காகும்.
- ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் a மற்றும் b இக்கு

  (i) $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b\neq 0)$ ஆகும்.
- ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும்.
- ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கன மூலம் எனப்படும்.
- ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் படி என்கிறோம்.
- அடுக்கு என்பது ஒரு அடிமான எண்ணானது எத்தனைக் முறை காரணியாக பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.
- அடுக்கு விதிகள்: (i) $a^m\times a^n=a^{m+n}$ (ii) $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ (iii) $(a^m)^n=a^{mn}$
- மற்ற முடிவுகள்: (i) $a^0=1$ (ii) $a^{-m}=\frac{1}{a^m}$ (iii) $a^m\times b^m=(ab)^m$ (iv) $\frac{a^m}{b^m}=\left(\frac{a}{b}\right)^m$
- அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத $S\times 10^a$ என்ற வடிவைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு S ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 50 20-02-2020 01:38:44 PM

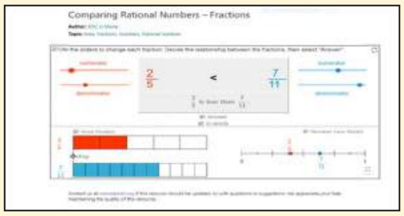
இணையச் செயல்பாடு — எண்கள்

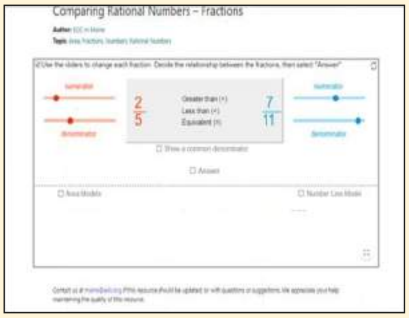
படி – 1 கூகுள் தேடுபொறியில் www.Geogebra.com தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE) பயன்படுத்தவும்

படி - 2 தேடு பகுதியில் Rational Numbers எனத் தட்டச்சு செய்யவும்

படி- 3 எண்கோட்டில் வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களின் பகுதி மற்றும் தொகுதியை நகர்த்தி ஒருமாதிரி எண்கோட்டினைப் பார்க்கலாம்.

இந்த செயல்பாடுகள் மூலம் விகிதமுறு எண்கள் செயல்பாடுகள் மற்றும் அதன் அடிப்படைப் பண்புகளை நன்கு அறியலாம்.





படி 1

படி 2

B355_8_MATHS_TM

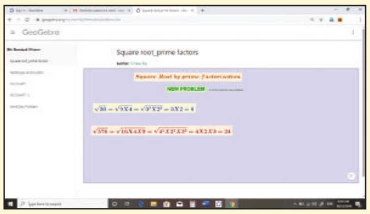
இணையஉரலி: விகிதமுறு எண்கள்.
https://www.geogebra.org/m/n92AKzBF#material/ca5D7VbZ
படங்கள் அடையாளங்களை மட்டுமே குறிக்கும்.
இந்த பக்கத்தை பார்க்க தேடுபொறி தேவையென்றால் Flash Player அல்லது Java Script அனுமதிக்கவும்.

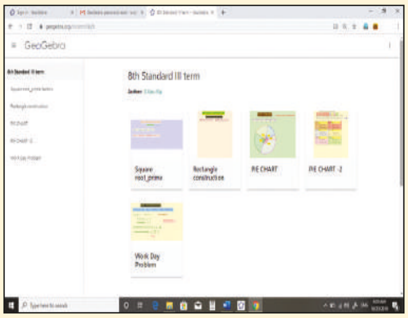
இணையச் செயல்பாடு

படி – 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Square root_prime factors' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

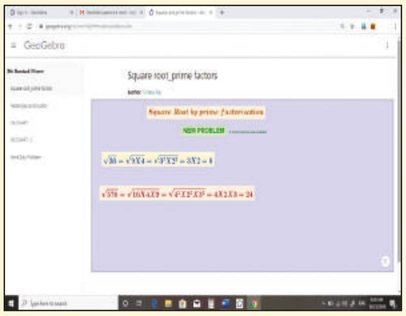
படி - 2 "NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு





படி 1



படி 2

B355_8_MATHS_TM

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்
எண்கள்:
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

01_8th_Maths_Numbers_TM.indd 51 20-02-2020 01:38:44 PM