5 वर्गमूल तथा घनमूल (SQUARE ROOT AND CUBE ROOT)

सामान्य नियम

वर्गमूल : किसी संख्या का वर्गमूल वह संख्या है जिसे अपने से गुणा करने पर दी गई संख्या प्राप्त हो.
x के वर्गमूल को $\sqrt{x}$ से व्यक्त करते हैं.

जैसे : (*i*) $\sqrt{9}=3$ (*ii*) $\sqrt{16}=4$ (*iii*) $\sqrt{64}=8$ आदि.

घनमूल : किसी संख्या a का घनमूल b होगा, यदि $a=b^3$ हो.
हम इसे लिखते हैं : $\sqrt[3]{a}=b$.

जैसे : (*i*) $\sqrt[3]{8}=2$ (*ii*) $\sqrt[3]{125}=5$ (*iii*) $\sqrt[3]{216}=6$.

साधित उदाहरण

प्रश्न 1. $\sqrt{1225}=?$

हल : $1225=(5\times5\times7\times7)$
$=(5^2\times7^2)$
$\therefore \sqrt{1225}=(5\times7)=35.$

5	1225
5	245
7	49
	7

प्रश्न 2. $\sqrt{4356}=?$

हल : $4356=(2\times2\times3\times3\times11\times11)$
$=(2^2\times3^2\times11^2)$
$\therefore \sqrt{4356}=(2\times3\times11)=66.$

2	4356
2	2178
3	1089
3	363
11	121
	11

प्रश्न 3. $\sqrt{137641}=?$

हल :

3	$\overline{13}\,\overline{76}\,\overline{41}$	(371
	9	
67	476	
	469	
741	741	
	741	
	x	

$\therefore \sqrt{137641}=371.$

प्रश्न 4. $\sqrt{1814409}=?$

हल :

1	$\overline{1}\,\overline{81}\,\overline{44}\,\overline{09}$	(1347
	1	
23	81	
	69	
264	1244	
	1056	
2687	18809	
	18809	
	x	

$\therefore \sqrt{1814409}=1347.$

प्रश्न 5. $\sqrt{\frac{\cdot 049\times\cdot 016\times\cdot 09}{\cdot 81\times\cdot 036\times\cdot 064}} = ?$

हल : दिये गये वर्गमूल के अंश में दशमलव स्थानों का योग $= (3+3+2) = 8$

तथा हर में दशमलव स्थानों का योग $= (2+3+3) = 8$.

अत: हम दशमलव बिन्दुओं को हटा सकते हैं.

$\therefore$ दिया गया व्यंजक $= \sqrt{\frac{49\times16\times9}{81\times36\times64}} = \frac{(7\times4\times3)}{(9\times6\times8)} = \frac{7}{36}$.

दो विशेष सूत्र :

$(i)\ \sqrt{ab} = \sqrt{a}\times\sqrt{b} \quad (ii)\ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

प्रश्न 6. $\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{288}} = ?$

हल : $\frac{\sqrt{162}}{\sqrt{288}} = \sqrt{\frac{162}{288}} = \sqrt{\frac{81}{144}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

प्रश्न 7. $\sqrt{98}\times\sqrt{72} = ?$

हल : $\sqrt{98}\times\sqrt{72} = \sqrt{98\times72} = \sqrt{49\times2\times2\times36} = \sqrt{7^2\times2^2\times6^2} = (7\times2\times6) = 84$.

दशमलव भिन्नों के वर्गमूल : यदि दिये गये दशमलव भिन्न में दशमलव बिन्दु के बाद अंकों की संख्या विषम हो, तो अन्त में एक शून्य और लगाकर दायीं ओर दो-दो अंकों के जोड़े बनाते हैं तथा ऊपर दी गई विधि से वर्गमूल ज्ञात करते हैं.

प्रश्न 8. $\sqrt{\cdot 9} = ?$ **(दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात करें)**

हल :

9	·90	·948
	81	
184	900	
	736	
1888	16400	
	15104	

$\therefore \sqrt{\cdot 9} = \cdot 948$.

प्रश्न 9. $\sqrt{161\cdot 29} = ?$

हल :

1	1 61·29	12·7
	1	
22	61	
	44	
247	1729	
	1729	
	x	

$\therefore \sqrt{161\cdot 29} = 12\cdot 7$.

प्रश्न 10. यदि $\sqrt{3}=1\cdot732$ तथा $\sqrt{2}=1\cdot414$ हो, तो $\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$ का वर्गमूल ज्ञात करें.

हल : $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\times\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(3-2)}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

$\therefore \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})=(1\cdot732+1\cdot414)=3\cdot146.$

प्रश्न 11. $\frac{52}{?}=\frac{?}{13}$.

हल : माना $\frac{52}{x}=\frac{x}{13}$. तब $x^2=(52\times13)=(4\times13\times13)=2^2\times(13)^2$.

$\therefore x=(2\times13)=26.$

अत: लुप्त स्थान पर 26 होगा.

प्रश्न 12. छात्रों के एक समूह में प्रत्येक छात्र से उतने ही पैसे लिये गये जितने इस समूह में छात्र थे. यदि कुल धन ₹ 59·29 एकत्र किया गया हो, तो समूह में कितने छात्र थे?

हल : माना समूह में कुल x छात्र थे. तब, प्रत्येक छात्र से लिए गए पैसे $= x$.

कुल एकत्रित धन $=(x\times x)$ पैसे $=₹\left(\frac{x^2}{100}\right)$

$\therefore \left(\frac{x^2}{100}\right)=59.29\Rightarrow x^2=5929\Rightarrow x=\sqrt{5929}=77.$

अत: समूह में कुल 77 छात्र थे.

घनमूल ज्ञात करना :

दी गई संख्या को अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त करें. एक ही प्रकार के प्रत्येक तीन गुणनखण्डों में से एक लेकर बने गुणनखण्डों का गुणनफल ही अभीष्ट घनमूल है.

प्रश्न 13. $\sqrt[3]{74088}=?$

हल : $74088=(2^3\times7^3\times3^3)$

$\therefore \sqrt[3]{74088}=(2\times7\times3)=42.$

2	74088
2	37044
2	18522
7	9261
7	1323
7	189
3	27
3	9
	3

प्रश्न 14. $\sqrt[3]{0\cdot000027}=?$

हल : $\cdot000027=\frac{27}{10^6}$

$\therefore \sqrt[3]{\cdot000027}=\sqrt[3]{\frac{27}{10^6}}=\frac{3}{10^2}=\frac{3}{100}=\cdot03.$

प्रश्नमाला 5A

निम्नलिखित प्रश्नों में से प्रत्येक में ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए :

1. $\sqrt{625}+\sqrt{484}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 47 (*b*) 56 (*c*) 52 (*d*) 35

2. $\sqrt{1225}=?$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 25 (*b*) 45 (*c*) 55 (*d*) 15 (*e*) इनमें से कोई नहीं

3. $\sqrt{3364}=?$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 62 (*b*) 58 (*c*) 32 (*d*) 68 (*e*) इनमें से कोई नहीं

4. $\sqrt{64009}=?$ **(रेलवे परीक्षा, 2009)**

(*a*) 803 (*b*) 423 (*c*) 253 (*d*) 323

5. $\sqrt{894916}=?$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 856 (*b*) 920 (*c*) 946 (*d*) 880 (*e*) 768

6. $\sqrt{9216}+\sqrt{12544}=?$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 200 (*b*) 196 (*c*) 218 (*d*) 208 (*e*) इनमें से कोई नहीं

7. $\sqrt{?}-34=\sqrt{484}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 56 (*b*) 65 (*c*) 2631 (*d*) 3136 (*e*) इनमें से कोई नहीं

8. $\left(\sqrt{5}-2\right)^2=?-\sqrt{80}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2010)**

(*a*) $4\sqrt{5}+4$ (*b*) $4\sqrt{5}$ (*c*) $9-4\sqrt{5}$ (*d*) 9 (*e*) इनमें से कोई नहीं

9. $\left(\sqrt{?}-1\right)^2=8-\sqrt{28}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 6 (*b*) 4 (*c*) 9 (*d*) 7 (*e*) इनमें से कोई नहीं

10. $\sqrt{8464}+\sqrt{?}=102$

(*a*) 100 (*b*) 225 (*c*) 400 (*d*) 625 (*e*) इनमें से कोई नहीं

11. $\sqrt{\sqrt{2500}+\sqrt{961}}=(?)^2$

(*a*) 81 (*b*) 3 (*c*) 6561 (*d*) 9 (*e*) इनमें से कोई नहीं

12. $\sqrt{176+\sqrt{2401}}=?$

(*a*) 14 (*b*) 15 (*c*) 18 (*d*) 24 (*e*) इनमें से कोई नहीं

13. $\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{29+\sqrt{49}}}}}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 3 (*b*) 2 (*c*) 4 (*d*) 6

14. $\dfrac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}=?$

(*a*) 2 (*b*) 4 (*c*) 8 (*d*) $\sqrt{2}$

15. $\dfrac{\sqrt{24}+\sqrt{216}}{\sqrt{96}}=?$

(*a*) $2\sqrt{6}$ (*b*) 2 (*c*) $6\sqrt{2}$ (*d*) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

16. $\dfrac{8}{?}=\dfrac{?}{50}$

(*a*) 1 (*b*) 20 (*c*) 25 (*d*) 100

17. $\frac{9^2}{?}=\frac{?}{9}$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2002)**

(*a*) 3 (*b*) 9 (*c*) 27 (*d*) 81

18. $\frac{?}{49}=\frac{16}{?}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 48 (*b*) 18 (*c*) 38 (*d*) 28 (*e*) इनमें से कोई नहीं

19. $\frac{121}{?}=\frac{?}{81}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 89 (*b*) 73 (*c*) 99 (*d*) 85 (*e*) इनमें से कोई नहीं

20. $\frac{256\times256-144\times144}{112}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 420 (*b*) 400 (*c*) 360 (*d*) 320

21. $\sqrt{1\frac{9}{16}}=?$

(*a*) $1\frac{3}{4}$ (*b*) $1\frac{1}{4}$ (*c*) 1·125 (*d*) इनमें से कोई नहीं

22. $\sqrt{110\frac{1}{4}}=?$

(*a*) 19·5 (*b*) 10·25 (*c*) 10·5 (*d*) 11·5

23. $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{128}}=?$

(*a*) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (*b*) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (*c*) $\frac{3}{2}$ (*d*) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

24. $\frac{\sqrt{256}}{?}\times\frac{\sqrt{625}}{?}=4$

(*a*) 16 (*b*) 20 (*c*) 10 (*d*) इनमें से कोई नहीं

25. $\sqrt{\frac{?}{169}}=\frac{18}{13}$

(*a*) 108 (*b*) 324 (*c*) 2916 (*d*) 4800

26. $\sqrt{\frac{1694}{?}}+14=25$

(*a*) 11 (*b*) 12 (*c*) 14 (*d*) 22

27. $\frac{?}{2880}=\frac{180}{?}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2008)**

(*a*) 360 (*b*) 750 (*c*) 540 (*d*) 1080 (*e*) इनमें से कोई नहीं

28. $\sqrt{?}+\sqrt{961}=\sqrt{2025}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 28 (*b*) 24 (*c*) 169 (*d*) 256 (*e*) इनमें से कोई नहीं

29. $2432\div?=\sqrt{23104}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 12 (*b*) 14 (*c*) 16 (*d*) 18 (*e*) इनमें से कोई नहीं

30. $\sqrt{\frac{12544}{13689}} = ?$

(a) $\frac{112}{127}$ (b) $\frac{112}{117}$ (c) $\frac{117}{112}$ (d) इनमें से कोई नहीं

31. $\sqrt{\frac{0\cdot009\times0\cdot036\times0\cdot016\times0\cdot08}{0\cdot002\times0\cdot0008\times0\cdot0002}} = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(a) 34 (b) 36 (c) 38 (d) 39

32. $\sqrt{900} + \sqrt{0\cdot09} - \sqrt{0\cdot000009} = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

(a) 30·27 (b) 30·297 (c) 30·097 (d) 30·197

33. $\sqrt{0\cdot0081} = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**

(a) 0·09 (b) 0·9 (c) 0·08 (d) 0·81

34. $\sqrt{0\cdot01+\sqrt{0\cdot0064}} = ?$

(a) 0·03 (b) 0·3 (c) $0\cdot3\sqrt{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

35. $\sqrt{0\cdot00059049} = ?$

(a) ·243 (b) ·0243 (c) ·00243 (d) इनमें से कोई नहीं

36. $\sqrt{1\cdot0816} = ?$

(a) 0·14 (b) 1·4 (c) 1·004 (d) 1·04

37. $\sqrt{\frac{36\cdot1}{102\cdot4}} = ?$

(a) $\frac{29}{32}$ (b) $\frac{19}{72}$ (c) $\frac{19}{32}$ (d) $\frac{29}{62}$

38. $\sqrt{\frac{\cdot289}{\cdot00121}} = ?$

(a) $\frac{170}{11}$ (b) $\frac{17}{110}$ (c) $\frac{17}{11}$ (d) $\frac{0\cdot17}{11}$

39. $\sqrt{\frac{1\cdot21\times0\cdot9}{1\cdot1\times0\cdot11}} = ?$

(a) 2 (b) 3 (c) 9 (d) 11

40. $\sqrt{\frac{\cdot081\times\cdot484}{\cdot0064\times6\cdot25}} = ?$

(a) 9 (b) 0·9 (c) 99 (d) 0·99

41. $\sqrt{\frac{0\cdot204\times42}{0\cdot07\times3\cdot4}} = ?$

(a) 6 (b) 0·6 (c) 0·06 (d) $\frac{1}{6}$

42. $\sqrt{\frac{9\cdot5\times0\cdot0085\times18\cdot9}{\cdot0017\times1\cdot9\times2\cdot1}} = ?$

(a) 0·15 (b) 0·5 (c) 15 (d) 250

43. यदि $\sqrt{1+\frac{x}{144}} = \frac{13}{12}$ हो, तो $x = ?$

(a) 1 (b) 12 (c) 13 (d) 25

44. यदि $\sqrt{1+\frac{x}{169}}=\frac{14}{13}$ हो, तो $x=?$

(*a*) 1 (*b*) 13 (*c*) 27 (*d*) इनमें से कोई नहीं

45. यदि $\sqrt{2^n}=64$ हो, तो $n=?$ **(रेलवे परीक्षा, 2005)**

(*a*) 2 (*b*) 4 (*c*) 6 (*d*) 12

46. यदि $\sqrt{4^n}=1024$ हो, तो $n=?$ **(रेलवे परीक्षा, 2006)**

(*a*) 5 (*b*) 8 (*c*) 10 (*d*) 12

47. यदि $\frac{1120}{\sqrt{n}}=80$ हो, तो $n=?$

(*a*) 14 (*b*) 140 (*c*) 196 (*d*) 225

48. यदि $\frac{x}{\sqrt{2\cdot25}}=550$ हो, तो $x=?$

(*a*) 825 (*b*) 82·5 (*c*) 366·66 (*d*) 2

49. यदि $\sqrt{18225}=135$ हो, तो $\left(\sqrt{18225}+\sqrt{182\cdot25}+\sqrt{1\cdot8225}+\sqrt{\cdot018225}\right)=?$

(*a*) 142·875 (*b*) 137·795 (*c*) 149·985 (*d*) 1499·85

50. यदि $\sqrt{6084}=78$ हो, तो $\sqrt{60\cdot84}+\sqrt{0\cdot6084}+\sqrt{0\cdot006084}+\sqrt{0\cdot00006084}$ का मान क्या होगा?

(*a*) 0·86658 (*b*) 8·6658 (*c*) 86·658 (*d*) 866·58

(रेलवे परीक्षा, 2006)

51. $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots\ldots\infty}}}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 3 (*b*) 4 (*c*) 5 (*d*) 6

52. किस लघुत्तम संख्या को 13218 में जोड़ देने से यह पूर्ण वर्ग बन जायेगा? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 1 (*b*) 3 (*c*) 5 (*d*) 7

53. $\sqrt{0\cdot4}=?$

(*a*) ·2 (*b*) ·02 (*c*) ·613 (*d*) ·632

54. $\sqrt{0\cdot064}=?$

(*a*) ·8 (*b*) ·08 (*c*) ·008 (*d*) इनमें से कोई नहीं

55. $\sqrt{0\cdot009}=?$

(*a*) 0·03 (*b*) 0·3 (*c*) 0·094 (*d*) इनमें से कोई नहीं

56. $\sqrt{0\cdot9}=?$

(*a*) 0·3 (*b*) 0·03 (*c*) 0·9 (*d*) इनमें से कोई नहीं

57. $\sqrt{0\cdot121}=?$

(*a*) 0·11 (*b*) ·011 (*c*) 1·1 (*d*) 1·01 (*e*) इनमें से कोई नहीं

58. $\sqrt{654}=?$ **(होटल मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2004)**

(*a*) 25 (*b*) 25·05 (*c*) 25·57 (*d*) इनमें से कोई नहीं

59. $\sqrt{1296}=(?)^2$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 6 (*b*) 36 (*c*) 625 (*d*) 1296 (*e*) इनमें से कोई नहीं

60. $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots\ldots}}}\infty=?$

(*a*) 1 (*b*) 1·5 (*c*) 2 (*d*) 2·5

61. $\frac{\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})} = ?$ **(रेलवे परीक्षा, 2009)**

(*a*) $(\sqrt{2}-1)$ (*b*) $(\sqrt{2}+1)$ (*c*) $2\sqrt{2}$ (*d*) $(1-\sqrt{2})$

62. यदि $\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2} = a\sqrt{7}+b$ हो, तो $a = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

(*a*) $\frac{11}{3}$ (*b*) $\frac{-4}{3}$ (*c*) $\frac{4}{3}$ (*d*) $\frac{-4\sqrt{7}}{3}$

63. $\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})} + \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = ?$

(*a*) 6 (*b*) 12 (*c*) 8 (*d*) 5

64. $\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = ?$

(*a*) $6+\sqrt{35}$ (*b*) $6-\sqrt{35}$ (*c*) 1 (*d*) 2

65. $\frac{1}{(\sqrt{9}-\sqrt{8})} = ?$

(*a*) $(3+2\sqrt{2})$ (*b*) $(3-2\sqrt{2})$ (*c*) $2(3+\sqrt{2})$ (*d*) $\frac{1}{2}(3-\sqrt{2})$

66. $\frac{1}{(\sqrt{9}-\sqrt{8})} - \frac{1}{(\sqrt{8}-\sqrt{7})} + \frac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})} - \frac{1}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})} + \frac{1}{(\sqrt{5}-\sqrt{4})} = ?$

(*a*) 0 (*b*) 1 (*c*) 5 (*d*) $\frac{1}{3}$

67. यदि $\sqrt{3} = 1{\cdot}732$ हो, तो $\sqrt{\frac{3}{4}} = ?$

(*a*) 0·577 (*b*) 0·866 (*c*) 0·433 (*d*) इनमें से कोई नहीं

68. यदि $\sqrt{5} = 2{\cdot}24$ तथा $\sqrt{6} = 2{\cdot}45$ हो, तो $\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{5}{6}} = ?$

(*a*) 1·37 (*b*) 1·57 (*c*) 1·73 (*d*) 1·75

69. यदि $\sqrt{5} = 2{\cdot}236$ हो, तो $\frac{1}{\sqrt{5}} = ?$

(*a*) ·367 (*b*) ·745 (*c*) ·447 (*d*) इनमें से कोई नहीं

70. यदि $\sqrt{6} = 2{\cdot}449$ हो, तो $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = ?$

(*a*) ·6122 (*b*) 1·2245 (*c*) 1·3245 (*d*) ·8163

71. $\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{3}{4}} = ?$

(*a*) 1 (*b*) $\frac{-1}{2\sqrt{3}}$ (*c*) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ (*d*) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

72. $(4)^2 + (3)^2 = \sqrt{?}$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2005)**

(*a*) 5 (*b*) 25 (*c*) 125 (*d*) 425 (*e*) इनमें से कोई नहीं

73. यदि $\sqrt{2} = 1{\cdot}4142$ हो, तो $\frac{7}{(3+\sqrt{2})} = ?$

(*a*) 1·5858 (*b*) 1·5947 (*c*) 1·6136 (*d*) 1·7316

74. यदि $\sqrt{2}=1{\cdot}4142$ हो, तो $\dfrac{(4+\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)}=?$

(*a*) 2·1236 (*b*) 2·2426 (*c*) 2·4136 (*d*) 2·3216

75. $\sqrt{7+2\sqrt{10}}=?$

(*a*) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})$ (*b*) $(\sqrt{3}+2)$ (*c*) $(\sqrt{6}+1)$ (*d*) $(2+\sqrt{5})$

76. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}=?$

(*a*) $(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ (*b*) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})$ (*c*) $(2\sqrt{3}+5\sqrt{3})$ (*d*) $(2+\sqrt{6})$

77. यदि $a=\sqrt{7+2\sqrt{12}}$ तथा $b=\sqrt{7-2\sqrt{12}}$ हो, तो $(a^3+b^3)=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 40 (*b*) 44 (*c*) 48 (*d*) 52

78. $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{16+6\sqrt{7}}-\sqrt{16-6\sqrt{7}}}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) $\frac{1}{2}$ (*b*) $\frac{1}{3}$ (*c*) $\frac{1}{4}$ (*d*) $\frac{1}{5}$

79. यदि $\sqrt{24}=4{\cdot}898$ हो, तो $\sqrt{\dfrac{8}{3}}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

(*a*) 0·544 (*b*) 1·333 (*c*) 1·633 (*d*) 2·666

80. यदि $\dfrac{(\sqrt{3+x}+\sqrt{3-x})}{(\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x})}=2$ हो, तो $x=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) $\frac{5}{12}$ (*b*) $\frac{12}{5}$ (*c*) $\frac{5}{7}$ (*d*) $\frac{7}{5}$

81. यदि $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ हो, तो $\dfrac{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) $-\sqrt{3}$ (*b*) -1 (*c*) 1 (*d*) $\sqrt{3}$

82. यदि $x=(7-4\sqrt{3})$ हो, तो $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=?$ **(रेलवे परीक्षा, 2005)**

(*a*) $3\sqrt{3}$ (*b*) $8\sqrt{3}$ (*c*) $14+8\sqrt{3}$ (*d*) 14

83. यदि $x=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$ तथा $y=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$ हो, तो $(x+y)=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

(*a*) 8 (*b*) 16 (*c*) $2\sqrt{15}$ (*d*) $2(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

84. $\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})}+\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})}+\dfrac{(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)}+\dfrac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

(*a*) 7 (*b*) 4 (*c*) 6 (*d*) 9

85. यदि $a=(5+2\sqrt{6})$ हो, तो $\left(\sqrt{a}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right)=?$

(*a*) $2\sqrt{2}$ (*b*) $3\sqrt{2}$ (*c*) $2\sqrt{3}$ (*d*) $3\sqrt{3}$

86. यदि $(\sqrt{a}+\sqrt{b})=17$ तथा $(\sqrt{a}-\sqrt{b})=1$ हो, तो $\sqrt{ab}=?$

(*a*) 17 (*b*) 18 (*c*) 72 (*d*) इनमें से कोई नहीं

87. यदि $a=\frac{(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)}$ तथा $b=\frac{(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)}$ हो, तो $\frac{(a^2+ab+b^2)}{(a^2-ab+b^2)}=?$ **(रेलवे परीक्षा, 2006)**

(*a*) 0·75 (*b*) 1·25 (*c*) 0·6 (*d*) 1·33

88. $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

(*a*) $2\frac{1}{2}$ (*b*) $3\frac{1}{2}$ (*c*) $4\frac{1}{2}$ (*d*) $5\frac{1}{2}$

89. $\frac{2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}+\frac{7}{(\sqrt{12}-\sqrt{5})}-\frac{5}{(\sqrt{12}+\sqrt{7})}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

(*a*) 0 (*b*) 1 (*c*) 2 (*d*) 5

90. एक माली 17956 पौधे इस प्रकार लगाता है कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही पौधे हैं जितनी पंक्तियाँ हैं. एक पंक्ति में कितने पौधे हैं ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 134 (*b*) 136 (*c*) 144 (*d*) 154

91. 920 में कम से कम क्या जोड़ें कि योगफल एक पूर्ण वर्ग हो ? **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 31 (*b*) 39 (*c*) 41 (*d*) 49 (*e*) इनमें से कोई नहीं

92. 549162 में से कम से कम क्या घटाया जाये कि शेषफल एक पूर्ण वर्ग हो ?

(*a*) 28 (*b*) 36 (*c*) 62 (*d*) 81

93. 5 अंकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या कौन-सी है जो पूर्ण वर्ग हो ?

(*a*) 99999 (*b*) 99764 (*c*) 99976 (*d*) 99856

94. 6 अंकों की वह छोटी से छोटी संख्या कौन-सी है जो पूर्ण वर्ग हो ?

(*a*) 100036 (*b*) 100049 (*c*) 100489 (*d*) 100169

95. 294 को किस छोटी से छोटी संख्या से गुणा करें कि गुणनफल एक पूर्ण वर्ग हो ?

(*a*) 2 (*b*) 3 (*c*) 6 (*d*) 24

96. 1470 को किस छोटी से छोटी संख्या से भाग दें कि भागफल एक पूर्ण वर्ग हो ?

(*a*) 5 (*b*) 6 (*c*) 15 (*d*) 30

97. वह छोटी से छोटी संख्या कौन-सी है जो एक पूर्ण वर्ग है तथा 10, 12, 15, 18 में से प्रत्येक से पूर्णतया विभक्त होती है ?

(*a*) 360 (*b*) 400 (*c*) 600 (*d*) 900

98. वह संख्या कौन-सी है जिसका वर्ग 975 तथा 585 के वर्गों के अन्तर के बराबर है ?

(*a*) 130 (*b*) 390 (*c*) 780 (*d*) 1560

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)

99. $\sqrt[3]{4096}=?$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 16 (*b*) 26 (*c*) 18 (*d*) 24 (*e*) इनमें से कोई नहीं

100. $\sqrt[3]{15625}=?$

(*a*) 225 (*b*) 125 (*c*) 25 (*d*) 65 (*e*) इनमें से कोई नहीं

101. $\sqrt[3]{328509}=?$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2008)**

(*a*) 63 (*b*) 59 (*c*) 73 (*d*) 69 (*e*) इनमें से कोई नहीं

102. $\sqrt[3]{4\frac{12}{125}}=?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

(*a*) 1·4 (*b*) 1·6 (*c*) 1·8 (*d*) 2·4

103. $\sqrt[3]{\cdot 000216} = ?$
(*a*) ·6 (*b*) ·06 (*c*) ·006 (*d*) इनमें से कोई नहीं

104. $\sqrt[3]{\cdot 000729} = ?$
(*a*) ·027 (*b*) ·009 (*c*) ·09 (*d*) इनमें से कोई नहीं

105. $\sqrt[3]{(13\cdot 608)^2 - (13\cdot 392)^2} = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**
(*a*) 0·6 (*b*) ·06 (*c*) 1·8 (*d*) 2·6

106. $\sqrt[3]{\cdot 000001} = ?$
(*a*) ·1 (*b*) ·01 (*c*) ·001 (*d*) ·0001

107. $\sqrt[3]{\cdot 064} + \sqrt{1\cdot 21} = ?$
(*a*) 1·26 (*b*) 1·274 (*c*) 1·5 (*d*) 2·7

108. $\sqrt[3]{\sqrt{0\cdot 000729}} + \sqrt[3]{0\cdot 008} = ?$
(*a*) 0·1 (*b*) 0·5 (*c*) 0·6 (*d*) 0·8

109. 1029 को किस छोटी से छोटी संख्या से गुणा करने पर प्राप्त संख्या एक पूर्ण घन होगी ?
(*a*) 4 (*b*) 7 (*c*) 9 (*d*) 25

110. 3600 को किस छोटी से छोटी संख्या से भाग दिया जाये कि भागफल एक पूर्ण घन हो ?
(*a*) 9 (*b*) 50 (*c*) 300 (*d*) 450

111. 4 अंकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या कौन-सी है जो पूर्ण घन हो ?
(*a*) 9999 (*b*) 9261 (*c*) 8000 (*d*) इनमें से कोई नहीं

112. एक घनात्मक सन्दूक का आयतन 13·824 घन सेमी० है. इसकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई कितनी है ?
(*a*) 3·8 सेमी० (*b*) 4·8 सेमी० (*c*) 2·4 सेमी० (*d*) 2·8 सेमी०

113. $\sqrt[3]{2197} = ?$ **(बैंक पी०ओ० परीक्षा, 2010)**
(*a*) 14 (*b*) 11 (*c*) 7 (*d*) 13 (*e*) इनमें से कोई नहीं

114. 120 तथा 300 के बीच कितनी पूर्ण वर्ग संख्यायें हैं ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**
(*a*) 5 (*b*) 6 (*c*) 7 (*d*) 8

115. यदि $\frac{\sqrt{0\cdot 0196}}{k} = 0\cdot 2$ हो, तो $k = ?$
(*a*) 4·9 (*b*) 0·7 (*c*) 0·49 (*d*) 7

116. $\sqrt[3]{\frac{7}{875}} = ?$
(*a*) $\frac{1}{3}$ (*b*) $\frac{1}{4}$ (*c*) $\frac{1}{5}$ (*d*) $\frac{1}{15}$

117. 10, 16 तथा 24 तीनों से विभाजित होने वाली सबसे छोटी वर्ग संख्या क्या है ?
(*a*) 900 (*b*) 1600 (*c*) 2500 (*d*) 3600

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 5A)

1. (*a*)	**2.** (*e*)	**3.** (*b*)	**4.** (*c*)	**5.** (*c*)	**6.** (*d*)	**7.** (*d*)	**8.** (*d*)	**9.** (*d*)	**10.** (*a*)
11. (*b*)	**12.** (*b*)	**13.** (*a*)	**14.** (*a*)	**15.** (*b*)	**16.** (*b*)	**17.** (*c*)	**18.** (*d*)	**19.** (*c*)	**20.** (*b*)
21. (*b*)	**22.** (*c*)	**23.** (*c*)	**24.** (*c*)	**25.** (*b*)	**26.** (*c*)	**27.** (*e*)	**28.** (*e*)	**29.** (*c*)	**30.** (*b*)
31. (*b*)	**32.** (*b*)	**33.** (*a*)	**34.** (*b*)	**35.** (*b*)	**36.** (*d*)	**37.** (*c*)	**38.** (*a*)	**39.** (*b*)	**40.** (*d*)
41. (*a*)	**42.** (*c*)	**43.** (*d*)	**44.** (*c*)	**45.** (*d*)	**46.** (*c*)	**47.** (*c*)	**48.** (*a*)	**49.** (*c*)	**50.** (*b*)
51. (*a*)	**52.** (*d*)	**53.** (*d*)	**54.** (*d*)	**55.** (*c*)	**56.** (*c*)	**57.** (*e*)	**58.** (*c*)	**59.** (*a*)	**60.** (*c*)
61. (*a*)	**62.** (*a*)	**63.** (*b*)	**64.** (*a*)	**65.** (*a*)	**66.** (*c*)	**67.** (*b*)	**68.** (*c*)	**69.** (*c*)	**70.** (*b*)

71. (*d*)	**72.** (*e*)	**73.** (*a*)	**74.** (*b*)	**75.** (*a*)	**76.** (*b*)	**77.** (*d*)	**78.** (*a*)	**79.** (*c*)	**80.** (*b*)
81. (*d*)	**82.** (*d*)	**83.** (*a*)	**84.** (*d*)	**85.** (*a*)	**86.** (*c*)	**87.** (*d*)	**88.** (*c*)	**89.** (*a*)	**90.** (*a*)
91. (*c*)	**92.** (*d*)	**93.** (*d*)	**94.** (*c*)	**95.** (*c*)	**96.** (*b*)	**97.** (*d*)	**98.** (*c*)	**99.** (*a*)	**100.** (*c*)
101. (*d*)	**102.** (*b*)	**103.** (*b*)	**104.** (*c*)	**105.** (*c*)	**106.** (*b*)	**107.** (*c*)	**108.** (*b*)	**109.** (*c*)	**110.** (*d*)
111. (*b*)	**112.** (*c*)	**113.** (*d*)	**114.** (*c*)	**115.** (*b*)	**116.** (*c*)	**117.** (*d*)			

दिये गये प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 5A

1.

$$\begin{array}{r|l} 2 & \overline{6}\,\overline{25}\,(25 \\ \hline 45 & 4 \\ & 225 \\ & 225 \\ \hline & x \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & \overline{4}\,\overline{84}\,(22 \\ \hline 42 & 4 \\ & 84 \\ & 84 \\ \hline & x \end{array}$$

$\therefore \sqrt{625} + \sqrt{484} = (25+22) = 47.$

2.

$$\begin{array}{r|l} 3 & \overline{12}\,\overline{25}\,(35 \\ \hline 65 & 9 \\ & 325 \\ & 325 \\ \hline & x \end{array}$$

$\therefore \sqrt{1225} = 35$

3.

$$\begin{array}{r|l} 5 & \overline{33}\,\overline{64}\,(58 \\ \hline 108 & 25 \\ & 864 \\ & 864 \\ \hline & x \end{array}$$

$\therefore \sqrt{3364} = 58$

4.

$$\begin{array}{r|l} 2 & \overline{6}\,\overline{40}\,\overline{09}\,(253 \\ \hline 45 & 4 \\ & 240 \\ & 225 \\ \hline 503 & 1509 \\ & 1509 \\ \hline & x \end{array}$$

$\therefore \sqrt{64009} = 253$

5.

$$\begin{array}{r|l} 9 & \overline{89}\,\overline{49}\,\overline{16}\,(946 \\ \hline 184 & 81 \\ & 849 \\ & 736 \\ \hline 1886 & 11316 \\ & 11316 \\ \hline & x \end{array}$$

$\therefore \sqrt{894916} = 946$

6.

$$\begin{array}{r|l} 9 & \overline{92}\,\overline{16}\,(96 \\ \hline 186 & 81 \\ & 1116 \\ & 1116 \\ \hline & x \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1 & \overline{1}\,\overline{25}\,\overline{44}\,(112 \\ \hline 21 & 1 \\ & 25 \\ & 21 \\ \hline 222 & 444 \\ & 444 \\ \hline & x \end{array}$$

$\therefore \sqrt{9216} + \sqrt{12544} = (96+112) = 208.$

7. माना $\sqrt{x} - 34 = \sqrt{484}$

तब, $\sqrt{x} - 34 = 22$

$\Rightarrow \sqrt{x} = (22+34) = 56$

$\Rightarrow \quad x = (56)^2 = (50+6)^2$

$= (50)^2 + 6^2 + 2\times 50\times 6$

$= 2500 + 36 + 600 = 3136.$

$$\begin{array}{r|l} 2 & \overline{4}\,\overline{84}\,(22 \\ \hline 42 & 4 \\ & 84 \\ & 84 \\ \hline & x \end{array}$$

8. माना $(\sqrt{5}-2)^2 = x - \sqrt{80}$. तब $5+4-4\sqrt{5} = x - 4\sqrt{5}$

$\therefore 9 - 4\sqrt{5} = x - 4\sqrt{5} \Rightarrow x = 9.$

9. माना $(\sqrt{x}-1)^2 = 8 - \sqrt{28} = 7 + 1 - 2\sqrt{7} = (\sqrt{7}-1)^2$

$\Rightarrow \sqrt{x} - 1 = \sqrt{7} - 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{7} \Rightarrow x = 7.$

10. माना $\sqrt{8464}+\sqrt{x}=102$.

तब $92+\sqrt{x}=102$

$\Rightarrow \sqrt{x}=(102-92)=10$

$\Rightarrow \quad x=(10)^2=100$.

$$\begin{array}{r|l} 9 & \overline{84}\ \overline{64}\ (92 \\ & 81 \\ \hline 182 & 364 \\ & 364 \\ \hline & x \end{array}$$

11. माना $\sqrt{\sqrt{2500}+\sqrt{961}}=x^2$. तब

$\sqrt{50+31}=x^2 \Rightarrow x^2=\sqrt{81}=9$

$\Rightarrow \quad x=3$.

$$\begin{array}{r|l} 3 & \overline{9}\ \overline{61}\ (31 \\ & 9 \\ \hline 61 & 61 \\ & 61 \\ \hline & x \end{array}$$

12. $\sqrt{176+\sqrt{2401}}=\sqrt{176+49}=\sqrt{225}$

$=\sqrt{225}$

$=15$

$$\begin{array}{r|l} 4 & \overline{24}\ \overline{01}\ (49 \\ & 16 \\ \hline 89 & 801 \\ & 801 \\ \hline & x \end{array}$$

13. दिया गया व्यंजक $=\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{29+7}}}}=\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+\sqrt{36}}}}$

$=\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{19+6}}}=\sqrt{5+\sqrt{11+\sqrt{25}}}=\sqrt{5+\sqrt{11+5}}$

$=\sqrt{5+\sqrt{16}}=\sqrt{5+4}=\sqrt{9}=3$.

14. $\dfrac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}=\dfrac{\sqrt{16\times2}+\sqrt{16\times3}}{\sqrt{4\times2}+\sqrt{4\times3}}=\dfrac{4\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\dfrac{4(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}=2$.

15. $\dfrac{\sqrt{24}+\sqrt{216}}{\sqrt{96}}=\dfrac{\sqrt{6\times4}+\sqrt{6\times36}}{\sqrt{6\times16}}=\dfrac{2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{4\sqrt{6}}=\dfrac{(2+6)\sqrt{6}}{4\sqrt{6}}=\dfrac{8}{4}=2$.

16. माना $\dfrac{8}{x}=\dfrac{x}{50}$. तब, $x^2=(8\times50)=400=(20)^2 \Rightarrow x=20$.

17. माना $\dfrac{9^2}{x}=\dfrac{x}{9} \Rightarrow x^2=9^3=(81\times9)=729=(27)^2 \Rightarrow x=27$.

18. माना $\dfrac{x}{49}=\dfrac{16}{x}$. तब, $x^2=(16\times49)=(4^2\times7^2)=(4\times7)^2=(28)^2 \Rightarrow x=28$.

19. माना $\dfrac{121}{x}=\dfrac{x}{81}$. तब, $x^2=(121\times81)=(11)^2\times(9^2)=(11\times9)^2=(99)^2 \Rightarrow x=99$.

20. दिया गया व्यंजक $=\dfrac{(256)^2-(144)^2}{112}=\dfrac{(256+144)(256-144)}{112}=\dfrac{400\times112}{112}=400$.

21. $\sqrt{1\dfrac{9}{16}}=\sqrt{\dfrac{25}{16}}=\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\dfrac{5}{4}=1\dfrac{1}{4}$.

22. $\sqrt{110\dfrac{1}{4}}=\sqrt{\dfrac{441}{4}}=\dfrac{\sqrt{441}}{\sqrt{4}}=\dfrac{21}{2}=10\cdot5$.

23. $\dfrac{\sqrt{288}}{\sqrt{128}}=\sqrt{\dfrac{288}{128}}=\sqrt{\dfrac{8\times36}{8\times16}}=\sqrt{\dfrac{36}{16}}=\dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}}=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}$.

24. माना $\frac{\sqrt{256}}{x}\times\frac{\sqrt{625}}{x}=4$. तब, $\frac{16}{x}\times\frac{25}{x}=4$.

$\therefore\ 4x^2=(16\times25)\Rightarrow x^2=(4\times25)=100=(10)^2\Rightarrow x=10.$

25. माना $\sqrt{\frac{x}{169}}=\frac{18}{13}\ \Rightarrow\ \frac{x}{169}=\frac{18\times18}{13\times13}\Rightarrow x=(18\times18)=324.$

26. माना $\sqrt{\frac{1694}{x}}+14=25\Rightarrow\sqrt{\frac{1694}{x}}=(25-14)=11$

$\therefore\ \frac{1694}{x}=(11)^2=121\Rightarrow x=\frac{1694}{121}=14.$

27. माना $\frac{x}{2880}=\frac{180}{x}$. तब, $x^2=180\times2880=18\times18\times16\times100$

$\therefore\ x=18\times4\times10=720.$

28. माना $\sqrt{x}+\sqrt{961}=\sqrt{2025}$

$\Rightarrow\sqrt{x}=\sqrt{2025}-\sqrt{961}$

$\Rightarrow\ =(45-31)=14$

$\Rightarrow\ x=(14)^2=196.$

3	$\overline{9}\,\overline{61}$ (31	
	9	
61	61	
	61	
	x	

4	$\overline{20}\,\overline{25}$ (45	
	16	
85	425	
	425	
	x	

29. माना $\frac{2432}{x}=\sqrt{23104}$

$\Rightarrow 2432=152\times x\Rightarrow x=\frac{2432}{152}=16$

1	$\overline{2}\,\overline{31}\,\overline{04}$ (152	
	1	
25	131	
	125	
302	604	
	604	
	x	

30.

1	$\overline{1}\,\overline{25}\,\overline{44}$ (112	
	1	
21	25	
	21	
222	444	
	444	
	x	

1	$\overline{1}\,\overline{36}\,\overline{89}$ (117	
	1	
21	36	
	21	
227	1589	
	1589	
	x	

$\therefore\ \sqrt{\frac{12544}{13689}}=\frac{\sqrt{12544}}{\sqrt{13689}}=\frac{112}{117}.$

31. अंश में दशमलव स्थानों का योग = (3 + 3 + 3 + 2) = 11.

हर में दशमलव स्थानों का योग = (3 + 4 + 4) = 11.

अत: दशमलव हटाने पर :

दिया गया व्यंजक $=\sqrt{\frac{9\times36\times16\times8}{2\times8\times2}}=\sqrt{9\times36\times4}=(3\times6\times2)=36.$

32. दिया गया व्यंजक $=\sqrt{900}+\sqrt{\frac{9}{100}}-\sqrt{\frac{9}{10^6}}$

$=\left(30+\frac{3}{10}-\frac{3}{10^3}\right)=\left(30+\frac{3}{10}-\frac{3}{1000}\right)=(30+0\cdot3-0\cdot003)$

$=(30\cdot3-0\cdot003)=30\cdot297.$

33. दिया गया व्यंजक $=\sqrt{\frac{81}{10000}}=\frac{9}{100}=0\cdot09.$

34. दिया गया व्यंजक $=\sqrt{\frac{1}{100}+\sqrt{\frac{64}{10000}}}=\sqrt{\frac{1}{100}+\frac{8}{100}}=\sqrt{\frac{9}{100}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}}=\frac{3}{10}=0\cdot3.$

35. दिया गया व्यंजक $=\sqrt{\frac{59049}{10^8}}=\frac{\sqrt{59049}}{10^4}$

$=\frac{243}{10000}=0\cdot0243.$

2	$\overline{5}\,\overline{90}\,\overline{49}$ (243
	4
44	190
	176
483	1449
	1449
	x

36. दिया गया व्यंजक $=\sqrt{\frac{10816}{10000}}=\frac{\sqrt{10816}}{100}$

$=\frac{104}{100}=1\cdot04.$

1	$\overline{1}\,\overline{08}\,\overline{16}$ (104
	1
204	0 816
	816
	x

37. $\sqrt{\frac{36\cdot1}{102\cdot4}}=\sqrt{\frac{361}{1024}}=\frac{\sqrt{361}}{\sqrt{1024}}=\frac{19}{32}.$

1	$\overline{3}\,\overline{61}$ (19
	1
29	261
	261
	x

3	$\overline{10}\,\overline{24}$ (32
	9
62	124
	124
	x

38. $\sqrt{\frac{\cdot289}{\cdot00121}}=\sqrt{\frac{\cdot28900}{\cdot00121}}$ (दशमलव के स्थान समान करें)

$=\sqrt{\frac{28900}{121}}=\frac{170}{11}.$

39. $\sqrt{\frac{1\cdot21\times0\cdot9}{1\cdot1\times0\cdot11}}=\sqrt{\frac{121\times9}{11\times11}}=\sqrt{9}=3.$

40. अंश में दशमलव स्थानों का योग = 6, हर में दशमलव स्थानों का योग = 6.

दिया गया व्यंजक $=\sqrt{\frac{81\times484}{64\times625}}=\frac{9\times22}{8\times25}=\frac{198}{200}=\cdot99.$

41. अंश में दशमलव स्थान = 3, हर में दशमलव स्थानों का योग = 3.

$\therefore$ दिया गया व्यंजक $=\sqrt{\frac{204\times42}{7\times34}}=\sqrt{6\times6}=6.$

42. अंश में दशमलव स्थानों का योग = 6, हर में दशमलव स्थानों का योग = 6.

$\therefore$ दिया गया व्यंजक $= \sqrt{\frac{95\times85\times189}{17\times19\times21}} = \sqrt{5\times5\times9} = (5\times3) = 15.$

43. $\sqrt{1+\frac{x}{144}} = \frac{13}{12} \Rightarrow \left(1+\frac{x}{144}\right) = \left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{169}{144}$ [दोनों ओर वर्ग करने पर]

$$\Rightarrow \frac{x}{144} = \left(\frac{169}{144} - 1\right) = \frac{(169-144)}{144} = \frac{25}{144} \Rightarrow x = 25.$$

44. $\sqrt{1+\frac{x}{169}} = \frac{14}{13} \Rightarrow \left(1+\frac{x}{169}\right) = \left(\frac{14}{13}\right)^2 = \frac{196}{169}$ [दोनों ओर वर्ग करने पर]

$$\Rightarrow \frac{x}{169} = \left(\frac{196}{169} - 1\right) = \frac{(196-169)}{169} = \frac{27}{169} \Rightarrow x = 27.$$

45. $\sqrt{2^n} = 64 \Rightarrow 2^n = (64)^2$ [दोनों ओर वर्ग करने पर]

$$\Rightarrow 2^n = (2^6)^2 = 2^{12} \Rightarrow n = 12.$$

46. $\sqrt{4^n} = 1024 \Rightarrow 4^n = (1024)^2$ [दोनों ओर वर्ग करने पर]

$$\Rightarrow 4^n = (4^5)^2 = 4^{10} \Rightarrow n = 10.$$

47. $\frac{1120}{\sqrt{n}} = 80 \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1120}{80} = 14$

$\Rightarrow n = (14)^2 = 196$ [दोनों ओर वर्ग करने पर]

48. $\frac{x}{\sqrt{2\cdot25}} = 550 \Rightarrow x = 550\times\sqrt{2\cdot25} = 550\times\sqrt{\frac{225}{100}} = 550\times\frac{15}{10} = 825.$

49. दिया गया व्यंजक

$$= \sqrt{18225} + \sqrt{\frac{18225}{100}} + \sqrt{\frac{18225}{10000}} + \sqrt{\frac{18225}{1000000}}$$

$$= \left(135 + \frac{135}{10} + \frac{135}{100} + \frac{135}{1000}\right)$$

$$= (135 + 13\cdot5 + 1\cdot35 + \cdot135) = 149\cdot985.$$

135
13·5
1·35
·135
149·985

50. दिया गया व्यंजक

$$= \sqrt{\frac{6084}{100}} + \sqrt{\frac{6084}{10000}} + \sqrt{\frac{6084}{1000000}} + \sqrt{\frac{6084}{100000000}}$$

$$= \left(\frac{78}{10} + \frac{78}{100} + \frac{78}{1000} + \frac{78}{10000}\right)$$

$$= (7\cdot8 + 0\cdot78 + 0\cdot078 + 0\cdot0078) = 8\cdot6658.$$

7·8
0·78
0·078
0·0078
8·6658

51. माना दिये गये व्यंजक का मान = x. तब

$\sqrt{6+x} = x \Rightarrow 6+x = x^2$ [दोनों ओर वर्ग करने पर]

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) + 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 3.$$

अभीष्ट मान = 3.

52.

1	$\overline{1}\,\overline{32}\,\overline{18}$ (114
	1
21	32
	21
224	1118
	896

$\therefore\ (114)^2 < 13218 < (115)^2$

अभीष्ट लघुत्तम संख्या $= (115)^2 - 13218 = (13225 - 13218) = 7.$

53. दशमलव स्थानों को सम स्थान बनाने पर

$$\sqrt{0{\cdot}4} = \sqrt{0{\cdot}40} = \sqrt{\frac{40}{100}} = \frac{\sqrt{40}}{10} = \frac{6{\cdot}32}{10} = {\cdot}632.$$

6	40 (6·32
	36
123	400
	369
1262	3100
	2524

54. $\sqrt{0{\cdot}064} = \sqrt{\frac{640}{10000}} = \frac{\sqrt{640}}{100} = \frac{25}{100} = {\cdot}25.$

2	640 (25
	4
45	240
	225
	15

55. दशमलव स्थानों को सम स्थान बनाने पर

$$\sqrt{0{\cdot}009} = \sqrt{0{\cdot}0090} = \sqrt{\frac{90}{10000}} = \frac{\sqrt{90}}{100} = \frac{9{\cdot}4}{100} = {\cdot}094.$$

9	90 (9·4
	81
184	900
	736
	164

56.

9	$0{\cdot}\overline{90}$ (·9
	81
	9

$\therefore \sqrt{0{\cdot}9} = \sqrt{0{\cdot}90} = 0{\cdot}9.$

57.

3	$0{\cdot}\overline{12}\,\overline{10}$ (·34
	9
64	310
	256

$\therefore \sqrt{0{\cdot}121} = \sqrt{0{\cdot}1210} = 0{\cdot}34.$

58.

2	$\overline{6}\,\overline{54}$ (25·57
	4
45	254
	225
505	2900
	2525
5107	37500
	35749

$\therefore \sqrt{654} = 25{\cdot}57.$

59. माना $\sqrt{1296} = x^2$.

तब, $x^2 = 36 \Rightarrow x = 6.$

3	$\overline{12}\,\overline{96}$ (36
	9
66	396
	396
	x

60. माना दिया गया व्यंजक $= x$. तब,

$\sqrt{2+x} = x \Rightarrow 2+x = x^2$

$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + x - 2 = 0$

$\Rightarrow x(x-2)+(x-2) = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2.$

$\therefore$ दिये गये व्यंजक का मान $= 2$.

61. $\dfrac{\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})} = \dfrac{\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})} \times \dfrac{(2-\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})} = \dfrac{2\sqrt{2}-2}{(4-2)} = \dfrac{2(\sqrt{2}-1)}{2} = (\sqrt{2}-1).$

62. $\dfrac{(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)} = \dfrac{(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)} \times \dfrac{(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}-2)} = \dfrac{(\sqrt{7}-2)^2}{(7-4)} = \dfrac{7+4-4\sqrt{7}}{3} = \dfrac{11}{3} - \dfrac{4}{3}\sqrt{7}.$

$\therefore\ a = \dfrac{11}{3}.$

63. $\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})} + \dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7}-\sqrt{5})^2}{(7-5)} = \dfrac{2\left\{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\right\}}{2} = (7+5) = 12.$

64. $\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})} \times \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(7-5)} = \dfrac{7+5+2\sqrt{35}}{2}$

$= \dfrac{12+2\sqrt{35}}{2} = (6+\sqrt{35}).$

65. $\dfrac{1}{(\sqrt{9}-\sqrt{8})} = \dfrac{1}{(\sqrt{9}-\sqrt{8})} \times \dfrac{(\sqrt{9}+\sqrt{8})}{(\sqrt{9}+\sqrt{8})} = \dfrac{\sqrt{9}+\sqrt{8}}{(9-8)} = (\sqrt{9}+\sqrt{8}) = (3+2\sqrt{2}).$

66. $\dfrac{1}{(\sqrt{9}-\sqrt{8})} = (\sqrt{9}+\sqrt{8}), \dfrac{1}{(\sqrt{8}-\sqrt{7})} = (\sqrt{8}+\sqrt{7}), \dfrac{1}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})} = (\sqrt{7}+\sqrt{6})$ आदि आदि.

$\therefore$ दिया गया व्यंजक $= (\sqrt{9}+\sqrt{8}) - (\sqrt{8}+\sqrt{7}) + (\sqrt{7}+\sqrt{6}) - (\sqrt{6}+\sqrt{5}) + (\sqrt{5}+\sqrt{4})$

$= (\sqrt{9}+\sqrt{4}) = (3+2) = 5.$

67. $\sqrt{\dfrac{3}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1\cdot732}{2} = 0\cdot866.$

68. $\sqrt{\dfrac{2}{3}} + \sqrt{\dfrac{5}{6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \dfrac{2}{\sqrt{6}} + \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \dfrac{(2+\sqrt{5})}{\sqrt{6}}.$

$= \dfrac{2+2\cdot24}{2\cdot45} = \dfrac{4\cdot24}{2\cdot45} = \dfrac{424}{245} = 1\cdot73.$

$$
\begin{array}{r}
245\,)\,424\,(\,1\cdot73 \\
\underline{245} \\
1790 \\
\underline{1715} \\
750 \\
\underline{735}
\end{array}
$$

69. $\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} = \dfrac{2\cdot236}{5} = 0\cdot447.$

70. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2} = \dfrac{2\cdot449}{2} = 1\cdot2245.$

71. $\sqrt{\dfrac{4}{3}} = \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{2}{3}.\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{\dfrac{3}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

$\therefore$ दिया गया व्यंजक $= \dfrac{2\sqrt{3}}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}.$

72. माना $\sqrt{x} = 16+9 = 25$. तब, $x = (25)^2 = 625$.

73. $\dfrac{7}{(3+\sqrt{2})} = \dfrac{7}{(3+\sqrt{2})} \times \dfrac{(3-\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})} = \dfrac{7(3-\sqrt{2})}{(9-2)} = \dfrac{7(3-\sqrt{2})}{7} = (3-\sqrt{2})$

$= (3-1\cdot 4142) = 1\cdot 5858.$

74. $\dfrac{(4+\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)} = \dfrac{(4+\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)} \times \dfrac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)} = \dfrac{(4\sqrt{2}-4+2-\sqrt{2})}{(2-1)}$

$= (3\sqrt{2}-2) = (3\times 1\cdot 4142 - 2) = (4\cdot 2426 - 2) = 2\cdot 2426.$

75. $(7+2\sqrt{10}) = (5+2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}) = \left[(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}\right] = (\sqrt{5}+\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow \sqrt{7+2\sqrt{10}} = (\sqrt{5}+\sqrt{2}).$

76. $(8+2\sqrt{15}) = (5+3+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}) = \left[(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}\right] = (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow \sqrt{8+2\sqrt{15}} = (\sqrt{5}+\sqrt{3}).$

77. $(7+2\sqrt{12}) = (4+3+2\times 2\times\sqrt{3}) = \left\{2^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\times 2\times\sqrt{3}\right\} = (2+\sqrt{3})^2$

तथा $(7-2\sqrt{12}) = (2-\sqrt{3})^2$.

$\therefore\ a = \sqrt{7+2\sqrt{12}} = (2+\sqrt{3})$ तथा $b = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = (2-\sqrt{3})$

$\Rightarrow (a+b) = 4$ and $ab = (4-3) = 1$

$\Rightarrow (a^3+b^3) = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = (4^3 - 3\times 1\times 4) = (64-12) = 52.$

78. $(16+6\sqrt{7}) = (9+7+2\times 3\times\sqrt{7}) = \left[3^2 + (\sqrt{7})^2 + 2\times 3\times\sqrt{7}\right] = (3+\sqrt{7})^2$

$\Rightarrow \sqrt{16+6\sqrt{7}} = (3+\sqrt{7})$ तथा $\sqrt{16-6\sqrt{7}} = (3-\sqrt{7})$

$\Rightarrow \sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{16-6\sqrt{7}} = (3+\sqrt{7}) - (3-\sqrt{7}) = 2\sqrt{7}.$

$\therefore$ दिया गया व्यंजक $= \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \dfrac{1}{2}.$

79. $\sqrt{\dfrac{8}{3}} = \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{24}}{3} = \dfrac{1}{3} \times 4\cdot 898 = 1\cdot 633.$

80. दिया गया व्यंजक $= \dfrac{(\sqrt{3+x}+\sqrt{3-x})}{(\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x})} \times \dfrac{(\sqrt{3+x}+\sqrt{3-x})}{(\sqrt{3+x}+\sqrt{3-x})}$

$= \dfrac{(\sqrt{3+x}+\sqrt{3-x})^2}{(3+x)-(3-x)} = \dfrac{(3+x)+(3-x)+2(\sqrt{3+x})(\sqrt{3-x})}{2x}$

$= \dfrac{6+2\sqrt{9-x^2}}{2x} = \dfrac{3+\sqrt{9-x^2}}{x}$

$\therefore\ \dfrac{3+\sqrt{9-x^2}}{x} = 2 \Rightarrow 3+\sqrt{9-x^2} = 2x$

$\Rightarrow \sqrt{9-x^2} = (2x-3) \Rightarrow (9-x^2) = (2x-3)^2$

$\Rightarrow 9-x^2 = 4x^2+9-12x \Rightarrow 5x^2 - 12x = 0$

$\Rightarrow x(5x-12) = 0 \Rightarrow x = 0$ or $x = \dfrac{12}{5}.$

81. दिया गया व्यंजक $=\dfrac{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})}\times\dfrac{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$

$$=\frac{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})^2}{(1+x)-(1-x)}=\frac{(1+x)+(1-x)+2\sqrt{1-x^2}}{2x}$$

$$=\frac{2\left\{1+\sqrt{1-x^2}\right\}}{2x}=\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}=\frac{1+\sqrt{1-\dfrac{3}{4}}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$=\frac{\left(1+\dfrac{1}{2}\right)}{(\sqrt{3}/2)}=\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=\sqrt{3}.$$

82. $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{(7-4\sqrt{3})}\times\dfrac{(7+4\sqrt{3})}{(7+4\sqrt{3})}=\dfrac{(7+4\sqrt{3})}{(49-48)}=(7+4\sqrt{3})$

$\therefore\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=(7-4\sqrt{3})+(7+4\sqrt{3})=14.$

83. $(x+y)=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}+\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(5-3)}$

$$=\frac{2\left[(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2\right]}{2}=(5+3)=8.$$

84. दिया गया व्यंजक $=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(7-3)}+\dfrac{(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{3}+1)^2}{(3-1)}$

$$=\frac{2\left[(\sqrt{7})^2+(\sqrt{3})^2\right]}{4}+\frac{2\left[(\sqrt{3})^2+(1)^2\right]}{2}=\left(\frac{10}{2}+4\right)=(5+4)=9.$$

85. $\left(\sqrt{a}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right)^2=\left(a+\dfrac{1}{a}-2\right)$

$$=\left[(5+2\sqrt{6})+(5-2\sqrt{6})-2\right]=8\quad\left[\because\ a=(5+2\sqrt{6})\Rightarrow\frac{1}{a}=(5-2\sqrt{6})\right]$$

$\Rightarrow\left(\sqrt{a}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right)=\sqrt{8}=2\sqrt{2}.$

86. $4\sqrt{ab}=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=(17)^2-1^2=(289-1)=288$

$\Rightarrow\sqrt{ab}=72.$

87. $(a+b)=\dfrac{(\sqrt{5}+1)^2+(\sqrt{5}-1)^2}{(5-1)}=\dfrac{2\left[(\sqrt{5})^2+1^2\right]}{4}=3,$

$(a-b)=\dfrac{(\sqrt{5}+1)^2-(\sqrt{5}-1)^2}{(5-1)}=\dfrac{4\times\sqrt{5}\times1}{4}=\sqrt{5}$ तथा $ab=1.$

$$\frac{(a^2+ab+b^2)}{(a^2-ab+b^2)}=\frac{(a+b)^2-ab}{(a-b)^2+ab}=\frac{(3)^2-1}{(\sqrt{5})^2+1}=\frac{9-1}{5+1}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}=1{\cdot}33.$$

88. $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\left(2+\frac{1}{2}+2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=4\frac{1}{2}$.

89. $\frac{2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}+\frac{7}{(\sqrt{12}-\sqrt{5})}-\frac{5}{(\sqrt{12}-\sqrt{7})}$

$=\frac{2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})}\times\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})}+\frac{7}{(\sqrt{12}-\sqrt{5})}\times\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{5})}{(\sqrt{12}+\sqrt{5})}-\frac{5}{(\sqrt{12}-\sqrt{7})}\times\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{7})}{(\sqrt{12}+\sqrt{7})}$

$=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(7-5)}+\frac{7(\sqrt{12}+\sqrt{5})}{(12-5)}-\frac{5(\sqrt{12}+\sqrt{7})}{(12-7)}$

$=(\sqrt{7}-\sqrt{5})+(\sqrt{12}+\sqrt{5})-(\sqrt{12}+\sqrt{7})=0.$

90. प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या $=\sqrt{17956}=134$.

91. स्पष्ट है कि $(30)^2<920<(31)^2$

जोड़े जानी वाली संख्या $=(31)^2-920=(961-920)=41$.

92.

7	$\overline{54}\,\overline{91}\,\overline{62}$ (741
	49
144	591
	576
1481	1562
	1481
	81

$\therefore$ घटाई जाने वाली संख्या = 81

93. 5 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या = 99999.

3	$\overline{9}\,\overline{99}\,\overline{99}$ (316
	9
61	99
	61
626	3899
	3756
	143

अभीष्ट संख्या = (99999 – 143) = 99856.

94. 6 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = 100000.

3	$\overline{10}\,\overline{00}\,\overline{00}$ (316
	9
61	100
	61
626	3900
	3756
	144

अभीष्ट संख्या $=(317)^2=100489$.

95. $294=2\times3\times7\times7$

अभीष्ट पूर्ण वर्ग $=(2\times3\times7\times7)\times2\times3$

अतः पूर्ण वर्ग बनाने के लिए इसे 6 से गुणा करना होगा.

96. $1470=7\times7\times30$

स्पष्ट है कि इसे पूर्ण वर्ग बनाने के लिए 30 से भाग देना होगा.

97. 10, 12, 15, 18 का ल०स०

$= (2\times3\times5\times2\times3) = (2^2\times3^2\times5)$

अभीष्ट संख्या $= (2^2\times3^2\times5^2) = 900.$

2	10	12	15	18
3	5	6	15	9
5	5	2	5	3
	1	2	1	3

98. माना $a^2 = (975)^2 - (585)^2 = (975+585)(975-585)$

$\Rightarrow a^2 = (1560\times390) = (780\times780) = (780)^2 \Rightarrow a = 780.$

अत: अभीष्ट संख्या = 780.

99.

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

$4096 = (2^3\times2^3\times2^3\times2^3) = (16)^3$

$\therefore \sqrt[3]{4096} = 16.$

100.

5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
	5

$\therefore 15625 = (5^3\times5^3)$

$\Rightarrow \sqrt[3]{15625} = (5\times5) = 25.$

101.

3	328509
3	109503
3	36501
23	12167
23	529
	23

$\therefore 328509 = [3^3\times(23)^3] \Rightarrow \sqrt[3]{328509} = (3\times23) = 69.$

102. $\sqrt[3]{4\frac{12}{125}} = \sqrt[3]{\frac{512}{125}} = \sqrt[3]{\frac{8\times8\times8}{5\times5\times5}} = \frac{8}{5} = 1{\cdot}6.$

103. $\sqrt[3]{{\cdot}000216} = \sqrt[3]{\frac{216}{10^6}} = \frac{6}{10^2} = \frac{6}{100} = {\cdot}06.$

104. $\sqrt[3]{{\cdot}000729} = \sqrt[3]{\frac{729}{10^6}} = \sqrt[3]{\frac{9\times9\times9}{10^2\times10^2\times10^2}} = \frac{9}{10^2} = \frac{9}{100} = 0{\cdot}09.$

105. दिया गया व्यंजक $= \sqrt[3]{(13{\cdot}608+13{\cdot}392)(13{\cdot}608-13{\cdot}392)}$

$= \sqrt[3]{27\times0{\cdot}216} = \sqrt[3]{\frac{27\times216}{1000}} = \frac{3\times6}{10} = \frac{18}{10} = 1{\cdot}8.$

106. दिया गया व्यंजक $= \sqrt[3]{\frac{1}{10^6}} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = {\cdot}01.$

107. $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} + \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{4}{10} + \frac{11}{10} = {\cdot}4 + 1{\cdot}1 = 1{\cdot}5.$

108. $\sqrt{\cdot 000729} = \sqrt{\frac{729}{10^6}} = \frac{27}{10^3} = \frac{27}{1000} = \cdot 027.$

$\sqrt[3]{\cdot 027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \frac{3}{10} = 0\cdot 3.$

$\sqrt[3]{\cdot 008} = \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} = \frac{2}{10} = 0\cdot 2.$

दिया गया व्यंजक $= 0\cdot 3 + 0\cdot 2 = 0\cdot 5.$

109.

7	1029
7	147
7	21
	3

$\therefore 1029 = (7^3 \times 3^1).$

इसे पूर्ण घन बनाने हेतु 3^2 अर्थात 9 से गुणा करना होगा.

110. $3600 = 5^2 \times 2^3 \times 3^2 \times 2$

पूर्ण घन बनाने के लिए इसे

$(5^2 \times 3^2 \times 2) = 450$ से भाग देना होगा.

5	3600
5	720
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

111. स्पष्ट है कि दी गई संख्याओं में 9261 अभीष्ट संख्या है.

112. $\sqrt[3]{13\cdot 824} = \sqrt[3]{\frac{13824}{1000}}$

$= \frac{\sqrt[3]{13824}}{\sqrt[3]{1000}}$

$= \frac{(2\times 2\times 2\times 3)}{10} = \frac{24}{10} = 2\cdot 4.$

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

$13824 = (2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3)$

113.

13	2197
13	169
	13

$\therefore (2197) = (13)^3$

$\Rightarrow \sqrt[3]{2197} = 13.$

114. 120 तथा 300 के बीच पूर्ण वर्ग संख्यायें हैं $(11)^2, (12)^2, (13)^2, (14)^2, (15)^2, (16)^2$ तथा $(17)^2$ जिनकी संख्या 7 है.

115. $\sqrt{0\cdot 0196} = \sqrt{\frac{196}{10000}} = \frac{14}{100} = 0\cdot 14$

$\therefore \frac{\sqrt{0\cdot 0196}}{k} = 0\cdot 2 \Rightarrow 0\cdot 2 \times k = \sqrt{0\cdot 0196} = 0\cdot 14$

$\Rightarrow k = \frac{0\cdot 14}{0\cdot 20} = \frac{14}{20} = 0\cdot 7.$

116. $\sqrt[3]{\frac{7}{875}} = \sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5\times 5\times 5}} = \frac{1}{5}.$

117. 10, 16, 24 का ल०स० $= 2\times4\times5\times2\times3$
$= 2^2\times2^2\times5\times3$
अभीष्ट वर्ग संख्या $= 2^2\times2^2\times5^2\times3^2 = 3600.$

2	10, 16, 24
4	5, 8, 12
	5, 2, 3

प्रश्नमाला 5B

1. यदि $\sqrt{2} = 1{\cdot}4142$ हो, तो $\dfrac{23}{(5+\sqrt{2})}$ का मान दशमलव के चार स्थानों तक ज्ञात कीजिए.

2. यदि $\sqrt{3} = 1{\cdot}732$ तथा $\sqrt{5} = 2{\cdot}236$ हो, तो $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$ का मान ज्ञात कीजिए.

3. $\left\{\sqrt{28+10\sqrt{3}} - \dfrac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

4. यदि $\sqrt{3} = 1{\cdot}732$ हो, तो $\left(\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\right)$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**

5. यदि $a = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ हो, तो $\left(\sqrt{1+a} + \sqrt{1-a}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

6. यदि $x = \dfrac{1}{(2+\sqrt{3})}$ हो, तो $\dfrac{(3x-x^3)}{(1-3x^2)}$ का मान ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

7. यदि $(a+b):\sqrt{ab} = 4:1$ हो, तो सिद्ध करो कि $a:b = (7+4\sqrt{3}):1$. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)**

8. यदि $\sqrt{3} = 1{\cdot}732$ तथा $\sqrt{2} = 1{\cdot}414$ हो, तो $\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$ के वर्गमूल का मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

9. $\sqrt{\dfrac{19+8\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}}$ को सरल कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2004)**

10. निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक का वर्गमूल ज्ञात कीजिए :

(*i*) 6889 (*ii*) 11449 (*iii*) 120409
(*iv*) 100489 (*v*) 63409369 (*vi*) 9511056

11. निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक का वर्गमूल ज्ञात कीजिए :

(*i*) 470·89 (*ii*) 106·9156 (*iii*) ·125316
(*iv*) ·006241 (*v*) ·00038809 (*vi*) 12·229009

12. निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक का वर्गमूल दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए :

(*i*) 427 (*ii*) ·5 (*iii*) ·121 (*iv*) ·000945

13. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसे 10420 में से घटाने पर प्राप्त संख्या एक पूर्ण वर्ग हो. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2004)**

14. 16160 में से कम से कम क्या घटाया जाये कि शेष संख्या एक पूर्ण वर्ग हो ?

15. 2582415 में छोटी से छोटी कौन-सी संख्या जोड़ी जाये कि इस प्रकार प्राप्त योगफल एक पूर्ण वर्ग हो ?

16. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जो एक पूर्ण वर्ग हो तथा 9, 12, 32 में से प्रत्येक से पूर्णतया विभक्त हो जाये.

17. 6 अंकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जो कि पूर्ण वर्ग हो.

18. 4 अंकों की वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जो एक पूर्ण वर्ग हो.

19. 6 अंकों की वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जो एक पूर्ण वर्ग हो.

20. $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ का मान दशमलव के 3 स्थानों तक ज्ञात कीजिए.

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 5B)

1. 3·5858 **2.** 3·968 **3.** 3 **4.** 0·268 **5.** $\sqrt{3}$ **6.** 1

7. $(a:b)=(7+4\sqrt{3}):1$ **8.** 3·146 **9.** $(11+6\sqrt{3})$

10. (*i*) 83 (*ii*) 107 (*iii*) 347 (*iv*) 317 (*v*) 7963 (*vi*) 3084

11. (*i*) 21.7 (*ii*) 10.34 (*iii*) 0.354 (*iv*) 0.079 (*v*) 0.0197 (*vi*) 3.497

12. (*i*) 20.663 (*ii*) 0.707 (*iii*) 0.347 (*iv*) 0.0307 **13.** 16 **14.** 31 **15.** 34

16. 576 **17.** 998001 **18.** 1024 **19.** 100489 **20.** 0·816

दिये गए प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 5B

1. $\dfrac{23}{(5+\sqrt{2})}=\dfrac{23}{(5+\sqrt{2})}\times\dfrac{(5-\sqrt{2})}{(5-\sqrt{2})}=\dfrac{23\times(5-\sqrt{2})}{(25-2)}=(5-\sqrt{2})=(5-1\cdot4142)=3\cdot5858.$

2. $(8+2\sqrt{15})=5+3+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}=\left\{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}\right\}=(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2.$

$\therefore\ \sqrt{8+2\sqrt{15}}=(\sqrt{5}+\sqrt{3})=(2\cdot236+1\cdot732)=3\cdot968.$

3. $\sqrt{28+10\sqrt{3}}=\sqrt{28+2\times5\times\sqrt{3}}=\sqrt{25+3+2\times5\times\sqrt{3}}$

$=\sqrt{(5)^2+(\sqrt{3})^2+2\times5\times\sqrt{3}}=\sqrt{(5+\sqrt{3})^2}=(5+\sqrt{3}).$

$\dfrac{1}{(7-4\sqrt{3})}=\dfrac{1}{(7-4\sqrt{3})}\times\dfrac{(7+4\sqrt{3})}{(49-48)}=(7+4\sqrt{3})$

$\therefore\ \dfrac{1}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}=\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\times2\times\sqrt{3}}=\sqrt{4+3+2\times2\times\sqrt{3}}$

$=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2+2\times2\times\sqrt{3}}=\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}=(2+\sqrt{3}).$

$\therefore$ दिया गया व्यंजक $=(5+\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=3.$

4. $\dfrac{(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})}=\dfrac{(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})}\times\dfrac{(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})}=\dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{(4-3)}=(2-\sqrt{3})^2.$

$\therefore$ अभीष्ट वर्गमूल $=(2-\sqrt{3})=(2-1\cdot732)=0\cdot268.$

5. माना $x=\left(\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}\right).$ तब,

$x^2=\left(\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}\right)^2=(1+a)+(1-a)+2\sqrt{1+a}\cdot\sqrt{1-a}$

$=2+2\sqrt{1-a^2}=2\left[1+\sqrt{1-a^2}\right]=2\left[1+\sqrt{\left(1-\dfrac{3}{4}\right)}\right]=2\left[1+\sqrt{\dfrac{1}{4}}\right]$

$=2\left[1+\dfrac{1}{2}\right]=\left(2\times\dfrac{3}{2}\right)=3.$

$\therefore\ x=\sqrt{3}.$

6. $x=\dfrac{1}{(2+\sqrt{3})}\times\dfrac{(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})}=\dfrac{(2-\sqrt{3})}{(4-3)}=(2-\sqrt{3}).$

$\therefore\ x^2=(2-\sqrt{3})^2=(4+3-4\sqrt{3})=(7-4\sqrt{3}).$

तथा $x^3=(x\times x^2)=(2-\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=(14+12-15\sqrt{3})=(26-15\sqrt{3}).$

$\therefore\ \dfrac{(3x-x^3)}{(1-3x^2)}=\dfrac{(6-3\sqrt{3})-(26-15\sqrt{3})}{1-(21-12\sqrt{3})}=\dfrac{-20+12\sqrt{3}}{-20+12\sqrt{3}}=1.$

7. $\frac{a+b}{\sqrt{ab}}=\frac{4}{1}\Rightarrow\frac{a+b}{2\sqrt{ab}}=\frac{2}{1}\Rightarrow\frac{a+b+2\sqrt{ab}}{a+b-2\sqrt{ab}}=\frac{2+1}{2-1}$ [योगान्तरानुपात से]

$\Rightarrow\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\frac{3}{1}\Rightarrow\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{3}}{1}$

$\Rightarrow\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ [योगान्तरानुपात से]

$\Rightarrow\frac{2\sqrt{a}}{2\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)}\times\frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)}\Rightarrow\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(3-1)}=\frac{(3+1+2\sqrt{3})}{2}$

$\Rightarrow\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{2(2+\sqrt{3})}{2}=(2+\sqrt{3})$

$\Rightarrow\frac{a}{b}=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=(2+\sqrt{3})^2=(4+3+4\sqrt{3})=(7+4\sqrt{3}).$

अत: $a:b=(7+4\sqrt{3}):1.$

8. $\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}\times\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}{(3-2)}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$

अभीष्ट वर्गमूल $=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

$=(1\cdot732+1\cdot414)=3\cdot146.$

9. $(19+8\sqrt{3})=(16+3+2\times4\times\sqrt{3})=\left[(4)^2+(\sqrt{3})^2+2\times4\times\sqrt{3}\right]=(4+\sqrt{3})^2.$

$(7-4\sqrt{3})=(4+3-2\times2\times\sqrt{3})=\left[(2)^2+(\sqrt{3})^2-2\times2\times\sqrt{3}\right]=\left(2-\sqrt{3}\right)^2.$

$\therefore\sqrt{\frac{19+8\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}}=\frac{(4+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})}\times\frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})}=\frac{(4+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(4-3)}=(8+6\sqrt{3}+3)=(11+6\sqrt{3}).$

10. (*i*)

8	$\overline{68}\,\overline{89}$	(83
	64	
163	489	
	489	
	x	

$\therefore\sqrt{6889}=83$

(*ii*)

1	$\overline{11}\,\overline{44}\,\overline{9}$	(107
	1	
207	1449	
	1449	
	x	

$\therefore\sqrt{11449}=107$

(*iii*)

3	$\overline{12}\,\overline{04}\,\overline{09}$	(347
	9	
64	304	
	256	
687	4809	
	4809	
	x	

$\therefore\sqrt{120409}=347.$

(*iv*)

3	$\overline{10}\,\overline{04}\,\overline{89}$	(317
	9	
61	104	
	61	
627	4389	
	4389	
	x	

$\therefore\sqrt{100489}=317$

(*v*)

7	$\overline{63}\,\overline{40}\,\overline{93}\,\overline{69}$	(7963
	49	
149	1440	
	1341	
1586	9993	
	9516	
15923	47769	
	47769	
	x	

$\therefore\sqrt{63409369}=7963$

(*vi*)

3	$\overline{9}\,\overline{51}\,\overline{10}\,\overline{56}$	(3084
	9	
608	5110	
	4864	
6164	24656	
	24656	
	x	

$\therefore\sqrt{9511056}=3084$

11. (*i*)

2	$\overline{4}\,\overline{70}\cdot\overline{89}$ (21·7
	4
41	70
	41
427	2989
	2989
	x

$\therefore \sqrt{470\cdot89} = 21\cdot7$

(*ii*)

1	$\overline{1}\,\overline{06}\cdot\overline{91}\,\overline{56}$ (10·34
	1
203	0691
	609
2064	8256
	8256
	x

$\therefore \sqrt{106\cdot9156} = 10\cdot34$

(*iii*)

3	$\cdot\overline{12}\,\overline{53}\,\overline{16}$ (·354
	9
65	353
	325
704	2816
	2816
	x

$\therefore \sqrt{\cdot125316} = \cdot354$

(*iv*)

7	$\cdot\overline{00}\,\overline{62}\,\overline{41}$ (·079
	49
149	1341
	1341
	x

$\therefore \sqrt{\cdot006241} = \cdot079$

(*v*)

1	$\cdot\overline{00}\,\overline{03}\,\overline{88}\,\overline{09}$ (·0197
	1
29	288
	261
387	2709
	2709
	x

$\therefore \sqrt{\cdot00038809} = \cdot0197$

(*vi*)

3	$\overline{12}\cdot\overline{22}\,\overline{90}\,\overline{09}$ (3·497
	9
64	322
	256
689	6690
	6201
6987	48909
	48909
	x

$\therefore \sqrt{12\cdot229009} = 3\cdot497$

12. (*i*)

2	$\overline{4}\,\overline{27}\cdot0000$(20·663
	4
406	2700
	2436
4126	26400
	24756
41323	164400
	123969

$\therefore \sqrt{427} = 20\cdot663$

(*ii*)

7	·5000 (·707
	49
1407	10000
	9849

$\therefore \sqrt{\cdot5} = \cdot707$

(*iii*)

3	$\cdot\overline{12}\,\overline{10}\,\overline{00}$ (·347
	9
64	310
	256
687	5400
	4809

$\therefore \sqrt{\cdot121} = \cdot347$

(*iv*)

3	$\cdot\overline{00}\,\overline{09}\,\overline{45}$ (·0307
	9
607	4500
	4249

$\therefore \sqrt{\cdot000945} = \cdot0307.$

13. 10420 का वर्गमूल लेने पर :

1	$\overline{1}\,\overline{04}\,\overline{20}$ (102
	1
202	0420
	404
	16

अभीष्ट संख्या = 16.

14.
1	$\overline{1}\,\overline{61}\,\overline{60}$ (127
	1
22	61
	44
247	1760
	1729
	31

घटाई जाने वाली संख्या = 31.

15.
1	$\overline{2}\,\overline{58}\,\overline{24}\,\overline{15}$ (1606
	1
26	158
	156
3206	22415
	19236
	3179

अभीष्ट संख्या $= (1607)^2 - 2582415 = 34.$

16. 9, 12, 32 का ल०स० $= 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 2$
$= (3^2 \times 4^2 \times 2).$

अभीष्ट संख्या $= (3^2 \times 4^2 \times 2^2) = 576.$

3	9, 12, 32
4	3, 4, 32
	3, 1, 8

17. 6 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या = 999999.
इसका वर्गमूल लेने पर :
अभीष्ट संख्या
$= (999999 - 1998) = 998001.$

9	$\overline{99}\,\overline{99}\,\overline{99}$ (999
	81
189	1899
	1701
1989	19899
	17901
	1998

18. 4 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = 1000.
इसका वर्गमूल लेने पर :

3	$\overline{10}\,\overline{00}$ (31
	9
61	100
	61
	39

अभीष्ट संख्या $= (32)^2 = 1024.$

19. 6 अंकों की छोटी से छोटी संख्या = 100000.
इसका वर्गमूल लेने पर :

3	$\overline{10}\,\overline{00}\,\overline{00}$ (316
	9
61	100
	61
626	3900
	3756
	144

अभीष्ट संख्या $= (317)^2 = 100489.$

20. $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2449}{3} = 0{\cdot}816.$

2	6·0000 (2·449
	4
44	200
	176
484	2400
	1936
4889	46400
	44001