অধ্যায়-14

বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ

M1M5M1

তোমালোকে স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ উৎপাদকৰ বিষয়ে আগতে শিকি আহিছা। যেনে

$105 = 1\times 105 = 3\times 35 = 5\times 21 = 7\times 15 = 3\times 5\times 7$

ইয়াত, 105 সংখ্যাটোক পাঁচধৰণে বেলেগ বেলেগ সংখ্যাৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰা হৈছে। এনেদৰে কোনো এটা সংখ্যাক আন দুই বা ততোধিক সংখ্যাৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰিলে পিছৰ সংখ্যাকেইটাক আগৰ সংখ্যাটোৰ **উৎপাদক** বোলা হয়। গতিকে 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 আৰু 105 এই আটাইকেইটা সংখ্যাই 105ৰ উৎপাদক। এই ক্ষেত্ৰত মন কৰা যে 3, 5, 7 উৎপাদক তিনিটাৰ প্ৰতিটোৱেই একোটা মৌলিক সংখ্যা। অৰ্থাৎ ইহঁতৰ এটাকো 1ৰ বাহিৰে সংখ্যাটোতকৈ সৰু আন কোনো সংখ্যাৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি।

অৰ্থাৎ 105ৰ উৎপাদক হিচাপে 3, 5 আৰু 7 অলঘুকৰণীয় (Irreducible)।

আন ধৰণে ক'বলৈ হ'লে $105 = 3\times 5\times 7$, 105ৰ মৌলিক উৎপাদকত প্ৰকাশিত ৰূপ।

মৌলিক উৎপাদকত সংখ্যাৰ প্ৰকাশ গণিতৰ বিভিন্ন আলোচনাৰ বাবে প্ৰয়োজনীয়।

আমি জানো যে বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰ বিভিন্ন পদৰ যোগ বা বিয়োগৰ দ্বাৰা গঠিত হয়। এই পদবোৰ আকৌ বিভিন্ন সংখ্যা, ধ্ৰুৱক আৰু বীজগণিতীয় চিহ্ন বা চলকৰ পূৰণৰ দ্বাৰা গঠিত হয়। যেনে, $10x^2y+6y^2+12y$ এটা বীজগণিতীয় ৰাশি য'ত $10x^2y$, $6y^2$ আৰু $12y$ ৰাশিটোৰ তিনিটা পদ। অৰ্থাৎ ই এটা বহুপদী (ত্ৰিপদী) বীজগণিতীয় ৰাশি। এই ৰাশিটোক অন্য দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পৰা যাবনে? অৰ্থাৎ $10x^2y+6y^2+12y$ ৰাশিটোৰ উৎপাদক পোৱা সম্ভৱনে? যদি সম্ভৱ হয়, তেন্তে উৎপাদকবোৰ কেনে হ'ব? এই প্ৰশ্নৰ সমিধান পাবলৈ প্ৰথমে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক কেনেকৈ গঠন হয় সেইটো বিচাৰ কৰি চাওঁ আহা।

14.1 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক

ওপৰত আলোচিত ৰাশিটোৰ প্ৰথম পদটো অৰ্থাৎ $10x^2y$ লোৱা হওক। এই ৰাশিটো কিমান ধৰণে বেলেগ বেলেগ ৰাশিৰ পূৰণফল হিচাপে পাব পাৰি চোৱা—

$10x^2y = 10\times x^2y$

গতিকে $10x^2y$ৰ 10 আৰু x^2y দুটা উৎপাদক

ইয়াত $10 = 2\times 5$ আৰু $x^2y = x^2\times y$

গতিকে, $10x^2y = 10\times x^2y = 2\times 5\times x^2\times y$

অৰ্থাৎ, $10x^2y$ ৰ উৎপাদক 2, 5, x^2 আৰু y

আকৌ $x^2 = x\times x$

গতিকে $10x^2y = 2\times 5\times x\times x\times y$

অর্থাৎ $10x^2y$ ৰ উৎপাদক $2, 5, x, x$ আৰু y

এতিয়া $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে 2 আৰু 5 মৌলিক সংখ্যা অৰ্থাৎ 2 আৰু 5 ৰাশিটোৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদক।

একেদৰে $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে x আৰু y ও অলঘুকৰণীয় অৰ্থাৎ, x বা yক আন কোনো ৰাশিৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰাটো সম্ভৱ নহয়।

গতিকে, $10x^2y = 2\times 5\times x\times x\times y$, ৰাশিটোৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশিত ৰূপ।

মন কৰা যে (i) $10x^2y = 10\times x^2y$ নিলিখি আমি $10x^2y = 10x\times xy$ বা $2\times 5x^2\times y$ বা $2x\times 5xy$ ইত্যাদি ধৰণে লিখিব পাৰিলোঁহেঁতেন। তেতিয়া $10x, xy, 2, 5x^2, y, 2x, 5xy$ ইত্যাদি $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে পালোঁহেঁতেন। কিন্তু এই উৎপাদকবোৰৰ ভিতৰত $10x, 5x^2, 2x, 5xy$ আদিৰ পুনৰ লঘুকৰণ সম্ভৱ হ'লহেঁতেন। কিন্তু এনে উৎপাদকবোৰক লঘু কৰি গৈ থাকিলে শেষত $10x^2y$ৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদক 2, 5, x, x আৰু y কে পালোঁহেঁতেন।

(ii) $10x^2y = 1\times 10x^2y$ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। কিন্তু 1 যিকোনো ৰাশিতে পূৰণৰ দ্বাৰা যুক্ত হৈ থাকে। গতিকে 1 ক $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে উল্লেখ কৰাৰ প্ৰয়োজন নহয়।

একেদৰে, প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ $6y^2$ টো যদি লক্ষ্য কৰা, দেখিবা যে $6y^2$ৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশিত ৰূপটো হ'ল—

$6y^2 = 6\times y^2 = 2\times 3\times y\times y$

ৰাশিটোৰ তৃতীয় পদটো অৰ্থাৎ $12y$ৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশিত ৰূপটো হ'ল—

$12y = 12\times y = 4\times 3\times y = 2\times 2\times 3\times y$

প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ পদ তিনিটাৰ প্ৰত্যেককে অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰাৰ পৰা আমাৰ কি সুবিধা হ'ল বাৰু?

আমি দেখিলোঁ যে 2 আৰু y তিনিওটা পদতে উৎপাদক হিচাপে আছে। অৰ্থাৎ, $2\times y = 2y$ তিনিওটা পদৰ সাধাৰণ উৎপাদক। যেনে

$$\begin{aligned}10x^2y &= 2\times 5\times x\times x\times y\\ &= (2\times y)\times(5\times x\times x)\\ &= 2y\times 5x^2\\ 6y^2 &= 2\times 3\times y\times y\\ &= (2\times y)\times(3\times y)\\ &= 2y\times 3y\\ 12y &= 2\times 2\times 3\times y\\ &= (2\times y)\times(2\times 3)\\ &= 2y\times 6\end{aligned}$$

গতিকে প্ৰদত্ত ৰাশিটোক আমি এনেদৰে সজাব পাৰোঁ—

$10x^2y + 6y^2 + 12y = 2y \times 5x^2 + 2y \times 3y + 2y \times 6$

সোঁফালৰ ৰাশিটোৰ পদ তিনিটাৰ ক্ষেত্ৰত $2y$ তিনিওটা পদৰে সাধাৰণ উৎপাদক। আনহাতে, $5x^2$, $3y$ আৰু 6 ৰাশিবোৰ পদ তিনিটাৰ সাধাৰণ উৎপাদক নহয়।

এতিয়া এটা পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

পদ তিনিটাৰ সাধাৰণ উৎপাদক নোহোৱা কেইটাক যোগ কৰি সাধাৰণ উৎপাদকটোৰে পূৰণ কৰা।

যেনে—

$2y \times (5x^2 + 3y + 6)$

যোগৰ ওপৰত পূৰণৰ বিতৰণ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰিলে আমি পাওঁ—

$$2y \times (5x^2 + 3y + 6) = 2y \times 5x^2 + 2y \times 3y + 2y \times 6$$
$$= 2 \times 5x^2 \times y + 2 \times 3 \times y \times y + 2 \times 6 \times y$$
$$= 10x^2y + 6y^2 + 12y$$

ইয়াত সোঁফালৰ ৰাশিটো আমি প্ৰথমতে আলোচনা কৰা ৰাশিটোৱেই নহয়নে?

গতিকে দেখা গ'ল যে প্ৰদত্ত ৰাশিটো দুটা ৰাশি $2y$ আৰু $5x^2+3y+6$ৰ পূৰণফল।

অৰ্থাৎ $10x^2y + 6y^2 + 12y = 2y \times (5x^2+3y+6)$

$$= 2 \times y \times (5x^2+3y+6)$$

ইয়াত 2, y আৰু $5x^2+3y+6$ ৰাশিবোৰ প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ উৎপাদক হিচাপে অলঘুকৰণীয়।

দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিক পূৰণ কৰি নতুন ৰাশি গঠন কৰা কৌশল সম্পৰ্কে আমি আগৰ পাঠত শিকিছোঁ। আমাৰ পৰৱৰ্তী আলোচনাত যিকোনো এটা ৰাশি আন দুই বা ততোধিক ৰাশিৰ বিশেষকৈ অলঘুকৰণীয় ৰাশিৰ পূৰণফল হিচাপে কেনেকৈ পাব পাৰি সেই বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

এটা বীজগণিতীয় ৰাশিক আন দুই বা ততোধিক অলঘুকৰণীয় ৰাশিৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰাকে ৰাশিটোৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ বোলা হয়।

ইয়াৰ পিছৰ আলোচনাত বিশেষভাৱে উল্লেখ কৰিবলগীয়া নহ'লে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বুলি কওঁতে অলঘুকৰণীয় উৎপাদককে বুজিম।

14.2 গৰিষ্ঠ সাধাৰণ উৎপাদক

দুটা ৰাশি $3xy$ আৰু $2x^2y$ ৰ পৰিপ্ৰেক্ষিতত কথাখিনি আলোচনা কৰোঁ আহা।

প্ৰথমে আমি প্ৰত্যেকটো ৰাশিক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰি চাওঁ

$3xy = 3 \times x \times y$

$2x^2y = 2 \times x \times x \times y$ [ৰাশি দুটাৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকত প্ৰকাশিত ৰূপ]

এতিয়া, $3xy$ৰ উৎপাদকবোৰ 1, 3, x, y, $3x$, $3y$, xy, $3xy$.

$2x^2y$ৰ উৎপাদকবোৰ 1, 2, x, x^2, y, $2x$, $2y$, $2x^2$, xy, x^2y, $2xy$, $2x^2y$.

গতিকে, $3xy$ আৰু $2x^2y$ৰ সাধাৰণ উৎপাদকসমূহ 1, x, y, xy.

এইক্ষেত্রত xy উৎপাদকটো $3xy$ আৰু $2x^2y$ ৰ সাধাৰণ উৎপাদকৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ উৎপাদক। অৰ্থাৎ $3xy$ আৰু $2x^2y$ গ সা উ xy।

আন এটা উদাহৰণ $12ab^2$ আৰু $14ab^3$

$$12ab^2 = 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times b$$
$$14ab^3 = 2 \times 7 \times a \times b \times b \times b$$

$\therefore$ $12ab^2$ আৰু $14ab^3$ ৰ গ সা উ হৈছে $2 \times a \times b \times b = 2ab^2$

অৰ্থাৎ ৰাশি দুটাৰ গ সা উ পাবলৈ সাধাৰণ উৎপাদককেইটাক পূৰণ কৰা হৈছে।

একেদৰে pq আৰু abc ৰ গ সা ও কি হ'ব চাওঁ আহা

$$pq = p \times q$$
$$abc = a \times b \times c$$

pq আৰু abc ৰ কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাই।

কিন্তু, আমি জানো যে 1 প্ৰত্যেকটো ৰাশিৰে এটা উৎপাদক।

গতিকে 1 সংখ্যাটো pq আৰু abc ৰ সাধাৰণ উৎপাদক হ'ব আৰু একমাত্ৰ উৎপাদক হোৱা বাবে ই গ সা উ হ'ব।

নিজে চেষ্টা কৰা গৰিষ্ঠ সাধাৰণ উৎপাদক উলিওৱা

(i) a^2 আৰু a^3 (ii) p^2q আৰু pq^2 (iii) $3a^3b^2$ আৰু $6a^2b^3$

(iv) $24l^2mn$ আৰু $36l^2m^3p$ (v) $18x^2yz^2$, $24x^3y^3z$ আৰু $20x^2y$ (v) a আৰু b

কৌশল এটা চাওঁ আহা

(i) x আৰু x^2 ৰ গ সা উ হৈছে x

(ii) a^4 আৰু a^3 ৰ গ সা উ হৈছে a^3

(iii) p^6 আৰু p^2 ৰ গ সা উ p^2

কি শিকিলা ?

একে চলকযুক্ত দুটা বীজগণিতীয় ৰাশিৰ গ সা উ হৈছে ক্ষুদ্ৰতম ঘাতৰ ৰাশিটো।

14.3 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ

বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবৰ বাবে আমি পদ্ধতি কিছুমান আলোচনা কৰোঁ আহা।

14.3.1 সাধাৰণ উৎপাদকৰ পদ্ধতি

এই পদ্ধতিটোত প্ৰদত্ত বীজগণিতীয় ৰাশিটোৰ উমৈহতীয়া উৎপাদকটো বাছি উলিওৱা হয়। তাৰ পাছত বিতৰণ ধৰ্ম $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ ব্যৱহাৰ কৰি উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা হয়। কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা।

উদাহৰণ 1 ঃ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা $3x + 6$

সমাধান ঃ $3x = 3 \times x$

$6 = 3 \times 2$

$3x$ আৰু 6 ৰ গ.সা.উ. হৈছে 3

গতিকে, $3x + 6 = 3 \times x + 3 \times 2$

$= 3 \times (x + 2)$

অৰ্থাৎ, $3x + 6 = 3(x + 2)$ [$a \times b + a \times c = a \times (b+c)$ প্ৰয়োগ কৰি]

উদাহৰণ 2 ঃ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা $3xy + 3x$

সমাধান ঃ $3xy + 3x$

$= 3x \times y + 3x \times 1$

$= 3x(y+1)$

উদাহৰণ 3 ঃ $12a^2b + 3ab^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$

$3ab^2 = 3 \times a \times b \times b$

$12a^2b$ আৰু $3ab^2$ ৰ গ সা উ হৈছে $3 \times a \times b = 3ab$

$12a^2b + 3ab^2$

$= 3ab \times 4a + 3ab \times b$

$= 3ab(4a+b)$

উদাহৰণ 4 ঃ $12a^3b^2 - 15a^2b^3$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $12a^3b^2 = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times a \times b \times b$

$15a^2b^3 = 3 \times 5 \times a \times a \times b \times b \times b$

$12a^3b^2$ আৰু $15a^2b^3$ গ সা উ $= 3 \times a \times a \times b \times b$

$= 3a^2b^2$

গতিকে,

$12a^3b^2 - 15a^2b^3$

$= 3a^2b^2 \times 4a - 3a^2b^2 \times 5b$

$= 3a^2b^2 (4a - 5b)$

চমুকৈ,

$12a^3b^2 - 15a^2b^3$

$= 3 \times 2 \times 2\, a^3b^2 - 3 \times 5 \times a^2 b^3$

$= 3a^2b^2(4a - 5b)$

উদাহৰণ 5 ঃ $10a^2b^3 - 12a^3b^2 + 18ab^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $10a^2b^3 - 12a^3b^2 + 18ab^2$

$= 2ab^2(5ab - 6a^2 + 9)$

মন কৰা

(i) 10, 12 আৰু 18 ৰ গ সা উ 2

(ii) a^2, a^3 আৰু a ৰ গ সা উ a

(iii) b^3 আৰু b^2 ৰ গ সা উ b^2

গতিকে $10a^2b^3$, $12a^3b^2$ আৰু $18ab^2$ ৰ গ সা উ $2ab^2$

উদাহৰণ 6 ঃ $3pq^2 + 15pq + 7p^2q$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $3pq^2 + 15pq + 7p^2q$

$= pq \times 3q + pq \times 15 + pq \times 7p$ [মন কৰা যে pq হৈছে $3pq^2$, $15pq$ আৰু $7p^2q$ ৰ গ সা উ]

$= pq \times (3q + 15 + 7p)$

$= pq(3q + 15 + 7p)$

নিজে চেষ্টা কৰা

উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

(i) $2xy + 2y$ (ii) $10x^2y^3 - 15xy^3$

14.3.2 বীজগণিতীয় ৰাশি থকা পদক উপযুক্ত গোটত সজাই উৎপাদক বিশ্লেষণ

কেতিয়াবা বীজগণিতীয় ৰাশিত থকা পদসমূহক উপযুক্ত গোটত বা ক্রমত সজাই উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা হয়। তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰা —

উদাহৰণ 7 ঃ $ab + ay + xb + xy$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

তোমালোকে মন কৰা যে ৰাশিটোৰ প্ৰথম দুটা পদ ab আৰু ay ৰ সাধাৰণ উৎপাদক হৈছে a।

আনহাতে, xb আৰু xy ৰ সাধাৰণ উৎপাদক হৈছে x। কিন্তু আটাইকেইটা পদত 1ৰ বাহিৰে সাধাৰণ উৎপাদক এটাও নাই। আমি কেনেদৰে আগবাঢ়িম?

প্ৰথমে আমি সাধাৰণ উৎপাদক থকা পদসমূহক উৎপাদক ৰূপত লিখো আহা

$ab + ay = a \times b + a \times y$

$= a \times (b + y)$

$= a(b + y)$

তেনেদৰে, $xb + xy = x \times b + x \times y$

$= x \times (b + y)$

$= x(b + y)$

এতিয়া $ab + ay + xb + xy$

$= a(b + y) + x(b + y)$ [যিহেতু $(b + y)$ সাধাৰণ উৎপাদক, আমি বিতৰণ বিধি

$= (b + y)(a + x)$ প্ৰয়োগ কৰিব পাৰোঁ।]

মন কৰা যে $ab + ay + xb + xy = ab + xb + ay + xy$ [ৰাশিবোৰৰ পুনৰ সাজোন]

$= b(a + x) + y(a + x)$

$= (a + x)(b + y)$ ধৰণেও উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব পৰা যায়।

উদাহৰণ 8 ঃ $3xy + 2y + 3x + 2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

মন কৰা যে এই ৰাশিটোত প্ৰথম আৰু দ্বিতীয় পদত y ৰ বাহিৰে কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাই। তেনেদৰে $3x$ আৰু 2 বো 1 ৰ বাহিৰে কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাই।

সমাধান ঃ $3xy + 2y + 3x + 2 = y(3x + 2) + 1\,(3x + 2) = (3x + 2)\,(y + 1)$

অন্য ধৰণে $3xy + 2y + 3x + 2$

$= 3xy + 3x + 2y + 2$

$= 3x\,(y + 1) + 2(y + 1)$

$= (y + 1)\,(3x + 2)$

উদাহৰণ 9 ঃ $15xy - 6x + 5y - 2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $15xy - 6x + 5y - 2$

$= 3 \times x \times 5 \times y - 3 \times x \times 2 + 5 \times y - 2$

$= 3x \times (5y - 2) + 1 \times (5y - 2)$

$= (5y - 2)\,(3x + 1)$

নাইবা,

$15xy - 6x + 5y - 2$

$= 15xy + 5y - 6x - 2$

$= 5y \times 3x + 5y \times 1 + (-2) \times 3x + (-2)$

$= 5y\,(3x + 1) + (-2)\,(3x + 1)$

$= (3x + 1)\,[5y + (-2)]$

$= (3x + 1)\,(5y - 2)$

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

(i) $x^2 + xy + 4x + 4y$ (ii) $5xy + 5y + 2x + 2$

(iii) $px + qx - py - qy$ (iv) $x - 3 + 3yz - xyz$

14.3.3 অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি উৎপাদক বিশ্লেষণ

তোমালোকে ইতিমধ্যে তলৰ অভেদসমূহ পাই আহিছা

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

এই অভেদবোৰ ব্যৱহাৰ কৰিও আমি উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব পাৰোঁ। তাৰ বাবে উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ দিয়া বীজগণিতীয় ৰাশিটো ওপৰৰ কোনটো অভেদৰ সোঁপক্ষৰ লগত মিলে বা মিলাব পাৰি আমি চিনাক্ত কৰিব লাগিব। চিনাক্ত কৰাৰ পিছত বাওঁহাতৰ অনুৰূপ ৰাশিটোৱেই হৈছে প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ উৎপাদক। কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা।

উদাহৰণ 10 : $25x^2 - 30x + 9$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান : $25x^2 - 30x + 9$

$= (5x)^2 - 2 \times (5x) \times 3 + 3^2$

$= (5x - 3)^2$

$= (5x - 3)(5x - 3)$

মন কৰা যে প্ৰদত্ত ৰাশিটো $a^2 - 2ab + b^2$ আৰ্হিৰ য'ত $a = 5x$ আৰু $b = 3$, $2ab = 2 \times 5x \times 3$

উদাহৰণ 11 : উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

$9a^2 - 81b^2$

সমাধান : $9a^2 - 81b^2$

$= (3a)^2 - (9b)^2$

$= (3a + 9b)(3a - 9b)$

$= 3(a + 3b)\,3(a - 3b) = 9\,(a + 3b)\,(a - 3b)$

নাইবা, $9a^2 - 81b^2$

$= 9\,(a^2 - 9b^2)$

$= 9\,\{a^2 - (3b)^2\}$

$= 9\,(a + 3b)\,(a - 3b)$

উদাহৰণ 12 : উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা $16a^4 - 81$

সমাধান : $16a^4 - 81$

$= (4a^2)^2 - 9^2$

$= (4a^2 + 9)(4a^2 - 9)$

$= (4a^2 + 9)\,\{(2a)^2 - 3^2\}$

$= (4a^2 + 9)(2a + 3)(2a - 3)$

উদাহৰণ 13 : $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান : $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$= a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)$

$= a^2 - (b - c)^2$

$= \{a + (b - c)\}\,\{a - (b - c)\}$

$= (a + b - c)(a - b + c)$

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা :

(i) $a^2 + 12a + 36$ (ii) $p^4 + 8p^2 + 16$ (iii) $m^2 + 144 - 24m$

(iv) $16x^2 + 49 - 56x$ (v) $x^2 - 25$ (vi) $x^8 - m^8$

14.3.4 $x^2 + px + q$ আৰ্হিৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ

$x^2 + 3x + 2$, $x^2 + 9x + 14$, $x^2 - 5x + 6$, $x^2 - 6x - 8$ ইত্যাদি ৰাশিবোৰ মন কৰা।

ৰাশিবোৰ $x^2 + px + q$ আৰ্হিৰ য'ত x ৰ সহগক p আৰু ধ্ৰুৱকক q ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে। এই ৰাশিকেইটাক আমি পাই অহা $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ বা $a^2 - b^2$ আৰ্হিত পোনপটীয়াকৈ প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি। আহাচোন এনেকুৱা আৰ্হিত থকা বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কেনেকৈ কৰে চাওঁ।

আমি জানো যে $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)\ x+ab$ য'ত a আৰু b ধ্ৰুৱক।

a আৰু b ৰ যোগফল তথা a আৰু b ৰ পূৰণফলো একো একোটা ধ্ৰুৱক।

ধৰা হ'ল $a+b=p$ আৰু $ab=q$

$$\therefore \quad x^2+(a+b)x+ab=x^2+px+q$$

ওলোটাকৈ, x^2+px+q ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনে দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ যোগফল x ৰ সহগৰ সমান আৰু পূৰণফল ধ্ৰুৱক ৰাশিটোৰ সমান হয়।

আহাচোন আমি কেইটামান উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ যত্ন কৰোঁ।

উদাহৰণ 14 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা $x^2+7x+12$

সমাধান ঃ ওপৰৰ ৰাশিটোত $p=7$ আৰু $q=12$

আমি এনে দুটা সংখ্যা a আৰু b বাচি উলিয়াব লাগে যাৰ পূৰণফল 12 আৰু যোগফল 7

অৰ্থাৎ $a\times b=12,\ a+b=7$ হ'ব। তাৰ বাবে তলৰ বিশ্লেষণবোৰ চাওঁ আহা

$$1\times 12=12,\quad 1+12=13$$
$$2\times 6=12,\quad 2+6=8$$
$$3\times 4=12,\quad 3+4=7$$

গতিকে আমি দুটা উৎপাদক a আৰু b ক্ৰমে 3 আৰু 4 ল'ম কাৰণ 3 আৰু 4 ৰ যোগফল x ৰ সহগ 7ৰ সমান আৰু 3 আৰু 4 ৰ পূৰণফল ধ্ৰুৱক ৰাশি 12ৰ সমান। 3 আৰু 4 ৰ বাহিৰে আন কোনো উৎপাদকৰ যোৰ নাপাওঁ যিয়ে এই সম্বন্ধটো মানি চলে। গতিকে,

$$x^2+7x+12$$
$$=x^2+(3+4)x+3\times 4$$
$$=x^2+3x+4x+3\times 4$$
$$=x(x+3)+4(x+3)$$
$$=(x+3)(x+4)$$

$\therefore\ x^2+7x+12$ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ব $(x+3)(x+4)$

উদাহৰণ 15 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা x^2-5x+6

সমাধান ঃ ওপৰৰ ৰাশিটোত $p=-5$ আৰু $q=6$

আমি এনে দুটা সংখ্যা উলিয়াব লাগিব যাতে ইহঁতৰ পূৰণফল 6 আৰু যোগফল -5 হয়।

6 ৰ উৎপাদকবোৰ চাওঁ আহা

$$1\times 6=6 \qquad 1+6=7$$
$$2\times 3=6 \qquad 2+3=5$$

কিন্তু এনেদৰে আগবাঢ়িলে আমি যোগফল কেতিয়াও ঋণাত্মক সংখ্যা নাপাওঁ। গতিকে আমি আন ধৰণে চিন্তা কৰোঁ আহা।

$$(-1)\times(-6)=6 \quad (-1)+(-6)=-7$$
$$(-2)\times(-3)=6 \quad (-2)+(-3)=-5$$

দেখা গ'ল যে – 2 আৰু – 3 যোগ কৰিলে – 5 পাম। গতিকে.

$$x^2 - 5x + 6$$
$$= x^2 - 2x - 3x + 6$$
$$= x(x - 2) - 3(x - 2)$$
$$= (x - 2)(x - 3)$$

∴ $x^2 - 5x + 6$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ল $(x - 2)(x - 3)$

উদাহৰণ 16 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা $x^2 + 8x - 20$

সমাধান ঃ এই ৰাশিটোত $p = 8$ আৰু $q = -20$

আমি এনে দুটা সংখ্যা a আৰু b উলিয়াব লাগে যাৰ যোগফল 8 আৰু পূৰণফল – 20 হয়। মন কৰিবলগীয়া কথা এয়ে যে যিহেতু সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলটো এটা ঋণাত্মক সংখ্যা, গতিকে a আৰু b ৰ যিকোনো এটা ঋণাত্মক সংখ্যা হ'ব।

এইবাৰ আমি তালিকাৰ সহায়ত বিচাৰো আহা

a	b	$a \times b$	$a + b$
– 1	20	– 20	19
1	– 20	– 20	– 19
2	– 10	– 20	– 8
– 2	10	– 20	8
4	– 5	– 20	– 1
– 4	5	– 20	1

ওপৰৰ তালিকাখনৰ পৰা পাওঁ যে – 2 আৰু 10 ৰ বাবে যোগফল $(-2) + 10 = 8$ আৰু পূৰণফল $(-2) \times 10 = -20$ হয়।

গতিকে, $x^2 + 8x - 20$
$$= x^2 - 2x + 10x - 20$$
$$= x(x - 2) + 10(x - 2)$$
$$= (x - 2)(x + 10)$$

উদাহৰণ 17 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা $x^2 - 5x - 24$

সমাধান ঃ a আৰু b উলিওৱা যাতে

$a + b = -5$ আৰু $ab = -24$

কাষৰ তালিকাখনলৈ মন কৰা

a	b	$a \times b$	$a + b$
24	– 1	– 24	23
– 24	1	– 24	– 23
2	– 12	– 24	– 10
– 2	12	– 24	10
3	– 8	– 24	– 5
– 3	8	– 24	5
– 6	4	– 24	– 2
6	– 4	– 24	2

$x^2 - 5x - 24$
$= x^2 + 3x - 8x - 24$
$= x(x + 3) - 8(x + 3)$
$= (x + 3)(x - 8)$

উদাহৰণ 18 ঃ $x^2 + 3x - 108$ ক উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান ঃ তালিকাৰ সহায় নোলোৱাকৈ অভ্যাস কৰোঁ আহা—

$x^2 + 3x - 108$
$= x^2 + (12 - 9)x - 108$
$= x^2 + 12x - 9x - 108$
$= x(x + 12) - 9(x + 12)$
$= (x + 12)(x - 9)$

শিক্ষকলৈ নিৰ্দেশনা ঃ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক প্ৰথমে তালিকা তৈয়াৰ কৰি উৎপাদক উলিয়াই শিকাব পাৰে। পিছত অভ্যস্ত হৈ গ'লে মুখে মুখে কৰিব পাৰিব।

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

(i) $x^2 + 7x + 10$ (ii) $x^2 - 7x + 10$ (iii) $x^2 - 7x - 10$
(iv) $x^2 + 11x + 24$ (v) $x^2 - 15x + 36$ (vi) $x^2 - 20x - 64$

14.3.5 $mx^2 + px + q$ আৰ্হিৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ

ইতিমধ্যে তোমালোকে $x^2 + px + q$ আকাৰৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণৰ বিষয়ে জানিলা। য'ত x^2 ৰ সহগ 1। এইবাৰ আমি এনেকুৱা কিছুমান বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ চাম যিবোৰৰ x^2 ৰ সহগ 1 বাহিৰে অন্য সংখ্যা থাকে।

এটা উদাহৰণ লওঁ যেনে $15x^2 + 11x + 2$

এই ৰাশিটোৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমি আগৰ $x^2 + px + q$ আকাৰৰ ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰত কৰাৰ দৰে দুটা সংখ্যা a আৰু b লৈ চাওঁ যাতে $a + b = 11$ আৰু $ab = 15 \times 2 = 30$

পৰ্যবেক্ষণৰ জৰিয়তে আমি $a = 6$ আৰু $b = 5$ পাম।

অৰ্থাৎ, $15x^2 + 11x + 2 = 15x^2 + 6x + 5x + 2$

$= 3x(5x + 2) + (5x + 2)$

$= (5x + 2)(3x + 1)$

তলৰ পূৰণটোলৈ লক্ষ্য কৰা ঃ

$(ax + b)(cx + d)$

$= ax(cx + d) + b(cx + d)$

$= acx^2 + adx + bcx + bd$

$= acx^2 + (ad + bc)x + bd$

$= mx^2 + px + q$ য'ত $m = ac$

$p = ad + bc$

$q = bd$

মন কৰা $m \times q = ac \times bd = ad \times bc$

$\therefore$ m আৰু q গুণফলটো ad আৰু bc ৰ গুণফলৰ সমান আৰু p অৰ্থাৎ x ৰ সহগ ad আৰু bc ৰ যোগফলৰ সমান।

অৰ্থাৎ $mx^2 + px + q$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনেকুৱা দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ পূৰণফল mq (অৰ্থাৎ x^2 ৰ সহগ আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশিৰ পূৰণফল)ৰ সমান হয় আৰু সেই সংখ্যা দুটাৰ যোগফল x ৰ সহগৰ সমান হয়।

কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা

উদাহৰণ 19 ঃ $2x^2 + 9x + 9$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $2x^2 + 9x + 9$

$= 2x^2 + (3 + 6)x + 9$

$= 2x^2 + 3x + 6x + 9$

$= x(2x + 3) + 3(2x + 3)$

$= (2x + 3)(x + 3)$

x^2 ৰ সহগ 2 আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশি 9 ৰ পূৰণফল $2 \times 9 = 18$

a	b	ab	$a + b$
2	9	18	11
3	**6**	**18**	**9**
1	18	18	19

উদাহৰণ 20 ঃ $4m^2 + 25m - 21$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $4m^2 + 25m - 21$

$= 4m^2 + 28m - 3m - 21$

$= 4m(m + 7) - 3(m + 7)$

$= (m + 7)(4m - 3)$

m^2 ৰ সহগ 4 আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশি -21 ৰ পূৰণফল $4 \times (-21) = -84$

যিহেতু পূৰণফলটো ঋণাত্মক। গতিকে a আৰু b ৰ যিকোনো এটা ঋণাত্মক হ'ব লাগিব।

উদাহৰণ 21 ঃ $6x^2 - 20x - 16$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ

$6x^2 - 20x - 16$
$= 6x^2 - 24x + 4x - 16$
$= 6x(x - 4) + 4(x - 4)$
$= (x - 4)(6x + 4)$
$= 2(x - 4)(3x + 2)$

বৈকল্পিকভাৱে $6x^2 - 20x - 16$
$= 2[3x^2 - 10x - 8]$
$= 2[3x^2 - 12x + 2x - 8]$
$= 2[3x(x - 4) + 2(x - 4)]$
$= 2[(x - 4)(3x + 2)]$
$= 2(x - 4)(3x + 2)$

উদাহৰণ 22 ঃ $56y - 3 - 221y^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ

$56y - 3 - 221y^2$
$= -221y^2 + 56y - 3$ [$mx^2 + px + q$ আৰ্হিত সজাই লৈ]
$= -(221y^2 - 56y + 3)$
$= -[221y^2 - (39 + 17)y + 3]$
$= -[221y^2 - 39y - 17y + 3]$
$= -[13y(17y - 3) - 1(17y - 3)]$
$= -(17y - 3)(13y - 1)$

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

(i) $6x^2 + 5x + 1$ (ii) $2x^2 + 6x + 4$ (iii) $3a^2 + 2a - 8$
(iv) $4b^2 - 2b - 6$

অনুশীলনী 14.1

1. তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা
   (i) $3x^2y + 5xy$ (ii) $10x^2y - 5xy^2$ (iii) $7a^2bc - 21ab^2c + 14abc$
2. উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা
   (i) $a^2 + ab + 6a + 6b$ (ii) $a^2 + bc + ab + ac$ (iii) $1 + x + x^2 + x^3$
   (iv) $ab + a + b + 1$ (v) $4ax + 3ay - 4bx - 3by$
3. উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা
   (i) $x^2 - 36$ (ii) $9x^2 + 30x + 25$ (iii) $16a^2 - 88a + 121$
   (iv) $11x^2 - 44$ (v) $x^4 - 81$ (vi) $4 - x^2 - y^2 + 2xy$
   (vii) $x^8 - y^8$ (viii) $a^3 - ab^2 - a^2b + b^3$
4. উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা
   (i) $16 + 8x + x^2$ (ii) $15 - 2x - x^2$ (iii) $x^2 + 8x - 20$
   (iv) $x^2 + 2x - 3$ (v) $a^2 - 4a - 12$ (vi) $x^2 - 21x + 104$
   (vii) $2x^2 + 18x + 40$ (viii) $l^2 - 13l + 42$ (ix) $-a^2 - a + 20$

5. তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

(i) $3x^2 + 8x + 4$ (ii) $2m^2 + 7m + 3$ (iii) $2p^2 + p - 28$

(iv) $9a^2 + 21a - 8$ (v) $4y^2 + 25y - 21$ (vi) $3m^6 - 6m^4n - 45m^2n^2$

(vii) $1 - x - 6x^2$ (viii) $6a^2 + 7ab - 3b^2$

6. খালী ঠাই পূৰোৱা (নিৰীক্ষণ কৰি)

(i) $9x^2 + 15x + 4 = (3x + ...)(.... + 1)$

(ii) $12y^2 - 17y + 6 = (.... - 2)(4y - ....)$

(iii) $6m^2 - m - 15 = (3m ....)(2m ....)$

14.4 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ হৰণ

তোমালোকে ইতিমধ্যে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ, বিয়োগ আৰু পূৰণ কেনেকৈ কৰা হয় শিকি আহিছা। এই খণ্ডত বীজগণিতীয় ৰাশিক আন এটা ৰাশিৰে কেনেকৈ হৰণ কৰিব পাৰি তাকে আলোচনা কৰা হৈছে।

আমি জানো যে হৰণ হৈছে পূৰণৰ বিপৰীত প্ৰক্ৰিয়া।

যেনে $7 \times 8 = 56$ গতিকে $56 \div 7 = 8$ বা $56 \div 8 = 7$

একেদৰে, বীজগণিতীয় ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰতো আমি একেধৰণে আগবাঢ়িব পাৰোঁ

(i) $4x \times 3x = 12x^2$ গতিকে $12x^2 \div 4x = 3x$ নাইবা $12x^2 \div 3x = 4x$

(ii) $6x^2 + 7x + 2 = (3x + 2)(2x + 1)$ গতিকে $(6x^2 + 7x + 2) \div (3x + 2) = 2x + 1$
নাইবা, $(6x^2 + 7x + 2) \div (2x + 1) = 3x + 2$

(iii) $3x + 2 = 1 \times (3x + 2)$, গতিকে $(3x + 2) \div (3x + 2) = 1$ আৰু $(3x + 2) \div 1 = (3x + 2)$ ইত্যাদি।

আহাচোন আমি বিতংভাৱে আলোচনা কৰোঁ

14.4.1 একপদী ৰাশিক একপদী ৰাশিৰে হৰণ

উদাহৰণ ঃ (i) $4x^3 \div 2x$

সমাধান ঃ $4x^3 \div 2x$

$= \frac{4x^3}{2x}$ [$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি]

$= 2x^{3-1}$

$= 2x^2$

(ii) $-30x^4 \div 5x^2$

সমাধান ঃ $\frac{-30x^4}{5x^2}$

$= \frac{-6 \times 5 \times x^4}{5 \times x^2}$

$= -6x^{4-2} = -6x^2$

(iii) $34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3$

সমাধান ঃ $\dfrac{34x^3y^3z^3}{51xy^2z^3}$

$= \dfrac{2\times17\times x^3y^3z^3}{3\times17\times xy^2z^3}$

$= \dfrac{2}{3}x^{3-1}y^{3-2}z^{3-3}$

$= \dfrac{2}{3}x^2y^1z^0$

$= \dfrac{2}{3}x^2y$ $\quad [\because z^0 = 1]$

(iv) $39p^2q^3r \div 26p^4qr^2$

সমাধান ঃ $\dfrac{39p^2q^3r}{26p^4qr^2}$

$= \dfrac{13\times3\times p^2q^3r}{13\times2\times p^4qr^2}$

$= \dfrac{3}{2}p^{2-4}q^{3-1}r^{1-2}$ $\quad = \dfrac{3}{2}p^{-2}q^2r^{-1}$

$= \dfrac{3q^2}{2p^2r}$

নিজে চেষ্টা কৰা

(i) $48y^3 \div 12y$ (ii) $-35a^3 \div 5a$ (iii) $19x^2y^3 \div 7xz$

(iv) $28p^4 \div 56p$ (v) $12a^8b^8 \div (-6a^6b^4)$

14.4.2 বহুপদ ৰাশিক একপদী ৰাশিৰে হৰণ

কেইটামান উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ যত্ন কৰোঁ আহা

উদাহৰণ ঃ (i) $(12x^2 - 6x) \div 3x$

সমাধান ঃ $12x^2 - 6x = 6x(2x - 1)$ (বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)

$\therefore (12x^2 - 6x) \div 3x = \dfrac{6x(2x-1)}{3x}$

$= 2(2x - 1)$

নাইবা,

$$(12x^2 - 6x) \div 3x$$

$$= (12x^2 - 6x) \times \frac{1}{3x}$$

$$= 12x^2 \times \frac{1}{3x} - 6x \times \frac{1}{3x}$$ (বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)

$$= \frac{12x^2}{3x} - \frac{6x}{3x}$$

$$= 4x - 2 \quad = 2(2x - 1)$$

(ii) $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 2x^2y^2z^2$

সমাধান ঃ

$$8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3)$$

$$= 8x^2y^2z^2(x + y + z)$$

$$\therefore 8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 2x^2y^2z^2$$

$$= \frac{8x^2y^2z^2(x+y+z)}{2x^2y^2z^2}$$

$$= 4(x + y + z)$$

নাইবা,

$$8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 2x^2y^2z^2$$

$$= 8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \times \frac{1}{2x^2y^2z^2}$$

$$= \frac{8x^3y^2z^2}{2x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^3z^2}{2x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^2z^3}{2x^2y^2z^2}$$ (বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)

$$= 4x + 4y + 4z$$

$$= 4(x + y + z)$$

14.4.3 বহুপদ ৰাশিক বহুপদী ৰাশিৰে হৰণ

উদাহৰণ 1 ঃ $5x^2 + 15x$ক $x + 3$ ৰে হৰণ

সমাধান ঃ প্ৰথমতে আমি $5x^2 + 15x$ক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিম।

$$5x^2 + 15x$$

$$= 5x(x + 3)$$

এতিয়া

$$(5x^2 + 15x) \div (x + 3)$$

$$= \frac{5x(x+3)}{(x+3)} \quad = 5x$$

উদাহৰণ 2 ঃ $4m^2 + 4m - 15$ক $(2m - 3)$ ৰে হৰণ

সমাধান ঃ $4m^2 + 4m - 15$ক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিলে পাম

$$\begin{aligned} & 4m^2 + 4m - 15 \\ &= 4m^2 + (10 - 6)m - 15 \\ &= 4m^2 + 10m - 6m - 15 \\ &= 2m \times 2m + 5 \times 2m - 3 \times 2m - 3 \times 5 \\ &= 2m \times (2m + 5) - 3(2m + 5) \\ &= (2m + 5)(2m - 3) \end{aligned}$$

গতিকে, $\dfrac{4m^2 + 4m - 15}{2m - 3}$

$$= \frac{(2m+5)(2m-3)}{(2m-3)}$$

$$= 2m + 5$$

উদাহৰণ 3 ঃ $16x^3y(x^8 - y^8) \div 4xy^2(x + y)$

সমাধান ঃ $(x^8 - y^8) = (x^4)^2 - (y^4)^2$

$$\begin{aligned} &= (x^4 + y^4)(x^4 - y^4) \\ &= (x^4 + y^4)[(x^2)^2 - (y^2)^2] \\ &= (x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \\ &= (x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \end{aligned}$$

$\therefore$ $16x^3y(x^8 - y^8) \div 4xy^2(x + y)$

$$= \frac{16x^3y(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)}{4xy^2(x + y)}$$

$$= \frac{4x^2(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x - y)}{y}$$

ভুল-শুদ্ধ বিচাৰ কৰোঁ আহা

শিক্ষকে শ্ৰেণীকোঠাত কৰিবলৈ দিয়া হৰণ অংক এটা তিনিগৰাকী বান্ধৱীয়ে বেলেগে বেলেগে তলত দিয়া ধৰণে কৰিলে

পাৰিজাত ঃ $\dfrac{x+7}{7} = x + 1$

তমাল ঃ $\dfrac{x+7}{7} = x$

মালতী ঃ $\dfrac{x+7}{7} = \dfrac{x}{7} + 1$

কোনে হৰণটো শুদ্ধকৈ কৰিলে? কোনে ভুলকৈ কৰিলে? আলোচনা কৰা।

অতিৰিক্ত দুটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা

উদাহৰণ 1 ঃ $3x^2 + 10x + 8$

সমাধান ঃ প্ৰথম কাম a, b উলিওৱা যাতে $a + b = 10$ আৰু $ab = 24$

$3x^2 + 10x + 8$
$= 3x^2 + 6x + 4x + 8$
$= 3x(x + 2) + 4(x + 2)$
$= (x + 2)(3x + 4)$

উদাহৰণ 2 ঃ $3x^2 - 10x + 8$
$= 3x^2 - 6x - 4x + 8$
$= 3x(x - 2) - 4(x - 2)$
$= (x - 2)(3x - 4)$

উদাহৰণ 3 ঃ $3x^2 + 10x - 8$
$= 3x^2 + 12x - 2x - 8$
$= 3x(x + 4) - 2(x + 4)$
$= (x + 4)(3x - 2)$

উদাহৰণ 4 ঃ $3x^2 - 10x - 8$
$= 3x^2 - 12x + 2x - 8$
$= 3x(x - 4) - 2(x - 4)$
$= (x - 4)(3x + 2)$

অনুশীলনী 14.2

1. তলৰ হৰণবোৰ কৰা ঃ

   (i) $x^5 \div x^2$ (ii) $6p^3 \div 3p$ (iii) $36m^3n^2 \div (-4mn^3)$

   (iv) $96p^2q^2r^4 \div 72pqr$ (v) $-12a^8b^7 \div 17a^4b^9$

2. তলৰ বহুপদ ৰাশিবোৰক একপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰা ঃ

   (i) $(5y^3 - 3y^2) \div y^2$
   (ii) $(5a^8 - 4a^6 + 3a^4) \div 2a^4$
   (iii) $(5p^2q^3r^4 - 10p^2q^2r^2 + 15p^3q^3r^4) \div 5p^2q^2r^2$
   (iv) $(ax^3 + bx^2 - cx) \div ax$
   (v) $(m^3n^6 - m^6n^3) \div m^3n^3$

3. তলৰ হৰণবোৰ কৰা ঃ

   (i) $(9x - 21) \div (3x - 7)$
   (ii) $10m(8m + 12) \div (4m + 6)$
   (iii) $7p^2q^2(22p - 6) \div pq(121p - 33)$

(iv) $1729xyz(3x + 12)(4y - 24) \div 19(x + 4)(y - 6)$

4. হৰণফল নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $(x^2 - 25) \div (x + 5)$

(ii) $(4a^2 + 8a + 4) \div (a + 1)^2$

(iii) $(9p^2 - 18p + 9) \div (p - 1)$

(iv) $26pqr(p + q)(q + r)(r + p) \div 52pq(q + r)(r + p)$

(v) $(x^4 - 81) \div (3 - x)$

(vi) $(x^2 + 10x + 21) \div (x + 3)$

(vii) $(m^2 + 6m - 27) \div (m - 3)$

(viii) $(4y^2 + 25y - 21) \div (y + 7)$

(ix) $(4u^2 + 25u + 21) \div (u + 1)$

(x) $52y^3(50y^2 - 98) \div 26y^2(5y + 7)$

5. তলৰ গাণিতিক উক্তিবোৰৰ পৰা ভুলটো বাছি উলিওৱা আৰু ভুলবিলাক শুদ্ধ কৰা ঃ

(i) $\dfrac{9x^2}{9x^2} = 0$

(ii) $\dfrac{4x^2 + 1}{4x^2} = 1 + 1 = 2$

(iii) $\dfrac{3x + 2}{3x} = \dfrac{1}{2}$

(iv) $\dfrac{7x + 5}{5} = 7x$

(v) $\dfrac{4x^2 + 8x + 4}{4} = x^2 + 8x + 4$

1. এটা বীজগণিতীয় ৰাশিক ইয়াৰ উৎপাদকবোৰৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

2. অলঘুকৰণীয় উৎপাদকবোৰক পুনৰ অন্য উৎপাদকৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি।

3. বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণত তিনিটা স্তৰ থাকে— (i) ৰাশিটোৰ পদবোৰক প্ৰথমে অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফল হিচাপে লিখা হয়, (ii) উমৈহতীয়া বা সাধাৰণ উৎপাদকবোৰ বিচাৰি পৃথক কৰা হয়, (iii) বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি প্ৰতিটো পদত বাকী থকা উৎপাদকবোৰ একেলগ কৰা হয়।

4. $x^2 + px + q$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনে দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ যোগফল x ৰ সহগৰ সমান আৰু পূৰণফল ধ্ৰুৱক ৰাশিটোৰ সমান হয়।

5. $mx^2 + px + q$ আৰ্হিৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনেকুৱা দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ পূৰণফল mq (অৰ্থাৎ x^2 ৰ সহগ আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশিৰ পূৰণফল)ৰ সমান হয় আৰু সেই সংখ্যা দুটাৰ যোগফল x ৰ সহগ p ৰ সমান হয়।

6. এটা বহুপদ অন্য এটা বহুপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰোঁতে ভাজ্য আৰু ভাজক ৰাশি দুটা উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰি লোৱা হয়। ইয়াৰ পিছত হৰ আৰু লৱত থকা উমৈহতীয়া উৎপাদকবোৰেৰে হৰণ কৰি দিয়া হয়।

❑❑❑