1. **સાબિત કરો કે,** $\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-y\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-y\right)=\sin(x+y)$

➡ ડા.બા. $= \cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-y\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-y\right)$

$= \cos\left[\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+\left(\frac{\pi}{4}-y\right)\right]$

$(\because \cos A \cos B - \sin A \sin B = \cos(A+B))$

$= \cos\left(\frac{\pi}{4}-x+\frac{\pi}{4}-y\right)$

$= \cos\left[\frac{\pi}{2}-(x+y)\right]$

$= \sin(x+y) \qquad \left(\because \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta\right)$

= જ.બા.

2. **સાબિત કરો કે,** $\dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}=\left(\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}\right)^2$

➡ ડા.બા. $= \dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}$

$= \dfrac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan x}{1-\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan x}\times\dfrac{1+\tan\frac{\pi}{4}\cdot\tan x}{\tan\frac{\pi}{4}-\tan x} \qquad \left(\because \tan(A\pm B)=\dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}\right)$

$= \dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}\times\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x} \qquad \left(\because \tan\frac{\pi}{4}=1\right)$

$= \dfrac{(1+\tan x)^2}{(1-\tan x)^2}$

$= \left(\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}\right)^2$

3. **સાબિત કરો કે,** $\dfrac{\cos(\pi+x)\cos(-x)}{\sin(\pi-x)\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}=\cot^2 x$

➡ ડા.બા. $= \dfrac{\cos(\pi+x)\cos(-x)}{\sin(\pi-x)\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}$

($\because$ cos યુગ્મ વિધેય છે.)

$= \dfrac{-\cos x\cdot\cos x}{\sin x\cdot(-\sin x)}$

$= \dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$

$= \cot^2 x$

4. **સાબિત કરો કે,** $\sin(n+1)x\sin(n+2)x+\cos(n+1)x\cos(n+2)x=\cos x$

➥ ડા.બા. $= \sin(n+1)x \sin(n+2)x + \cos(n+1)x \cos(n+2)x$

$= \cos\left[(n+1)x - (n+2)x\right]$

$(\because \cos A \cos B + \sin A \sin B = \cos(A - B))$

$= \cos\ [nx + x - nx - 2x]$

$= \cos\ (-x)$

$= \cos\ x$ $\quad (\because \cos$ યુગ્મ વિધેય છે.)

5. સાબિત કરો કે, $\sin^2 6x - \sin^2 4x = \sin 2x \sin 10x$

➥ ડા.બા. $= \sin^2 6x - \sin^2 4x$

$\sin^2 A - \sin^2 B = \sin(A+B)\sin(A-B)$ નો ઉપયોગ કરતાં,

ડા.બા. $= \sin^2 6x - \sin^2 4x$

$= \sin(6x + 4x)\ \sin(6x - 4x)$

$= \sin 10x \cdot \sin 2x$

$= \sin 2x \cdot \sin 10x$

= જ.બા.

6. સાબિત કરો કે, $\dfrac{\sin x + \sin 3x}{\cos x + \cos 3x} = \tan 2x$

➥ ડા.બા. $= \dfrac{\sin x + \sin 3x}{\cos x + \cos 3x}$

$$= \frac{2\sin\left(\frac{x+3x}{2}\right)\cos\left(\frac{x-3x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{x+3x}{2}\right)\cos\left(\frac{x-3x}{2}\right)}$$

$$= \frac{\sin 2x \cdot \cos(-x)}{\cos 2x \cdot \cos(-x)}$$

$= \tan\ 2x$

7. સાબિત કરો કે, $\dfrac{\sin x - \sin 3x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = 2\sin x$

➥ ડા.બા. $= \dfrac{\sin x - \sin 3x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$

$$= \frac{-(\sin 3x - \sin x)}{-(\cos^2 x - \sin^2 x)}$$

$$= \frac{\sin 3x - \sin x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \frac{2\cos\left(\frac{3x+x}{2}\right)\sin\left(\frac{3x-x}{2}\right)}{\cos(x+x)\cdot\cos(x-x)}$$

$$= \frac{2\cos 2x \cdot \sin x}{\cos 2x \cdot \cos 0}$$

$= 2\sin\ x \quad (\because \cos\ 0 = 1)$

8. સાબિત કરો કે, $\dfrac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \tan 4x$

➥ ડા.બા. $= \dfrac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x}$

$$= \frac{2\sin\left(\frac{5x+3x}{2}\right)\cos\left(\frac{5x-3x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{5x+3x}{2}\right)\left(\frac{5x-3x}{2}\right)}$$

$= \dfrac{\sin 4x \cos x}{\cos 4x \cos x}$

$= \tan(4x)$

= જ.બા.

9. **સાબિત કરો કે,** $\dfrac{\sin x - \sin y}{\cos x + \cos y} = \tan\dfrac{x-y}{2}$

➥ ડા.બા. $= \dfrac{\sin x - \sin y}{\cos x + \cos y}$

$= \dfrac{2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)}$

$= \dfrac{\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)}$

$= \tan\left(\dfrac{x-y}{2}\right)$ = જ.બા.

10. **સાબિત કરો કે,** $\cot x \cot 2x - \cot 2x \cot 3x - \cot 3x \cot x = 1$

➥ $3x = 2x + x$

$\therefore \cot 3x = \cot(2x + x)$

$\therefore \cot 3x = \dfrac{\cot 2x \cdot \cot x - 1}{\cot 2x + \cot x}$

$\therefore \cot 2x \cdot \cot 3x + \cot 3x \cdot \cot x = \cot 2x \cdot \cot x - 1$

$\therefore \cot x \cdot \cot 2x - \cot 2x \cdot \cot 3x - \cot 3x \cdot \cot x = 1$

11. **સાબિત કરો કે :** $\sin^2\dfrac{\pi}{6} + \cos^2\dfrac{\pi}{3} - \tan^2\dfrac{\pi}{4} = -\dfrac{1}{2}$

➥ ડા.બા. $= \sin^2\dfrac{\pi}{6} + \cos^2\dfrac{\pi}{3} - \tan^2\dfrac{\pi}{4}$

$= \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - (1)^2$

$= \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4} - 1$

$= \dfrac{1}{2} - 1$

$= -\dfrac{1}{2}$

= જ.બા.

12. **સાબિત કરો કે :** $2\sin^2\dfrac{\pi}{6} + \operatorname{cosec}^2\dfrac{7\pi}{6}\cos^2\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{3}{2}$

➥ ડા.બા. $= 2\sin^2\dfrac{\pi}{6} + \operatorname{cosec}^2\dfrac{7\pi}{6}\cos^2\dfrac{\pi}{3}$

$= 2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \operatorname{cosec}^2\left(\pi + \dfrac{\pi}{6}\right)\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

$= \dfrac{1}{2} + \operatorname{cosec}^2\dfrac{\pi}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)$

$= \frac{1}{2} + (2)^2 \left(\frac{1}{4}\right)$

$= \frac{1}{2} + 1$

$= \frac{3}{2} =$ જ.બા.

13. **સાબિત કરો કે : $\cot^2\frac{\pi}{6} + \mathrm{cosec}\frac{5\pi}{6} + 3\tan^2\frac{\pi}{6} = 6$**

➡ ડા.બા. $= \cot^2\frac{\pi}{6} + \mathrm{cosec}\frac{5\pi}{6} + 3\tan^2\frac{\pi}{6}$

$= \left(\sqrt{3}\right)^2 + \mathrm{cosec}\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= 3 + \mathrm{cosec}\frac{\pi}{6} + 3\left(\frac{1}{3}\right)$

$= 3 + 2 + 1$

$= 6$

= જ.બા.

14. **સાબિત કરો કે : $2\sin^2\frac{3\pi}{4} + 2\cos^2\frac{\pi}{4} + 2\sec^2\frac{\pi}{3} = 10$**

➡ ડા.બા. $= 2\sin^2\frac{3\pi}{4} + 2\cos^2\frac{\pi}{4} + 2\sec^2\frac{\pi}{3}$

$= 2\sin^2\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2(2)^2$

$= 2\sin^2\frac{\pi}{4} + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 2(4)$

$= 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1 + 8$

$= 1 + 1 + 8$

$= 10 =$ જ.બા.

15. **કિંમત શોધો : $\sin 75°$**

➡ $\sin 75° = \sin(30° + 45°)$

હવે $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

$x = 30°$, $y = 45°$ લઈ સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં,

$\sin 75° = \sin(30° + 45°)$

$= \sin 30° \cos 45° + \cos 30° \sin 45°$

$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$= \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

16. **કિંમત શોધો : $\tan 15°$**

➡ $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

સૂત્રમાં $x = 45°$ તથા $y = 30°$ લેતાં,

$\tan 15° = \tan(45° - 30°)$

$= \frac{\tan 45° - \tan 30°}{1 + \tan 45° \tan 30°}$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\tan 15° = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2}$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1}$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2\,(2 - \sqrt{3})}{2}$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

17. **કિંમત શોધો :** $\sec 105°$

જવાબ $\mathbf{\frac{2\sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}}$

18. **કિંમત શોધો :** $\sin 15°$

જવાબ $\mathbf{\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}}$

19. **કિંમત શોધો :** $\tan 75°$

જવાબ $\mathbf{2 + \sqrt{3}}$

20. **સાબિત કરો કે,** $\tan\frac{11\pi}{3} - 2\sin\frac{4\pi}{6} - \frac{3}{4}\text{cosec}^2\frac{\pi}{4} + 4\cos^2\frac{17\pi}{6} = \frac{3 - 4\sqrt{3}}{2}$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

21. **કિંમત શોધો :** $\cos 75°$

જવાબ $\mathbf{\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}}$

22. **સાબિત કરો કે,** $3\sin\frac{\pi}{6}\sec\frac{\pi}{3} - 4\sin\frac{5\pi}{6}\cot\frac{\pi}{4} = 1.$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

23. **સાબિત કરો કે,** $\sin(40° + \theta)\cos(10° + \theta) - \cos(40° + \theta)\sin(10° + \theta) = \frac{1}{2}$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

24. **સાબિત કરો કે,** $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cos(2\pi + x)\left[\cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi + x)\right] = 1$

➡ ડા.બા. $= \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cos(2\pi + x)$

$$\left[\cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi + x)\right]$$

$$= \sin x \cdot \cos x\ [\tan x + \cot x]$$

$\because \frac{3\pi}{2}+x \to$ ચતુર્થ ચરણ

$\frac{3\pi}{2}-x \to$ તૃતીય ચરણ

$2\pi + x \to$ પ્રથમ ચરણ

$= \sin x \cdot \cos x\left[\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}\right]$

$= \sin x \cdot \cos x\left[\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x \cos x}\right]$

$= 1 =$ જ.બા. $(\because \sin^2 x + \cos^2 x = 1)$

25. **સાબિત કરો કે, $\frac{\tan 69° + \tan 66°}{1-\tan 69° \tan 66°} = -1$**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

26. **સાબિત કરો કે, $\frac{\tan A + \tan B}{\tan A - \tan B} = \frac{\sin(A+B)}{\sin(A-B)}$**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

27. **સાબિત કરો કે, $\cos^2 45° - \sin^2 15° = \frac{\sqrt{3}}{4}$**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

28. **જો $\sin A = \frac{4}{5}$ અને $\cos B = \frac{5}{13}$, જ્યાં $0 < A, B < \frac{\pi}{2}$ હોય તો (i) $\sin(A+B)$ (ii) $\cos(A-B)$ શોધો.**

જવાબ **(i) $\frac{56}{65}$ (ii) $\frac{63}{65}$**

29. **જો x અને y લઘુકોણો હોય તથા $\cos x = \frac{13}{14}$ અને $\cos y = \frac{1}{7}$ તો સાબિત કરો કે, $x - y = -\frac{\pi}{3}$.**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

30. **સાબિત કરો કે, $\cos 105° + \cos 15° = \sin 75° - \sin 15°$**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

31. **કિંમત શોધો : $\sin^2 52\frac{1}{2}^\circ - \cos^2 7\frac{1}{2}^\circ$**

જવાબ **$\frac{-1}{2\sqrt{2}}$**

32. **સાબિત કરો કે, $\cos 20° + \cos 60° + \cos 100° + \cos 140° = \frac{1}{2}$**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

33. **કિંમત શોધો : $\sin^2 37\frac{1}{2}^\circ - \sin^2 7\frac{1}{2}^\circ$**

જવાબ **$\frac{1}{2\sqrt{2}}$**

34. **સાબિત કરો કે, $\sin\theta + \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

35. **સાબિત કરો કે, $\sin^2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{A}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8}-\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin A$**

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

36. **સાબિત કરો કે, $\cot 4x (\sin 5x + \sin 3x) = \cot x (\sin 5x - \sin 3x)$**

➡ ડા.બા. $= \cot 4x \, [\sin 5x + \sin 3x]$

$$= \frac{\cos 4x}{\sin 4x}\left[2\sin\left(\frac{5x+3x}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{5x-3x}{2}\right)\right] \quad \left(\because \sin C + \sin D = 2\sin\frac{C+D}{2}\cdot\cos\frac{C-D}{2}\right)$$

$= \dfrac{\cos 4x}{\sin 4x}[2\sin 4x \cos x]$

$= 2 \cos 4x \cos x$ ....(1)

જ.બા. $= \cot x (\sin 5x - \sin 3x)$

$= \dfrac{\cos x}{\sin x}\left[2\cos\left(\dfrac{5x+3x}{2}\right)\cdot\sin\left(\dfrac{5x-3x}{2}\right)\right]\left(\because \sin C - \sin D = 2\cos\dfrac{C+D}{2}\cdot\sin\dfrac{C+D}{2}\right)$

$= \dfrac{\cos x}{\sin x}[2\cos 4x \sin x]$

$= 2 \cos 4x \cos x$ ....(2)

પરિણામ (1) અને (2) ઉપરથી,

ડા.બા. = જ.બા.

$\therefore \cot 4x (\sin 5x + \sin 3x) = \cot x (\sin 5x - \sin 3x)$

37. સાબિત કરો કે, $\sin 2x + 2\sin 4x + \sin 6x = 4\cos^2 x \sin 4x$

➡ ડા.બા. $= \sin 2x + 2\sin 4x + \sin 6x$

$= \sin 2x + \sin 4x + \sin 4x + \sin 6x$

$= (\sin 4x + \sin 2x) + (\sin 6x + \sin 4x)$

$= 2\sin\left(\dfrac{4x+2x}{2}\right)\cos\left(\dfrac{4x-2x}{2}\right) + 2\sin\left(\dfrac{6x+4x}{2}\right)\cos\left(\dfrac{6x-4x}{2}\right)$

$\because \sin x + \sin y = 2\sin\left(\dfrac{x+y}{2}\right)\cos\left(\dfrac{x-y}{2}\right)$

$= 2\sin 3x \cos x + 2\sin 5x \cos x$

$= 2\cos x [\sin 5x + \sin 3x]$

$= 2\cos x\left[2\sin\left(\dfrac{5x+3x}{2}\right)\cos\left(\dfrac{5x-3x}{2}\right)\right]$

$= 2\cos x [2\sin 4x \cdot \cos x]$

$= 4\cos^2 x \sin 4x$

= જ.બા.

38. સાબિત કરો કે, $\cos^2 2x - \cos^2 6x = \sin 4x \sin 8x$

➡ ડા.બા. $= \cos^2 2x - \cos^2 6x$

$= (1 - \sin^2 2x) - (1 - \sin^2 6x)$ $(\because \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta)$

$= 1 - \sin^2 2x - 1 + \sin^2 6x$

$= \sin^2 6x - \sin^2 2x$

$= \sin(6x + 2x)\sin(6x - 2x)$ ($\because$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરતાં)

$= \sin 8x \sin 4x$

$= \sin 4x \sin 8x$

39. સાબિત કરો કે, $\sin^2 A + \sin^2 B + \cos^2(A + B) + 2\sin A \sin B \cos(A + B) = 1$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

40. સાબિત કરો કે, $\cos\left(\dfrac{3\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\dfrac{3\pi}{4} - x\right) = -\sqrt{2}\sin x$

➡ ડા.બા. $= \cos\left(\dfrac{3\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\dfrac{3\pi}{4} - x\right)$

$= \left[\cos\dfrac{3\pi}{4}\cos x - \sin\dfrac{3\pi}{4}\sin x\right] - \left[\cos\dfrac{3\pi}{4}\cos x + \sin\dfrac{3\pi}{4}\sin x\right]$ ($\because$ સૂત્રનો ઉપયોગ)

$= -2\sin\dfrac{3\pi}{4}\sin x$

$= -2\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \sin x \left(\because \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \text{દ્વિતીય ચરણ}\right)$

$= -2\sin\frac{\pi}{4} \sin x$

$= -2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \sin x = -\sqrt{2}\sin x =$ જ.બા.

41. **કિંમત શોધો :** $\cos^2 37\frac{1}{2}^\circ - \sin^2 37\frac{1}{2}^\circ$

જવાબ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

42. **સાબિત કરો કે,** $\sqrt{3}\sin 10^\circ + \sqrt{2}\sin 55^\circ = \cos 80^\circ + 2\cos 50^\circ$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

43. **સાબિત કરો કે,** $\sin 65^\circ + \cos 65^\circ = \sqrt{2}\cos 20^\circ$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

44. **સાબિત કરો કે,** $\cos 55^\circ + \cos 65^\circ + \cos 175^\circ = 0$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

45. **સાબિત કરો કે,** $\frac{\cos 7A + \cos 5A}{\sin 7A - \sin 5A} = \cot A$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

46. **સાબિત કરો કે,** $\frac{\sin\frac{5\pi}{12} - \cos\frac{5\pi}{12}}{\cos\frac{5\pi}{12} + \sin\frac{5\pi}{12}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

47. **સાબિત કરો કે,** $\sin 10^\circ + \sin 50^\circ - \sin 70^\circ = 0$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

48. **સાબિત કરો કે,** $\frac{\cos 9x - \cos 5x}{\sin 17x - \sin 3x} = -\frac{\sin 2x}{\cos 10x}$

➡ ડા.બા. $= \frac{\cos 9x - \cos 5x}{\sin 17x - \sin 3x}$

$= \frac{-2\sin\left(\frac{9x + 5x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{9x - 5x}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{17x + 3x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{17x - 3x}{2}\right)}$

$= \frac{-\sin 7x \sin 2x}{\cos 10x \sin 7x}$

$= -\frac{\sin 2x}{\cos 10x} =$ જ.બા.

49. **સાબિત કરો કે,** $\cos 18^\circ - \sin 18^\circ = \sqrt{2}\sin 27^\circ$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

50. **સાબિત કરો કે,** $\cos 80^\circ + \cos 40^\circ - \cos 20^\circ = 0$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

51. **સાબિત કરો કે,** $\tan 3A \cdot \tan 2A \cdot \tan A = \tan 3A - \tan 2A - \tan A$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

52. **સાબિત કરો કે,** $(\cos A - \cos B)^2 + (\sin A - \sin B)^2 = 4\sin^2\left(\frac{A - B}{2}\right)$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

53. **સાબિત કરો કે,** $\sin A + \sin B + \sin C - \sin(A + B + C) = 4\sin\left(\frac{A + B}{2}\right)\sin\left(\frac{B + C}{2}\right)\sin\left(\frac{C + A}{2}\right)$

જવાબ **સ્વપ્રયત્ને**

54. **સાબિત કરો કે,** $\dfrac{\cos 3A + 2\cos 5A + \cos 7A}{\cos A + 2\cos 3A + \cos 5A} = \cos 2A - \sin 2A \cdot \tan 3A$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

55. **સાબિત કરો કે,** $\cos 3A + \cos 5A + \cos 7A + \cos 15A = 4\cos 4A \cos 5A \cos 6A.$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

56. **સાબિત કરો કે,** $\dfrac{\cos 4x + \cos 3x + \cos 2x}{\sin 4x + \sin 3x + \sin 2x} = \cot 3x$

➡ ડા.બા. $= \dfrac{\cos 4x + \cos 3x + \cos 2x}{\sin 4x + \sin 3x + \sin 2x}$

$$= \frac{\cos 4x + \cos 2x + \cos 3x}{\sin 4x + \sin 2x + \sin 3x}$$

$$= \frac{2\cos\left(\frac{4x + 2x}{2}\right)\cos\left(\frac{4x - 2x}{2}\right) + \cos 3x}{2\sin\left(\frac{4x + 3x}{2}\right)\cos\left(\frac{4x - 2x}{2}\right) + \sin 3x}$$

$$= \frac{2\cos 3x \cos x + \cos 3x}{2\sin 3x \cos x + \sin 3x}$$

$$= \frac{\cos 3x\,[2\cos x + 1]}{\sin 3x\,[2\cos x + 1]}$$

$= \cot 3x$

= જ.બા.

57. **સાબિત કરો કે,** $\sin A + \sin 2A + \sin 4A + \sin 5A = 4\cos\dfrac{A}{2}\cos\dfrac{3A}{2}\sin 3A.$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

58. **સાબિત કરો કે,** $\sin 51° + \cos 81° = \cos 21°$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

59. **જો** $A + B + C = k\pi,\ k \in Z$ **હોય તો સાબિત કરો કે,** $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

60. **જો** $A + B + C = k\pi,\ k \in Z$ **હોય તો સાબિત કરો કે,** $\cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A + \cot A \cdot \cot B = 1.$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

61. **સાબિત કરો કે,** $\tan 4x = \dfrac{4\tan x\,(1 - \tan^2 x)}{1 - 6\tan^2 x + \tan^4 x}$

➡ ડા.બા. $= \tan 4x$

$\because \tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

$= \tan 2(2x)$

$$= \frac{2\tan 2x}{1 - \tan^2 2x}$$

$$= \frac{2\left(\frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}\right)}{1 - \left(\frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}\right)^2}$$

$$= \frac{4\tan x}{(1 - \tan^2 x)} \times \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{(1 - \tan^2 x)^2 - 4\tan^2 x}$$

$$= \frac{4\tan x\,(1 - \tan^2 x)}{1 - 2\tan^2 x + \tan^4 x - 4\tan^2 x}$$

$= \dfrac{4\tan x\,(1-\tan^2 x)}{1-6\tan^2 x+\tan^4 x}$

= જ.બા.

62. સાબિત કરો કે, $\cos 4x = 1 - 8\sin^2 x\cos^2 x$

➡ ડા.બા. $= \cos 4x$

$= \cos 2(2x)$

$= 1 - 2\sin^2 2x \quad (\because \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta)$

$= 1 - 2(2\sin x\cos x)^2 \quad (\because \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta)$

$= 1 - 8\sin^2 x\cos^2 x$

= જ.બા.

63. સાબિત કરો કે, $\tan 25° \cdot \tan 15° + \tan 15° \tan 50° + \tan 25° \tan 50° = 1$.

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

64. જો $\sin\theta = n\sin(\theta + 2\alpha)$ તો સાબિત કરો કે, $\tan(\theta + \alpha) = \dfrac{1+n}{1-n}\tan\alpha$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

65. સાબિત કરો કે, $\tan 65° = \tan 25° + 2\tan 40°$.

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

66. સાબિત કરો કે, $\sin 5A = 5\cos^4 A\sin A - 10\cos^2 A\sin^3 A + \sin^5 A$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

67. સાબિત કરો કે, $\sin^3 A + \sin^3\left(\dfrac{2\pi}{3} + A\right) + \sin^3\left(\dfrac{4\pi}{3} + A\right) = -\dfrac{3}{4}\sin 3A$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

68. સાબિત કરો કે, $\dfrac{\sec 8\theta - 1}{\sec 4\theta - 1} = \dfrac{\tan 8\theta}{\tan 2\theta}$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

69. સાબિત કરો કે, $\cos 5A = 16\cos^5 A - 20\cos^3 A + 5\cos A$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

70. સાબિત કરો કે, $\sin 4A = 4\sin A\cos^3 A - 4\cos A\sin^3 A$

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

71. જો $2\cos\theta = x + \dfrac{1}{x}$ હોય તો સાબિત કરો કે, $2\cos 3\theta = x^3 + \dfrac{1}{x^3}$.

જવાબ સ્વપ્રયત્ને

72. સાબિત કરો કે, $\cos 6x = 32\cos^6 x - 48\cos^4 x + 18\cos^2 x - 1$

➡ ડા.બા. $= \cos 6x$

$= \cos 3(2x)$

$= 4\cos^3 2x - 3\cos 2x \quad [\because \cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta]$

$= 4[2\cos^2 x - 1]^3 - 3[2\cos^2 x - 1] \quad (\because \cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1)$

$= (2\cos^2 x - 1)[4(2\cos^2 x - 1)^2 - 3]$

$= (2\cos^2 x - 1)[4(4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1) - 3]$

$= (2\cos^2 x - 1)[16\cos^4 x - 16\cos^2 x + 4 - 3]$

$= (2\cos^2 x - 1)[16\cos^4 x - 16\cos^2 x + 1]$

$= 32\cos^6 x - 32\cos^4 x + 2\cos^2 x - 16\cos^4 x + 16\cos^2 x - 1$

$= 32\cos^6 x - 48\cos^4 x + 18\cos^2 x - 1$

= જ.બા.