विषय : गणित

Set-A

निर्देश : सभी प्रश्न हल कीजिए।

कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

सामान्य निर्देश :

निर्देश (अ) प्रश्न क्रमांक 1 में दो खण्ड है। खण्ड (अ) बहुविकल्पीय तथा खण्ड(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति करना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक आबंटित है।

(ब) प्रश्न क्रमांक 2 से 9 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

(स) प्रश्न क्रमांक 10 से 15 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।

(द) प्रश्न क्रमांक 16 से 21 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

(इ) प्रश्न क्रमांक 22 से 25 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं।

(एफ) प्रश्न क्रमांक 26 एवं 27 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

1. (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए :

(i) 7, 9, 21 का चतुर्थानुपाती है—

(अ) 36 (ब) 37

(ii) बिन्दु (2,-3) किस चतुर्थांश में है?

(अ) प्रथम (ब) द्वितीय

(स) तृतीय (द) चतुर्थ

(iii) $\sin^2 60° + \cos^2 60°$ का मान है—

(अ) 2 (ब) 3

(स) 1 (द) 0

(iv) लम्ब त्रिभुजीय प्रिज्म में कुल फलकों की संख्या होती है—

(अ) 5 (ब) 7

(स) 3 (द) 1

(v) दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 9:16 है, तो उनके संगत भुजाओं का अनुपात होगा—

(अ) 16 : 9 (ब) 3 : 4

(स) 4 : 3 (द) 4 : 8

1. (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) श्रेणी $0, 2\frac{1}{2}, 5, 7\frac{1}{2}, 10$ का सार्वन्तर ______ है।

(ii) $\frac{2\pi}{3}$ रेडियन का मान डिग्री में ____ होता है।

(iii) वृत्त के व्यास के छोर पर खींची गई स्पर्श-रेखाएं परस्पर ______ होता है।

(iv) द्विआधारी संख्या पद्धति की संख्या 0 और 0 का योगफल ______ है।

(v) एक पासा को उछालने पर उपरी फलक पर अंक 3 आने की प्रायिकता ______ है।

2. सरल कीजिए : $\frac{x^2-4}{x+1} \times \frac{2x+2}{x-2}$

3. वर्ग समीकरण $x^2 - 8x + 17 = 0$ के मूलों का योगफल एवं गुणनफल ज्ञात कीजिए।

4. बिन्दुओं (3, 4) तथा (7, -8) को मिलाने वाली रेखा के मध्यबिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

5. सिद्ध कीजिए कि- $\frac{\cos 80°}{\sin 10°} + \cos 59° \operatorname{cosec} 31° = 2$

6. उस बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 7 से०मी० और ऊँचाई 24 से०मी० है।

7. किसी त्रिभुज ABC में DE ∥ BC, यदि AD =5 से०मी० DB= 8 से०मी०, AE = 15 से०मी० है, तो EC का मान ज्ञात कीजिए।

8. $(25)_{10}$ को दशमलव प्रणाली से द्विआधारी प्रणाली में परिवर्तित कीजिए।

9. द्विआधारी पद्धति की संख्या 11001 और 00110 का योगफल ज्ञात कीजिए।

10. व्यंजक $\frac{x^2-5x-6}{x^2+3x+2}$ को न्यूनतम पदों में व्यक्त कीजिए।

11. श्रेणी 7, 12, 17, 22, ... का 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

12. श्रेणी 101 + 103 + 105 +... के 20 पदों तक योगफल ज्ञात कीजिए।

13. शुभम् ने बैंक में 200 रु० प्रति माह की दर से 5 वर्ष के लिए आवर्ती जमा खाता खोला. यदि ब्याज की दर 6% वार्षिक हो तो 5 वर्ष पश्चात् उसे कितना ब्याज मिलेगा?

14. सिद्ध कीजिए :

$\sin^4\theta + \cos^4\theta = 1 - 2\sin^2\theta . \cos^2\theta$

15. उस शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए जिसकी ऊँचाई 12 से०मी० तथा आधार का व्यास 10 से०मी० हो।

16. यदि $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ ।

अथवा

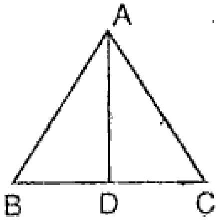
समीकरण $\frac{\cos^2\theta}{\cot^2\theta - \cos^2\theta} = 3$ =3 को हल कीजिए।

17. 45 से०मी० लम्बी और 4 से०मी०व्यास वाले धातु के एक बेलन से 6 से०मी० व्यास वाले कितने गोले बनाये जा सकते हैं।

अथवा

एक गोले का आयतन $179\frac{2}{3}$ घन से०मी० है, तो उस गोले का वक्र पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

18. चित्र में त्रिभुज ABC एक न्यून कोण त्रिभुज है, जिसका $\angle B$ न्यून कोण है। यदि $AD \perp BC$, सिद्ध कीजिए कि $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC) - 2BC.BD$।



अथवा

यदि किसी त्रिभुज के एक कोण का समद्विभाजक सम्मुख भुजा को समद्विभाजित करता है, तो सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज है।

19. यदि किसी लीप वर्ष को यादृच्छया चुन लिया जाये, तो उस वर्ष 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

बहुलक के चार गुण एवं चार दोष लिखिए।

20. "K" के किस मान के लिए बिन्दु (-3, -6), (-1, -2) तथा (k,8) समरेख होंगे ?

अथवा

सिद्ध करें कि बिन्दु (-2, 1), (2, -2) और (5, 2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है।

21. ज्यामिति विधि से सिद्ध कीजिए : $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

अथवा

उन वृत्तों की त्रिज्याओं में अनुपात ज्ञात कीजिए, जिनके केन्द्रों पर एक ही लम्बाई के चाप 60° और 45° के कोण अंतरित करते हैं।

22. यदि PAB एक वृत्त की छेदक रेखा है, जो वृत्त को बिन्दुओं A और B पर काटती है तथा PT स्पर्श रेखाखंड है, तो सिद्ध कीजिए कि $PA.PB = (PT)^2$।

अथवा

AB और CD एक वृत्त की दो जीवाएँ हैं जहाँ AB = 10 से०मी०, CD = 24 से०मी० और AB ∥ CD है। AB और CD के बीच की दूरी 17 से०मी० है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

23. निम्न सारणी से माध्यिका की गणना कीजिए :

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
बारम्बारता	4	6	10	7	3	2

अथवा

निम्न सारणी में माध्य 50 है, परन्तु 20-40 तथा 60-80 वर्ग अन्तरालों की बारम्बारताएँ f_1 और f_2 अज्ञात हैं। इन अज्ञात बारम्बारताओं को ज्ञात कीजिए :

वर्ग	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	कुल योग
बारम्बारता	17	f_1	32	f_2	19	120

24. गुणनखंड कीजिए :

$a(b^2+c^2) + b(c^2+a^2) + c(a^2+b^2) + 2abc$

अथवा

तीन समान्तर श्रेणी के n पदों के योगफल क्रमशः S_1, S_2, S_3 हैं, यदि प्रत्येक श्रेणी का प्रथम पद 1 तथा सार्वन्तर क्रमशः 1, 2, 3 हो, तो सिद्ध कीजिए कि $S_1 + S_3 = 2S_2$।

25. घनश्याम का मूल वेतन प्रति माह 12,500 रु० तथा महँगाई भत्ता प्रति माह 6,300 रु० है। यदि वह सामान्य भविष्य निधि में प्रति माह 2, 000 रु०, जी.आई.एस. में प्रति माह 250 रु० तथा जीवन बीमा प्रीमियम प्रति वर्ष 69,000 रु० एवं डाकघर जीवन बीमा प्रति वर्ष 10,000 रु० जमा करता है। उसके द्वारा देय कुल आयकर ज्ञात कीजिए।

(a) आयकर की दरें :

(i) 1, 10, 000 रु० तक	शून्य
(ii) 1, 10, 001 रु० से 1, 50,000 रु० तक	10%
(iii) 1,50, 001 रु० से 2, 50, 000 रु० तक	20%
(iv) 2, 50, 000 रु० से ऊपर पर	30%

(b) शिक्षा उपकर आयकर की राशि पर 3% की दर से देय होगा।

अथवा

सीताराम ने छत्तीसगढ़ विकास बैंक में 3 जुलाई 2007 को बचत खाता में 800 रु० जमा कर पास बुक खोला। 18 जुलाई, 2007 को 200 रु० जमा किया और चैक द्वारा 2 अगस्त, 2007 को 300 रु० निकाल लिया। उनके द्वारा 2 सितम्बर, 2007 को 400 रु० जमा किया तथा 3 अक्टूबर, 2007 को 300 रु० स्वयं आहरण किया। उक्त विवरण के आधार पर पास बुक की प्रविष्टियाँ लिखिए तथा 31 अक्टूबर, 2007 की स्थिति में 5% की दर से ब्याज की गणना कीजिए।

26. ΔLMN की रचना कीजिए, जहाँ MN = 5 से०मी०, $\angle L = 55°$ और L से डाला गया शीर्ष लम्ब 3.5 से०मी० है। रचना के पद लिखिए।

अथवा

एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें $\angle ABC = 90°$, AC = 6 से०मी०, AB = 3 से०मी०, CD = 3.6 से०मी०। रचना के पद लिखिए।

27. यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$ हो, तो सिद्ध करें कि–

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$$

अथवा

एक आयत का परिमाप 140 मीटर तथा क्षेत्रफल 1200 वर्ग मीटर है, तो उसकी लम्बाई तथा चौड़ाई ज्ञात कीजिए।