Linear Equations in Two Variables

Ex. 3.1

1. आलेख पद्धतीने खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

i. $x + y = 8; x - y = 2$ **[मार्च 13] [3 गुण]**

उकल: दिलेली एकसामयिक समीकरणे:

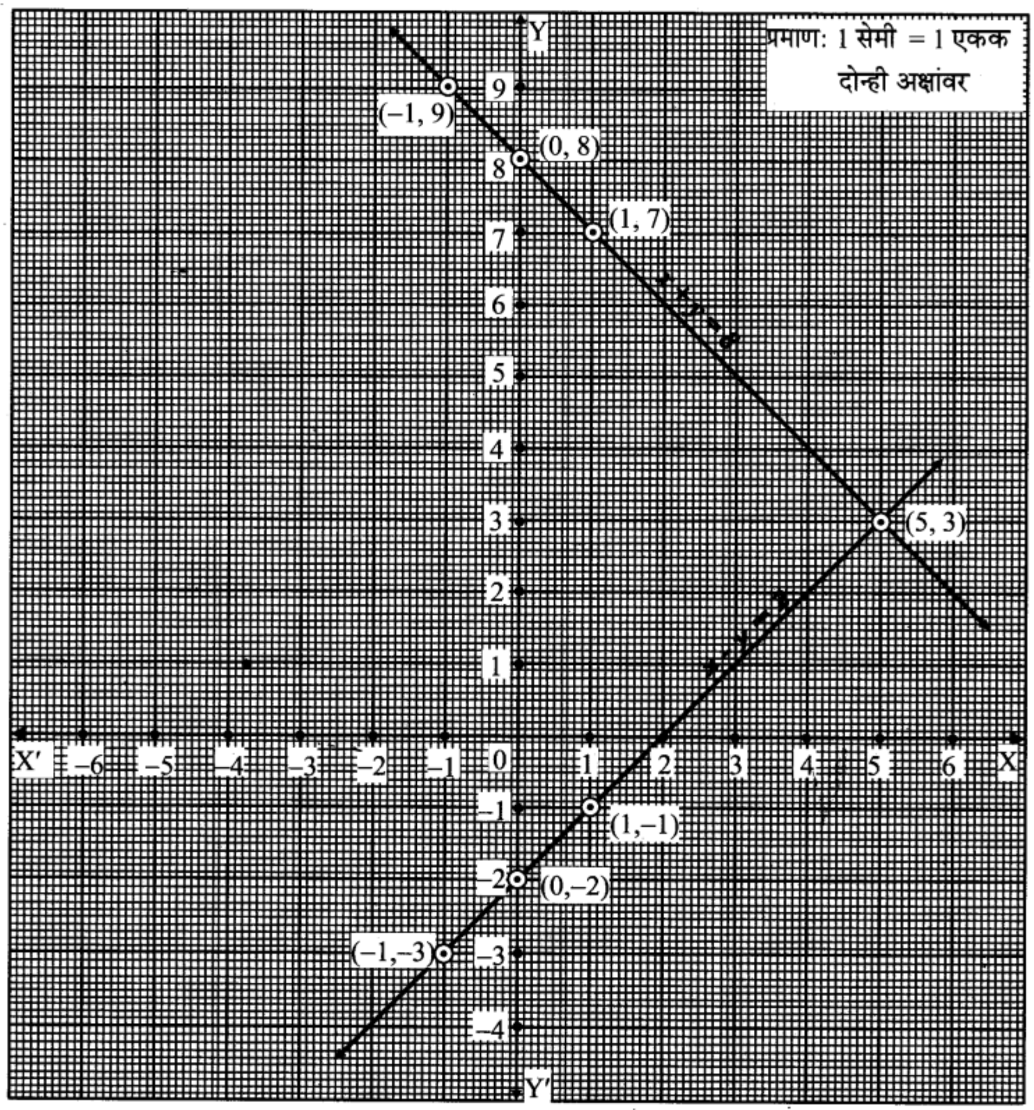
$x + y = 8$ ...(i) आणि $x - y = 2$ ...(ii)

समी (i) वरून, $y = 8 - x$

x	0	1	–1
y	8	7	9
(x, y)	(0, 8)	(1, 7)	(–1, 9)

समी (ii) वरून, $y = x - 2$

x	0	1	–1
y	–2	–1	–3
(x, y)	(0, –2)	(1, –1)	(–1, –3)



आलेख रेषाचा छेदनबिंदू (5, 3) हा आहे.

∴ **दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची उकल (5, 3)**

∴ **उकलसंच = {(5, 3)}**

ii. $\mathbf{3x + 4y + 5 = 0;\ y = x + 4}$

उकल :

- दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$3x + 4y + 5 = 0$ …(i)

आणि $y = x + 4$ …(ii)

समी (i) वरून,

$4y = -5 - 3x$

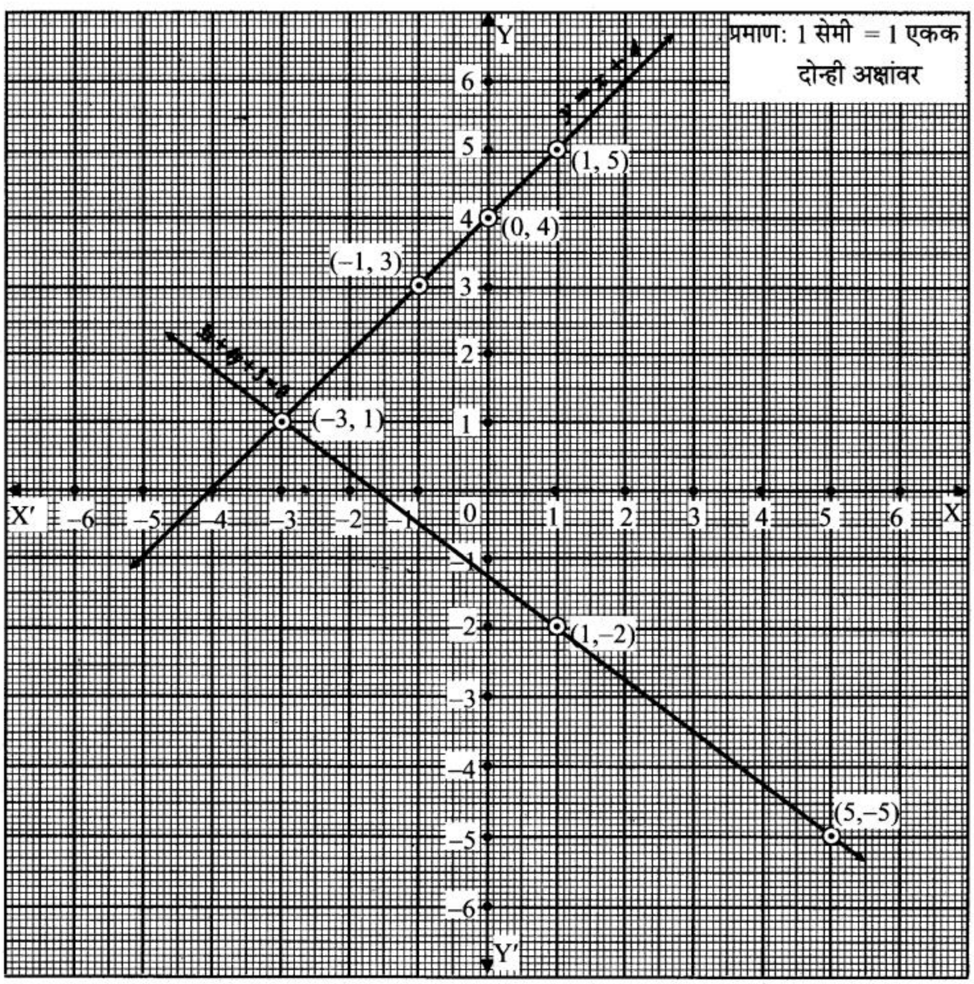
∴ $y = \dfrac{-5 - 3x}{4}$

x	1	−3	5
y	−2	1	−5
(x, y)	(1, −2)	(−3, 1)	(5, −5)

समी (ii) वरून,

$y = x + 4$

x	0	1	−1
y	4	5	3
(x, y)	(0, 4)	(1, 5)	(−1, 3)



आलेख रेषांचा छेदनबिंदू (– 3, 1) हा आहे.

∴ **दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची उकल (– 3, 1)**

∴ **उकलसंच = {(– 3, 1)}**

iii. **$4x = y - 5; y = 2x + 1$** **[ऑक्टोबर 13] [4 गुण]**

उकल :

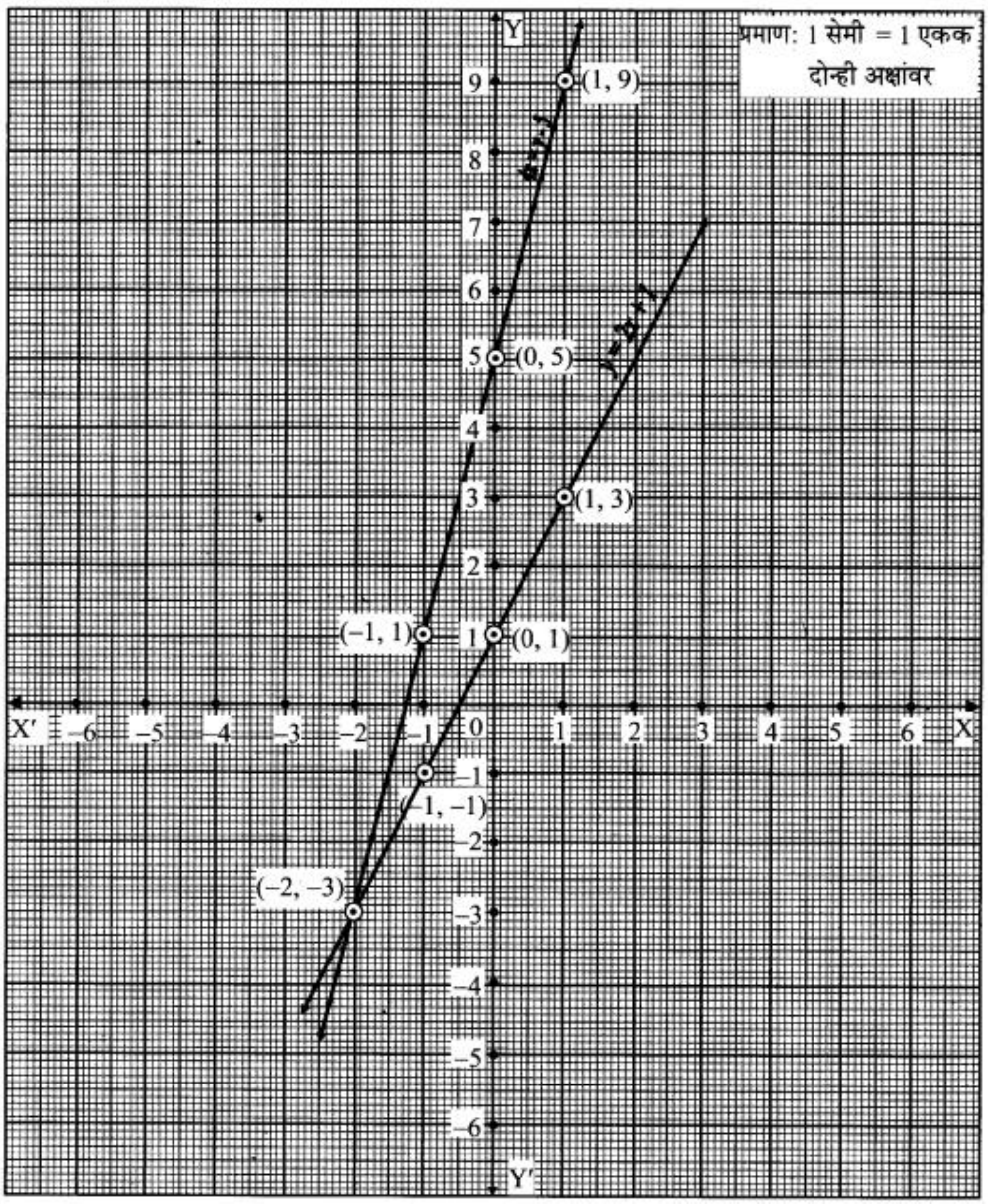
दिलेली एकसामयिक समीकरणे : $4x = y - 5$ …(i) $y = 2x + 1$ …(ii)

समी (i) वरून, $y = 4x + 5$

x	0	1	–1
y	5	9	1
(x, y)	(0, 5)	(1, 9)	(–1, 1)

समी (ii) वरून, $y = 2x + 1$

x	0	1	–1
y	1	3	–1
(x, y)	(0, 1)	(1, 3)	(–1, –1)



- आलेख रेषांचा छेदनबिंदू (– 2, – 3) हा आहे.

$\therefore$ **दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची उकल (–2, – 3)**

$\therefore$ **उकलसंच = {(–2, – 3)}**

iv. $\boldsymbol{x + 2y = 5; y = -2x - 2}$ **[4 गुण]**

उकल :

दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$x + 2y = 5$ ...(i) आणि $y = -2x - 2$ ...(ii)

समी (i) वरून

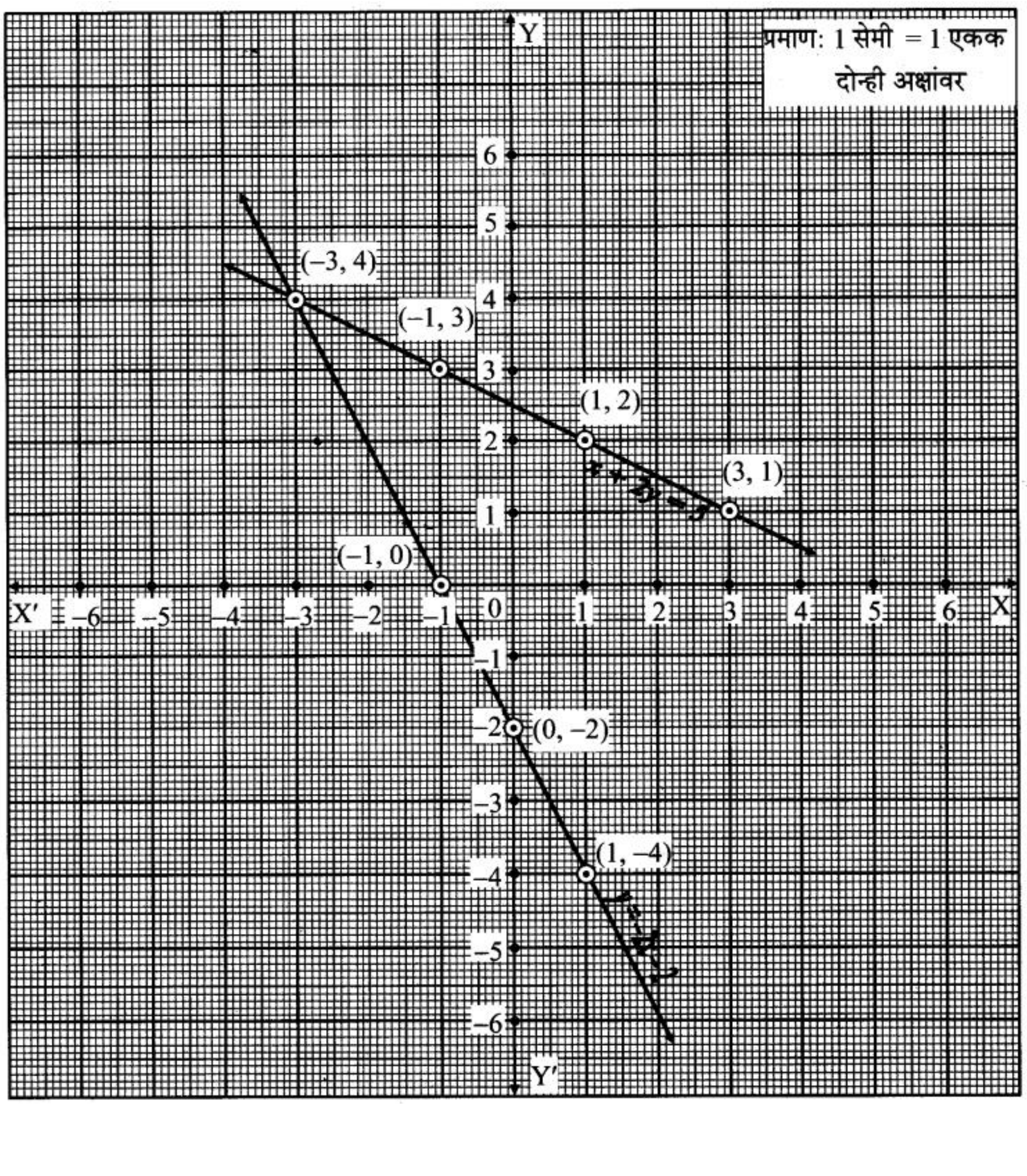
$2y = 5 - x \quad \therefore \quad y = \dfrac{5 - x}{2}$

समी (ii) वरून

$y = -2x - 2$

x	3	1	–1
y	1	2	3
(x, y)	(3, 1)	(1, 2)	(–1, 3)

x	0	1	–1
y	–2	–4	0
(x, y)	(0, –2)	(1, –4)	(–1, 0)



आलेख रेषांचा छेदनबिंदू (– 3, 4) हा आहे.

∴ **दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची उकल (– 3, 4)**

∴ **उकलसंच = {(– 3, 4)}**

v. $2x + y = 6; \dfrac{4 - 3x}{4} = y$ **[4 गुण]**

उकल :

दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$2x + y = 6$ ...(i) आणि $y = \dfrac{4-3x}{4}$ ...(ii)

समी (i) वरून,

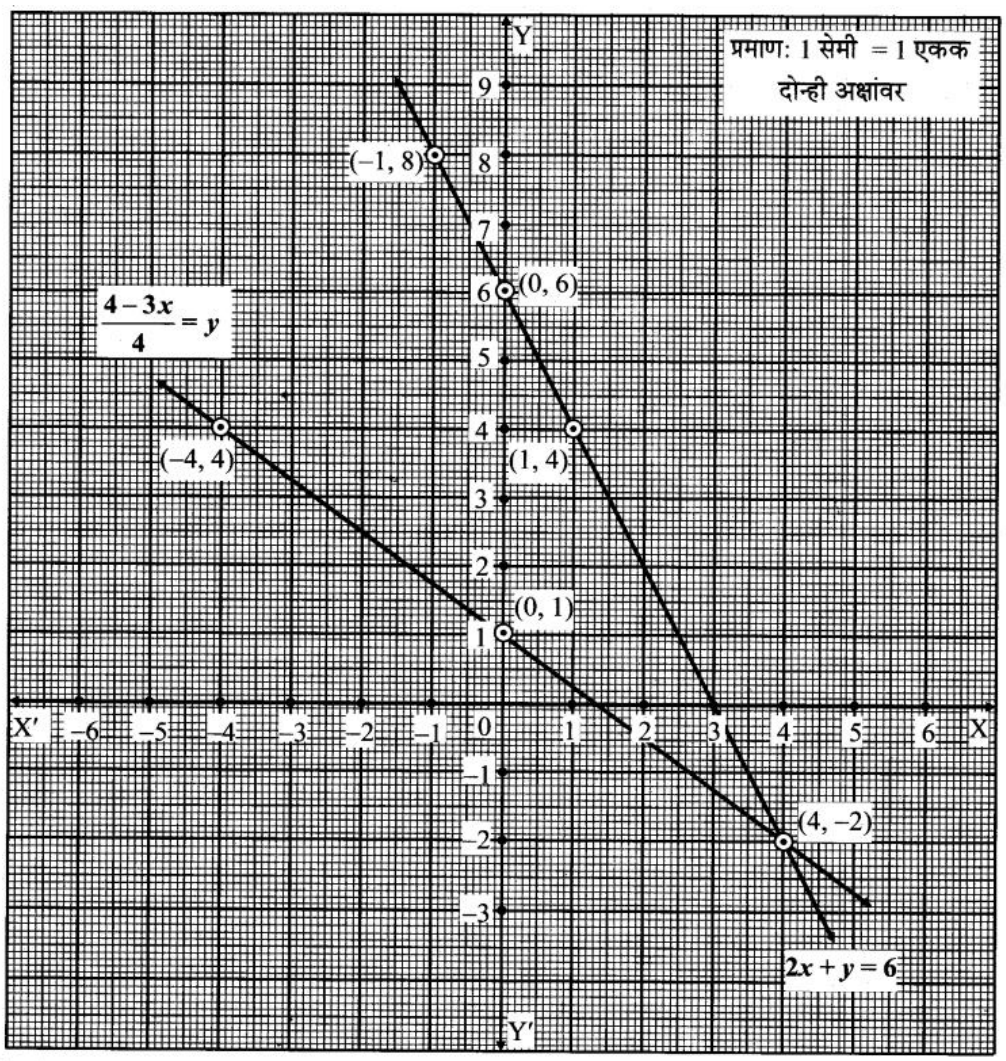
$y = 6 - 2x$

x	0	1	–1
y	6	4	8
(x, y)	(0, 6)	(1, 4)	(–1, 8)

समी (ii) वरून,

$y = \dfrac{4-3x}{4}$

x	0	4	–4
y	1	–2	4
(x, y)	(0, 1)	(4, –2)	(–4, 4)



आलेख रेषांचा छेदनबिंदू $(4, -2)$ हा आहे.

∴ **दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची उकल $(4, -2)$**

∴ **उकलसंच = $\{(4, -2)\}$**

Ex. 3.2

1. **खालील निश्चयकांच्या किमती काढा.**

[प्रत्येकी 1 गुण]

i. $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}$

ii. $\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}$

iii. $\begin{vmatrix} 1.2 & 0.03 \\ 0.57 & -0.23 \end{vmatrix}$

iv. $\begin{vmatrix} 3\sqrt{6} & -4\sqrt{2} \\ 5\sqrt{3} & 2 \end{vmatrix}$

v. $\begin{vmatrix} \frac{-4}{7} & \frac{-6}{35} \\ 5 & \frac{-2}{5} \end{vmatrix}$

उकल :

i. $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = (5 \times 4) - (2 \times 7)$

$= 20 - 14 = 6$

$\therefore \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = \mathbf{6}$

ii. $\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = (-3 \times 0) - (8 \times 6)$

$= 0 - 48 = -48$

$\therefore \begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{-48}$

iii. $\begin{vmatrix} 1.2 & 0.03 \\ 0.57 & -0.23 \end{vmatrix} = (1.2 \times -0.23) - (0.03 \times 0.57)$

$= -0.276 - 0.0171 = -0.2931$

$\therefore \quad \begin{vmatrix} \mathbf{1.2} & \mathbf{0.03} \\ \mathbf{0.57} & \mathbf{-0.23} \end{vmatrix} = \mathbf{-0.2931}$

iv. $\begin{vmatrix} 3\sqrt{6} & -4\sqrt{2} \\ 5\sqrt{3} & 2 \end{vmatrix} = (3\sqrt{6} \times 2) - (-4\sqrt{2} \times 5\sqrt{3})$

$= 6\sqrt{6} + 20\sqrt{2 \times 3}$

$= 6\sqrt{6} + 20\sqrt{6}$

$= \sqrt{6}\ (6 + 20) = 26\sqrt{6}$

$\therefore \quad \begin{vmatrix} \mathbf{3\sqrt{6}} & \mathbf{-4\sqrt{2}} \\ \mathbf{5\sqrt{3}} & \mathbf{2} \end{vmatrix} = \mathbf{26\sqrt{6}}$

v. $\begin{vmatrix} \frac{-4}{7} & \frac{-6}{35} \\ 5 & \frac{-2}{5} \end{vmatrix} = \left(\frac{-4}{7} \times \frac{-2}{5}\right) - \left(\frac{-6}{35} \times 5\right)$

$= \frac{8}{35} + \frac{30}{35} = \frac{8 + 30}{35} = \frac{38}{35}$

$\therefore \quad \begin{vmatrix} \mathbf{\frac{-4}{7}} & \mathbf{\frac{-6}{35}} \\ \mathbf{5} & \mathbf{\frac{-2}{5}} \end{vmatrix} = \mathbf{\frac{38}{35}}$

2. खालील एकसामयिक समीकरणे क्रॅमर्स रूल प्रमाणे सोडवा. **[प्रत्येकी 3 गुण]**

i. $3x - y = 7;\ x + 4y = 11$ **[मार्च 12, 14]**

ii. $\mathbf{4x + 3y - 4 = 0;\ 6x = 8 - 5y}$

iii. $\mathbf{y = \frac{5x - 10}{2};\ 4x + 5 = -y}$

iv. $\mathbf{3x + 2y + 11 = 0;\ 7x - 4y = 9}$ **[मार्च 14]**

v. $\mathbf{x + 18 = 2y;\ y = 2x - 9}$

vi. $\mathbf{3x + y = 1;\ 2x = 11y + 3}$

उकल :

i. दिलेली एकसामायिक समीकरणे

$3x - y = 7$ ....(i)

आणि $x + 4y = 11$ ....(ii)

समी (i) व (ii) ही $ax + by = c$ या रूपात आहेत.

येथे, $a_1 = 3, b_1 = -1, c_1 = 7,$

$a_2 = 1, b_2 = 4, c_2 = 11$

$\therefore \quad D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = (3 \times 4) - (-1 \times 1)$

$= 12 + 1 = 13 \neq 0$

$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & -1 \\ 11 & 4 \end{vmatrix} = (7 \times 4) - (-1 \times 11)$

$= 28 + 11 = 39$

$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 11 \end{vmatrix} = (3 \times 11) - (7 \times 1)$

$= 33 - 7 = 26.$

$\therefore$ क्रॅमर्स रूल प्रमाणे,

$x = \frac{D_x}{D}$ आणि $y = \frac{D_y}{D}$

$\therefore \quad x = \frac{39}{13}$ आणि $y = \frac{26}{13}$

$\therefore \quad x = 3$ आणि $y = 2$

$\therefore$ **$x = 3$ आणि $y = 2$ ही दिलेल्या समीकरणांची उकल आहे.**

ii. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$4x + 3y - 4 = 0$

म्हणजेच $4x + 3y = 4$ … (i)

आणि $6x = 8 - 5y$

म्हणजेच $6x + 5y = 8$ … (ii)

समी (i) व (ii) ही $ax + by = c$ या रूपात आहेत.

$$\therefore \quad D = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = (4 \times 5) - (3 \times 6)$$

$$= 20 - 18 = 2 \neq 0$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 8 & 5 \end{vmatrix} = (4 \times 5) - (3 \times 8)$$

$$= 20 - 24 = -4$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = (4 \times 8) - (4 \times 6)$$

$$= 32 - 24 = 8$$

क्रॅमर्स रूलचा उपयोग करून,

$$x = \frac{D_x}{D} \quad \text{आणि} \quad y = \frac{D_y}{D}$$

$$\therefore \quad x = \frac{-4}{2} \quad \text{आणि} \quad y = \frac{8}{2}$$

$$\therefore \quad x = -2 \quad \text{आणि} \quad y = 4$$

$\therefore$ **$x = -2$ आणि $y = 4$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.**

iii. दिलेली एकसामायिक समीकरणे

$$y = \frac{5x-10}{2}$$

म्हणजेच $2y = 5x - 10$

म्हणजेच $10 = 5x - 2y$

म्हणजेच $5x - 2y = 10$ … (i)

आणि $4x + 5 = -y$

म्हणजेच $4x + y = -5$ … (ii)

समी (i) व (ii) ही $ax + by = c$ या रूपात आहेत.

$\therefore$ $D = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = (5 \times 1) - (-2 \times 4)$

$= 5 + 8 = 13 \neq 0$

$D_x = \begin{vmatrix} 10 & -2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = (10 \times 1) - (-2 \times -5)$

$= 10 - 10 = 0$

$D_y = \begin{vmatrix} 5 & 10 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = (5 \times -5) - (10 \times 4)$

$= -25 - 40 = -65$

$\therefore$ क्रॅमर्स रूलचा उपयोग करून,

$x = \frac{D_x}{D}$ आणि $y = \frac{D_y}{D}$

$\therefore$ $x = \frac{0}{13}$ आणि $y = \frac{-65}{13}$

$\therefore$ $x = 0$ आणि $y = -5$

$x = 0$ आणि $y = -5$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.

iv. दिलेली एकसामायिक समीकरणे

$3x + 2y + 11 = 0$

म्हणजेच $3x + 2y = -11$ ... (i)

आणि $7x - 4y = 9$ ... (ii)

समी (i) व (ii) ही $ax + by = c$ या रूपात आहेत.

$$\therefore \quad D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -4 \end{vmatrix} = 3(-4) - 2(7)$$

$$= -12 - 14$$

$$= -26 \neq 0$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -11 & 2 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} = (-11 \times -4) - (2 \times 9)$$

$$= 44 - 18$$

$$= 26$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & -11 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = (3 \times 9) - (-11 \times 7)$$

$$= 27 + 77$$

$$= 104$$

∴ क्रॅमर्स रूल प्रमाणे,

$$x = \frac{D_x}{D} \quad \text{आणि} \quad y = \frac{D_y}{D}$$

$$\therefore \quad x = \frac{26}{-26} \quad \text{आणि} \quad y = \frac{104}{-26}$$

$$\therefore \quad x = -1 \quad \text{आणि} \quad y = -4$$

$x = -1$ आणि $y = -4$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.

v. दिलेली एकसामायिक समीकरणे

$x + 18 = 2y$

म्हणजेच $x - 2y = -18$ … (i)

आणि $y = 2x - 9$

म्हणजेच $9 = 2x - y$

म्हणजेच $2x - y = 9$ … (ii)

समी (i) व (ii) ही $ax + by = c$ या रूपात आहेत.

$$\therefore \quad D = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (1 \times -1) - (2 \times -2)$$

$$= -1 + 4$$

$$= 3 \neq 0$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -18 & -2 \\ 9 & -1 \end{vmatrix} = (-18 \times -1) - (-2 \times 9)$$

$$= 18 + 18$$

$$= 36$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & -18 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = (1 \times 9) - (-18 \times 2)$$

$$= 9 + 36$$

$$= 45$$

क्रॅमर्स रूल प्रमाणे,

$x = \frac{D_x}{D}$ आणि $y = \frac{D_y}{D}$

$\therefore \quad x = \frac{36}{3}$ आणि $y = \frac{45}{3}$

$\therefore \quad x = 12$ आणि $y = 15$

$\therefore$ **$x = 12$ आणि $y = 15$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.**

vi. दिलेली एकसामायिक समीकरणे

$$3x + y = 1 \quad \ldots \text{(i)}$$

आणि $2x = 11y + 3$

म्हणजेच $2x - 11y = 3 \quad \ldots \text{(ii)}$

समी (i) व (ii) ही $ax + by = c$ या रूपात आहेत.

$\therefore \quad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -11 \end{vmatrix} = (3 \times -11) - (1 \times 2)$

$= -33 - 2$

$= -35 \neq 0$

$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -11 \end{vmatrix} = (1 \times -11) - (1 \times 3)$

$= -11 - 3$

$= -14$

$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (3 \times 3) - (2 \times 1)$

$= 9 - 2$

$= 7$

$\therefore$ क्रॅमर्स रूल प्रमाणे,

$x = \dfrac{D_x}{D}$ आणि $y = \dfrac{D_y}{D}$

$\therefore \quad x = \dfrac{-14}{-35}$ आणि $y = \dfrac{7}{-35}$

$\therefore \quad x = \dfrac{2}{5}$ आणि $y = \dfrac{-1}{5}$

$\therefore$ **$x = \dfrac{2}{5}$ आणि $y = \dfrac{-1}{5}$ ही दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची उकल आहे.**

Ex. 3.3

1. **खाली दिलेली एकसामयिक समीकरणे प्रत्यक्ष न सोडविता, कोणत्या एकसामयिक समीकरणांना एकमेव उकल, एकही उकल नाही किंवा अनंत उकली आहेत हे ठरवा.** **[प्रत्येकी 2 गुण]**

i. $3x + 5y = 16;\ 4x - y = 6$ **[ऑक्टोबर 12]**

ii. $3y = 2 - x;\ 3x = 6 - 9y$

iii. $3x - 7y = 15;\ 6x = 14y + 10$

iv. $8y = x - 10;\ 2x = 3y + 7$

v. $\frac{x - 2y}{3} = 1;\ 2x - 4y = \frac{9}{2}$

vi. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4;\ \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 2$

उकल:

i. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$3x + 5y = 16$ …. (i)

आणि $4x - y = 6$ …. (ii)

समी (i) व (ii) ची,

$a_1x + b_1y = c_1$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = 3, b_1 = 5, c_1 = 16$

$a_2 = 4, b_2 = -1, c_2 = 6$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{4}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{5}{-1}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{16}{6}$

$\because \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\therefore$ **दिलेल्या एकसामायिक समीकरणांची एकमेव उकल आहे.**

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\because \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\therefore$ **या एकसामयिक समीकरणांना अनंत उकली आहेत.**

iii. दिलेली एकसामायिक समीकरणे

$3x - 7y = 15 \quad \ldots \text{(i)}$

आणि $6x = 14y + 10$

म्हणजे $6x - 14y = 10 \quad \ldots \text{(ii)}$

समी. (i) व (ii) ची,

$a_1x + b_1y = c_1$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी करून,

$a_1 = 3, b_1 = -7, c_1 = 15$

$a_2 = 6, b_2 = -14, c_2 = 10$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-7}{-14} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

$\because \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$\therefore$ **या एकसामयिक समीकरणांना उकल नाही.**

iv. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$$8y = x - 10$$

म्हणजे $10 = x - 8y$

म्हणजे $x - 8y = 10$ ... (i)

आणि $2x = 3y + 7$

म्हणजे $2x - 3y = 7$ ... (ii)

समी. (i) व (ii) ची,

$$a_1x + b_1y = c_1$$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = 1, b_1 = -8, c_1 = 10$

$a_2 = 2, b_2 = -3, c_2 = 7$

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{7}$

$\because \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\therefore$ **या एकसामयिक समीकरणांना एकमेव उकल आहे.**

v. दिलेली एकसामायिक समीकरणे

$$\frac{x-2y}{3} = 1$$

म्हणजे $x - 2y = 3$ … (i)

आणि $2x - 4y = \frac{9}{2}$

म्हणजे $4x - 8y = 9$ … (ii)

समी. (i) व (ii) ची,

$$a_1x + b_1y = c_1$$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = 1, b_1 = -2, c_1 = 3$

$a_2 = 4, b_2 = -8, c_2 = 9$

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{4}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\because \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$\therefore$ **या एकसामयिक समीकरणांना उकली नाहीत.**

vi. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4$$

म्हणजे $3x + 2y = 24$ … (i)

आणि $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 2$

म्हणजे $6x + 4y = 48$ … (ii)

समी. (i) व (ii) ची,

$$a_1x + b_1y = c_1$$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = 24$

$a_2 = 6, b_2 = 4, c_2 = 48$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2},\ \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},\quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

$\because$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\therefore$ **या समीकरणांना अनंत उकली आहेत.**

2. खाली दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांच्या उकली अनंत असतील तर k ची किंमत काढा.

[प्रत्येकी 3 गुण]

i. $4x + y = 7;\ 16x + ky = 28$ [मार्च 12]

ii. $4y = kx - 10;\ 3x = 2y + 5$

उकल:

i. दिलेली एकसामयिक समीकरणे,

$4x + y = 7$ .... (i)

आणि $16x + ky = 28$ .... (ii)

समी (i) व (ii) ची,

$a_1x + b_1y = c_1$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = 4, b_1 = 1, c_1 = 7$

$a_2 = 16, b_2 = k, c_2 = 28$

परंतु दिलेल्या एकसामायिक समीकरणाच्या अनंत उकली आहेत.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\therefore \quad \frac{4}{16} = \frac{1}{k} = \frac{7}{28}$

$\therefore \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{k} = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad k = 4$

$\therefore$ **k = 4 असल्यास दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांच्या उकली अनंत असतील.**

ii. दिलेली एकसामयिक समीकरणे :

$4y = kx - 10$

म्हणजे $kx - 4y = 10$ … (i)

आणि $3x = 2y + 5$

म्हणजे $3x - 2y = 5$ … (ii)

समी. (i) व (ii) ची,

$a_1x + b_1y = c_1$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = k, b_1 = -4, c_1 = 10$

$a_2 = 3, b_2 = -2, c_2 = 5$

परंतु दिलेल्या एकसामायिक,

समीकरणाच्या अनंत उकली आहेत.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \therefore \quad \frac{k}{3} = \frac{-4}{-2} = \frac{10}{5}$

$\therefore \quad \frac{k}{3} = \frac{2}{1} = \frac{2}{1}$

$\therefore \quad \frac{k}{3} = \frac{2}{1}$

$\therefore \quad k = 6$

$\therefore$ **k = 6 असल्यास दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांच्या उकली अनंत असतील.**

3. खाली दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाच्या अनंत उकली असतील तर k ची किंमत काढा.

[प्रत्येकी 4 गुण]

i. $kx + y = k - 2; 9x + ky = k$

ii. $kx - y + 3 - k = 0; 4x - ky + k = 0$

उकल :

i. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$kx + y = k - 2$ ....(i)

आणि $9x + ky = k$ ....(ii)

वरील समीकरणांची,

$a_1x + b_1y = c_1$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = k, b_1 = 1, c_1 = k - 2$

$a_2 = 9, b_2 = k, c_2 = k$

परंतु, दिलेल्या एकसामायिक समीकरणांच्या अनंत उकली आहेत.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\therefore \quad \frac{k}{9} = \frac{1}{k} = \frac{k-2}{k}$

आता, $\frac{k}{9} = \frac{1}{k}$

$\therefore \quad k^2 = 9$

$\therefore \quad k = \pm 3$

तसेच $\frac{1}{k} = \frac{k-2}{k}$

$\therefore \quad k = k(k - 2)$

$\therefore \quad k = k^2 - 2k$

$\therefore \quad 3k = k^2$

$\therefore \quad k^2 - 3k = 0$

$\therefore \quad k(k - 3) = 0$

$\therefore$ $k = 0$ किंवा $k - 3 = 0$

$\therefore$ $k = 0$ किंवा $k = 3$

$\therefore$ $k = 3$ ने दोन्ही अटींचे समाधान होते.

$\therefore$ **$k = 3$ असल्यास दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांच्या उकली अनंत असतील.**

ii. दिलेली एकसामयिक समीकरणे,

$kx - y + 3 - k = 0$

म्हणजे $kx - y = k - 3$ .... (i)

आणि $4x - ky + k = 0$

म्हणजे $4x - ky = - k$ .... (ii)

समी (i) व (ii) ची

$a_1x + b_1y = c_1$ आणि

$a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून

$a_1 = k, b_1 = - 1, c_1 = k - 3,$

$a_2 = 4, b_2 = - k, c_2 = -k$

परंतु दिलेल्या एकसामायिक समीकरणांच्या अनंत उकली आहेत.

$$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\therefore \quad \frac{k}{4} = \frac{-1}{-k} = \frac{k-3}{-k}$$

आता, $\frac{k}{4} = \frac{-1}{-k}$

$\therefore$ $- k^2 = - 4$

$\therefore$ $k^2 = 4$

$\therefore$ $k = \pm 2$

तसेच, $\frac{-1}{-k} = \frac{k-3}{-k}$

$\therefore \quad \frac{-1}{k} = \frac{k-3}{k}$

$\therefore \quad -k = k(k-3)$

$\therefore \quad -k = k^2 - 3k$

$\therefore \quad 3k - k = k^2$

$\therefore \quad 2k = k^2$

$\therefore \quad k^2 - 2k = 0$

$\therefore \quad k(k-2) = 0$

$\therefore$ $k = 0$ किंवा $k - 2 = 0$

$\therefore$ $k = 0$ किंवा $k = 2$

$\therefore$ $k = 2$ ने दोन्ही अटींचे समाधान होते.

$\therefore$ **$k = 2$ असल्यास दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाच्या अनंत उकली असतील.**

4. खाली दिलेल्या एकसामयिक समीकरणांची एकमेव उकल असेल तर p ची किंमत काढा.

[प्रत्येकी 3 गुण]

i. $3x + y = 10; 9x + py = 23$

ii. $8x - py + 7 = 0; 4x - 2y + 3 = 0$

उकल:

i. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$3x + y = 10$ … (i)

$9x + py = 23$ … (ii)

समीकरण (i) आणि (ii) ची

$a_1x + b_1y = c_1$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = 3, b_1 = 1, c_1 = 10$

$a_2 = 9, b_2 = p, c_2 = 23$

परंतु, दिलेल्या एकसामायिक समीकरणांची एकमेव उकल आहे.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\therefore \quad \frac{3}{9} \neq \frac{1}{p}$ $\quad \therefore \quad \frac{1}{3} \neq \frac{1}{p}$

$\therefore \quad p \neq 3$

3 ही किंमत सोडून p च्या इतर सर्व किमतीसाठी दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची एकमेव उकल येईल.

ii. दिलेली एकसामयिक समीकरणे :

$8x - py + 7 = 0$ .... (i)

आणि $4x - 2y + 3 = 0$ .... (ii)

समी (i) वरून,

$\therefore$ $8x - py = -7$ .... (iii)

समी (ii) वरून,

$4x - 2y = -3$ .... (iv)

समी (iii) आणि (iv) ची,

$a_1x + b_1y = c_1$

आणि $a_2x + b_2y = c_2$ शी तुलना करून,

$a_1 = 8, b_1 = -p, c_1 = -7$

$a_2 = 4, b_2 = -2, c_2 = -3$

परंतु, दिलेल्या एकसामायिक समीकरणांची एकमेव उकल आहे.

$\therefore$ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\therefore$ $\frac{8}{4} \neq \frac{-p}{-2}$ $\quad\therefore$ $2 \neq \frac{p}{2}$

$\therefore$ $p \neq 4$

$\therefore$ **म्हणजेच 4 ही किंमत सोडून p च्या इतर सर्व किमतीसाठी दिलेल्या एकसामयिक समीकरणाची एकमेव उकल येईल.**

Ex. 3.4

1. खालील एकसामयिक समीकरणे सोडवा.

[प्रत्येकी 4 गुण]

i. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=8;\ \frac{4}{x}-\frac{2}{y}=2$ **[मार्च 13]**

ii. $\frac{2}{x}+\frac{6}{y}=13;\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=12$

iii. $\frac{1}{3x}+\frac{1}{5y}=\frac{1}{15};\ \frac{1}{2x}+\frac{1}{3y}=\frac{1}{12}$

iv. $\frac{27}{x-2}+\frac{31}{y+3}=85;\ \frac{31}{x-2}+\frac{27}{y+3}=89$

[ऑक्टोबर 14]

v. $\frac{16}{x+y}+\frac{2}{x-y}=1;\ \frac{8}{x+y}-\frac{12}{x-y}=7$

उकल:

i. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=8$ .... (i)

आणि $\frac{4}{x}-\frac{2}{y}=2$ .... (ii)

समजा, $\frac{1}{x}=p$ आणि $\frac{1}{y}=q$,

$\therefore$ समी (i) आणि (ii) पुढीलप्रमाणे होतील

$p+q=8$ .... (iii)

आणि $4p-2q=2$ .... (iv)

समीकरण (iii) ला 2 ने गुणून

$2(p + q) = 2(8)$

$\therefore \quad 2p + 2q = 16 \qquad \ldots(v)$

समी (iv) व (v) ची बेरीज करू,

$$\begin{array}{rl} & 4p - 2q = 2 \\ + & 2p + 2q = 16 \\ \hline & 6p \quad = 18 \end{array}$$

$\therefore \quad 6p = 18$

$\therefore \quad p = \frac{18}{6}$

$\therefore \quad p = 3$

p = 3 समी (iii) मध्ये ठेवून,

$3 + q = 8$

$\therefore \quad q = 8 - 3$

$\therefore \quad q = 5$

$\therefore \quad (p, q) = (3, 5)$

आता, p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$\therefore \quad 3 = \frac{1}{x}$ आणि $5 = \frac{1}{y}$

$\therefore \quad 3x = 1$ आणि $5y = 1$

$\therefore \quad x = \frac{1}{3}$ आणि $y = \frac{1}{5}$

$\therefore \quad \mathbf{(x, y) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right)}$

ii. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 13$ .... (i)

आणि $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 12$ .... (ii)

समज़ा $\frac{1}{x} = p$ आणि $\frac{1}{y} = q$

∴ समी (i) आणि (ii) पुढीप्रमाणे होतील,

$2p + 6q = 13$ .... (iii)

आणि $3p + 4q = 12$ .... (iv)

समी (iii) ला 3, ने गुणून,

$3(2p + 6q) = 3(13)$

∴ $6p + 18q = 39$ ... (v)

समी (iv) ला 2, ने गुणून,

$2(3p + 4q) = 2(12)$

∴ $6p + 8q = 24$ ... (vi)

समी. (v) मधून समी. (vi) वजा करून,

$$\begin{array}{r} 6p + 18q = 39 \\ 6p + 8q = 24 \\ (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline 0 + 10q = 15 \end{array}$$

∴ $q = \frac{15}{10}$

∴ $q = \frac{3}{2}$

$q = \frac{3}{2}$ समी (iv) मध्ये ठेवून,

$$3p + 4\left(\frac{3}{2}\right) = 12$$

$\therefore \quad 3p + 2 \times 3 = 12$

$\therefore \quad 3p + 6 = 12$

$\therefore \quad 3p = 12 - 6$

$\therefore \quad 3p = 6$

$\therefore \quad p = 2$

$\therefore \quad (p, q) = \left(2, \frac{3}{2}\right)$

p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$\therefore \quad 2 = \frac{1}{x}$ आणि $\frac{3}{2} = \frac{1}{y}$

$\therefore \quad 2x = 1$ आणि $3y = 2$

$\therefore \quad x = \frac{1}{2}$ आणि $y = \frac{2}{3}$

$\therefore \quad \mathbf{(x, y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)}$

समी (iii) ला 4, ने गुणून,

$4(5p + 3q) = 4(1)$

$\therefore \quad 20p + 12q = 4 \qquad \dots (v)$

समी (iv) ला 3, ने गुणून,

$3(6p + 4q) = 3(1)$

∴ $18p + 12q = 3$ … (vi)

समी (v) मधून समी (vi) वजा करून,

$$\begin{array}{rcrcr} 20p & + & 12q & = & 4 \\ 18p & + & 12q & = & 3 \\ (-) & & (-) & & (-) \\ \hline 2p & & & = & 1 \end{array}$$

∴ $p = \frac{1}{2}$

$p = \frac{1}{2}$ समी (iv) मध्ये ठेवून,

$6 \times \frac{1}{2} + 4q = 1$

∴ $3 + 4q = 1$

∴ $4q = 1 - 3$

∴ $4q = -2$

∴ $q = \frac{-2}{4}$ ∴ $q = \frac{-1}{2}$

∴ $(p, q) = \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$\frac{1}{2} = \frac{1}{x}$ आणि $\frac{-1}{2} = \frac{1}{y}$

∴ $x = 2$ आणि $y = -2$

∴ **$(x, y) = (2, -2)$**

iv. दिलेली एकसामयिक समीकरणे

$$\frac{27}{x-2} + \frac{31}{y+3} = 85 \qquad \text{.... (i)}$$

आणि $\frac{31}{x-2} + \frac{27}{y+3} = 89$ .... (ii)

येथे, $\frac{1}{x-2}$ आणि $\frac{1}{y+3}$ दोन्ही समीकरणांना समान आहे.

समजा, $\frac{1}{x-2} = p$ आणि $\frac{1}{y+3} = q$

$\therefore$ समीकरण (i) आणि (ii) पुढीलप्रमाणे होतील.

$27p + 31q = 85$ .... (iii)

आणि $31p + 27q = 89$ .... (iv)

समी (iii) व (iv) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{rrr} & 27p + 31q = 85 \\ + & 31p + 27q = 89 \\ \hline & 58p + 58q = 174 \end{array}$$

$\therefore$ $58(p + q) = 174$

$\therefore$ $p + q = \frac{174}{58}$

$\therefore$ $p + q = 3$ .... (v)

समी. (iv) मधून समी. (iii) वजा करून,

$$\begin{array}{rrr} & 31p + 27q = 89 \\ & 27p + 31q = 85 \\ & (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline & 4p - 4q = 4 \end{array}$$

$\therefore$ $4(p - q) = 4$

$\therefore \quad p - q = \frac{4}{4}$

$\therefore \quad p - q = 1 \qquad \ldots. \text{(vi)}$

समी. (v) व (vi) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{rl} & p + q = 3 \\ + & p - q = 1 \\ \hline & 2p \quad = 4 \end{array}$$

$\therefore \quad 2p = 4$

$\therefore \quad p = \frac{4}{2}$

$\therefore \quad p = 2$

p = 2 समी (vi) मध्ये ठेवून,

$2 - q = 1$

$\therefore \quad -q = 1 - 2$

$\therefore \quad -q = -1 \qquad \therefore \quad q = 1$

$\therefore \quad (p, q) = (2, 1)$

p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$2 = \frac{1}{x-2}$ आणि $1 = \frac{1}{y+3}$

$\therefore \quad 2(x - 2) = 1$ आणि $1(y + 3) = 1$

$\therefore \quad 2x - 4 = 1$ आणि $y + 3 = 1$

$\therefore \quad 2x = 1 + 4$ आणि $y = 1 - 3$

$\therefore \quad 2x = 5$ आणि $y = -2$

$\therefore \quad x = \frac{5}{2}$ आणि $y = -2$

$\therefore \quad \mathbf{(x, y) = \left(\frac{5}{2}, -2\right)}$

v. दिलेली एकसामयिक समीकरणे:

$\frac{16}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 1$ .... (i)

आणि $\frac{8}{x+y} - \frac{12}{x-y} = 7$ .... (ii)

समजा $\frac{1}{x+y} = p$ आणि $\frac{1}{x-y} = q$

$\therefore$ समी (i) आणि (ii) पुढीप्रमाणे होतील

$16p + 2q = 1$ .... (iii)

आणि $8p - 12q = 7$ .... (iv)

समी (iv) ला 2 ने गुणून,

$2(8p - 12q) = 2(7)$

$\therefore$ $16p - 24q = 14$ ... (v)

समी (v) मधून समी (iii) वजा करून,

$$\begin{array}{rcrcl} 16p & - & 24q & = & 14 \\ 16p & + & 2q & = & 1 \\ (-) & & (-) & & (-) \\ \hline & & -26q & = & 13 \end{array}$$

$\therefore$ $-q = \frac{13}{26}$ $\therefore$ $q = \frac{-1}{2}$

$q = \frac{-1}{2}$ समी. (iii) मध्ये ठेवून,

$16p + 2\left(\frac{-1}{2}\right) = 1$

$\therefore$ $16p - 1 = 1$ $\therefore$ $16p = 1 + 1$

$\therefore$ $16p = 2$

$\therefore$ $p = \frac{2}{16}$

$\therefore$ $p = \frac{1}{8}$

$\therefore \quad (p, q) = \left(\frac{1}{8}, \frac{-1}{2}\right)$

p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$\frac{1}{8} = \frac{1}{x+y}$

$\therefore \quad x + y = 8 \qquad \ldots \text{(vi)}$

आणि $\frac{-1}{2} = \frac{1}{x-y}$

$\therefore \quad x - y = -2 \qquad \ldots \text{(vii)}$

समीकरण (vi) व (vii) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{rl} & x + y = 8 \\ + & x - y = -2 \\ \hline & 2x \quad = 6 \end{array}$$

$\therefore \quad x = \frac{6}{2}$

$\therefore \quad x = 3$

$x = 3$ समी (vi) मध्ये ठेवून,

$3 + y = 8$

$\therefore \quad y = 8 - 3 \qquad \therefore \quad y = 5$

$\therefore \quad \mathbf{(x, y) = (3, 5)}$

Ex. 3.5

1. दोन चलांचा उपयोग करून खालील उदाहरणे सोडवा.

i. दोन संख्यांची बेरीज 60 आहे. मोठी संख्या ही लहान संख्येच्या तिपटीपेक्षा 8 ने जास्त आहे. तर त्या संख्या शोधा. [3 गुण]

उकल:

समजा मोठी संख्या x आणि लहान संख्या y आहे

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$$x + y = 60 \quad \ldots\text{(i)}$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$$x = 3y + 8$$

म्हणजे $x - 3y = 8$ .... (ii)

समी. (i) मधून समी. (ii) वजा करून,

$$\begin{array}{rcrcl} x & + & y & = & 60 \\ x & - & 3y & = & 8 \\ (-) & & (+) & & (-) \\ \hline & & 4y & = & 52 \end{array}$$

$\therefore \quad y = \dfrac{52}{4}$

$\therefore \quad y = 13$

$y = 13$ समी (i) मध्ये ठेवून,

$x + 13 = 60$

$\therefore \quad x = 60 - 13$

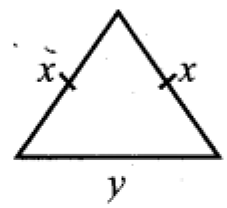
$\therefore \quad x = 47$

$\therefore$ **त्या दोन संख्या 47 आणि 13 आहेत.**

ii. एका समद्विभुज त्रिकोणाची परिमिती 24 सेमी असून एकरूप बाजूंची लांबी ही पायाच्या लांबीच्या दुप्पटीपेक्षा 13 सेमीने कमी आहे तर प्रत्येक बाजूची लांबी काढा. [मार्च 13][3 गुण]

उकल :

समजा, समद्विभुज त्रिकोणाच्या एकरूप बाजूंची लांबी x सेमी (समद्विभुज त्रिकोणाच्या दोन बाजू समान असतात) आणि पायाची लांबी y सेमी आहे.



दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

परिमिती = 24 सेमी

$\therefore \quad x + x + y = 24$

.... ($\because$ त्रिकोणाची परिमिती = सर्व बाजूंची बेरीज)

म्हणजे $2x + y = 24$ ....(i)

आता, दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$x = 2y - 13$

म्हणजे $x - 2y = -13$ ....(ii)

समी (ii) ला 2 ने गुणून,

$2(x - 2y) = 2(-13)$

$\therefore \quad 2x - 4y = -26$ ....(iii)

समी (iii) मधून समी (i) वजा करून,

$$\begin{array}{rcrcl} 2x & - & 4y & = & -26 \\ 2x & + & y & = & 24 \\ (-) & & (-) & & (-) \\ \hline & & -5y & = & -50 \end{array}$$

$\therefore \quad y = \frac{-50}{-5}$

$\therefore \quad y = 10$

आता $y = 10$ ला समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$2x + 10 = 24$

$\therefore \quad 2x = 24 - 10$

$\therefore \quad 2x = 14$

$\therefore \quad x = \frac{14}{2}$

$\therefore \quad x = 7$

$\therefore$ **समद्विभुज त्रिकोणाच्या बाजू 7 सेमी, 7 सेमी आणि 10 सेमी आहेत.**

iii. काटकोन त्रिकोणातील एक लघुकोन हा दुसऱ्या लघुकोनापेक्षा 20° ने जास्त आहे. तर काटकोन त्रिकोणाच्या दोन्ही लघुकोनांची मापे काढा.

[3 गुण]

उकल :

समजा, काटकोन त्रिकोणाचा मोठा लघुकोन $x°$ आणि लहान लघुकोन $y°$ आहे.

दिलेल्या अटीनुसार,

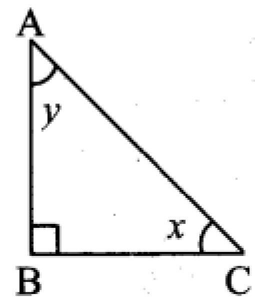
$x = y + 20°$

$\therefore \quad x - y = 20° \qquad \ldots \text{(i)}$

तसेच, काटकोन त्रिकोणामध्ये दोन लघुकोनांची बेरीज 90° असते.

$\therefore \quad x + y = 90° \qquad \ldots \text{(ii)}$

समी (i) व समी (ii) ची बेरीज करुन,



$$\begin{array}{l} x - y = 20° \\ \underline{x + y = 90°} \\ 2x \quad = 110° \end{array}$$

$\therefore \quad 2x = 110°$

$\therefore \quad x = \dfrac{110°}{2}$

$\therefore \quad \mathbf{x = 55°}$

$x = 55°$ समी (i) मध्ये ठेवून,

$55° - y = 20°$

$\therefore \quad -y = 20° - 55°$

$\therefore \quad -y = -35°$

$\therefore \quad y = 35°$

$\therefore$ **काटकोन त्रिकोणाच्या लघुकोनांची मापे 55° आणि 35° आहेत.**

iv. लहान मुलांना खेळण्यासाठी घरासमोर आयताकृती अंगण आहे. जर त्या आयताची लांबी रुंदीपेक्षा 6 मीटरने जास्त असेल आणि त्याची परिमिती 60 मीटर असेल तर त्या अंगणाची मापे काढा. [3 गुण]

उकल :

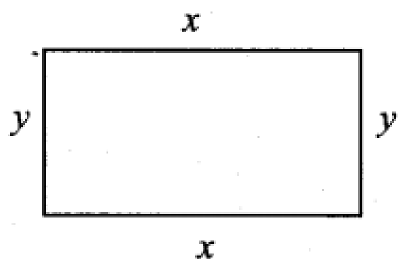
समजा, आयताकृती अंगणाची लांबी x मीटर आणि रुंदी y मीटर आहे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$x = y + 6$

$\therefore \quad x - y = 6 \qquad \ldots\ldots \text{(i)}$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,



परिमिती = 60 मीटर

$\therefore \quad x + y + x + y = 60$

$\therefore \quad 2x + 2y = 60$

$\therefore \quad 2(x + y) = 60$

$\therefore \quad x + y = \frac{60}{2}$

$\therefore \quad x + y = 30 \qquad \ldots\ldots \text{(ii)}$

समी. (i) व समी. (ii) ची बेरीज करून,

$x - y = 6$

$x + y = 30$

$2x \quad = 36$

$\therefore \quad x = \frac{36}{2}$

$\therefore \quad x = 18$

$x = 8$ समी. (ii) मध्ये ठेवू,

$18 + y = 30$

$\therefore \quad y = 30 - 18$

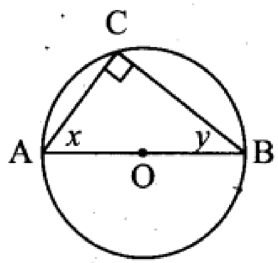
$\therefore \quad y = 12$

$\therefore$ **आयताकृती अंगणाची लांबी 18 मीटर आणि रुंदी 12 मीटर.**

v. **रेख AB हा एका वर्तुळाचा व्यास असून C हा त्या वर्तुळावरील कोणताही एक बिंदू असा आहे की Δ ABC मध्ये $\angle$ B हा $\angle$ A पेक्षा 10° ने लहान आहे तर Δ ABC च्या सर्व कोनांची मापे लिहा.**

[4 गुण]

उकल :



वर्तुळाचा व्यास वर्तुळाच्या परीघावरील कोणत्याही बिंदूशी काटकोन करतो.

$\therefore$ ΔABC मध्ये, $m\angle C = 90°$

$m\angle A = x$ व $m\angle B = y$ मानू,

पहिल्या अटीनुसार,

$y = x - 10°$

$\therefore$ $10° = x - y$

$\therefore$ $x - y = 10°$ ... (i)

तसेच, त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180° असते.

$\therefore$ $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

$\therefore$ $x + y + 90° = 180°$

$\therefore$ $x + y = 180° - 90°$

$\therefore$ $x + y = 90°$ ... (ii)

समी. (i) आणि (ii) ची बेरीज करून,

$x + y = 90°$

$x - y = 10°$

$2x \quad = 100°$

$\therefore$ $2x = 100°$

$\therefore$ $x = \frac{100°}{2}$

$\therefore$ $x = 50°$

आता, $x = 50$ समीकरण (ii) मध्ये ठेवून,

$50° + y = 90°$

$\therefore$ $y = 90° - 50°$ $\therefore$ $y = 40°$

$\therefore$ **Δ ABC मध्ये, $m\angle A = 50°$, $\angle B = 40°$ आणि $m\angle C = 90°$ आहेत.**

vi. दुर्गाच्या आईने तिला काही 10 रुपयांच्या व काही 5 रुपयांच्या नोटा मिळून ₹ 190 दिले. तेव्हा दुर्गा म्हणाली की, 'जर आईने 10 रुपयांच्या व 5 रुपयांच्या नोटांच्या संख्येची अदलाबदल केली असती तर माझ्या हातात ₹ 185 असते.' तेव्हा दुर्गाला 10 रुपयांच्या व 5 रूपयांच्या किती नोटा दिल्या होत्या? [4 गुण]

उकल :

दुर्गाकडे 10 रु. च्या x नोटा आणि 5 रु. च्या y नोटा आहेत असे समजू.

दिलेल्या अटीनुसार,

$$10x + 5y = 190$$

$$\therefore \quad 5(2x + y) = 190$$

$$\therefore \quad 2x + y = \frac{190}{5}$$

$$\therefore \quad 2x + y = 38 \qquad \ldots \text{(i)}$$

नोटांची अदलाबदल करून,

$$10y + 5x = 185$$

$$\therefore \quad 5(2y + x) = 185$$

$$\therefore \quad 2y + x = \frac{185}{5}$$

$$\therefore \quad x + 2y = 37 \qquad \ldots \text{(ii)}$$

समीकरण (i) ला 2 ने गुणून,

$$2(2x + y) = 2(38)$$

$$\therefore \quad 4x + 2y = 76 \qquad \ldots \text{(iii)}$$

समीकरण (iii) मधून (ii) वजा करून,

$$\begin{array}{rcrcl} 4x & + & 2y & = & 76 \\ x & + & 2y & = & 37 \\ (-) & & (-) & & (-) \\ \hline 3x & & & = & 39 \end{array}$$

$$\therefore \quad x = \frac{39}{3}$$

$$\therefore \quad x = 13$$

समी (i) मध्ये $x = 13$ ठेवून

$2(13) + y = 38$

$\therefore \quad 26 + y = 38 \qquad \therefore \quad y = 38 - 26$

$\therefore \quad y = 12$

$\therefore$ **दुर्गाला 10 रुपयांच्या 13 व 5 रुपयांच्या 12 नोटा दिल्या होत्या.**

vii. एका माणसाने ठरावीक मासिक पगार व निश्चित वार्षिक वाढ असलेली नोकरी सुरू केली. जर त्याचा पगार 2 वर्षांनंतर ₹ 11000 व 4 वर्षांनंतर ₹ 14000 होत असेल तर त्याचा सुरुवातीचा पगार व वार्षिक वाढ काढा. **[4 गुण]**

उकल :

समजा, त्या माणसाचा ठरावीक मासिक पगार ₹ x व वार्षिक वाढ ₹ y आहे.

$\therefore$ दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार

$x + 2y = 11000 \qquad \text{....(i)}$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार

$x + 4y = 14000 \qquad \text{....(ii)}$

समी. (ii) मधून समी. (i) वजा करून,

$$\begin{array}{rcl} x + 4y &=& 14000 \\ x + 2y &=& 11000 \\ (-)\ (-) & & (-) \\ \hline 2y &=& 3000 \end{array}$$

$\therefore \quad y = \dfrac{3000}{2} \qquad \therefore \quad y = 1500$

$y = 1500$ समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$x + 2\,(1500) = 11000$

$\therefore \quad x = 11000 - 3000$

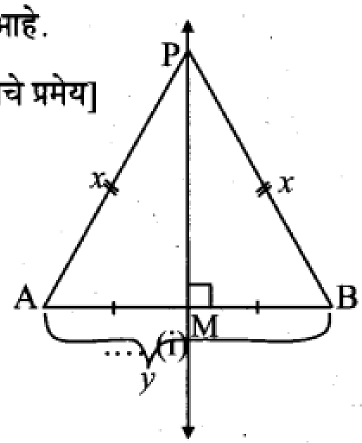
$\therefore \quad x = 8000$

$\therefore$ **माणसाचा सुरुवातीचा पगार ₹ 8000 व वार्षिक पगारवाढ ₹ 1500.**

viii. AB हा एक रेषाखंड असून P हा बिंदू AB च्या लंबदुभाजकावर असा आहे की AP हे अंतर AB पेक्षा 7 सेमी ने जास्त आहे. जर ΔABP ची परिमिती 38 सेमी असेल तर ΔABP च्या बाजू काढा. [4 गुण]

उकल :

समजा AP ची लांबी x सेमी आणि AB ची लांबी y सेमी आहे.



$\because$ P हा बिंदू लंबदुभाजकावर आहे.

$\therefore$ AP = PB ...[लंबदुभाजकाचे प्रमेय]

$\therefore$ PB = x सेमी

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$x = y + 7$

$\therefore$ $x - y = 7$ ....(i)

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$x + x + y = 38$ सेमी

.... [त्रिकोणाची परिमिती = सर्व बाजूंची बेरीज]

$\therefore$ $2x + y = 38$ .... (ii)

समी (i) व (ii) ची बेरीज करून,

$$\begin{array}{r} x - y = 7 \\ 2x + y = 38 \\ \hline 3x \quad = 45 \end{array}$$

$\therefore$ $x = \frac{45}{3}$

$\therefore$ $x = 15$

आता, $x = 15$ समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$15 - y = 7$

$\therefore$ $15 - 7 = y$

$\therefore$ $y = 8$

$\therefore$ **l(AP) = 15 सेमी, l(PB) = 15 सेमी, l(AB) = 8 सेमी.**

ix. दोन संख्यांची बेरीज 97 आहे. जर मोठ्या संख्येला लहान संख्येने भागले तर भागाकार 7 व बाकी 1 मिळते तर त्या संख्या काढा. [4 गुण]

उकल :

समजा, मोठी संख्या x आणि लहान संख्या y आहे.

दिलेल्या पहिल्या अटीनूसार

$$x + y = 97 \quad \ldots(i)$$

आता, भाज्य = भाजक × भागाकार + बाकी

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनूसार

$$x = y \times 7 + 1$$
$$x = 7y + 1$$
$$x - 7y = 1 \quad \ldots(ii)$$

समी. (i) मधून समी. (ii) वजा करून,

$$\begin{array}{r} x + y = 97 \\ x - 7y = 1 \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline 8y = 96 \end{array}$$

$\therefore \quad y = \frac{96}{8}$

$\therefore \quad y = 12$

$y = 12$ समीकरण (i) मध्ये ठेवून,

$x + 12 = 97$

$\therefore \quad x = 97 - 12 = 85$

$\therefore$ **त्या दोन संख्या 85 आणि 12 आहेत.**

x. एक नाव 6 तासात प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने 8 किमी आणि प्रवाहाच्या दिशेने 32 किमी जाते. तीच नाव त्याच वेगाने प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने 20 किमी आणि प्रवाहाच्या दिशेने 16 किमी अंतर 7 तासात पार करते तर नावेचा संथ पाण्यातील वेग व प्रवाहाचा वेग काढा. [5 गुण]

उकल :

समजा नावेचा संथ पाण्यातील वेग x किमी/तास आणि प्रवाहाचा वेग y किमी/तास आहे.

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेला बोटीचा वेग कमी होतो तसेच प्रवाहाच्या दिशेने तो वाढतो.

∴ प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने ताशी वेग $(x - y)$ किमी / तास व नावेचा प्रवाहाच्या दिशेने ताशी वेग $(x + y)$ किमी / तास

दिलेल्या पहिल्या अटीनुसार,

$$\frac{8}{x-y} + \frac{32}{x+y} = 6 \quad \ldots. \text{(i)}$$

दिलेल्या दुसऱ्या अटीनुसार,

$$\frac{20}{x-y} + \frac{16}{x+y} = 7 \quad \ldots. \text{(ii)}$$

समजा $\frac{1}{x-y} = \text{p}$ आणि $\frac{1}{x+y} = \text{q}$,

समी (i) खालीलप्रमाणे,

$$8\text{p} + 32\text{q} = 6$$

$\therefore \quad 2(4p + 16q) = 6$

$\therefore \quad 4p + 16q = \frac{6}{2}$

$\therefore \quad 4p + 16q = 3 \qquad \text{....(iii)}$

आणि समी. (ii) खालील प्रमाणे,

$20p + 16q = 7 \qquad \text{....(iv)}$

$\therefore$ समी (iv) मधून समी (iii) वजा करून

$$\begin{array}{rcrl} 20p & + & 16q & = 7 \\ 4p & + & 16q & = 3 \\ (-) & & (-) & (-) \\ \hline 16p & & & = 4 \end{array}$$

$\therefore \quad p = \frac{4}{16}$

$\therefore \quad p = \frac{1}{4}$

$p = \frac{1}{4}$ समी (iii) मध्ये ठेवून,

$4\left(\frac{1}{4}\right) + 16q = 3$

$\therefore \quad 1 + 16q = 3$

$\therefore \quad 16q = 3 - 1$

$\therefore \quad 16q = 2$

$\therefore \quad q = \frac{2}{16}$

$\therefore \quad q = \frac{1}{18}$

$\therefore \quad (p, q) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$

आता p आणि q च्या किमती परत ठेवून,

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{x-y} \text{ आणि } \frac{1}{8} = \frac{1}{x+y}$$

$\therefore \quad x - y = 4$ ... (v) आणि

$\therefore \quad x + y = 8$ ... (vi)

समी. (v) व (vi) ची बेरीज करून

$$\begin{array}{r} x - y = 4 \\ x + y = 8 \\ \hline 2x \quad = 12 \end{array}$$

$\therefore \quad 2x = 12$

$\therefore \quad x = 6$ किमी / तास

आता, $x = 6$ समी (vi) मध्ये ठेवून,

$6 + y = 8$

$\therefore \quad y = 8 - 6$

$\therefore \quad y = 2$ किमी / तास

$\therefore$ **नावेचा संथ पाण्यातील वेग 6 किमी/तास आणि प्रवाहांचा वेग 2 किमी/तास आहे.**