اس لیے حاصل جمع ہوئی۔ $2\frac{4}{5}+3\frac{5}{6}=6\frac{19}{30}$

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے۔

کیا آپ اس مسئلہ کو حل کرنے کا کوئی اور طریقہ معلوم کر سکتے ہیں۔

مثال 12: معلوم کیجیے: $4\frac{2}{5}-2\frac{1}{5}$

حل: مکمل عددی حصہ 4 اور 2 اور کسری حصے $\frac{2}{5}$ اور $\frac{1}{5}$ کو الگ الگ ہی گھٹایا جائے گا۔ (نوٹ کیجیے کہ $4>2$ اور $\frac{2}{5}>\frac{1}{5}$)

اس لیے $4\frac{2}{5}-2\frac{1}{5}=(4-2)+\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\right)=2+\frac{1}{5}=2\frac{1}{5}$

مثال 13: حل کیجیے : $8\frac{1}{4}-2\frac{5}{6}$

حل: یہاں $8>2$ لیکن $\frac{1}{4}<\frac{5}{6}$ اس کو درج ذیل طریقہ سے حل کیا جاسکتا ہے:

$2\frac{5}{6}=\frac{2\times6+5}{6}=\frac{17}{6}$ اور $8\frac{1}{4}=\frac{(8\times4)+1}{4}=\frac{33}{4}$

اب، $\frac{33}{4}-\frac{17}{6}=\frac{33\times3}{12}-\frac{17\times2}{12}$ (کیونکہ 4 اور 6 کا LCM 12 ہے)

$=\frac{99-34}{12}=\frac{65}{12}=5\frac{5}{12}$

مشق 7.6

1۔ حل کیجیے:

(a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{7}$ (b) $\frac{3}{10}+\frac{7}{15}$ (c) $\frac{4}{9}+\frac{2}{7}$ (d) $\frac{5}{7}+\frac{1}{3}$ (e) $\frac{2}{5}+\frac{1}{6}$

(f) $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$ (g) $\frac{3}{4}\quad\frac{1}{3}$ (h) $\frac{5}{6}\quad\frac{1}{3}$ (i) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ (j) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$

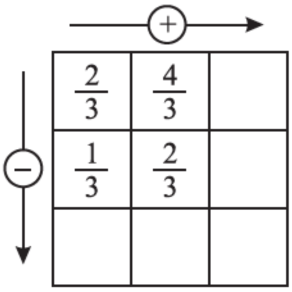
(k) $1\frac{1}{3}+3\frac{2}{3}$ (l) $4\frac{2}{3}+3\frac{1}{4}$ (m) $\frac{16}{5}\quad\frac{7}{5}$ (n) $\frac{4}{3}\quad\frac{1}{2}$

2۔ سریتا نے $\frac{2}{5}$ میٹر ربن خریدا اور للیتا نے $\frac{3}{4}$ میٹر ربن خریدا۔ ان کے ذریعے خریدے گئے ربن کی کل لمبائی کیا ہے؟

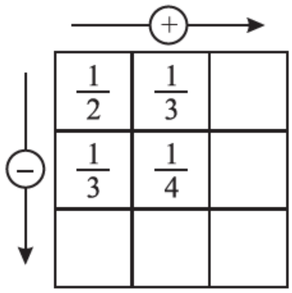
3۔ نینا کو کیک کا $1\frac{1}{2}$ حصہ ملا اور نجمہ کو کیک کا $1\frac{1}{3}$ حصہ ملا۔ دونوں کو کل کتنا کیک ملا۔

4۔ اس باکس کو مکمل کیجیے: (a) $\square-\frac{5}{8}=\frac{1}{4}$ (b) $\square-\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}-\square=\frac{1}{6}$

5۔ جمع– گھٹا کا باکس مکمل کیجیے۔



(a)



(b)

6۔ $\frac{7}{8}$ میٹر لمبے تار کو دو حصوں میں توڑا گیا۔ اگر ایک حصہ $\frac{1}{4}$ میٹر لمبا ہے تو دوسرا حصہ کتنا لمبا ہوگا؟

7۔ نندنی کا گھر اسکول سے $\frac{9}{10}$ کلومیٹر دور ہے۔ وہ کچھ راستہ پیدل چل کر $\frac{1}{2}$ کلومیٹر کا فاصلہ بس کے ذریعے طے کر کے اسکول پہنچتی ہے۔ وہ کتنی دور پیدل چلتی ہے؟

8۔ آشا اور سیمول کے پاس برابر سائز کی کتابوں کی الماریاں ہیں۔ آشا کی $\frac{5}{6}$ الماری کتابوں سے بھری ہے اور سیمول کی $\frac{2}{5}$ حصہ الماری کتابوں سے بھری ہے۔ کس کی الماری زیادہ بھری ہے اور کتنی زیادہ بھری ہے؟

9۔ جے دیو اسکول کے میدان کو پار کرنے میں $2\frac{1}{5}$ منٹ لگاتا ہے۔ اور رائل $\frac{7}{4}$ منٹ لگاتا ہے کون کم وقت لگاتا ہے اور کتنا کم؟۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ (a) کسر وہ عدد ہے جو ایک مکمل چیز کے ایک حصے کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ مکمل چیز اکیلی بھی ہوسکتی ہے اور چیزوں کا مجموعہ بھی۔

(b) کسر کو لکھنے کے لیے حصّوں کو شمار کرنے کی صورت حال کو ظاہر کرتے وقت اس بات کو یقینی بنا لینا چاہیے کہ تمام حصّے مساوی ہوں۔

2۔ $\frac{5}{7}$ میں 5 شمار کنندہ اور 7 نسب نما ہے۔

3۔ کسور کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔ ہر ایک کسر عددی خط پر موجود نقطے سے وابستہ ہوتی ہے۔

4۔ کسی بھی واجب کسر میں شمار کنندہ، نسب نما سے چھوٹا ہوتا ہے اور اگر کسور میں شمار کنندہ، نسب نما سے بڑا ہو تو وہ غیر واجب کسر کہلاتی ہے۔ غیر واجب کسر کو ایک مکمل عدد اور اس کے حصے کے اختلاط میں لکھیں تو وہ مخلوط کسر کہلاتی ہے۔

5۔ دو کسریں اگر برابر تعداد میں موجود ہوں تو کیا وہ معادل کہلائیں گی۔ ہر واجب یا غیر واجب کسر کی بہت سی معادل کسر ہوں گی۔ کسی دی گئی کسر کی معادل کسر معلوم کرنے کے لیے آپ دی گئی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی ایک ہی عدد سے ضرب یا تقسیم کر سکتے ہیں۔

6۔ ایک کسر اپنی کم ترین شکل (کم ترین ارکان) میں کہلاتی ہے۔ اگر اس کے شمار کنندہ اور نسب نما کا ایک کے علاوہ اور کوئی مشترک جزو ضربی نہ ہو۔

باب 8

اعشاریہ

(Decimals)

4618CH08

8.1 تعارف (Introduction)

سویتا اور شمع دونوں بازار گئیں ان کو کتابوں کی دکان سے کچھ سامان خریدنا تھا۔ سویتا نے کہا، ''میرے پاس پانچ روپے پچھتر پیسے ہیں۔'' شمع نے کہا، ''میرے پاس سات روپے پچاس پیسے ہیں۔''

وہ جانتی تھیں کہ روپیوں اور پیسوں کو اعشاریہ میں کس طرح لکھا جاتا ہے۔

اس لیے سویتا نے کہا، میرے پاس 5.75 روپے ہیں اور شمع نے کہا، ''میرے پاس 7.50 روپے ہیں۔''

کیا انہوں نے صحیح لکھا ہے؟

ہم جانتے ہیں کہ یہ نقطہ ایک اعشاریہ کے نقطے کو ظاہر کرتا ہے۔

اس سبق میں ہم اعشاریہ کے بارے میں مزید پڑھیں گے۔

8.2 دسواں (Tenths)

روی اور راجو نے اپنی پنسلوں کی لمبائیوں کو ناپا۔ روی کی پنسل 7 سینٹی میٹر اور 5 ملی میٹر لمبی ہے اور راجو کی 8 سینٹی میٹر اور 3 ملی میٹر لمبی ہے۔ کیا آپ ان لمبائیوں کو اعشاریہ کا استعمال کر کے سینٹی میٹر میں لکھ سکتے ہیں؟

ہم جانتے ہیں کہ 10 ملی میٹر = 1 سینٹی میٹر

اس لیے: 1 ملی میٹر = $\frac{1}{10}$ سینٹی میٹر یا ایک دسواں سینٹی میٹر

اب، روی کی پنسل کی لمبائی = 7 سینٹی میٹر 5 ملی میٹر

= $7\frac{5}{10}$ سینٹی میٹر یعنی 7 سینٹی میٹر اور ایک سینٹی میٹر کا 5 دسواں حصہ

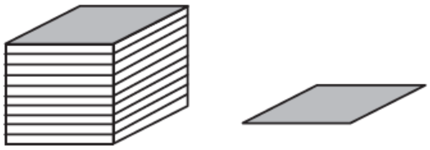
= 7.5 سینٹی میٹر

راجو کی پنسل کی لمبائی = 8 سینٹی میٹر 3 ملی میٹر

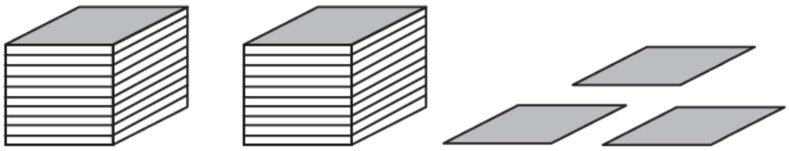
= $8\frac{3}{10}$ سینٹی میٹر یعنی 8 سینٹی میٹر اور ایک سینٹی میٹر کا 3

= 8.3 سینٹی میٹر

آیئے جو کچھ ہم نے اب تک سیکھا ہے پہلے اس کو دہرالیں۔
اگر ہم اکائیوں کو بلاک کے ذریعہ ظاہر کریں۔ تو ایک اکائی ایک بلاک ہے، اور دو اکائیاں دو بلاک اور اسی طرح آگے بھی۔ ایک بلاک کو 10 برابر کے حصوں میں بانٹا جاتا ہے



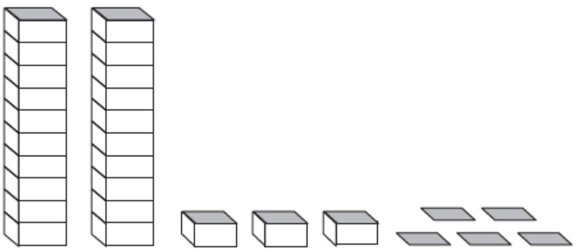
یعنی ہر حصہ ایک اکائی کا $\frac{1}{10}$ (ایک دسواں) ہے، 2 حصہ ظاہر کرتے ہیں کہ 2 دسواں اور 5 ظاہر کرتے ہیں کہ 5 دسواں اور اسی طرح اور بھی 2 بلاک اور 3 حصوں دسویں کو ملا کر اس طرح ریکارڈ کیا جاسکتا ہے۔



اکائیاں	دسواں
(1)	$(\frac{1}{10})$
2	3

اس کو 2.3 لکھتے ہیں۔ اور اس کو دو اعشاریہ تین پڑھتے ہیں۔

آیئے ایک ایسی مثال پر غور کریں جہاں اکائیوں کی تعداد زیادہ ہے۔ ہر ٹاور 10 اکائیوں کو ظاہر کرتا ہے تو یہاں دکھایا گیا عدد ہے۔



دہائیاں	اکائیاں	دسواں
(10)	(1)	$\frac{1}{10}$
2	3	5

یعنی $23.5 = 20 + 3 + \frac{5}{10}$

اس کو 'تیئیس اعشاریہ پانچ' پڑھتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1۔ کیا اب آپ مندرجہ ذیل کو اعشاریہ کی شکل میں لکھ سکتے ہیں؟

دسواں $\frac{1}{10}$	اکائیاں (1)	دہائیاں (10)	سینکڑے (100)
1	8	3	5
4	3	7	2
6	4	5	3

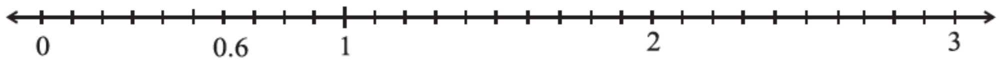
2۔ روی اور راجو کی پنسل کی لمبائی کو اعشاریہ کا استعمال کر کے سینٹی میٹر میں لکھیے۔

3۔ سوال نمبر 1 جیسی ہی تین اور مثالیں بنا دیجیے اور ان کو حل کیجیے۔

عددی خط پر اعشاریہ کو ظاہر کرنا

ایک عددی خط پر ہم کسری اعداد کا اظہار کر سکتے ہیں۔ آیئے اب ہم اعشاریہ کو بھی عددی خط پر ظاہر کریں۔ ذرائع 0.6 کو ایک عددی خط پر ظاہر کرتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ 0.6 صفر سے زیادہ اور ایک سے کم ہے اس میں 6 دسواں حصہ ہے۔ 0 اور 1 کی اکائی لمبائی کو دس برابر کے حصوں میں بانٹیے اور اس میں سے 6 حصہ لے لیجیے جیسا کہ نیچے دیکھایا گیا ہے۔



0 اور 1 کے درمیان 5 اعداد لکھیے اور ان کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

اب آپ بتایئے 2.3 میں کتنی اکائیاں اور کتنے دسواں ہیں۔ یہ عددی خط پر کہاں واقع ہے؟

1.4 کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

مثال 1: مندرجہ ذیل اعداد کو مقامی قدر جدول میں لکھیے: (a) 20.5 (b) 4.2

حل: آیئے دونوں اعداد کے لیے ایک ہی مقامی قدر جدول بنا کر اس میں دیے گئے اعداد کے ہندسوں کو مناسب مقامات پر لکھتے ہیں۔

ہمارے پاس ہے،

دسواں $\frac{1}{10}$	اکائیاں(1)	دہائیاں(10)	نمبر
5	0	2	20.5
2	4	0	4.2

مثال 2: مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو اعشاریہ کی شکل میں لکھیے: (a) دو اکائی اور 5 دسویں (b) تیس اور ایک دسواں

حل: (a) دو اکائی اور پانچ دسواں $= 2.5 = 2 + \frac{5}{10}$

(b) تیس اور ایک دسواں $= 30.1 = 30 + \frac{1}{10}$

مثال 3: مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کو اعشاریہ میں لکھیے:

(a) $30 + 6 + \frac{2}{10}$ (b) $600 + 2 + \frac{8}{10}$

حل: (a) $30 + 6 + \frac{2}{10}$

اس عدد میں کتنی دہائیاں، اکائیاں اور دسواں ہیں؟

ہمارے پاس 3 دہائیاں، 6 اکائیاں اور 2 دسواں ہیں۔

اس لیے اس کا اعشاریائی اظہار 36.2 ہے۔

(b) $600 + 2 + \frac{8}{10}$

نوٹ کیجیے کہ اس میں 6 سیکڑے، صفر دہائیاں، 2 اکائیاں اور 8 دسواں ہیں۔

اس لیے اس کا اعشاریائی اظہار 602.8 ہے۔

کسری اعداد کو اعشاریہ میں تبدیل کرنا (Fractions as Decimals)

ہم جانتے ہیں کہ 10 نسب نما والی کسر کو اعشاریہ میں کیسے ظاہر کرتے ہیں۔

آیئے اب ذرا ہم درج ذیل کو اعشاریہ میں تبدیل کرنے کی کوشش کرتے ہیں (a) $\frac{11}{5}$ (b) $\frac{1}{2}$

(a) ہم جانتے ہیں کہ $2.2 = 2 + \frac{2}{10} = \frac{20}{10} + \frac{2}{10} = \frac{20+2}{10} = \frac{22}{10} = \frac{11}{5}$

اس لیے $\frac{22}{10} = 2.2$ (اعشاریائی اظہار)

(b) $\frac{1}{2}$ میں نسب نما 2 ہے۔ اعشاریہ میں بدلنے کے لیے نسب نما 10 ہونا چاہیے، معادل کسریں ہم پہلے ہی بنانا جانتے ہیں۔ تو $\frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10} = 0.5$

اس لیے $\frac{1}{2}$ کو اعشاریہ میں 0.5 لکھتے ہیں۔

کوشش کیجیے

$\frac{3}{2}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}$ کو اعشاریہ میں تبدیل کیجیے۔

اعشاریہ کسروں کے طور پر (Decimals as Fractions)

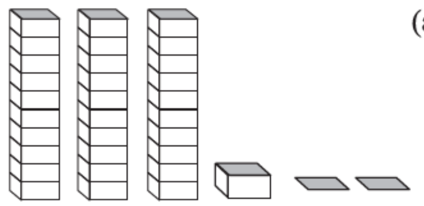
اب تک ہم نے سیکھا ہے کہ 2,10 یا 5 نسب نما والی کسروں کو اعشاریہ میں کیسے لکھ سکتے ہیں۔ کیا ہم 1.2 جیسے اعشاریہ کو ایک کسر کی شکل میں لکھ سکتے ہیں۔

آیئے دیکھیں: $1.2 = 1 + \frac{2}{10} = \frac{10}{10} + \frac{2}{10} = \frac{12}{10}$

مشق 8.1

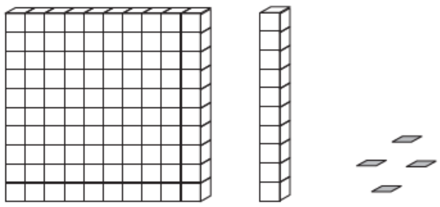
1۔ درج ذیل کو اعداد کی شکل میں دی گئی جدول میں لکھیے:

(a)



دسواں　اکائیاں　دہائیاں

(b)



دسواں　دہائیاں　سینکڑے

دسواں $\frac{1}{10}$	اکائیاں (1)	دہائیاں (10)	سینکڑے (100)

2۔ مندرجہ ذیل اعشاریہ کو مقامی قیمت جدول میں لکھیے:

(a) 19.4　(b) 0.3　(c) 10.6　(d) 205.9

3۔ مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کو اعشاریہ میں لکھیے:

(a) 7 دسواں　(b) دو دہائیاں، 9 دسواں

(c) چودہ اعشاریہ چھ　(d) ایک سو اور 2 اکائیاں

(e) چھ سو اعشاریہ آٹھ

4۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو اعشاریہ کے طور پر لکھیے:

(a) $\frac{5}{10}$　(b) $3 + \frac{7}{10}$　(c) $200 + 60 + 5 + \frac{1}{10}$　(d) $70 + \frac{8}{10}$　(e) $\frac{88}{10}$

(f) $4\frac{2}{10}$　(g) $\frac{3}{2}$　(h) $\frac{2}{5}$　(i) $\frac{12}{5}$　(j) $3\frac{3}{5}$　(k) $4\frac{1}{2}$

5۔ مندرجہ ذیل اعشاریہ کو کسر میں تبدیل کیجیے۔ کسر کو اس کی کم ترین شکل میں لکھیے۔

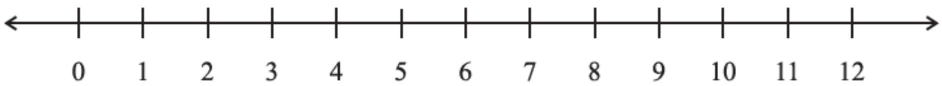
(a) 0.6 (b) 2.5 (c) 1.0 (d) 3.8 (e) 13.7 (f) 21.2 (g) 6.4

6۔ مندرجہ ذیل کو اعشاریہ کا استعمال کر کے سینٹی میٹر میں لکھیے:

(a) 2 ملی میٹر (b) 30 ملی میٹر (c) 116 ملی میٹر

(d) 4 سینٹی میٹر 2 ملی میٹر (e) 162 ملی میٹر (f) 83 ملی میٹر

7۔ دیے گئے اعداد عددی خط پر کون سے دو اعداد کے درمیان واقع ہیں۔

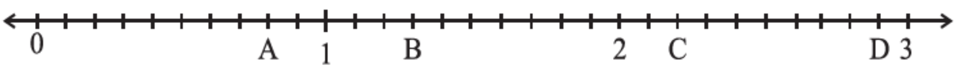


(a) 0.8 (b) 5.1 (c) 2.6 (d) 6.4 (e) 9.1 (f) 4.9

8۔ مندرجہ ذیل اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

(a) 0.2 (b) 1.9 (c) 1.1 (d) 2.5

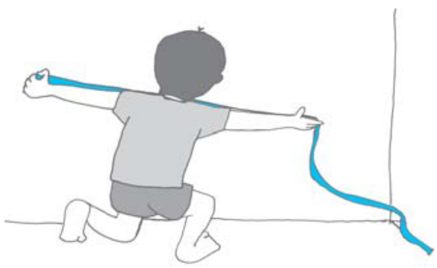
9۔ دیے گئے عددی خط پر C,B,A اور D نقطوں کو ظاہر کرنے کے لیے اعشاریہ میں لکھیے۔



10۔ (a) رمیش کی کاپی کی لمبائی 9 سینٹی میٹر 5 ملی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی سینٹی میٹر میں کیا ہوگی؟

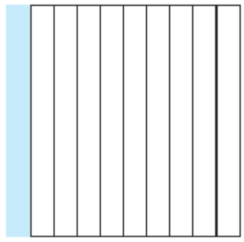
(b) چنے کے ایک چھوٹے پودے کی لمبائی 65 ملی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی سینٹی میٹر میں لکھیے۔

8.3 سوواں (Hundredths)

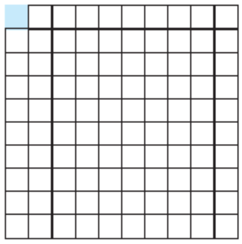


ڈیوڈ نے اپنے کمرے کی لمبائی کی پیمائش کی۔ اس نے دیکھا کہ اس کے کمرے کی لمبائی 4 میٹر اور 25 سینٹی میٹر ہے۔ وہ اس لمبائی کو میٹر میں لکھنا چاہتا ہے۔ کیا آپ اس کی کچھ مدد کر سکتے ہیں؟ ایک میٹر کا کون سا حصہ ایک سینٹی میٹر ہوگا؟ 1 سینٹی میٹر = $(\frac{1}{100})$ میٹر یا ایک میٹر کا ایک سوواں حصہ اس کا مطلب ہے۔ 25 سینٹی میٹر $\frac{25}{100}$ میٹر

اب $(\frac{1}{100})$ کا مطلب ہے ایک مکمل کے 100 حصوں میں سے ایک حصہ جیسا کہ ہم نے $\frac{1}{10}$ کے لیے کیا تھا۔ آیئے اس کو ہم تصویر کے ذریعہ ظاہر کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔



شکل (i)



شکل (ii)

ایک مربع لیجیے اور اس کو دس برابر حصوں میں بانٹیے شیڈ کیا گیا مستطیل، مربع کا کون سا حصہ ہے؟

یہ $\frac{1}{10}$ یا ایک دسواں یا 0.1 ہے (شکل (i) میں دیکھیے)

اب ایسے ہر مستطیل کو 10 برابر حصوں میں بانٹیے۔

ہم کو دس چھوٹے چھوٹے مربع مل جائیں گے جیسا کہ شکل (ii) میں دکھایا گیا ہے۔

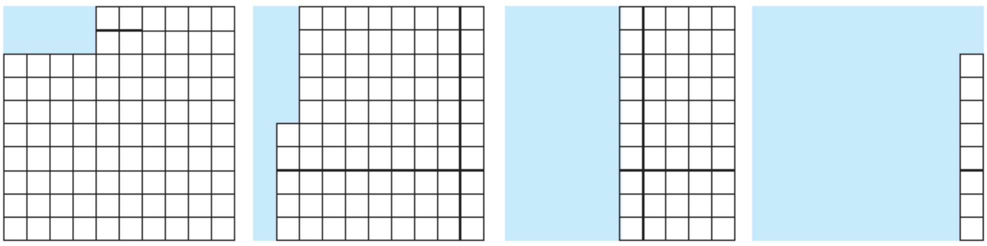
تو ہر چھوٹا مربع بڑے مربع کا کتنا حصہ ہے؟

ہر چھوٹا مربع بڑے مربع کا $(\frac{1}{100})$ یا سوواں حصہ ہے۔ اعشاریائی اظہار میں ہم اس کو لکھ سکتے ہیں۔

$(\frac{1}{100}) = 0.01$ اور اس کو صفر اعشاریہ صفر ایک پڑھتے ہیں۔

مکمل مربع کا کون سا حصہ رنگ سے بھرا ہوگا۔ اگر ہم 8 مربعوں، 15 مربعوں، 50 مربعوں، 92 مربعوں میں رنگ بھر دیں؟

جواب دینے کے لیے درج ذیل اشکال کی مدد لیجیے۔



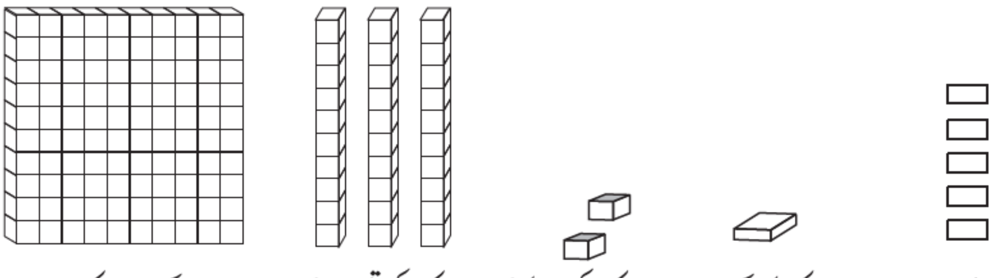
رنگ کیا گیا حصہ	عام کسر	اعشاریہ عدد
8 مربع	$\frac{8}{100}$	0.08
15 مربع	$\frac{15}{100}$	0.15
50 مربع	______	______
92 مربع	______	______

آیئے کچھ اور مقامی قیمت جدولوں کو دیکھتے ہیں۔

اکائیاں (1)	دسویں $\frac{1}{10}$	سوویں $(\frac{1}{100})$
2	4	3

اوپر جدول میں دکھایا گیا عدد ہے $2 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100}$ اعشاریہ میں ہم اس کو 2.43 لکھتے ہیں اور اس کو دو اعشاریہ چار تین پڑھتے ہیں۔

مثال4: نیچے دیے گئے بلاک سے حاصل ہو رہی معلومات کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل جدول کی خالی جگہوں کو بھریے اور حاصل ہونے والے عدد کو اعشاریہ کی شکل میں لکھیے۔



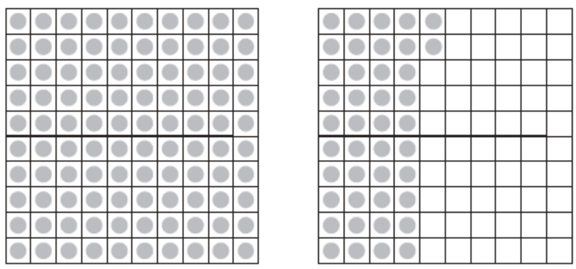
حل:

سیکڑے (100)	دہائیاں (10)	اکائی (1)	دسویں $\frac{1}{10}$	سوویں $(\frac{1}{100})$
1	3	2	1	5

عدد ہے: $100 + 30 + 2 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100} = 132.15$

مثال5: جدول میں دی گئی خالی جگہوں کو بھریے اور دیے گئے عدد کا عشری اظہار لکھیے۔

اکائیاں (1)	دسویں $(\frac{1}{10})$	سوویں $(\frac{1}{100})$



حل:

اکائی (1)	دسویں $\frac{1}{10}$	سوویں $(\frac{1}{100})$
1	4	2

اس لیے عدد 1.42 ہے

مثال6: درج ذیل مقامی قدر جدول میں دکھایے گئے اعداد کا عشری اظہار لکھیے۔

سیکڑے (100)	دہائیاں (10)	اکائیاں (1)	دسویں $(\frac{1}{10})$	سوویں $(\frac{1}{100})$
2	4	3	2	5

حل: عدد ہے $2 \times 100 + 4 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} + 5 \times (\frac{1}{100})$

$$= 200 + 40 + 3 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 243.25$$

پہلے ہندسے کو 100 سے ضرب کریں گے۔ اگلے عدد 4 کو 10 سے ضرب کریں گے یعنی (100 کا $\frac{1}{10}$)اس کے اگلے عدد کو 3 سے ضرب کریں گے اس کے بعد اگلا ضرب دینے والا عدد $\frac{1}{10}$. ہے اور اس کے بعد $\frac{1}{100}$ ہے (یعنی $\frac{1}{10}$ کا $\frac{1}{10}$)

> ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہم جیسے جیسے بائیں سے دائیں طرف جاتے ہیں ہر قدم پر اس کی قدر پچھلی قدر کا دسواں حصہ $\frac{1}{10}$ ہوجاتی ہے۔

ایک اعشاریہ کے عدد میں اعشاریہ کا نقطہ اکائی اور دسویں کے مقام کے درمیان آتا ہے۔ آپ یہ ظاہر ہے کہ ہم مقامی قدر جدول کی توسیع سوویں سے (سوویں کے $\frac{1}{10}$) یعنی ہزارویں تک کرنا چاہیں گے۔

آیئے کچھ مثالوں کو حل کرتے ہیں۔

مثال 7: اعشاریہ میں لکھیے۔ (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{7}{1000}$

حل: (a) ہم کو $\frac{4}{5}$ کی ایک ایسی معادل کسر معلوم کرنی ہے جس کا نسب نما 10 ہے۔

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10} = 0.8$$

(b) یہاں ہم کو $\frac{3}{4}$ کی ایک ایسی معادل کسر معلوم کرنا ہے جس کا نسب نما 10 یا 100 ہو۔ ایسا کوئی مکمل عدد نہیں ہے جس کو 4 سے ضرب کرنے پر 10 حاصل ہو۔ اس لیے ہم نسب نما کو 100 بناتے ہیں۔

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75$$

(c) $\frac{7}{1000}$ یہاں کیوں کہ دسواں اور سوواں مقام صفر ہے اس لیے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{7}{1000} = 0.007$$

مثال 8: کم ترین ارکان والی کسروں میں لکھیے:

(a) 0.04 (b) 2.34 (c) 0.342

حل: (a) $0.04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

(b) $2.34 = 2 + \frac{34}{100} = 2 + \frac{34 \div 2}{100 \div 2} = 2 + \frac{17}{50} = 2\frac{17}{50}$

(c) $0.342 = \frac{342}{1000} = \frac{342 \div 2}{1000 \div 2} = \frac{171}{500}$

مثال 9: مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو اعشاریہ کے طور پر لکھیے۔

(a) $200 + 30 + 5 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100}$ (b) $50 + \frac{1}{10} + \frac{6}{100}$

(c) $16 + \frac{3}{10} + \frac{5}{1000}$

حل: (a) $200 + 30 + 5 + \frac{2}{10} + \frac{9}{100} = 235 + 2 \times \frac{1}{10} + 9 \times \frac{1}{100} = 235.29$

(b) $50 + \frac{1}{10} + \frac{6}{100} = 50 + 1 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100} = 50.16$

(c) $= 16 + \frac{3}{10} + \frac{0}{100} + \frac{5}{1000}$

$= 16 + 3 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000} = 16.305$

مثال 10: مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو اعشاریہ کے طور پر لکھیے۔

(a) تین سو چھ اور سات سوواں

(b) گیارہ اعشاریہ دو تین پانچ

(c) نو اور پچیس ہزارواں

حل: (a) تین سو چھ اور سات سوواں

$= 306 + \frac{7}{100} = 306 + 0 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100} = 306.07$

(b) گیارہ اعشاریہ دو تین پانچ 11.235

(c) نو اور پچیس ہزارواں $= 9 + \frac{25}{1000}$

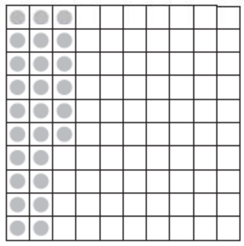
$= 9 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 9.025$

پچیس ہزارواں $= \frac{25}{1000} = \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$

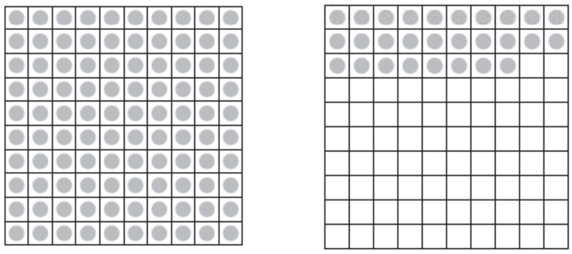
مشق 8.2

1۔ ان باکس کی مدد سے جدول کو مکمل کیجیے اور عدد کو لکھنے کے لیے اعشاریہ کا استعمال کیجیے:

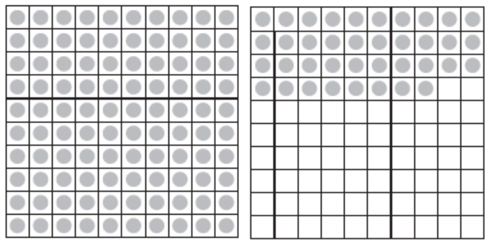
(a)



(b)



(c)



اکائیاں	دسواں	سوواں	عدد	
				(a)
				(b)
				(c)

2۔ درج ذیل مقامی قیمت جدول میں دکھائے گئے اعشاریہ لکھیے:

	سیکڑے 100	دہائیاں 10	اکائیاں 1	دسواں $\frac{1}{10}$	سوواں $(\frac{1}{100})$	ہزارواں $\frac{1}{1000}$
(a)	0	0	3	2	5	0
(b)	1	0	2	6	3	0
(c)	0	3	0	0	2	5
(d)	2	1	1	9	0	2
(e)	0	1	2	2	4	1

3۔ درج ذیل اعشاریوں کو مقامی قیمت جدول میں ظاہر کیجیے:

(a) 0.29 (b) 2.08 (c) 19.60 (d) 148.32 (e) 200.812

4۔ درج ذیل میں ہر ایک کو اعشاریہ کے طور پر لکھیے۔

(a) $20+9+\frac{4}{10}+\frac{1}{100}$ (b) $137+\frac{5}{100}$ (c) $\frac{7}{10}+\frac{6}{100}+\frac{4}{1000}$

(d) $23+\frac{2}{10}+\frac{6}{1000}$ (e) $700+20+5+\frac{9}{100}$

5۔ درج ذیل میں ہر ایک اعشاریہ کو الفاظ میں لکھیے:

(a) 0.03 (b) 1.20 (c) 108.56 (d) 10.07 (e) 0.032 (f) 5.008

6۔ درج ذیل میں ہر ایک عدد عددی خط پر دسویں مقام کے کن دو اعداد کے درمیان آئے گا؟

(a) 0.06 (b) 0.45 (c) 0.19 (d) 0.66 (e) 0.92 (f) 0.57

7۔ کم ترین ارکان والی کسروں میں لکھیے:

(a) 0.60 (b) 0.05 (c) 0.75 (d) 0.18 (e) 0.25 (f) 0.82

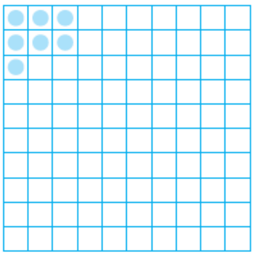
(g) 0.066

8.4 اعشاریوں کا موازنہ (Comparing Decimals)

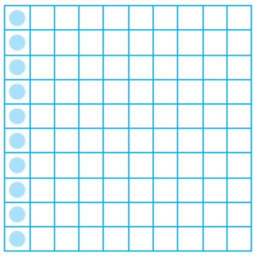
کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ 0.07 یا 0.1 میں کون بڑا ہے؟

اسکوئر پیپر (مربع پیپر) کے دو برابر کے ٹکڑے لیجیے اس کو 100 برابر حصوں میں بانٹیے۔ 0.07 کے لیے ہم 100 میں سے 7 حصوں کو شیڈ کریں گے۔

اب $0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$ تو 0.1 کے لیے 100 کے 10 حصوں کو شیڈ کریں گے۔



$0.07 = \frac{7}{100}$



$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

اس کا مطلب یہ ہے کہ $0.1 > 0.07$

آیئے اب اعداد 32.55 اور 32.5 کا موازنہ کرتے ہیں۔ اس کیس میں ہم مکمل عددی حصے کا موازنہ کرتے ہیں۔ ہم نے دیکھا کہ دونوں اعداد کے مکمل عددی حصے 32 ہیں یعنی برابر ہیں۔

جب کہ ہم جانتے ہیں کہ دونوں اعداد برابر نہیں ہیں اس لیے اب ہم کسری حصوں کا موازنہ کریں گے۔ ہم نے دیکھا کہ 32.55 اور 32.5 دونوں کسری حصوں میں دسواں حصہ بھی برابر ہے تب ہم سوویں حصے کا موازنہ کریں گے۔

ہم نے دیکھا۔

$32.55 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{5}{100}$ اور $32.5 = 32 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100}$ اس لیے $32.55 > 32.5$ کیوں کہ 32.55 کا دسواں حصہ زیادہ ہے۔

مثال 11: کون سا بڑا ہے؟

(a) 1 یا 0.99 (b) 1.09 یا 1.093

حل: (a) $1 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100}$؛ $0.99 = 0 + \frac{9}{10} + \frac{9}{100}$

0.99 کے مقابلہ 1 کا مکمل عددی حصہ بڑا ہے۔

اس لیے $1 > 0.99$

(b) $1.09 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{0}{1000}$؛ $1.093 = 1 + \frac{0}{10} + \frac{9}{100} + \frac{3}{1000}$

اس کیس میں دونوں اعداد کے سوویں تک کے حصے برابر ہیں۔

مگر 1.09 کے مقابلہ 1.093 کا ہزارواں حصہ بڑا ہے۔

اس لیے $1.093 > 1.09$

مشق 8.3

1۔ کون سا بڑا ہے؟ اپنے جواب کی وجہ بھی بتائیے۔

(a) 0.3 یا 0.4 (b) 0.07 یا 0.02 (c) 3 یا 0.8 (d) 0.5 یا 0.05

(e) 1.23 یا 1.2 (f) 0.099 یا 0.19 (g) 1.5 یا 1.50 (h) 1.431 یا 1.490

(i) 3.3 یا 3.300 (j) 5.64 یا 5.603

2۔ پانچ ایسی ہی اور مثالیں دیجیے اور ان میں بڑے عدد کی شناخت کیجیے۔

8.5 اعشاریہ کا استعمال (Using Decimal)

8.5.1 زر (Money)

ہم جانتے ہیں کہ 100 پیسے = ₹ 1

اس لیے 1 پیسہ = ₹ $\frac{1}{100}$ = ₹ 0.01

کوشش کیجیے

(i) 2 ₹ 5 پیسے اور 2 ₹ 50 پیسے کو اعشاریہ میں لکھیے۔

(ii) 20 ₹ 7 پیسے اور 21 ₹ 75 پیسے کو اعشاریہ میں لکھیے۔

اس لیے 65 پیسے ₹ $\frac{65}{100}$ = ₹ 0.65۔

اور 5 پیسے ₹ $\frac{5}{100}$ = ₹ 1.05۔

105 پیسے کیا ہے؟ یہ ایک ₹ اور 5 پیسے ہیں۔ یعنی ₹ 1.05

8.5.2 لمبائی (Length)

مہیش اپنی میز کی اوپری سطح کو میٹروں میں ناپنا چاہتا ہے۔ اس کے پاس ایک 50 سینٹی میٹر کا پیمانہ ہے۔ اس نے معلوم کیا کہ میز کی سطح کی لمبائی 156 سینٹی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی میٹر میں کتنی ہوگی؟

مہیش جانتا ہے کہ

1 سینٹی میٹر = $\frac{1}{100}$ میٹر یا 0.01 میٹر

اس لیے 56 سینٹی میٹر = $\frac{56}{100}$ میٹر = 0.56 میٹر

اس طرح میز کی سطح کی لمبائی ہے۔

156 سینٹی میٹر = 100 سینٹی میٹر + 56 سینٹی میٹر

1 میٹر + $\frac{56}{100}$ میٹر = 1.56 میٹر

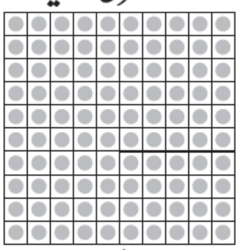
مہیش اس لمبائی کو تصویری شکل میں بھی دکھانا چاہتا ہے۔ اس نے دو برابر پیمائش کے مربع نما کاغذ لیے اور اس کو 100 برابر حصوں میں بانٹا۔ اس نے ہر چھوٹے مربع کو ایک سینٹی میٹر کے برابر لیا۔

کوشش کیجیے

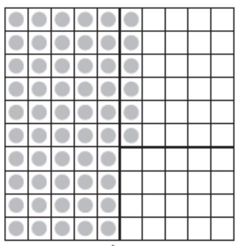
1۔ کیا آپ اعشاریہ کا استعمال کرکے 4 ملی میٹر کو سینٹی میٹر میں لکھ سکتے ہیں؟

2۔ اعشاریہ کا استعمال کرکے آپ 7 سینٹی میٹر 5 ملی میٹر کو سینٹی میٹر میں کیسے لکھیں گے؟

3۔ کیا اب آپ 52 میٹر کو اعشاریہ کے استعمال سے، کلو میٹر میں ظاہر کرسکتے ہیں؟ اعشاریہ کا استعمال کرکے آپ 340 میٹر کو کلو میٹر میں کیسے لکھیں گے؟ آپ 2008 میٹر کو کلو میٹر میں کیسے لکھیں گے؟



100 سینٹی میٹر



56 سینٹی میٹر

8.5.3 وزن (Weight)

نندو نے 500 گرام آلو 250 گرام شملہ مرچ، 700 گرام پیاز، 500 گرام ٹماٹر، 100 گرام ادرک اور 300 گرام گاجر خریدی۔ نندو کے تھیلے میں رکھی سبزیوں کا کل وزن کتنا ہوگا؟ تھیلے میں رکھی تمام سبزیوں کے وزن کو جوڑیے۔

کوشش کیجیے

1۔ کیا اب آپ اعشاریہ کا استعمال کرکے 456 گرام کو کلوگرام میں لکھ سکتے ہیں؟

2۔ اعشاریہ کا استعمال کرکے آپ 2 کلوگرام 9 گرام کو کلوگرام میں کیسے لکھ سکتے ہیں؟

500 گرام + 250 گرام + 700 گرام + 500 گرام + 100 گرام + 300 گرام = 2350 گرام

ہم جانتے ہیں کہ 1000 گرام = 1 کلوگرام

اس لیے 1 گرام = $\frac{1}{1000}$ کلوگرام = 0.001 کلوگرام

اس طرح 2350 گرام = 2000 گرام + 350 گرام

= $\frac{2000}{1000}$ کلوگرام + $\frac{350}{1000}$ کلوگرام

= 2 کلوگرام + 0.350 کلوگرام = 2.350 کلوگرام

یعنی 2350 گرام = 2 کلوگرام 350 گرام = 2.350 کلوگرام

اس طرح نندو کے تھیلے میں سبزیوں کا کل وزن 2.350 کلوگرام ہے۔

مشق 8.4

1۔ اعشاریہ کا استعمال کرکے روپوں میں لکھیے۔

(a) 5 پیسے (b) 75 پیسے (c) 20 پیسے

(d) 50 روپے 90 پیسے (e) 725 پیسے

2۔ اعشاریہ کا استعمال کرکے میٹروں میں لکھیے

(a) 15 سینٹی میٹر (b) 6 سینٹی میٹر (c) 2 میٹر 45 سینٹی میٹر

(d) 9 میٹر 7 سینٹی میٹر (e) 419 سینٹی میٹر

3۔ اعشاریہ کا استعمال کرکے سینٹی میٹر میں لکھیے۔

(a) 5 ملی میٹر (b) 60 ملی میٹر (c) 164 ملی میٹر

(d) 9 سینٹی میٹر 8 ملی میٹر (e) 93 ملی میٹر

4۔ اعشاریے کا استعمال کر کے کلومیٹر میں لکھیے۔

(a) 8 میٹر (b) 88 میٹر (c) 8888 میٹر

(d) 70 کلومیٹر 5 میٹر

5۔ اعشاریے کا استعمال کر کے کلوگرام میں لکھیے۔

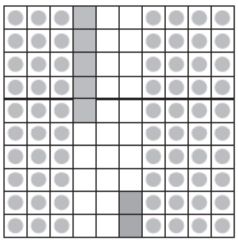
(a) 2 گرام (b) 100 گرام (c) 3750 گرام

(d) 5 کلوگرام 8 گرام (e) 26 کلوگرام 50 گرام

8.6 اعداد اور اعشاریوں کی جمع (Addition of Numbers With Decimals)

اسے کیجیے

0.35 اور 0.42 کو جوڑیے



ایک مربع لیجیے اور اس کو 100 برابر کے حصوں میں بانٹیے۔

اس مربع میں 3 دسواں کو شیڈ کر کے اور 5 سوواں کو رنگ کر کے 0.35 کی نشاندہی کیجیے۔

اس مربع میں 4 دسواں کو شیڈ کر کے اور 2 سوواں کو رنگ کر کے 0.42 کی نشاندہی کیجیے۔

اب مربع میں دسویں کی کل تعداد اور مربع میں سوویں کی کل تعداد گنیے :

اکائیاں	دسویں	سویں
0	3	5
+ 0	4	2
0	7	7

اس لیے $0.35 + 0.42 = 0.77$

اس طرح ہم اعشاریوں کو بھی مکمل اعداد کی طرح ہی جوڑ سکتے ہیں۔

کیا اب آپ 0.18 اور 0.54 کو جمع کر سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے

(i) $0.29 + 0.36$ (ii) $0.7 + 0.08$

(iii) $1.54 + 1.80$ (iv) $2.66 + 1.85$

اکائیاں	دسویں	سوویں
0	6	8
+ 0	5	4
1	2	2

اس طرح 1.22 = 0.54 + 0.68

مثال 12: لتا نے 9.50 ₹ کا ایک پین اور 2.50 ₹ کی ایک پنسل خریدی۔ اس نے کل کتنی رقم خرچ کی؟

حل : پین پر ہونے والا خرچ = 9.50 ₹

پنسل پر ہونے والا خرچ = 2.50 ₹

کل خرچ = 9.50 ₹ + 2.50 ₹

کل خرچ = 12.00 ₹

مثال 13: سیمسن 5 کلومیٹر 52 میٹر بس سے 2 کلومیٹر 265 میٹر کار سے اور باقی 1 کلومیٹر 30 میٹر پیدل چلتا ہے اس نے کل کتنا فاصلہ طے کیا؟

حل : بس سے طے کیا گیا فاصلہ = 5 کلومیٹر 52 میٹر = 5.052 کلومیٹر

کار سے طے کیا گیا فاصلہ = 2 کلومیٹر 265 میٹر = 2.265 کلومیٹر

پیدل طے کیا گیا فاصلہ = 1 کلومیٹر 30 میٹر = 1.030 کلومیٹر

اس لیے کل طے کیا گیا فاصلہ ہوگا۔

5.052 کلومیٹر

+ 2.265 کلومیٹر

+ 1.030 کلومیٹر

8.347 کلومیٹر

اس لیے کل طے کیا گیا فاصلہ = 8.347 کلومیٹر

مثال 14: راہل نے 4 کلوگرام 90 گرام سیب، 2 کلوگرام 60 گرام انگور اور 5 کلوگرام 300 گرام آم خریدے۔ اس نے جو پھل خریدے ان کا کل وزن بتائیے۔

حل: سیبوں کا وزن = 4 کلوگرام 90 گرام = 4.090 کلوگرام

انگوروں کا وزن = 2 کلوگرام 60 گرام = 2.060 کلوگرام

آموں کا وزن = 5 کلوگرام 300 گرام = 5.300 کلوگرام

اس لیے خریدے گئے پھلوں کا کل وزن ہوگا۔

	4.090 کلوگرام
+	2.060 کلوگرام
+	5.300 کلوگرام
	11.450 کلوگرام

خریدے گئے پھلوں کا کل وزن = 11.450 کلوگرام

مشق 8.5

1۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کا حاصل جمع معلوم کیجیے:

(a) $0.007 + 8.5 + 30.08$

(b) $15 + 0.632 + 13.8$

(c) $27.076 + 0.55 + 0.004$

(d) $25.65 + 9.005 + 3.7$

(e) $0.75 + 10.425 + 2$

(f) $280.69 + 25.2 + 38$

2۔ رشید نے 35.75₹ کی حساب کی کتاب اور 32.60 ₹ کی سائنس کی کتاب خریدی۔ معلوم کیجیے کہ رشید نے کل کتنی رقم خرچ کی۔

3۔ رادھیکا کی ماں نے اس کو 10.50₹ اور اس کے والد نے اس کو 15.80 ₹ دیے۔ معلوم کیجیے کہ رادھیکا کے والدین نے اس کو کل کتنے ₹ دیے۔

4۔ نسرین نے اپنی جمپر کے لیے 3 میٹر 20 سینٹی میٹر کپڑا خریدا اور شلوار کے لیے 2 میٹر 5 سینٹی میٹر کپڑا خریدا۔ معلوم کیجیے کہ اس نے کل کتنا کپڑا خریدا۔

5۔ نریش 2 کلومیٹر 35 میٹر صبح میں اور 1 کلومیٹر 7 میٹر شام میں پیدل چلا وہ کل کتنی دور چلا۔

6۔ سنیتا نے اسکول پہنچنے کے لیے بذریعہ بس سے 15 کلومیٹر 268 میٹر، کار سے 7 کلومیٹر 7 میٹر اور پیدل 500 میٹر کا سفر طے کیا۔ اس کا اسکول اس کے گھر سے کتنے فاصلہ پر ہے؟

7۔ روی نے 5 کلوگرام 400 گرام چاول، 2 کلوگرام 20 گرام چینی اور 10 کلوگرام 850 گرام آٹا خریدا اس کی خریداری کا کل وزن معلوم کیجیے۔

8.7 اعشاریوں کی تفریق (Subtraction of Decimals)

اسے کیجیے

2.58 میں سے 1.32 گھٹایئے۔

اس کو ہم جدول کے ذریعہ دیکھا سکتے ہیں۔

	اکائیاں	دسویں	سوویں
	2	5	8
–	1	3	2
	1	2	6

اس طرح 2.58 – 1.32 = 1.26

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اعشاریہ کی تفریق میں سوویں کو سوویں میں سے، دسویں کو دسویں میں سے اور اکائیوں کو اکائیوں میں سے گھٹاتے ہیں جیسا کہ ہم جمع میں کرتے ہیں۔

کبھی کبھی، اعشاریے کی تفریق میں بھی ہم جمع ہی کی طرح پھر سے گروپ بناتے ہیں (یعنی ری گروپنگ کرتے ہیں)۔

آیئے ذرا 1.74 کو 3.4 میں سے گھٹاتے ہیں۔

	اکائیاں	دسویں	سوویں
	3	5	0
–	1	7	4
	1	7	6

دسویں مقام پر گھٹایئے

نہیں گھٹا سکتے

تو ری گروپنگ کیجیے

$$\begin{array}{r} {}^{2}\not{3}\ .\ {}^{14}\not{5}\,{}^{10}0 \\ -\ 1\ .\ 7\ 4 \\ \hline 1\ .\ 7\ 6 \\ \hline \end{array}$$

کوشش کیجیے

1۔ 1.85 کو 5.46 میں سے گھٹایئے؛

2۔ 5.25 کو 8.28 میں سے گھٹایئے؛

3۔ 0.95 کو 2.29 میں۔سے گھٹایئے؛

4۔ 2.25 کو 5.68 میں سے گھٹایئے؛

اسی طرح $3.5 - 1.74 = 1.76$

مثال15: ابھیشیک کے پاس ₹ 7.45 ہیں اس نے ₹ 5.30 کی ٹافیاں خریدیں۔ معلوم کیجیے کہ ابھیشیک کے پاس کتنی رقم باقی بچی۔

حل: کل رقم ₹ 7.45=

ٹافیوں پر خرچ کی گئی رقم ₹ 5.30=

باقی بچی رقم ₹7.45 – ₹ 5.30 = ₹2.15

مثال16: ارمیلا کا اسکول اس کے گھر سے 5 کلومیٹر، 350 میٹر کے فاصلہ پر ہے۔ وہ 1 کلومیٹر 70 میٹر پیدل اور باقی فاصلہ بس سے طے کرتی ہے۔ وہ کتنا فاصلہ بس سے طے کرتی ہے؟

حل: اسکول سے گھر تک کا فاصلہ =5.350 کلومیٹر

پیدل طے کیا گیا فاصلہ =1.070 کلومیٹر

اس لیے بس سے طے کیا گیا فاصلہ 5.350 کلومیٹر– 1.070 کلومیٹر

= 4.280 کلومیٹر

اس طرح بس سے طے کیا گیا فاصلہ = 4.280 کلومیٹر یا 4 کلومیٹر 280 میٹر

مثال17: کنچن نے 5 کلوگرام 200 گرام کا ایک تربوز خریدا۔ اس میں سے اس نے 2 کلوگرام 750 گرام اپنے پڑوسی کو دے دیا۔ کنچن کے پاس باقی بچے تربوز کا وزن معلوم کیجیے ؟

حل: تربوز کا کل وزن =5.200 کلوگرام

پڑوسی کو دیے گئے تربوز کا وزن =2.750 کلوگرام

اس لیے باقی بچے تربوز کا وزن 5.200 کلوگرام – 2.750 کلوگرام = 2.450 کلوگرام

مشق 8.6

1۔ گھٹائیے:

(a) ₹18.25 کو ₹ 20.75 میں سے

(b) 202.54 کو 250 میٹر میں سے

(c) ₹5.36 کو ₹8.40 میں سے

(d) 2.051 کلومیٹر کو 5.206 کلومیٹر میں ہے

(e) 0.314 کلوگرام کو 2.107 کلوگرام میں سے

2۔ قدر معلوم کیجیے:

(a) $9.756 - 6.28$

(b) $21.05 - 15.27$

(c) $18.5 - 6.79$

(d) $11.6 - 9.847$

3۔ راجو نے ایک کتاب 35.65 ₹ کی خریدی اس نے 50 ₹ دکاندار کو دیے۔ دکاندار ا کرے گا؟

4۔ رانی کے پاس 18.50 ₹ ہیں۔ اس نے 11.75 ₹ کی ایک آئس کریم خریدی۔ اس کے پاس کتنی رقم باقی بچی۔

5۔ ٹینا کے پاس 20 میٹر 5 سینٹی میٹر لمبا کپڑا ہے۔ اس نے ایک پردہ بنانے کے لیے اس میں سے 4 میٹر 50 سینٹی میٹر کپڑا کاٹ لیا۔ اس کے پاس کتنا کپڑا باقی بچا؟۔

6۔ نمیتا روزانہ 20 کلومیٹر 50 میٹر فاصلہ طے کرتی ہے۔ اس میں سے وہ 10 کلومیٹر 200 میٹر فاصلہ بس سے اور باقی اسکوٹر سے طے کرتی ہے۔ وہ اسکوٹر سے کتنا فاصلہ طے کرتی ہے؟

7۔ آکاش نے 10 کلوگرام سبزی خریدی۔ اس میں سے 3 کلوگرام 500 گرام پیاز، 2 کلوگرام 75 گرام ٹماٹر اور باقی آلو ہیں۔ آلوؤں کا وزن کتنا ہے؟

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ ایک مکمل (یعنی ایک اکائی) کے حصے کو ظاہر کرنے کے لیے ہم ایک اکائی کو ایک بلاک سے ظاہر کرتے ہیں۔ ایک بلاک کو دس برابر حصوں میں بانٹنے کا مطلب ہے کہ ہر حصہ ایک اکائی کا $\frac{1}{10}$ (ایک دسواں) کے برابر ہے۔ اعشاریائی اظہار میں اس کو 0.1 لکھا جاسکتا ہے۔ اس کا نقطہ اعشاریہ کے نقطہ کو ظاہر کرتا ہے۔ اور یہ اکائی کے مقام اور دسویں کے مقام کے درمیان آتا ہے۔

2۔ ایسی ہر کسر کو جس کا نسب نما 10 ہو، اعشاریہ کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔ اور اس کے برعکس بھی۔

3۔ ایک بلاک جس کو 100 برابر حصوں میں بانٹنے کا مطلب ہے۔ ایک اکائی کا $\frac{1}{100}$ (ایک سوواں) حصہ ہے۔ اس کا اعشاریائی اظہار 0.01 ہے۔

4۔ ایسی ہر کسر جس کا نسب نما 100 ہو، اعشاریہ کے طور پر لکھا جاسکتا ہے اور اس کے برعکس بھی۔

5۔ مقامی قیمت جدول میں جب ہم بائیں سے دائیں جانب چلتے ہیں تو ہر پچھلے عدد کی قدر پچھلی قدر کا دسواں حصہ کا $\frac{1}{10}$ ہوجاتی ہے۔

مقامی قیمت کے جدول کو اور آگے بھی بڑھایا جاسکتا ہے۔ سوواں سے (سوواں کا $\frac{1}{10}$) یعنی ہزارواں $(\frac{1}{100})$ تک۔ جس کا اعشاریائی اظہار 0.001 ہے۔

6۔ اعشاریہ کو بھی عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

7۔ ہر اعشاریہ کو کسر کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔

8۔ کوئی بھی دو اعشاریائی اعداد کا آپس میں موازنہ کیا جاسکتا ہے۔ موازنہ مکمل عددی حصہ سے شروع کیا جاتا ہے۔ اگر مکمل عددی حصہ برابر ہے تو دسویں حصہ کا موازنہ کرتے ہیں اور اسی طرح آگے بھی۔

9۔ اعشاریہ کا استعمال ہماری زندگی میں کئی طریقوں سے ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر روپے پیسے، لمبائی اور وزن کی اکائیوں کو اعشاریہ میں بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

باب 9

اعداد و شمار کا استعمال

4618CH09

(Data Handling)

9.1 تعارف (Introduction)

آپ نے اپنے استاد کو اپنی کلاس میں روزانہ طلبا کی حاضری لیتے ہوئے یا پھر ہر جانچ یا امتحان کے بعد آپ کے نمبروں کو ریکارڈ رجسٹر میں درج کرتے ہوئے تو ضرور دیکھا ہوگا۔اسی طرح آپ نے کرکٹ کے اسکور بورڈ تو دیکھیں ہوں گے۔ یہاں دو اسکور بورڈ دکھائے گئے ہیں :

گیند باز کا نام	اُوور	میڈن اُوور	دیے گئے رن	لیے گئے وکٹ
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

بلے باز کا نام	رن	کھیلی گئی گیندیں	وقت (منٹ میں)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

ریکارڈ میں صرف کھیل کی ہار جیت کی جانکاری کا انداز ہی نہیں ہوتا بلکہ اسکور بورڈ میں کھیل کے بارے میں برابر کی اہمیت کی حامل اور بھی بہت سی کارآمد جانکاریاں ہوتی ہیں۔ مثلاً آپ یہ بھی معلوم کرسکتے ہیں کہ سب سے زیادہ رن بنانے والے کھلاڑی نے کتنا وقت لیا اور کتنی گیندوں کا سامنا کیا۔

اسی طرح آپ نے اپنی روز مرّہ زندگی میں اعداد،تصویروں اور ناموں وغیرہ کی مختلف جدول دیکھی ہوں گیں۔

ان جدول سے ہم کو اعداد و شمار یا آنکڑے ملتے ہیں۔اعداد و شمار جمع کیے گئے اعداد کا وہ مجموعہ ہے جن سے کچھ جانکاری حاصل ہوتی ہے۔

9.2 اعداد و شمار کو درج (Record) کرنا

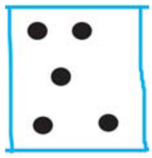
آیئے ایک ایسی کلاس کی مثال لیتے ہیں جو پکنک پر جانے کی تیاری میں مصروف ہے۔استاد نے طلبا سے کیلا، سیب،سنترہ یا امرود میں سے ان کی پسند کے پھل کے بارے میں پوچھا اور اوما سے اس کی فہرست بنانے کے لئے کہا۔ اس نے تمام بچوں کی ایک فہرست تیّار کی اور ان کے ناموں کے سامنے ان کی پسند کے پھل کا نام لکھا۔ یہ فہرست بچوں کو ان کی پسند کے پھل بانٹنے میں استاد کے کام آئے گی۔

راگھو	–	کیلا	بھاونا	–	سیب
پریتی	–	سیب	منوج	–	کیلا
امر	–	امرود	ڈونالڈ	–	سیب
فاطمہ	–	سنترہ	ماریا	–	کیلا
امیتا	–	سیب	اوما	–	سنترہ
رمن	–	کیلا	اختر	–	امرود
رادھا	–	سنترہ	ریتو	–	سیب
فریدہ	–	امرود	سلمہ	-	کیلا
انو رادھا	–	کیلا	کویتا	-	امرود
رتی	–	کیلا	جاوید	–	کیلا

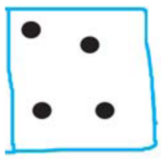
کیلا

اگر استاد یہ جاننا چاہتے ہیں کہ کلاس میں کل کتنے کیلے درکار ہوں گے تو وہ فہرست کے تمام نام ایک ایک کر کے پڑھیں گے اور کیلوں کی مطلوبہ تعداد کو گن لیں گے۔سیب،امرود اور سنتروں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے بھی وہ یہی عمل بار بار دوہرائیں گے۔ یہ کتنا تھکا دینے والا اور وقت ضائع کرنے والا عمل ہے۔اگر طلبا کی تعداد 50 ہو تو یہ اور بھی تھکانے والا کام ہو جائے گا۔

سنترہ



سیب



امرود

اس طرح اوما نے صرف ان پھلوں کے نام ایک ایک کرکے اس طرح لکھیے :
کیلا، سیب، امرود، سنترہ، سیب، کیلا، سنترہ، امرود، کیلا، کیلا، سیب، کیلا، سیب، کیلا، سنترہ، امرود، سیب، کیلا، امرود، کیلا۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ اس سے استاد کا کام کچھ آسان ہوا ہوگا؟ ان کو پھر بھی پھلوں کی تعداد ایک ایک کر کے گِنّا پڑے گی۔ جیسا کہ انہوں نے پہلے کیا تھا۔

سلمہ کو ایک دوسری ترکیب سوجھی۔ اس نے زمین پر چار چوکور خانے بنائے۔ ہر خانے کو صرف ایک ہی قسم کے پھل کے لیے مخصوص کردیا۔ اس نے بچوں سے ان کی پسند کے پھل والے خانے میں ایک کنکری رکھنے کے لے کہا۔ یعنی ایک بچہ جس کو کیلا پسند ہے وہ کیلے کے مخصوص خانے میں ایک کنکری رکھے گا۔ اور اسی طرح دوسرے خانوں میں بھی۔

ہر خانے میں کنکریوں کو گن کر سلمہ جلدی سے بتا سکے گی ہر قسم کے پھل کتنے کتنے درکار ہوں گے۔ مختلف خانوں میں ان کنکریوں کو اگر وہ ترتیب سے رکھے گی تو یہ جانکاری اور بھی جلدی سے حاصل کر سکے گی۔

اس طرح کے عمل کو 40 بچوں کے ساتھ کرنے کی کوشش کیجیے جبکہ کوئی بھی چار پھلوں کے نام طے کرلیں۔ کنکری کے بجائے آپ بوتل کے ڈھکن یا کوئی اور ٹوکن بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

9.3 اعداد و شمار کی تنظیم (Organisation of Data)

جو سلمہ نے حاصل کی تھی اس جانکاری کو حاصل کرنے کے لیے رونالڈ نے صرف ایک پین اور ایک کاغذ کا استعمال کیا۔ اس نے کنکریوں کی مدد نہیں لی اور نہ ہی طلبا سے کہا کہ وہ آئیں اور کنکریوں کو خانے میں رکھیں۔ اس نے مندرجہ ذیل جدول بنائی :

پھل کے نام	علامت	کل
کیلا	✓✓✓✓✓✓✓✓	8
سنترہ	✓✓✓	3
سیب	✓✓✓✓✓	5
امرود	✓✓✓✓	4

کیا آپ رونالڈ کے ذریعہ بنائی گئی جدول کو سمجھے؟

صحیح کا ایک نشان (✓) کیا ظاہر کر رہا ہے؟

4 طلبا کو امرود پسند ہیں۔ امرود کے سامنے کتنے صحیح کے نشان (✓) لگے ہیں؟

کلاس میں کل کتنے طلبا ہیں؟ یہ تمام جانکاری حاصل کیجیے۔ان طریقوں پر بات چیت کیجیے۔ ان میں کون سا طریقہ بہتر ہے اور کیوں؟ اگر جانکاری کے لیے اور زیادہ اعداد وشمار کی ضرورت پڑے تو ان میں سے کون سا طریقہ زیادہ کارآمد ہوگا؟

مثال 1 : اسکول کی جانب سے دیئے جانے والے کھانے کے سلسلہ میں استاد نے ہر طالب علم کی پسند جاننی چاہی۔ استاد نے یہ جانکاری حاصل کرنے کی ذمہ داری ماریا کے سپرد کی۔ ماریا نے یہ کام ایک کاغذ اور پنسل کی مدد سے کیا۔ اس نے ایک کالم میں پسند کے کھانوں کو ترتیب سے لکھنے کے بعد طلبا کی پسند کو ایک لکیر کے نشان کے ذریعہ ظاہر کیا :

پسند	طلبا کی تعداد
صرف چاول	‎|||||||||||||||||
صرف روٹی	‎|||||||||||||
روٹی اور چاول دونوں	‎||||||||||||||||||||

اومیش نے جب مندرجہ بالا جدول کو دیکھا تو اس نے طلبا کی تعداد کو گننے کا ایک اور بہتر طریقہ تجویز کیا۔ اس نے ماریا سے کہا کہ لکیر میں (|) کو دس کے گروپ میں اکٹھا کرے جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے :

پسند	شماریاتی نشانات	طلبا کی تعداد
صرف چاول	(||||||||||) |||||||	17
صرف روٹی	(||||||||||) |||	13
روٹی اور چاول دونوں	(||||||||||) (||||||||||)	20

راجن نے اس کو اور آسان بنانے کے لیے دس لکیروں کے بجائے پانچ پانچ کے گروپ بنانے کے لیے کہا جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے :

طلبا کی تعداد	شماریاتی نشانات	پسند
17	(IIIII) (IIIII) (IIIII) II	صرف چاول
13	(IIIII) (IIIII) III	صرف روٹی
20	(IIIII) (IIIII) (IIIII) (IIIII)	روٹی اور چاول دونوں

استاد نے مشورہ دیا کہ ہر گروپ میں پانچویں لکیر کو ٹیڑھا لگاؤ جیسے '𝍸'، ان کو ہم شماریاتی نشان کہتے ہیں۔ اس لیے پانچ جمع دو (یعنی سات) II 𝍸 کو ظاہر کرے گا۔ اور 𝍸 𝍸 پانچ جمع پانچ (یعنی دس) کو ظاہر کرے گا۔

اب جدول کچھ اس طرح دکھائی دے گا۔

طلبا کی تعداد	شماریاتی نشانات	پسند
17	𝍸 𝍸 𝍸 II	صرف چاول
13	𝍸 𝍸 III	صرف روٹی
20	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	روٹی اور چاول دونوں

مثال 2: ایکتا سے کہا گیا کہ اپنی چھٹی کلاس کے طالب علموں کے جوتوں کے ناپ کے اعداد وشمار جمع کرے۔ اس نے حاصل جانکاری کو مندرجہ ذیل انداز میں ظاہر کیا :

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

جاوید جاننا چاہتا ہے کہ (i) طلبا کون سے ناپ کے جوتے سب سے زیادہ پہنتے ہیں۔ (ii) طلبا کون سے ناپ کے جوتے سب سے کم پہنتے ہیں۔ کیا یہ جانکاری آپ بھی حاصل کر سکتے ہیں؟

ایکتا نے شماریاتی نشانات استعمال کرتے ہوئے ایک جدول تیار کیا :

جوتے کی ناپ	شماریاتی نشانات	طلبا کی تعداد
4	𝍸	5
5	𝍸 III	8
6	𝍸 𝍸	10
7	𝍸 II	7
8	𝍸 II	2

پہلے پوچھے گئے سوالات کے جواب اب آسانی سے دیے جاسکتے ہیں۔

اسے کیجیے

1۔ اپنی کلاس کے ساتھی کی خاندان کے ارکان کی تعداد کی جانکاری حاصل کیجیے اور اس کو ایک جدول کی شکل میں لکھیے۔ پتہ لگائیے کہ سب سے زیادہ طالب علم کون سے گروپ کے ہیں۔

خاندان کے ارکان کی تعداد	شماریاتی نشانات	طلبا کی تعداد
		جن کے خاندان کے ارکان کی تعداد اتنی ہی ہو

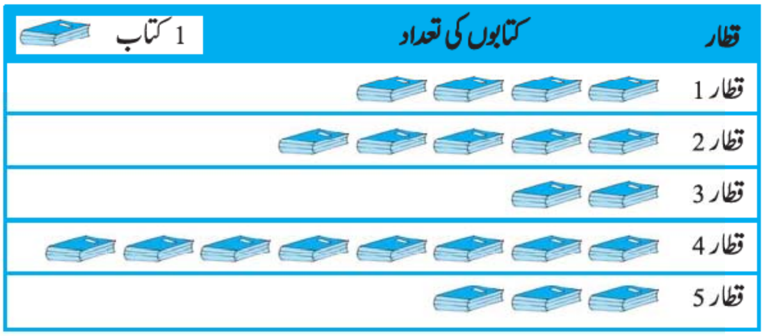
ایک جدول بنائیے اور شماریاتی نشانات استعمال کرتے ہوئے اس اعداد وشمار کو لکھیے۔ اور معلوم کیجیے کہ

(a) کون سا عدد سب سے کم بار آیا ہے؟ (b) کون سا عدد سب سے زیادہ بار آیا ہے؟

(c) برابر مرتبہ آنے والا عدد؟

9.4 تصویری گراف (Pictograph)

ایک الماری کے پانچ خانے ہیں۔ ہر خانے میں کتابوں کی ایک قطار بنی ہے۔ اس کی تفصیلات مندرجہ ذیل دکھائی گئی ہیں۔



کون سی قطار میں سب سے زیادہ کتابیں ہیں؟ کون سی قطار میں سب سے کم کتابیں ہیں؟ کیا کوئی قطار ایسی بھی ہے جس میں کوئی کتاب نہیں ہے؟

ان سوالات کے جواب آپ جدول دیکھ کر بتا سکتے ہیں۔ تصویر کو دیکھ کر آپ اعداد وشمار کو سمجھ سکتے ہیں۔

یہ ایک تصویری گراف ہے۔

ایک تصویری گراف اعداد وشمار کو تصویروں، چیزوں اور چیزوں کے حصوں کی شکل میں ظاہر کرتا ہے۔

اس سے آنکڑوں کو ایک نظر ہی دیکھ کر جواب میں مدد ملتی ہے۔

اسے کیجیے

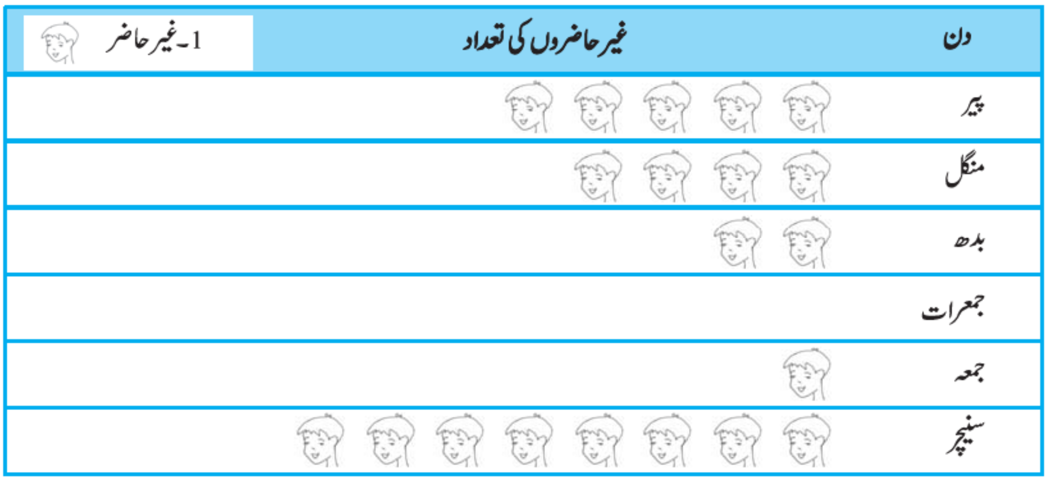
عام طور پر اخبارات اور رسالوں میں تصویری گراف کا استعمال پڑھنے والوں کو متوجہ کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔

ایسے ایک یا دو شائع ہوئے تصویری گراف جمع کیجیے اور ان کو اپنی کلاس میں دکھائیے اور یہ سمجھنے کی کوشش کیجیے کہ اس میں کیا دکھایا گیا ہے۔

تصویری گراف میں دی گئی معلومات کو سمجھنے کے لیے تھوڑی مشق کی ضرورت ہوتی ہے۔

9.5 تصویری گراف کی ترجمانی (Interpretation of a Pictograph)

مثال 3 : درج ذیل تصویری گراف میں 30 بچوں کی ایک کلاس میں پچھلے ہفتہ غیر حاضر رہنے والے طلبا کی تفصیلات دکھائی گئی ہیں :



(a) کس دن سب سے زیادہ بچے غیر حاضر ہیں ؟۔

(b) کس دن پوری حاضری ہے؟

(c) اس ہفتہ میں کل کتنے طلبا غیر حاضر رہے؟

حل:(a) سب سے زیادہ طلبا غیر حاضر سنیچر کو تھے۔ (قطار میں اس اعداد وشمار کو ظاہر کرنے کے لیے سنیچر کے سامنے 8 تصویریں ہیں اور باقی دنوں میں تصویروں کی تعداد کم ہے۔

(b) جمعرات کے سامنے کوئی تصویر نہیں ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اس دن کوئی غیر حاضر نہیں تھا۔ اس طرح اس دن کلاس میں 100% حاضری تھی۔

(c) کل ملا کر سب 20 تصویریں ہیں۔ اس لیے اس ہفتہ میں کل 20 طالب علم غیر حاضر ہوئے۔

مثال 4: مندرجہ ذیل جدول میں یہ دکھایا گیا ہے کہ ایک کالونی میں رہنے والے لوگوں کو فرج کا کون سا رنگ پسند ہے :

رنگ	لوگوں کی تعداد	دس لوگ
نیلا		
ہرا		
لال		
سفید		

(a) نیلا رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

(b) کتنے لوگ لال رنگ پسند کرتے ہیں؟

حل: (a) نیلا رنگ 50 لوگ پسند کرتے ہیں۔

[= 10 لوگ اس لیے 5 ایسی تصویریں 10 × 5 لوگ کو ظاہر کرتی ہیں]

(b) لال رنگ کتنے لوگ پسند کرتے ہیں یہ معلوم کرنا ذرا مشکل ہے۔

5 پوری تصویروں سے ہم کو ملے 10 × 5 = 50 لوگ۔

آخری نامکمل تصویر کو ہم 5 کے برابر مان لیتے ہیں۔

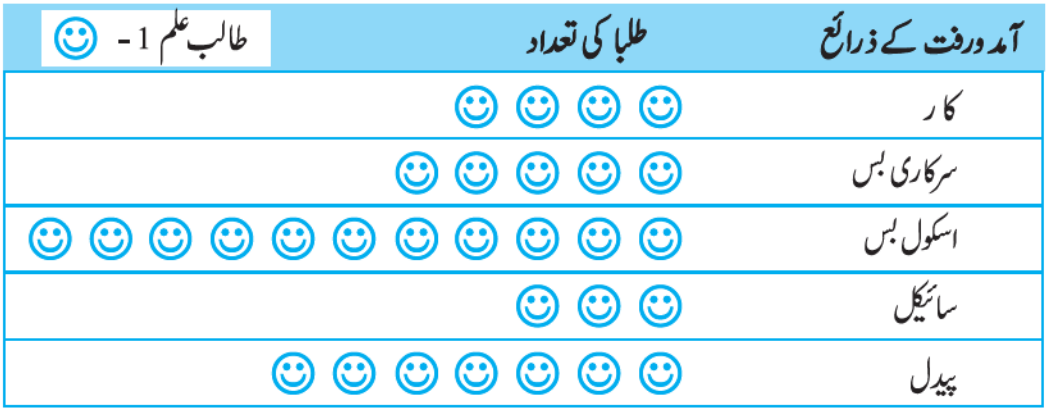
اس طرح لال رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد تقریباً 55 ہوئی۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

اوپر دی گئی مثال میں لال رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد کی 5 + 50 مانا گیا ہے۔ اگر آپ کا دوست اس کو 8 + 50 مانتا ہے تو کیا یہ بھی قابل قبول ہوگا۔

مثال 5: ایک اسکول میں یہ معلوم کرنے کے لیے سروے کیا گیا کہ طلبا کون کون سے ذرائع سے روز اسکول آتے ہیں۔ چھٹی جماعت کے 30 طلبا کا اس بارے میں انٹرویو کیا گیا اور حاصل ہوئے اعداد وشمار کو تصویری گراف کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔

آپ تصویری گراف سے کیا نتیجہ نکال سکتے ہیں؟



حل: اوپر دیے گئے تصویری گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جواب جلدی سے دیے جا سکتے ہیں:

(a) پرائیویٹ کار سے آنے والے طلبا کی تعداد 4 ہے۔

(b) اسکول بس سے آنے والے طلبا کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔ یہ سب سے زیادہ استعمال ہونے والا ذریعہ ہے۔

(c) تین طلبا صرف سائیکل سے اسکول آتے ہیں۔

(d) دوسرے موڈس سے اسکول آنے والے طلبا کی تعداد بھی اسی طرح معلوم کر سکتے ہیں؟

مثال 6: مندرجہ ذیل تصویری گراف میں ایک خاص ہفتہ کے دوران فیکٹری میں ہاتھ کی گھڑیوں کے بنانے کی تعداد دکھائی گئی ہے۔

(a) کس دن سب سے کم ہاتھ کی گھڑیاں بنی؟

(b) کس دن سب سے زیادہ ہاتھ کی گھڑیاں بنی؟

(c) اس خاص ہفتہ میں کل بننے والی ہاتھ کی گھڑیوں کی تعداد معلوم کیجیے۔
ہم جدول کو مکمل کر کے جواب معلوم کر سکتے ہیں۔

دن	بننے والی ہاتھ کی گھڑیوں کی تعداد
پیر	600
منگل	700 سے زیادہ اور 800 سے کم
بدھ	....
جمعرات	....
جمعہ	....
سنیچر	....

مشق 9.1

1۔ ریاضی کی جانچ کے دوران 40 طلبا کے مندرجہ ذیل نمبر آئے۔ ان نمبروں کو شماریاتی نشانات کا استعمال کرتے ہوئے ایک جدول میں ترتیب دیجیے۔

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

(a) معلوم کیجیے کہ کتنے طلبا نے 7 یا اس سے زیادہ نمبر حاصل کیے؟

(b) کتنے طلبا نے 4 سے کم نمبر حاصل کیے۔

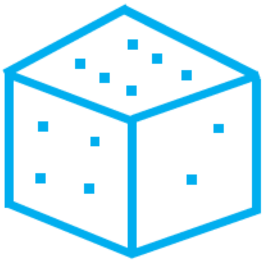
2۔ چھٹی جماعت کے 30 طلبا کی مٹھائی سے متعلق پسند کی ترجیحات اس طرح ہیں۔

لڈو، برفی، لڈو، جلیبی، لڈو، رس گلا، جلیبی، لڈو، برفی، رس گلا، لڈو، جلیبی، جلیبی، رس گلا، لڈو، رس گلا، جلیبی، لڈو، رس گلا، لڈو، لڈو، برفی، رس گلا، رس گلا، جلیبی، رس گلا، لڈو، رس گلا، جلیبی، لڈو

(a) شماریاتی نشانات کا استعمال کرتے ہوئے جدول میں مٹھائیوں کے ناموں کو ترتیب سے لکھیے۔

(b) زیادہ تر طلبا کون سی مٹھائی پسند کرتے ہیں؟

3۔ کیتھرین نے ایک پانسہ کو 40 بار اچھالا اور اس پر ہر مرتبہ آنے والے عدد کو درج ذیل جدول میں لکھ دیا :



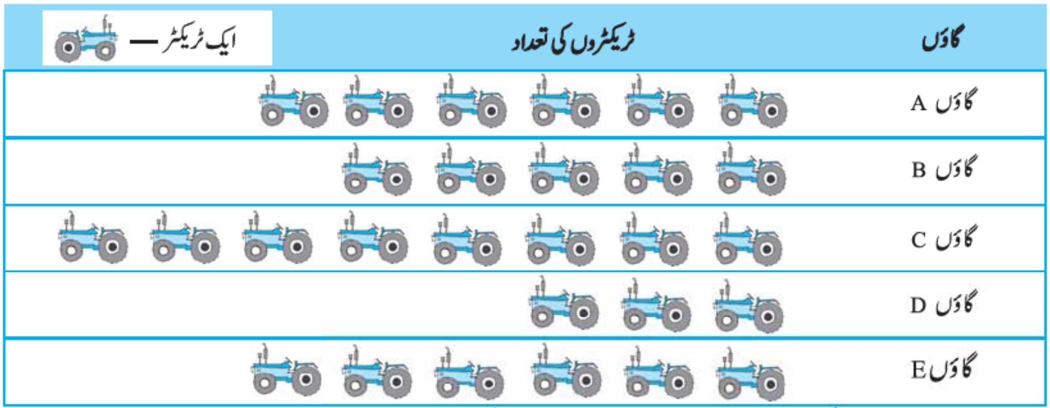
6	1	4	5	3	6	6	5	3	1
1	6	5	5	1	6	4	3	5	2
6	5	5	4	2	5	3	2	2	1
5	1	4	2	5	3	2	6	1	5

شماریاتی نشان کا استعمال کرتے ہوئے ایک جدول تیار کرو اور معلوم کیجیے

(a) سب سے کم بار آنے والا عدد (b) سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا عدد

(c) برابر مرتبہ آنے والا عدد

4۔ درج ذیل تصویری گراف 5 گاؤں میں ٹریکٹروں کی تعداد کو ظاہر کررہا ہے :



تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب لکھیے :

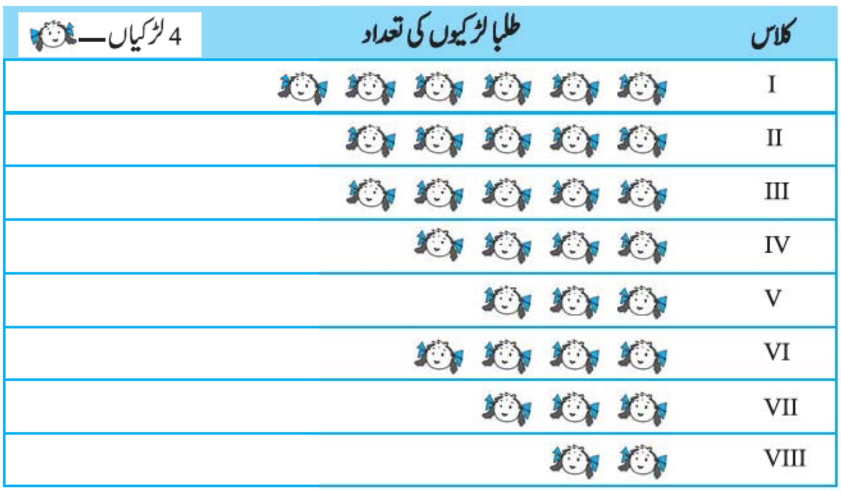
(i) کون سے گاؤں میں سب سے کم ٹریکٹر ہیں؟

(ii) کون سے گاؤں میں سب سے زیادہ ٹریکٹر ہیں؟

(iii) گاؤں B کے مقابلے گاؤں C کے پاس کتنے زیادہ ٹریکٹر ہیں؟

(iv) پانچوں گاؤں میں کل کتنے ٹریکٹر ہیں؟

5۔ تصویری گراف میں مخلوط مڈل اسکول کی ہر کلاس میں لڑکیوں کی تعداد کو ظاہر کیا گیا ہے :



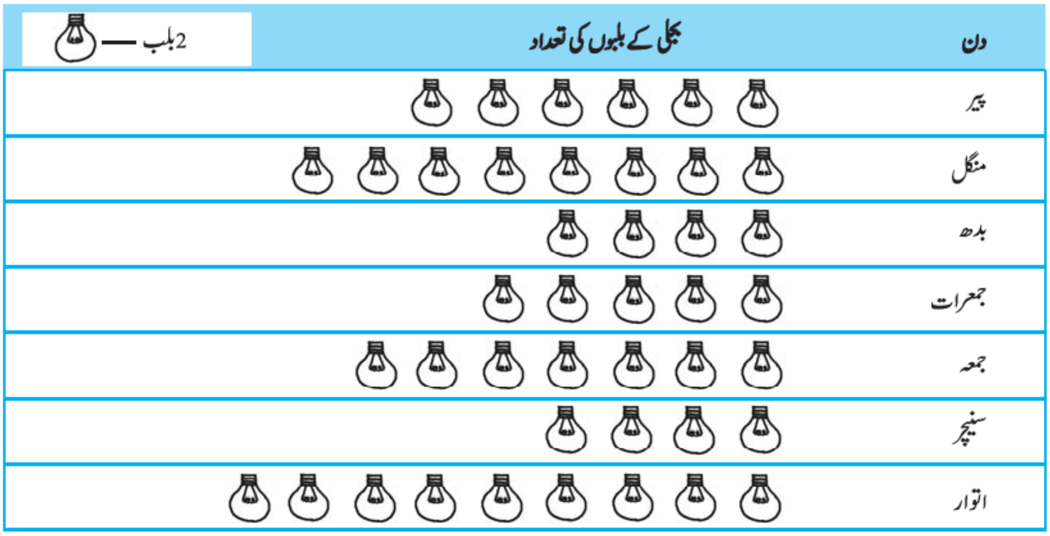
اس تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

(a) کون سی کلاس میں لڑکیوں کی تعداد سب سے کم ہے؟

(b) کیا چھٹی جماعت میں لڑکیوں کی تعداد پانچویں جماعت کی لڑکیوں کی تعداد سے کم ہے؟

(c) ساتویں جماعت میں لڑکیوں کی تعداد کیا ہے؟

6۔ ایک ہفتہ کے دوران الگ الگ دنوں میں بجلی کے بلبوں کی فروخت نیچے دکھائی گئی ہے :



تصویر گراف کا مشاہدہ کیجیے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

(a) جمعہ کے دن کتنے بلب فروخت کیے گئے؟

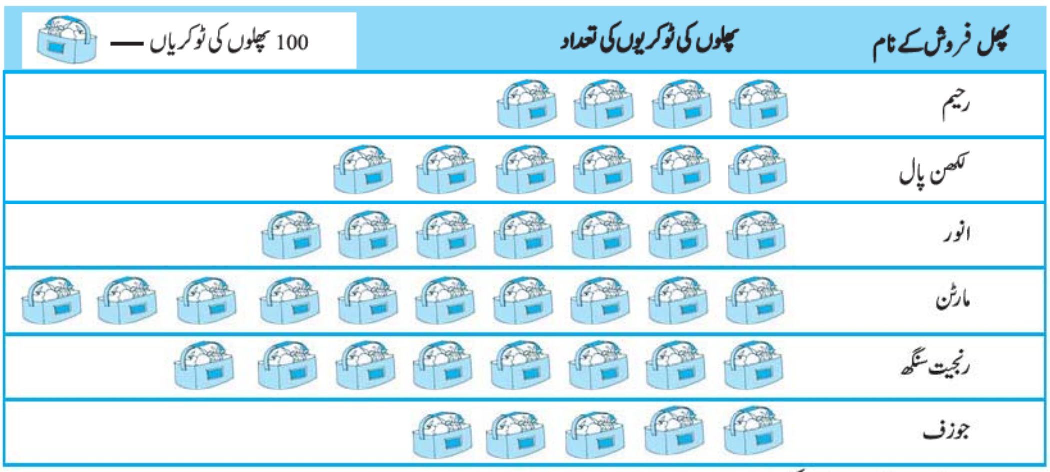
(b) کس دن سب سے زیادہ تعداد میں بلب فروخت کیے گئے؟

(c) کن دنوں میں بلب برابر تعداد میں فروخت کیے گئے؟

(d) کس دن سب سے کم تعداد میں بلب فروخت کیے گئے؟

(e) اگر ایک بڑے کارٹن میں 9 بلب ہوتے ہیں تو دیئے گئے ہفتے میں کتنے کارٹنوں کی ضرورت پڑے گی؟

7۔ ایک گاؤں میں خاص موسم کے دوران پھل فروش مندرجہ ذیل تعداد میں پھلوں کی ٹوکریاں بیچتے ہیں :



اس تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

(a) کس پھل فروش نے سب سے زیادہ ٹوکریاں بیچیں؟

(b) انور نے پھلوں کی کتنی ٹوکریاں بیچیں؟

(c) جن پھل فروشوں نے سب سے زیادہ 600 یا اس سے زیادہ پھلوں کی ٹوکریاں بیچی ہیں وہ اگلے موسم میں ایک گودام خریدنے کا منصوبہ بنا رہے ہیں۔ کیا آپ ان لوگوں کے نام بتا سکتے ہیں؟

9.6 تصویری گراف بنانا (Drawing a Pictograph)

تصویری گراف بنانا بہت دلچسپ ہوتا ہے لیکن کبھی کبھی اس طرح کی علامت سے (جو کہ گذشتہ مثال میں استعمال کیا گیا ہے) دشواری ہوسکتی ہے۔ اس کی جگہ ہم آسان علامتوں کو استعمال کرسکتے ہیں۔ اگر علامت 5 طلبا کو ظاہر کرے تو آپ 4 یا 3 طلبا کو کیسے ظاہر کریں گے۔

اس طرح کے مسئلوں کو ہم ایک مفروضہ (Assumption) کے ذریعہ حل کرسکتے ہیں کہ

علامت 5 طلبا کو ظاہر کرتی ہے۔ تو 4 طلبا کو ظاہر کرتی ہے۔

3 طلبا کو ظاہر کرتی ہے، علامت 2 طلبا کو ظاہر کرتی ہے اور علامت 1 طالب علم کو ظاہر کرتی ہے۔

اور پھر اس طرح ظاہر کرنے کا کام شروع ہوتا ہے۔

مثال 7: ایک ہفتہ کے دوران 30 طلبا کی کلاس کی حاضری کی تفصیل درج ذیل ہے۔ اس کو تصویری گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

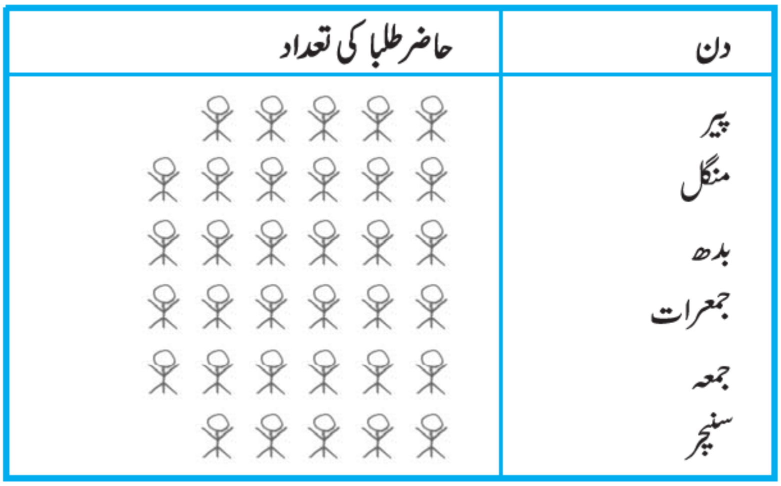
دن	حاضر طلبا کی تعداد
پیر	24
منگل	26
بدھ	28
جمعرات	30
جمعہ	29
سنیچر	22

حل : جیسا مفروضہ ہم پہلے طے کرچکے ہیں اس کے مطابق

24 کو ظاہر کریں گے

26 کو ظاہر کریں گے اور اسی طرح اور بھی

تو تصویری گراف اس طرح تیار ہوگا:



5 سے کم کو ایک تصویر کے ذریعہ کیسے ظاہر کریں۔ اس کے لیے ہم کو ایک طرح کا سمجھوتہ کرنا پڑا۔ تصویروں کے ٹکڑے کرنا ہمیشہ ممکن نہیں ہے۔ اس طرح کے معاملہ میں ہم کو کیا کرنا ہوگا؟

مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجیے۔

مثال 8: ایک اقامت گاہ کے لیے سال کے پہلے چار مہینوں میں مندرجہ ذیل ترتیب سے بجلی کے بلب خریدے گئے۔

مہینہ	بلب کی تعداد
جنوری	20
فروری	26
مارچ	30
اپریل	34

ان تفصیلات کو تصویری گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

حل: مان لیجیے کہ علامت 10 بلبوں کو ظاہر کر رہی ہے۔ جنوری اور مارچ میں تعداد کے حساب سے تصویر بنانا مشکل نہیں ہے۔ لیکن 13 اور 17 کی تعداد کے اظہار کے لیے تصویر بنانا آسان نہیں ہے۔ حالانکہ ہم نے کسی طرح اس تفصیل کو بھی ظاہر کر دیا۔

خیال رہے کہ جب ہم اس طرح کے تصویری گراف کا مطالعہ کرتے ہیں تو مختلف لوگ اس کی تشریح مختلف طرح سے کر سکتے ہیں۔ حالانکہ صورت حال کو اندازہ سے سمجھا جا سکتا ہے۔

مشق 9.2

1۔ پانچ گاؤں میں کل مویشیوں کی تعداد حسب ذیل دی گئی ہے:

گاؤں A	:	80	گاؤں B	:	120
گاؤں C	:	90	گاؤں D	:	40
گاؤں E	:	60			

10 مویشیوں کو ⊗ کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے ان مویشیوں کا تصویری گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

(a) گاؤں E کے مویشیوں کے اظہار کے لیے کتنی علامتوں کی ضرورت ہوگی؟

(b) کس گاؤں میں سب سے زیادہ مویشی ہیں؟

(c) گاؤں A یا گاؤں C کس میں زیادہ مویشی ہیں۔

2۔ مندرجہ ذیل جدول میں مختلف برسوں کے دوران ایک اسکول میں پڑھنے والے طالب علموں کی تعداد دی گئی ہے۔

سال	طلبا کی تعداد
1996	400
1998	535
2000	472
2002	600
2004	623

A 100 طلبا کو ایک علامت کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے ان طلبا کا ایک تصویری گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

(a) سال 2002 میں طلبا کی کل تعداد کو کتنی علامتوں سے ظاہر کیا جائے گا؟۔

(b) سال 1998 میں طلبا کی کل تعداد کو کتنی علامتوں سے ظاہر کیا جائے گا؟

B کسی 50 طلبا کو ظاہر کرنے والی کسی اور علامت کا استعمال کرتے ہوئے ایک اور تصویری گراف بنائیے۔ کون سا گراف آپ کو زیادہ معلومات دیتا ہے؟

9.7 بار گراف (Bar Graph)

تصویری گراف کے ذریعہ اعداد وشمار کو ظاہر کرنے کا طریقہ کے لیے نہ صرف زیادہ وقت درکار ہے بلکہ کبھی بعض اوقات یہ مشکل کام بھی ہے۔ آیئے اعداد وشمار کو ظاہر کرنے کا کوئی دوسرا طریقہ دیکھتے ہیں۔ یکساں چوڑائی

والے بار (مستطیل) کو برابر فاصلے پر افقی (Horizontally) یا عمودی (Vertically) کھڑا کیا جاسکتا ہے۔ ہر بار کی لمبائی دیے گئے عدد کو ظاہر کرتی ہے۔ اعداد وشمار کے اظہار کے اس طریقہ کو بارگراف کہتے ہیں۔

9.7.1 بارگراف کی ترجمانی (Interpretation of Bargraph)

آئیے دہلی کے ایک مصروف چوراہے سے گزرنے والے ٹریفک، جس کا ایک خاص دن ایک ٹریفک پولیس والے نے مطالعہ کیا، کی مثال پر غور کرتے ہیں، چوراہے سے صبح کے 6 بجے سے دوپہر 12.00 بجے کے درمیان ہر گھنٹے پر گزرنے والی گاڑیوں کی تعداد کو بارگراف میں دکھایا گیا ہے۔ لمبائی کی ایک اکائی 100 گاڑیوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔

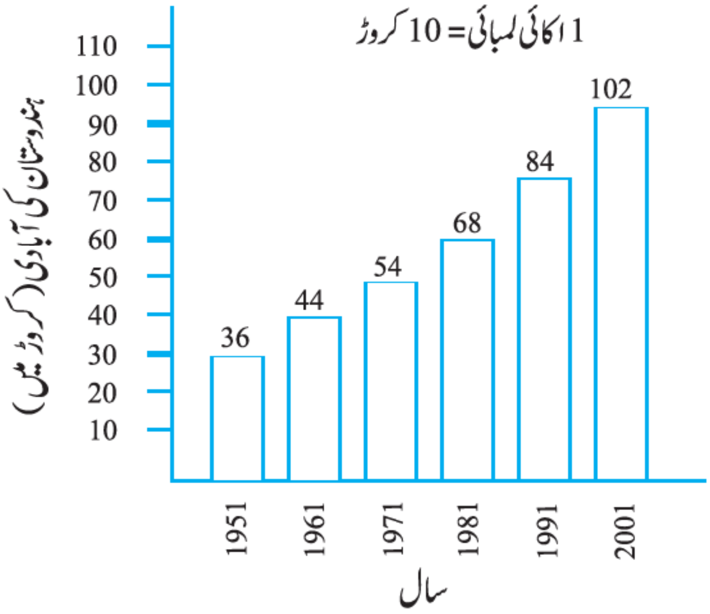
لمبائی کی ایک اکائی 100 گاڑیوں کے برابر ہے۔ جیسے

ایک اکائی لمبائی = 100 گاڑی

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سب سے زیادہ ٹریفک کو ظاہر کرنے والا سب سے لمبا بار (یعنی 1200 گاڑیاں) صبح 8-7 بجے کے وقفہ میں ہے۔ دوسرا لمبا بار 9-8 بجے صبح کے درمیان ہے۔ اسی طرح سب سے کم ٹریفک کو ظاہر کرنے والا سب سے چھوٹا بار (یعنی 100 گاڑیاں) 7-6 بجے صبح کے درمیان ہے۔ سب سے چھوٹے بار سے بڑا بار 12-11 بجے کے دوران ہے۔

سب سے زیادہ مصروف دو گھنٹوں (10-8 بجے صبح) کے دوران کا کل ٹریفک (اسکولوں، آفسوں اور تجارتی اداروں) دو لمبے باروں کے ذریعہ دکھایا گیا ہے۔ یہ گاڑیاں ہیں $1000 + 900 = 1900$

اگر اعداد وشمار بڑے ہیں تو آپ کو ایک مختلف پیمانہ کی ضرورت ہوسکتی ہے۔ مثال کے طور پر ہندوستان کی آبادی کے اضافہ کا کیس لیں۔ یہ اعداد کروڑوں میں ہے۔ اس لیے اگر آپ ایک اکائی لمبائی سے ایک آدمی کو ظاہر کریں تو اتنے لمبے بار بنانے ناممکن ہیں۔ اس لیے آپ ایک ایسا پیمانہ چنیے جس میں 1 اکائی 10 کروڑ کو ظاہر کرے۔ اس کیس میں بار گراف درج ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



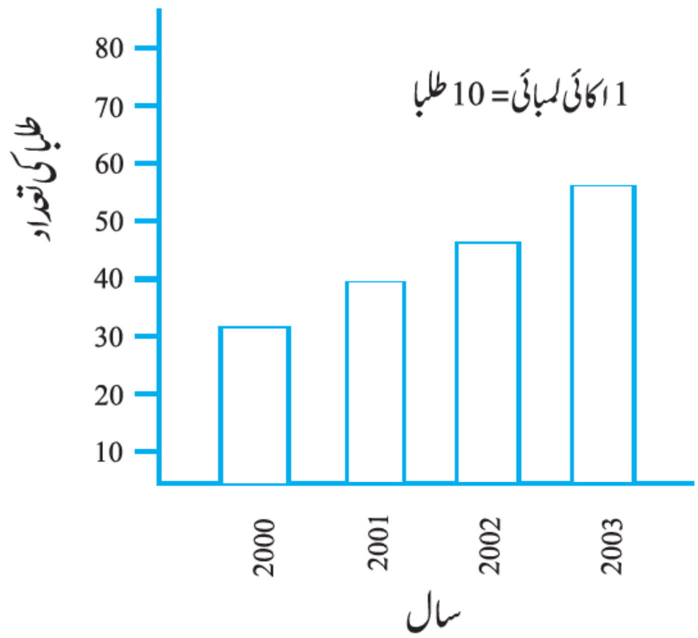
5 اکائی لمبائی کا بار 50 کروڑ اور 8 اکائی کا 80 کروڑ کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 9 : ایک اسکول کی ایک مخصوص کلاس کے لیے دیے گئے درج ذیل بار گراف کو پڑھیے اور نیچے دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے :

(a) اس گراف کا پیمانہ کیا ہے؟

(b) ہر سال کتنے نئے طلبا کا اضافہ ہوجاتا ہے؟

(c) کیا سال 2003 میں طلبا کی تعداد، سال 2000 کے مقابلہ میں دوگنی ہے؟

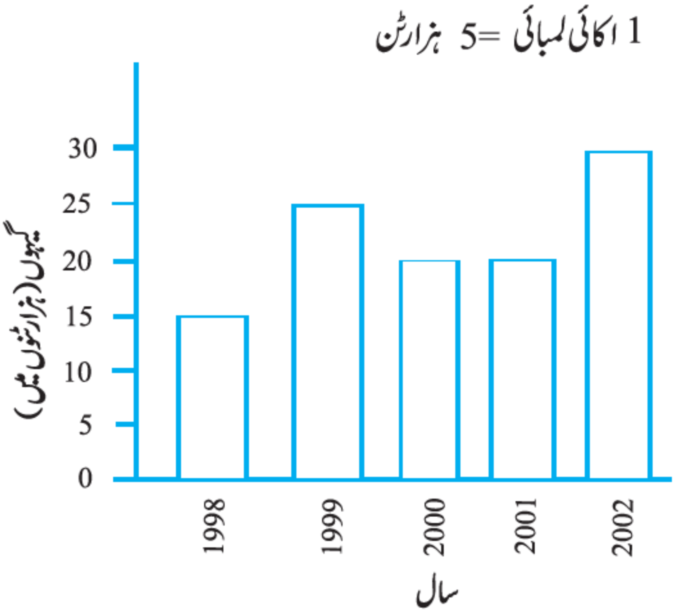


حل : (a) اس گراف میں ایک اکائی برابر 10 طلبا کا پیمانہ لیا گیا ہے۔

(b) اور (c) کو خود ہی کرنے کی کوشش کیجیے۔

مشق 9.3

1۔ سال 1998-2002 کے دوران سرکار کے ذریعہ کی گئی گیہوں کی خریداری کو مندرجہ ذیل بارگراف ظاہر کررہا ہے۔

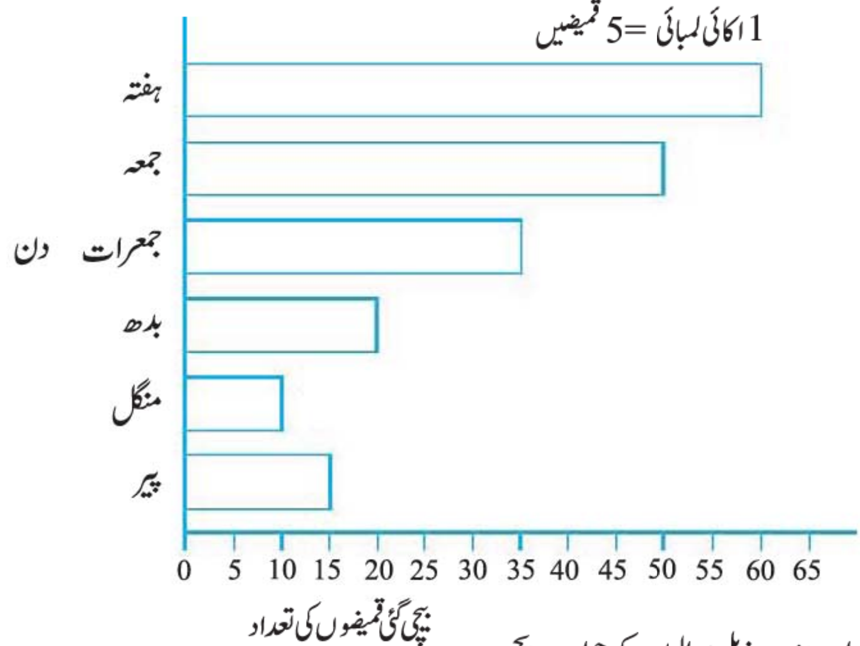


بارگراف کو پڑھیے اوراپنے تاثرات لکھیے ۔

(a) کس سال گیہوں کی پیداوار سب سے زیادہ ہوئی؟

(b) کس سال گیہوں کا پیداوار سب سے کم ہوئی؟

2۔ درج ذیل بارگراف کا مشاہدہ کیجیے، جس میں ایک دکان پر پیر سے سنیچر کے دوران شرٹ کی بکری کو ظاہر کیا گیا ہے۔ اور نیچے دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے ۔



اب مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے :

(a) اوپر دیا گیا بارگراف کیا جانکاری دے رہا ہے؟

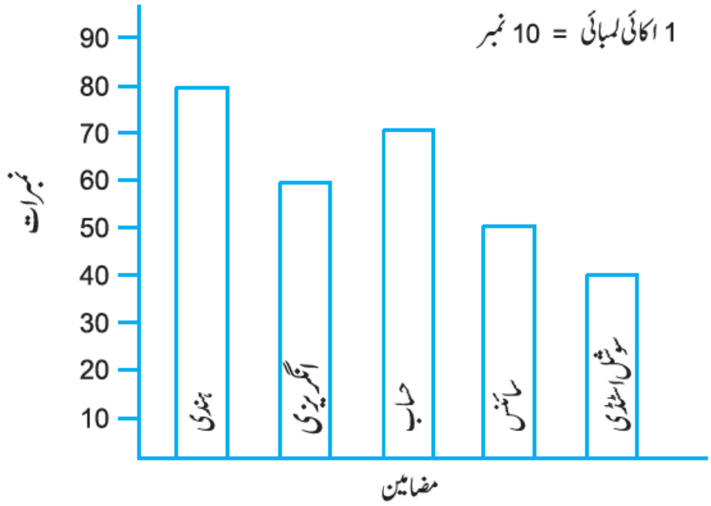
(b) افقی خط (Horizontal Line) پر قمیضوں کی تعداد کو ظاہر کرنے والا پیمانہ بتایئے؟

(c) قمیصوں کی سب سے زیادہ بکری والا دن بتایئے اور بیچی گئی قمیصوں کی تعداد بھی بتایئے؟

(d) قمیضوں کی سب سے کم بکری والا دن بتائیے؟

(e) جمعرات کو کتنی قمیضیں بکیں؟

3۔ اس بار گراف کا مشاہدہ کیجیے۔ اس میں عزیز کے ذریعہ ششماہی امتحان میں مختلف مضامین میں حاصل کیے گئے نمبروں کو دکھایا گیا ہے۔



دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے :

(a) یہ بار گراف کیا جانکاری دے رہا ہے؟

(b) اس مضمون کا نام بتائیے جس میں عزیز نے سب سے زیادہ نمبر حاصل کیے؟

(c) اس مضمون کا نام بتائیے جس میں اس نے سب سے کم نمبر حاصل کیے؟

(d) مضامین کے نام بتائیے اور ہر ایک میں حاصل کیے گئے نمبر بتائیے۔

9.7.2 بار گراف بنانا (Drawing a Bar Graph)

ذرا اس مثال کو یاد کیجیے جس میں رونالڈ نے اپنی کلاس کے بچوں کی پھلوں کی پسند کو ظاہر کرنے والا جدول بنایا تھا۔

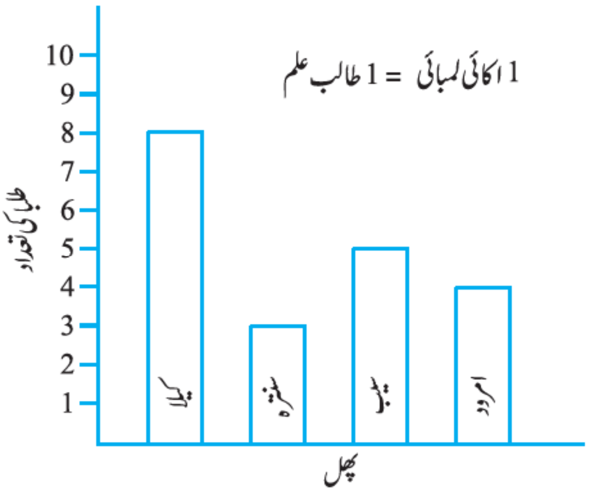
پھلوں کی تعداد	کیلا	سنترہ	سیب	امرود
طلبا کی تعداد	8	3	5	4

سب سے پہلے ایک افقی خط (Horizontal Line) اور ایک عمودی خط (Vertical Line) بنائیے۔ افقی خط پر ہم بار بنائیں گے جو کہ ہر قسم کے پھل کو ظاہر کرے گا۔ اور عمودی خط پر ہم اعداد لکھیں گے جو طلبا کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔

سب سے پہلے ہم ایک پیمانہ چنتے ہیں۔ یعنی ہم پہلے یہ طے کرلیں کہ ایک بار کی اکائی لمبائی کتنے طلبا کو ظاہر کرے گی۔

[اکائی=ایک طالب علم]

یہاں پر ہم 1 اکائی لمبائی کو صرف ایک طالب علم سے ظاہر کریں گے۔ یہاں بار گرام کچھ اس طرح ہونا چاہیے۔



مثال 10 : مندرجہ ذیل جدول یہ ظاہر کرتا ہے کہ عمران کے گھر میں مختلف اشیا پر کتنا خرچ ہوتا ہے۔

اشیاء	خرچ ₹ (میں)
مکان کا کرایہ	3000
کھانا	3400
تعلیم	800
بجلی	400
آمدورفت	600
دیگر اخراجات	1200

ان اعداد وشمار کو ایک بار گراف (ڈائیگرام) کے ذریعہ ظاہر کرنے کے لیے ، یہاں کچھ مرحلے دیے گئے ہیں۔

(a) ایک افقی خط اور ایک عمودی خط بنائیے۔

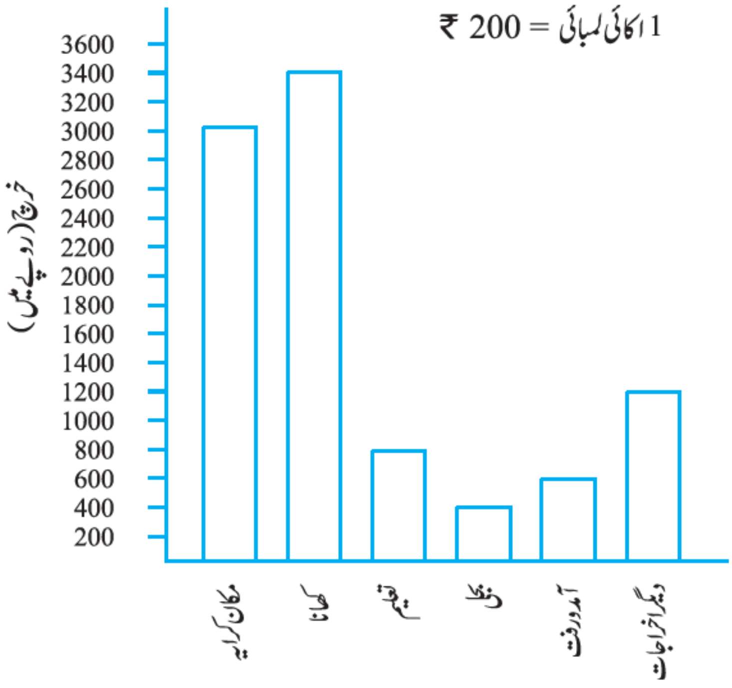
(b) افقی خط پر اشیاء کی نشاندہی اور عمودی خط پر خرچوں کی نشاندہی کیجیے۔

(c) ایک سی چوڑائی والے بار بنائیے اور ان کے درمیان فاصلہ بھی برابر رکھیں۔

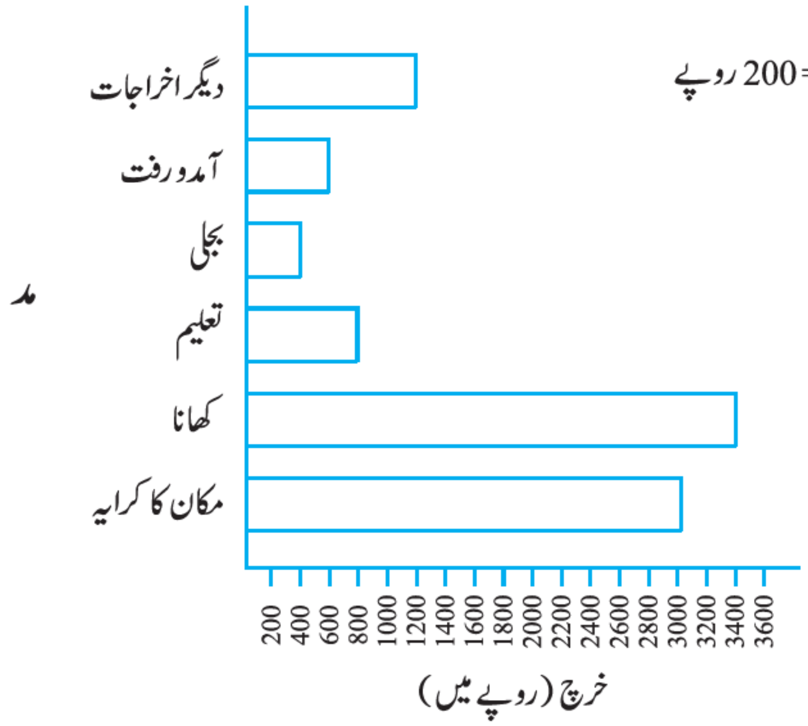
(d) عمودی خط کے لئے مناسب پیمانہ منتخب کریں۔ 1 اکائی لمبائی =200 ₹ مان کر بالترتیب قیمتوں قدروں کی نشاندہی کیجیے۔

درج ذیل میں دی گئی مختلف اشیا کے باروں کی لمبائی معلوم کیجیے۔

مکان کا کرایہ	:	3000 ÷ 200	=	15	اکائیاں
کھانا	:	3400 ÷ 200	=	17	اکائیاں
تعلیم	:	800 ÷ 200	=	4	اکائیاں
بجلی	:	400 ÷ 200	=	2	اکائیاں
آمدورفت	:	600 ÷ 200	=	3	اکائیاں
دیگر اخراجات	:	1200 ÷ 200	=	6	اکائیاں



اشیاء اور اخراجات کی جگہ آپس میں تبدیل کر کے اس اعداد وشمار کو درج ذیل طریقہ سے بھی دکھا جاسکتا ہے۔



اسے کیجیے

1۔ آپ اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر پانچ اور ایسے موقعوں کے بارے میں سوچیے جہاں سے ہمیں اعداد و شمار ملیں۔

اعداد وشمار کے لیے جدول تیار کیجیے اور بار گراف کا استعمال کرتے ہوئے ان کو ظاہر کیجیے۔

مشق 9.4

1۔ 120 طلبا کا ایک سروے یہ معلوم کرنے کے لئے کیا گیا کہ وہ اپنے خالی وقت میں کون سی سرگرمی کرنے کو ترجیح دیتے ہیں۔

ترجیح دی گئی سرگرمی	طلبا کی تعداد
کھیل کود	45
کہانی کی کتابیں پڑھنا	30
ٹی وی دیکھنا	20
موسیقی سننا	10
پینٹنگ	15

اوپر دیے گئے اعداد و شمار کو بار گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے، جبکہ 1 اکائی کی لمبائی = 5 طلبا

کھیل کود کے علاوہ طلبا نے کس سرگرمی کو سب سے زیادہ ترجیح دی۔

2۔ لگاتار 6 دنوں میں ایک دوکاندار کے ذریعہ ریاضی کی کتابوں کی فروخت نیچے دکھائی گئی ہے۔

دن	اتوار	پیر	منگل	بدھ	جمعرات	جمعہ
فروخت کتابوں کی تعداد	65	40	30	50	20	70

اپنی مرضی سے ایک پیمانہ منتخب کر کے اوپر دی گئی معلومات کو بار گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

3۔ 1998 سے 2002 کے دوران ایک فیکٹری میں تیار کی گئی سائیکلوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دکھائی گئی ہے۔ بار گراف کا استعمال کرتے ہوئے ان اعداد و شمار کو ظاہر کیجیے۔ آپ اپنی مرضی کا پیمانہ چن سکتے ہیں۔

سال	تیار کی گئی سائیکلوں کی تعداد
1998	800
1999	600
2000	900
2001	1100
2002	1200

(a) کون سے سال میں سب سے زیادہ سائیکلیں تیار کی گئیں؟

(b) کون سے سال میں سب سے کم سائیکلیں تیار کی گئیں؟

4۔ ایک شہر میں مختلف عمر کے لوگوں کے گروپ کی تعداد نیچے جدول میں دکھائی گئی ہے۔

عمر (سالوں میں)	1-14	15-29	30-44	45-59	60-74	75 اور آگے
لوگوں کی تعداد	2 لاکھ	1 لاکھ 60 ہزار	1 لاکھ 20 ہزار	1 لاکھ 20 ہزار	80 ہزار	40 ہزار

اوپر کی معلومات کو ظاہر کرنے کے لیے بار گراف بنائیے اور درج ذیل کے جوابات لکھیے :

(a) کون سے دو گروپ کی آبادی برابر ہے؟

(b) 60 سال اور اس سے زیادہ عمر کے لوگ بزرگ شہری (Senior Citizen) کہلاتے ہیں۔ اس شہر میں کتنے لوگ بزرگ شہری ہیں۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ کچھ معلومات حاصل کرنے کے لیے جمع کیے گئے اعداد کے مجموعہ کو اعداد وشمار کہتے ہیں۔

2۔ دیے گئے اعداد وشمار سے کوئی مخصوص جانکاری جلدی حاصل کرنے کے لیے (اعداد وشمار کو) جدول کی شکل میں ترتیب دیا جاتا ہے۔

3۔ ہم نے سیکھا ہے کہ تصویر گراف اعداد وشمار کو تصویروں، اشیا یا اشیا کے حصوں کی شکل میں کیسے ظاہر کرتا ہے۔ ہم نے چیزوں کو علامت کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے تصویر گراف بنائے ہیں۔ مثال = 100 کتاب

4۔ ہم نے بحث کی ہے کہ اعداد وشمار کو بار، ڈائیگرام یا بار گراف کے ذریعہ کیسے ظاہر کرتے ہیں۔ بار گراف میں یکساں چوڑائی والے بار برابر دوری پر افقی یا عمودی خط پر کھڑے کئے جاتے ہیں۔ ہر ایک بار کی لمبائی مطلوبہ جانکاری دیتی ہے۔

5۔ ان سب کو کرنے کے لیے ہم نے بحث کی ہے کہ گراف بنانے میں پیمانہ منتخب کرنے کا طریقہ کیا ہونا چاہیے۔
1 اکائی = 100 طلبا۔ ہم نے دیے گئے بار گراف پڑھنے کی مشق بھی کی ہے اور اس کو کیسے سمجھیں یہ بھی سیکھا ہے۔

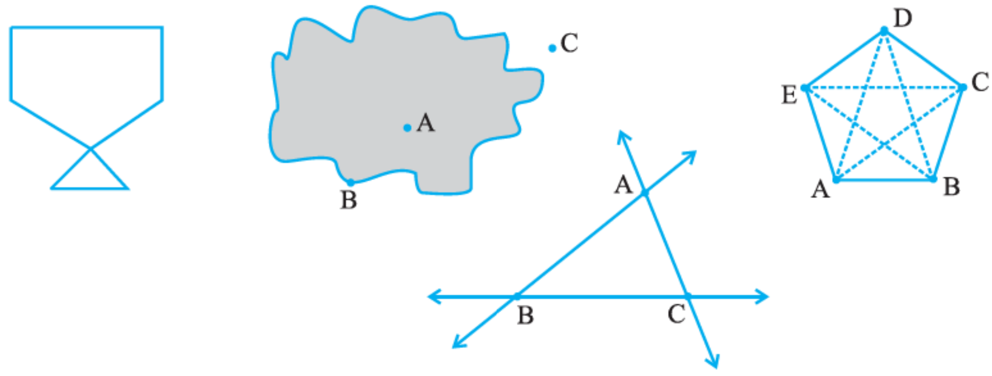
باب 10

مساحت

(Mensuration)

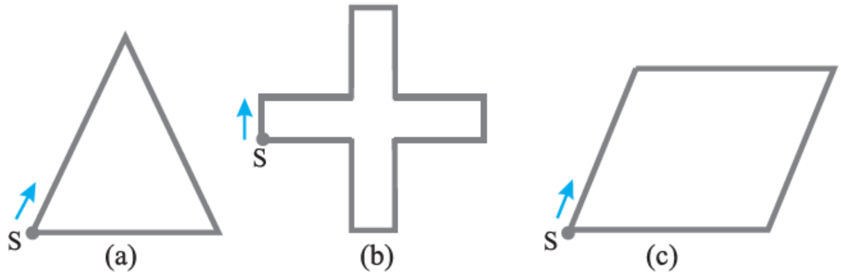
10.1 تعارف (Introduction)

جب ہم مستوی اشکال (Plane Figures) کی بات کرتے ہیں تو ہمارے دماغ میں ان کے خِطہ (Region) اور حدود (Boundary) کا خیال آتا ہے۔ ان کا موازنہ کرنے کے لیے ہم کو کسی قسم کی پیمائش کی ضرورت ہوگی۔ آیئے اب ہم اس کو سمجھیں۔



10.2 احاطہ (Perimeter)

درج ذیل شکل 10.1 میں دی گئی اشکال کو دیکھیے آپ ان کو ایک تار یا دھاگے کی مدد سے بنا سکتے ہیں۔



شکل 10.1

اگر آپ نقطہ S سے شروع کرتے ہیں اور قطعہ خط کے ساتھ ساتھ چلتے ہیں تو آپ پھر واپس نقطہ S پر پہنچ جائیں گے۔ اس طرح آپ نے ہر ایک شکل کا پورا ایک چکر لگالیا جو فاصلہ طے کیا گیا اس کی لمبائی اس تار کی لمبائی کے برابر ہوگی جس کی مدد سے اس شکل کو بنایا گیا ہے۔ اس فاصلے کو بند شکل کا احاطہ (Perimeter) کہتے ہیں۔ یہ اس تار کی لمبائی کے برابر ہوتا ہے جس کی مدد سے اس شکل کو بنایا گیا ہے۔

ہم اپنی روز مرہ زندگی میں احاطے کے تصور کا بہت زیادہ استعمال کرتے ہیں۔

- ایک کسان جو اپنے کھیت کے چاروں طرف باڑ لگانا چاہتا ہے۔
- ایک انجینئر جو اپنے گھر کے چاروں طرف ایک احاطے کی دیوار بنانا چاہتا ہے۔
- ایک شخص جو کھیل کے میدان میں دوڑنے کے لئے روش(track) بنانا چاہتا ہے۔

یہ تمام لوگ ''احاطہ' کے تصور یا نظریہ کا استعمال کرتے ہیں ایسے پانچ موقعوں کی مثالیں دیجیے جہاں آپ کو احاطہ کو جاننا ضروری ہوگا۔

جب آپ کسی بند شکل کا ایک چکر لگاتے ہیں تو اس بند شکل کو بنانے والے قطعہ کی لمبائی احاطہ کہلاتی ہے۔ یا کسی بند شکل کی حدود کی لمبائی کو اس شکل کا احاطہ کہتے ہیں۔

1۔ اپنی پڑھائی کی میز کی اوپری سطح کے چاروں ضلعوں کی لمبائی کوناپ کر لکھیے۔

AB = ____ سینٹی میٹر

BC = ____ سینٹی میٹر

CD = ____ سینٹی میٹر

DA = ____ سینٹی میٹر

چاروں ضلعوں کی لمبائیوں کا جوڑ

= AB + BC + CD + DA

= ____ سینٹی میٹر + ____ سینٹی میٹر + ____ سینٹی میٹر + ____

= ____ سینٹی میٹر

احاطہ کیا ہے

2۔ اپنی کاپی کے صفحہ کے چاروں ضلعوں کی لمبائیاں ناپیے اور لکھیے۔ چاروں ضلعوں کی لمبائیوں کا ناپ

AB+BC+CD+DA= ____ سینٹی میٹر + ____ سینٹی میٹر + ____ سینٹی میٹر + ____ سینٹی میٹر

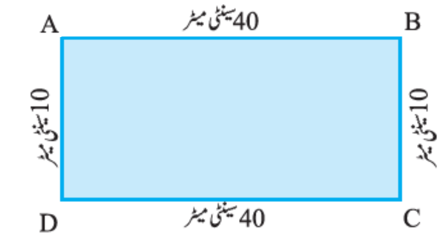
= ____ سینٹی میٹر

صفحے کا احاطہ کیا ہے؟

3۔ میرا ایک پارک گئی جس کی لمبائی 150 میٹر اور چوڑائی 80 میٹر ہے۔ اس نے پارک کا ایک پورا چکر لگایا۔ اس نے کتنا فاصلہ طے کیا؟

4۔ درج ذیل اشکال کا احاطہ بتائیے:

(a)

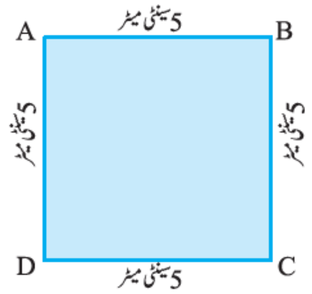


احاطہ = DA + CD + BC + AB

= + ____ + ____ + ____ ____

= ____

(b)

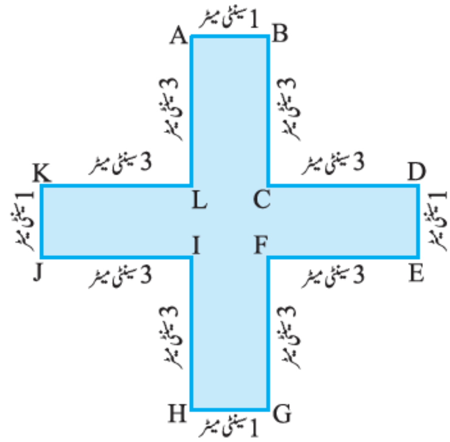


احاطہ = AB + BC + CD + DA

= + ____ + ____ + ____ ____

= ____

(c)



احاطہ = AB + BC + CD + DA
+ EF + FG + GH + HI
+ IJ + JK + KL + LA

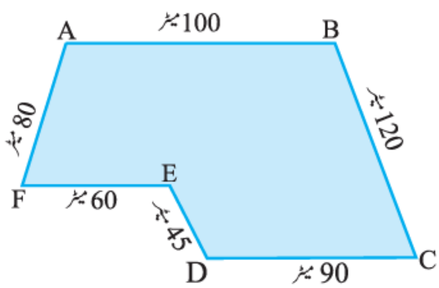
= + __ + __ + __ + __ + __

= + __ + __ + __ + __ + __

= + __ + __

= ______

(d)



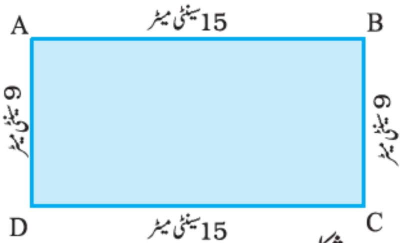
احاطہ = AB + BC + CD + DE + EF
+ FA

= + __ + __ + __ + __ + __

= ______

قطعہ خط سے بنی بند شکل کا احاطہ آپ کیسے نکالیں گے؟ صرف تمام ضلعوں کی لمبائیوں کا حاصل جمع معلوم کرلیجیے۔ (جو کہ قطعہ خط ہیں)

10.2.1 مستطیل کا احاطہ (Perimeter of a Rectangle)



شکل 10.2

مان لیجیے ایک مستطیل ABCD ہے (شکل 10.2)۔ جس کی لمبائی 15 سینٹی میٹر اور چوڑائی 9 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا احاطہ کیا ہوگا ؟

مستطیل کا احاطہ = اس کے چاروں ضلعوں کی لمبائیوں کا جوڑ

= AB + BC + CD + DA

= AB + BC + AB + BC

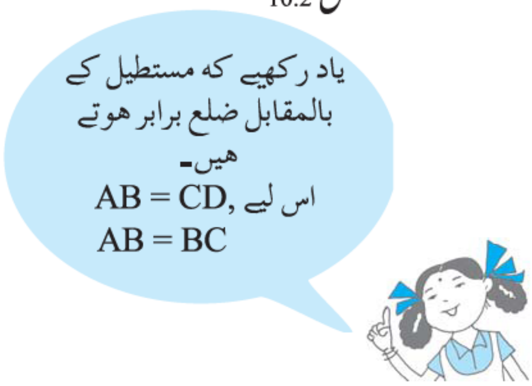
= 2 × AB + 2 × BC

= 2 × (AB + BC)

= 2 × (15 سینٹی میٹر + 9 سینٹی میٹر)

= 2 × 24 سینٹی میٹر

= 48 سینٹی میٹر



کوشش کیجیے

درج ذیل دیئے گئے ہر ایک مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے :

مستطیل کی لمبائی	مستطیل کی چوڑائی	تمام ضلعوں کو جوڑ کر نکالا گیا احاطہ	2×(لمبائی+چوڑائی) کے ذریعے نکالا گیا احاطہ
25 سینٹی میٹر	12 سینٹی میٹر	= 25 سینٹی میٹر + 12 سینٹی میٹر + 25 سینٹی میٹر + 12 سینٹی میٹر = 74 سینٹی میٹر	= 2 × (25 سینٹی میٹر + 12 سینٹی میٹر) = 2 × (37 سینٹی میٹر) = 74 سینٹی میٹر
0.5 سینٹی میٹر	0.25 سینٹی میٹر		
18 سینٹی میٹر	15 سینٹی میٹر		
10.5 سینٹی میٹر	8.5 سینٹی میٹر		

اس طرح اوپر دی گئی مثال سے ہمیں معلوم ہوا کہ

مستطیل کا احاطہ = لمبائی + چوڑائی + لمبائی + چوڑائی

یعنی مستطیل کا احاطہ = 2 × (لمبائی + چوڑائی)

آیئے اب اس تصور کی کچھ اور عملی مثالیں دیکھتے ہیں۔

مثال نمبر1: شبانہ ایک 3 میٹر لمبے اور 2 میٹر چوڑے مستطیل نما میز پوش کے کناروں پر بیل لگانا چاہتی ہے (شکل10.3)۔ شبانہ کو کتنی لمبی بیل چاہیے؟

شکل 10.3

حل : مستطیل نما میز پوش کی لمبائی=3 میٹر

مستطیل نما میز پوش کی چوڑائی=2 میٹر

شبانہ اس میز پوش کے چاروں طرف بیل لگانا چاہتی ہے اس لیے بیل کی کل لمبائی اس مستطیل نما میز پوش کے احاطے کے برابر ہوگی۔

مستطیل نما میز پوش کا احاطہ

= 2 × (لمبائی+چوڑائی)

= 2 × (3 میٹر+2 میٹر) = 2 × 5 میٹر = 10 میٹر

اس لیے شبانہ کو 10 میٹر لمبی بیل چاہیے ہوگی۔

مثال نمبر2: ایک کھلاڑی 50 میٹر لمبے اور 25 میٹر چوڑے مستطیل نما میدان کے کنارے کنارے 10 چکر لگاتا ہے۔ وہ کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

حل : مستطیل نما میدان کی لمبائی=50 میٹر

مستطیل نما میدان کی چوڑائی=25 میٹر

کھلاڑی کے ذریعے ایک چکر میں طے کیا گیا کل فاصلہ پارک کے احاطے کے برابر ہوگا۔

مستطیل نما پارک کا احاطہ

= 2 × (لمبائی+چوڑائی) = 2 × (50 میٹر + 25 میٹر)

= 2 × 75 میٹر = 150 میٹر

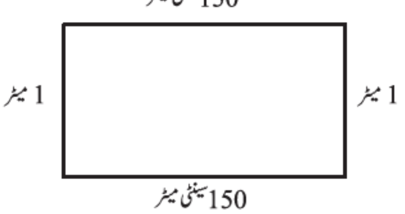
کھلاڑی ایک چکر میں فاصلہ طے کرے گا=150 میٹر

اس لیے 10 چکروں میں طے کیا گیا فاصلہ= 10 × 150 میٹر

=1500 میٹر

کھلاڑی کل ملا کر 1500 میٹر کا فاصلہ طے کرے گا۔

مثال نمبر 3: ایک مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔ جس کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 150 سینٹی میٹر اور 1 میٹر ہے۔



حل: لمبائی=150 سینٹی میٹر

چوڑائی= 1 میٹر=100 سینٹی میٹر

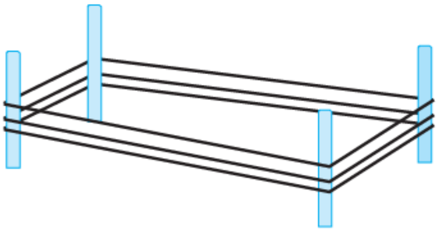
مستطیل کا احاطہ

= 2 × (لمبائی + چوڑائی)

= 2 × (100 + 150 سینٹی میٹر)

= 2 × (250 سینٹی میٹر) = 500 سینٹی میٹر = 5 میٹر

مثال نمبر 4: ایک کسان کے پاس 240 میٹر لمبے اور 180 میٹر چوڑے مستطیل نما کھیت ہے۔ وہ اس کے چاروں طرف رسی کے تین چکروں والی باڑ لگانا چاہتا ہے جیسا کہ شکل 10.4 میں دکھایا گیا ہے۔ وہ کل کتنی رسی استعمال کرے گا۔



شکل 10.4

حل : کسان کھیت کے احاطہ کو تین بار طے کرنا چاہتا ہے۔ اس لیے اس کو احاطہ کی تین گنا رسی کی ضرورت ہوگی۔

کھیت کا احاطہ = 2 × (لمبائی + چوڑائی)

= 2 × (240 میٹر + 180 میٹر)

= 2 × 420 میٹر = 840 میٹر

مطلوبہ رسی کی لمبائی 3 × 840 میٹر = 2520 میٹر

مثال نمبر 5: 250 میٹر لمبے اور 175 میٹر چوڑے مستطیل نما پارک میں باڑ لگانے کا ₹ 12 فی میٹر کے حساب سے خرچہ معلوم کیجیے۔

حل: مستطیل نما پارک کی لمبائی = 250 میٹر

مستطیل نما پارک کی چوڑائی = 175 میٹر

باڑ کا خرچ نکالنے کے لیے احاطے کی ضرورت ہے

مستطیل کا احاطہ = 2 × (لمبائی + چوڑائی) × 2

= 2 × (250 میٹر + 175 میٹر)

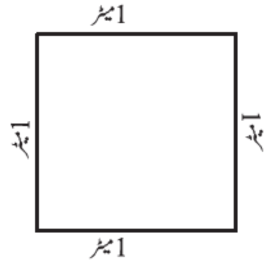
= 2 × (425 میٹر) = 850 میٹر

پارک کے 1 میٹر باڑ لگانے کا خرچ = ₹ 12

اس لیے پارک کے چاروں طرف باڑ کا خرچ 850 × ₹12 = ₹10200

10.2.2 منتظم اشکال کا احاطہ (Perimeter of Regular Shapes)

آیئے اس مثال پر غور کریں۔



شکل10.5

بسوا مترا ایک مربع نما تصویر، (شکل10.5)جس کا ضلع 1 میٹر ہے، کے چاروں طرف ایک رنگین فیتہ لگانا چاہتا ہے۔ اس کو کتنے لمبے فیتہ کی ضرورت ہوگی؟

کیونکہ بسوا مترا مربع نما تصویر کے چاروں طرف یہ فیتہ لگانا چاہتا ہے۔ اس لئے اس کو تصویر کے فریم کا چاروں طرف کا احاطہ معلوم کرنا پڑے گا۔

اس طرح، فیتہ کی مطلوبہ لمبائی=مربع نما کا احاطہ=1 میٹر+1 میٹر+1 میٹر+1 میٹر=4 میٹر

ہم جانتے ہیں کہ کسی مربع نما کے چاروں ضلع برابر ہوتے ہیں۔ اس لیے اس کو چار بار جمع کرنے کے بجائے ہم مربع کے ایک ضلع کی لمبائی کو چار سے ضرب بھی کر سکتے ہیں۔

اس طرح فیتہ کی مطلوبہ لمبائی 4 × 1 میٹر=4 میٹر

اس مثال سے ہم نے دیکھا کہ

مربع نما کا احاطہ = 4 × ضلع کی لمبائی

اسی طرح کے کچھ اور مربع بنایئے اور اس کا احاطہ معلوم کیجیے۔

شکل10.6

آیئے اب ذرا ایک مساوی ضلعی مثلث (شکل10.6)؟ پر غور کرتے ہیں جس کے ہر ضلع کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہے۔ کیا اس طرح احاطہ معلوم کر سکتے ہیں؟

اس مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ = 4 + 4 + 4 سینٹی میٹر

= 3 × 4 سینٹی میٹر = 12 سینٹی میٹر

اس طرح ہم کو معلوم ہوا کہ،

مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ = 3 × ضلع کی لمبائی

ایک مربع نما اور مساوی ضلعی مثلث کے بیچ کیا یکسانیت ہے؟ ان اشکال کے تمام ضلع آپس میں برابر ہوتے ہیں۔ اور تمام زاویے بھی آپس میں برابر ہوتے ہیں ایسی اشکال کو منتظم بند اشکال (Regular closed figure) کہتے ہیں اس طرح مربع اور مساوی ضلعی مثلث دونوں ہی منتظم بند اشکال ہیں۔

کوشش کیجیے

اپنے اردگرد کی چیزوں میں سے پانچ منتظم اشکال والی چیزیں ڈھونڈیے اور ان کا احاطہ معلوم کیجیے۔

آپ نے معلوم کیا کہ

مربع کا احاطہ = 4 × ایک ضلع کی لمبائی

مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ ×3=ایک ضلع کی لمبائی

ایک منظم پانچ ضلعی (Regular Pentagon) کا احاطہ کیا ہوگا؟

ایک منظّم پانچ ضلعی کے تمام اضلاع برابر ہوتے ہیں۔

اس لئے، منظّم پانچ ضلعی کا احاطہ = 5 × ایک ضلع کی لمبائی اور ایک منتظم چھ ضلعی کا احاطہ = _____ ہوگا۔

اور منظّم آٹھ ضلعی کا احاطہ = _____

مثال نمبر 6: شائنا ایک مربع نما میدان، جس کا ایک ضلع 70 میٹر ہے، کے کنارے کنارے تین چکر لگاتی ہے۔ بتائیے اس نے کتنا فاصلہ طے کیا؟

حل: مربع نما میدان کا احاطہ = 4 × ضلع کی لمبائی = 4 × 70 میٹر = 280 میٹر

ایک چکر میں طے کیا گیا فاصلہ =280 میٹر، اس لئے 280 × 3 میٹر = 840 میٹر

مثال نمبر 7: پنکی 75 میٹر ضلع کے ایک مربع نما میدان کے کنارے کنارے دوڑتی ہے۔ بوب 160 میٹر لمبائی اور 105 میٹر چوڑائی والے ایک مستطیل نما میدان کے کنارے کنارے دوڑتا ہے۔ کس نے زیادہ فاصلہ طے کیا؟

حل: پنکی ایک چکر میں فاصلہ کا احاطہ کرتی ہے = مربع کا احاطہ

=4×ایک ضلع کی لمبائی

=4× 75 میٹر=300 میٹر

بوب ایک چکر میں فاصلہ طے کرتا ہے = مستطیل کا احاطہ

= 2 × (لمبائی+چوڑائی)

= 2 ×(160+105 سینٹی میٹر)

= 2 × 265 سینٹی میٹر = 530 سینٹی میٹر

طے کیے گئے فاصلوں کے درمیان فرق =300 میٹر– 530 میٹر = 230 میٹر

اس لیے بوب پنکی سے 230 میٹر زیادہ فاصلہ طے کرے گا۔

مثال نمبر 8: ایک منظّم پانچ ضلعی کا احاطہ معلوم کیجیے جس کے ایک ضلع کی لمبائی 3 سینٹی میٹر ہے۔

حل: اس منظّم بند شکل کے 5 اضلاع ہوتے ہیں جن میں ہر ایک کی لمبائی 3 سینٹی میٹر ہے۔ اس طرح، منتظم پانچ ضلعی کا احاطہ = 5 × 3 سینٹی میٹر = 15 سینٹی میٹر

مثال نمبر 9: ایک منظّم 6 ضلعی کا احاطہ 18 سینٹی میٹر ہے۔ اس کے ایک ضلع کی لمبائی معلوم کیجیے۔

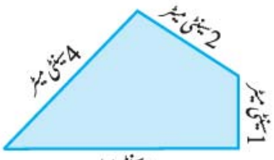
حل: ایک منظّم چھ ضلعی کے 6 اضلاع ہوتے ہیں۔

اس لیے ہم احاطہ کو 6 سے تقسیم کر کے ایک ضلع کی لمبائی نکال سکتے ہیں۔ چھ ضلعی کے ایک ضلع کی لمبائی 3 سینٹی میٹر = 18 ÷ 6

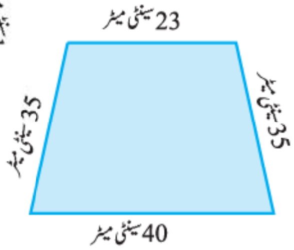
اس لیے چھ ضلعی کے ہر ضلع کی لمبائی = 3 سینٹی میٹر

مشق 10.1

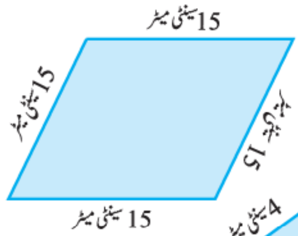
1۔ درج ذیل دی گئی ہر ایک شکل کا احاطہ معلوم کیجیے۔



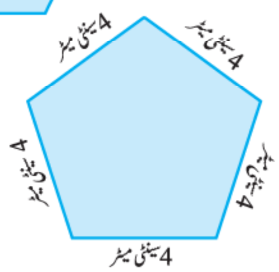
(a)



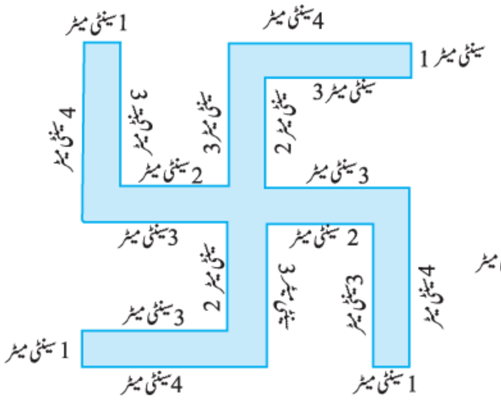
(b)



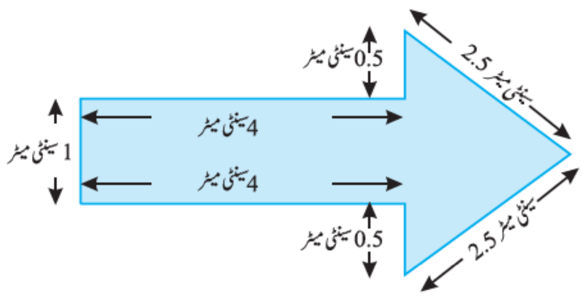
(c)



(d)



(f)



(e)

2۔ 40 سینٹی میٹر لمبے اور 10 سینٹی میٹر چوڑے ایک مستطیل نما ڈبے کے ڈھکن کو ٹیپ سے بند کیا گیا ہے، اس ٹیپ کی لمبائی کیا ہوگی؟

3۔ ایک میز کی سطح کی لمبائی 2 میٹر 25 سینٹی میٹر اور چوڑائی 1 میٹر 50 سینٹی میٹر ہے۔ میز کی سطح کا احاطہ معلوم کیجیے۔

4۔ 32 سینٹی میٹر لمبے اور 21 سینٹی میٹر چوڑے فوٹو فریم بنانے کے لیے کتنی لمبی لکڑی کی پٹی چاہیے ہوگی۔

5۔ 0.7 کلو میٹر لمبے اور 0.5 کلو میٹر چوڑے زمین کے ٹکڑے کے چاروں طرف تار کی چار پھیرے والی باڑ لگانی ہے۔ اس کے لیے کل کتنا لمبا تار چاہیے ہوگا۔

6۔ مندرجہ ذیل اشکال کا احاطہ معلوم کیجیے :

(a) ایک مثلث جس کے اضلاع 3 سینٹی میٹر، 4 سینٹی میٹر اور 5 سینٹی میٹر ہیں۔

(b) ایک مساوی ضلعی مثلث جس کے ضلع کی لمبائی 9 سینٹی میٹر ہے۔

(c) ایک مساوی الساقین مثلث جس کے دو برابر اضلاع میں سے ہر ایک کی لمبائی 8 سینٹی میٹر اور تیسرے ضلع کی لمبائی 6 سینٹی میٹر ہے۔

7۔ ایک مثلث کا احاطہ بتایئے جس کے اضلاع کی لمبائیاں 10 سینٹی میٹر، 14 سینٹی میٹر اور 15 سینٹی میٹر ہیں۔

8۔ ایک منظّم چھ ضلع کا احاطہ بتایئے جس کے ہر ضلعے کی لمبائی 8 میٹر ہے۔

9۔ ایک مربع کا احاطہ 20 میٹر ہے اس کے ہر ضلع کی لمبائی بتایئے۔

10۔ ایک منظّم پانچ ضلعی کا احاطہ 100 سینٹی میٹر ہے۔ اس کے ہر ضلع کی لمبائی بتایئے۔

11۔ ایک تار کی لمبائی 30 سینٹی میٹر ہے۔ اگر اس تار کی مدد سے مندرجہ ذیل اشکال بنائی جائیں تو ان کے ہر ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟
(a) ایک مربع ؟ (b) مساوی ضلعی مثلث ؟ (c) منظّم چھ ضلعی۔ ؟

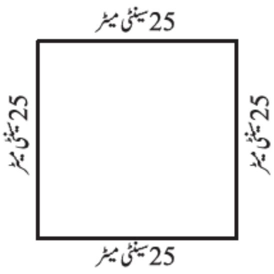
12۔ ایک مثلث کے دو ضلعوں کی لمبائیاں 12 سینٹی میٹر اور 14 سینٹی میٹر ہیں۔ اس مثلث کا احاطہ 36 سینٹی میٹر ہے۔ تیسرے ضلع کی لمبائی بتایئے۔

13۔ 250 میٹر ضلع والے ایک مربع نما میدان کے چاروں طرف باڑ بنانے کا خرچ 20 ₹ فی میٹر کی شرح سے معلوم کیجیے۔

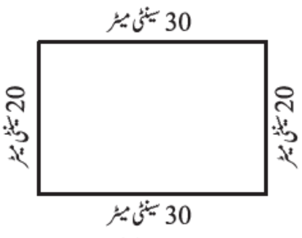
14۔ 175 میٹر لمبائی اور 125 میٹر چوڑائی والے مستطیل نما پارک کے چاروں طرف باڑ لگانے کا خرچ 12 ₹ فی میٹر کی شرح سے معلوم کیجیے۔

15۔ سویٹی 75 میٹر ضلع والے مربع کی کنارے کنارے دوڑتی ہے اور بلبل 60 میٹر لمبائی اور 45 میٹر چوڑائی والے مستطیل کے کنارے کنارے ان میں سے کون کم فاصلہ طے کرتی ہے ؟

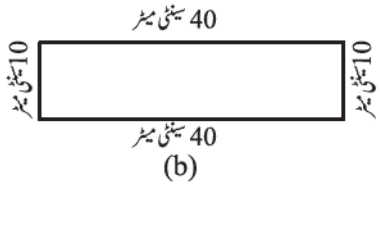
16۔ درج ذیل میں ہر ایک شکل کا احاطہ معلوم کیجیے؟ اپنے جوابوں سے آپ نے کیا نتیجہ اخذ کیا؟



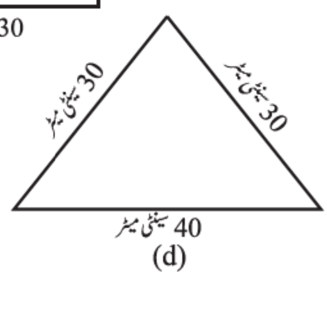
(a)



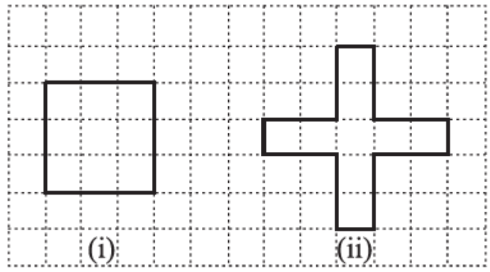
(c)



(b)



(d)



شکل 10.7

17۔ اونیت نے $\frac{1}{2}$ میٹر ضلع والے مربع نما 9 پتھر خریدے، اس نے انھیں ایک مربع کی شکل میں بچھادیا۔

(a) (شکل (i) 10.7) میں بنی ترتیب کا احاطہ کیا ہے؟

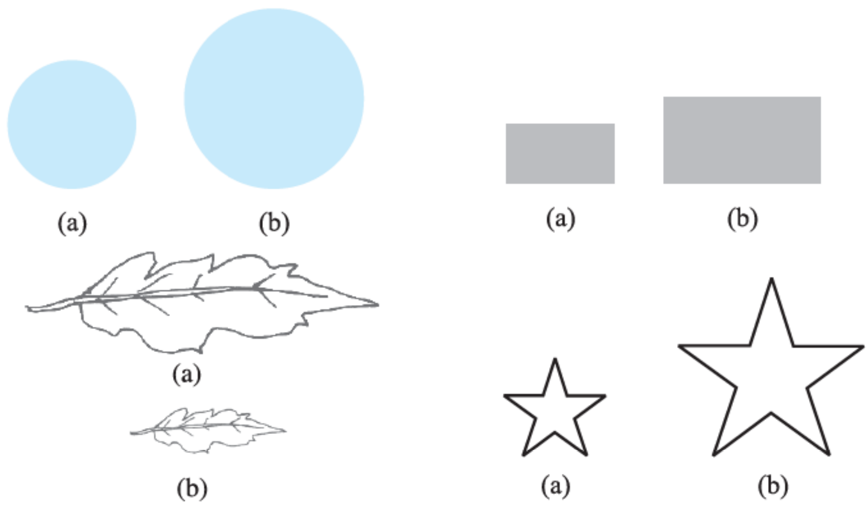
(b) مگر شری کو یہ ترتیب پسند نہیں آئی۔ اس نے ان کو ایک کراس کی شکل میں بچھا دیا۔ اس کی ترتیب (شکل (ii) 10.7) کا احاطہ کیا ہے؟

(c) کس کا احاطہ بڑا ہے؟

(d) اونیت حیران تھا کہ کیا کوئی ایسا طریقہ بھی ہے جس سے اور بڑا احاطہ حاصل ہو سکے۔ کیا آپ ایسا کرنے کا کوئی طریقہ بتا سکتے ہیں؟ (بچھائے گئے پتھروں کو پورے پورے کناروں سے ملنا ہے، آپ ان کو توڑ نہیں سکتے ہیں۔

10.3 رقبہ (Area)

شکل 10.8 میں دی گئی بند اشکال کو دیکھیے ۔ یہ سب ہی اشکال مستوی کا کچھ نہ کچھ علاقہ (خطّہ) گھیر رہی ہیں۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کون زیادہ علاقہ گھیر رہی ہے۔



شکل 10.8

بند اشکال کے ذریعہ گھیرے گئے خطّہ کی پیمائش رقبہ کہلاتی ہے تو کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ اوپر دی گئی کون سی شکل کا رقبہ زیادہ ہے؟

اب ذرا درج ذیل شکل 10.9 پر دھیان دیجیے:

ان میں کس کا رقبہ زیادہ ہے؟ صرف ان اشکال کے مشاہدے کی بنیاد پر یہ کہنا مشکل ہے۔اب آپ کیا کریں گے؟

ان کو ایک 1 سینٹی میٹر × 1 سینٹی میٹر مربع پیپر یا گراف پیپر پر رکھ دیجیے اور اس کا ایک خاکہ بنائے۔

شکل 10.9

شکل کے ذریعے گھیرے گئے مربعوں کو دیکھیے ۔ ان میں سے کچھ مکمل طور پر گھرے ہوئے ہیں، کچھ صحیح آدھے، کچھ آدھے سے زیادہ اور کچھ آدھے سے کم گھرے ہوئے ہیں۔

شکل کے ذریعے گھیرے گئے مربع سینٹی میٹر ہی اس شکل کا رقبہ ہوتا ہے۔مگر یہاں ایک چھوٹی سی پریشانی ہے۔آپ جس شکل کا رقبہ معلوم کرنا چاہتے ہیں اس میں ہمیشہ پورے پورے مربع نہیں آپاتے ہیں۔ پریشانی سے بچنے کے لیے ہم مندرجہ ذیل اصولوں کے مطابق ان کا رقبہ معلوم کرتے ہیں۔

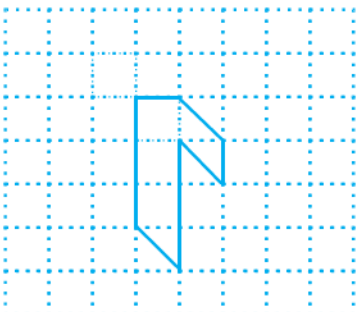
- ہم ان مربعوں کو نظرانداز کردیتے ہیں جن کا آدھے سے کم حصہ شکل سے گھرا ہوا ہوتا ہے۔
- جن مربعوں کا آدھے سے زیادہ حصہ شکل سے گھرا ہوتا ہے اس طرح ہر مربع کو ایک مربع کی طرح گن لیتے ہیں۔
- جن مربعوں کا صحیح آدھا حصہ شکل سے گھرا ہے، اس طرح کے ہر مربع کو $\frac{1}{2}$ مربع سینٹی میٹر کی طرح گنیے۔
- ان اصولوں کی مدد سے تقریباً صحیح رقبہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

مثال نمبر 10: شکل 10.10 میں دکھائی گئی شکل کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: یہ شکل قطعہ خط سے بنی ہوئی ہے اور اس شکل میں یا تو مکمل مربع ہیں یا پھر صحیح آدھے مربع ہیں، اس کی وجہ سے ہمارا کام آسان ہوجائے گا۔

(i) مکمل طور پر گھرے ہوئے مربع = 3

(ii) آدھے گھرے ہوئے مربع = 3



شکل 10.10

مکمل مربعوں کے ذریعے گھیرا گیا رقبہ 3 × 1 مربع اکائی = 3 مربع اکائی

آدھے مربعوں کے ذریعے گھیرا گیا رقبہ $\frac{1}{2}\times 3$ مربع اکائی = $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ فی مربع اکائی

اس لیے کل رقبہ $4\frac{1}{2}$ مربع اکائی

مثال نمبر 11: مربعوں کی گنتی کر کے شکل (b) 10.9 کا تقریباً رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: گراف شیٹ پر شکل کا خاکہ بنائیے (شکل 10.11)۔

گھیرے	عدد	اندازاً رقبہ مربع سینٹی میٹر
(i) مکمل طور پر گھرے ہوئے	11	11
(ii) آدھے گھرے ہوئے مربعوں	3	$3\times\frac{1}{2}$
(iii) آدھے سے زیادہ طور پر	7	7
(iv) آدھے سے کم گھرے ہوئے	5	0

شکل 10.11

کل رقبہ $= 11 + 3\times\frac{1}{2} + 7 = 19\frac{1}{2}$ **مربع اکائی۔**

کوشش کیجیے

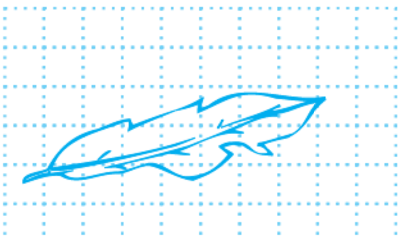
1۔ گراف پیپر پر ایک دائرہ بنائیے۔ مربعوں کو گن کر اس دائرہ کے رقبہ کا اندازہ کیجیے۔

2۔ گراف پیپر پر پتوں، پھول کی پنکھڑیوں اور اس طرح کی دوسری چیزوں کو چھاپئے اور ان کا رقبہ معلوم کیجیے۔

مثال نمبر 12 : مربعوں کی گنتی کر کے شکل 10.9(a) کا تقریباً رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: گراف پیپر پر اس شکل کا ایک خاکہ بنائیے۔

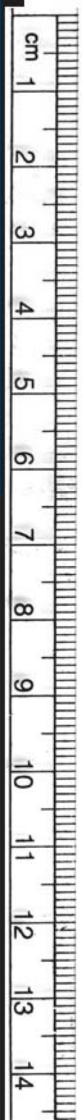
اس طرح سے مربع اس شکل کو کیسے گھیریں گے (شکل 10.12)۔



شکل 10.12

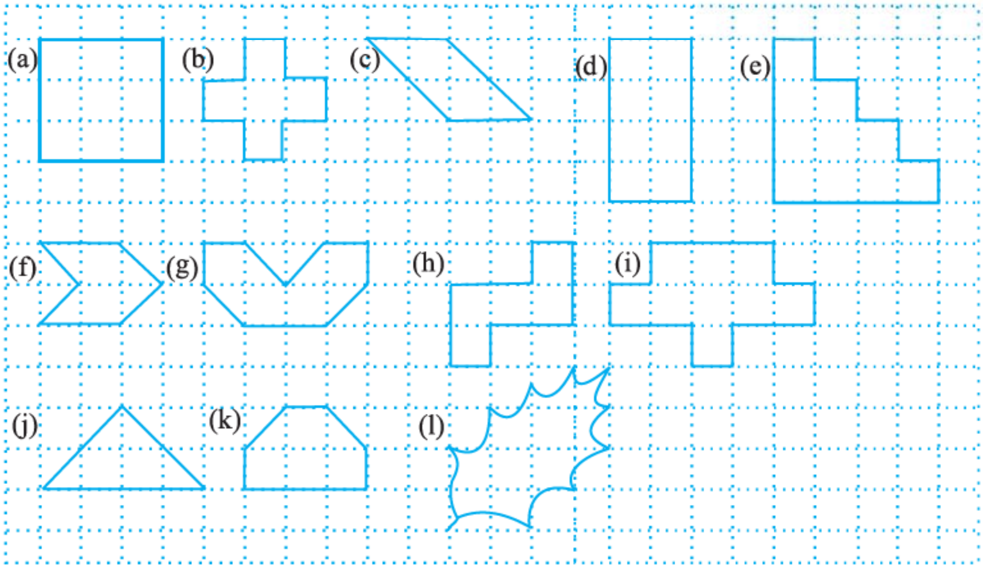
گھیرے	عدد	اندازاً رقبہ
(i) مکمل طور پر گھیرے ہوئے مربعوں کی تعداد	1	1
(ii) آدھے گھیرے ہوئے مربعوں کی تعداد	–	–
(iii) آدھے سے زیادہ طور پر گھیرے گئے مربعوں کی تعداد	7	7
(iv) آدھے سے کم گھیرے ہوئے مربعوں کی تعداد	9	0

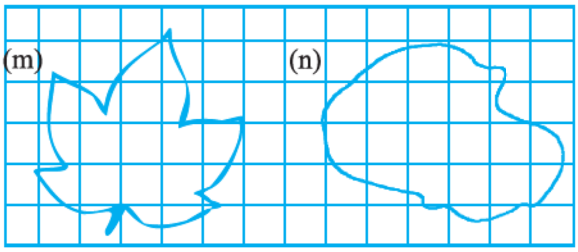
کل رقبہ = 7+1 = 8 مربع اکائی۔



مشق 10.2

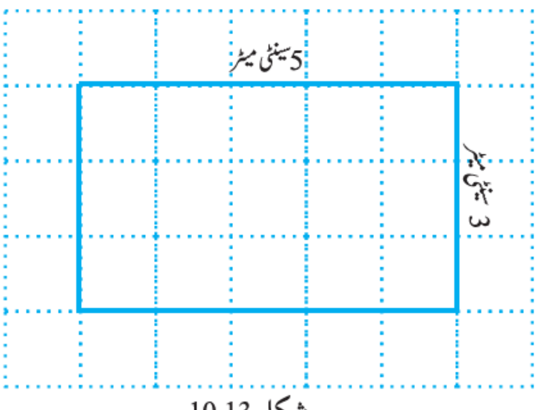
1۔ مربعوں کی گنتی کر کے مندرجہ ذیل اشکال کا رقبہ معلوم کیجیے:





10.3.1 مستطیل کا رقبہ (Area of a Rectangle)

مربع نما کاغذ (Square Paper) کا استعمال کرتے ہوئے کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ 5 سینٹی میٹر لمبائی اور 3 سینٹی میٹر چوڑائی والے مستطیل کا رقبہ کیا ہوگا؟



شکل 10.13

مستطیل کو 1 سینٹی میٹر × 1 سینٹی میٹر مربع والے گراف پیپر پر بنایئے، اس مستطیل نے مکمل طور پر 15 مربعوں کو گھیرا ہے یعنی مستطیل کا رقبہ =15 مربع سینٹی میٹر۔

اس کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں 5 × 3 مربع سینٹی میٹر یعنی (لمبائی × چوڑائی)

درج ذیل میں کچھ مستطیل کے ضلعوں کی پیمائش دی گئی ہیں ان کو گراف پیپر پر رکھ کر اور مربعوں کی تعداد کو گن کر ان کا رقبہ معلوم کیجیے۔

ایک ضلع کی لمبائی	چوڑائی	مربع کا رقبہ
سینٹی میٹر	4 سینٹی میٹر	________
7 سینٹی میٹر	5 سینٹی میٹر	________
5 سینٹی میٹر	3 سینٹی میٹر	________

اس سے ہم کو کیا معلوم ہوا؟

ہمیں معلوم ہوا مستطیل کا رقبہ = (لمبائی × چوڑائی)

گراف پیپر کے استعمال کے بغیر کیا ہم کسی مستطیل کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں جس کی لمبائی 6 سینٹی میٹر اور چوڑائی 4 سینٹی میٹر ہو؟

ہاں، یہ ممکن ہے۔ اس سے ہم کو کیا معلوم ہوا؟

ہم کو پتہ چلا کہ مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی= 6 سینٹی میٹر × 4 سینٹی میٹر = 24 مربع سینٹی میٹر

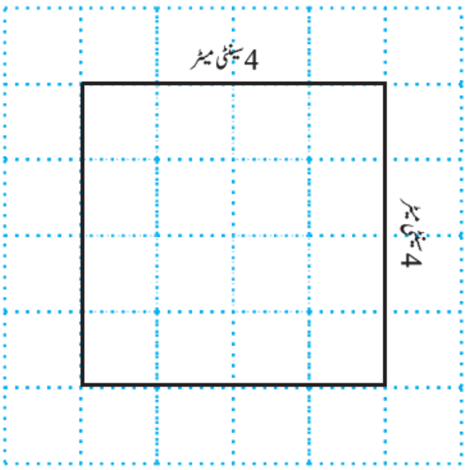
کوشش کیجیے

1۔ اپنی کلاس کے فرش کا رقبہ معلوم کیجیے۔

2۔ اپنے گھر کے کسی ایک دروازے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

10.3.2 مربع کا رقبہ (Area of a Square)

آیئے اب ذرا 4 سینٹی میٹر ضلع والے مربع کا مشاہدہ کریں (شکل 10.14)۔ اس کا رقبہ کیا ہوگا؟



شکل 10.14

اگر ہم اس کو سینٹی میٹر والے گراف پیپر پر رکھیں تو ہم کو کیا حاصل ہوگا؟

اس کو 16 مربع گھیرتے ہیں یعنی مربع کا رقبہ =16 مربع سینٹی میٹر= 4 × 4 مربع سینٹی میٹر

کچھ مربعوں کے ایک ضلع کی لمبائی دی گئی ہے۔

گراف پیپر کا استعمال کرتے ہوئے ان کا رقبہ نکالیے۔

ایک ضلع کی لمبائی	مربع کا رقبہ
3 سینٹی میٹر	________
7 سینٹی میٹر	________
5 سینٹی میٹر	________

ہم نے دیکھا کہ ہر کیس میں

مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

اس کا استعمال آپ فارمولے کے طور پر مسئلوں (Problems) کو حل کرنے میں کر سکتے ہیں۔

مثال نمبر 13: ایک مستطیل کا رقبہ نکالیے جس کی لمبائی 12 سینٹی میٹر اور چوڑائی 4 سینٹی میٹر ہے۔

حل: مستطیل کی لمبائی = 12 سینٹی میٹر

مستطیل کی چوڑائی = 4 سینٹی میٹر

مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 12 سینٹی میٹر × 4 سینٹی میٹر

= 48 مربع سینٹی میٹر

مثال نمبر 14: 8 میٹر ضلع والی مربع زمین کا رقبہ نکالیے

حل: مربع کا ضلع = 8 میٹر

مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

= 8 میٹر × 8 میٹر

= 64 مربع میٹر

مثال نمبر 15: ایک مستطیل نما گتے کے ٹکڑے کا رقبہ 36 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اور اس گتے کی لمبائی 9 سینٹی میٹر ہے گتے کی چوڑائی کیا ہوگی؟

حل: مستطیل کا مربع = 36 مربع سینٹی میٹر

لمبائی = 9 سینٹی میٹر

چوڑائی = ؟

مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

اس لیے، چوڑائی = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{چوڑائی}}$ = $\frac{36}{9}$ = 4 سینٹی میٹر

اس طرح گتے کی چوڑائی 4 سینٹی میٹر ہے۔

مثال نمبر 16: بوب (Bob) ایک 4 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے کمرے کے فرش پر مربع نما ٹائل لگانا چاہتا ہے۔ اگر ہر ٹائل کے ضلع کی لمبائی 0.5 میٹر ہے تو کمرے کے فرش کو بنانے میں کتنے ٹائل درکار ہوں گے؟

حل: ٹائلوں کا کل رقبہ کمرے کے فرش کے رقبہ کے برابر ہونا چاہیے۔

کمرے کی لمبائی = 4 میٹر

کمرے کی چوڑائی = 3 میٹر

فرش کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 4 میٹر × 3 میٹر = 12 مربع میٹر

ایک مربع نما ٹائل کا رقبہ = ضلع × ضلع

= 0.5 میٹر × 0.5 میٹر

= 0.25 مربع میٹر

ٹائلوں کی تعداد = $\frac{\text{فرش کا رقبہ}}{\text{ٹائل کا رقبہ}} = \frac{12}{0.25} = \frac{1200}{25} = 48$ ٹائل

مثال نمبر 17: 1 میٹر 25 سینٹی میٹر چوڑے اور 2 میٹر لمبے کپڑے کا رقبہ مربع میٹر میں معلوم کیجیے۔

حل: کپڑے کی لمبائی = 2 میٹر

کپڑے کی چوڑائی = 1 میٹر 25 سینٹی میٹر = 1 میٹر + 0.25 میٹر = 1.25 میٹر

(کیونکہ 25 سینٹی میٹر = 0.25 میٹر)

کپڑے کا رقبہ = کپڑے کی لمبائی × کپڑے کی چوڑائی۔

= 2 میٹر × 1.25 میٹر = 2.50 مربع میٹر

مشق 10.3

1۔ اس مستطیل کا رقبہ معلوم کیجیے جس کے ضلعوں کی لمبائیاں درج ذیل ہیں:

(a) 3 سینٹی میٹر اور 4 سینٹی میٹر (b) 12 میٹر اور 21 میٹر

(c) 2 کلومیٹر اور 3 کلومیٹر (d) 2 میٹر اور 70 سینٹی میٹر

2۔ اس مربع کا رقبہ بتایئے جس کے ضلعوں کی لمبائی مندرجہ ذیل ہیں:

(a) 10 سینٹی میٹر (b) 14 سینٹی میٹر (c) 5 میٹر

3۔ درج ذیل تین مستطیل کی ناپ دی گئی ہے:

(a) 9 میٹر اور 6 میٹر (b) 3 میٹر اور 17 میٹر (c) 4 میٹر اور 14 میٹر

سب سے بڑا رقبہ کس کا ہے اور سب سے چھوٹا رقبہ کس کا ہے؟

4۔ 50 میٹر لمبے ایک مستطیل نما باغ کا رقبہ 300 مربع میٹر ہے۔ باغ کی چوڑائی بتایئے۔

5۔ 500 میٹر لمبائی اور 200 میٹر چوڑائی والے مستطیل نما فرش پر 8 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے کی جانے والی ٹائلینگ کا خرچہ بتایئے؟

6۔ ایک میز کی اوپری سطح کا ناپ 2 میٹر 25 سینٹی میٹر اور 1 میٹر 50 سینٹی میٹر ہے۔ اس میز کا رقبہ مربع میٹر میں معلوم کیجیے۔

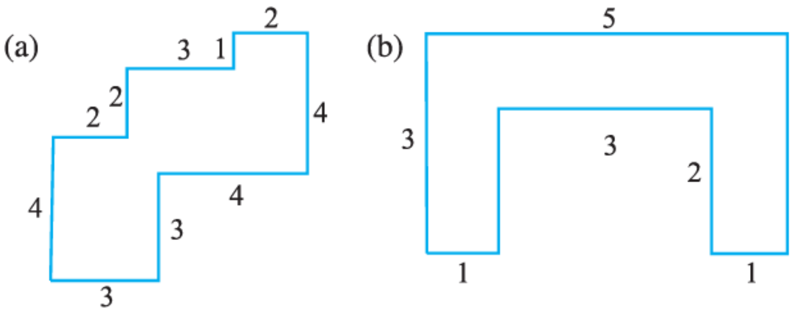
7۔ ایک کمرے کی لمبائی 4 میٹر 20 سینٹی میٹر اور چوڑائی 3 میٹر 50 سینٹی میٹر ہے۔ اس قالین کا رقبہ مربع میٹر میں معلوم کیجیے جو اس فرش کو پوری طرح ڈھک لے۔

8۔ ایک فرش کی لمبائی 5 میٹر اور چوڑائی 4 میٹر ہے۔ ایک مربع نما قالین جس کے ضلع کی لمبائی 3 میٹر ہو اس پر بچھایا گیا۔ فرش کے اس حصہ کا رقبہ بتائیے جس پر قالین نہیں بچھا ہوا ہے۔

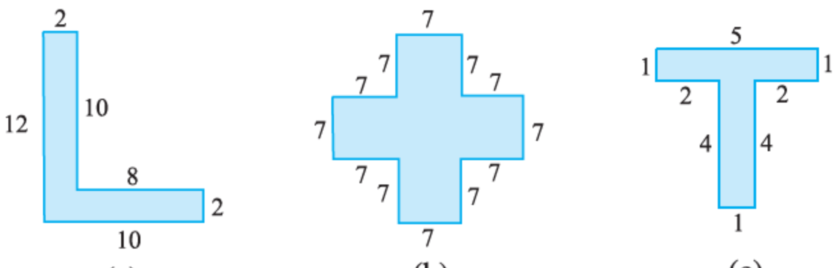
9۔ زمین کے ایک ٹکڑے کی لمبائی 4.8 میٹر اور چوڑائی 4.2 میٹر ہے اس زمین پر 1 میٹر ضلع کی پانچ مربع نما پھولوں کی کیاریاں بنائی گئیں ہیں۔

زمین کے اس حصہ کا رقبہ بتائیے، جس میں کیاریاں نہیں ہیں۔

10۔ مندرجہ ذیل اشکال کو مستطیل میں توڑا گیا ہے۔ ہر ایک کا رقبہ بتائیے؟ (ان کا ناپ سینٹی میٹر میں دیا گیا ہے)



11۔ مندرجہ ذیل اشکال کو مستطیل میں توڑیے اور ہر ایک کا رقبہ بتائیے۔ (ان کا ناپ سینٹی میٹر میں دیا گیا ہے)



(a) (b) (c)

12۔ 12 سینٹی میٹر لمبے اور 5 سینٹی میٹر چوڑے ٹائلوں کی تعداد بتائیے جن کو ایسے خطہ پر بچھایا جائے جن کی ناپ بالترتیب درج ذیل دی گئی ہے:

(a) 144 سینٹی میٹر اور 100 سینٹی میٹر

(b) 70 سینٹی میٹر اور 36 سینٹی میٹر

چیلنج! (A challenge!)

سینٹی میٹر اسکوائر پیپر پر جتنے مستطیل آپ ایسے بنا سکتے ہیں بنائیے جن کا رقبہ 16 مربع سینٹی میٹر ہو (صرف مکمل اعداد کو لمبائی مانیے)۔

(a) کون سے مستطیل کا سب سے بڑا احاطہ ہے؟
(b) کون سے مستطیل کا سب سے چھوٹا احاطہ ہے؟
اگر آپ 24 مربع سینٹی میٹر رقبہ والا مستطیل لیں گے تو آپ کا جواب کیا ہوگا؟
اگر کوئی بھی رقبہ دیا جائے تو کیا یہ ممکن ہے کہ سب سے بڑے احاطہ والے مستطیل کی شکل کو بتایا جاسکے؟ اور سب سے چھوٹے احاطہ والے مستطیل کا احاطہ؟ مثالیں دیجیے اور ساتھ میں وجوہات بھی بتائیے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ جب آپ کسی بند شکل کا ایک چکر لگاتے ہیں تو اس بند شکل کو بنانے والے قطع کی لمبائی احاطہ کہلاتی ہے یا کسی بند شکل کی حدود کی لمبائی کو اس شکل کا احاطہ کہتے ہیں۔

2۔ (a) کسی مستطیل کا احاطہ = 2 × (لمبائی + چوڑائی)
(b) کسی مربع کا احاطہ = 4 × اس کے ضلع کی لمبائی
(c) مساوی ضلعی مثلث کا احاطہ = 3 × ایک ضلع کی لمبائی

3۔ جن اشکال کے تمام ضلعے اور زاویے برابر ہوتے ہیں ان کو منظّم بند اشکال کہتے ہیں۔

4۔ جب کوئی بند شکل مستوی کا کچھ نہ کچھ علاقہ گھیرتی ہے تو اسے رقبہ کہتے ہیں۔

5۔ کسی مربع نما کاغذ پر بنی مربع نما شکل کا رقبہ معلوم کیجیے اور مندرجہ ذیل نتائج اخذ کیجیے:
(a) اگر مربع کا رقبہ آدھے سے کم ہے تو اسے نظر انداز کر دیجیے۔
(b) اگر مربع آدھے سے زیادہ ہے تو اسے ایک مربع کے طور پر لیجیے۔
(c) اگر مربع آدھا ہے تو بھی اسے پورا مربع مانا جائے گا اور اس کا رقبہ $\frac{1}{2}$ مربع اکائی کے طور پر لیا جائے گا۔

6۔ (a) مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی
(b) مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

باب: 11

الجبرا

(Algebra)

4618CH11

11.1 تعارف (Introduction)

اب تک ہم نے اعداد اور اشکال کے بارے میں پڑھا ہے اور اعداد، اعداد پر عملیات اور اعداد کی خصوصیات کے بارے میں بھی پڑھا ہے، ہم نے اعداد کی اس جانکاری کو اپنی روز مرہ زندگی کے مختلف مسئلوں کو حل کرنے پر استعمال بھی کیا۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم اعداد کے بارے میں پڑھتے ہیں ''حساب'' کہلاتی ہے۔ ہم نے دو اور سہ ابعادی(two and three dimensional) اشکال اور ان کی خصوصیات کے بارے میں بھی پڑھا ہے۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم اشکال کے بارے میں پڑھتے ہیں ''جیومیٹری'' کہلاتی ہے۔ اب ہم ریاضی کی ایک اور شاخ کے بارے میں پڑھنے جارہے ہیں جس کو ''الجبرا'' کہتے ہیں۔

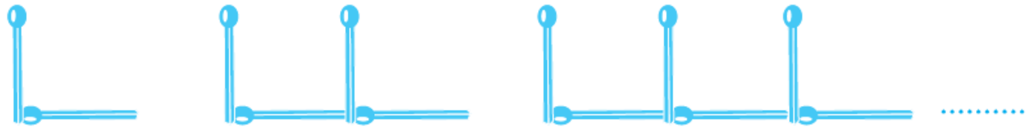
جس نئی شاخ کو ہم پڑھنے جارہے ہیں اس کی اصل خاصیت حروف کا استعمال ہے، حروف کا استعمال ہمیں عام طریقے سے اصول (rules) اور فارمولے لکھنے میں مددگار ہوگا۔ حروف کا استعمال کر کے ہم کسی مخصوص عدد کے بارے میں ہی نہیں بلکہ ہر عدد کے بارے میں بات کر سکتے ہیں۔ دوسرے یہ کہ ان حروف کا استعمال نا معلوم مقدار کو ظاہر کرنے کے لیے کیا جاسکتا ہے۔ نا معلوم کو معلوم کرنے کے طریقے سیکھنے سے ہمارے اندر روز مرہ زندگی کے مسائل اور مختلف معموں کو حل کرنے کی صلاحیت بڑھتی ہے۔ تیسرے یہ کہ کیونکہ حروف اعداد کے لیے ہی استعمال ہوتے ہیں اس لیے اعداد پر کیے جانے والے سبھی عملیات ان حروف پر بھی نافذ ہوتے ہیں جس کی وجہ سے ہم یہ الجبری عبارتوں اور ان کی خصوصیات کا مطالعہ کرتے ہیں۔

آپ الجبرا کو بہت دلچسپ اور کارآمد پائیں گے۔ یہ مختلف سوالات کو حل کرنے میں بہت مددگار ہوتا ہے۔ آیئے ہم اپنے مطالعہ کا آغاز آسان مثالوں سے کریں۔

11.2 ماچس کی تیلیوں کے پیٹرن (Matchstick Patterns)

اینہ اور سریتا ماچس کی تیلیوں سے پیٹرن بنا رہی ہیں۔ انھوں نے طے کیا کہ وہ انگریزی کے حروف تہجی کے آسان پیٹرن بنائیں گی۔ اینہ نے دو تیلیاں لیں اور حرف L بنایا جیسا کہ شکل 11.1(a) میں دکھایا گیا ہے۔

پھر سریتا نے بھی دو تیلیاں لیں اور اس نے بھی حرف L بنایا اور اینہ کے بنائے ہوئے L کے برابر رکھ دیا (شکل 11.1(b))۔



شکل 11.1

پھر اینہ نے ایک اور L بنا کر جوڑ دیا اور یہ سلسلہ چلتا گیا جیسا کہ شکل 11.1 (c) میں نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ تبھی ان کا ایک دوست اپّو آ گیا۔ اس نے اس پیٹرن کو دیکھا۔ اپّو کو سوالات کرنے کی بہت عادت ہے اس نے لڑکیوں سے پوچھا۔ سات L بنانے میں کتنی تیلیاں درکار ہوں گی؟ اینہ اور سریتا دونوں اصول پسند لڑکیاں ہیں۔ وہ یہ پیٹرن بناتی گئیں۔ 1L، 2L، 3L وغیرہ۔ اور ان کے لیے ایک جدول بھی تیار کیا۔

جدول 1

بنائے گئے "L" کی تعداد	1	2	3	4	5	6	7	8	......	......
مطلوبہ تیلیوں کی تعداد	2	4	6	8	10	12	14	16	......	......

اپّو کو اپنے سوال کا جواب اس جدول سے مل گیا۔ سات L بنانے کے لیے 14 تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔

جدول لکھتے ہوئے اینہ کو محسوس ہوا کہ مطلوبہ تیلیوں کی تعداد L کی تعداد کی دوگنا ہے۔

آسانی کے لیے ہم L کی تعداد کو n لیتے ہیں۔ اگر ایک L بنایا گیا تو $n = 1$ ہوگیا۔ اگر 2L بنائے گئے تو $n = 2$ ہوگا اور اسی طرح آگے بھی۔ اس طرح n میں سے 1، 2، 3، کوئی بھی طبعی عدد ہوسکتا ہے۔ تب ہم لکھتے ہیں۔ مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد $= 2 \times n$

$2 \times n$ لکھنے کے بجائے ہم $2n$ بھی لکھ سکتے ہیں۔ یاد رکھیے کہ $2n$ اور $2 \times n$ ایک جیسے ہی ہیں۔

امینہ نے اپنے دوستوں سے کہا کہ اس کا اصول یہ بتاسکتا ہے کہ کتنے L بنانے میں کتنی تیلیاں درکار ہوں گی۔

اس طرح اگر $n = 1$ ہے تو مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد $= 2 \times 1 = 2$ ہوگی

اگر $n = 2$ ہے تو مطلوبہ تبدیلیوں کی تعداد $= 2 \times 2 = 4$ ہوگی

اگر $n = 3$ ہے تو مطلوبہ تیلیوں کی تعداد $= 2 \times 3 = 6$ ہوگی

یہ اعداد جدول 1 میں دیے گئے اعداد جیسے ہی ہیں۔

سریتا نے کہا، یہ اصول تو بڑا زبردست ہے۔ اس اصول کا استعمال کرکے تو میں یہ بھی بتاسکتی ہوں کہ 100L بنانے کے لیے کتنی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔ اگر اصول معلوم ہو تو مجھ کو L بنا کر تیلیاں گننے اور جدول بنانے کی بھی ضرورت نہیں ہوگی۔

کیا آپ سریتا کی بات کو درست مانتے ہیں؟

11.3 متغیر کا تصور (The Idea of a Variable)

اوپر دی گئی مثال میں ہم نے ایک ایسا اصول معلوم کیا جس کی مدد سے ہم بتا سکتے ہیں کہ "L" کا پیٹرن بنانے میں کتنی ماچس کی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔ یہ اصول تھا:

مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد $= 2n$

پیٹرن میں L کی تعداد کو ہم n سے ظاہر کر رہے ہیں۔ اور n کی قیمت 1، 2، 3، 4،.... میں سے کوئی بھی ہوسکتی ہے۔ ذرا جدول 1 کو پھر سے ایک بار دیکھیے ۔ اس جدول میں n کی قیمت مستقل بدل رہی ہے۔ (بڑھ رہی ہے) نتیجہ کے طور پر تیلیوں کی تعداد بھی بدل رہی ہے (بڑھ رہی ہے)۔

متغیر کی ایک مثال n ہے۔ اس کی قدر طے نہیں ہے۔ اس کی قدر 1، 2، 3، 4،... میں سے کوئی بھی ہوسکتی ہے۔ مطلوبہ تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کا اصول ہم نے متغیر n کا استعمال کرکے لکھا۔ لفظ متغیر کی قدر طے نہیں ہوتی ہے۔ اس کی مختلف قدریں ہوسکتی ہیں۔

اب ہم ماچس کی تیلیوں کے پیٹرن کی ایک اور مثال لیتے ہیں جس سے ہم متغیر کے بارے میں اور زیادہ جان سکیں گے۔

11.4 ماچس کی تیلیوں کے کچھ اور پیٹرن (More Matchstick Patterns)

امینہ اور سریتا کو ماچس کی تیلیوں سے پیٹرن بنانا بہت دلچسپ لگا۔ اب وہ انگریزی حرف 'C' بنانے کا پیٹرن بنانا چاہتی ہیں۔ ایک C بنانے کے لیے ان کو تین تیلیوں کی ضرورت ہوگی جیسا کہ شکل (a)11.2 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 11.2

جدول 2 میں C کے پیٹرن بنانے کے لیے مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد دکھائی گئی ہے۔

جدول 2

C کی تعداد	1	2	3	4	5	6	7	8	....	....	....
ماچس کی تیلیوں کی تعداد	3	6	9	12	15	18	21	24	....	....	....

کیا آپ جدول میں چھوڑی گئی خالی جگہوں کو پر کر سکتے ہیں؟

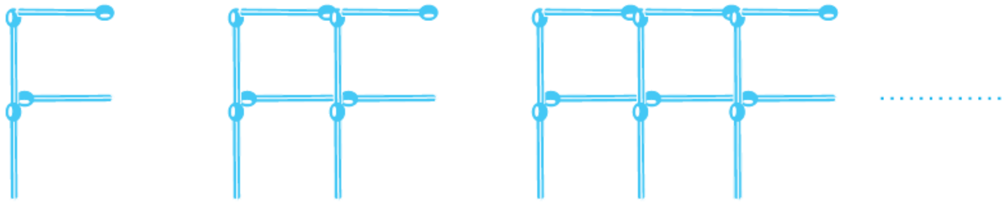
سریتا نے اس کا ایک اصول بنایا۔

مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد $= 3n$

اس نے C کی تعداد کو ظاہر کرنے کے لیے حرف n کا استعمال کیا ہے۔ n ایک متغیر ہے جس کی قیمت 1، 2، 3، 4، .... میں سے کوئی بھی ہو سکتی ہے کیا آپ کو سریتا کی بات درست لگتی ہے؟

یاد کیجیے کہ $3n$ اور $3 \times n$ ایک ہی ہیں۔

اس کے بعد امینہ اور سریتا F کے پیٹرن بنانا چاہتی ہیں۔ انھوں نے 4 تیلیوں کا استعمال کرکے ایک F بنایا جیسا کہ نیچے شکل (a)11.3 میں دکھایا گیا ہے۔



(a) (b) (c)

شکل 11.3

کیا اب آپ F کا پیٹرن بنانے کا اصول لکھ سکتے ہیں؟

کچھ اور حروف یا ایسی اشکال کے بارے میں سوچیے جو ماچس کی تیلیوں سے بنائے جاسکتے ہیں۔ مثال کے طور پر (⊔) U، (\/)V، (△) مثلث اور (□) وغیرہ کوئی پانچ اشکال چنیے۔ ان ماچس کی تیلیوں سے بنائے جانے والے پیٹرن کے لیے اصول بھی لکھیے۔

11.5 متغیر کی کچھ اور مثالیں (More Examples of Variables)

ہم نے متغیر کو ظاہر کرنے کے لیے حرف 'n' کا استعمال کیا ہے 'm' کیوں نہیں استعمال کیا؟ n میں کوئی خاص بات نہیں ہے۔ کوئی بھی حرف استعمال کیا جاسکتا ہے۔

''متغیر کو کسی بھی حرف m، l، p، x، y، z وغیرہ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یاد رکھئے متغیر ایک عدد ہی ہوتا ہے جس کی قدر طے نہیں ہے۔ مثال کے طور پر عدد 5 یا عدد 100 یا کوئی اور دیا گیا عدد متغیر نہیں ہوتا کیونکہ ان کی قدریں طے ہیں۔ اسی طرح کسی مثلث کے زاویوں کی تعداد تین طے ہے۔ یہ ایک متغیر نہیں ہے۔ کسی چوکور کے کونوں کی تعداد (4) بھی طے ہے۔ یہ بھی متغیر نہیں ہے لیکن اوپر دی گئی مثالوں میں n، متغیر ہے۔ اس کی قیمت 1، 2، 3، 4، ... میں سے کوئی بھی ہوسکتی ہے۔

آیئے اب ہم متغیر کا استعمال کچھ اور جانی پہچانی صورتوں میں کرتے ہیں۔

کچھ طلبا اسکول کی کتابوں کی دکان سے کاپیاں خریدنے جاتے ہیں۔ ایک کاپی کی قیمت 5 روپے ہے۔ منو 5 کاپیاں اور اپّو 7 کاپیاں خریدنا چاہتا ہے اور سارا 4 کاپیاں خریدنا چاہتی ہے۔ ان طلبا کے پاس کتنے روپے ہونے چاہیے جب وہ کاپیاں خریدنے دکان پر جائیں؟

یہ اس بات پر منحصر ہے کہ طلبا کو کتنی کاپیاں خریدنی ہیں ان طلبا نے مل کر ایک جدول بنایا۔

جدول 3

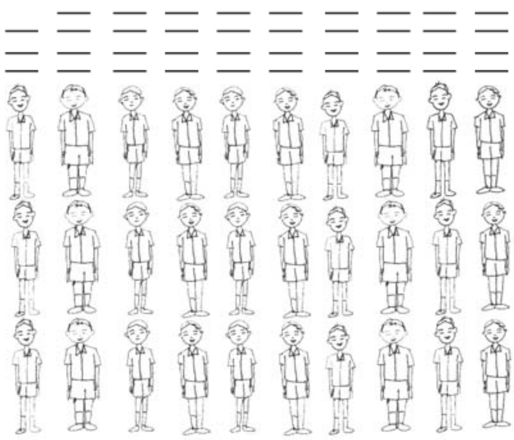
کاپیوں کی مطلوبہ تعداد	1	2	3	4	5	—	m	—
کل قیمت روپے میں	5	10	15	20	25	—	$5m$	—

1، 2، 3، 4،... میں کوئی بھی قیمت ہوسکتی ہے۔ m کاپیوں کی کل قیمت درج ذیل اصول سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

کل خرچ روپے میں= 5 × کاپیوں کی مطلوبہ تعداد = $5m$

اگر منّو پانچ کاپیاں خریدنا چاہتا ہے تو $m = 5$ لیجیے اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ منّو کے پاس اسکول کی دکان پر جانے کے لیے 5 × 5 ₹ یا 25 ₹ ہونے چاہیے۔

آیئے ایک اور مثال لیتے ہیں۔ اسکول میں یوم جمہوریہ کی تقریبات میں مہمان خصوصی کو سلامی دینے کے لیے طلبا قطاروں میں کھڑے ہوئے ہیں ہر قطار 10 طلبا پر مشتمل ہے (شکل 11.4)۔ سلامی کے وقت طلبا کی کتنی تعداد ہوگی؟



شکل 11.4

طلبا کی تعداد قطاروں کی تعداد پر منحصر ہوگی۔ اگر 1 قطار ہے تو 10 ہوں گے۔ اگر 2 قطاریں ہیں تو 10×2 یا 20 طلبا ہوں گے۔ اگر یہاں قطاروں کی تعداد 4 ہے تو سلامی میں طلبا کی تعداد 40 ہوگی۔ یہاں پر 4 ایک متغیر ہے جو کہ قطاروں کی تعداد کو ظاہر کررہا ہے۔ اور اس کی قیمت 1، 2، 3، 4، ... میں سے کچھ بھی ہوسکتی ہے۔

اب تک ہم نے جتنی بھی مثالیں دیکھیں ہیں ان سب میں ہی متغیر کو ایک عدد سے ضرب کیا گیا ہے۔ کچھ ایسی بھی صورتیں ہوسکتی ہیں جہاں متغیر میں کسی عدد کو جوڑا یا گھٹایا جاسکتا ہے جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے۔

سریتا کہتی ہے کہ اس کے پاس امینہ سے دس زیادہ ماربل ہیں۔ اگر امینہ کے پاس 20 ماربل ہیں تو سریتا کے پاس 30 ہوں گے۔ اگر امینہ کے پاس 30 ماربل ہیں تو سریتا کے پاس 40 ہوں گے، وغیرہ۔ ہم یہ نہیں

جانتے کہ امینہ کے پاس اصل میں کتنے ماربل ہیں۔ اس کے پاس کتنے بھی ماربل ہوسکتے ہیں لیکن ہم یہ جانتے ہیں کہ سریتا کے ماربل = امینہ کے ماربل +10

اب ہم امینا کے ماربل کو حرف x سے ظاہر کریں گے۔ یہاں x متغیر ہے جس کی قدر 1، 2، 3، 4، ...، 10، ...، 20، ...، 30، ... میں کوئی بھی ہوسکتی ہے۔ x کا استعمال کرکے ہم سریتا کے ماربل $= x + 10$ لکھتے ہیں۔ عبارت $(x + 10)$ کو ہم پڑھتے ہیں x جمع 10 اس کا مطلب ہے x میں 10 کو جمع کیا گیا۔ اگر x، 20 ہے تو $(x + 10)$، 30 ہوگا۔ اور اگر x، 30 ہے تو $(x + 10)$، 40 ہوگا۔ اور اسی طرح اور آگے بھی۔

> عبارت $(x + 10)$ کو اور زیادہ آسان نہیں کر سکتے ہیں۔ $x + 10$ اور $10x$ الگ الگ ہیں ان کو ایک مت سمجھنا۔ $10x$ میں x کو 10 سے ضرب دی جاتی ہے۔ اور $(x + 10)$ میں x میں 10 کو جوڑا جاتا ہے۔ اس کو جانچنے کے لیے ہم x کی کچھ اور قدر لیتے ہیں۔
>
> مثال کے طور پر
>
> اگر $x = 2$ تو $10x = 10 \times 2 = 20$، اور $x + 10 = 2 + 10 = 12$
>
> اگر $x = 10$ ہے تو $10x = 10 \times 10 = 100$ اور $x + 10 = 10 + 10 = 20$

راجو اور بالو دو بھائی ہیں بالو راجو سے 3 سال چھوٹا ہے اگر راجو 12 سال کا ہے تو بالو 9 سال کا ہے۔ اور اگر راجو 15 سال کا ہے تو بالو 12 سال کا ہے مگر ہم کو راجو کی اصل عمر نہیں معلوم ہے یہ کچھ بھی ہوسکتی ہے۔ اگر راجو کی عمر x سال ہے تو بالو کی عمر $(x - 3)$ سال ہوگی۔ یہاں x ایک متغیر ہے۔ اس عبارت $(x - 3)$ کو ہم x گھٹا تین پڑھیں گے۔ اب آپ عمر کو کچھ بھی مان سکتے ہیں اگر x، 12 ہے تو $(x - 3)$، 9 ہوگا اور اگر x، 15 ہے تو $(x - 3)$، 12 ہوگا۔

مشق 11.1

1۔ مندرجہ ذیل پیٹرن بنانے کے لیے ماچس کی تیلیوں کی مطلوبہ تعداد جاننے کا اصول معلوم کیجیے۔ اصول لکھنے کے لیے ایک متغیر کا استعمال کیجیے :

(a) حرف T کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرن ایسا ہوگا۔ T

(b) حرف Z کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرن ایسا ہوگا۔ Z

(c) حرف U کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرن ایسا ہوگا۔ U

(d) حرف V کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرن ایسا ہوگا —

(e) حرف E کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرن ایسا ہوگا —

(f) حرف S کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرن ایسا ہوگا —

(g) حرف R کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرن ایسا ہوگا —

2۔ حروف L،C اور F کے پیٹرن ہم پہلے ہی جانتے ہیں۔ (اوپر دیے گئے) سوال نمبر 1 میں دیے گئے کچھ حروف کے پیٹرن کو لکھنے میں بھی وہی اصول لاگو ہوگا جو L کو لکھنے میں لاگو ہوتا ہے۔ وہ کون سے حروف ہیں؟ اور ایسا کیوں ہوا؟

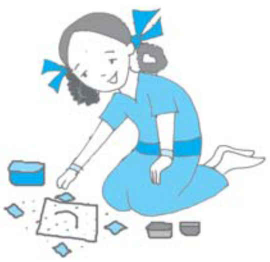
3۔ ایک پریڈ میں کچھ کیڈٹ مارچ کررہے ہیں۔ ایک قطار میں 5 کیڈٹ ہیں۔ کیڈٹ کی تعداد کس اصول سے معلوم ہوسکے گی جبکہ قطاروں کی تعداد معلوم ہے؟ (قطاروں کی تعداد کے لیے حرف 'n' کا استعمال کیجیے)

4۔ اگر ایک ڈبہ میں 50 آم ہیں تو ڈبوں کی تعداد کو استعمال کرتے ہوئے آپ آموں کی تعداد کو کیسے لکھیں گے۔ (ڈبوں کی تعداد کے لیے 'b' کو استعمال کیجیے)

5۔ استاد نے ہر طالب علم کو 5 پنسلیں دیں۔ اگر طلبا کی تعداد معلوم ہو تو کیا آپ پنسلوں کی تعداد معلوم کرسکتے ہیں؟ (طلبا کی تعداد کو 'S' سے ظاہر کیجیے)

6۔ ایک چڑیا ایک منٹ میں اڑ کر 1 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ کیا آپ چڑیا کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ، اس کے اڑنے کے وقت (منٹ میں) کرسکتے ہیں۔ (اس کے اڑنے کے وقت (منٹ میں) کو t سے ظاہر کیجیے)

7۔ رادھا نے نقطوں کی مدد سے ایک رنگولی بنائی (چاک کے پاؤڈر سے نقطے جوڑ کر خطوط بنانے کا ایک خوبصورت پیٹرن) جیسا کہ شکل (5) میں دکھایا گیا ہے) اس نے ایک قطار میں 8 نقطے لگائے۔ اس کو رنگولی کی 'r' کتنے نقطے بنانے ہوں گے۔ اگر یہاں 8 قطاریں ہیں تو کتنے نقطے ہوں گے؟ اور اگر 10 قطاریں تو؟



شکل 11.5

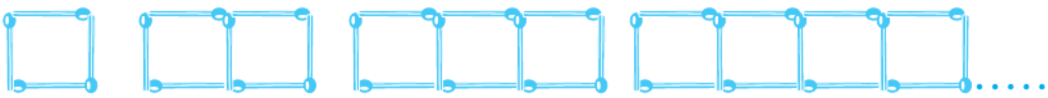
8۔ لیلا، رادھا کی چھوٹی بہن ہے۔ لیلا رادھا سے 4 سال چھوٹی ہے۔ کیا آپ رادھا کی عمر کے مقابلے میں لیلا کی عمر بتاسکتے ہیں؟ رادھا کی عمر کو x سال مان لیجیے۔

9۔ ماں نے لڈو بنائے۔ اس نے کچھ لڈو گھر کے لوگوں کو اور کچھ مہمانوں کو دیے۔ پھر بھی 5 لڈو بچ رہے۔ اگر ماں نے L لڈو دے دیے تو بتایئے اس نے کل کتنے لڈو بنائے تھے؟

10۔ سنتروں کو ایک بڑے ڈبے سے چھوٹے ڈبے میں منتقل کرنا ہے۔ جب ایک بڑا ڈبہ خالی کیا جاتا ہے تو اس میں سے نکلنے والے سنتروں سے دو چھوٹے ڈبے مکمل طور پر بھر جاتے ہیں 10 سنترے باقی بچتے۔ اگر چھوٹے ڈبے میں سنتروں کی تعداد x ہے تو بڑے ڈبے میں کتنے سنترے تھے؟

11۔ (a) مندرجہ ذیل ماچس کی تیلیوں سے بنے مربعوں کے پیٹرن کو دیکھیے (شکل 6)۔ یہ مربع الگ الگ نہیں ہیں۔ دو مشتمل مربعوں میں ایک تیلی مشترک ہے پیٹرن پر دھیان دیجیے اور اگر مربعوں کی تعداد معلوم ہو تو تیلیوں کی

تعداد معلوم کرنے کا اصول بتائیے؟ (اشارہ: اگر آپ کنارے کی ایک آخری تیلی ہٹا دیں تو آپ کو C کا پیٹرن مل جائے گا)



(a) (b) (c) (d)

شکل 11.6

(b) شکل 7 میں ماچس کی تیلیوں سے مثلث بنانے کا ایک پیٹرن دیا گیا ہے جیسا کہ اوپر مشق (a)11 میں کہا گیا ہے اگر مثلثوں کی تعداد معلوم ہو تو تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے اصول بنائیے۔

(a) (b) (c) (d)

شکل 11.7

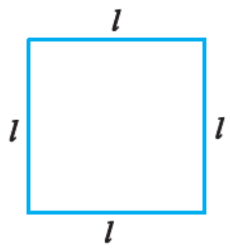
11.6 عام اصولوں میں متغیروں کا استعمال
(Use of Variables in Common Rules)

آیئے اب دیکھتے ہیں کہ ریاضی کے بعض عام اصول جن کو ہم پہلے پڑھ چکے ہیں، متغیر کے استعمال سے کیسے ظاہر کیے جاتے ہیں۔

جیومیٹری کے اصول:

مساحت کے باب میں ہم مربع اور مستطیل کے احاطہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ان کو ایک اصول کی شکل میں لکھنے کے لیے ہم ان کو دوبارہ دیکھیں گے۔

1۔ مربع کا احاطہ:



شکل 11.8

ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی کثیر الاضلاع (3 یا زیادہ قطعات خط سے بننے والی بند شکل) احاطہ اس کے اضلاع کی لمبائیوں کی حاصل جمع ہوتی ہے۔ ایک مربع کے چار اضلاع ہوتے ہیں۔ جن کی لمبائی آپس میں برابر ہوتی ہے (شکل 11.8)۔ اس لیے

مربع کا احاطہ = مربع کے اضلاع کی لمبائیوں کا جوڑ

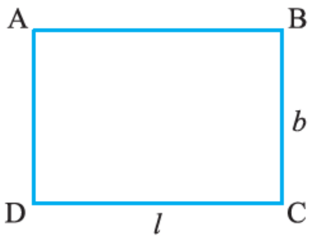
= مربع کے کسی ایک ضلع کی لمبائی کا 4 گنا ہوتا ہے۔

$= 4 \times l = 4l.$

اس طرح ہم کو مربع کے احاطے کے لیے ایک اصول حاصل ہوگیا۔ متغیر l کا استعمال ہم کو ایک اصول لکھنے میں مددگار ثابت ہوتا ہے جو کہ چھوٹا بھی ہے اور آسانی سے یاد بھی ہوجاتا ہے۔

ہم احاطہ کو بھی ایک متغیر مان سکتے ہیں۔ اگر ہم اس کو p مان لیتے ہیں مربع کے احاطہ کے اصول کو ہم مربع کے احاطہ اور اس کے اضلاع کے درمیان کے رشتہ سے ظاہر کرسکتے ہیں، $p = 4l$

2 ۔ مستطیل کا احاطہ:



شکل 11.9

ہم جانتے ہیں کہ مستطیل کے چار اضلاع ہوتے ہیں مثال کے طور پر مستطیل ABCD کے چار اضلاع CD ،BC ،AB اور DA ہیں۔ کسی بھی مستطیل کے آمنے سامنے کے اضلاع ہمیشہ آپس میں برابر ہوتے ہیں۔ اس لیے مستطیل ABCD میں اضلاع AB یا CD کی لمبائی کو L سے ظاہر کرسکتے ہیں۔ اس طرح AD یا BC کی لمبائی کو b سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح

مستطیل کا احاطہ = AB کی لمبائی +BC کی لمبائی +CD کی لمبائی +AD کی لمبائی

$2 \times$ CD کی لمبائی $+ 2 \times$ BC کی لمبائی $= 2l + 2b$

اس لیے اس کا اصول بنا:

مستطیل کا احاطہ $= 2l + 2b$

اگر ہم مستطیل کے احاطہ کو p سے ظاہر کرتے ہیں تو مستطیل کے احاطہ کا اصول ہوجائے گا $p = 2l + 2b$

نوٹ : یہاں l اور b دونوں متغیر ہیں۔ دونوں کی قدریں الگ الگ ہیں یعنی ایک متغیر کی قدر کا اثر دوسرے متغیر کی قدر پر نہیں پڑتا ہے۔

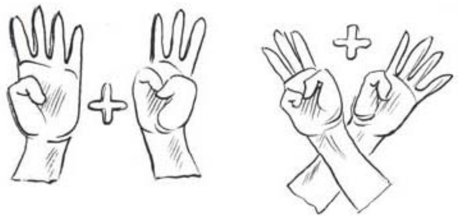
جیومیٹری کے مطالعہ کے دوران آپ کا سابقہ مستوی اشکال کے رقبوں اور احاطوں اور تین پیمائشی اشکال کے حجم اور سطحی رقبوں کے مختلف اصول اور فارمولوں سے پڑے گا۔ اور ساتھ ہی ساتھ کثیر الاضلاع کے اندرونی زاویوں کے جوڑ اور ان کے وتروں (diagonals) کی تعداد معلوم کرنے کے فارمولے پڑھیں گے۔ متغیر کے بارے میں آپ نے ابھی پڑھا ہے یہ ان تمام اصولوں اور فارمولوں کو لکھنے میں بہت مددگار ثابت ہوگا۔

حساب کے اصول:

3۔ دو اعداد کے جمع کی تقلیبیت (Commutativity of Addition of two Numbers):

ہم جانتے ہیں کہ $3 + 4 = 7$ اور $4 + 3 = 7$

یعنی $4 + 3 = 3 + 4$



جیسا کہ ہم نے مکمل اعداد کے باب میں دیکھا یہ کوئی بھی دو اعداد کے لیے درست ہوتا ہے۔ اعداد کی اس خاصیت کو اعداد کی جمع کا تقلیبیت کلیہ کہتے ہیں۔ تقلیبیت کا مطلب دل بدل ہے۔اعداد کی ترتیب کو اگر ادل بدل دیا جائے تو حاصل جمع پر کوئی اثر نہیں ہوتا ہے۔ متغیر کا استعمال ہمیں اس خاصیت کی عمومیت کا اظہار آسان طریقہ سے کرنے میں مدد کرتا ہے۔ مان لیا a اور b دو متغیر ہیں جن کی قدر کوئی بھی عدد ہوسکتا ہے۔

اس طرح $\boldsymbol{a + b = b + a}$

جب ہم ایک یا دو اصول کو اس طرح لکھ لیتے ہیں تو تمام مخصوص حالتیں بھی اس میں شامل ہوجاتی ہیں۔ اگر $a = 4$ اور $b = 3$ ہے تو $4 + 3 = 3 + 4$ ہوگا۔ اور اگر $a = 37$ اور $b = 73$ ہے تو ہم کو $37 + 73 = 73 + 37$ حاصل ہوگا۔ اور اسی طرح آگے بھی۔

4۔ دو اعداد کے ضرب کی تقلیبیت

ہم نے مکمل اعداد کے باب میں یہ بھی دیکھا تھا کہ دو اعداد کی ضرب میں، ضرب دیے جانے والے اعداد پر ان کی ترتیب کا کوئی اثر نہیں پڑتا ہے۔

مثال کے طور پر

$3 \times 4 = 12$ ،$4 \times 3 = 12$

اس طرح $4 \times 3 = 3 \times 4$

اعداد کی اس خاصیت کو اعداد کی ضرب کی تقلیبیت کہتے ہیں۔اعداد کی ترتیب کی ادل بدل سے ان کے حاصل ضرب پر کوئی اثر نہیں پڑتا ہے۔ جمع کی طرح یہاں بھی متغیر a اور b لیتے ہوئے ہم دو اعداد کے ضرب کی تقلیبیت کچھ اس طرح ظاہر کرسکتے ہیں۔ $\boldsymbol{a \times b = b \times a}$

یاد رکھیے کہ a اور b کی کوئی بھی قدر لی جاسکتی ہے۔ تمام مخصوص حالتوں جیسے $4 \times 3 = 3 \times 4$ یا $37 \times 73 = 73 \times 37$ پر یہ اصول لاگو ہوتا ہے۔

5۔ اعداد کا تقسیمیت (Distributivity of numbers)

مان لیجیے ہم سے 38×7 کی قدر معلوم کرنے کے لیے کہا جائے۔ ظاہر ہے ہم کو 38 کا پہاڑا نہیں آتا ہے۔ تو اس کو ہم کچھ اس طرح حاصل کریں گے۔

$$7 \times 38 = 7 \times (30 + 8) = 7 \times 30 + 7 \times 8 = 210 + 56 = 266$$

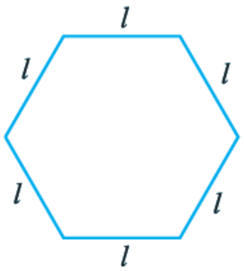
یعنی ہم 7 کی تقسیم کو 30 اور 8 کی جمع پر بانٹ سکتے ہیں۔ یہ بات کوئی بھی تین اعداد کے لیے ہمیشہ درست ہوگی۔ جیسے 30,7 اور8۔ اس کو ہم ضرب کی جمع پر تقسیمی خصوصیت (distributivity of multiplication over addition of numbers) کہتے ہیں۔

متغیر کا استعمال کر کے ہم اعداد کی اس خاصیت کو عام اور چھوٹے طریقہ سے لکھ سکتے ہیں۔ مان لیا جائے a، b اور c تین متغیر ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کی کوئی بھی عددی قیمت طے ہوسکتی ہے۔

اس لئے $\boldsymbol{a \times (b \times c) = a \times b + a \times c}$

اعداد کی خصوصیات بہت دلچسپ ہوتی ہیں اور بہت سی خصوصیات ہم اس سال پڑھیں گے اور باقی آگے آنے والی جماعتوں میں پڑھیں گے۔ متغیر کا استعمال ان خصوصیات کو ایک عام اور مختصر طریقہ سے لکھنے میں مددگار ہوتا ہے۔ اعداد کی ایک اور خصوصیت مشق 11.2 کے سوال نمبر 5 میں دی گئی ہے۔ اعداد کی ایسی کچھ اور خصوصیات معلوم کرنے کی کوشش کیجیے، اور ان کو متغیر کا استعمال کرکے یاد کرنے کی کوشش کیجیے۔

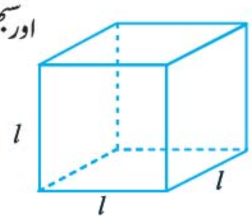
مشق 11.2



شکل 11.10

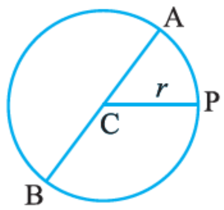
1۔ ایک مساوی ضلعی مثلث کے ضلع کو l سے ظاہر کیجیے اور l کا استعمال کرتے ہوئے مساوی ضلعی مثلث کے احاطہ کو ظاہر کیجیے۔

2۔ ایک منظم چھ ضلعی (شکل 11.10) کے ایک ضلع شکل 11.10 کی لمبائی کو l سے ظاہر کیا گیا ہے۔ l کا استعمال کرتے ہوئے چھ ضلعی کا احاطہ معلوم کیجیے۔ (**اشارہ۔** ایک منظم چھ ضلعی کے تمام ضلع آپس میں برابر ہوتے ہیں اور سبھی زاویے برابر ہوتے ہیں)۔



شکل 11.11

3۔ ایک کعب ایک سہ البعادی شکل ہے جیسا کہ شکل 11.11 کہ میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے چھ رخ ہوتے ہیں اور یہ سبھی رخ یکساں مربع ہوتے ہیں۔ کعب کے ایک کنارے کی لمبائی کو l سے ظاہر کیجیے۔ کعب کے تمام کناروں کی کل لمبائی معلوم کرنے کا فارمولہ معلوم کیجیے۔



شکل 11.12

4۔ کسی دائرہ کا قطر ایک ایسا قطع خط ہوتا ہے جو دائرہ کے دو نقطوں کو ملاتا ہے اور دائرہ کے مرکز سے ہو کر گزرتا ہے (دی گئی شکل 11.12 میں دائرہ کا قطر $\overline{AB}$ اور مرکز C)۔ دائرہ کے قطر (d) کو اس کی نصف قطر (r) کی مدد سے ظاہر کیجیے۔

5۔ تین اعداد 27، 14 اور 13 کی حاصل جمع پر دھیان دیجیے اس کو ہم دو طرح سے معلوم کرسکتے ہیں۔

(a) ہم پہلے 14 اور 27 کو جوڑیں تو 41 حاصل ہوگا اور پھر اس میں 13 کو جمع کریں تو ہم کو 54 حاصل ہو جائے گا یا

(b) ہم پہلے 27 اور 13 کو جوڑیں تو 40 حاصل ہوگا اور پھر اس میں 14 کو جوڑ دیں تو ہم کو 54 حاصل ہو جائے گا۔ اس طرح $(14 + 27) + 13 = 14 + (27+13)$

اس عمل کو کسی بھی تین اعداد کے لیے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ اس خصوصیت کو اعداد کی جمع کا تلازمیت کلیہ، کہتے ہیں۔ اس خاصیت کو ہم پہلے مکمل اعداد کے باب میں پڑھ چکے ہیں اس کو متغیر a، b اور c کا استعمال کرکے لکھیے۔

11.7 متغیر والی عبارتیں (Expression with Variables)

یاد کیجیے کہ حساب میں ہم نے $4 + (10 \times 2)$، $3 \times 100 + (2 \times 10) + 3$ ،(2×10) وغیرہ جیسی عبارتوں پر بھی کام کیا ہے یہ عبارتیں مختلف اعداد جیسے 2، 3، 4، 10، 100 وغیرہ سے مل کر بنی ہیں۔ عبارت بنانے میں ہم اعداد کے چاروں بنیادی عملیات جمع گھٹا، ضرب اور تقسیم کا استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر عبارت $2 \times 10 + 3$ بنانے کے لیے ہم 2 کو 10 سے ضرب کرتے ہیں اور پھر حاصل ضرب میں 3 کو جمع کرتے ہیں۔ حسابی عبارتوں کی کچھ اور مثالیں درج ذیل ہیں۔

$3 + (4 \times 5)$، $(-3 \times 40) + 5$،
$8 - (7 \times 2)$، $14 - (5 - 2)$،
$(6 \times 2) - 5$، $(5 \times 7) - (3 \times 4)$،
$7 + (8 \times 2)$ $(5 \times 7) - (3 \times 4 - 7)$ وغیرہ۔

متغیر کے ساتھ بھی عبارتیں بنائی جاسکتی ہیں۔ ایسی عبارتیں ہم پہلے دیکھ بھی چکے ہیں جیسے $2n$، $5m$، x، $x + 10$، $x - 3$، وغیرہ ایسی ہی عبارتیں ہیں جن میں متغیر کا استعمال کیا گیا ہے۔ ان عبارتوں میں متغیر پر بنیادی عملیات جمع، گھٹا، ضرب اور تقسیم وغیرہ کیے جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر 2 اور متغیر n کو ضرب کرنے پر عبارت $2n$ بنی ہے، 10 اور متغیر x کو جمع کرنے سے عبارت $(x + 10)$ بنی ہے۔ اور اسی طرح باقی بھی۔

ہم جانتے ہیں کہ متغیر کی مختلف قدریں ہوسکتی ہیں یعنی اس کی کوئی طے شدہ قدر نہیں ہوتی ہے، مگر یہ دراصل اعداد ہی تو ہیں اس لیے اعداد کے لیے جمع، تفریق، ضرب، تقسیم وغیرہ سے وابستہ سبھی اصول (نشان والے بھی) ان پر بھی نافذ ہوتے ہیں۔

متغیر والی عبارتوں میں ایک اہم نقطہ کو ضرور نوٹ کیجیے۔ اعداد کی عبارت جیسے $(4 \times 3) + 5 = 12 + 5 = 17$ کو فوراً ہی حل کیا جا سکتا ہے۔

لیکن $(4x + 5)$ جیسی عبارت، جس میں متغیر بھی شامل ہے، کو جلدی حل نہیں کیا جاسکتا ہے۔ اگر x کی کوئی قدر دی جائے تب ہی صرف اس عبارت $(4x + 5)$ کو حل کیا جاسکتا ہے۔ مثلاً اگر $x = 3$

ہے تو ہم اس کو اوپر والی عبارت کی طرح ہی حل کر سکتے ہیں۔

$$4x + 5 = (4 \times 3) + 5 = 17$$

مندرجہ ذیل مثالوں میں ہم دیکھیں گے کہ کچھ آسان عبارتیں کیسے بنتی ہیں۔

عبارتیں	کیسے بنی
(a) $y + 5$	y میں 5 کو جمع کیا
(b) $t - 7$	t میں سے 7 کو گھٹایا
(c) $10\,a$	a کو 10 سے ضرب کیا
(d) $\frac{x}{3}$	x کو 3 سے تقسیم کیا
(e) $-5\,q$	q کو 5 سے ضرب کیا
(f) $3\,x + 2$	x کو پہلے 3 سے ضرب کیا اور پھر حاصل ضرب میں 2 کو جمع کیا۔
(g) $2\,y - 5$	y کو پہلے 2 سے ضرب کیا اور پھر حاصل ضرب میں سے 5 کو گھٹایا۔

اسی طرح کی 10 اور مثالیں لکھیے اور یہ بھی بتائیے کہ یہ کیسے بنائی گئیں۔

اگر ہم کو یہ بتادیا جائے کہ کسی عبارت کو کیسے بنانا ہے تو بھی ہم اس کو لکھ سکتے ہیں۔ درج ذیل مثالوں پر دھیان دیجیے۔

مندرجہ ذیل کے لیے عبارتیں لکھیے۔

(a) z میں سے 12 کو گھٹایے	$z - 12$
(b) r میں 25 کو جمع کیجیے	$r + 25$
(c) p کو 16 سے ضرب کیجیے	$16\,p$
(d) y کو 8 سے تقسیم کیجیے	$\frac{y}{8}$
(e) m کو 9– سے ضرب کیجیے	$-9\,m$
(f) y کو پہلے 10 سے ضرب کیجیے اور پھر حاصل ضرب میں 7 کو جمع کیجیے	$10\,y + 7$
(g) n کو پہلے 2 سے ضرب کیجیے اور پھر حاصل ضرب میں l کو گھٹایے	$2\,n - 1$

امینہ اور سریتا نے طے کیا کہ وہ عبارتوں کا ایک کھیل کھیلیں گے۔ انھوں نے ایک متغیرہ x اور ایک عدد 3 لیا اور پھر دیکھا کہ ان دونوں سے وہ کتنی عبارتیں بناسکتی ہیں۔ جبکہ یہ شرط رکھی گئی کہ اعداد کے چاروں بنیادی عمل میں سے وہ ایک سے زیادہ ایک بار میں استعمال نہیں کریں گی۔ اور ہر بار x کوضرور استعمال کیا جائے گا۔ کیا آپ ان کی کچھ مدد کر سکتے ہیں؟

کیا $(3x + 5)$ بنایا جاسکتا ہے؟
کیا $(3x + 3)$ بنایا جاسکتا ہے؟

سریتا نے بنایا $(x + 3)$

پھر امینہ نے بنایا $(x - 3)$

پھر اس نے کہا $3x$، سریتا نے فوراً ہی بنادی $\frac{x}{3}$

دی گئی شرط کے مطابق کیا صرف یہی چار عبارتیں بن سکتی ہیں جو انھوں نے بنائیں؟

اس کے بعد انھوں نے y، 3 اور 5 کو لے کر یہی کھیل کھیلا، شرط تھی کہ جمع اور تفریق کے عمل سے ایک بار میں صرف کوئی ایک ہی عمل لیا جاسکتا ہے اور اسی طرح ضرب اور تقسیم میں سے بھی ایک عمل ایک سے زیادہ بار نہیں لیا جاسکتا ہے اور ہر عبارت میں y ضرور ہوگا۔ دیکھیے کیا ان کے جوابات درست ہیں۔

مندرجہ ذیل مشقوں میں ہم دیکھ سکیں گے کہ کچھ سادہ عبارتیں کس طرح تشکیل پاتی ہیں۔

$y + 5$، $y + 3$، $y - 5$، $y - 3$، $3y$،

$5y$، $\frac{y}{3}$، $\frac{y}{5}$، $3y + 5$،

$3y - 5$، $5y + 3$، $5y - 3$

کیا آپ کچھ اور عبارتیں بناسکتے ہیں؟

کیا $\left(\frac{y}{3}+5\right)$
اور $(y + 8)$ بن سکتا ہے؟
کیا $15y$ بن سکتا ہے؟

مشق 11.3

1۔ اعداد 5، 7 اور 8 کا استعمال کرتے ہوئے (متغیر نہیں ہے) آپ جتنی عبارتیں بناسکتے ہیں۔ ہر عدد ایک سے زیادہ بار استعمال نہیں کیجیے گا۔ صرف، جمع، تفریق اور ضرب کا استعمال کیجیے گا۔

(**اشارہ:** تین ممکنہ عبارتیں ہیں $5 + (8 - 7)$، $5 - (8 - 7)$، $(5 \times 8) + 7$؛ ایسی عبارتیں بنائیے)۔

2۔ مندرجہ ذیل میں سے کون سی عبارتیں صرف اعداد سے بنی ہیں؟

(a) $y + 3$ (b) $(7 \times 20) - 8z$

(c) $5 (12 - 7) + 7 \times 2$ (d) 5

(e) $3x$ (f) $5 - 5n$

(g) $(7 \times 20) - (5 \times 10) - 45 + p$

3۔ مندرجہ ذیل عبارتیں بنانے میں استعمال ہوئے حسابی عملیات (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) کو پہچانیے اور بتائیے کہ یہ عبارتیں کیسے بنی ہیں؟

(a) $z + 1$، $z - 1$، $y + 17$، $y - 17$ (b) $17y$، $\frac{y}{17}$، $5z$

(c) $2y + 17$، $2y - 17$ (d) $7m$، $-7m + 3$، $-7m - 3$

4۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے عبارتیں بنائیے۔

(a) p میں 7 جمع کیا گیا (b) p میں سے 7 گھٹایا

(c) p کو 7 سے ضرب کیا (d) p کو 7 سے تقسیم کیا

(e) $-m$ میں سے 7 گھٹایا (f) $-p$ کو 5 سے ضرب کیا

(g) $-p$ کو 5 سے تقسیم کیا۔ (h) p کو -5 سے ضرب کیا۔

5۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے عبارت بنائیے۔

(a) $2m$ میں 11 کو جمع کیا۔ (b) $2m$ میں سے 11 کو گھٹایا۔

(c) y کے 5 گنے میں 3 کو جمع کیا (d) y کے 5 گنے میں سے 3 گھٹایا۔

(e) y کو -8 سے ضرب کیجیے۔

(f) y کو -8 سے ضرب کیجیے اور پھر جواب میں 5 کو جمع کیجیے۔

(g) y کو 5 سے ضرب کیجیے اور جواب میں سے 16 کو گھٹائیے۔

(h) y کو -5 سے ضرب کیجیے اور جواب میں 16 کو جمع کیجیے۔

6۔ (a) t اور 4 کو استعمال کرتے ہوئے عبارت لکھیے۔ ایک سے زیادہ بنیادی عمل کو استعمال نہ کریں اور ہر عبارت میں t ضرور ہو۔

(b) 2، y اور 7 کا استعمال کرتے ہوئے عبارتیں بنائیے۔ ہر عبارت میں y ضرور ہو۔ صرف دو مختلف بنیادی عمل استعمال کیجیے۔

11.8 عبارتوں کا عملی استعمال (Using Expressions Practically)

ہم کو اکثر ایسی عملی صورتِ حال کا سامنا ہوتا ہے جس میں عبارتوں کا استعمال ہوتا ہے۔ ان میں سے کچھ کو یاد کیجیے۔

صورت حال (عام زبان میں بیان کی ہوئی)	متغیر	عبارتوں کا استعمال کرتے ہوئے بیانات
1۔ سریتا کے پاس امینہ سے 10 ماربل زیادہ ہیں۔	مان لیجیے امینہ کے پاس xماربل ہیں۔	سریتا کے پاس$(x+10)$ ماربل ہیں۔
2۔ بالو، راجو سے تین سال چھوٹا ہے۔	مان لیجیے راجو کی عمر xسال ہے۔	بالو کی عمر$(x-3)$سال ہے۔
3۔وکاش کی عمر راجو کی عمر کی دوگنی ہے۔	مان لیجیے راجو کی عمر xسال ہے۔	بکاش کی عمر $2x$سال ہے۔
4۔ راجو کے ابا کی عمر راجو کی عمر کے تین گنے سے 2سال زیادہ ہے۔	مان لیجیے راجو کی عمر xسال ہے ۔	راجو کے ابا کی عمر $(3x+2)$سال ہے۔

آیئے ایسی ہی کچھ اور صورت حال دیکھیں۔

صورت حال (عام زبان میں بیان کی ہوئی)	متغیر	عبارتوں کا استعمال کرتے ہوئے بیانات
5۔ اب سے پانچ سال بعد سوسن کی عمر کیا ہوگی۔	مان لیجیے سوسن کی موجودہ عمر x سال ہے۔	اب سے پانچ سال بعد سوسن کی عمر $(x+5)$سال ہوگی۔
6۔ 4سال پہلے سوسن کی عمر کیا تھی۔	مان لیجیے سوسن کی موجودہ عمر x سال ہے۔	اب سے 4سال پہلے سوسن کی عمر $(x-4)$سال تھی۔
7۔ ایک کلو گیہوں کی قیمت ایک کلو چاول کی قیمت سے 5روپے کم ہے۔	مان لیجیے ایک کلو چاول کی قیمت pروپے ہے۔	ایک کلو گیہوں کی قیمت $(p-5)$ روپے ہے۔
8۔ ایک لیٹر تیل کی قیمت ایک کلو چاول کی قیمت سے 5 گنا ہے۔	مان لیجیے ایک کلو چاول کی قیمت pروپے ہے۔	ایک لیٹر تیل کی قیمت$5p$روپے ہے۔
9۔ ایک بس کی رفتار اسی سڑک پر جانے والے ٹرک کی رفتار سے 15 کلو میٹر فی گھنٹہ زیادہ ہے۔	مان لیجیے ٹرک کی رفتار y کلو میٹر فی گھنٹہ ہے۔	بس کی رفتار $(y+10)$ کلو میٹر فی گھنٹہ ہے۔

ایسی ہی کچھ اور صورت حال معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ عام زبان میں ایسے بیانات ہیں جن کو آپ متغیر والی عبارتوں کا استعمال کرکے بیانات میں بدل سکتے ہیں۔ اگلے حصہ میں ہم دیکھیں گے کہ عبارتوں والے بیانات کو ہم اپنے مقصد کے لیے کیسے استعمال کر سکتے ہیں۔

مشق 11.4

1۔ مندرجہ ذیل کے جواب دیجیے۔

(a) مان لیجیے سریتا کی موجودہ عمر y سال ہے۔

(i) اب سے پانچ سال بعد اس کی عمر کیا ہوگی؟

(ii) 3 سال پہلے اس کی عمر کیا تھی؟

(iii) سریتا کے دادا کی عمر اس کی عمر کے 6 گنی ہے۔ دادا کی عمر کیا ہے؟

(iv) دادا سے 2 سال چھوٹی دادی ہیں۔ دادی کی عمر کیا ہے؟

(v) سریتا کے ابا کی عمر سریتا کی عمر کے تین گنے سے 5 سال زیادہ ہے۔ ابّا کی عمر بتائیے؟

(b) ایک مستطیل نما ہال کی لمبائی، ہال کی چوڑائی کے 3 گنے سے 4 میٹر زیادہ ہے اگر ہال کی چوڑائی b میٹر ہے تو لمبائی کیا ہوگی؟

(c) ایک مستطیل نما ڈبّے کی اونچائی h سینٹی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی، اونچائی کی 5 گنا اور اس کی چوڑائی، لمبائی سے 10 سینٹی میٹر کم ہے۔ ڈبے کی لمبائی اور چوڑائی کو اس کی اونچائی کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کیجیے؟

(d) مینا، بینا اور لینا نے ایک پہاڑی پر چڑھنے کے لیے قدم بڑھائے۔ مینا 's' قدم پر تھی۔ بینا اس سے 8 قدم آگے اور لینا 7 قدم پیچھے تھی۔ بینا اور مینا کہاں ہیں؟ پہاڑی کی چوٹی پر پہنچنے کے کل جتنے قدم چاہئیں مینا کے قدم کے 4 گنے سے 10 کم ہیں۔ s کا استعمال کرتے ہوئے کل قدم بتائیے۔

(e) ایک بس v کلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتی ہے۔ یہ بس دس پور سے بیس پور جارہی ہے بس کے چلنے کے 5 گھنٹے کے بعد بھی بیس پور 20 کلو میٹر دور ہے۔ دس پور اور بیس پور کے درمیان کا فاصلہ کتنا ہے؟ v کا استعمال کر کے اس فاصلہ کو ظاہر کیجیے۔

2۔ مندرجہ ذیل عبارتوں کے بیانات کو عام زبان کے بیانات میں بدلیے۔

(مثال کے طور پر، دیا گیا ہے، سلیم ایک کرکٹ میچ میں x رن بنا تا ہے۔ نالن $(x + 15)$ رن بنا تا ہے۔ عام زبان میں کہیں گے کہ نالن سلیم سے 15 رن زیادہ بنا تا ہے۔)

(a) ایک کاپی کی قیمت p ₹ ہے۔ اور ایک کتاب کی قیمت $3p$ ₹ ہے۔

(b) ٹونی نے q ماربل میز پر رکھے اس کے تھیلے میں $8q$ ماربل ہیں۔

(c) ہماری کلاس میں n طلبا ہیں۔ جبکہ اسکول میں $20n$ طلبا ہیں۔

(d) جگنو z سال کا ہے۔ اس کے چچا کی عمر $4z$ سال ہے اور اس کی چچی $(4z - 3)$ سال کی ہیں۔

3۔ (a) دیا گیا ہے، منو کی عمر x سال ہے کیا آپ بتا سکتے ہیں $(x - 2)$ کیا ظاہر کر رہا ہے؟

(**اشارہ:** منو کے چھوٹے بھائی کے بارے میں سوچیے)

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ $(x + 4)$ کیا ظاہر کر رہا ہے اور $(3x + 7)$ کیا ظاہر کر رہا ہے؟

(b) دیا گیا ہے کی سارا کی عمر آج y سال ہوگئی اس کی مستقبل اور ماضی کی عمر کے بارے میں سوچیے۔

مندرجہ ذیل باتیں کیا ظاہر کر رہی ہیں؟ $y + 7$، $y - 3$، $y + 4\frac{1}{2}$، $y - 2\frac{1}{2}$

(c) دیا گیا ہے، کلاس میں فٹ بال پسند کرنے والے طلبا کی تعداد n ہے۔ $2n$ کیا ظاہر کر رہا ہے؟ اور $\frac{n}{2}$ کیا ظاہر کرسکتا ہے؟ (**اشارہ:** فٹ بال کے علاوہ دوسرے کھیلوں کے بارے میں سوچیے)

11.9 مساوات کیا ہے؟ (What is an Equation?)

شکل 1 میں دیا گیا حرف L کا ماچس کی تیلیوں سے بنا پیٹرن کیجیے۔ اپنی آسانی کے لیے ہم شکل 1 کو پھر سے بنا لیتے ہیں۔

(a) (b) (c)

L کی مختلف تعداد کو بنانے میں تیلیوں کی مطلوبہ تعداد کو معلوم کرنے کے لیے ایک جدول بھی تیار کیا گیا تھا۔ ہم اس جدول کو یہاں دوبارہ بنا رہے ہیں۔

جدول 1

بننے والے L کی تعداد	1	2	3	4	5	6	7	8	----
تیلیوں کی مطلوبہ تعداد	2	4	6	8	10	12	14	16	----

ہم جانتے ہیں کہ تیلیوں کی مطلوبہ تعداد کو اصول $2n$ کے ذریعے ظاہر کیا گیا تھا۔

اگر n بننے والے L کی تعداد ہے۔

اپّو ہمیشہ الگ طرح سے سوچتا ہے اس نے پوچھا، ہم جانتے ہیں کہ L کی دی ہوئی تعداد کو بنانے والی تیلیوں کی مطلوبہ تعداد ہم کیسے معلوم کریں۔ اگر ہم اس کو دوسری طرح سے کہیں تو کیا ہے؟ اگر تیلیوں کی تعداد دی جائے تو ان سے بننے والے L کی تعداد کیسے معلوم کی جاسکتی ہے؟

ہم اپنے آپ سے ایک سوال پوچھتے ہیں؟

اگر تیلیوں کی تعداد 10 ہے تو کتنے L بنیں گے؟

اس کا مطلب ہے کہ ہم کو L کی تعداد (یعنی n) معلوم کرنا ہے جبکہ دیا گیا ہے کہ تیلیوں کی تعداد دی گئی ہے یعنی $2n = 10$ (1)

یہاں ایک شرط دے دی گئی ہے جس کو متغیر n کو پورا کرتا ہے۔ یہ شرط، مساوات کی ایک مثال ہے۔

ہمارے سوال کا جواب جدول 1 کو دیکھ کر دیا جا سکتا ہے۔ n کی مختلف قدر کے لیے مندرجہ ذیل جدول دیکھیے۔

اگر $n = 1$ ہے تو تیلیوں کی تعداد 2 ہے۔ صاف ظاہر ہے کہ شرط پوری نہیں ہو رہی ہے کیونکہ 10، 2 نہیں ہے۔

شرط پوری ہوئی؟ ہاں / نہیں	2 n	n
نہیں	4	2
نہیں	6	3
نہیں	8	4
ہاں	10	5
نہیں	12	6
نہیں	14	7

ہم کو پتہ چلا کہ صرف $n = 5$ کے لیے ہی شرط پوری ہو رہی ہے یعنی مساوات $2n = 10$ کو مطمئن (Satisfy) کر رہی ہے۔

5 کے علاوہ n کی کوئی اور قدر مساوات کو مطمئن بھی کر رہی ہے۔

آیئے ایک اور مساوات کو دیکھتے ہیں۔

بالو، راجو سے تین سال چھوٹا ہے۔ راجو کی عمر x سال مان لیجیے تو بالو کی عمر $(x - 3)$ سال ہوگی۔ مان لیجیے بالو کی عمر 11 سال ہے تو دیکھیے ہم اپنے طریقے سے راجو کی عمر کیسے نکال سکتے ہیں۔

ہمارے پاس بالو کی عمر ہے۔ 11 سال $= x - 3$ (2)

یہ متغیر x میں ایک مساوات ہے۔ ہم x کی مختلف قدروں کے لیے $(x - 3)$ کی قدر کی ایک جدول تیار کریں گے۔

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$x - 3$	0	1	–	–	–	–	–	–	–	9	10	11	12	13	–	–

خالی چھوڑی گئی جگھوں کو پر کیجیے۔ جدول سے ہم کو معلوم ہوا کہ صرف $x = 14$ کے لیے ہی شرط $x - 3 = 11$ پوری ہو رہی ہے۔ دوسری قدر کے لیے مثلاً $x = 16$ یا $x = 12$ کے لیے یہ شرط پوری نہیں ہو رہی ہے۔ اس لیے راجو کی عمر 14 سال ہے۔

مختصراً، ایک مساوات کس متغیر پر لگی ایک شرط ہے جو کہ متغیر کی صرف ایک قدر کو مطمئن کرتی ہے۔
مثلاً مساوات 3، $2n = 10$ کو متغیر n کی قدر 5 ہی مطمئن کرتی ہے اسی طرح مساوات $x - 3 = 11$ کو متغیر کی قدر 14 ہی مطمئن کرتی ہے۔

نوٹ کیجیے کہ مساوات کی دونوں جانب (Sides) کے درمیان ایک برابر کا نشان (=) ہے۔ مساوات یہ کہتی ہیں کہ بائیں جانب (L.H.S) کی قدر دائیں جانب (R.H.S.) کی قدر کے برابر ہوتی ہے۔ اگر LHS، RHS کے برابر نہیں ہے تو ہم کو ایک مساوات حاصل نہیں ہوگی۔

مثال کے طور پر: اگر کہا جائے کہ $2n$ بڑا ہے 10 سے یعنی $2n > 10$ تو یہ ایک مساوات نہیں ہے۔
اسی طرح $2n$ چھوٹا ہے 10 سے یعنی $2n < 10$ بھی مساوات نہیں ہے اسی طرح $(x - 3) > 11$ یا $(x - 3) < 11$ بھی مساوات نہیں ہے۔

اب ذرا $8 - 3 = 5$ کو دیکھیے۔

یہاں LHS اور RHS کے درمیان ایک برابر کا نشان ہے یہ صرف اعداد کی مساوات ہے۔ اس میں کوئی متغیر نہیں ہے ہم صرف متغیر والی مساوات دیکھیں گے۔

آیئے ایک مشق کرتے ہیں۔

مندرجہ ذیل میں کون سی مساوات متغیر کے ساتھ ہیں جن مساوات میں متغیر ہے ان میں متغیر کو پہچانیے۔

(a) $x + 20 = 70$ (ہاں، x)

(b) $8 \times 3 = 24$ (نہیں، یہ مساوات صرف اعداد کی ہے، اس مساوات میں کوئی متغیر نہیں ہے)

(c) $2p > 30$ (نہیں)

(d) $n - 4 = 100$ (ہاں، n)

(e) $20b = 80$ (ہاں، b)

(f) $\frac{y}{8} < 50$ (نہیں)

درج ذیل مساوات کی کچھ مثالیں دی گئی ہیں (مساوات کے متغیر بھی بتائے گئے ہیں)۔
جہاں ضرورت ہو وہاں خالی جگہ کو بھریئے:

خالی جگہوں کو بھریے :

$x + 10 = 30$	(متغیر x)	(3)
$p - 3 = 7$	(متغیر p)	(4)
$3n = 21$	(متغیر ___)	(5)
$\frac{t}{5} = 4$	(متغیر ___)	(6)
$2l + 3 = 7$	(متغیر ___)	(7)
$2m - 3 = 5$	(متغیر ___)	(8)

11.10 مساوات کا حل (Solution of an Equation)

پچھلے سیکشن میں ہم نے دیکھا کہ مساوات

$$2n = 10 \qquad (1)$$

کو $n = 5$ مطمئین کرتا ہے۔ n کی کوئی اور قدر مساوات کو مطمئین نہیں کرتی ہے، مساوات میں متغیر کی وہ قیمت جو مساوات کو مطمئین کرے مساوات کا حل کہلاتی ہے۔ اس طرح $n = 5$، مساوات $2n = 10$ کا حل ہے۔

یاد رکھیے کہ $n = 6$ مساوات $2n = 10$ کا حل نہیں ہے کیونکہ $n = 6$ کے لیے مساوات

$2n = 2 \times 6 = 12$ ہے اور دس نہیں۔

اسی طرح $n = 4$ بھی حل نہیں ہے۔ بتائیے کیوں نہیں؟۔

ایک اور مساوات لیتے ہیں: $\quad x - 3 = 11 \qquad (2)$

اس مساوات کو $x = 14$ مطمئین کر رہی ہے، کیونکہ $x = 14$ کے لیے

مساوات کی $\text{LHS} = 14 - 3 = 11 = \text{RHS}$

اور $x = 16$ اس کو مطمئین نہیں کر رہی ہے کیونکہ $x = 16$ کے لیے مساوات کی ہے

$16 - 3 = 13$ جو کہ R.H.S برابر نہیں ہے۔

اس طرح $x = 14$ مساوات $x - 3 = 11$ کا حل ہے اور $x = 16$ اس مساوات کا حل نہیں ہے اسی طرح $x = 12$ بھی اس مساوات کا حل نہیں ہے۔ کیوں نہیں وضاحت کیجیے۔

مندرجہ ذیل جدول کو مکمل کیجیے اور اپنے جواب میں ہاں یا نہیں کی بھی وضاحت کیجیے۔

مساوات	متغیر کی قدر	حل(ہاں یا نہیں)
1۔ $x + 10 = 30$	$x = 10$	نہیں
2۔ $x + 10 = 30$	$x = 30$	نہیں
3۔ $x + 10 = 30$	$x = 20$	ہاں
4۔ $p - 3 = 7$	$p = 5$	نہیں
5۔ $p - 3 = 7$	$p = 15$	–
6۔ $p - 3 = 7$	$p = 10$	–
7۔ $3n = 21$	$n = 9$	–
8۔ $3n = 21$	$n = 7$	–
9۔ $\frac{t}{5} = 4$	$t = 25$	–
10۔ $\frac{t}{5} = 4$	$t = 20$	–
11۔ $2l + 3 = 7$	$l = 5$	–
12۔ $2l + 3 = 7$	$l = 1$	–
13۔ $2l + 3 = 7$	$l = 2$	–

الجبرا کی ابتدا(Beginning of Algebra)

یہ کہا جا تا ہے کہ الجبرا کی ابتدا ریاضی کی ایک شاخ کے طور پر 1550ق۔م یعنی اب سے 3500 سال پہلے شروع ہوئی جب مصر کے لوگوں نے نا معلوم اعداد کو علامات سے ظاہر کرنا شروع کیا۔

300ق۔م کے آس پاس نا معلوم اعداد کو حروف کے ذریعے ظاہر کرنا اور ان سے عبارتیں بنانے کا طریقہ ہندوستان میں عام تھا۔

عظیم ہندوستانی ریاضی داں آریہ بھٹ (پیدائش 476عیسوی) برھم گپت (پیدائش 598عیسوی) مہاویر (پیدائش 850عیسوی) کے آس پاس اور بھاسکر دوئم (پیدائش 1114عیسوی) وغیرہ نے الجبرا کے مطالعہ میں اہم رول ادا کیا۔ انہوں نے نا معلوم کو مختلف نام دیے جیسے بیج (Beeja) ورن (Varna) وغیرہ۔ اور انھوں نے معلوم مقدار کو ظاہر کرنے کے لیے مختلف رنگوں کا پہلا حرف جیسے، کالا (Black)، نیلا (Blue) وغیرہ۔ ان عظیم ہندوستانی ریاضی دانوں نے الجبرا اپنا ہندوستانی نام بیجا گنت (Beejaganit) دیا تھا۔

لفظ الجبرا(Aljebra) **Aljebar W'al almugabalah**، نامی کتاب کے عنوان سے مشتق ہے۔ یہ کتاب لگ بھگ 825عیسوی میں بغداد کے ایک عرب ریاضی داں محمد ابن الخوارزمی نے لکھی تھی۔

مشق 11.5

1۔ بتائیے کہ درج ذیل میں کون سی مساوات ہیں اور کون سی نہیں۔ اپنے جواب کی وجہ بھی بتائیے اور یہ بھی بتائیے کہ کون سی مساوات صرف اعداد سے بنی ہیں اور کون سی متغیر سے۔ متغیر والی مساوات کے متغیر بھی بتائیے۔

(a) $17 = x + 7$ (b) $(t - 7) > 5$ (c) $\frac{4}{2} = 2$

(d) $7 \times 3 - 13 = 8$ (e) $5 \times 4 - 8 = 2x$ (f) $x - 2 = 0$

(g) $2m < 30$ (h) $2n + 1 = 11$ (i) $7 = (11 \times 5) - (12 \times 4)$

(j) $7 = (11 \times 2) + p$ (k) $20 = 5y$ (l) $\frac{3q}{2} < 5$

(m) $z + 12 > 24$ (n) $20 - (10 - 5) = 3 \times 5$

(o) $7 - x = 5$

2۔ جدول میں خالی چھوڑے گئے تیسرے خانے کو مکمل کیجیے۔

نمبر شمار	مساوات	متغیر کی قدر	مساوات مطمئن ہیں ہاں / نہیں
(a)	$10y = 80$	$y = 10$	
(b)	$10y = 80$	$y = 8$	
(c)	$10y = 80$	$y = 5$	
(d)	$4l = 20$	$l = 20$	
(e)	$4l = 20$	$l = 80$	
(f)	$4l = 20$	$l = 5$	
(g)	$b + 5 = 9$	$b = 5$	
(h)	$b + 5 = 9$	$b = 9$	
(i)	$b + 5 = 9$	$b = 4$	
(j)	$h - 8 = 5$	$h = 13$	
(k)	$h - 8 = 5$	$h = 8$	
(l)	$h - 8 = 5$	$h = 0$	
(m)	$p + 3 = 1$	$p = 3$	
(n)	$p + 3 = 1$	$p = 1$	
(o)	$p + 3 = 1$	$p = 0$	
(p)	$p + 3 = 1$	$p = -1$	
(q)	$p + 3 = 1$	$p = -2$	

3۔ ہر مساوات کے سامنے دیے گئے بریکٹ میں دی گئی قدروں میں سے درست حل چنیے۔ اور یہ ثابت کیجیے کہ باقی قدریں مساوات کو مطمئن نہیں کرتی ہیں۔

(a) $5m = 60$ (10, 5, 12, 15)

(b) $n + 12 = 20$ (12, 8, 20, 0)

(c)	$p - 5 = 5$	(0, 10, 5 – 5)
(d)	$\frac{q}{2} = 7$	(7, 2, 10, 14)
(e)	$r - 4 = 0$	(4, – 4, 8, 0)
(f)	$x + 4 = 2$	(– 2, 0, 2, 4)

4۔ (a) جدول کو مکمل کیجیے اور جدول کو دیکھنے کے بعد مساوات $m + 10 = 16$ کا حل معلوم کیجیے۔

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	__	__	__
$m + 10$	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__

(b) جدول کو مکمل کیجیے اور جدول کو دیکھنے کے بعد مساوات $5t = 35$ کا حل معلوم کیجیے۔

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	__	__	__	__	__
$5t$	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__

(c) جدول کو مکمل کیجیے اور جدول کا استعمال کر کے مساوات $z/3 = 4$ کا حل معلوم کیجیے۔

z	8	9	10	11	12	13	14	15	16	__	__	__	__
$\frac{z}{3}$	$2\frac{2}{3}$	3	$3\frac{1}{3}$	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__

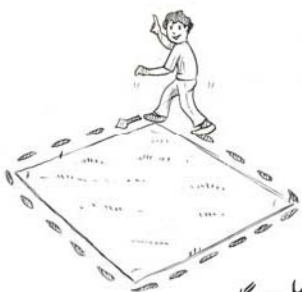
(d) جدول کو مکمل کیجیے اور مساوات $m - 7 = 3$ کا حل معلوم کیجیے۔

m	5	6	7	8	9	10	11	12	13	__	__
$m - 7$	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__	__

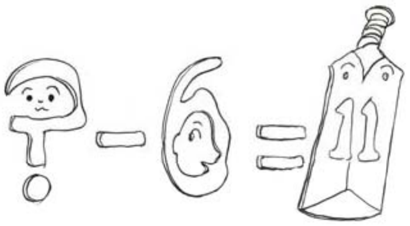
5۔ مندرجہ ذیل پہیلیاں حل کیجیے۔ آپ اپنے آپ بھی ایسی پہیلیاں بنا سکتے ہیں۔

میں کون ہوں؟ (Who I am?)

(i) ایک مربع کے چاروں طرف گھومو۔
ہر کونے کو گنو۔
تین بار اور زیادہ نہیں۔
گنا گیا عدد مجھ میں جمع کر دو۔
اور حاصل کر لو چونتیس (34)



(ii) ہفتہ کے ہر دن مجھ میں 1 جمع کرو اگر اب کوئی غلطی نہیں کرتے تو آپ کو 23 حاصل ہوگا۔



(iii) میں ہوں ایک خاص عدد۔
نکال لو مجھ میں سے چھ۔
کرکٹ کی ایک پوری ٹیم۔
لیکن پھر بھی کر سکتے ہو فکس۔

(iv) بتاؤ تو میں کون ہوں۔
میں دیتا ہوں ایک اشارہ۔
مجھے پاؤ گے واپس تم۔
اگر نکالو گے مجھے تم بائیس میں سے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ ہم نے ماچس کی تیلیوں کا استعمال کر کے حروف اور دوسری اشکال بنانے کے پیٹرن دیکھے۔ ہم نے یہ بھی سیکھا کہ دی گئی شکل کو دہرانے میں اور ان کو بنانے میں تیلیوں کی مطلوبہ تعداد معلوم کرنے میں جو تعلق ہوتا ہے اس کو کیسے لکھا جا سکتا ہے۔ دی گئی شکل کتنی بار دہرائی جائے گی یہ گنتی بدل سکتی ہے یہ قدر 1، 2، 3، ... میں سے کوئی بھی عدد ہو سکتی ہے۔ یہ ایک متغیر ہے جس کو کسی حرف جیسے n سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

2۔ ایک متغیر کی مختلف قدریں ہو سکتی ہیں۔ یہ قدر طے شدہ نہیں ہے۔ ایک مربع کے ضلع کی لمبائی کچھ بھی ہو سکتی ہے۔ یہ ایک متغیر ہے۔ لیکن ایک مثلث کے زاویوں کا ایک طے شدہ عدد یعنی 3 ہے یہ متغیر نہیں ہے۔

3۔ ہم متغیر کو کسی بھی حرف n، l، m، p، y، z وغیرہ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

4۔ ایک متغیر کی وجہ سے کسی بھی عملی حالت کے تعلق کو ظاہر کیا جا سکتا ہے جیسے دو بھائیوں کی عمر میں تعلق ایک بھائی کی عمر اگر 4 سال دی گئی ہے تو دوسرے بھائی کی عمر جو کہ اس سے 3 سال چھوٹا ہے $x - 3$ سال ہوگی۔

5۔ متغیر بھی اعداد ہی ہیں۔ حالانکہ ان کی قدریں طے شدہ نہیں ہیں۔ ہم جس طرح اعداد پر حسابی عملیات جمع، تفریق، ضرب، تقسیم کرتے ہیں بالکل اسی طرح ہم ان کو ان متغیر پر بھی کرتے ہیں۔ مختلف عملیات کا استعمال کر کے ہم متغیر کی مختلف عبارتیں بنا سکتے ہیں جیسے $x - 3$، $x + 3$، $2n$، $5m$، $\frac{p}{3}$، $2y + 3$، $3l - 5$ وغیرہ۔

6۔ متغیر کی مدد سے ہم بہت سے حساب اور جیومیٹری کے اصولوں کو عام طریقے سے لکھ سکتے ہیں مثلاً، یہ اصول کہ دو اعداد کا حاصل جمع ایک ہی رہتا ہے چاہے ان کی ترتیب بدل دی جائے تو ہم اس کو اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں کہ $a + b = b + a$ یہاں متغیر a اور b کوئی بھی عدد ظاہر کر سکتے ہیں۔ -20، -7، 100، 32، 1 وغیرہ۔

7۔ مساوات ایک متغیر کے لیے ایک شرط ہوتی ہے۔ اس کو یہ کہہ کر ظاہر کیا جاتا ہے کہ متغیر کے ساتھ لکھی گئی ایک ایسی عبارت جو کہ ایک متعین عدد کے برابر ہو، مساوات کہلاتی ہے جیسے $x - 3 = 10$

8۔ ہر مساوات کے دو حصے ہوتے ہیں۔ بائیں جانب (LHS) اور دائیں جانب (RHS) ان دونوں کے درمیان برابر کا نشان لگاتے ہیں۔

9۔ مساوات میں متغیر کی کسی ایک خاص قدر کے لیے ہی LHS اور RHS برابر ہوتی ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ متغیر کی یہ خاص قدر مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔ اس قدر کو مساوات کا حل کہتے ہیں۔

10۔ مساوات کو حل کرنے کا ایک طریقہ، ''طریقہ، آزمائش'' ہے، اس طریقہ میں ہم متغیر کو مختلف قدریں دیتے ہیں۔ اور جانچ کرتے ہیں کہ کیا یہ مساوات کو مطمئن کر رہی ہیں؟ یہ مختلف قدریں ہم اس وقت تک دیتے رہتے ہیں جب تک ہم کو وہ صحیح قدر نہ مل جائے جو مساوات کو مطمئن کر لے۔

باب 12

نسبت اور تناسب

(Ratio and Proportion)

4618CH12

12.1 تعارف (Introduction)

روز مرہ زندگی میں ہمیں اکثر ایک ہی قسم کی دو مقادیر کا موازنہ کرنا پڑتا ہے۔ مثال کے طور پر اونی اور شری نے اپنی اسکریپ نوٹ بک (Scrap Note Book) کے لیے کچھ پھول جمع کیے۔ اونی نے 30 پھول اور شری نے 45 پھول جمع کیے۔ تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ شری نے اونی سے $45 - 30 = 15$ پھول زیادہ جمع کیے۔

اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ دو مقدار کا فرق معلوم کرنا ان کا موازنہ کرنے کا ایک طریقہ ہے۔ اگر رحیم کی لمبائی 150 سینٹی میٹر ہے اور اونی کی لمبائی 140 سینٹی میٹر ہے تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ رحیم کی لمبائی اونی سے 150 سینٹی میٹر – 140 سینٹی میٹر = 10 سینٹی میٹر زیادہ ہے۔

اگر ہم ایک چیونٹی اور ایک ٹڈے کی لمبائیوں کا موازنہ کرنا چاہیں تو ہم ان کا موازنہ گھٹا یا تفریق کے ذریعہ نہیں کر سکتے ہیں۔ ایک ٹڈے کی لمبائی 4 سے 5 سینٹی میٹر کے درمیان ہوتی ہے جو کہ چیونٹی کی لمبائی کے مقابلے میں بہت زیادہ ہے کیونکہ چیونٹی کی لمبائی چند ملی میٹر ہوتی ہے۔ یہ موازنہ کہیں زیادہ بہتر ہوگا اگر ہم یہ جاننے کی کوشش کریں کہ اگر ایک چیونٹی کے پیچھے دوسری چیونٹی کو رکھا جائے تو ایک ٹڈے کی لمبائی کے برابر کتنی چیونٹیوں کی لمبائی ہوگی۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ تقریباً 20 سے 30 چیونٹیوں کے برابر ایک ٹڈے کی لمبائی ہوگی۔