অধ্যায় ৬

বৈখিক অসমিকা
(LINEAR INEQUALITIES)

❖ *Mathematics is the art of saying many things in many different ways. – MAXWELL* ❖

6.1 অৱতাৰণা (Introduction)

আগৰ অধ্যায়বোৰত আমি এটা চলক বিশিষ্ট আৰু দুটা চলক বিশিষ্ট সমীকৰণ সম্বন্ধে অধ্যয়ন কৰিছোঁ। ব্যাৱহাৰিক জীৱনৰ কিছুমান সমস্যাক সমীকৰণৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰি সমাধান কৰিছোঁ। স্বাভাৱিকতে এটা প্ৰশ্ন উপজে, 'ব্যাৱহাৰিক জীৱনৰ প্ৰতিটো সমস্যাক সমীকৰণৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিব পাৰিনে?' উদাহৰণস্বৰূপে, তোমালোকৰ শ্ৰেণীৰ সকলোবোৰ ছাত্ৰৰ উচ্চতা 160 ছেমিতকৈ কম। তোমালোকৰ শ্ৰেণী-কক্ষত অতি বেছি 60 খন মেজ বা চকী বা দুয়োবিধ ধৰে। ইয়াত আমি "$<$" (অমুকতকৈ সৰু) "$>$" (অমুকতকৈ ডাঙৰ) "$\leq$" (অমুকতকৈ সৰু বা সমান), "$\geq$" (অমুকতকৈ ডাঙৰ বা সমান) আদি প্ৰতীকযুক্ত কিছুমান উক্তি পাওঁ। এইবোৰক **অসমিকা** বোলে।

এই অধ্যায়ত আমি, এটা আৰু দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক অসমিকা সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম। বিজ্ঞান, গণিত, পৰিসংখ্যাবিজ্ঞান, অনুকূলতম সমস্যা, অৰ্থবিজ্ঞান, মনস্তত্ত্ব আদিৰ সমস্যা সমাধানত অসমিকাৰ অধ্যয়ন অতি দৰকাৰী।

6.2 অসমিকা (Inequalities)

তলৰ পৰিস্থিতি দুটা লক্ষ্য কৰা হ'ল।

(i) 200 টকা লৈ চাউল কিনিবলৈ ৰবি বজাৰলৈ গ'ল। এক কেজিৰ পেকেট হিচাপে চাউল বিক্ৰী কৰা হয়। এক পেকেট চাউলৰ দাম 30 টকা। ধৰা হ'ল তেওঁ x পেকেট চাউল কিনিলে। গতিকে তেওঁৰ $30x$ টকা খৰচ হ'ল। যিহেতু তেওঁ চাউল পেকেট হিচাপেহে কিনিব লাগে, গতিকে তেওঁ আটাইখিনি ধন অৰ্থাৎ 200 টকা খৰচ কৰিব নোৱাৰে (কিয়?)। গতিকে

$$30\,x < 200 \qquad \dots (1)$$

স্পষ্টতঃ (1) নম্বৰ উক্তিটো সমীকৰণ নহয়, কিয়নো ইয়াত সমতাৰ চিন (=) ব্যৱহাৰ কৰা হোৱা নাই।

(ii) ৰেশমাৰ হাতত 120 টকা আছে আৰু তেওঁ কেইখনমান ৰেজিষ্টাৰ আৰু কলম কেইটামান কিনিব। এটা ৰেজিষ্টাৰৰ দাম 40 টকা আৰু এটা কলমৰ দাম 20 টকা। ধৰা হ'ল ৰেশমাই x টা ৰেজিষ্টাৰ আৰু y টা কলম কিনিলে। গতিকে তেওঁ মুঠতে $(40\,x + 20\,y)$ টকা খৰচ কৰিলে। আৰু সেয়ে আমি পালোঁ

$$40\,x + 20y \leq 120, \qquad \dots (2)$$

কিয়নো এই ক্ষেত্ৰত মুঠতে 120 টকা পৰ্য্যন্ত খৰচ কৰিব পাৰে। মন কৰিবলগীয়া যে (2) নম্বৰ উক্তিটো দুটা উক্তিৰে গঠিত

$$40\,x + 20y < 120 \qquad \dots (3)$$

আৰু

$$40\,x + 20y = 120 \qquad \dots (4)$$

(3) নম্বৰ উক্তিটো সমীকৰণ নহয়; অৰ্থাৎ এইটো এটা অসমিকা। (4) নম্বৰ উক্তিটো এটা সমীকৰণ।

সংজ্ঞা 1 ‘$<$’ ‘$>$’ ‘$\leq$’ ‘$\geq$’ প্ৰতীকৰদ্বাৰা সংযুক্ত দুটা বাস্তৱ সংখ্যাই বা দুটা বীজগণিতীয় ৰাশিয়ে একোটা **অসমিকা** গঠন কৰে।

ওপৰৰ (1), (2) আৰু (3) উক্তিকেইটা অসমিকা।

$3 < 5$; $7 > 5$ আদি সাংখ্যিক অসমিকাৰ (numerical inequalities) উদাহৰণ।

$x < 5$; $y > 2$; $x \geq 3$; $y \leq 4$ আক্ষৰিক অসমিকাৰ (literal inequalities) কেইটামান উদাহৰণ।

$3 < 5 < 7$ (পঢ়োঁতে 5 , 3 তকৈ ডাঙৰ আৰু 7 তকৈ সৰু 5, is greater than 3 and less than 7 বুলি পঢ়া হয়), $3 \leq x < 5$ (পঢ়োঁতে, x, 3 তকৈ ডাঙৰ বা সমান আৰু 5 তকৈ সৰু , x is greater than or equal to 3 and less than 5 বুলি পঢ়া হয়) আৰু $2 < y \leq 4$ দ্বিঅসমিকাৰ (double inequalities) উদাহৰণ।

অসমিকাৰ আৰু কেইটামান উদাহৰণ তলত দিয়া হ'ল

$$ax + b < 0 \quad \dots (5)$$

$$ax + b > 0 \quad \dots (6)$$

$$ax + b \leq 0 \quad \dots (7)$$

$$ax + b \geq 0 \quad \dots (8)$$

$$ax + by < c \quad \dots (9)$$

$$ax + by > c \quad \dots (10)$$

$$ax + by \leq c \quad \dots (11)$$

$$ax + by \geq c \quad \dots (12)$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0 \quad \dots (13)$$

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad \dots (14)$$

(5), (6), (9), (10) আৰু (14) অসমিকাকেইটা পূৰ্ণ অসমিকা (strict inequalities)। আকৌ (7), (8), (11), (12)আৰু (13) অসমিকা কেইটা শিথিল অসমিকা (slack inequalities)। (5) নম্বৰৰ পৰা (8) নম্বৰলৈ অসমিকাকেইটা এটা চলক x অৰ বৈখিক অসমিকা (linear inequalities), য'ত $a \neq 0$ ।(9) নম্বৰৰ পৰা (12) নম্বৰলৈ অসমিকা কেইটা দুটা চলক x আৰু y ৰ বৈখিক অসমিকা $a \neq 0$, $b \neq 0$ ।

(13) আৰু (14) অসমিকা দুটা বৈখিক নহয় (দৰাচলতে এই দুটা চলক x অৰ দ্বিঘাত অসমিকা, $a \neq 0$) এই অধ্যায়ত আমাৰ আলোচনা এটা চলক আৰু দুটা চলকৰ বৈখিক অসমিকাত সীমাৱদ্ধ থাকিব।

6.3. এটা চলকৰ বৈখিক অসমিকাৰ বীজগণিতীয় সমাধান আৰু তাৰ লৈখিক প্ৰদৰ্শন (Algebraic solutions of Linear Inequalities in one variable and their Graphical Representation)

6.2 অনুচ্ছেদৰ (1) নম্বৰ অসমিকাটো লোৱা হ'ল। অসমিকাটো হ'ল $30x < 200$.

ইয়াত x এ চাউলৰ পেকেটৰ সংখ্যা বুজাইছে।

স্পষ্টতঃ, x ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা বা ভগ্নাংশ হব নোৱাৰে। অসমিকাটোৰ বাওঁপক্ষ হ'ল $30x$ আৰু সোঁপক্ষ 200. গতিকে আমি পাম

$x = 0$ ৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30(0) = 0 < 200$ (সোঁপক্ষ), সত্য

$x = 1$ অৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30(1) = 30 < 200$ (সোঁপক্ষ), সত্য

$x = 2$ ৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30\ (2) = 60 < 200$, সত্য

$x = 3$ ৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30\ (3) = 90 < 200$, সত্য

$x = 4$ অৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30\ (4) = 120 < 200$, সত্য

$x = 5$ অৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30\ (5) = 150 < 200$, সত্য

$x = 6$ অৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30\ (6) = 180 < 200$, সত্য

$x = 7$ অৰ বাবে, বাওঁপক্ষ $= 30\ (7) = 210 > 200$, অসত্য

ইয়াৰপৰা দেখা গ'ল যে x অৰ যিবোৰ মানে অসমিকাটো সত্য উক্তিত পৰিণত কৰে, সেইবোৰ হ'ল 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6। x অৰ এই মানবোৰক, যিবোৰে অসমিকাটোক সত্য উক্তিত পৰিণত কৰে, অসমিকাটোৰ সমাধান (solutions) বোলে আৰু $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ সংহতিটোক সমাধান সংহতি (solution set) বোলে।

এনেদৰে, এটা চলকৰ এটা অসমিকাৰ সমাধান হ'ল চলকটোৰ এটা মান যিটোৱে অসমিকাটো সত্য উক্তিত পৰিণত কৰে।

ওপৰৰ অসমিকাটোৰ সমাধান আমি trial and error methodঅৰ সহায়ত উলিয়াইছোঁ। ই সিমান সুবিধাজনক নহয়। এই পদ্ধতিত সময়ো লাগে বেছি, কেতিয়াবা সম্ভৱো নহয়। গতিকে অসমিকা সমাধানৰ বাবে ভাল বা প্ৰণালীবদ্ধ পদ্ধতিৰ প্ৰয়োজন। তাৰ আগেয়ে সাংখ্যিক অসমিকাৰ কেইটামান ধৰ্ম উল্লেখ কৰা ভাল হ'ব। অসমিকা সমাধানৰ বাবে এই ধৰ্মকেইটা বিধি হিচাপে লোৱা হ'ব। মন কৰিবা যে ৰৈখিক সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে আমি তলৰ বিধি দুটা ব্যৱহাৰ কৰিছিলোঁ।

বিধি 1 সমীকৰণ এটাৰ দুয়ো পক্ষৰ লগত (বা দুয়ো পক্ষৰপৰা) একেটা সংখ্যা যোগ (বা বিয়োগ) কৰিব পাৰি।

বিধি 2 সমীকৰণ এটাৰ দুয়ো পক্ষক একেটা অশূন্য সংখ্যাৰে পূৰণ (বা হৰণ) কৰিব পাৰি।

অসমিকা সমাধানৰ ক্ষেত্ৰতো আমি একেবোৰ বিধিকে প্ৰয়োগ কৰিম। মাত্ৰ 2 নম্বৰ বিধিটোত মন কৰিবা যে যদি অসমিকাটোৰ দুয়োফালক এটা ঋণাত্মক সংখ্যাৰে পূৰণ (বা হৰণ) কৰা হয় তেন্তে অসমিকাৰ চিনটো সলনি হয় (অৰ্থাৎ $<$ ৰ ঠাইত $>$ হয়, অথবা $\leq$ ৰ ঠাইত $\geq$ হ'ব)

স্পষ্টতঃ $3 > 2$, আনহাতে $-3 < -2$

$-8 < -7$, আনহাতে $(-8)\ (-2) > (-7)\ (-2)$, অৰ্থাৎ $16 > 14$

এনেদৰে, অসমিকা সমাধানৰ বাবে আমি তলৰ বিধি দুটা উল্লেখ কৰিলোঁ।

বিধি 1 অসমিকা এটাৰ দুয়ো পক্ষৰ লগত (বা দুয়ো পক্ষৰপৰা) একেটা সংখ্যা যোগ (বা বিয়োগ) কৰিব পাৰি আৰু ইয়াৰ ফলত অসমিকাৰ চিনৰ কোনো সাল-সলনি নহয়।

বিধি 2 অসমিকা এটাৰ দুয়োপক্ষক একেটা ধনাত্মক সংখ্যাৰে পূৰণ (বা হৰণ) কৰিব পাৰি। কিন্তু যদি অসমিকাটোৰ দুয়ো পক্ষক এটা ঋণাত্মক সংখ্যাৰে পূৰণ বা হৰণ কৰা হয়, তেনেহ'লে অসমিকাৰ চিন সলনি হয়।

এতিয়া, তলৰ উদাহৰণকেইটা লোৱা হ'ল।

উদাহৰণ 1 $30\,x < 200$ সমাধান কৰাঁ যেতিয়া

(i) x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা, (ii) x এটা অখণ্ড সংখ্যা।

সমাধান দিয়া আছে $30\,x < 200$

বা $\frac{30x}{30} < \frac{200}{30}$ (বিধি 2) অৰ্থাৎ $x < \frac{20}{3}$

(i) যদি x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা, তেনেহ'লে x অৰ তলৰ মানবোৰৰ বাবে উক্তিটো সত্য হ'ব

1, 2, 3, 4, 5, 6

গতিকে অসমিকাটোৰ সমাধান-সংহতি হ'ল

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(ii) যদি x এটা অখণ্ড সংখ্যা, প্ৰদত্ত অসমিকাটোৰ সমাধান হ'ব

$....., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

অসমিকাটোৰ সমাধান সংহতি হ'ল

$\{....., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

উদাহৰণ 2 $5x - 3 < 3x + 1$ সমাধান কৰাঁ যেতিয়া

(i) x এটা অখণ্ড সংখ্যা, (ii) x এটা বাস্তৱ সংখ্যা

সমাধান দিয়া আছে $5x - 3 < 3x + 1$

বা $5x - 3 + 3 < 3x + 1 + 3$ (বিধি 1)

বা $5x < 3x + 4$

বা $5x - 3x < 3x + 4 - 3x$ (বিধি 1)

বা $2x < 4$

বা $x < 2$ (বিধি 2)

(i) যদি x এটা অখণ্ড সংখ্যা, প্ৰদত্ত অসমিকাটোৰ সমাধান হ'ল

$......, -4, -3, -2, -1, 0, 1$

(ii) যদি x এটা বাস্তৱ সংখ্যা, অসমিকাটোৰ সমাধান হ'ব $x < 2$ অৰ্থাৎ 2 তকৈ সৰু সকলো বাস্তৱ সংখ্যা x.
গতিকে অসমিকাটোৰ সমাধান সংহতি হ'ল $x \in (-\infty, 2)$।

আমি স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিত, অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিত আৰু বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতিত অসমিকাৰ সমাধান উলিয়াইছোঁ। ইয়াৰ পিছত, বিশেষভাৱে উল্লেখ কৰা নাথাকিলে, এই অধ্যায়ত আমি অসমিকাৰ সমাধান বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতিত উলিয়াম।

উদাহৰণ 3 সমাধান কৰাঁ $4x + 3 < 6x + 7$

সমাধান দিয়া আছে, $4x + 3 < 6x + 7$

বা $4x - 6x < 6x + 4 - 6x$

বা $-2x < 4$

বা $x > -2$

অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত অসমিকাটোৰ সমাধান হ'ল -2 তকৈ ডাঙৰ সকলো বাস্তৱ সংখ্যা। গতিকে, সমাধান সংহতিটো হ'ল $(-2, \infty)$

উদাহৰণ 4 সমাধান কৰাঁ $\frac{5-2x}{3} \le \frac{x}{6} - 5$

সমাধান দিয়া আছে,

$$\frac{5-2x}{3} \le \frac{x}{6} - 5$$

বা $2(5-2x) \le x-30$

বা $10-4x \le x-30$

বা $-5x \le -40$ অৰ্থাৎ $x \ge 8$

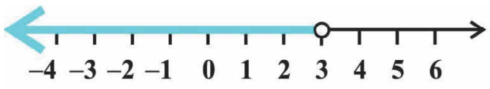
অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত অসমিকাটোৰ সমাধান হ'ল 8 তকৈ ডাঙৰ বা সমান সকলো বাস্তৱ সংখ্যা অৰ্থাৎ $x \in [8,\infty)$

উদাহৰণ 5 সমাধান কৰা $7x+3 < 5x+9$. সংখ্যা-ৰেখাত সমাধানৰ লেখ দেখুওৱাঁ।

সমাধান দিয়া আছে, $7x+3 < 5x+9$ বা

$2x < 6$ বা $x < 3$

চিত্ৰ 6.1 অত সমাধান লৈখিকভাৱে দেখুওৱাঁ হৈছে।



চিত্ৰ 6.1

উদাহৰণ 6 সমাধান কৰা $\frac{3x-4}{2} \ge \frac{x+1}{4} - 1$. সংখ্যা-ৰেখাত সমাধানৰ লেখ দেখুওৱাঁ।

সমাধান দিয়া আছে

$$\frac{3x-4}{2} \ge \frac{x+1}{4} - 1$$

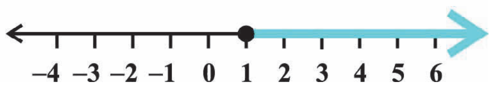
বা $\frac{3x-4}{2} \ge \frac{x-3}{4}$

বা $2(3x-4) \ge (x-3)$

বা $6x-8 \ge x-3$

বা $5x \ge 5$ বা $x \ge 1$

চিত্ৰ 6.2 ত সমাধান লৈখিকভাৱে দেখুওৱাঁ হৈছে।



চিত্ৰ 6.2

উদাহৰণ 7 একাদশ শ্ৰেণীৰ এজন ছাত্ৰই প্ৰথম আৰু দ্বিতীয় টাৰ্মিনেল পৰীক্ষাত পোৱা গুণাংক ক্ৰমে 62 আৰু 48. গড়ে অন্ততঃ 60 গুণাংক পাবলৈ হ'লে তেওঁ বছৰেকীয়া পৰীক্ষাত সৰ্বনিম্ন কিমান গুণাংক পাব লাগিব উলিওৱাঁ।

সমাধান ধৰা হ'ল বছৰেকীয়া পৰীক্ষাত ছাত্ৰজনে x গুণাংক পালে। গতিকে

$$\frac{62+48+x}{3} \ge 60$$

বা $110 + x \geq 180$

বা $x \geq 70$

গতিকে গড়ে অন্ততঃ 60 গুণাংক পাবলৈ হ'লে ছাত্ৰজনে সৰ্বনিম্ন 70 গুণাংক পাব লাগিব।

উদাহৰণ 8 ক্ৰমিক অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোৰ এটাৰ প্ৰত্যেকেই 10 অতকৈ ডাঙৰ আৰু সিহঁতৰ যোগফল 40 অতকৈ সৰু। এনেধৰণৰ সকলোবোৰ যোৰ উলিওৱাঁ।

সমাধান ধৰা হ'ল অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা দুটাৰ সৰুটো x . গতিকে আনটো $x + 2$.সেয়ে আমি পালো

$x > 10$ ... (1)

আৰু $x + (x + 2) < 40$ ... (2)

(2) সমাধান কৰি আমি পালোঁ

$2x + 2 < 40$

অৰ্থাৎ $x < 19$ ... (3)

(1) আৰু (3) ৰ পৰা

$10 < x < 19$

যিহেতু x এটা অযুগ্ম সংখ্যা, গতিকে x অৰ মানবোৰ হ'ব 11, 13, 15, আৰু 17. গতিকে নিৰ্ণেয় যোৰবোৰ হ'ল (11, 13), (13, 15), (15, 17), (17, 19)

অনুশীলনী 6.1

1. সমাধান কৰাঁ $24x < 100$, যেতিয়া
   (i) x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা, (ii) x এটা অখণ্ড সংখ্যা
2. সমাধান কৰাঁ $-12x > 30$, যেতিয়া
   (i) x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা, (ii) x এটা অখণ্ড সংখ্যা
3. সমাধান কৰাঁ $5x - 3 < 7$, যেতিয়া
   (i) x এটা অখণ্ড সংখ্যা, (ii) x এটা বাস্তৱ সংখ্যা
4. সমাধান কৰাঁ $3x + 8 > 2$, যেতিয়া
   (i) x এটা অখণ্ড সংখ্যা, (ii) x এটা বাস্তৱ সংখ্যা

5অৰ পৰা 16 নম্বৰলৈ অসমিকাবোৰ বাস্তৱ সংখ্যা x অৰ বাবে সমাধান কৰাঁ।

5. $4x + 3 < 5x + 7$
6. $3x - 7 > 5x - 1$
7. $3(x - 1) \leq 2(x - 3)$
8. $3(2 - x) \geq 2(1 - x)$
9. $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 11$
10. $\frac{x}{3} > \frac{x}{2} + 1$
11. $\frac{3(x-2)}{5} \leq \frac{5(2-x)}{3}$
12. $\frac{1}{2}\left(\frac{3x}{5} + 4\right) \geq \frac{1}{3}(x - 6)$

13. $2(2x+3)-10<6(x-2)$

14. $37-(3x+5)\geq 9x-8(x-3)$

15. $\frac{x}{4}<\frac{(5x-2)}{3}-\frac{(7x-3)}{5}$

16. $\frac{(2x-1)}{3}\geq\frac{(3x-2)}{4}-\frac{(2-x)}{5}$

17 অৰ পৰা 20 লৈ অসমিকাবোৰ সমাধান কৰাঁ আৰু প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰতে সংখ্যা-ৰেখাত সমাধান দেখুওৱাঁ।

17. $3x-2<2x+1$

18. $5x-3\geq 3x-5$

19. $3(1-x)<2(x+4)$

20. $\frac{x}{2}\geq\frac{(5x-2)}{3}-\frac{(7x-3)}{5}$

21. ৰবিয়ে প্ৰথম দুটা ইউনিট টেষ্টত 70 আৰু 75 গুণাংক পালে। গড়ে অন্ততঃ 60 গুণাংক পাবলৈ হ'লে তেওঁ তৃতীয়টো টেষ্টত সৰ্বনিম্ন কিমান গুণাংক পাব লাগিব?

22. এটা পাঠ্যক্ৰমত A গ্ৰেড পাবলৈ হ'লে পাঁচটা পৰীক্ষাত (প্ৰতিটোৰে 100 গুণাংককৈ) এজন বিদ্যাৰ্থীয়ে গড়ে 90 গুণাংক বা ততোধিক পাব লাগে। প্ৰথম চাৰিটা পৰীক্ষাত সুনীতাৰ গুণাংক হ'ল 87, 92, 94 আৰু 95। পাঠ্যক্ৰমটোত A গ্ৰেড পাবলৈ হ'লে পঞ্চম পৰীক্ষাটোত সৰ্বনিম্ন কিমান গুণাংক পাব লাগিব?

23. অযুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোৰ এটাৰ প্ৰত্যেকেই 10 তকৈ সৰু আৰু সিহঁতৰ যোগফল 11 অতকৈ ডাঙৰ। এনেধৰণৰ সকলোবোৰ যোৰ উলিওৱাঁ।

24. ক্ৰমিক যুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোৰ এটাৰ প্ৰত্যেকেই 5 অতকৈ ডাঙৰ আৰু সিহঁতৰ যোগফল 23 তকৈ সৰু। এনেধৰণৰ সকলোবোৰ যোৰ উলিওৱাঁ।

25. এটা ত্ৰিভুজৰ দীৰ্ঘতম বাহুটো, হ্ৰস্বতম বাহুটোৰ তিনিগুণ। তৃতীয় বাহুটো দীৰ্ঘতম বাহুটোতকৈ 2 ছেমি চুটি। যদি ত্ৰিভুজটোৰ পৰিসীমা অন্ততঃ 61 ছেমি হয়, তেনেহ'লে হ্ৰস্বতম বাহুটোৰ সৰ্বনিম্ন দৈৰ্ঘ্য উলিওৱাঁ।

26. 91 ছেমি দীঘল এখন ব'ৰ্ডৰপৰা এজন মানুহে তিনিটা খণ্ড কৰিব বিচাৰিলে। দ্বিতীয় খণ্ডৰ দৈৰ্ঘ্য হ্ৰস্বতম খণ্ডতকৈ 3 ছেমি বেছি দীঘল আৰু তৃতীয় খণ্ডৰ দৈৰ্ঘ্য হ্ৰস্বতম খণ্ডৰ দৈৰ্ঘ্যৰ দুগুণ। যদি তৃতীয় খণ্ডৰ দৈৰ্ঘ্য দ্বিতীয় খণ্ডতকৈ অন্ততঃ 5 ছেমি বেছি দীঘল হয়, তেনেহলে হ্ৰস্বতম ব'ৰ্ডৰ সম্ভাব্য দৈৰ্ঘ্য কিমান?

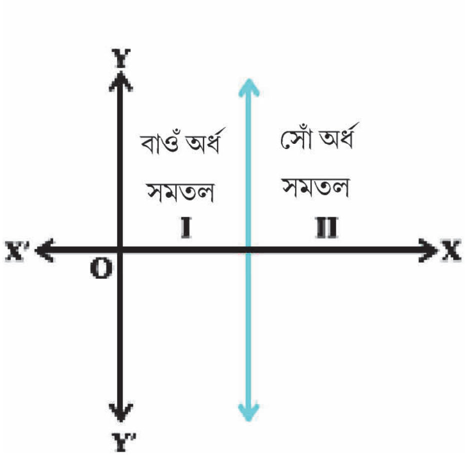
[ইংগিত ঃ হ্ৰস্বতম ব'ৰ্ডৰ দৈৰ্ঘ্য x হ'লে, দ্বিতীয় আৰু তৃতীয় ব'ৰ্ডৰ দৈৰ্ঘ্য ক্ৰমে $x+3$ আৰু $2x$. গতিকে $x+(x+3)+2x\leq 91$ আৰু $2x\geq(x+3)+5$]

6.4 দুটা চলকৰ ৰৈখিক অসমিকাৰ লৈখিক সমাধান

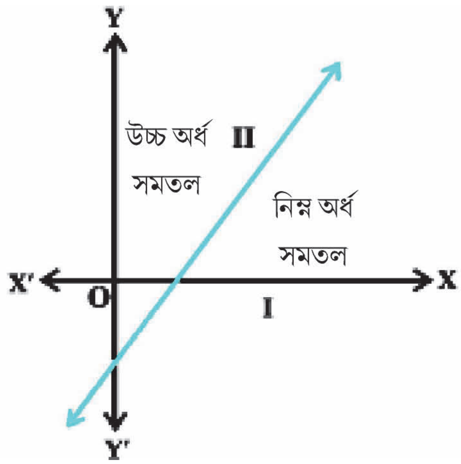
Graphical Solution of Linear Inequalities in Two Variables)

আগৰ অনুচ্ছেদত আমি পাই আহিছোঁ যে এটা চলকৰ অসমিকাৰ লেখ এটা চাক্ষুষ প্ৰদৰ্শন। অসমিকাৰ সমাধান প্ৰদৰ্শনৰ ই এটা সুবিধাজনক উপায়। এতিয়া আমি দুটা চলকৰ ৰৈখিক অসমিকাৰ লেখ সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম।

আমি জানো যে ৰেখা এডালে কাৰ্টেজীয় সমতল খনক দুটা অংশত ভাগ কৰে। প্ৰতিটো অংশক অৰ্ধ-সমতল বুলি কোৱা হয়। এডাল উল্লম্বৰেখাই সমতলখনক বাওঁ আৰু সোঁ অৰ্ধসমতলত ভাগ কৰিব আৰু এডাল অউল্লম্ব ৰেখাই সমতলখনক নিম্ন আৰু উচ্চ অৰ্ধ সমতলত ভাগ কৰিব। (চিত্ৰ 6.3 আৰু 6.4)



চিত্ৰ 6.3



চিত্ৰ 6.4

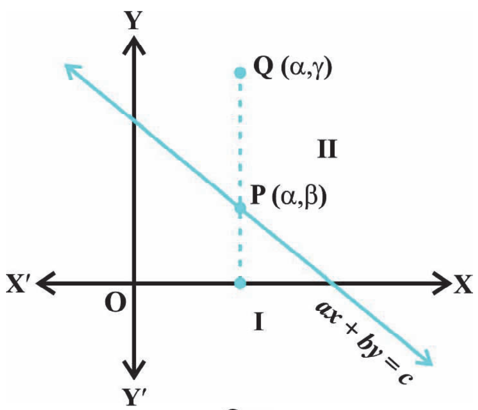
কাৰ্টেজীয় সমতলখনৰ যিকোনো বিন্দু ৰেখা এডালত থাকিব নতুবা অৰ্ধ-সমতল I বা II ত থাকিব। এতিয়া আমি সমতলৰ বিন্দুবোৰৰ আৰু $ax + by < c$ বা $ax + by > c$ অসমিকাৰ মাজৰ সম্বন্ধবোৰৰ বিষয়ে, যদিহে আছে, আলোচনা কৰিম।

$ax + by = c, \ a \neq 0, \ b \neq 0$ ৰেখাডাল লোৱা হ'ল।

এতিয়া তিনিটা সম্ভাৱনা আছে ঃ

(i) $ax + by = c$ (ii) $ax + by > c$ (iii) $ax + by < c$

(i) অৰ ক্ষেত্ৰত, (i) সিদ্ধ কৰা সকলো বিন্দু (x, y) তাৰ দ্বাৰা নিৰ্ণীত ৰেখাখণ্ড থাকিব আৰু বিপৰীতটোও সত্য। (ii) নম্বৰ সম্ভাৱনাটো লোৱা হ'ল। পোনতে আমি ধৰি ল'লোঁ যে $b>0. ax+by=c$ ৰেখা-ডালত $P(\alpha, \beta)$ বিন্দুটো লোৱা হ'ল, $b>0$ । গতিকে $a\alpha + b\beta = c$ । অৰ্ধ সমতল II ত স্বেচ্ছ বিন্দু $Q(\alpha, \gamma)$ লোৱা হ'ল। (চিত্ৰ 6.5)



চিত্ৰ 6.5

এতিয়া চিত্ৰ 6.5 অৰ পৰা

$\gamma > \beta$ (কিয়?)

বা $b\gamma > b\beta$ বা $a\alpha + b\gamma > a\alpha + b\beta$ (কিয়?)

বা $a\alpha + b\gamma > c$

অৰ্থাৎ $Q(\alpha, \gamma)$ বিন্দুটোৱে $ax + by > c$ অসমিকা সিদ্ধ কৰে।

দেখা গ'ল যে $ax + by = c$ ৰেখাৰ ওপৰৰ অৰ্ধ সমতলখনৰ সকলো বিন্দুৱে $ax + by > c$ অসমিকা সিদ্ধ কৰে। বিপৰীতক্ৰমে, $ax + by = c$ ৰেখাডালত (α, β) এটা বিন্দু আৰু $Q(\alpha, \gamma)$ এটা স্বেচ্ছ বিন্দু যাতে ই $ax + by > c$ সিদ্ধ কৰে।

গতিকে $a\alpha + b\gamma > c$

$\Rightarrow \quad a\alpha + b\gamma > a\alpha + b\beta$ (কিয়?)

$\Rightarrow \quad \gamma > \beta$ (যিহেতু $b > 0$)

ইয়াৰ পৰা এইটোৱেই প্ৰতীয়মান হয় যে (α, γ) বিন্দুটো অৰ্ধ-সমতল II ত আছে।

গতিকে দেখা গ'ল যে অৰ্ধ-সমতল II ৰ যিকোনো বিন্দুৱে $ax + by > c$ সিদ্ধ কৰে, আৰু বিপৰীতক্ৰমে $ax + by > c$ অসমিকা সিদ্ধ কৰা যিকোনো বিন্দু অৰ্ধ-সমতল IIত থাকিব।

সেইদৰে আমি দেখুৱাব পাৰিম যে যদি $b < 0$ হয়, $ax + by > c$ সিদ্ধ কৰা যিকোনো বিন্দু অৰ্ধ-সমতল I ত থাকিব আৰু বিপৰীতটোৱো সত্য।

গতিকে আমি দেখিলোঁ যে $ax + by > c$ সিদ্ধ কৰা সকলো বিন্দু অৰ্ধ-সমতল II ত থাকিব যদি $b > 0$ বা অৰ্ধ-সমতল I ত থাকিব যদি $b < 0$ আৰু বিপৰীতটোৱো সত্য হ'ব।

দেখা গ'ল যে $ax + by > c$ অসমিকাৰ লেখ অৰ্ধ-সমতল দুখনৰ এখন। ইয়াক সমাধান-অংশ (Solution region) বুলি কোৱা হয়। অনুৰূপ অৰ্ধ-সমতলখন বোলাই ইয়াক বুজোৱা হয়।

টোকা 1. এটা অসমিকাৰ সকলোবোৰ সমাধান যিটো অংশত থাকে, সেইটো অংশক সমাধান অংশ বোলে।

2. অৰ্ধ-সমতলখন নিৰ্ণয় কৰিবলৈ হ'লে, ৰেখাডালত নথকা যিকোনো বিন্দু (a, b) ল'ব লাগে। এই বিন্দুটোৱে অসমিকাটো সিদ্ধ কৰেনে নাই চাব লাগে। যদি সিদ্ধ কৰে, তেনেহ'লে অসমিকাটোৱে অৰ্ধ-সমতলখন বুজায় আৰু এই অংশটো বোলাই পেলাব লাগে। অন্যথা, অসমিকাটোৱে সেই অৰ্ধ-সমতলখন বুজাব য'ত ইয়াৰ ভিতৰত থকা বিন্দুটো নাই। সুবিধাৰ বাবে (0, 0) বিন্দুটো লোৱা হয়।

3. যদি অসমিকা $ax + by \geq c$ বা $ax + by \leq c$ আকৃতিৰ হয়, তেনেহ'লে $ax + by = c$ ৰেখাডালত থকা বিন্দুবোৰো সমাধান অংশত থাকিব। গতিকে সমাধান অংশত এডাল ডাঠ ৰেখা টনা হয়।

4. যদি অসমিকা $ax + by > c$ বা $ax + by < c$ আকৃতিৰ হয়, তেনেহ'লে $ax + by = c$ ৰেখাডালত থকা বিন্দুবোৰ সমাধান অংশত নাথাকে। গতিকে সমাধান অংশত খণ্ডিত বা ডট্‌যুক্ত ৰেখা টনা হয়।

অনুচ্ছেদ 6.2 ত আমি দুটা চলক x আৰু y ৰ তলত দিয়া অসমিকাটো পাইছিলোঁ ঃ

$$4x + 20y \leq 120 \quad \ldots (1)$$

ৰেশমাই ৰেজিষ্টাৰ আৰু কলম কিনা সমস্যাটোক এনেদৰে প্ৰকাশ কৰা হৈছিল।

এতিয়া আমি অসমিকাটো সমাধান কৰিবলৈ চেষ্টা কৰোঁ। মনত ৰাখিব লাগিব যে ইয়াত x আৰু y পূৰ্ণ সংখ্যা (whole numbers), কিয়নো ৰেজিষ্টাৰ বা কলমৰ সংখ্যা ভগ্নাংশ বা ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে। এই ক্ষেত্ৰত আমি x আৰু y ৰ যোৰ উলিয়াওঁ যিবোৰৰ বাবে (1) নম্বৰ উক্তিটো সত্য হয়। এই যোৰবোৰেই হ'ব (1) নম্বৰ অসমিকাৰ সমাধান-সংহতি।

পোনতে $x = 0$ লোৱা হ'ল। (1) ৰ বাওঁপক্ষটো হ'ব

$$40x + 20y = 40\,(0) + 20y = 20y$$

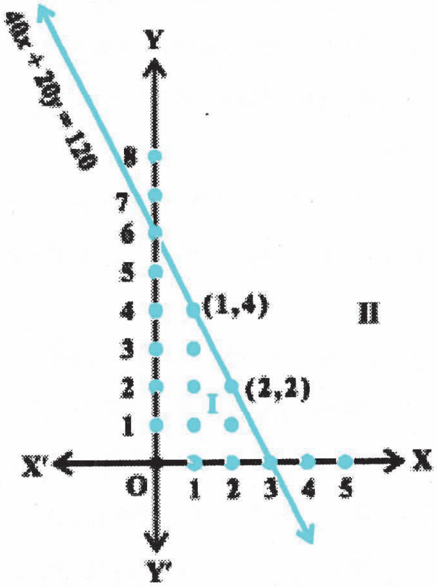
গতিকে আমি পালোঁ

$$20y \leq 120 \text{ বা } y \leq 6 \quad \ldots (2)$$

$x = 0$ ৰ বাবে y ৰ অনুৰূপ মানবোৰ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 হ'ব পাৰে। এই ক্ষেত্ৰত (1) অৰ সমাধানবোৰ হ'ব (0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (0,4), (0,5) আৰু (0,6)

সেইদৰে, যেতিয়া x =1, 2 আৰু 3, (1) অৰ আন সমাধানবোৰ হ'ব (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0)। চিত্ৰ 6.6 অত ইয়াক দেখুওৱা হৈছে।

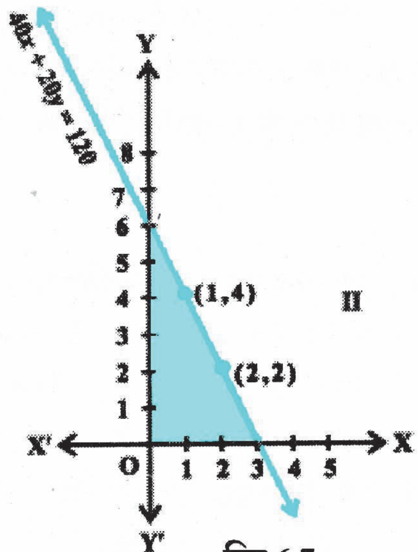
এতিয়া পূৰ্ণ সংখ্যাৰপৰা x আৰু y ৰ আদিক্ষেত্ৰ বাস্তৱ সংখ্যালৈ সম্প্ৰসাৰণ কৰা হ'ল। (1) ৰ সমাধান কি হয় সেয়া চোৱা যাওক। দেখিবলৈ পোৱা যাব যে সমাধানৰ লৈখিক পদ্ধতিয়েই সবাতোকৈ সুবিধাজনক। ইয়াৰ বাবে আমি অনুৰূপ সমীকৰণটো লওঁ আৰু $40x+20y=120$ সমীকৰণৰ লেখটো আকোঁ।



চিত্ৰ 6.6

(1) নম্বৰ অসমিকাৰ লেখটো আঁকিবলৈ হ'লে আমি অৰ্ধ-সমতল (I) ত এটা বিন্দু লওঁ। (0,0) বিন্দুটোকেই লোৱা হ'ল। x আৰু y ৰ মানে অসমিকাটো সিদ্ধ কৰেনে নাই চোৱা যাওক।

আমি দেখিলোঁ যে $x = 0, y = 0$ এ অসমিকাটো সিদ্ধ কৰে। গতিকে অৰ্ধ-সমতল I য়েই (চিত্ৰ 6.7) অসমিকাটোৰ লেখ। যিহেতু ৰেখাডালত থকা বিন্দুবোৰেও ওপৰৰ (1) নম্বৰ অসমিকাটো সিদ্ধ কৰে, ৰেখাডালো লেখটোৰ এটা অংশ।



চিত্ৰ 6.7

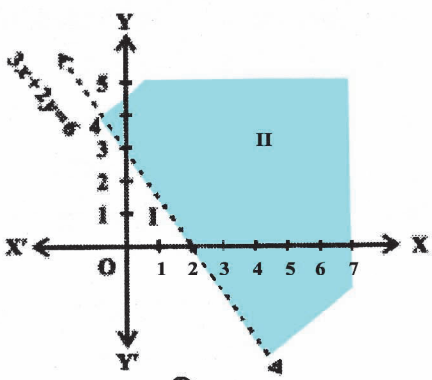
দেখা গ'ল যে প্ৰদত্ত অসমিকাটোৰ লেখ ৰেখাডালকে ধৰি অৰ্ধ-সমতল I. স্পষ্টতঃ, অৰ্ধ-সমতল II লেখৰ অন্তৰ্ভুক্ত নহয়। গতিকে লেখৰ সকলোবোৰ বিন্দুৱেই (ৰেখাডালকে ধৰি অৰ্ধ-সমতল I) অসমিকা (1) অৰ সমাধান।

এতিয়া আমি আন কিছুমান উদাহৰণ লওঁ। ইয়াৰপৰা দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক অসমিকা সমাধান কৰাৰ উপৰিউক্ত পদ্ধতিটো হৃদয়ংগম কৰাত সুবিধা হ'ব।

উদাহৰণ 9 $3x+2y > 6$ ৰ লৈখিকভাৱে সমাধান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

সমাধান চিত্ৰ 6.8 ত ডট্‌যুক্ত ৰেখা হিচাপে $3x+2y=6$ ৰ লেখ দিয়া হৈছে।

ৰেখাডালে xy সমতলক দুখন অৰ্ধ-সমতল I আৰু II ত ভাগ কৰিছে। ৰেখাডালত নথকা (0,0) বিন্দুটো লোৱা হ'ল। এই বিন্দুটো এখন অৰ্ধ-সমতলত থাকিব (চিত্ৰ 6.8)। এই বিন্দুটোৱে প্ৰদত্ত অসমিকাটো সিদ্ধ কৰেনে নাই চোৱা যাওক।



চিত্ৰ 6.8

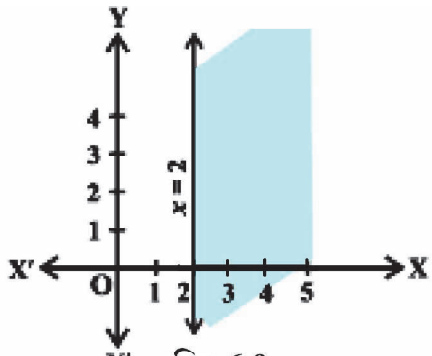
আমি দেখিলোঁ যে

$$3(0) + 2(0) > 6$$

বা $0 > 6$, যিটো অসত্য।

গতিকে প্ৰদত্ত অসমিকাৰ অৰ্ধ-সমতল I সমাধান অংশ হ'ব নোৱাৰে। স্পষ্টতঃ, ৰেখাডালত থকা কোনো বিন্দুৱেও প্ৰদত্ত অসমিকাটো সিদ্ধ

নকৰে। গতিকে ৰেখাডালত থকা বিন্দুবোৰ বাদ দি বোলোৰা অৰ্ধসমতল II য়েই হ'ব অসমিকাটোৰ সমাধান-অংশ।



চিত্ৰ 6.9

উদাহৰণ 10 দ্বিমাত্ৰিক সমতলত $3x-6\geq 0$ ৰ লৈখিকভাৱে সমাধান উলিওৱা।

সমাধান চিত্ৰ 6.9 অত $3x-6=0$ ৰ লেখ দিয়া হৈছে।

আমি (0,0) বিন্দুটো ল'লোঁ আৰু প্ৰদত্ত অসমিকাটোত বহুৱাই দেখিলোঁ যে

$3(0)-6\geq 0$ বা $-6\geq 0$, যিটো অসত্য।

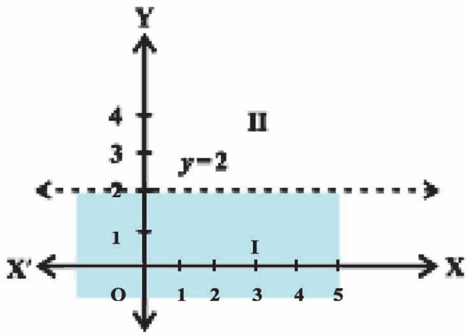
গতিকে x=2 ৰেখাডালৰ সোঁহাতৰ বোলোৱা অংশই হ'ব সমাধান অংশ।

উদাহৰণ 11 $y<2$ ৰ লৈখিকভাৱে সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান $y=2$ ৰ লেখ চিত্ৰ 6.10 ত দিয়া হৈছে।

নিম্ন অৰ্ধ-সমতল I ৰ (0,0) বিন্দুটো লোৱা হ'ল। প্ৰদত্ত অসমিকাটোত $y=0$ বহুৱাই আমি দেখিলোঁ যে $1\times 0<2$ বা $0<2$, যিটো সত্য।

গতিকে y =2 ৰেখাডালৰ তলৰ বোলোৱা অংশই হ'ব সমাধান-অংশ। অৰ্থাৎ ৰেখাডালত থকা বিন্দুবোৰ বাদ দি ৰেখাডালৰ তলৰ প্ৰতিটো বিন্দুৱে প্ৰদত্ত অসমিকাটোৰ সমাধান বুজায়।



চিত্ৰ 6.10

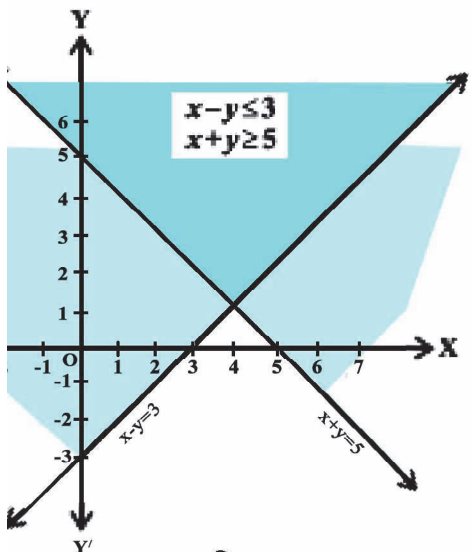
অনুশীলনী 6.2

দ্বিমাত্ৰিক সমতলত তলৰ অসমিকাবোৰৰ লৈখিকভাৱে সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

1. $x+y<5$
2. $2x+y\geq 6$
3. $3x+4y\leq 12$
4. $y+8\geq 2x$
5. $x-y\leq 2$
6. $2x-3y>6$
7. $-3x+2y\geq -6$
8. $3y-5x<30$
9. $y<-2$
10. $x>-3$

6.5 দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক অসমিকা-প্ৰণালীৰ সমাধান (Solution of System of Linear Inequalities in Two Variables)

আগৰ অনুচ্ছেদত এটা বা দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক অসমিকা লেখৰ সহায়েৰে কেনে ধৰণে সমাধান কৰিব লাগে, সেই বিষয়ে আমি শিকিছোঁ। এতিয়া আমি দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক অসমিকা-প্ৰণালী লেখৰ সহায়েৰে কেনে ধৰণে সমাধান কৰিব লাগে, সেয়া উদাহৰণসহ ব্যাখ্যা কৰিম।



চিত্ৰ 6.11

উদাহৰণ 12 তলৰ ৰৈখিক অসমিকা-প্ৰণালী লেখৰ সহায়েৰে সমাধান কৰাঁ।

$x+y\geq 5$ ... (1)

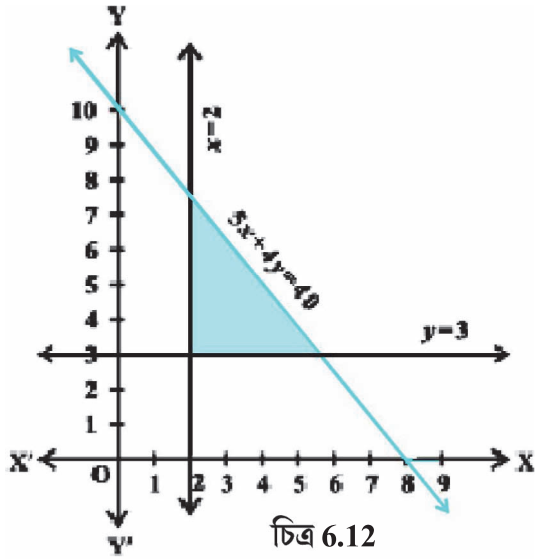
$x-y\leq 3$ ... (2)

সমাধান $x + y = 5$ ৰৈখিক সমীকৰণৰ লেখ অঁকা হ'ল (চিত্ৰ 6.11)

ৰেখাডালকে ধৰি $x + y = 5$ ৰেখাডালৰ ওপৰৰ বোলোৱা অংশই (1) নম্বৰ অসমিকাৰ সমাধান বুজায়।

একে অক্ষৰেখা লৈ $x - y = 3$ সমীকৰণৰ লেখ অঁকা হ'ল (চিত্ৰ 6.11)। ৰেখাডালকে ধৰি $x - y = 3$ ৰেখাডালৰ ওপৰৰ বোলোৱা অংশই (2) নম্বৰ অসমিকাৰ সমাধান বুজায়।

স্পষ্টতঃ এই দুয়োটা বোলোৱা অংশৰ উমৈহতীয়া অংশটোৱে অৰ্থাৎ দুবাৰকৈ বোলোৱা অংশটোৱে প্ৰদত্ত অসমিকা-প্ৰণালীৰ সমাধান বুজায়।



চিত্ৰ 6.12

উদাহৰণ 13 তলৰ অসমিকা-প্ৰণালী লৈখিকভাৱে সমাধান কৰাঁ।

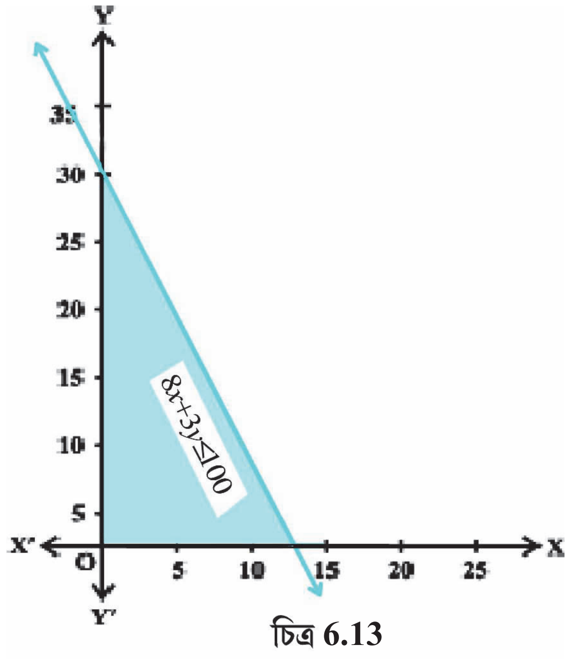
$5x + 4y \leq 40$ ... (1)

$x \geq 2$ ... (2)

$y \geq 3$ ... (3)

সমাধান পোনতে আমি $5x + 4y = 40$, $x = 2$ আৰু $y = 3$ ৰেখা তিনিডালৰ লেখ আঁকো। অসমিকা (1) এ $5x + 4y = 40$ ৰেখাডালৰ তলৰ বোলোৱা অংশ বুজায়। অসমিকা (2) এ $x = 2$ ৰেখাডালৰ সোঁহাতৰ বোলোৱা অংশ বুজায়। অসমিকা (3) এ $y = 3$ ৰেখাডালৰ ওপৰৰ বোলোৱা অংশ বুজায়। সেয়ে ৰেখাবোৰত থকা বিন্দুবোৰৰ সৈতে বোলোৱা অংশই (চিত্ৰ 6.12) প্ৰদত্ত ৰৈখিক অসমিকা-প্ৰণালীৰ সমাধান বুজায়।

অসমিকা জড়িত কিছুমান ব্যাৱহাৰিক সমস্যাত x আৰু y চলকে প্ৰায় কিছুমান ৰাশি বুজায় যিবোৰৰ বাবে ঋণাত্মক মান গ্ৰহণযোগ্য নহয়। উদাহৰণস্বৰূপে উৎপাদিত গোটৰ সংখ্যা, কিনা সামগ্ৰীৰ সংখ্যা, কিমান ঘণ্টা কাম কৰা হ'ল ইত্যাদি। স্পষ্টতঃ, এইবোৰ ক্ষেত্ৰত, $x \geq 0$, $y \geq 0$ আৰু সমাধান-অংশ মাত্ৰ প্ৰথম চোকত থাকে।



চিত্ৰ 6.13

উদাহৰণ 14 তলৰ অসমিকা-প্ৰণালী সমাধান কৰাঁ।

$8x+3y \leq 100$ ... (1)

$x \geq 0$ ... (2)

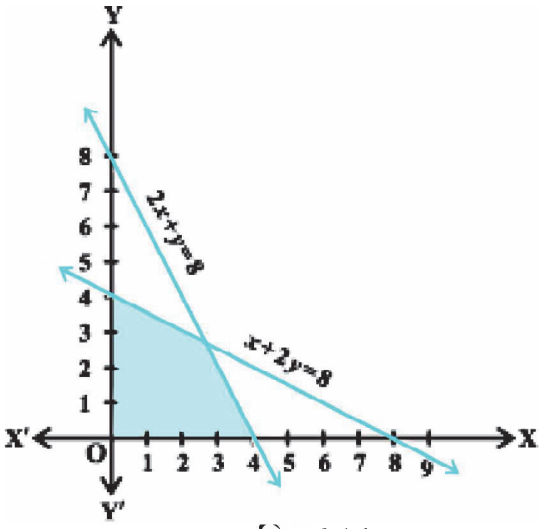
$y \geq 0$ ... (3)

সমাধান $8x+3y = 100$

ৰেখাডালৰ লেখ অঁকা হ'ল।

$8x+3y = 100$ ৰেখাডালৰ বিন্দুবোৰৰ সৈতে ৰেখাডালৰ তলৰ বোলোৱা অংশই $8x+3y \leq 100$ অসমিকা বুজায়

(চিত্ৰ 6.13)। যিহেতু $x \geq 0$, $y \geq 0$, ৰেখাডাল আৰু অক্ষদুডালৰ বিন্দুবোৰৰ সৈতে প্ৰথম চোকত থকা বোলোৰা অংশই প্ৰদত্ত অসমিকা প্ৰণালীৰ সমাধান বুজায়।



চিত্ৰ 6.14

উদাহৰণ 15 তলৰ অসমিকা-প্ৰণালী লৈখিকভাৱে সমাধান কৰাঁ।

$$x+2y \leq 8 \quad \ldots (1)$$
$$2x + y \leq 8 \quad \ldots (2)$$
$$x \geq 0 \quad \ldots (3)$$
$$y \geq 0 \quad \ldots (4)$$

সমাধান $x+2y = 8$ আৰু $2x + y = 8$ ৰেখাদুডালৰ লেখ অঁকা হ'ল। (1) আৰু (2) অসমিকাই নিৰ্দিষ্ট ৰেখাদুডালৰ বিন্দুবোৰৰ সৈতে ৰেখাদুডালৰ তলৰ অংশ বুজায়।

যিহেতু $x \geq 0$, $y \geq 0$ প্ৰথম চোকত থকা বোলোৰা অংশৰ প্ৰতিটো বিন্দুৱে প্ৰদত্ত অসমিকা-প্ৰণালীৰ সমাধান বুজায় (চিত্ৰ 6.14)।

অনুশীলনী 6.3

তলৰ অসমিকা-প্ৰণালী লৈখিকভাৱে সমাধান কৰাঁ।

1. $x \geq 3$, $y \geq 2$ 2. $3x + 2y \leq 12$, $x \geq 1, y \geq 2$ 3. $2x + y \geq 6$, $3x + 4y \leq 12$ 4. $x + y \geq 4$, $2x - y > 0$ 5. $2x - y > 1$, $x - 2y < -1$ 6. $x + y \leq 6$, $x + y \geq 4$
7. $2x + y \geq 8$, $x + 2y \geq 10$ 8. $x + y \leq 9$, $y > x$, $x \geq 0$ 9. $5x + 4y \leq 20$, $x \geq 1$, $y \geq 2$
10. $3x + 4y \leq 60$, $x + 3y \leq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ 11. $2x + y \geq 4$, $x + y \leq 3$, $2x - 3y \leq 6$
12. $x - 2y \leq 3$, $3x + 4y \geq 12$, $x \geq 0$, $y \geq 1$ 13. $4x + 3y \leq 60$, $y \geq 2x$, $x \geq 3$, $x, y \geq 0$
14. $3x + 2y \leq 150$, $x + 4y \leq 80$, $x \leq 15$, $y \geq 0$, $x \geq 0$
15. $x + 2y \leq 10$, $x + y \geq 1$, $x - y \leq 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

বিবিধ উদাহৰণ

উদাহৰণ 16 সমাধান কৰাঁ, $-8 \leq 5x - 3 < 7$

সমাধান এই ক্ষেত্ৰত আমি দুটা অসমিকা পাইছোঁ $-8 \leq 5x - 3$ আৰু $5x - 3 < 7$। এই দুটা আমি একেলগে সমাধান কৰিম। আমাক দিয়া আছে $-8 \leq 5x - 3 < 7$

বা $-5 \leq 5x < 10$ বা $-1 \leq x < 2$

উদাহৰণ 17 সমাধান কৰাঁ $-5 \leq \frac{5-3x}{2} \leq 8$

সমাধান আমাক দিয়া আছে $-5 \leq \frac{5-3x}{2} \leq 8$

বা $-10 \leq 5-3x \leq 16$ বা $-15 \leq -3x \leq 11$

বা $5 \geq x \geq -\frac{11}{3}$

ইয়াক এনেদৰে লিখিব পাৰি $-\frac{11}{3} \leq x \leq 5$

উদাহৰণ 18 তলৰ অসমিকা-প্ৰণালী সমাধান কৰাঁ।

$3x - 7 < 5 + x$ ... (1)

$11 - 5x \leq 1$ ... (2)

আৰু সংখ্যাৰেখাত সমাধানবোৰ দেখুওৱাঁ।

সমাধান (1) নম্বৰ অসমিকাৰপৰা

$3x - 7 < 5 + x$

বা $x < 6$ ... (3)

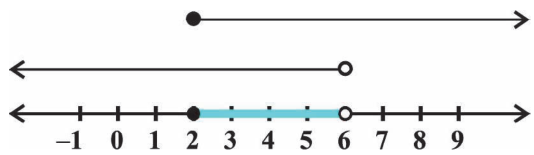
আকৌ, (2) নম্বৰ অসমিকাৰপৰা

$11 - 5x \leq 1$

বা $-5x \leq -10$ অৰ্থাৎ $x \geq 2$ ... (4)

আমি যদি সংখ্যা-ৰেখাত (3) আৰু (4) নম্বৰ অসমিকাৰ লেখ আঁকো, আমি দেখিম যে x অৰ যি উমৈহতীয়া মান, তাক ডাঠ ৰেখাৰে দেখুওৱাঁ হৈছে (চিত্ৰ 6.15)।

অসমিকা প্ৰণালীটোৰ সমাধান হ'ল 2 কে ধৰি 2 আৰু 6 ৰ মাজত থকা সকলো বাস্তৱ সংখ্যা অৰ্থাৎ $2 \leq x < 6$



চিত্ৰ 6.15

উদাহৰণ 19 এটা পৰীক্ষাত হাইড্ৰ'ক্লৰিক এচিডৰ দ্ৰৱ 30^0 আৰু 35^0 ছেলছিয়াছৰ মাজত ৰাখিব লাগে। ৰূপান্তৰী সূত্ৰটো $C = \frac{5}{9}(F-32)$ হ'লে ডিগ্ৰি ফাৰেনহাইটত পৰিসৰ কি হ'ব? C আৰু F এ ক্ৰমে ডিগ্ৰী ছেলছিয়াছ আৰু ডিগ্ৰী ফাৰেনহাইটত তাপমাত্ৰা বুজাইছে।

সমাধান দিয়া আছে যে $30 < C < 35$

$C = \frac{5}{9}(F-32)$ বহুৱাই আমি পালোঁ

$30 < \frac{5}{9}(F-32) < 35$

বা $\frac{9}{5} \times 30 < (F - 32) < \frac{9}{5} \times 35$

বা $54 < (F - 32) < 63$

বা $86 < F < 95$

গতিকে তাপমাত্ৰাৰ পৰিসৰ 86^0 F আৰু 95^0 F অৰ মাজত থাকিব।

উদাহৰণ 20 এজন উৎপাদনকাৰীৰ 12% এছিড দ্ৰৱ আছে 600 লিটাৰ। ইয়াৰ লগত কিমান লিটাৰ 30% এছিড দ্ৰৱ মিহলালে নতুন মিশ্ৰণটোত এছিডৰ পৰিমাণ 15% অতকৈ বেছি, কিন্তু 18% অতকৈ কম হ'ব?

সমাধান ধৰা হ'ল x লিটাৰ 30% এছিড দ্ৰৱ মিহলাব লাগে।

গতিকে মুঠ মিশ্ৰণ = $(x+600)$ লিটাৰ

গতিকে x অৰ 30% +600 অৰ 12%> $(x+600)$ ৰ 15%

আৰু x অৰ 30% +600 অৰ 12% < $(x+600)$ ৰ 18%

বা $\frac{30x}{100} + \frac{12}{100}(600) > \frac{15}{100}(x+600)$

আৰু $\frac{30x}{100} + \frac{12}{100}(600) < \frac{18}{100}(x+600)$

বা $30x + 7200 > 15x + 9000$

আৰু $30x + 7200 < 18x + 10800$

বা $15x > 1800$ আৰু $12x < 3600$

বা $x > 120$ আৰু $x < 300$

অৰ্থাৎ $120 < x < 300$

গতিকে 30% এছিড দ্ৰৱৰ পৰিমাণ 120 লিটাৰতকৈ বেছি, কিন্তু 300 লিটাৰতকৈ কম হ'ব লাগিব।

ষষ্ঠ অধ্যায়ৰ বিবিধ অনুশীলনী

1 নম্বৰৰপৰা 6 নম্বৰলৈ অসমিকাবোৰৰ সমাধান উলিওৱাঁ।

1. $2 \le 3x - 4 \le 5$
2. $6 \le -3\ (2x - 4) < 12$
3. $-3 \le 4 - \frac{7x}{2} \le 18$
4. $-15 < \frac{3(x-2)}{5} \le 0$
5. $-12 < 4 - \frac{3x}{-5} \le 2$
6. $7 \le \frac{(3x+11)}{2} \le 11$

7 নম্বৰৰপৰা 10 নম্বৰলৈ অসমিকাবোৰ সমাধান কৰাঁ আৰু সংখ্যা-ৰেখাত সমাধানবোৰ লৈখিকভাৱে দেখুওৱাঁ।

7. $5x + 1 > -24,\ 5x - 1 < 24$
8. $2(x-1) < x + 5,\ 3(x+2) > 2 - x$
9. $3x - 7 > 2\ (x - 6),\ 6 - x > 11 - 2x$
10. $5(2x-7) - 3\ (2x + 3) \le 0,\ 2x + 19 \le 6x + 47$

11. এটা দ্ৰৱ 68^0 ফাৰেনহাইট আৰু 77^0 ফাৰেনহাইটৰ মাজত ৰাখিব লাগে। ছেলছিয়াছ (C) / ফাৰেনহাইট (F) ৰূপান্তৰী সূত্ৰটো $F=\frac{9}{5}C+32$ হ'লে, ডিগ্ৰী ছেলছিয়াছত পৰিসৰ কি হ'ব?

12. 8% ব'ৰিক এছিডৰ দ্ৰৱৰ লগত 2% ব'ৰিক এছিড দ্ৰৱ যোগ দি তৰলীকৃত কৰিব লাগে। নতুন মিশ্ৰণটো 4% ব'ৰিক এছিডতকৈ বেছি, কিন্তু 6% ব'ৰিক এছিডতকৈ কম হ'ব লাগিব। যদি 8% দ্ৰৱ, 640 লিটাৰ থাকে, তেনেহ'লে কিমান লিটাৰ 2% দ্ৰৱ যোগ দিব লাগিব?

13. 1125 লিটাৰ 45% এছিডৰ দ্ৰৱৰ লগত কিমান লিটাৰ পানী মিহলালে নতুন মিশ্ৰণটোত এছিডৰ পৰিমাণ 25% তকৈ বেছি, কিন্তু 30% অতকৈ কম হ'ব?

14. এজন মানুহৰ IQ তলৰ সূত্ৰটোৰে দিয়া আছে

$$IQ = \frac{MA}{CA} \times 100$$

য'ত MA মানসিক বয়স আৰু CA কালানুক্ৰমীয় বয়স। বাৰ বছৰীয়া শিশুৰ দল এটাৰ বাবে $80 \le IQ \le 140$ হ'লে, সিহঁতৰ মানসিক বয়সৰ পৰিসৰ উলিওৱাঁ।

সাৰাংশ

- $<, >, \le$ বা $\ge$ প্ৰতীকেৰে সংযুক্ত দুটা বাস্তৱ সংখ্যাই বা দুটা বীজগণিতীয় ৰাশিয়ে এটা অসমিকা গঠন কৰে।
- অসমিকা এটাৰ উভয় পক্ষৰ লগত (বা পৰা) একে সংখ্যা যোগ (বা বিয়োগ) কৰিব পাৰি।
- অসমিকা এটাৰ উভয়পক্ষক একেটা ধনাত্মক সংখ্যাৰে পূৰণ (বা হৰণ) কৰিব পাৰি। কিন্তু যদি উভয়পক্ষক এটা ঋণাত্মক সংখ্যাৰে পূৰণ (বা হৰণ) কৰা হয়, অসমিকাৰ চিন সলনি হয়।
- x অৰ যিবোৰ মানৰ বাবে অসমিকা এটা সত্য হয়, তাক অসমিকাটোৰ সমাধান বুলি কোৱা হয়।
- $x < a$ (বা $x > a$) সংখ্যা-ৰেখা এডালত বুজাবলৈ হ'লে, a সংখ্যাটোত এটা সৰু বৃত্ত আঁকিব লাগে আৰু a সংখ্যাটোৰ বাওঁহাতে (বা সোঁহাতে) এডাল ডাঠ (ক'লা) ৰেখা টানিব লাগে।
- $x \le a$ (বা $x \ge a$) সংখ্যা-ৰেখা এডালত বুজাবলৈ হ'লে a সংখ্যাটোত এটা ডাঠ (ক'লা) বৃত্ত আঁকিব লাগে আৰু a সংখ্যাটোৰ বাওঁহাতে (বা সোঁহাতে) এডাল ডাঠ (ক'লা) ৰেখা টানিব লাগে।
- এটা অসমিকাত $\le$ বা $\ge$ প্ৰতীক থাকিলে, ৰেখাডালৰ বিন্দুবোৰো অসমিকাৰ সমাধানৰ অন্তৰ্গত। ডাঠ (ক'লা) ৰেখাৰে বুজোৱা সমতাৰ লেখৰ বাওঁফালে (তলত) বা সোঁফালে (ওপৰত) অসমিকাৰ লেখ থাকিব আৰু সেই অংশৰ যিকোনো বিন্দুৱে অসমিকাটো সিদ্ধ কৰিব।
- এটা অসমিকাত $<$ বা $>$ প্ৰতীক থাকিলে, ৰেখাডালৰ বিন্দুবোৰ অসমিকাৰ সমাধানৰ অন্তৰ্গত নহয়। ডট্ ৰেখাৰে বুজোৱা সমতাৰ লেখৰ বাওঁফালে (তলত) বা সোঁফালে (ওপৰত) অসমিকাৰ লেখ থাকিব আৰু সেই অংশৰ যিকোনো বিন্দুৱে অসমিকাটো সিদ্ধ কৰিব।
- এটা অসমিকা-প্ৰণালীৰ সমাধান অংশ হ'ল সেইটো অংশ যি অংশই প্ৰদত্ত প্ৰণালীটোৰ সকলোবোৰ অসমিকাক একেলগে সিদ্ধ কৰে।