33. समान्तर तथा गुणोतर श्रेढ़ियाँ
(A.P. AND G.P.)

सामान्य नियम

समान्तर श्रेढ़ी: संख्यायें $a, a+d, a+2d, a+3d, ...$ आदि समान्तर श्रेढ़ी में कहलाती हैं जिसमें:
प्रथम पद $= a$, सार्व अन्तर $= d$ तथा n वाँ पद, $T_n = a + (n-1)d$.
समान्तर श्रेढ़ी के पदों को जोड़ने पर समान्तर श्रेणी प्राप्त होती है.

n पदों का योग, $S_n = \frac{n}{2} \cdot \{2a+(n-1)d\} = \frac{n}{2}(a+l)$, **जहाँ $l =$ अन्तिम पद $= n$ वाँ पद.**

कुछ विशेष योगफल

(i) $(1 + 2 + 3 + ... + n) = \frac{1}{2} n(n + 1)$.

(ii) $(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2) = \frac{1}{6} n(n + 1)(2n + 1)$.

(iii) $(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3) = \left\{\frac{1}{2} n(n+1)\right\}^2$.

गुणोतर श्रेढ़ी: संख्यायें $a, ar, ar^2, ar^3, ...$ आदि गुणोतर श्रेढ़ी में कहलाती हैं तथा इन्हें जोड़ने पर गुणोतर श्रेणी प्राप्त होती है.

इसमें प्रथम पद $= a$, सार्व अनुपात $= r$, $T_n = ar^{n-1}$

$$S_n = \begin{cases} \frac{a(r^n-1)}{(r-1)}, & \text{जबकि } r > 1 \\ \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}, & \text{जबकि } r < 1 \end{cases}$$

अनन्तर गुणोतर श्रेणी: $a + ar + ar^2 + ... \infty$

इसका योग, $S = \frac{a}{(1-r)}$

विशेष परिणाम: तीन संख्यायें गुणोतर श्रेढ़ी में $\frac{a}{r}, a, ar$ लेते हैं.

हरात्मक श्रेढ़ी: a, b, c हरात्मक श्रेढ़ी में हैं यदि $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ समान्तर श्रेढ़ी में हों.

साधित उदाहरण

उदाहरण 1. समान्तर श्रेढ़ी 5, 8, 11, 14, 17, ... का 16 वाँ पद तथा n वाँ पद ज्ञात कीजिए.

हल : इस समान्तर श्रेढ़ी में $a = 5, d = 3$.

$\therefore \quad T_n = a + (n-1)d = 5 + (n-1) \times 3 = 3n + 2$.

$T_{16} = a + 15d = 5 + 15 \times 3 = 50$.

$\therefore \quad n$ वाँ पद $= (3n + 2)$ तथा 16 वाँ पद $= 50$.

उदाहरण 2. समान्तर श्रेढ़ी 4, 9, 14, 19, ... का कौन सा पद 109 है ?

हल : यहाँ $a = 4$ तथा $d = (9 - 4) = 5$. माना n वाँ पद 109 है. तब,

$a + (n - 1)d = 109 \Rightarrow 4 + (n - 1) \times 5 = 109 \Rightarrow 5 \times (n - 1) = 105 \Rightarrow (n - 1) = 21 \Rightarrow n = 22.$

$\therefore$ 22 वाँ पद 109 है.

उदाहरण 3. समान्तर श्रेढ़ी 7, 13, 19, 25, ..., 205 में कितने पद हैं ?

हल : यहाँ $a = 7$ तथा $d = (13 - 7) = 6$ तथा $T_n = 205$.

$T_n = 205 \Rightarrow a + (n - 1)d = 205 \Rightarrow 7 + (n - 1) \times 6 = 205 \Rightarrow 6 \times (n - 1) = 198$

$\Rightarrow (n - 1) = 33 \Rightarrow n = 34.$

कुल पदों की संख्या = 34.

उदाहरण 4. एक समान्तर श्रेढ़ी का छठा पद 12 तथा आठवाँ पद 22 है. इसका प्रथम पद, सार्वअन्तर तथा 16 वाँ पद ज्ञात कीजिए.

हल : माना प्रथम पद = a तथा सार्वअन्तर = d. तब

$T_6 = 12 \Rightarrow a + 5d = 12, \quad T_8 = 22 \Rightarrow a + 7d = 22.$

इन्हें हल करने पर $d = 5$ तथा $a = -13$.

$\therefore$ प्रथम पद = -13, सार्वअन्तर = 5.

16 वाँ पद = $a + 15d = -13 + 15 \times 5 = (75 - 13) = 62$.

उदाहरण 5. समान्तर श्रेढ़ी 5, 9, 13, 17, ... के प्रथम 17 पदों का योग ज्ञात कीजिए.

हल : यहाँ $a = 5, \; d = (9 - 5) = 4$ तथा $n = 17$.

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \Rightarrow S_{17} = \frac{17}{2} \times \{2 \times 5 + 16 \times 4\} = 629.$$

उदाहरण 6. श्रेणी (2 + 5 + 8 + 11 + ... + 182) का कुल योग कितना है ?

हल : यह एक समान्तर श्रेणी है जिसमें $a = 2$, $d = 3$ तथा $l = 182$. माना इसमें कुल n पद हैं. तब

$T_n = 182 \Rightarrow a + (n - 1)d = 182 \Rightarrow 2 + (n - 1) \times 3 = 182 \Rightarrow n = 61.$

$$\therefore \quad S_n = \frac{n}{2}(a + l) = \frac{61}{2} \times (2 + 182) = (61 \times 92) = 5612.$$

उदाहरण 7. तीन संख्यायें समान्तर श्रेढ़ी में हैं जिनका योगफल 15 तथा गुणनफल 80 है. संख्यायें ज्ञात कीजिए.

हल : माना अभीष्ट संख्यायें $(a - d)$, a तथा $(a + d)$ हैं. तब

$(a - d) + a + (a + d) = 15 \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5.$

$(a - d) \times a \times (a + d) = 80 \Rightarrow (5 - d) \times 5 \times (5 + d) = 80 \Rightarrow 25 - d^2 = 16 \Rightarrow d^2 = 9 \Rightarrow d = \pm 3.$

अभीष्ट संख्यायें हैं 2, 5, 8 अथवा 8, 5, 2.

उदाहरण 8. गुणोतर श्रेढ़ी 3, 6, 12, 24, ... का 9 वाँ पद क्या होगा ? n वाँ पद भी ज्ञात कीजिए.

हल ; यहाँ $a = 3$ तथा $r = \frac{6}{3} = 2$.

$T_n = ar^{n-1} \Rightarrow T_9 = 3 \times 2^8 = (3 \times 256) = 768.$

n वाँ पद = $(3 \times 2^{n-1})$.

उदाहरण 9. किसी गुणोतर श्रेढ़ी का चौथा पद 54 तथा नौंवा पद 13122 है. श्रेढ़ी का प्रथम पद, सार्वअनुपात तथा छठा पद ज्ञात कीजिए.

हल : माना प्रथम पद = a तथा सार्वअनुपात = r. तब $T_4 = 54 \Rightarrow ar^3 = 54$. $T_9 = 13122 \Rightarrow ar^8 = 13122$.

भाग देने पर, $\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{13122}{54} \Rightarrow r^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow r = 3.$

$\therefore \quad a \times 3^3 = 54 \Rightarrow 27 \times a = 54 \Rightarrow a = 2.$

$\therefore$ प्रथम पद = 2, सार्वअनुपात = 3.

छठा पद = $ar^5 = (2 \times 243) = 486$.

प्रश्नमाला 33

निम्नलिखित प्रश्नों में से प्रत्येक में ठीक उत्तर को चिन्हांकित (√) कीजिए:

1. समान्तर श्रेढ़ी 3, 5, 7, 9, 11, ... का 16 वाँ पद क्या होगा ?
(*a*) 48 (*b*) 50 (*c*) 33 (*d*) 35

2. समान्तर श्रेढ़ी 14, 9, 4, – 1, – 6, ... का 12 वाँ पद क्या होगा ?
(*a*) – 36 (*b*) – 41 (*c*) – 46 (*d*) 41

3. समान्तर श्रेढ़ी 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, 6, ... का 105 वाँ पद क्या होगा ?
(*a*) 56 (*b*) $55\frac{1}{2}$ (*c*) $56\frac{1}{2}$ (*d*) 55

4. समान्तर श्रेढ़ी 2, 7, 12, 17, ... का कौन–सा पद 87 है ?
(*a*) 16 वाँ (*b*) 17 वाँ (*c*) 18 वाँ (*d*) 15 वाँ

5. समान्तर श्रेढ़ी 7, 11, 15, ..., 139 में कितने पद हैं ?
(*a*) 33 (*b*) 34 (*c*) 32 (*d*) 31

6. यदि $2x$, $(x + 10)$ तथा $(3x + 2)$ समान्तर श्रेढ़ी में हों, तो x = ?
(*a*) 4 (*b*) 5 (*c*) 6 (*d*) 8

7. एक समान्तर श्रेढ़ी का चौथा पद 14 तथा 12 वाँ पद 70 है. इसका प्रथम पद क्या है ?
(*a*) – 10 (*b*) – 7 (*c*) 7 (*d*) 10
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)

8. श्रेणी 72 + 63 + 54 + ... का कौन–सा पद शून्य है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)**
(*a*) 11 वाँ (*b*) 10 वाँ (*c*) 9 वाँ (*d*) 8 वाँ

9. तीन अंकों वाली कितनी संख्यायें 6 से पूर्णतया विभक्त होती हैं ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2004)**
(*a*) 102 (*b*) 150 (*c*) 151 (*d*) 966

10. 10 तथा 100 के बीच में कितनी प्राकृत संख्यायें 7 से पूर्णतया विभक्त होंगी ? **(होटल मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2003)**
(*a*) 21 (*b*) 23 (*c*) 25 (*d*) 27 (*e*) इनमें से कोई नहीं

11. एक समान्तर श्रेढ़ी का प्रथम पद 6 है तथा इसका सार्वअन्तर 5 है. इसका 11 वाँ पद क्या होगा ?
(*a*) 5 (*b*) 41 (*c*) 46 (*d*) 56 (*e*) इनमें से कोई नहीं
(होटल मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2003)

12. 200 तथा 600 के बीच में कितनी प्राकृत संख्यायें 4. 5, 6 से पूर्णतया विभक्त होती हैं ?
(*a*) 5 (*b*) 6 (*c*) 7 (*d*) 8
(एम०बी०ए० परीक्षा, 2007)

13. 100 तथा 200 के बीच में कुल कितने पूर्णांक 9 तथा 6 दोनों से विभक्त होंगे ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2004)**
(*a*) 5 (*b*) 6 (*c*) 7 (*d*) 8

14. 15, 105 तथा इनके बीच में से 3 के गुणज कितने होंगे ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2005)**
(*a*) 30 (*b*) 32 (*c*) 31 (*d*) 33

15. यदि श्रेढ़ी a, $a - b$, $a - 2b$, $a - 3b$, ... का 10 वाँ पद 20 हो तथा इसका 20 वाँ पद 10 हो तो इसका x वाँ पद क्या होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)**
(*a*) $(10 - x)$ (*b*) $(20 - x)$ (*c*) $(29 - x)$ (*d*) $(30 - x)$

16. 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + ... + 29 = ?
(*a*) 155 (*b*) 195 (*c*) 163 (*d*) 193

17. 5 + 6 + 7 + 8 + ... + 19 = ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**
(*a*) 150 (*b*) 170 (*c*) 180 (*d*) 190

18. $(1 + 2 + 3 + 4 + ... + 99 + 100 + 99 + 98 + ... + 3 + 2 + 1) = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**
(*a*) 2000 (*b*) 5000 (*c*) 8250 (*d*) 10000

19. 100 तथा 200 के बीच में सभी विषम संख्याओं का योग कितना है ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2006)**
(*a*) 3750 (*b*) 6200 (*c*) 6500 (*d*) 7500

20. $(45 + 46 + 47 + ... + 113 + 114 + 115) = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**
(*a*) 4000 (*b*) 5600 (*c*) 5680 (*d*) 5656

21. 1089 पृष्ठों वाली पुस्तक में विषम संख्याओं वाले पृष्ठ कितने होंगे ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2003)**
(*a*) 542 (*b*) 544 (*c*) 545 (*d*) 546

22. प्रथम 20 विषम प्राकृत संख्याओं का योग कितना है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)**
(*a*) 270 (*b*) 360 (*c*) 460 (*d*) 400

23. 75 से 97 तक सभी प्राकृत संख्याओं का योग कितना है ?
(*a*) 1598 (*b*) 1798 (*c*) 1958 (*d*) 1978

24. 100 तथा 200 के बीच में 3 के गुणजों वाली प्राकृत संख्याओं का योग कितना है ?
(*a*) 4900 (*b*) 4950 (*c*) 4980 (*d*) 5000
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)

25. यदि $a, a-2, 3a$ समान्तर श्रेढ़ी में हों, तो $a = ?$ **(रेलवे परीक्षा, 2004)**
(*a*) -3 (*b*) -2 (*c*) 2 (*d*) 3

26. गुणोत्तर श्रेढ़ी 2, 6, 18, ... का 8 वाँ पद क्या होगा ?
(*a*) 2187 (*b*) 6561 (*c*) 4374 (*d*) इनमें से कोई नहीं

27. एक गुणोत्तर श्रेढ़ी का प्रथम पद 5 है तथा सार्वअनुपात 2 है. इसका 8 वाँ पद क्या होगा ?
(*a*) 160 (*b*) 256 (*c*) 640 (*d*) 1280
(एम०बी०ए० परीक्षा, 2000)

28. गुणोत्तर श्रेढ़ी 5, 10, 20, 40, ... का कौन-सा पद 1280 है ?
(*a*) 8 वाँ (*b*) 9 वाँ (*c*) 10 वाँ (*d*) 11 वाँ

29. एक गुणोत्तर श्रेढ़ी का तीसरा पद 4 है. इसके प्रथम 5 पदों का गुणनफल क्या होगा ?
(*a*) 4^3 (*b*) 4^4 (*c*) 4^5 (*d*) इनमें से कोई नहीं
(एम०बी०ए० परीक्षा, 2002)

30. एक गुणोत्तर श्रेढ़ी के चौथे तथा नौंवे पद क्रमशः 54 तथा 13122 हैं. इसका दूसरा पद क्या होगा ?
(*a*) 6 (*b*) 12 (*c*) 18 (*d*) 9

31. श्रेढ़ी 3, 9, 27, 81, ... के कितने पदों का योग 363 होगा ?
(*a*) 5 (*b*) 6 (*c*) 7 (*d*) 8

32. किसी गुणोत्तर श्रेढ़ी का दूसरा पद $\frac{2}{3}$ तथा पाँचवा पद $\frac{16}{81}$ है. इसका 7 वाँ पद क्या होगा ?
(*a*) $\frac{15}{524}$ (*b*) $\frac{1}{32}$ (*c*) $\frac{32}{729}$ (*d*) $\frac{64}{729}$

33. तीन संख्यायें गुणोत्तर श्रेढ़ी में हैं. इनका योग 28 तथा गुणानफल 512 है. ये संख्यायें हैं:
(*a*) 2, 6, 18 (*b*) 2, 8, 16 (*c*) 4, 8, 16 (*d*) 6, 9, 13

34. यदि $a \neq b$ हो, तो निम्नलिखित में से सच्चा कथन कौन-सा है ?
(*a*) $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ (*b*) $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$ (*c*) $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ (*d*) सभी सत्य हैं

35. $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + ... \infty\right) = ?$
(*a*) 2 (*b*) 4 (*c*) 8 (*d*) ∞

36. यदि $(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + x^2) = \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$ हो, तो $(1^2 + 3^2 + 5^2 + ... + 19^2) = ?$

(*a*) 1330 (*b*) 2100 (*c*) 2485 (*d*) 2500

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2003)

37. $(14^2 + 15^2 + ... + 30^2) = ?$ **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)**

(*a*) 3836 (*b*) 8336 (*c*) 8366 (*d*) 8636

38. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 15^3) = ?$

(*a*) 900 (*b*) 11025 (*c*) 13400 (*d*) 14400

39. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 15^3) - (1 + 2 + 3 + ... + 15) = ?$ **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2001)**

(*a*) 12280 (*b*) 13280 (*c*) 14280 (*d*) 14400

40. यदि $(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2) = 385$ हो, तो $(2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 20^2) = ?$

(*a*) 770 (*b*) 1155 (*c*) 1540 (*d*) $(385)^2$

(एम०बी०ए० परीक्षा, 2006)

41. एक व्यक्ति को 975 रु० वार्षिक किस्तों में अदा करना है तथा प्रत्येक किस्त का मान इससे पहली किस्त से 5 रु० कम है तथा पहली किस्त 100 रु० है. कितने वर्षों में सभी किस्तों का पूर्ण भुगतान होगा ?

(*a*) 10 वर्ष (*b*) 12 वर्ष (*c*) 15 वर्ष (*d*) 25 वर्ष

42. एक आदमी लकड़ी के लट्ठों का ढेर इस प्रकार बनाता है कि सबसे ऊपर एक लट्ठा है तथा इसके नीचे की प्रत्येक तह में इससे ऊपर की तह से एक लट्ठा अधिक है. यदि कुल 15 तहें हों, ता कुल लट्ठे कितने हैं ?

(*a*) 105 (*b*) 120 (*c*) 210 (*d*) 225

43. एक क्लब के सदस्यों की आयु समान्तर श्रेढ़ी में हैं तथा इनका सार्वअन्तर 3 माह है. यदि इसके सबसे छोटे सदस्य की आयु 7 वर्ष हो तथा सभी सदस्यों की आयु का कुल योग 250 वर्ष हो, तो क्लब के सदस्यों की संख्या कितनी है ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 15 (*b*) 20 (*c*) 25 (*d*) 30

44. एक दीवार घड़ी का भोंपू 1 बजे एक बार, 2 बजे 2 बार, 3 बजे 3 बार तथा इसी प्रकार बजता जाता है. एक दिन में वह कुल कितनी बार बजेगा ? **(रेलवे परीक्षा, 2006)**

(*a*) 100 बार (*b*) 150 बार (*c*) 156 बार (*d*) इनमें से कोई नहीं

45. एक व्यक्ति 3600 रु० के ऋण को 40 वार्षिक किस्तों में चुकाना चाहता है, जो समान्तर श्रेढ़ी में हैं. 30 किस्तें चुकाने के बाद उस व्यक्ति की मृत्यु हो जाती है तथा एक-तिहाई ऋण चुकाना शेष रहता है. 8 वीं किस्त कितने रुपये की है ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 35 रु० (*b*) 50 रु० (*c*) 65 रु० (*d*) इनमें से कोई नहीं

46. सोमा प्रति वर्ष राष्ट्रीय बचत प्रमाणपत्र खरीदती है तथा इनका मूल्य प्रति वर्ष पिछले वर्ष की तुलना में 400 रु० अधिक है. 8 वर्ष बाद उसे ज्ञात हुआ कि उसने 48000 रु० मूल्य के प्रमाणपत्र खरीद लिये हैं. प्रथम वर्ष में उसने किस मूल्य के प्रमाणपत्र खरीदे ? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2006)**

(*a*) 4300 रु० (*b*) 4400 रु० (*c*) 4500 रु० (*d*) 4600 रु०

47. प्रत्येक 2 मिनट में बैक्टेरिया की संख्या दुगुनी होती जाती है. कितने मिनट में इनकी संख्या 1000 से 512000 हो जायेगी ?

(*a*) 10 (*b*) 12 (*c*) 14 (*d*) 18

उत्तरमाला

1. (*c*)	**2.** (*b*)	**3.** (*a*)	**4.** (*c*)	**5.** (*b*)	**6.** (*c*)	**7.** (*b*)	**8.** (*c*)	**9.** (*b*)	**10.** (*d*)
11. (*d*)	**12.** (*b*)	**13.** (*b*)	**14.** (*c*)	**15.** (*d*)	**16.** (*a*)	**17.** (*c*)	**18.** (*d*)	**19.** (*d*)	**20.** (*c*)
21. (*c*)	**22.** (*d*)	**23.** (*d*)	**24.** (*b*)	**25.** (*b*)	**26.** (*c*)	**27.** (*c*)	**28.** (*b*)	**29.** (*c*)	**30.** (*a*)
31. (*a*)	**32.** (*d*)	**33.** (*c*)	**34.** (*c*)	**35.** (*a*)	**36.** (*a*)	**37.** (*d*)	**38.** (*d*)	**39.** (*c*)	**40.** (*c*)
41. (*c*)	**42.** (*b*)	**43.** (*c*)	**44.** (*c*)	**45.** (*c*)	**46.** (*d*)	**47.** (*d*)			

दिये गये प्रश्नों के हल

1. यहाँ $a = 3$ तथा $d = (5 - 3) = 2$.
$\therefore \quad T_{16} = a + (16 - 1)d = (a + 15d) = (3 + 15 \times 2) = 33.$

2. यहाँ $a = 14$ तथा $d = (9 - 14) = -5$.
$T_{12} = a + (12 - 1)d = (a + 11d) = [14 + 11 \times (-5)] = -41.$

3. यहाँ $a = 4$ तथा $d = \left(\frac{9}{2} - 4\right) = \frac{1}{2}$.
$$T_{105} = (a + 104d) = \left(4 + 104 \times \frac{1}{2}\right) = (4 + 52) = 56.$$

4. यहाँ $a = 2$ तथा $d = (7 - 2) = 5$. माना n वाँ पद 87 है. तब
$a + (n - 1) d = 87 \Rightarrow 2 + (n - 1) \times 5 = 87 \Rightarrow (n - 1) \times 5 = 85 \Rightarrow (n - 1) = 17 \Rightarrow n = 18.$
$\therefore$ 18 वाँ पद = 87.

5. यहाँ $a = 7$ तथा $d = (11 - 7) = 4$. माना दी गई समान्तर श्रेढ़ी में n पद हैं. तब
$T_n = 139 \Rightarrow a + (n - 1)d = 139 \Rightarrow 7 + (n - 1) \times 4 = 139 \Rightarrow (n - 1) \times 4 = 132 \Rightarrow (n - 1) = 33 \Rightarrow n = 34.$
$\therefore$ कुल पद = 34.

6. चूँकि $2x, (x + 10), (3x + 2)$ समान्तर श्रेढ़ी में हैं, अत:
$(x + 10) - 2x = (3x + 2) - (x + 10) \Rightarrow 10 - x = 2x - 8 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6.$

7. माना दी गई समान्तर श्रेढ़ी का प्रथम पद = a तथा सार्वअन्तर = d.
$\therefore \quad a + 3d = 14 \quad ...(i), \qquad a + 11d = 70 \quad ...(ii)$
(ii) में (i) घटाने पर $8d = 56 \Rightarrow d = 7$. (i) में $d = 7$ रखने पर, $a + 21 = 14 \Rightarrow a = -7$.
$\therefore$ प्रथम पद = -7.

8. माना दी गई श्रेणी का n वाँ पद शून्य है. तब
$a + (n - 1)d = 0 \Rightarrow 72 + (n - 1) \times (-9) = 0 \Rightarrow 9n = 81 \Rightarrow n = 9.$
$\therefore$ नौंवा पद = 0.

9. अभीष्ट संख्यायें हैं 102, 108, 114, 120, ..., 996.
यह एक समान्तर श्रेढ़ी है जिसमें $a = 102$, $d = 6$ तथा $l = 996$.
$a + (n - 1)d = 996 \Rightarrow 102 + (n - 1) \times 6 = 996 \Rightarrow 6 \times (n - 1) = 894 \Rightarrow (n - 1) = 149 \Rightarrow n = 150.$
कुल संख्यायें = 150.

10. अभीष्ट संख्यायें हैं 14, 21, 28, 35, ..., 196.
यह एक समान्तर श्रेढ़ी है जिसमें $a = 14$, $d = 7$ तथा $T_n = 196$.
$T_n = 196 \Rightarrow a + (n - 1)d = 196 \Rightarrow 14 + (n - 1) \times 7 = 196 \Rightarrow (n - 1) \times 7 = 182 \Rightarrow (n - 1) = 26 \Rightarrow n = 27.$
कुल संख्यायें = 27.

11. यहाँ $a = 6$ तथा $d = 5$.
$T_{11} = a + 10d = (6 + 10 \times 5) = 56.$

12. 4, 5, 6 का ल०स० = $(2 \times 2 \times 5 \times 3) = 60$.

2	4 – 5 – 6
	2 – 5 – 3

$\therefore$ प्रत्येक संख्या 60 से विभक्त होनी चाहिए.
ये संख्यायें हैं 240, 300, 360, 420, 480, 540. कुल संख्यायें = 6.

13. 9 तथा 6 का ल०स० = 18.
$\therefore$ प्रत्येक संख्या 18 से विभक्त होनी चाहिए.
ये संख्यायें हैं 108, 126, 144, 162, 180, 198. कुल संख्यायें = 6.

14. अभीष्ट संख्यायें हैं 15, 18, 21, 24, ..., 105.
यहाँ $a = 15$ तथा $d = (18 - 15) = 3$.

मान इनकी संख्या = n. तब

$T_n = 105 \Rightarrow a + (n-1)d = 105 \Rightarrow 15 + (n-1) \times 3 = 105 \Rightarrow (n-1) \times 3 = 90 \Rightarrow (n-1) = 30 \Rightarrow n = 31.$

15. यह एक समान्तर श्रेढ़ी है जिसमें $A = a$ तथा $d = (a-b) - a = -b$.

$T_{10} = 20 \Rightarrow a + 9d = 20 \Rightarrow a + 9 \times (-b) = 20 \Rightarrow a - 9b = 20$ ...(i)

$T_{20} = 10 \Rightarrow a + 19d = 10 \Rightarrow a + 19 \times (-b) = 10 \Rightarrow a - 19b = 10$ ...(ii)

इन्हें हल करने पर $a = 29, b = 1$.

x वाँ पद $= a + (x-1)d = 29 + (x-1) \times (-b) = 29 + (x-1) \times (-1) = (30 - x)$.

16. यह एक समान्तर श्रेणी है जिसमें $a = 2, d = 3$ तथा $T_n = 29$.

$T_n = 29 \Rightarrow a + (n-1)d = 29 \Rightarrow 2 + 3(n-1) = 29 \Rightarrow (n-1) = 9 \Rightarrow n = 10.$

$\therefore \quad S_n = \frac{n}{2}(a+l) = \frac{10}{2} \times (2 + 29) = 155.$

17. यह एक समान्तर श्रेणी है जिसमें $a = 5, d = 1$ तथा $l = 19$.

$T_n = 19 \Rightarrow a + (n-1)d = 19 \Rightarrow 5 + (n-1) \times 1 = 19 \Rightarrow n = 15.$

$\therefore \quad S_n = \frac{n}{2}(a+l) = \frac{15}{2} \times (5 + 19) = 180.$

18. दिया गया योग $= 2(1 + 2 + 3 + \ldots + 99) + 100 = 2 \times \frac{99}{2} \times (1 + 99) + 100 = (9900 + 100) = 10000.$

19. अभीष्ट योग $= 101 + 103 + 105 + \ldots + 199$.

यह एक समान्तर श्रेढ़ी है जिसमें $a = 101,\ d = 2$ तथा $l = 199$.

$T_n = 199 \Rightarrow a + (n-1)d = 199 \Rightarrow 101 + (n-1) \times 2 = 199 \Rightarrow n - 1 = 49 \Rightarrow n = 50.$

$\therefore$ अभीष्ट योग $= \frac{n}{2}(a+l) = \frac{50}{2} \times (101 + 199) = (50 \times 150) = 7500.$

20. यह एक समान्तर श्रेणी है जिसमें $a = 45, d = 1$ तथा $l = 115$.

$T_n = 115 \Rightarrow a + (n-1)d = 115 \Rightarrow 45 + (n-1) \times 1 = 115 \Rightarrow (n-1) = 70 \Rightarrow n = 71.$

$\therefore$ अभीष्ट योग $= \frac{n}{2}(a+l) = \frac{71}{2} \times (45 + 115) = (71 \times 80) = 5680.$

21. विषम संख्याओं के पृष्ठ 1, 3, 5, 7, ..., 1089.

यह एक समान्तर श्रेढ़ी है जिसमें $a = 1, d = 2$ तथा $l = 1089$.

$T_n = 1089 \Rightarrow a + (n-1)d = 1089 \Rightarrow 1 + (n-1) \times 2 = 1089 \Rightarrow (n-1) \times 2 = 1088$

$\Rightarrow n - 1 = 544 \Rightarrow n = 545.$

पृष्ठों की अभीष्ट संख्या = 545.

22. अभीष्ट योग $= 1 + 3 + 5 + \ldots$ 20 पदों तक. (यहाँ $a = 1, d = 2$ तथा $n = 20$.)

$= \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{20}{2} \times [2 \times 1 + 19 \times 2] = 400.$

23. अभीष्ट योग $= 75 + 76 + 77 + \ldots + 97$.

यहाँ $a = 75,\ d = 1,\ l = 97$.

$T_n = 97 \Rightarrow a + (n-1)d = 97 \Rightarrow 75 + (n-1) \times 1 = 97 \Rightarrow (n-1) = 22 \Rightarrow n = 23.$

$\therefore$ अभीष्ट योग $= \frac{n}{2}(a+l) = \frac{23}{2} \times (75 + 97) = (23 \times 86) = 1978.$

24. अभीष्ट योग $= 102 + 105 + 108 + \ldots + 198$. यहाँ $a = 102, d = 3$ तथा $l = 198$.

$T_n = 198 \Rightarrow a + (n-1)d = 198 \Rightarrow 102 + (n-1) \times 3 = 198 \Rightarrow (n-1) \times 3 = 96 \Rightarrow (n-1) = 32 \Rightarrow n = 33.$

$\therefore$ योग $= \frac{n}{2}(a+l) = \frac{33}{2} \times (102 + 198) = (33 \times 150) = 4950.$

25. स्पष्ट है कि $(a-2) - a = 3a - (a-2) \Rightarrow 2a + 2 = -2 \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2.$

26. यहाँ $a = 2,\ r = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow T_8 = ar^7 = 2 \times 3^7 = 2 \times 2187 = 4374.$

27. $(a = 5$ तथा $r = 2) \Rightarrow T_8 = ar^7 = (5 \times 2^7) = (5 \times 128) = 640.$

28. माना n वाँ पद = 1280. तब $ar^{n-1} = 1280$.

$\therefore \quad 5 \times 2^{n-1} = 1280 \Rightarrow 2^{n-1} = 256 = 2^8 \Rightarrow (n-1) = 8 \Rightarrow n = 9$. अभीष्ट पद = 9 वाँ.

29. माना प्रथम पद = a तथा सार्वअनुपात = r. तब $ar^2 = 4$.

अभीष्ट गुणनफल = $a \times ar \times ar^2 \times ar^3 \times ar^4 = a^5r^{10} = (ar^2)^5 = 4^5$.

30. माना प्रथम पद = a तथा सार्वअनुपात = r. तब $ar^3 = 54$ तथा $ar^8 = 13122$.

भाग देने पर: $\dfrac{ar^8}{ar^3} = \dfrac{13122}{54} \Rightarrow r^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow r = 3$.

$\therefore \quad a \times 3^3 = 54 \Rightarrow 27a = 54 \Rightarrow a = 2$. दूसरा पद = $ar = (2 \times 3) = 6$.

31. यह एक गुणोतर श्रेढ़ी है जिसमें $a = 3$ तथा $r = 3$.

$S_n = \dfrac{a\times(r^n-1)}{(r-1)} \Rightarrow \dfrac{3\times(3^n-1)}{(3-1)} = 363 \Rightarrow (3^n - 1) = 121 \times 2 = 242 \Rightarrow 3^n = 243 = 3^5 \Rightarrow n = 5$.

पदों की संख्या = 5.

32. माना प्रथम पद = a तथा सार्वअनुपात = r. तब

$\left(T_2 = \dfrac{2}{3} \text{ तथा } T_5 = \dfrac{16}{81}\right) \Rightarrow ar = \dfrac{2}{3} \text{ तथा } ar^4 = \dfrac{16}{81} \Rightarrow \dfrac{ar^4}{ar} = \left(\dfrac{16}{81} \times \dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{8}{27} \Rightarrow r^3 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow r = \dfrac{2}{3}$.

$\therefore \quad a \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow a = 1$.

7 वाँ पद $= ar^6 = 1 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 = \dfrac{2^6}{3^6} = \dfrac{64}{729}$.

33. माना अभीष्ट संख्यायें $\dfrac{a}{r}$, a तथा ar हैं.

तब, $\dfrac{a}{r} \times a \times ar = 512 \Rightarrow a^3 = 512 = 8^3 \Rightarrow a = 8$.

$\dfrac{a}{r} + a + ar = 28 \Rightarrow \dfrac{8}{r} + 8 + 8r = 28 \Rightarrow \dfrac{8}{r} + 8r = 20 \Rightarrow 8 + 8r^2 = 20r \Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0$

$\Rightarrow 2r^2 - 4r - r + 2 = 0 \Rightarrow 2r(r-2) - (r-2) = 0 \Rightarrow (r-2)(2r-1) = 0$

$\Rightarrow r = 2$ or $r = \dfrac{1}{2}$.

अभीष्ट संख्यायें हैं 4, 8, 16.

34. हम जानते हैं कि (समान्तर माध्य) > (गुणोतर माध्य) $\quad \therefore \left(\dfrac{a+b}{2}\right) > \sqrt{ab}$.

35. यह एक अनन्त गुणोतर श्रेणी है जिसमें $a = 1$ तथा $r = \dfrac{1}{2}$. अभीष्ट योग $= \dfrac{a}{(1-r)} = \dfrac{1}{\left(1-\dfrac{1}{2}\right)} = 2$.

36. $(1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + 19^2) = (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \ldots + 18^2 + 19^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + 18^2)$

$= \dfrac{19\times(19+1)(38+1)}{6} - (1 \times 2^2 + 2^2 \times 2^2 + 2^2 \times 3^2 + \ldots + 2^2 \times 9^2)$

$= 2470 - 2^2 \times \{1^2 + 2^2 + \ldots + 9^2\} = 2470 - \dfrac{4\times9\times10\times19}{6}$

$= (2470 - 1140) = 1330$.

37. हम जानते हैं कि $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2) = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

दिया गया व्यंजक $= (1^2 + 2^2 + \ldots + 30^2) - (1^2 + 2^2 + \ldots + 13^2)$

$= \dfrac{(30\times31\times61)}{6} - \dfrac{(13\times14\times27)}{6} = (9455 - 819) = 8636$.

38. हम जानते हैं कि $(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3) = \left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

$\therefore \quad (1^3 + 2^3 + 2^3 + \ldots + 15^3) = \left(\dfrac{15\times16}{2}\right)^2 = (120)^2 = 14400$.

39. $(1^3+2^3+3^3+...+15^3)-(1+2+3+...+15) = \left(\frac{15\times16}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\times15\times16$

$= (120)^2 - 120 = (14400-120) = 14280.$

40. $(2^2+4^2+6^2+...+20^2) = (1\times2^2+2^2\times2^2+3^2\times2^2+...+10^2\times2^2)$

$= 2^2(1^2+2^2+3^2+...+10^2) = \left(4\times\frac{10\times11\times21}{6}\right) = 1540.$

41. यहाँ $a = 100,\ d = -5$ तथा $S_n = 975$.

$S_n = \frac{n}{2}\times[2a+(n-1)d] \Rightarrow \frac{n}{2}\times[2\times100+(n-1)\times(-5)] = 975$

$\Rightarrow \frac{n}{2}\times(205-5n) = 975 \Rightarrow 5n^2-205n+1950 = 0$

$\Rightarrow n^2-41n+390 = 0 \Rightarrow n^2-26n-15n+390 = 0$

$\Rightarrow n(n-26)-15(n-26) = 0 \Rightarrow (n-26)(n-15) = 0 \Rightarrow n = 15.\ [\because n \neq 26]$

अभीष्ट समय = 15 वर्ष.

42. कुल लट्ठों की संख्या $= 1+2+3+...+15 = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{15\times16}{2} = 120.$

43. माना इनकी आयु क्रमशः 7 वर्ष, $7\frac{1}{4}$ वर्ष, $7\frac{1}{2}$ वर्ष, ... हैं.

$\therefore\quad a = 7,\ d = \frac{1}{4}$ तथा $S_n = 250$.

$S_n = \frac{n}{2}\times[2a+(n-1)d] \Rightarrow \frac{n}{2}\times\left[2\times7+(n-1)\times\frac{1}{4}\right] = 250$

$\Rightarrow \frac{n}{8}\times[56+(n-1)] = 250 \Rightarrow n(n+55) = 2000$

$\Rightarrow n^2+55n-2000 = 0 \Rightarrow n^2+80n-25n-2000 = 0$

$\Rightarrow n(n+80)-25(n+80) = 0 \Rightarrow (n+80)(n-25) = 0 \Rightarrow n = 25.$

क्लब के सदस्यों की संख्या = 25.

44. अभीष्ट संख्या $= 2(1+2+3+...+12) = \left(2\times\frac{12\times13}{2}\right) = 156.$

45. कुल ऋण = 3600 रु०. अदा किया गया ऋण $= \left(3600\times\frac{2}{3}\right)$ रु० = 2400 रु०.

माना किस्तों के मान $a,\ a+d,\ a+2d, ...$ हैं. तब

$S_{30} = 2400 \Rightarrow \frac{30}{2}\times[2a+(30-1)d] = 2400 \Rightarrow 2a+29d = 160$ ...(*i*)

$S_{40} = 3600 \Rightarrow \frac{40}{2}\times[2a+(40-1)d] = 3600 \Rightarrow 2a+39d = 180$ ...(*ii*)

$(10d = 20 \Rightarrow d = 2)$. अब (*i*) में $d = 2$ रखने पर $a = 51$.

$T_8 = (a+7d) = (51+7\times2) = 65.$

$\therefore$ 8 वीं किस्त = 65 रु०.

46. माना अभीष्ट मूल्य = a रु०. तब $d = 400,\ n = 8$ तथा $S_n = 48000$.

$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d] \Rightarrow \frac{8}{2}\times[2a+7\times400] = 48000 \Rightarrow 2a+2800 = 12000 \Rightarrow 2a = 9200 \Rightarrow a = 4600.$

अभीष्ट मूल्य = 4600 रु०.

47. बैक्टेरिया की संख्या है क्रमशः 1000, 2000, 4000, ..., 512000.

यह एक गुणोतर श्रेढ़ी है जिसमें $a = 1000,\ r = 2$ तथा $T_n = 512000$.

$T_n = ar^{n-1} \Rightarrow 1000\times2^{n-1} = 512000 \Rightarrow 2^{n-1} = 512 = 2^9 \Rightarrow n-1 = 9.$

अभीष्ट समय = (2×9) मिनट = 18 मिनट.