अध्याय–01
विद्युत क्षेत्र (Electric Field)

स्थिर विद्युतकीय परिघटनाओं को कई प्रकार से प्रेक्षित किया जा सकता है। सामान्यतः हम सभी को यह अनुभव होता है कि काँच की छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़ने पर इसमें हल्की वस्तुओं यथा कागज के छोटे–छोटे टुकड़े, हल्के तिनके इत्यादि को आकर्षित करने का गुण उत्पन्न हो जाता है। इसी प्रकार हवा से भरे एक गुब्बारे को वस्त्र पर रगड़ कर दीवार से सटा दे तो हम पाते हैं कि यह घण्टों तक दीवार से चिपका रहता है। ऐसे सभी प्रक्रम विराम में स्थित आवेशों के मध्य बलों के कारण हैं। यह अध्याय तथा आगामी तीन अध्याय **स्थिर वैद्युतिकी** के अध्ययन से संबंधित हैं जो कि स्थिर आवेशों की अनुक्रिया से संबंधित प्रभावों पर आधारित है।

इस अध्याय में हम विद्युत आवेश एवं इसके गुणधर्म, दो आवेशित वस्तुओं के मध्य बल, विद्युत क्षेत्र एवं विद्युत द्विध्रुव की संकल्पना का विस्तृत अध्ययन करेंगें। ऐसा नहीं है कि स्थिर वैद्युतिकी का अध्ययन केवल सैद्धांतिक दृष्टि से ही उपयोगी है। इसके कई अनुप्रयोग भी हैं जिनमें छायाप्रति मशीन (Photostat machine) कम्प्यूटर प्रिंटर, स्थिर विद्युत स्मृति(Electrostatic memory) भूकंप लेखी (Seismorgaph) उल्लेखनीय है।

1.1 विद्युत आवेश (Electric Charge)

इतिहास के अनुसार ईसा से लगभग 600 वर्ष पूर्व ग्रीस देश के मिलेटस के निवासी थेल्स (Thales) ने देखा कि जब ऐम्बर (Amber) को रेशेदार पदार्थ जैसे ऊन से रगड़ा जाता है तो वह कागज के छोटे–छोटे टुकड़े, भूसे के टुकड़े आदि पदार्थों को आकर्षित कर लेता है। ऐम्बर का ग्रीक नाम इलेक्ट्रॉन (electron) और इसी आधार पर शब्द विद्युतिकी (electricity) की स्थापना हुई। इसी प्रकार काँच की छड़ को रेशम से रगड़ने पर तथा ऐबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़ने पर भी इनमें भी ऐसा ही गुण उत्पन्न हो जाता है। ऐसी अवस्था में इन पदार्थों को आवेशित कहा जाता है। उपर्युक्त प्रकरणों में पदार्थों में आवेश घर्षण की प्रक्रिया के कारण उत्पन्न हुआ है अतः इस प्रकार के प्रभाव को घर्षण विद्युत प्रभाव कहते हैं। किन्तु यहाँ यह ध्यान देना आवश्यक है कि किसी वस्तु को आवेशित करने के लिए घर्षण के अतिरिक्त अन्य विधियाँ भी हैं जिनके बारे में हम आगे संक्षिप्त विवेचन करेंगे।

घर्षण से किसी पदार्थ के विद्युतमय हो जाने का भौतिक अर्थ है कि वह पदार्थ सामान्य से अलग व्यवहार प्रदर्शित करता है और यह कहा जा सकता है कि पदार्थ ने एक विशेष गुण (आवेश) ग्रहण कर लिया है। विद्युतमय पदार्थ के इस लाक्षणिक गुण को विद्युत आवेश (electric charge) कहते हैं। विद्युतमय पदार्थ को आवेशित पदार्थ भी कहा जाता है।

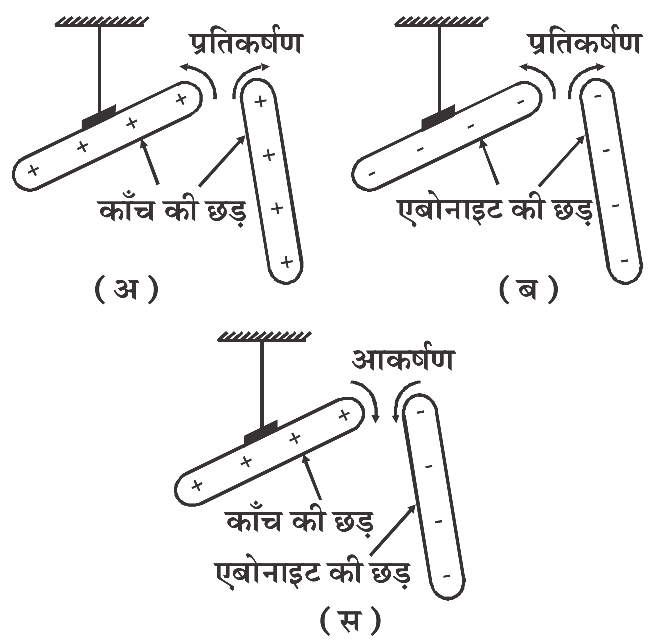
आवेश, पदार्थ को निर्मित करने वाले मूल कणों का नैज गुण है अर्थात् यह वह गुण है जो इन कणों के अस्तित्व में होने के कारण स्वतः ही उद्गमित होता है। यद्यपि आवेश की कोई सहज परिभाषा नहीं दी जा सकती। इसे इसके प्रभावों के आधार पर ही समझा जाता है फिर भी यह कहा जा सकता है कि किसी द्रव्य पर आवेश एक ऐसा लक्षण (गुण) है जिसके कारण यह विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है अथवा इनका अनुभव करता है।

उदाहरण: काँच की छड़ को सिल्क के कपड़े से रगड़ने पर काँच की छड़ धनावेशित तथा सिल्क (रेशम का कपड़ा) ऋणावेशित हो जाता है।

1.1.1 आवेश के प्रकार (Types of Charge)

आवेश दो प्रकार के होते हैं। इन्हें धनात्मक आवेश एवं ऋणात्मक आवेश के नाम से जाना जाता है। तीसरे प्रकार का कोई आवेश नहीं होता। आवेश के प्रकार निर्धारण के लिये निम्न प्रयोग करते हैं जिसे चित्र 1.1 में दर्शाया गया है।

यदि काँच की छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़कर एक धागे से स्टैण्ड पर स्वतंत्रतापूर्वक लटका दें तथा काँच की एक अन्य छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़कर पहली छड़ के पास लायें तब लटकी हुई छड़ दूर हट जाती है। इसी प्रकार, यदि एबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़कर इसी प्रकार से रगड़ी गई एबोनाइट की एक अन्य लटकी हुई छड़ के पास लायें तब लटकी हुई छड़ दूर हट जाती है। परन्तु यदि एबोनाइट की छड़ को बिल्ली की खाल से रगड़कर स्वतंत्रतापूर्वक लटका दें तथा काँच की छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़कर एबोनाइट की छड़ के पास लायें तब एबोनाइट की छड़ काँच की छड़ की ओर आकर्षित होती है।



चित्र 1.1 आवेशों के प्रकार से सम्बन्धित प्रयोग

उपर्युक्त प्रयोगों से स्पष्ट है कि काँच की दो छड़ें जो रेशम से रगड़ी गई हैं उन दोनों पर एक ही प्रकार का आवेश उपस्थित है तथा इस प्रकार समान प्रकृति के आवेश परस्पर प्रतिकर्षित करते हैं। इसी प्रकार ऐबोनाइट की दोनों छड़ें जो बिल्ली की खाल से रगड़ी गई हैं उन पर भी समान प्रकृति का आवेश है तथा ये भी एक दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं। किन्तु ऐबोनाइट की आवेशित छड़ तथा काँच की आवेशित छड़ में आकर्षण होना इस बात का द्योतक है कि इन पर विपरीत प्रकृति के आवेश उपस्थित हैं।

विद्युत आवेश के लिए, धनात्मक और ऋणात्मक नाम बेंजामिन फ्रैंकलिन (Benjamin Franklin) ने प्रस्तावित किए थे। फ्रैंकलिन ने काँच को रेशम के कपड़े से रगड़ने पर काँच पर उत्पन्न आवेश को स्वेच्छा से धनात्मक मान लिया था। प्रयोगों से प्राप्त निष्कर्ष है कि "समान प्रकृति के आवेश परस्पर प्रतिकर्षित होते हैं तथा विपरीत प्रकृति के आवेश परस्पर आकर्षित होते हैं।" अतः काँच की धनावेशित छड़ से प्रतिकर्षित होने वाली अन्य आवेशित वस्तुएँ भी धनावेशित ही होंगी तथा ऐसी आवेशित वस्तुएँ जो धनावेशित छड़ की ओर आकर्षित होती हैं ऋणावेशित होंगी।

आधुनिक मत के अनुसार द्रव्य परमाणुओं से बनता है। परमाणु स्वयं नाभिकों (जिनमें प्रोटॉन न्यूट्रॉन होते हैं) तथा इलेक्ट्रॉनों से बनता है। प्रोटॉन धनावेशित, न्यूट्रॉन उदासीन तथा इलेक्ट्रान ऋणावेशित होते हैं। प्रत्येक परमाणु में धनावेशित प्रोटॉनों की संख्या ऋणावेशित इलेक्ट्रानों की संख्या के बराबर होती है अतः परमाणु विद्युत उदासीन या अनावेशित होता है। उदासीन परमाणुओं से निर्मित होने के कारण यही तथ्य द्रव्य के लिए भी सही है। यदि किसी वस्तु में इसकी उदासीन संरचना की तुलना में इलेक्ट्रॉनों का अधिक्य है तो परिपाटी से इसे ऋणावेशित कहा जाता है तथा यदि वस्तु में इलेक्ट्रॉनों की कमी हो तो इसे धनावेशित कहते हैं।

जिन पदार्थों में से विद्युत आवेश (सामान्यतः इलेक्ट्रान) का मुक्त प्रवाह हो सकता है उन्हें चालक (conductor) कहते हैं उदाहरणार्थ तांबा। ऐसे पदार्थ जिनमें से विद्युत आवेश प्रवाहित नहीं होते है उन्हें विद्युत रोधी या कुचालक (insulators) या परावैद्युत (dielectric) पदार्थ कहते हैं। जैसे काँच, प्लास्टिक, ऐबोनाइट इत्यादि। अब हम वस्तुओं को आवेशित करने की विभिन्न विधियों का संक्षिप्त विवेचन करते हैं।

1.1.2(अ) घर्षण द्वारा आवेशन (Charging by Friction):

घर्षण द्वारा आवेशन को हम पूर्व में वर्णित प्रयोग (चित्र 1.1) में देख चुके हैं। जब दो वस्तुओं को आपस में रगड़ा जाता है तब उनमें उत्पन्न विद्युत को घर्षण विद्युत कहते हैं। ऐसा करने पर किसी एक वस्तु से दूसरी वस्तु में इलेक्ट्रॉनों का स्थानांतरण हो जाता है इलेक्ट्रॉन त्याग रही वस्तु धनावेशित तथा इलेक्ट्रॉन ग्रहण कर रही वस्तु ऋणावेशित हो जाती है। उदाहरण के लिए काँच की छड़ को रेशम से रगड़ने पर काँच की छड़ धनावेशित तथा रेशम का कपड़ा ऋणावेशित हो जाता है। ऐसा काँच की छड़ से संपर्क बिन्दु पर रेशम के कपड़े में इलेक्ट्रॉनों के स्थानान्तरण से होता है। काँच की छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़ने की प्रक्रिया में यद्यपि संपर्क बिन्दुओं की संख्या में वृद्धि होती है तथा इस प्रकार स्थानांतरित आवेश की मात्रा बढ़ती है किन्तु यह ज्ञात है कि स्थानांतरित आवेश अत्यल्प होता है।

नीचे दी गई सारणी के प्रथम स्तंभ की वस्तु और द्वितीय स्तंभ की वस्तुओं में घर्षण के कारण प्रथम पर धनावेश तथा द्वितीय पर ऋणावेश आ जाता है।

सारणी संख्या–1.1

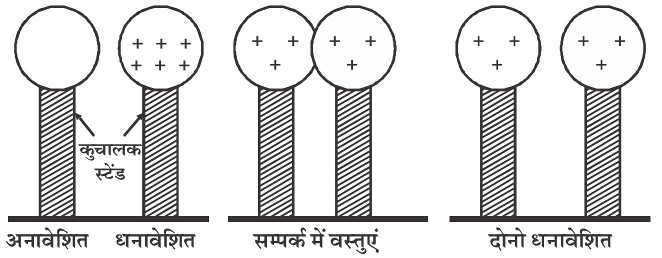
I (+)	II (–)
काँच की छड	रेशमी कपड़ा
बिल्ली की खाल द्वारा (catskin)	(i) प्लास्टिक छड़ (ii) ऐबोनाइड छड़
ऊनी कपड़ा	(i) ऐम्बर (ii) ऐबोनाइट (iii) प्लास्टिक (iv) रबड़

यदि काँच की छड़ के स्थान पर हम तांबे की एक छड़ को हाथ से पकड़ कर किसी अन्य पदार्थ जैसे ऊनी कपड़े से रगड़े तो ऊनी कपड़े से छड़ को स्थानांतरित आवेश शरीर को स्थानांतरित होकर पृथ्वी में प्रवाहित हो जाता है अतः चालक छड़ आवेशित नहीं हो पाती। यदि चालक छड़ में एक कुचालक हत्था लगाकर हत्थे की सहायता से इसे पकड़ कर कपड़े से रगड़ा जाए तो छड़ आवेशित की जा सकती है। कुचालक हत्था धातु छड़ से इलेक्ट्रोनों को पृथ्वी में प्रवाहित नहीं होने देता है

1.1.2 (ब) चालन (स्पर्श) द्वारा आवेश (Charging by Conduction (Contact))

जैसा कि हम देख चुके हैं कि चालक ऐसे पदार्थ हैं जिनमें विद्युत आवेश का मुक्त प्रवाह होता है। किसी चालक को जब आवेश दिया जाता है तब आवेश का प्रवाह होकर इस प्रकार पुनर्वितरण होता है कि सम्पूर्ण आवेश तुरंत ही चालक के बाहरी पृष्ठ पर वितरित हो जाता है जबकि विद्युत रोधी में ऐसा नहीं होता विद्युत रोधी पर जहाँ आवेश दिया जाता है आवेश वहीं बना रहता है। ऐसा किस कारण होता है यह अगले अध्याय में जान सकेंगे।

संपर्क में स्थित दो वस्तुओं में एक वस्तु से दूसरी वस्तु को सीधे आवेश स्थानांतरण को संपर्क द्वारा आवेशन कहा जाता है। आवेशित वस्तु से चालन में समान प्रकृति के आवेशों का स्थानान्तरण निहित है। दो चालक वस्तुओं पर विचार करें जो कुचालक स्टैण्डों पर स्थित हैं इनमें एक आवेशित है तथा दूसरी अनावेशित (चित्र 1.2) है। इन्हें परस्पर स्पर्श कराने पर आवेश (चाहे धन हो या ऋण) अपने स्वयं के प्रतिकर्षण के कारण दोनों चालकों पर वितरित हो जाता है। अतः दोनों चालकों पर समान प्रकृति का आवेश हो जाता है। अर्थात अनावेशित चालक भी आवेशित हो जाता है इसे चालन (संपर्क) द्वारा आवेशन कहते हैं।



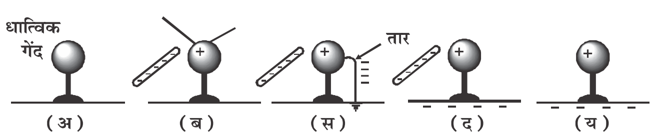
चित्र 1.2 चालन द्वारा आवेशन

1.1.2(स) प्रेरण द्वारा आवेशन (Charging by Induction)

वह प्रक्रिया जिसके अन्तर्गत एक आवेशित वस्तु द्वारा अनावेशित वस्तु पर स्पर्श किये बिना विपरीत प्रकृति का आवेश उत्पन्न कर दिया जाये, प्रेरण द्वारा आवेशन कहलाती है।

चित्र 1.3 इसका एक उदाहरण दर्शाता है। यहाँ एक अनावेशित धातु की गेंद एक विद्युत रोधी स्टैंड पर आधारित है (चित्र 1.3(अ))। 'जब आप इसके निकट (इसे स्पर्श किये बिना) एक ऋणावेशित छड़ लाते हैं (चित्र 1.3(ब)) तब धातु की गेंद में मुक्त इलेक्ट्रॉन प्रतिकर्षण के कारण छड़ से परे दाहिनी ओर विस्थापित हो जाते हैं। ये धातु से बाहर नहीं आ सकते क्योंकि गेंद कुचालक आधार पर रखी है तथा बांई सतह पर इतनी ही मात्रा में ऋणावेशों की कमी (अर्थात् नेट धनात्मक आवेश) हो जाती है ये अतिरिक्त आवेश, प्रेरित आवेश कहलाते हैं। गेंद अपनी विद्युत उदासीन अवस्था में रहती है।

यदि किसी चालक तार के द्वारा गेंद की दाहिनी सतह को भू संपर्कित किया जाता है (चित्र 1.3स) तब तार द्वारा ऋणावेश (इलेक्ट्रॉन) पृथ्वी में प्रवाहित हो जाते हैं। अब यदि गेंद का भूसंपर्क तोड़ दिया जाए (चित्र 1.3द) तथा फिर आवेशित छड़ को भी हटा लिया जाए (चित्र 1.3य) तब गेंद पर एक नेट धनावेश रह जाता है। इस प्रक्रिया में ऋण आवेशित छड़ के आवेश में कोई परिवर्तन नहीं होता है। पृथ्वी उतना ऋणावेश प्राप्त करती है जो कि परिमाण में गेंद पर उपस्थित प्रेरित धनावेश के बराबर होता है।



चित्र 1.3 धातु की गेंद का प्रेरण द्वारा आवेशन

चालक के निकट धनावेशित छड़ लाकर तथा उपर्युक्त पदों को दोहराकर इसे ऋणावेशित भी किया जा सकता है।

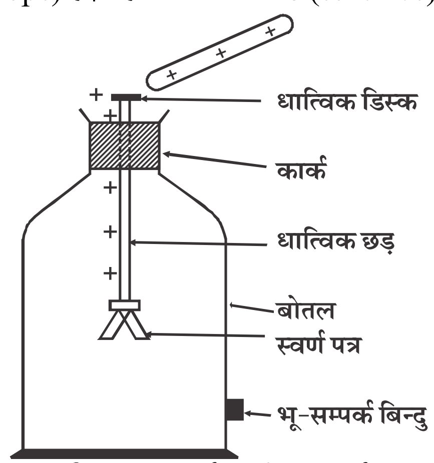
एक आवेशित (धन अथवा ऋण) वस्तु एक अनावेशित वस्तु को किस प्रकार आकर्षित करती है: जब एक अनावेशित वस्तु एक आवेशित वस्तु के निकट लायी जाती है तब विद्युत प्रेरण होता है। इसके कारण अनावेशित वस्तु का आवेशित वस्तु के निकट वाला सिरा विपरीत आवेश प्राप्त करता है तथा इस प्रकार दो असमान आवेशित वस्तुओं में आकर्षण होता है। पूर्व में अनावेशित वस्तु का वह सिरा जो आवेशित वस्तु से दूर है। आवेशित वस्तु के समान प्रकृति का ही आवेश प्राप्त करता है तथा दोनों में प्रतिकर्षण होता है पर अधिक दूरी के कारण यह दुर्बल होता है।अतः एक आवेशित वस्तु तथा एक अनावेशित वस्तु में नेट बल आकर्षण का ही होता है। इसके उदाहरण के रूप में हम देख सकते हैं कि सूखे बालों में प्लास्टिक का कंघा करने के बाद कंघे को यदि कागज के छोटे–छोटे टुकड़ों के निकट लाया जाए तो यह इससे आकर्षित होते हैं।

वस्तु के आवेशन के संबंध में निम्नांकित महत्वपूर्ण तथ्य है:

1. समान द्रव्यमान के दो सर्वसम धात्विक गोले लिए गए हैं। एक को धनात्मक आवेश Q दिया गया है जबकि दूसरे को इतना ही ऋणावेश। सिद्धान्ततः आवेशन के बाद इनके द्रव्यमान भिन्न होंगे ऋणावेशित गोले का द्रव्यमान अधिक होगा। ऐसा इस कारण है कि ऋणावेशित गोला अतिरिक्त इलेक्ट्रॉन ग्रहण करता है जिससे इसका द्रव्यमान बढ़ता है जबकि धनावेशित गोले का घटता है। व्यवहार में यह कमी या वृद्धि उपेक्षणीय होती है।
2. विद्युतीकरण का सही परीक्षण प्रतिकर्षण है ना कि आकर्षण क्योंकि एक आवेशित तथा एक अनावेशित वस्तु के मध्य भी आकर्षण हो सकता है।
3. आवेश का संसूचन एवं मान, स्वर्णपत्र विद्युतदर्शी, इलेक्ट्रो मीटर, वोल्टामीटर तथा प्रक्षेप धारामापी से हो सकता है।
4. जब X- किरणें (0.1 Å से 10Å के मध्य तरंगदैर्ध्य परास के विद्युत चुम्बकीय विकिरण) एक धातु सतह पर आपतित होती है तो धातु में से इलेक्ट्रान उत्सर्जित होते हैं। अतः सतह धनावेशित हो जाती है।

1.1.3 विद्युतदर्शी (Electroscope)

किसी वस्तु पर आवेश की उपस्थिति के संसूचन के लिये एक सरल उपकरण स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी (Gold leaf electroscope) है। यह अत्यधिक संवेदी (sensitive) है।



चित्र 1.4 स्वर्णपत्र विद्युतदर्शी

चित्र 1.4 के अनुसार स्वर्ण पत्र विद्युतदर्शी में काँच का जार होता है जिसमें धात्विक छड़ ऊर्ध्वाधर लगी रहती है। छड़ के ऊपरी सिरे पर धात्विक डिस्क होती है जबकि निचले सिरे पर दो स्वर्ण पत्तियाँ बँधी रहती हैं। जब किसी आवेशित वस्तु को धात्विक डिस्क

के सम्पर्क में लाया जाता है तब कुछ आवेश स्वर्ण पत्तियों पर स्थानान्तरित हो जाता है तथा प्रतिकर्षण के कारण पत्तियाँ फैल जाती हैं। पत्तियों का फैलाव सम्पर्कित वस्तु पर आवेश की मात्रा के बारे में अनुमानित जानकारी देता है। यदि किसी आवेशित वस्तु को पहले से आवेशित विद्युतदर्शी के समीप लाते हैं तथा यदि वस्तु पर आवेश एवं विद्युतदर्शी पर उपस्थित आवेश समान प्रकृति का है तो पत्तियाँ और अधिक फैल जाती हैं तथा यदि विपरीत प्रकृति का है तो पत्तियाँ सामान्यतः सिकुड़ जाती हैं।

1.1.4 आवेश का मात्रक (Unit of Charge)

S.I. पद्धति में विद्युत धारा को मूल राशि माना गया है। विद्युत धारा का मात्रक ऐम्पियर (A) है

S.I. पद्धति में आवेश का मात्रक कूलॉम (Coulomb) है इसे C से प्रदर्शित करते हैं।

$1\,C = 1\,As$

अतः विद्युत आवेश की विमा $[Q] = M^0L^0T^1A^1$ होती है

चूँकि कूलॉम एक बड़ा मात्रक है अतः आवेश को निम्न मात्रकों में भी व्यक्त करते हैं–

$1\,\mu C = 10^{-6}\,C$

$1\,nC = 10^{-9}\,C$

$1\,pC = 10^{-12}\,C$

आवेश की CGS पद्धति में मात्रक स्टेट कूलॉम या फ्रैंकलिन (Franklin) होता है।

$1\,C = 3\times10^{9}\,esu$

आवेश एक अन्य मात्रक फैराडे (ना कि फैरड) भी है जहाँ

$1\,Faraday = 96500\,C$

1.2 आवेश के गुणधर्म (Properties of Charge):

हम जानते हैं आवेश दो प्रकार के होते हैं– धनावेश तथा ऋणावेश तथा इनमें परस्पर निरस्त करने की प्रवृत्ति होती है। हम यहाँ विद्युत आवेश के अन्य महत्वपूर्ण गुणों का अध्ययन कर रहे है–

1.2.1 विद्युत आवेशों की योज्यता (Additivity of Electric Charges)

आवेश एक अदिश राशि है। विद्युत आवेश योगात्मक होता है तथा किसी निकाय पर कुल आवेश का मान उसमें उपस्थित सभी आवेशों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है। धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों को वास्तविक संख्या के समान ही जोड़ा जाता है। आवेशों का योग करते समय इनके चिन्हों (धनात्मक या ऋणात्मक) का विशेष ध्यान रखना चाहिये। उदाहरण के लिये, किसी वस्तु पर तीन आवेशों $+3q, -4q, +5q$ के योग से केवल $+4q$ आवेश ही प्राप्त होता है। यदि किसी वस्तु पर आवेशों का योग शून्य हो तब वह वस्तु उदासीन कहलाती है। यहाँ एक ध्यान देने योग्य है कि द्रव्यमान भी एक अदिश राशि है पर यह केवल धनात्मक ही हो सकता है।

1.2.2 विद्युत आवेश की निश्चरता (Invariance of Electric Charge)

विद्युत आवेश निर्देश तन्त्र के चुनाव से स्वतन्त्र होता है अर्थात् किसी वस्तु पर आवेश परिवर्तित नहीं होता है, वस्तु या प्रेक्षक की चाल चाहे जो भी हो। दूसरे शब्दों में किसी कण पर विद्युत आवेश (q) का मान (आवेश) के वेग पर निर्भर नही करता है।

विरामावस्था में आवेश = गतिमान अवस्था में आवेश

अर्थात् $q_{\text{विरामावस्था}} = q_{\text{गतिमान अवस्था}}$

यहाँ यह तथ्य इसलिए उल्लेखित किया गया है कि विशिष्ट आपेक्षिकता के सिद्धांत (जिसका आप उच्च कक्षाओं में अध्ययन करेंगे) के अनुसार अति उच्च वेग जो प्रकाश के वेग की कोटि $(V \sim c)$ का है परन्तु कण का द्रव्यमान इसके विराम द्रव्यमान से कई गुणा बड़ा हो जाता है पर आवेश अप्रभावित रहता है। किसी कण के आवेश q तथा इसके द्रव्यमान m का अनुपात q/m कण का विशिष्ट आवेश कहलाता है यह वस्तु के वेग पर निर्भर करता है तथा अत्यधिक वेग $(V \sim c)$ पर विशिष्ट आवेश घट जाता है।

1.2.3 विद्युत आवेश का संरक्षण (Conservation of Electric Charge)

इसके अनुसार – "किसी विलगित निकाय में कुल आवेश सदैव संरक्षित रहता है तथा यह किसी भी प्रक्रिया या अनुक्रिया (Process of Interaction) के सम्पन्न होने पर भी परिवर्तित नहीं होता।" अर्थात् आवेश को न तो नष्ट किया जा सकता है और न ही उत्पन्न किया जा सकता है, केवल स्थानान्तरित हो सकता है।

उदाहरणार्थ–

(i) घर्षण विद्युत के उदाहरण में, काँच की छड़ और रेशम का कपड़ा, घर्षण से पूर्व उदासीन हैं। इन्हें आपस में रगड़ने पर काँच की छड़ में धनात्मक आवेश और रेशम के कपड़े में उतना ही ऋणात्मक आवेश उत्पन्न हो जाता है। वस्तुतः इस प्रक्रिया में काँच की छड़ से इलेक्ट्रान रेशम के कपड़े पर स्थानान्तरित होते हैं, फलतः रेशम का कपड़ा ऋणावेशित और काँच की छड़ (उतनी ही मात्रा)में धनावेशित हो जाती है। यहाँ छड़ और रेशम का कपड़ा एक संयुक्त निरावेशित निकाय है जिसमें घर्षण के बाद छड़ धनावेशित हो जाती है और कपड़ा उतना ही ऋणावेशित हो जाता है परन्तु संयुक्त निकाय का कुल आवेश अब भी शून्य है।

(ii) जब इलेक्ट्रॉन और इसका प्रतिकण पोजीट्रॉन आपस में टकराते हैं तो वे परस्पर विनाश कर विद्युत चुम्बकीय विकिरण उत्पन्न करते हैं, जो आवेश रहित होते हैं। शून्यीकरण (Annihilation) की इस प्रक्रिया के प्रारम्भ में कुल आवेश शून्य था और अन्त में भी कुल आवेश शून्य है। यह प्रक्रिया इस प्रकार लिखी जाती है

$$\underset{(\text{इलेक्ट्रान})}{e^-} + \underset{(\text{पोजीट्रान})}{e^+} \longrightarrow \gamma \qquad (1.02\,MeV)$$

इसी प्रकार विद्युत चुम्बकीय विकिरणों से इलेक्ट्रान व पोजीट्रान कणों के युग्म उत्पादन (Pair production) प्रक्रिया में भी आवेश संरक्षण नियम का पालन होता है। युग्म उत्पादन की प्रक्रिया इस प्रकार है

$$\gamma(1.02\,\text{MeV}) \longrightarrow \underset{\text{इलेक्ट्रान}}{e^-} + \underset{\text{पोजीट्रान}}{e^+}$$

(iii) रेडियोधर्मी क्षय और नाभिकीय अभिक्रियाओं में भी आवेश का संरक्षण होता है। इनके बारे में आप संबंधित अध्याय में विस्तार से पढ़ सकेंगे। कुछ उदाहरण इस प्रकार हैं

$$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^{4}_{2}\text{He}(\alpha\text{-कण})$$

$$Q_i = 92e \qquad Q_f = 90e + 2e = 92e$$

नाभिकीय अभिक्रिया

$$^{14}_{7}\text{N} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{18}_{9}\text{F} \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}\text{H}$$

$$7e + 2e \rightarrow 9e \rightarrow 8e + e$$

$$Q_i = 9e \qquad Q_f = 9e$$

आवेश संरक्षण का नियम आनुभविक है जिसे बैंजामिन फ्रेंकलिन ने प्रतिपादित किया था। इसका कोई अपवाद नहीं है।

1.2.4 आवेश का क्वान्टीकरण (Quantization of Charges)

जब किसी भौतिक राशि का आदान–प्रदान सतत न होकर विविक्त होता है तब यह आदान–प्रदान क्वान्टित कहलाता है तथा इस राशि की प्रकृति क्वाण्टम प्रकृति कहलाती है। वह न्यूनतम मान जिसका क्वान्टित प्रक्रिया में आदान–प्रदान किया जा सकता है, उसे उस भौतिक राशि का क्वाण्टम कहते हैं।

जब दो कुचालक पदार्थों को परस्पर रगड़ा जाता है तब इलेक्ट्रॉनों के आदान–प्रदान के कारण उन पदार्थों पर आवेश उत्पन्न होता है। इलेक्ट्रॉनों का आदान–प्रदान सदैव पूर्ण संख्या में होता है। न्यूनतम आदान–प्रदान एक इलेक्ट्रॉन का हो सकता है अतः किसी वस्तु पर आवेश, इलेक्ट्रॉन के आवेश का पूर्ण गुणज होता है। मिलिकन ने तेल बूँद के प्रयोग से भी इसकी पुष्टि की।

मिलिकन के तेल बूँद प्रयोग के प्रेक्षणों से यह पाया गया कि प्रकृति में विद्युत आवेश एक मात्रा–विशेष का पूर्ण गुणज होता है। आवेश की यह मात्रा विशेष 1.6021×10^{-19} कूलॉम है। सामान्य रूप में आवेश का क्वाण्टम मान 1.6×10^{-19} कूलॉम ले सकते हैं। यह इलेक्ट्रॉन के आवेश का मान है अतः किसी वस्तु पर संभावित आवेश $q = \pm ne$ जहां n = 1, 2, ... ही संभव है तथा $\pm 1.2\,e, \pm 1.6e, \pm 2.3\,e$ आवेश सम्भव नहीं है।

आवेश का न्यूनतम संभव मान 1.6×10^{-19} कूलॉम होता है, स्पष्ट है कि आवेश एक क्वाण्टित राशि है। आवेश का क्वाण्टम इतना सूक्ष्म है कि जब विशाल पैमाने पर विद्युत का अध्ययन किया जाता है तब विद्युत आवेश की यह कणमय प्रकृति अनुभव नहीं होती है और आवेशों को अविरत मान लेते हैं। प्रोटॉन, न्यूट्रॉन जैसे मूल कणों की आन्तरिक संरचना को समझने के लिए कई प्रकार के कणों की कल्पना की गई है जिन पर आवेश $\pm e/3$ होता है परन्तु इन कणों का मुक्त अस्तित्व संभव नहीं है अतः आवेश का क्वांटम e ही है।

आवेशों के संदर्भ में कुछ महत्वपूर्ण तथ्य इस प्रकार है।

(i) आवेश हमेशा द्रव्यमान से सबद्ध होता है अर्थात् द्रव्यमान के बिना आवेश का अस्तित्व संभव नहीं है किन्तु इसका विलोम सत्य हो सकता है। फोटॉन एक द्रव्यमानहीन एवं आवेशहीन कण है। न्यूट्रॉन का द्रव्यमान है पर आवेश शून्य है किन्तु हर आवेशित कण का कुछ न कुछ द्रव्यमान होता है।

(ii) स्थिर आवेश विद्युत क्षेत्र, समान वेग से गतिमान आवेश विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों उत्पन्न करते हैं यदि आवेश की गति त्वरित है तब यह विद्युत एवं चुंबकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के साथ–साथ परिवेश में विद्युत चुंबकीय विकिरण भी उत्सर्जित करता है।

उदाहरण 1.1 किसी धातु के गोले को 1 C आवेश से धनावेशित करने में उससे कितने इलेक्ट्रॉन निष्कासित करने होंगे?

हल: चूँकि $q = ne$

यहाँ $q = 1\,\text{C}$

$$n = ?$$

$$n = \frac{q}{e}$$

$$n = \frac{1}{1.6\times10^{-19}} = 6.25\times10^{18} \text{ इलेक्ट्रॉन}$$

उदाहरण 1.2 किसी वस्तु को इतना आवेशित किया जाता है कि उसके द्रव्यमान में 9.1 ng की वृद्धि हो जाती है तब

(i) कितने इलेक्ट्रॉन वस्तु को दिये गए?

(ii) आवेश का मान एवं प्रकृति ज्ञात करो।

हल: यहाँ द्रव्यमान में परिवर्तन

$$\Delta M = 9.1\times10^{-9}\,g = 9.1\times10^{-12}\,kg$$

$$m_e = 9.1\times10^{-31}\,kg$$

(i) $$\Delta M = nm_e$$

$$n = \frac{\Delta M}{m_e}$$

$$n = \frac{9.1\times10^{-12}}{9.1\times10^{-31}} = 10^{19} \text{ इलेक्ट्रॉन}$$

(ii) आवेश का मान $q = ne$

$$q = 10^{19}\times1.6\times10^{-19}$$

$$q = 1.6C$$

क्योंकि वस्तु को इलेक्ट्रान दिये गये अतः वस्तु का आवेश ऋणात्मक होगा

उदाहरण 1.3 एक कप जल (250 gm) में कितनी मात्रा में धन तथा ऋण आवेश होते हैं?

हल: यहाँ $m = 250$ gm

जल (H_2O) का अणुभार M=18

एक कप जल में अणुओं की संख्या

$$N = \frac{m}{M} \times N_A$$

$$N = \frac{250}{18} \times 6.023 \times 10^{23}$$

जल के एक अणु में दो हाइड्रोजन परमाणु तथा एक ऑक्सीजन परमाणु होते हैं अतः जल के अणु में 10 प्रोटॉन व 10 इलेक्ट्रान होते हैं। इलेक्ट्रॉन व प्रोटॉन पर समान तथा विपरीत प्रकृति के आवेश होते हैं।

अतः एक कप जल में धनावेश (या ऋणावेश) की मात्रा

$$q = N \times 10e$$

$$q = \frac{250}{18} \times 6.023 \times 10^{23} \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$q = 1.337 \times 10^{7}\ C$$

1.3 कूलॉम का नियम (Coulomb's Law)

प्रत्येक विद्युत आवेश, अपनी उपस्थिति से अपने चारों ओर अवस्थित परिवेश को प्रभावित करता है। इस प्रकार आवेशों की उपस्थिति से प्रभावित परिवेश परस्पर अनुक्रिया (Mutual Interaction) करके अभीष्ट आवेशों के मध्य एक बल उत्पन्न करता है जिसे विद्युत बल कहते हैं।

सन् 1785 में कूलॉम ने प्रयोगों के आधार पर दो स्थिर बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाले बल के सम्बन्ध में एक नियम प्रतिपादित किया जिसे कूलॉम का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार "दो स्थिर बिन्दु आवेशों के मध्य कार्य करने वाला आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल दोनों आवेशों के परिमाणों के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके मध्य की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। यह बल दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्यकारी होता है तथा उनके बीच के माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है।" इसे कूलॉम का व्युत्क्रम वर्ग का नियम भी कहते हैं।

यदि दो बिन्दु आवेश q_1 व q_2 परस्पर r दूरी पर हों तब

$$F \propto q_1 q_2 \qquad \ldots(1.1)$$

तथा $$F \propto \frac{1}{r^2} \qquad \ldots(1.2)$$

अर्थात् $$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \ldots(1.3)$$

यहाँ k एक समानुपाती नियतांक है जिसका मान दोनों आवेशों के मध्य माध्यम की प्रकृति तथा मात्रक प्रणाली पर निर्भर करता है।

निर्वात या हवा के लिये SI मात्रक में

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

होता है। यहाँ ϵ_0 (एपसाइलन नॉट) निर्वात या हवा की विद्युतशीलता (permittivity) है।

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ C^2/Nm^2$$

अतः निर्वात या वायु के लिये

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \ldots(1.4)$$

ϵ_0 की विमा:

$$\epsilon_0 = \frac{[Q]^2}{[F][\text{लम्बाई}]^2} = \frac{T^2A^2}{MLT^{-2}L^2}$$

$$\therefore \quad [\epsilon_0] = M^{-1}L^{-3}T^4A^2$$

यदि $q_1 = q_2 = 1$ कूलॉम

तथा $r = 1$ मीटर

तब $$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ न्यूटन}$$

अर्थात् निर्वात या वायु में परस्पर एक मीटर की दूरी पर रखे दो समान परिमाण के आवेशों के मध्य 9×10^9 न्यूटन बल कार्यरत होता है तब प्रत्येक आवेश का परिमाण एक कूलॉम के तुल्य होता है। निर्वात के अतिरिक्त किसी अन्य माध्यम के लिये

$$F_{\text{माध्यम}} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \ldots(1.5)$$

ϵ को माध्यम की निरपेक्ष विद्युतशीलता (absolute permittivity) कहते हैं।

1.3.1 परावैद्युतांक (Dielectric Constant)

दो नियत मान वाले विद्युत आवेशों को भिन्न–भिन्न माध्यमों में एक नियत दूरी पर रखकर उनके मध्य कार्यरत विद्युत बल के प्रेक्षण लेने पर कूलॉम ने पाया कि बल का मान माध्यम बदलने पर भिन्न हो जाता है। प्रयोग के प्रेक्षणों (observations) में पाया गया कि निर्वात या वायु में विद्युत बल सर्वाधिक तथा कुचालक माध्यम की उपस्थिति में यह अपेक्षाकृत कम हो जाता है तथा सुचालक माध्यम में बल का मान शून्य हो जाता है।

अतः किसी माध्यम की उपस्थिति में आवेशों के मध्य बल, निर्वात की तुलना में जितने गुना कम प्राप्त होता है उसे उस माध्यम का परावैद्युतांक (dielectric constant) अथवा आपेक्षिक विद्युतशीलता (relative permittivity) $\in_r$ अथवा विशिष्ट परावैद्युतता (specific inductive capacity) कहते हैं।

अर्थात्

$$\text{परावैद्युतांक } \in_r = \frac{\text{निर्वात या वायु में आवेशों के मध्य बल}\left(F\right)}{\text{अभीष्ट माध्यम में समान पार्थक्य के लिये आवेशों के मध्य बल}\left(F_m\right)}$$

$$\therefore \quad \in_r = \frac{\dfrac{1}{4\pi\in_0}\cdot\dfrac{q_1q_2}{r^2}}{\dfrac{1}{4\pi\in}\cdot\dfrac{q_1q_2}{r^2}} = \frac{\in}{\in_0}$$

या $\in_r = \dfrac{\in}{\in_0}$ एक विमाहीन राशि है।

कई बार $\in_r$ के स्थान पर K का उपयोग करते है।

कुचालक पदार्थ को परावैद्युत (Dielectric) कहते हैं।

कुछ प्रचलित परावैद्युत माध्यमों की आपेक्षिक विद्युतशीलता के मान सारणी 1.2 में दर्शाये गये हैं।

सारणी 1.2 परावैद्युत पदार्थों की आपेक्षिक विद्युतशीलता (20 °C) पर

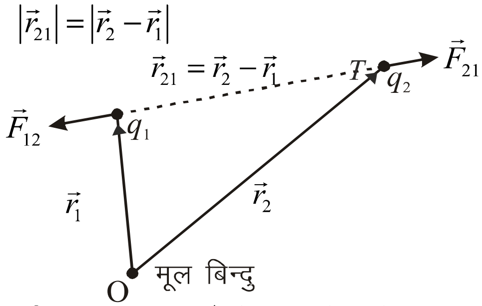
माध्यम	परावैद्युतांक	माध्यम	परावैद्युतांक
हवा	1.00059	ग्लिसरीन	42.5
काँच	5 से 10	रबर	7
अभ्रक	3 से 6	ऑक्सीजन	1.00053
पैराफीन मोम	2 से 2.5	सुचालक	अनन्त (∞)
आसुत जल	80		
निर्वात	1		

1.3.2 कूलॉम के नियम का सदिश निरूपण (Vector Representation of Coulomb's Law)

बल चूंकि एक सदिश राशि है अतः कूलॉम नियम को सदिश रूप में लिखा जाना उपयोगी है। इस हेतु माना कि किसी स्वेच्छ मूल बिन्दु के सापेक्ष निर्वात में स्थित दो बिन्दु आवेशों q_1 व q_2 के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{r}_1$ व $\vec{r}_2$ हैं। चित्र (1.5) के अनुसार आवेश q_1 के सापेक्ष q_2 का स्थिति सदिश होगा

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

तथा $$\left|\vec{r}_{21}\right| = \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|$$



चित्र 1.5 कूलॉम के नियम सदिश निरूपण

कूलॉम के नियम से आवेश q_2 पर आवेश q_1 के कारण लगने वाला विद्युत बल

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r}_{21}\right|^2}\hat{r}_{21}$$

यहाँ $\hat{r}_{21}$ बिन्दु q_1 से q_2 की ओर इंगित करने वाला एकांक सदिश है तदानुसार

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r}_{21}\right|^3}\vec{r}_{21}$$

या $$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3}\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right) \quad \ldots(1.6)$$

इसी प्रकार q_1 आवेश पर q_2 आवेश के कारण लगने वाला विद्युत बल

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r}_{12}\right|^3}\vec{r}_{12}$$

यहाँ $\vec{r}_{12}$, q_2 से q_1 की ओर इंगित सदिश है। तद्नुसार

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1q_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3}\left(\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right) \quad \ldots(1.7)$$

चूंकि $\hat{r}_{12}$ तथा $\hat{r}_{21}$ परस्पर विपरीत इकाई सदिश हैं

अतः $$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

इस प्रकार से यह ज्ञात होता है कि दो आवेशों के कारण एक दूसरे पर लगने वाले बल परिमाण में समान परन्तु विपरीत दिशा में कार्य करते हैं (चाहे आवेश किसी भी प्रकार के क्यों न हों) इस प्रकार कूलॉम का नियम न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुरूप है। कार्यरत बल आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होता है अर्थात् स्थिर विद्युत बल केन्द्रीय बल होते हैं।

महत्वपूर्ण तथ्य (Important Facts)

1. कूलॉम के नियम के लिये आवेश स्थिर एवं बिन्दुवत होने चाहिये। गतिशील आवेशों के मध्य बल केवल कूलॉम नियम से प्राप्त नहीं किया जा सकता क्योंकि ऐसे आवेशों के मध्य विद्युत बल के अतिरिक्त चुंबकीय बल भी कार्यकारी होते हैं।
2. 10^{-15} m की कोटि या इससे कम दूरियों के लिये दो आवेशों के मध्य बल के लिये कूलॉम नियम लागू नहीं होता क्योंकि तब नाभिकीय बल भी उपस्थित होते हैं।
3. दो आवेशों के मध्य कूलॉम बल का मान अन्य आवेशों की उपस्थिति से अप्रभावित रहता है इसलिये कूलॉम बल एक द्वि वस्तु अन्तर्क्रिया (Two body interaction) है। इस कारण कूलॉम बलों के लिए अध्यारोपण का सिद्धांत (देखें अनुभाग 1.4) भी लागू किया जा सकता है।

4. कूलॉम का नियम व्युत्क्रम वर्ग के नियम का पालन करता है तथा कूलॉम बल संरक्षी बल है।

उदाहरण 1.4 हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रान तथा प्रोटॉन के बीच दूरी 5.3×10^{-11} मीटर है। उनके मध्य विद्युत आकर्षण बल का परिकलन कीजिये। इस बल की गुरूत्वाकर्षण बल के तुलना कीजिये। $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$, इलेक्ट्रॉन का आवेश $e = 1.6\times10^{-19}\ C$, इलेक्ट्रान का द्रव्यमान $m_e = 9.1\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$ प्रोटॉन का द्रव्यमान $m_p = 1.67\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$

हलः इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के मध्य विद्युत आकर्षण बल

$$F_e = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

या $$F_e = 9\times10^9 \times \frac{\left(1.6\times10^{-19}\right)\left(1.6\times10^{-19}\right)}{\left(5.3\times10^{-11}\right)^2}$$

या $$F_e = 8.2\times10^{-8} N$$

इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन के मध्य गुरूत्वाकर्षण बल

$$F_g = G\frac{m_e m_p}{r^2}$$

या $$F_g = \frac{6.67\times10^{-11}\times\left(9.1\times10^{-31}\right)\left(1.67\times10^{-27}\right)}{\left(5.3\times10^{-11}\right)^2}$$

या $$F_g = \frac{101.36}{28.09}\times10^{-47} = 3.6\times10^{-47}\ N$$

या $$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8.2\times10^{-8}}{3.6\times10^{-47}} = 2.27\times10^{39}$$

अतः विद्युत बल, गुरुत्वाकर्षण बल का 2.27×10^{39} गुना है।

उदाहरण 1.5 समान आवेश वाले दो धनायन परस्पर $3.7\times10^{-9}\ N$ बल से प्रतिकर्षित करते हैं जबकि उनके मध्य की दूरी 5Å है। प्रत्येक आयन में उदासीन अवस्था की तुलना में कितने इलेक्ट्रॉन कम है?

हलः माना प्रत्येक आयन पर धनावेश $= q$ कूलॉम

यहाँ $r = 5\text{Å} = 5\times10^{-10}\ m$

बल $$F = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$ यहाँ $q_1 = q_2 = q$

$\therefore$ $$F = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q^2}{r^2}$$

या $$3.7\times10^{-9} = 9\times10^9\frac{q^2}{\left(5\times10^{-10}\right)^2}$$

या $$q = \sqrt{\frac{25\times3.7}{9}\times10^{-38}}$$

या $$q = \frac{5}{3}\times1.92\times10^{-19}$$

$$= \frac{9.6}{3}\times10^{-19} = 3.2\times10^{-19}\ C$$

$\because$ $q = ne$ (यहाँ n इलेक्ट्रॉनों की कमी है)

$$n = \frac{q}{e} = \frac{3.2\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 2$$

उदाहरण 1.6 निर्वात में रखे दो बिन्दुवत आवेशों के मध्य बल $18\ \mathrm{N}$ है यदि $1\ \mathrm{mm}$ मोटाई तथा 6 परावैद्युतांक की एक काँच की पट्टिका इन आवेशों के मध्य रख दी जाये तब बल का मान ज्ञात कीजिये।

हलः $$F_m = \frac{F}{\in_r}$$

यहाँ $F = 18\,N$ $\quad \in_r = 6$

$\therefore$ $$F_m = \frac{18}{6} = 3N$$

उदाहरण 1.7 एक बिन्दु आवेश $q_1 = 2\ \ C, (2m, 1m)$ पर तथा एक आवेश $q_2 = -5\ \ C, (-2m, 4m)$ पर अवस्थित है। q_2 पर q_1 द्वारा लगाया गया बल ज्ञात करो।

हलः प्रश्नानुसार $q_1 = 2\ \ C, q_2 = -5\ \ C$, $\vec{r}_1 = 2\hat{i} + 1\hat{j}\,m$ तथा $\vec{r}_2 = -2\hat{i} + 4\hat{j}\,m$.

चूंकि आवेश विपरीत प्रकृति के है अतः q_2 पर q_1 के कारण बल आकर्षण का है तथा q_1 की ओर होगा अर्थात् बिन्दु (–2, 4) से (2, 1) की ओर $\hat{r}_{12}$ के अनुदिश है।

$$\vec{F}_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\hat{r}_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2}(\hat{r}_{12})$$

$$= \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{\left|\left(2\hat{i}+1\hat{j}\right)-\left(-2\hat{i}+4\hat{j}\right)\right|^3}\left[\left(2\hat{i}+1\hat{j}\right)-\left(-2\hat{i}+4\hat{j}\right)\right]$$

$$= \frac{90\times10^{-3}}{\left|4\hat{i}-3\hat{j}\right|^3}\left(4\hat{i}-3\hat{j}\right) = \frac{90\times10^{-3}}{125}\left(4\hat{i}-3\hat{j}\right)$$

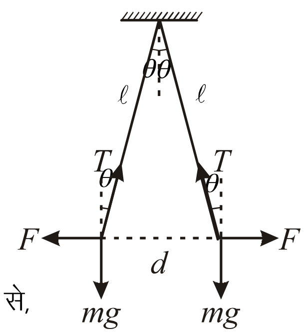
$$= 7.2\times10^{-4}\left(4\hat{i}-3\hat{j}\right)\text{N}$$

उदाहरण 1.8 दो छोटे बिन्दुवत गोले प्रत्येक का द्रव्यमान 200 g है एक उभयनिष्ठ बिन्दु से दो कुचालक धागों जिनकी प्रत्येक की लम्बाई 40 cm है द्वारा लटकाये गये हैं। दोनों गोले समान आवेशित है तथा साम्यावस्था में इनके बीच दूरी 4 cm पायी गई है। प्रत्येक गोले पर आवेश ज्ञात कीजिए।

हल: दोनों गोलों पर कार्यकारी बल चित्र में दर्शाये गये हैं। साम्यावस्था में प्रत्येक गोले पर नेट बल शून्य हैं। अतः

$$T\cos\theta = mg \qquad \ldots\text{(i)}$$

तथा $$T\sin\theta = F = \frac{kq^2}{d^2} \qquad \ldots\text{(ii)}$$



समीकरणों (i) व (ii) से,

$$\tan\theta = \frac{kq^2}{mgd^2}$$

चूंकि $d(=4cm)$, $\ell(=40cm)$ से बहुत कम है अतः

अतः $$\tan\theta \approx \sin\theta = \frac{d/2}{\ell} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$$

अतः $$q = \sqrt{\frac{mgd^2\sin\theta}{k}} = \sqrt{\frac{0.2\times10\times16\times10^{-4}}{9\times10^9}\times\frac{1}{20}}$$

$$= \frac{4}{3}\times10^{-7}\text{ C}$$

1.4 बहुल आवेशों के मध्य बल एवं अध्यारोपण का सिद्धान्त (Force among Many Charges and Superposition Principle)

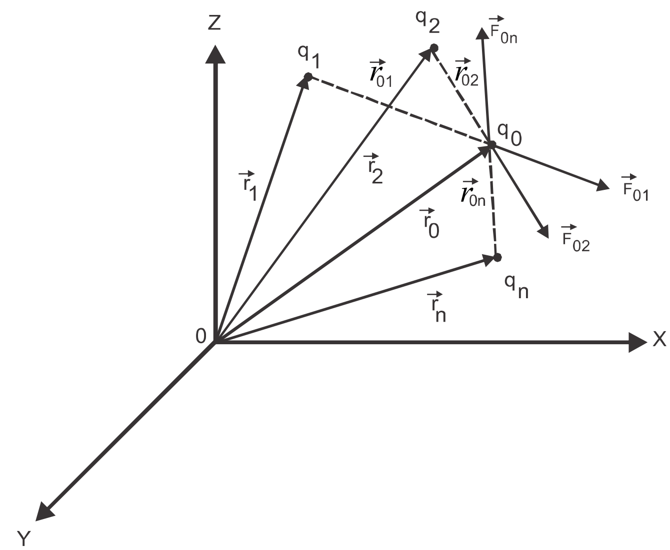
दो बिन्दु आवेशों के मध्य कार्यरत विशिष्ट बल अन्य आवेशों की उपस्थिति के कारण प्रभावित नहीं होता, अतः दो से अधिक स्थिर बिन्दु आवेशों के कारण किसी अन्य स्थिर बिन्दु आवेश पर परिणामी बल अध्यारोपण के सिद्धान्त से ज्ञात किया जाता है। इस सिद्धान्त के अनुसार ''किसी स्थिर बिन्दु आवेश पर अन्य स्थिर बिन्दु आवेशों के कारण लगने वाला परिणामी बल, उस आवेश पर अन्य प्रत्येक आवेश के कारण लगने वाले अलग–अलग बलों के सदिश योग के बराबर होता है।''

यदि अभीष्ट स्थिर आवेश पर अन्य n आवेशों के कारण लगने वाले बल क्रमशः $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots \vec{F}_n$ हों तो परिणामी बल

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n$$

माना निर्वात में स्थित कोई आवेश निकाय n स्थिर आवेशों से मिलकर बना है। इनके आवेश के मान क्रमशः $q_1, q_2 \ldots q_n$ हैं तथा अभीष्ट आवेश q_0 से इनकी दूरियाँ क्रमशः $\vec{r}_{01}, \vec{r}_{02}, \vec{r}_{02} \ldots \vec{r}_{0n}$ हैं (देखे चित्र 1.6) यदि आवेश q_1 द्वारा q_0 पर लगने वाले बल को $\vec{F}_{01}$ से प्रदर्शित करें तब

$$\vec{F}_{01} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_0}{\left|\vec{r}_{01}\right|^2}\hat{r}_{01}$$



चित्र 1.6 बहुल आवेशों के कारण q_0 पर बल

यहाँ $\hat{r}_{01}$ इकाई सदिश है जिसकी दिशा q_1 से q_0 की ओर है। इसी प्रकार अन्य आवेशों के कारण आवेश q_0 पर कार्यरत बल क्रमशः $\vec{F}_{02}, \vec{F}_{03} \ldots \vec{F}_{0n}$ हैं तब अध्यारोपण के सिद्धान्त से q_0 पर परिणामी बल

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \vec{F}_{03} + \ldots + \vec{F}_{0n}$$

या $$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_0}{\left|\vec{r}_{01}\right|^2}\hat{r}_{01} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_0}{\left|\vec{r}_{02}\right|^2}\hat{r}_{02} + \ldots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_n q_0}{\left|\vec{r}_{0n}\right|^2}\hat{r}_0$$

या $$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}q_0\left[\frac{q_1}{\left|\vec{r}_{01}\right|^2}\hat{r}_{01} + \frac{q_2}{\left|\vec{r}_{02}\right|^2}\hat{r}_{02} + \ldots + \frac{q_n}{\left|\vec{r}_{0n}\right|^2}\hat{r}_{0n}\right]$$

$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi \in_0} q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{{r_{0i}}^2} \hat{r}_{0i} \qquad \ldots (1.8)$$

परिणामी बल प्राप्त करने के लिए परिस्थिति अनुसार सदिश योग के समान्तर चर्तुभुज नियम का या बहुभुज नियम का उपयोग किया जा सकता है।

उदाहरण 1.9 9e तथा 4e बिन्दु आवेश परस्पर r दूरी पर स्थित हैं। एक अन्य आवेश q दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा पर कहाँ रखें कि वह संतुलन में रहे।

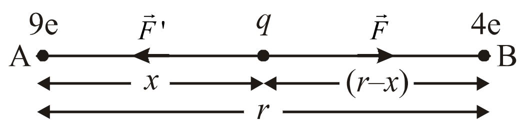
हलः चित्र में दर्शाए अनुसार q के संतुलन के लिये q पर परिणामी बल शून्य होना चाहिये।

$$\vec{F} + \vec{F}^1 = 0$$

$$\vec{F} = -\vec{F}^1$$

परन्तु परिमाण में

$$F = F'$$



$$\frac{kq9e}{x^2} = \frac{kq4e}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{4}{(r-x)^2}$$

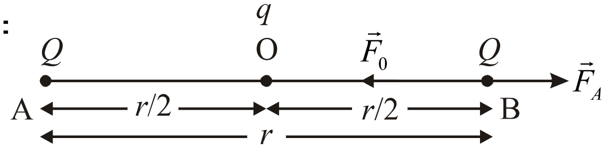
वर्ग मूल करने पर

$$\frac{3}{x} = \frac{2}{(r-x)} \quad \text{या} \quad 2x = 3r - 3x$$

या $\quad 5x = 3r \Rightarrow x = \frac{3}{5} r$

उदाहरण 1.10 दो Q परिमाण के बिन्दु आवेश परस्पर r दूरी पर रखे हैं, उनको मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु पर q परिमाण का तीसरा आवेश रखा जाता है इस का मान एवं प्रकृति क्या हो कि संपूर्ण निकाय अधिकतम संतुलन में रहे।

हलः



चूँकि q आवेश मध्य बिन्दु पर रखा है अतः आवेशों Q की सममित स्थितियों के कारण इस पर परिणामी बल सदैव शून्य ही रहेगा। परन्तु संपूर्ण निकाय के संतुलन के लिए आवश्यक है कि A व B पर स्थित आवेशो Q पर भी बल शून्य ही हो अतः B पर स्थित आवेश Q के संतुलन के लिये,

$$\vec{F}_A + \vec{F}_0 = 0$$

या $\quad \vec{F}_A = -\vec{F}_0$

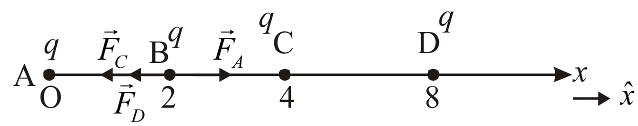
या $\quad \frac{kQQ}{r^2} = -\frac{kqQ}{(r/2)^2}$

या $\quad \frac{Q}{r^2} = -\frac{4q}{r^2} \Rightarrow Q = -4q$

$\Rightarrow \quad q = -Q/4$

उदाहरण 1.11 चार समान आवेश, प्रत्येक 2μC का, X-अक्ष पर स्थित हैं। ये क्रमशः $0, 2, 4, 8$ cm दूरी पर स्थित हैं। 2 cm पर स्थित आवेश पर परिणामी बल ज्ञात करो।

हलः प्रश्नानुसार $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q = 2 \;\; C$



A पर स्थित आवेश के कारण B पर स्थित आवेश पर बल

$$\vec{F}_A = \frac{kqq}{(2\times10^{-2})^2}\hat{i} = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6} \times 2\times10^{-6}}{4\times10^{-4}}\hat{i}$$

या $\quad \vec{F}_A = 90\hat{i}$ न्यूटन

C पर स्थित आवेश के कारण, B पर बल

$$\vec{F}_C = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6} \times 2\times10^{-6}}{4\times10^{-4}}(-\hat{i}) = -90\hat{i} \text{ न्यूटन}$$

D पर स्थित आवेश के कारण, B पर बल

$$\vec{F}_D = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6} \times 2\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2}(-\hat{i}) = -10\hat{i} \text{ न्यूटन}$$

अतः B स्थित आवेश पर परिणामी बल

$$\vec{F}_B = \vec{F}_A + \vec{F}_C + \vec{F}_D$$

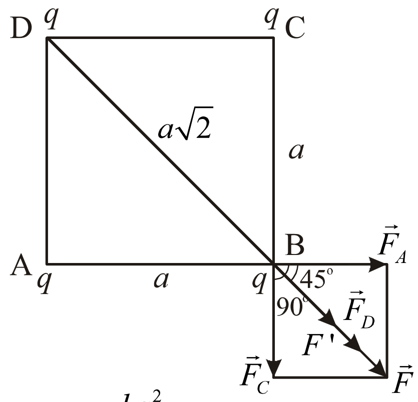
$$= 90\hat{i} + (-90\hat{i}) + (-10\hat{i}) = -10\hat{i} \text{ N}$$

अर्थात् $\quad \vec{F}_B = 10$ न्यूटन, $-\hat{i}$ दिशा में

उदाहरण 1.12 चार समान आवेश प्रत्येक q मान का, a भुजा वाले वर्ग के चारों कोनों पर स्थित है। प्रत्येक आवेश पर, शेष आवेशों के कारण परिणामी बल का परिमाण ज्ञात कीजिये।

हलः प्रश्न में वर्णित परिस्थिति संलग्न चित्र में प्रदर्शित है। यहाँ हम कोने B पर स्थित आवेश पर अन्य आवेशों के कारण बल ज्ञात करते हैं। सममितता से किसी बिन्दु पर स्थित आवेश पर शेष आवेशों के कारण बल भी समान परिमाण के होंगे केवल दिशा ही भिन्न होगी। चित्र से

$$BD = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$



साथ ही $\left|\vec{F}_A\right| = \left|\vec{F}_C\right| = \frac{kq^2}{a^2}$

जहाँ $\vec{F}_A$ व $\vec{F}_C$ की दिशा चित्रानुसार है। यदि इनका परिणामी बल से $\vec{F}'$ है तो चूंकि F_A व F_C परस्पर लंबवत है अतः F' जो चित्रानुसार $\vec{F}_A$ व $\vec{F}_C$ दोनों 45° कोण पर होगा देखे चित्र

$$\vec{F}' = \sqrt{F_A^2 + F_C^2} = \sqrt{2F_A^2} = F_A\sqrt{2}$$

$$\vec{F}' = \frac{kq^2}{a^2}\sqrt{2}$$

D पर स्थित आवेश के कारण B पर स्थित आवेश पर बल

$$F_D = \frac{kq^2}{\left(a\sqrt{2}\right)^2} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

क्योंकि $\vec{F}'$ तथा $\vec{F}_D$ की दिशा समान है तब B पर स्थित आवेश पर परिणामी बल

$$\vec{F} = \vec{F}' + \vec{F}_D$$

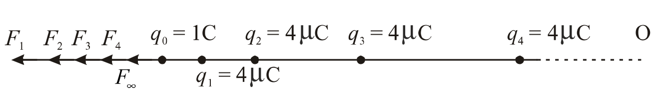
या $$F = \frac{kq^2}{a^2}\sqrt{2} + \frac{kq^2}{2a^2}$$

या $$F = \frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$$

तथा इसकी दिशा DB के अनुदिश होगी।

उदाहरण 1.13 4 μC के अनन्त आवेश X–अक्ष पर क्रमशः 1 m, 2m, 4m, 8 m... पर रखे हैं। इन आवेशों के कारण मूल बिन्दु पर रखे 1 C आवेश पर बल ज्ञात करो।

हल: यहाँ $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 4\mu C = 4\times10^{-6}\,C$



$q_0 = 1C$

q_0 पर परिणामी बल

या $$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \ldots + \vec{F}_\infty$$

या $$\vec{F}_0 = \frac{kqq_0}{r_1^2}\left(-\hat{i}\right) + \frac{kqq_0}{r_2^2}\left(-\hat{i}\right) + \frac{kqq_0}{r_3^2}\left(-\hat{i}\right) + \ldots\infty$$

या $$\vec{F}_0 = kqq_0\left[\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_3^2} + \ldots\infty\right]\left(-\hat{i}\right)$$

$$\vec{F}_0 = 9\times10^9\times4\times10^{-6}\times1\left[\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \ldots\infty\right]\left(-\hat{i}\right)$$

कोष्ठक में उपस्थित पर गुणोत्तर श्रेणी बनाने है जिसका प्रथम पद $a = 1$, सार्वअनुपात $r = \frac{1}{4}$

अतः $$\vec{F}_0 = 36\times10^3\left[\frac{a}{1-r}\right]\left(-\hat{i}\right)$$

$$= 36\times10^3\left[\frac{1}{(1-1/4)}\right]\left(-\hat{i}\right)$$

$$\vec{F}_0 = 36\times10^3\times\frac{4}{3}\left(-\hat{i}\right)$$

$$= 48\times10^3\left(-\hat{i}\right)\text{N}$$

1.5 विद्युत क्षेत्र (Electric Field)

जब कोई बिन्दु आवेश किसी अन्य बिन्दु आवेश के निकट लाया जाता है तब वह प्रतिकर्षण अथवा आकर्षण बल अनुभव करता है। यदि हम केवल इन आवेशों के मध्य बल ज्ञात करने के लिए ही इच्छुक है तो कूलॉम नियम पर्याप्त है। इसी प्रकार आवेशों के निकाय में किसी आवेश पर बल ज्ञात करने के लिए कूलॉम नियम के साथ अध्यारोपण सिद्धांत का उपयोग किया जाता हैं परन्तु हमारे सम्मुख यह प्रश्न उपस्थित है कि दो आवेशों के प्रकरण में जो एक दूसरे को स्पर्श नहीं कर रहे हैं ये एक दूसरे पर किस प्रकार बल लगाते हैं? दूसरे शब्दों में यह कि एक आवेश को दूसरे आवेश की उपस्थिति की जानकारी किस प्रकार होती है? ऐसे प्रश्नों का उत्तर देने के लिए विद्युत क्षेत्र की अवधारणा बहुत उपयोगी है। इस अन्योन्य क्रिया को समझने के लिये यह कल्पना की जा सकती है कि प्रत्येक आवेश अपने चारों ओर एक क्षेत्र उत्पन्न करता है जिसमें जब कोई दूसरा आवेश रखा जाता है तो इस क्षेत्र के द्वारा प्रथम आवेश दूसरे आवेश पर एक क्रिया (action) करता है जिससे दूसरा आवेश प्रथम आवेश की उपस्थिति अनुभव करता है। किसी विद्युत आवेश अथवा विद्युत आवेशों के निकाय के चारों ओर स्थित वह क्षेत्र जिसके अन्तर्गत अन्य आवेशित कण अपनी प्रकृति के अनुसार आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण

बल का अनुभव करते हैं, विद्युत क्षेत्र कहलाता है। इस प्रकार कोई आवेशित कण किसी विद्युत क्षेत्र में तब कहा जाता है जबकि आवेशित कण विद्युत बल का अनुभव करता है। विद्युत क्षेत्र की अभिधारणा सर्वप्रथम वैज्ञानिक फैराडे द्वारा प्रस्तुत की गयी। विद्युत क्षेत्र एक सदिश क्षेत्र है जिसे गणितीय रूप में विद्युत क्षेत्र तीव्रता के रूप में परिभाषित किया जाता है।

1.5.1 विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric Field)

परिभाषा से विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बिन्दु पर रखे इकाई धन परीक्षण आवेश पर लगने वाले बल के बराबर होती है तथा विद्युत क्षेत्र की दिशा धन परीक्षण आवेश पर लगने वाले बल की दिशा में होती है। परीक्षण आवेश एक अत्यन्त अल्प धन बिन्दु आवेश हैं यह भी मान लिया गया है कि परीक्षण आवेश का अपना कोई विद्युत क्षेत्र नहीं होता। इसको किसी विद्युत क्षेत्र में रखने पर उसकी उपस्थिति का मूल विद्युत क्षेत्र की तीव्रता पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। विद्युत क्षेत्र की तीव्रता यह एक सदिश राशि है। इसे $\vec{E}$ से व्यक्त करते हैं। कई बार क्षेत्र तीव्रता $\vec{E}$ को विद्युत क्षेत्र भी कहा जाता है।

यदि विद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर रखे धनात्मक परीक्षण आवेश q_0 पर लगने वाला विद्युत बल $\vec{F}$ है तब उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad \ldots(1.9)$$

यहाँ q_0 अत्यन्त सूक्ष्म होना चाहिये जिससे विद्युत क्षेत्र की तीव्रता परिवर्तित नहीं हो अतः और परिशुद्ध रूप में

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad \ldots(1.9\text{अ})$$

लिखा जाता है।

विद्युत क्षेत्र की इकाई N/C होती है। अगले अध्याय में हम देख सकेंगे कि विद्युत क्षेत्र की एक अन्य इकाई V/m भी है।

विद्युत क्षेत्र का विमीय सूत्र

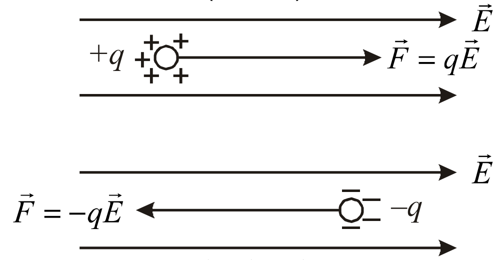
$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{\left[M^1L^1T^{-2}\right]}{\left[A^1T^1\right]} = \left[M^1L^1T^{-3}A^{-1}\right]$$

$$= \left[MLT^{-3}A^{-1}\right]$$

यदि $\vec{E}$ तीव्रता के विद्युत क्षेत्र में q परिमाण के आवेश से आवेशित कोई कण रखा है तब उस पर कार्य करने वाला विद्युत बल

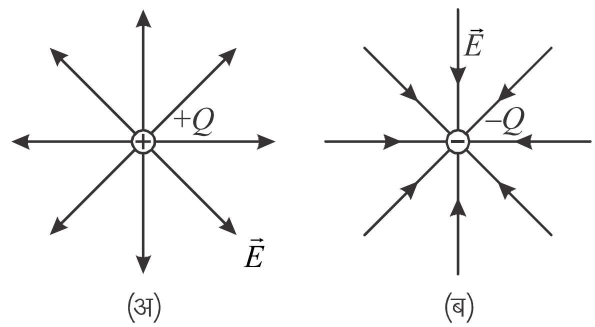
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

यदि कण धनावेशित है तब बल की दिशा, विद्युत क्षेत्र की दिशा तथा यदि कण ऋणावेशित है तब बल की दिशा, विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत होती है। (चित्र 1.7)।



चित्र 1.7 विद्युत क्षेत्र में आवेशित कण पर बल

धनात्मक बिन्दु आवेश या समआवेशित धनात्मक गोलाकार आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र आवेश से बाहर की ओर त्रिज्यीय होता है। इसके विपरीत यदि स्रोत बिन्दु आवेश ऋणात्मक है तब विद्युत क्षेत्र सदिश प्रत्येक बिन्दु पर त्रिज्यीय, किन्तु आवेश की ओर होता है। (चित्र 1.8)



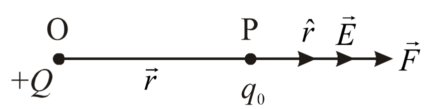
बिन्दु आवेश $+Q$ के कारण विद्युत क्षेत्र

बिन्दु आवेश $-Q$ के कारण विद्युत क्षेत्र

चित्र 1.8

1.6 बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric Field Due to a Point Charge)

किसी स्वेच्छ (arbitrary) बिन्दु O पर स्थित बिन्दु आवेश $(+Q)$ से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करने के लिये बिन्दु P (प्रेक्षण बिन्दु) पर एक परीक्षण आवेश $(+q_0)$ रखते हैं। (देखें चित्र 1.9)



चित्र 1.9 आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र

आवेश $+Q$ के कारण P पर स्थित धन परीक्षण आवेश q_0 पर बल, कूलॉम के नियम से,

$$\vec{F} = \frac{kQq_0}{r^2}\hat{r}$$

परिभाषा से $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ तब $\vec{E} = \frac{1}{q_0} \cdot \frac{kQq_0}{r^2}\hat{r}$

या $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$

या $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\in_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\hat{r}$ $\quad \ldots(1.10)$

बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की दिशा $\overrightarrow{OP}$ की ओर इंगित होगी।

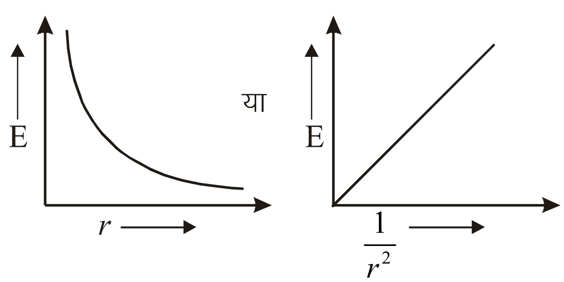
–Q आवेश के कारण P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\in_0} \cdot \frac{Q}{r^2}(-\hat{r}) \quad \ldots(1.11)$$

इसकी दिशा $\overrightarrow{OP}$ के विपरीत इंगित होगी।

अतः स्पष्ट है कि बिन्दु आवेश के लियें $E \propto \frac{1}{r^2}$

अर्थात् विद्युत क्षेत्र की तीव्रता दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होती है। विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एवं दूरी के साथ आलेख चित्र 1.10 में दर्शाया गया है।



चित्र 1.10 विद्युत क्षेत्र में परिवर्तन

यदि बिन्दु आवेश, $\in_r$ परावैद्युतांक के माध्यम में स्थित है तब विद्युत क्षेत्र

$$E_m = \frac{1}{4\pi\in} \cdot \frac{Q}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\in_r\in_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$$E_m = \frac{E}{\in_r} \Rightarrow E_m < E \quad (\because \in_r > 1)$$

अर्थात् परावैद्युत माध्यम में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान, निर्वात में तीव्रता की अपेक्षा $\in_r$ गुना कम हो जाता है।

सारणी 1.3 कतिपय भौतिकीय परिस्थितियों में विद्यमान कुछ विद्युत क्षेत्रों के मान

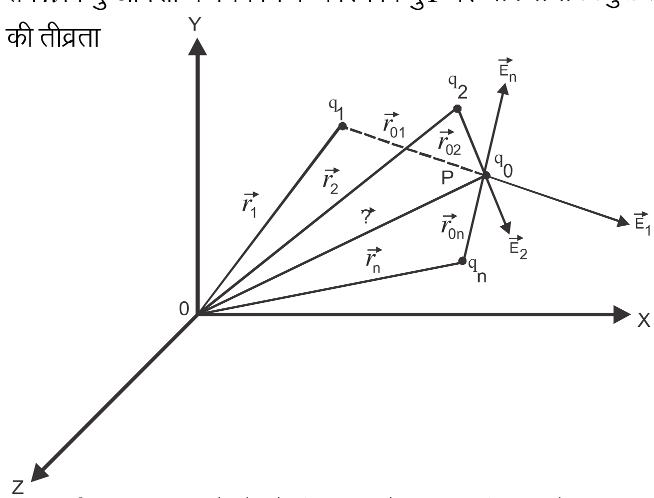
निकाय	विद्युत क्षेत्र
X- किरण ट्यूब में	$5 \times 10^6\ N/C$
वायु की विद्युत रोधन क्षमता	$3 \times 10^6\ N/C$
वाण्डे–ग्राफ जनित्र	$2 \times 10^6\ N/C$
वायुमण्डल में	100 N/C
घरेलू बिजली के तारों के आसपास	300 N/C

1.7 आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric Field Due to a System of Charges)

आवेशों के निकाय के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता विद्युत क्षेत्रों के अध्यारोपण के सिद्धान्त की सहायता से ज्ञात की जाती है।

इस सिद्धान्त के अनुसार– ''किसी बिन्दु पर बिन्दु आवेशों के समूह के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बिन्दु पर प्रत्येक बिन्दु आवेश के कारण तीव्रता के सदिश योग के तुल्य होती है।''

यदि $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$ बिन्दु आवेशों के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रतायें क्रमशः $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \ldots, \vec{E}_n$ हैं (चित्र 1.11) तब n बिन्दु आवेशों के निकाय के कारण बिन्दु P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता



चित्र 1.11 आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n$$

या $$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1}{r_{01}^2}\hat{r}_{01} + \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_2}{r_{02}^2}\hat{r}_{02} + \ldots + \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_n}{r_{0n}^2}\hat{r}_{0n}$$

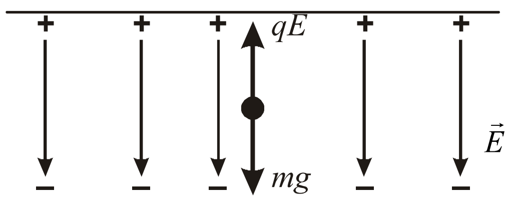
$\because$ $$\hat{r}_{01} = \frac{\vec{r}_{01}}{|\vec{r}_{01}|} = \frac{\vec{r}_{01}}{r_{01}}$$

$$\therefore \qquad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1}{r_{01}^3}\vec{r}_{01} + \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_2}{r_{02}^3}\vec{r}_{02} + \ldots + \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_n}{r_{0n}^3}\vec{r}_{0n}$$

या $$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\in_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{0i}^3}\vec{r}_{0i} \qquad \ldots(1.12)$$

उदाहरण 1.14 तेल की एक बूँद पर 12 इलेक्ट्रॉनों के बराबर आवेश है यह स्थिर विद्युत क्षेत्र 2.55×10^4 N/C में संतुलन अवस्था में बनी रहती है। यदि तेल का घनत्व 1.26×10^3 kg/m^3 हो तो बूँद की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

हल: यहाँ बूँद का भार, विद्युत बल से संतुलित हो रहा है।



अर्थात् $mg = qE$

परन्तु $m = V\rho$

या $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$

यहाँ r बूँद की त्रिज्या, V बूंद का आयतन एवं ρ तेल का घनत्व है

तथा $q = ne$

तब $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = neE$

या $r = \left[\frac{3neE}{4\pi\rho g}\right]^{1/3}$

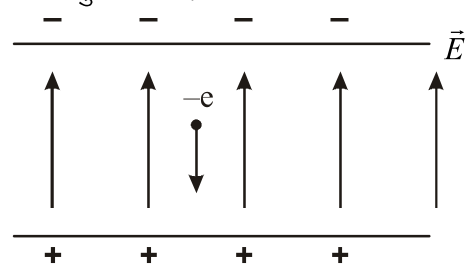
संबंधित राशियों के मान रखने पर

$$r = \left[\frac{3\times12\times1.6\times10^{-19}\times2.55\times10^4}{4\times3.14\times1.26\times10^3\times9.8}\right]^{1/3}$$

या $r = 9.8\times10^{-7}\ m$

उदाहरण 1.15 कोई इलेक्ट्रॉन $2.0\times10^4\ N/C$ परिमाण के एकसमान विद्युत क्षेत्र में 1.5 cm दूरी तक गिरता है। क्षेत्र का परिमाण समान रखते हुए इसकी दिशा उत्क्रमित कर दी जाती है तथा अब कोई प्रोटोन उस क्षेत्र में उतनी ही दूरी तक गिरता है। दोनों स्थितियों में गिरने में लगे समय की गणना कीजिये। इस परिस्थिति की 'गुरूत्व के अधीन मुक्त पतन' से तुलना कीजिये।

हल: प्रथम स्थिति– चित्र (अ) के अनुसार विद्युत क्षेत्र उपरिमुखी है अतः ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन पर विद्युत क्षेत्र के कारण बल $F_e = eE$ अधोमुखी होगी।



(अ)

तब इलेक्ट्रॉन का त्वरण

$$a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{eE}{m_e}$$

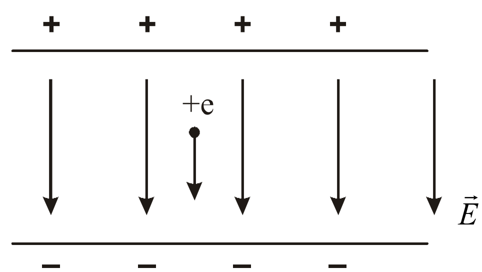
विरामावस्था से प्रारम्भ कर h दूरी गिरने में लगा समय t_e है तो

$$h = \frac{1}{2}a_e t_e^2$$

या $$t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2hm_e}{eE}}$$

या $$t_e = \sqrt{\frac{2\times1.5\times10^{-2}\times9.1\times10^{-31}}{1.6\times10^{-19}\times2.0\times10^4}} = 2.9\times10^{-9}\ s$$

द्वितीय स्थिति– चित्र (ब) के अनुसार विद्युतक्षेत्र अधोमुखी है अतः धनावेशित प्रोटोन पर बल भी अधोमुखी लगेगा। तब प्रोटोन का त्वरण



(ब)

$$a_p = \frac{F_p}{m_p} = \frac{eE}{m_p}$$

h दूरी तक प्रोटोन को गिरने में लगा समय

$$t_p = \sqrt{\frac{2h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2hm_p}{eE}}$$

या $$t_p = \sqrt{\frac{2\times1.5\times10^{-2}\times1.67\times10^{-27}}{1.6\times10^{-19}\times2.0\times10^4}} = 1.3\times10^{-7}\ s$$

उपर्युक्त दोनों अवस्थाओं में त्वरण a_e तथा a_p के मान गुरुत्वीय त्वरण g की तुलना में बहुत अधिक हैं अतः गुरुत्वीय प्रभाव नगण्य माना गया है।

उदाहरणार्थ $a_p = \frac{eE}{m_p} = \frac{(1.6\times10^{-19})\times(2.0\times10^{4})}{1.67\times10^{-27}}$

$$=1.9\times10^{12}\ \text{m/s}^2$$

जोकि गुरूत्वीय त्वरण $g(\sim10\ \text{m/s}^2)$ से $\sim10^{11}$ गुना बड़ा है। इलेक्ट्रॉन का त्वरण, a_p से भी 183 गुना अधिक है।

गुरुत्व के अधीन मुक्त पतन में लगा समय $t_g = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ कण के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता।

उदाहरण 1.16 किसी बिन्दु पर एक $5\times10^{-4}\ C$ आवेश पर 2.25 N बल कार्य करता है। उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिये।

हलः यहाँ $q_0 = 5\times10^{-4}\ C$

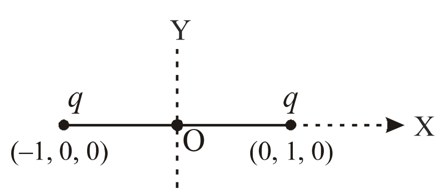
$F = 2.25\ N$

$\therefore \quad E = \frac{F}{q_0} = \frac{2.25}{5\times10^{-4}} = 4.5\times10^{3}\ N/C$

उदाहरण 1.17 एक आयताकार निर्देशांक पद्धति में दो बिन्दु धन आवेश प्रत्येक 10^{-8} C क्रमशः बिन्दु $x=+0.1m$, $y=0$ तथा $x=-0.1m$, $y=0$ पर स्थित है। निम्नांकित बिन्दुओं पर क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा ज्ञात कीजिये।

(अ) मूल बिन्दु, (ब) $x=0.2\,m, y=0$ (स) $x=0,\ y=0.1m$

हलः चित्रानुसार व्यवस्थित आवेशों के निकाय के लिए



चित्र (अ)

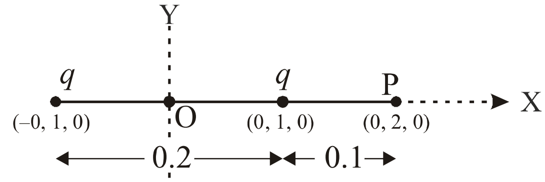
(अ) मूल बिन्दु पर क्षेत्र शून्य होना चाहिए क्योंकि यहाँ दोनों आवेशों के कारण पृथक–पृथक क्षेत्र बराबर एवं विपरीत हैं।

(ब) चित्र (ब) में दर्शाए बिन्दु P के लिए दोनों आवेशों के द्वारा विद्युत क्षेत्र समान दिशा (+Xअक्ष) में है अतः P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{kq}{(0.1+0.2)^2} + \frac{kq}{(0.2-0.1)^2}$$

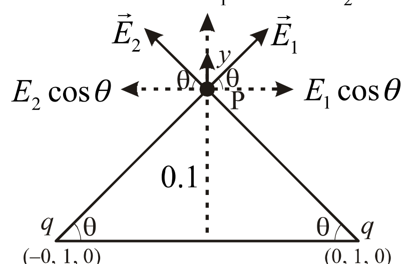
$$= \frac{kq}{0.09} + \frac{kq}{0.01} = \frac{kq}{0.09}[10]$$

$$= \frac{9\times10^{9}\times10^{-8}\times10}{0.09} = 1.0\times10^{4}\ \text{N}$$



चित्र (ब)

(स) सममितता से बिन्दु P(0, 0.1) पर दिये गये आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्रों के परिमाण समान है। अर्थात् $E_1 = E_2$ इस प्रकरण में, $\vec{E}_1$ तथा $\vec{E}_2$ के x घटक निरस्त हो जाते हैं जबकि y घटक जुड़ते है (देखें चित्र स)



चित्र (स)

$E = E_1 \sin\theta + E_2 \sin\theta$ (Yअक्ष के अनुदिश)

$= 2E_1 \sin\theta = 2E_1 \sin 45^\circ$

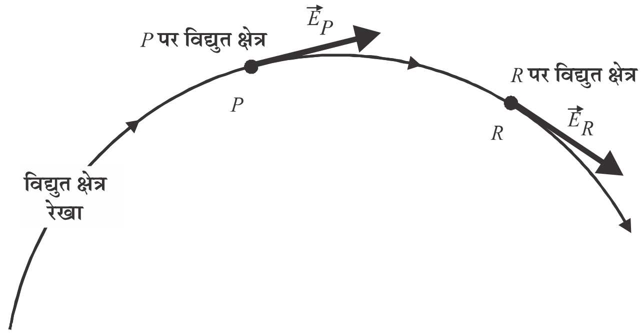
[चित्र की ज्यामिति से देखा जा सकता है कि $\theta = 45^\circ$]

$$\therefore \quad E = \frac{2kq}{r_1^2}\sin 45^\circ = \frac{2\times9\times10^{9}}{\left[(0.1)^2+(0.1)^2\right]}\times10^{-8}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\times9\times10}{\sqrt{2}[0.02]} = 6.36\times10^{3}\ \text{N/C}$$

1.8 विद्युत क्षेत्र रेखाएँ (Electric Field Lines)

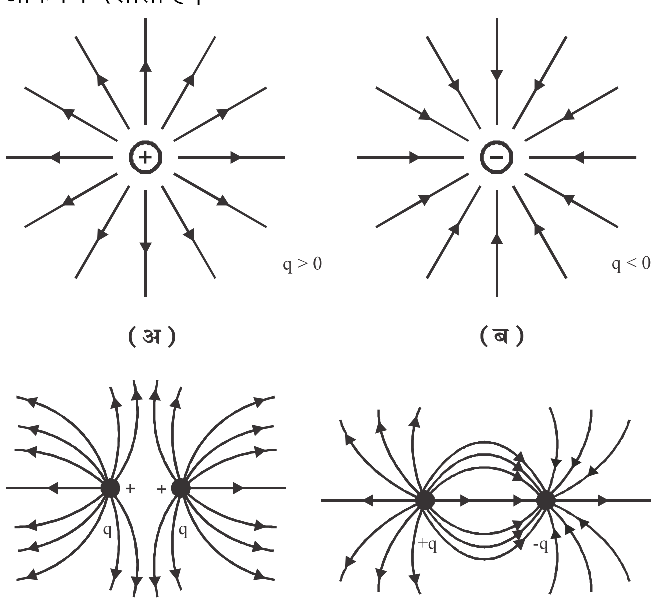
विद्युत क्षेत्र के ग्राफीय निरूपण के लिए विद्युत क्षेत्र रेखाओं की अवधारणा बहुत उपयोगी होती है। किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र को सतत रेखाओं जिन्हें विद्युत क्षेत्र रेखाएं कहते हैं से निरूपित किया जाता है। एक विद्युत क्षेत्र रेखा विद्युत क्षेत्र के किसी भाग में खींची गई एक काल्पनिक रेखा या वक्र है जिसके किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र सदिश की दिशा में होती है जिसे चित्र 1.12 में देखा जा सकता है।



चित्र 1.12 किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा उस बिन्दु पर स्पर्श रेखा के अनुदिश होती है

विद्युत क्षेत्र रेखाओं की अवधारणा उन्नीसवी शताब्दी के पूर्वार्द्ध में अंग्रेज वैज्ञानिक माइकेल फैराडे ने आवेशित विन्यासों के आस–पास विद्युत क्षेत्र का मानस प्रत्यक्षीकरण करने के एक अंतदर्शी अगणितीय उपाय को विकसित करने के लिए की थी। फैराडे ने इन्हें ''बल रेखाएँ कहा था पर पद ''क्षेत्र रेखाएँ'' ज्यादा उपयुक्त है।

चित्र 1.13 में कुछ सरल आवेश विन्यासों के चारों ओर क्षेत्र रेखाएँ दर्शायी गयी हैं। ये क्षेत्र रेखाएँ त्रिविमीय दिक् स्थान में है यद्यपि चित्र में इन्हें एक ही तल में दर्शाया गया है। एकल धनावेश के कारण क्षेत्र रेखाएँ त्रिज्यतः बाहर की ओर होती है जबकि एकल ऋणावेश के कारण क्षेत्र रेखाएँ त्रिज्यतः अन्दर की ओर होती हैं। दो समान प्रकृति के आवेश (q, q) के निकाय के कारण चारों ओर की क्षेत्र रेखाएँ पारस्परिक प्रतिकर्षण का एक सजीव चित्रण प्रस्तुत करती हैं जबकि परिमाण में समान दो विजातीय आवेशों जैसे द्विध्रुव $(q, -q)$ के कारण चारों ओर क्षेत्र रेखाएँ स्पष्टतः आवेशों के मध्य पारस्परिक आकर्षण दर्शाती हैं।



चित्र 1.13 विभिन्न सरल आवेश विन्यासों के कारण क्षेत्र रेखाएँ

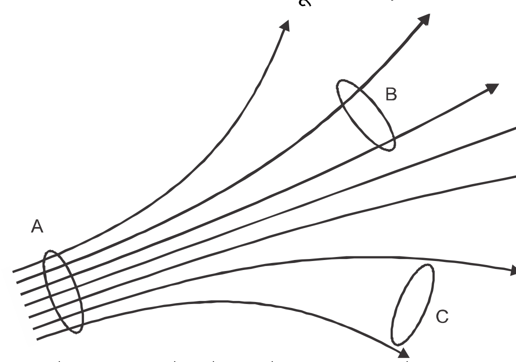
क्षेत्र रेखाएँ कुछ सामान्य गुणधर्मों का पालन करती हैं:

(i) क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से आरंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त होती हैं यदि आवेश एकल है तो ये अनंत से आरंभ अथवा अनंत पर समाप्त होती हुई प्रतीत होती हैं। एक विलगित धनावेश के कारण ये त्रिज्यतः बाहर की ओर तथा एक विलगित ऋणावेश के लिए यह त्रिज्यतः अन्दर की ओर होती हैं जैसा कि चित्र 1.13 (अ) व (ब) में दर्शाया गया है।

(ii) किसी आवेश मुक्त स्थान में क्षेत्र रेखाओं को ऐसे सतत वक्र माना जाता है जो कही टूटते नहीं है। इसके किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा तथा इस कारण उस बिन्दु पर रखे एकांक धनावेश पर लगा रहे बल की दिशा बताती है।

(iii) किसी आवेश से प्रारम्भ अथवा समाप्त होने वाली बल रेखाओं की संख्या उस आवेश के परिमाण के समानुपाती होती है।

(iv) किसी बिन्दु पर क्षेत्र के अभिलंबवत रखे एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या उस बिन्दु पर क्षेत्र की तीव्रता के समानुपाती होती है। अतः जब क्षेत्र रेखाएँ पास–पास हों तो क्षेत्र प्रबल होता है तथा जब ये दूर–दूर हों तो क्षेत्र दुर्बल होता है। चित्र 1.14 में A पर क्षेत्र अधिकतम है तथा C पर न्यूनतम है।



चित्र 1.14 क्षेत्र तीव्रता क्षेत्र रेखाओं की संख्या के समानुपाती है जो क्षेत्र के अभिलम्ब रखे एकांक क्षेत्रफल से गुजरती है

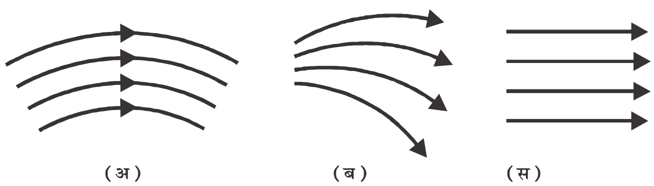
(v) दो विद्युत बल रेखाएँ परस्पर कभी नहीं काटती क्योंकि कटान बिन्दु पर दो स्पर्श रेखायें विद्युत क्षेत्र की दो दिशाओं को व्यक्त करेंगी जो कि सम्भव नहीं है।

(vi) विद्युतस्थैतिकी में विद्युत क्षेत्र रेखायें कभी भी बन्द लूप में नहीं होती हैं। एक रेखा जिस बिन्दु आवेश से शुरू होती है वहाँ पर खत्म नहीं होती। यह विद्युत क्षेत्र की संरक्षी प्रकृति के अनुसरण में है।

(vii) ये अपनी लंबाई की दिशा में संकुचित होने का प्रयत्न करती है जो विपरीत आवेशों में आकर्षण को दर्शाता है तथा ये अपनी लंबाई के लंबवत दिशा में फैलने का प्रयत्न करती है जो समान आवेशों में प्रतिकर्षण दर्शाता है। देखे चित्र 1.13(स) तथा (द)

(viii) विद्युत बल रेखाएँ किसी समविभव पृष्ठ के सदैव लंबवत होती हैं। (समविभव पृष्ठों का अध्ययन आप अगले अध्याय में कर सकेंगे) चूंकि एक आवेशित चालक एक समविभव पृष्ठ होता है अतः क्षेत्र रेखाएँ चालक के पृष्ठ के सदैव लंबवत होती हैं।

चित्र 1.15 में विभिन्न विद्युत क्षेत्रों के लिए क्षेत्र रेखाएँ दर्शायी गयी हैं। समविद्युत क्षेत्र के लिए क्षेत्र रेखाएँ समान दूरी से पृथक समान्तर रेखाएँ होती हैं जैसा 1.15(स) में है



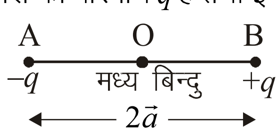
चित्र 1.15 (अ) दिशा नियत नहीं है, (ब) परिमाण एवं दिशा दोनों नियत नहीं है, (स) परिमाण एवं दिशा दोनों नियत है।

विद्युत क्षेत्र रेखाएँ आवेशित कण का पथ नहीं है। यह एक सामान्य भ्रांत अवधारणा है कि एक विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में q आवेश के कण को एक क्षेत्र रेखा के अनुदिश ही गतिमान होना चाहिए। क्योंकि किसी बिन्दु पर $\vec{E}$ इस बिन्दु से गुजरती क्षेत्र रेखा के स्पर्शरेखीय होता है अतः यह तो सत्य है कि कण पर बल $\vec{F} = q\vec{E}$ एवं इस कारण इसका त्वरण क्षेत्र रेखा के स्पर्शीय ही होंगे पर शुद्धगतिकी से हमें यह ज्ञात है कि जब कण एक वक्र पथ पर गति करता है तो इसका त्वरण पथ के स्पर्श रेखीय नहीं होता। अतः व्यापक रूप में आवेशित कण का पथ क्षेत्र रेखा पर नहीं होता है।

एक आवेशित कण एक क्षेत्र रेखा के अनुदिश तभी चलेगा जब क्षेत्र रेखा सरल रेखीय हो अथवा आवेश आरंभ में या तो स्थिर है अथवा इसका वेग क्षेत्र रेखा के समांतर या प्रति समान्तर है।

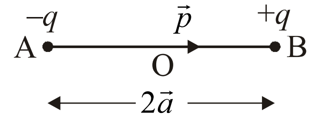
1.9 विद्युत द्विध्रुव तथा विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Electric Dipole and Dipole Moment)

परिभाषा से "जब दो समान परिमाण एवं विपरीत प्रकृति के आवेश परस्पर अत्यल्प दूरी पर स्थित हों तब इस प्रकार के निकाय को विद्युत द्विध्रुव कहते हैं।" चित्र 1.16 में एक विद्युत द्विध्रुव दर्शाया गया है जहाँ प्रत्येक आवेश का परिमाण q है तथा इनके मध्य दूरी $2a$ है।



चित्र 1.16 विद्युत द्विध्रुव

विद्युत द्विध्रुव में दोनों आवेशों के मध्य बिन्दु को इसका केन्द्र तथा इन आवेशों को मिलाने वाली रेखा को इस अक्ष–रेखा कहते हैं। इसके केन्द्र से इसकी अक्ष रेखा के लम्बवत रेखा को इसकी निरक्ष रेखा कहते हैं। किसी विद्युत द्विध्रुव का विद्युत्तीय व्यवहार इसके द्विध्रुव आघूर्ण के पदों में समझाया जाता है। यह एक सदिश राशि है जिसे $\vec{p}$ से व्यक्त करते है।



चित्र 1.17

परिभाषा से "विद्युत द्विध्रुव के किसी एक आवेश का परिमाण तथा उनके मध्य के दूरी के गुणनफल को विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं।" यदि आवेशों के मध्य दूरी $2a$ को एक सदिश की भांति माना जाए जिसकी दिशा $-q$ से $+q$ की ओर है तब परिभाषा से

$$\vec{p} = 2\vec{a}q \qquad \ldots(1.13)$$

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का मात्रक = कूलॉम × मीटर = C.m

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की विमा = $M^0L^1T^1A^1$ है।

प्रकृति में कुछ ऐसे अणु ऐसे होते हैं जिनमें सामान्यावस्था में धनावेशों के केन्द्र तथा ऋणावेशों के केन्द्र में परिमित पार्थक्य होता है। ऐसे अणु ध्रुवीय अणु कहलाते हैं तथा इनमें स्थायी द्विध्रुव आघूर्ण होता है। कुछ उदाहरण इस प्रकार है। NaCl, H_2O, HCl इत्यादि।

प्रकृति में कई ऐसे अणु भी होते हैं जिनमें सामान्य अवस्था में इलेक्ट्रानों के ऋण आवेशों का केन्द्र तथा नाभिक के प्रोटोनों के धन आवेशों के केन्द्र परस्पर सम्पाती होते हैं। परन्तु बाह्य विद्युत क्षेत्र लगाने पर इनके केन्द्र विपरीत दिशा में अल्प विस्थापित होने के कारण विद्युत द्विध्रुव की रचना हो जाती है जिसे प्रेरित विद्युत द्विध्रुव कहते हैं।

उदाहरण 1.18 NaCl अणु में Na^+ व Cl^- आयन के मध्य की दूरी 1.28 Å हैं अणु के विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की गणना कीजिये।

हल: $q = 1.6\times10^{-19}\,C$

$2a = 1.28\,\text{Å} = 1.28\times10^{-10}\,m$

$p = q2a$

$p = 1.6\times10^{-19}\times1.28\times10^{-10}$

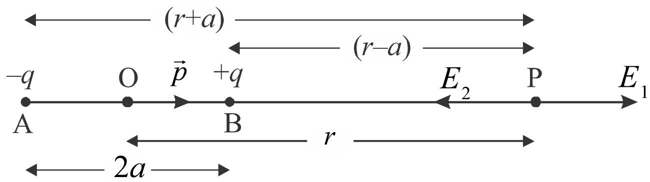
$= 2.048\times10^{-29}\,Cm$

1.10 विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र (Electric Field Due to Electric Dipole)

विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र, द्विध्रुव के प्रत्येक आवेश द्वारा अभीष्ट बिन्दु पर उत्पन्न विद्युत क्षेत्रों के सदिश योग के बराबर होता है अर्थात् विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र ज्ञात करने के लिये अध्यारोपण के सिद्धान्त का उपयोग करते हैं। सरलता हेतु यहाँ हम द्विध्रुव के अक्षीय एवं निरक्षीय बिन्दुओं पर विद्युत क्षेत्र का परिकलन करेंगें।

1.10.1 विद्युत द्विध्रुव के कारण उसकी अक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र (Electric Field at Point on the Axial Line of an Electric Dipole)

चित्र 1.18 में AB एक विद्युत द्विध्रुव है इसकी अक्षीय रेखा पर मध्य बिन्दु से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र ज्ञात करना है। विद्युत द्विध्रुव के दोनों आवेश क्रमशः $-q$ तथा $+q$ हैं।



चित्र 1.18 विद्युत द्विध्रुव के कारण उसके अक्ष रेखा पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र

बिन्दु B पर स्थित $+q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q}{(r-a)^2}\hat{p} \text{ BP दिशा में} \quad \ldots(1.14)$$

$\hat{p}$ विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा में एकांक सदिश है। बिन्दु A पर स्थित $-q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q}{(r+a)^2}(-\hat{p}) \text{ PB दिशा में} \quad \ldots(1.15)$$

अतः बिन्दु P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र

या $$\vec{E}_{\text{अक्षीय}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

या $$\vec{E}_{\text{अक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}q\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]\hat{p}$$

या $$\vec{E}_{\text{अक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}q\left[\frac{(r+a)^2-(r-a)^2}{(r^2-a^2)^2}\right]\hat{p}$$

या $$\vec{E}_{\text{अक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}\cdot q\frac{4ar}{(r^2-a^2)^2}\hat{p}$$

या $$\vec{E}_{\text{अक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{2pr}{(r^2-a^2)^2}\hat{p} \quad \ldots(1.16)$$

(यहाँ $q\cdot 2a = p$)

यदि a का मान r की अपेक्षा बहुत कम हो ($a << r$) तब a^2 को r^2 की तुलना में नगण्य मान सकते हैं।

अतः $$\vec{E}_{\text{अक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{2p}{r^3}\hat{p} \quad \ldots(1.17)$$

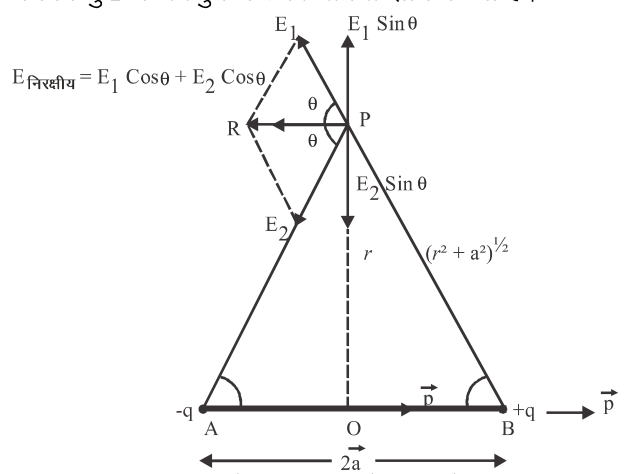
परिमाण $$E_{\text{अक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{2p}{r^3} \quad \ldots(1.18)$$

उपरोक्त परिकलन से स्पष्ट है कि द्विध्रुव की अक्ष पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एकल आवेश की तरह r^{-2} पर निर्भर नहीं करती बल्कि r^{-3} पर निर्भर करती है अतः विद्युत क्षेत्र की तीव्रता दूरी के साथ अपेक्षाकृत तेजी से घटती है।

अक्षीय रेखा पर विद्युत क्षेत्र की विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा में होती है।

1.10.2 विद्युत द्विध्रुव के कारण उसकी निरक्ष रेखा या विषुवतीय रेखा (तल) पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र (Electric Field at Point on the Equatorial Line of an Electric Dipole)

चित्र 1.19 में एक विद्युत द्विध्रुव AB दर्शाया गया है। इसके बिन्दु A तथा B पर क्रमशः $-q$ तथा $+q$ आवेश रखे हैं तथा इनके मध्य विस्थापन $2\vec{a}$ है। इसके केन्द्र बिन्दु O से r दूरी पर निरक्ष पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।



चित्र 1.19 विद्युत द्विध्रुव के कारण उसके निरक्ष रेखा पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र

Δ AOP तथा Δ BOP से

$$PA = PB = (r^2+a^2)^{1/2}$$

अतः $$(PA)^2 = (PB)^2 = (r^2+a^2)$$

$+q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर उत्पन्न विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q}{(r^2+a^2)}, \text{ BP दिशा के अनुदिश} \ldots(1.19)$$

$-q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर उत्पन्न विद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q}{(r^2+a^2)}, \text{ PA दिशा के अनुदिश} \ldots(1.20)$$

स्पष्ट है कि $\vec{E}_1$ तथा $\vec{E}_2$ के परिमाण समान परन्तु दिशायें भिन्न–भिन्न हैं अर्थात्

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q}{\left(r^2+a^2\right)} \qquad \ldots(1.21)$$

चित्र में दर्शाए अनुसार E_1 तथा E_2 के अक्षीय रेखा के लम्बवत तथा अनुदिश घटक करते हैं तब लम्बवत घटक $E_1 \sin\theta$ तथा $E_2 \sin\theta$ परस्पर बराबर एवं विपरीत दिशा में होने के कारण निरस्त हो जाते हैं तथा अनुदिश घटक $E_1 \cos\theta$ तथा $E_2 \cos\theta$ एक ही दिशा में होने के कारण जुड़ जाते हैं।

अतः $\vec{E}_{\text{निरक्षीय}} = \left(E_1\cos\theta + E_2\cos\theta\right)\left(-\hat{p}\right)$

$-\hat{p}$ से तात्पर्य, विद्युत क्षेत्र की दिशा, विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा के विपरीत है जैसा कि चित्र से देखा जा सकता है।

$\because \quad \left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right|$

या $\quad \vec{E}_{\text{निरक्षीय}} = 2E_1\cos\theta\left(-\hat{p}\right)$

या $$\vec{E}_{\text{निरक्षीय}} = 2\frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q}{\left(r^2+a^2\right)}\cdot\frac{a}{\left(r^2+a^2\right)^{1/2}}\left(-\hat{p}\right)$$

$$\because \quad \cos\theta = \frac{a}{\left(r^2+a^2\right)^{1/2}}$$

$$\vec{E}_{\text{निरक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{p}{\left(r^2+a^2\right)^{3/2}}\left(-\hat{p}\right) \qquad \ldots(1.22)$$

अथवा $$\vec{E}_{\text{निरक्षीय}} = -\frac{1}{4\pi\in_0}\frac{\vec{p}}{\left(r^2+a^2\right)^{3/2}} \qquad \ldots(1.23)$$

यदि a का मान r की अपेक्षा बहुत कम हो $(a << r)$ तो a^2 को r^2 की तुलना में नगण्य मान सकते हैं।

अतः $$\vec{E}_{\text{निरक्षीय}} = -\frac{1}{4\pi\in_0}\frac{\vec{p}}{r^3} \qquad \ldots(1.24)$$

$$\left|\vec{E}_{\text{निरक्षीय}}\right| = \frac{1}{4\pi\in_0}\cdot\frac{p}{r^3} \qquad \ldots(1.25)$$

स्पष्ट है कि केन्द्र से समान दूरी r के लिये $E_{\text{अक्षीय}} = 2E_{\text{निरक्षीय}}$

अतः (i) अक्ष पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उतनी ही दूरी पर निरक्ष स्थिति में तीव्रता की दुगुनी होती है।

(ii) अक्ष पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण के समानतर है और निरक्ष पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा विद्युत आघूर्ण के विपरीत है।

उपरोक्त विवेचन से स्पष्ट है कि अक्षीय या निरक्षीय दोनों ही प्रकरणों में दूरस्थ बिन्दुओं $(r >> 2a)$ के लिए विद्युत क्षेत्र $E \propto 1/r^3$ है अर्थात् यह एकल आवेश के विद्युत क्षेत्र $\left(E \propto 1/r^2\right)$ की तुलना में अपेक्षाकृत तीव्रता से घटता है। सैद्धान्तिक दृष्टिकोण से यह प्रत्याशित ही है। क्योंकि द्विध्रुव में दो विपरीत आवेश अत्यल्प दूरी पर हैं अतः दूरस्थ बिन्दु के लिए यह लगभग है (यथार्थतः नहीं) सम्पातित प्रतीत होंगे अतः एक दूसरे के विद्युत क्षेत्र के बहुत हद तक निरस्त कर देते हैं।

उदाहरण 1.19 दो बिन्दु आवेश $5\,\mu C$ तथा $-5\,\mu C$ परस्पर 1 cm दूरी पर रखे हैं। इनके मध्य बिन्दु से 0.30 m की दूरी पर (i) अक्षीय स्थिति में तथा (ii) निरक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की गणना कीजिये।

हलः यहाँ $q = 5\mu C = 5\times10^{-6}\,C$

$2a = 1\,cm = 10^{-2}\,m$

$r = 0.30\,m$

विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $p = q.2a$

$p = 5\times10^{-6}\times10^{-2} = 5\times10^{-8}\,Cm$

(i) अक्षीय स्थिति में $E_{\text{अक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{2p}{r^3}$

$$E_{\text{अक्षीय}} = \frac{9\times10^9\times2\times5\times10^{-8}}{(0.30)^3}$$

$$= 3.33\times10^4\,N/C$$

(ii) निरक्षीय स्थिति में

$$E_{\text{निरक्षीय}} = \frac{1}{4\pi\in_0}\frac{p}{r^3}$$

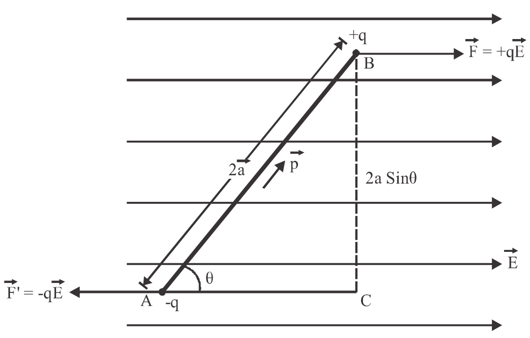
या $$E_{\text{निरक्षीय}} = \frac{9\times10^9\times5\times10^{-8}}{(0.30)^3} = 1.67\times10^4\,N/C$$

1.11 एकसमान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव पर बलाघूर्ण (Torque on a Dipole in a Uniform Electric Field)

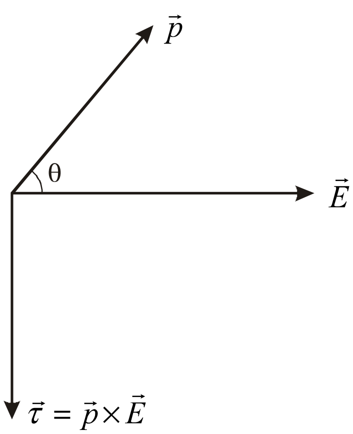
चित्र 1.20(अ) में एक विद्युत द्विध्रुव AB एकसमान विद्युत क्षेत्र में θ कोण पर रखा है। विद्युत द्विध्रुव के $+q$ आवेश पर बल $\vec{F}_1 = q\vec{E}$, विद्युत क्षेत्र की दिशा में तथा $-q$ आवेश पर बल

$\vec{F}_2 = -q\vec{E}$, विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत है अतः विद्युत द्विध्रुव पर परिणामी बल

$$\vec{F}_{परिणामी} = q\vec{E} + \left(-q\vec{E}\right) = 0$$



चित्र 1.20 (अ) एकसमान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव पर बल एवं बलाघूर्ण



चित्र 1.20 (ब) बलाघूर्ण की दिशा

अर्थात् परिणामी बल शून्य होता है फलस्वरूप विद्युत द्विध्रुव स्थानान्तरीय गति नहीं करेगा।

परन्तु दोनों बल संरेखी नहीं होने के कारण विद्युत द्विध्रुव पर एक बलयुग्म का निर्माण करते हैं जो कि द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र की दिशा में संरेखित करने का प्रयास करता है।

अतः बलाघूर्ण = किसी एक आवेश पर बल × बलों की क्रिया रेखाओं के मध्य लम्बवत दूरी

$$\tau = qE\left(BC\right)$$

चित्र से $\sin\theta = \dfrac{BC}{2a}$

$$BC = 2a\sin\theta$$

$$\tau = qE\left(2a\sin\theta\right) \qquad \because\ q \cdot 2a = p$$

$$\tau = pE\sin\theta \qquad \ldots(1.26)$$

सदिश रूप में $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ न्यूटन मीटर (N m)...(1.27)

अर्थात् बलाघूर्ण $\vec{\tau}$ की दिशा $\vec{p}$ व $\vec{E}$ दोनों से बने तल के लम्बवत दक्षिणावर्ती पेंच नियमानुसार होती है।

विशेष स्थितियाँ (Special conditions):

(i) (a) जब $\theta = 0^o$

$\sin\theta = 0$

तब $\tau = pE\sin 0^o = 0$

द्विध्रुव स्थायी साम्यावस्था में है।

(b) जब $\theta = 180^o$

तब $\tau = pE\sin 180^o = 0$

द्विध्रुव अस्थायी साम्यावस्था में है।

(ii) जब $\theta = 90^o$

तब $\tau = \tau_{max} = pE\sin 90^o$

$\tau_{max} = pE$

उदाहरण 1.20 दो आवेश $\pm 1000\mu C$ परस्पर 2 mm दूर स्थित हैं, विद्युत द्विध्रुव का निर्माण करते हैं। इस विद्युत द्विध्रुव को $15\times10^4\ N/C$ के एकसमान विद्युत क्षेत्र में क्षेत्र में 30^o कोण पर रखा गया है। द्विध्रुव पर कार्यरत बलाघूर्ण की गणना कीजिये।

हल: यहाँ $q = 1000\mu C = 10^{-3}C$

$E = 15\times10^4 N/C$

$2a = 2mm = 2\times10^{-3}m$

$\theta = 30^o$

बलाघूर्ण $\tau = pE\sin\theta$

या $\tau = q\left(2a\right)E\sin\theta$

या $\tau = 10^{-3}\times2\times10^{-3}\times15\times10^4\sin 30^o$

या $\tau = 15\times10^{-2}\ Nm$

महत्वपूर्ण बिन्दु (Important Points)

1. किसी वस्तु को तीन प्रकार से आवेशित किया जा सकता है; (i) घर्षण द्वारा (By Friction) (ii) स्पर्श द्वारा (By Contact) तथा (iii) प्रेरण द्वारा (By Induction)
2. घर्षण, आवेश उत्पन्न नहीं करता है। वस्तुतः घर्षण की प्रक्रिया में दो विद्युतरोधी वस्तुओं में एक वस्तु से दूसरी वस्तु में कुछ इलेक्ट्रॉनों का स्थानान्तरण होता है फलस्वरूप एक वस्तु धनावेशित तथा दूसरी ऋणावेशित हो जाती है।
3. विजातीय आवेश परस्पर आकर्षित तथा सजातीय आवेश परस्पर प्रतिकर्षित होते हैं।
4. आवेश एक क्वाण्टीकृत राशि हैं एक क्वाण्टम आवेश $1.602\times10^{-19}\,C$ होता है तथा $q=\pm ne$ यहाँ $n=1,2,3...$
5. दो स्थिर बिन्दु आवेशों के मध्य निर्वात में बल, कूलॉम के नियम से

$$F=\frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\ \text{N}$$

$\in_0$ निर्वात या हवा की विद्युतशीलता है।

6. किसी माध्यम की उपस्थिति में आवेशों के मध्य बल, निर्वात की तुलना में जितने गुना कम प्राप्त होता है उसे उस माध्यम का परावैद्युतांक (Dielectric constant) $\in_r$ कहते है
7. विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}=\lim\limits_{q_0\to0}\frac{\vec{F}}{q_0}N/C$ से दी जाती है। जहाँ $\vec{F}$, परीक्षण आवेश q_0 पर विद्युत क्षेत्र द्वारा कार्यकारी बल है।
8. बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\in_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

9. दो विद्युत क्षेत्र रेखाएँ एक दूसरे को नहीं काटतीं क्योंकि यदि काटेंगी तब कटान बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की दो दिशायें हो जायेगी जो कि सम्भव नहीं है।
10. अनेक आवेशों के कारण परिणामी विद्युत क्षेत्र, अलग–अलग आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्रों के सदिश योग के बराबर होता है।

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3+...+\vec{E}_n$$

11. समान परिमाण तथा विपरीत प्रकृति के आवेशों को परस्पर कुछ दूरी पर रखने पर उनसे बना निकाय विद्युत द्विध्रुव कहलाता है।
12. विद्युत द्विध्रुव की अक्ष पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E}_{\text{अक्षीय}}=\frac{1}{4\pi\in_0}\frac{2p}{r^3}\hat{p} \qquad \text{यदि } a<<r$$

13. विद्युत द्विध्रुव की निरक्ष पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E}_{\text{निरक्षीय}}=-\frac{1}{4\pi\in_0}\frac{\vec{p}}{r^3} \qquad \text{यदि } a<<r$$

14. समरूप विद्युत क्षेत्र में स्थित विद्युत द्विध्रुव पर बलाघूर्ण

$$\tau=pE\sin\theta$$

अभ्यासार्थ प्रश्न

बहुचयनात्मक प्रश्न

1. दो एकसमान तथा बराबर आवेशों को 3 मीटर की दूरी पर रखने पर उनके मध्य 1.6 न्यूटन का प्रतिकर्षण बल कार्य करता है। प्रत्येक आवेश का मान होगा

(अ) 2 C (ब) 4 C

(स) 40 C (द) 80 C

2. दो आवेशों के मध्य बल F है। यदि उनके मध्य की दूरी तीन गुना कर दी जाये तब इन आवेशों के मध्य बल होगा

(अ) F (ब) F/3

(स) F/9 (द) F/27

3. किसी वस्तु को 5×10^{-19} C से धनावेशित करने के लिये उसमें से निकाले गये इलेक्ट्रानों की संख्या होगी

(अ) 3 (ब) 5

(स) 7 (द) 9

4. दो बिन्दु आवेश +9e तथा +e परस्पर 16 cm दूर स्थित हैं। इनको मिलाने वाली रेखा पर मध्य एक अन्य आवेश q कहाँ रखें कि वह साम्यावस्था में रहे

(अ) +9e आवेश से 24 cm दूर

(ब) +9e आवेश से 12 cm दूर

(स) +e आवेश से 24 cm दूर

(द) +e आवेश से 12 cm दूर

5. दो समान गोले जिन पर विपरीत तथा असमान आवेश है परस्पर 90 cm दूरी पर रखे हुए हैं। इनको परस्पर स्पर्श कराकर पुनः जब उतनी ही दूरी पर रख दिया जाता है तो वे परस्पर 0.025 N बल से प्रतिकर्षित करने लगते हैं। दोनों का अन्तिम आवेश होगा

(अ) 1.5 C (ब) 1.5 C

(स) 3 C (द) 3 C

6. यदि दो आवेशों के मध्य काँच की प्लेट रख दी जाये तब उनके मध्य कार्यरत विद्युत बल पूर्व की तुलना में हो जायेगा

(अ) अधिक (ब) कम

(स) शून्य (द) अनन्त

7. HCl अणु का द्विध्रुव आघूर्ण 3.4×10^{-30} Cm है उसके आयनों के मध्य दूरी होगी

(अ) 2.12×10^{-11} m (ब) शून्य

(स) 2 mm (द) 2 cm

8. एक इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन समरूपी विद्युत क्षेत्र में स्थित हैं। उनके त्वरणों का अनुपात होगा

(अ) शून्य (ब) m_p / m_e

(स) 1 (एक) (द) m_e / m_p

9. किसी वर्ग के चारों कोनों पर समान परिमाण के सजातीय आवेश स्थित हैं। यदि किसी एक आवेश के कारण वर्ग के केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता E हो तो वर्ग के केन्द्र पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता होगी

(अ) शून्य (ब) E

(स) E / 4 (द) 4E

10. एक विद्युत द्विध्रुव को समरूप विद्युत क्षेत्र में रखने पर उस पर लगेगा

(अ) केवल बलाघूर्ण (ब) केवल बल

(स) बल तथा बलाघूर्ण दोनों (द) न बल तथा न बलाघूर्ण

11. विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव पर बल आघूर्ण का मान अधिकतम होने के लिये $\vec{p}$ तथा $\vec{E}$ के मध्य कोण होना चाहिये

¼4½0° (ब) 180°

(स) 45° (द) 90°

12. एक इलेक्ट्रॉन व प्रोटॉन 1 Å दूरी पर स्थित हैं। निकाय का द्विध्रुव आघूर्ण है

(अ) 3.2×10^{-29} Cm (ब) 1.6×10^{-19} Cm

(स) 1.6×10^{-29} Cm (द) 3.2×10^{-19} Cm

13. एक विद्युत द्विध्रुव के कारण अनुदैर्ध्य तथा अनुप्रस्थ स्थितियों में समान दूरी पर स्थित प्रेक्षण बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रताओं का अनुपात होगा

(अ) 1 : 2 (ब) 2 : 1

(स) 1 : 4 (द) 4 : 1

14. कुछ दूरी पर स्थित +5 C तथा –5 C आवेशों के मध्य 9 N का आकर्षण बल कार्यशील है। इन आवेशों को परस्पर स्पर्श कराकर पुनः उतनी ही दूरी पर रखने पर उनके मध्य कार्यशील बल हो जायेगा

(अ) अनन्त (ब) $9\times10^{9}\ N$

(स) 1 N (द) शून्य

15. दो परिमाण में समान विजातीय आवेशित परस्पर कुछ दूरी पर रखे हैं उनके मध्य F न्यूटन बल कार्यरत है। यदि एक वस्तु के आवेश का 75% दूसरे आवेश को स्थानान्तरित कर दिया जाये तब उनके मध्य बल पूर्व मान का कितना गुना हो जायेगा

(अ) $\frac{F}{16}$ (ब) $\frac{7F}{16}$

(स) $\frac{9F}{16}$ (द) $\frac{15}{16}F$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. एक क्वाण्टम आवेश का मान लिखिये।
2. r दूरी पर स्थित दो प्रोटानों के मध्य स्थिर विद्युत बल F है। प्रोटॉनों को हटाकर इलेक्ट्रॉन रख दें तो अब विद्युत बल कितना होगा?
3. एक आवेश के द्वारा दूसरे आवेश पर लगने वाला विद्युत बल F है। एक अन्य आवेश की उपस्थिति में प्रथम आवेश के द्वारा दूसरे आवेश पर कितना विद्युत बल होगा?
4. यदि किसी माध्यम का परावैद्युतांक एक हो तो उसकी निरपेक्ष विद्युतशीलता कितनी होगी?
5. दो बिन्दु आवेशों q_1 तथा q_2 के लिये $q_1q_2 < 0$ हैं। दोनों आवेशों के मध्य बल की प्रकृति क्या होगी?
6. दो बिन्दु आवेशों q_1 तथा q_2 के लिये $q_1q_2 > 0$ हैं। दोनों आवेशों के मध्य बल की प्रकृति क्या होगी?
7. विद्युत क्षेत्र E में रखे q आवेश पर कार्यरत बल कितना होता है?
8. किसी आवेशित कण के द्रव्यमान और आवेश पर चाल (speed) का क्या प्रभाव पड़ता है?
9. उस विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण कितना होगा जो एक इलेक्ट्रॉन के भार को संतुलित रखेगा। दिया है $e = 1.6\times10^{-19}\,C$ तथा $m_e = 9.1\times10^{-31}\,kg$
10. निर्वात में स्थित दो बिन्दु आवेशों के मध्य F बल लग रहा है यदि इन आवेशों के मध्य पीतल की प्लेट रख दी जाये तब बल का मान क्या होगा?
11. उस प्रयोग का नाम लिखिये जिससे विद्युत आवेश की क्वाण्टम प्रकृति की स्थापना हुई।
12. विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा दीजिये।
13. आदर्श विद्युत द्विध्रुव की शर्त लिखिये।
14. ऐसे कण का उदाहरण दीजिये जिसका विराम द्रव्यमान शून्य होता है तथा अनावेशित होता है।
15. नियतांक $k = \dfrac{1}{4\pi \in_0}$ का मान किन कारकों पर निर्भर करता है।
16. $_7N^{14}$ नाभिक पर आवेश का मान कूलॉम में लिखिये।
17. एबोनाइट की छड़ को फर से रगड़ने पर एबोनाइट की छड़ ऋणावेशित क्यों हो जाती है?
18. आवेश के cgs तथा SI मात्रकों के नाम लिखिये। इनके मध्य क्या सम्बन्ध है?
19. एकसमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव कब स्थायी साम्यावस्था में होता है?
20. एकसमान विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव पर परिणामी बल कितना होता है?

लघूत्तरात्मक प्रश्न

1. घर्षण विद्युत से क्या तात्पर्य है? इसकी उत्पत्ति की व्याख्या कीजिये।
2. दो स्थिर बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाले बल के लिये कूलॉम के नियम का कथन कीजिये।
3. आवेश के क्वाण्टीकरण को समझाइये।
4. बलों के लिये अध्यारोपण का सिद्धान्त लिखिये।
5. दो बिन्दु आवेशों के मध्य उन्हें मिलाने वाली रेखा के किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य है। इससे आप आवेशों के बारे में क्या निष्कर्ष निकाल सकते हो?
6. एक इकाई ऋण आवेशित आयन तथा एक इलेक्ट्रान विद्युत क्षेत्र E के प्रभाव में विराम से गतिमान किए जाते हैं। इन दोनों में से कौन सा कण तीव्र गति से चलेगा और क्यों?
7. विद्युत क्षेत्र रेखाओं से क्या आशय हैं? इनके दो गुण लिखिये।
8. आवेश संरक्षण नियम समझाइये।
9. माध्यम के लिये आपेक्षिक विद्युतशीलता की परिभाषा दीजिये।
10. किसी धात्विक गोले को बिना स्पर्श किये आप किस प्रकार धनावेशित कर सकते हैं?
11. आप किस प्रकार प्रदर्शित करेंगे कि आवेश दो प्रकार के होते हैं?
12. आवेशों के संदर्भ में $q_1 + q_2 = 0$ क्या सूचित करता है?
13. एक समान विद्युत क्षेत्र में एक विद्युत द्विध्रुव रखा जाता है। दिखायें कि यह स्थानान्तरित त्वरित गति नहीं करेगा।
14. एक आवेशित छड़ P द्वारा आवेशित छड़ R को आकर्षित किया जाता है जबकि P द्वारा अन्य आवेशित छड़ Q को प्रतिकर्षित किया जाता है। Q तथा R के मध्य उत्पन्न बल की प्रकृति क्या होगी?
15. किसी बिन्दु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र का निर्धारण करने के लिये प्रयुक्त परीक्षण आवेश (Test charge) अत्यन्त सूक्ष्म होना चाहिये। व्याख्या कीजिये कि क्यों?
16. 2 gm के ताँबे के गोले में 2×10^{22} परमाणु हैं। प्रत्येक परमाणु के नाभिक पर आवेश 29 e है। गोले को $2\,\mu C$ आवेश देने के लिये गोले से कितने अंश (fraction) इलेक्ट्रान हटाये जायें।
17. ठीक बराबर द्रव्यमान के सर्वसम धातु के दो गोले लिये गये हैं। एक को q ऋणावेश तथा दूसरे को उतने ही धनावेश से आवेशित किया गया है। क्या दोनों गोलों के द्रव्यमान में कोई अन्तर आयेगा? यदि हाँ तो क्यों?
18. एक बिन्दु आवेश से दूर जाने पर आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र घटता है। यही बात एक विद्युत द्विध्रुव के लिये भी सत्य है। क्या दोनों में विद्युत क्षेत्र समान दर से घटता है?

19. आवेश संरक्षण नियम का उपयोग करके निम्न नाभिकीय अभिक्रियाओं में X तत्व को पहचानिये

(a) ${}_{1}H^{1} + {}_{4}Be^{9} \rightarrow X + {}_{0}n^{1}$

(b) ${}_{6}C^{12} + {}_{1}H^{1} \rightarrow X$

(c) ${}_{8}N^{15} + {}_{1}H^{1} \rightarrow X + {}_{2}He^{4}$

20. एक आवेशित कण विद्युत क्षेत्र में गति करने के लिये स्वतंत्र है। क्या यह सदैव विद्युत बल रेखा के अनुदिश गति करेगा?

निबन्धात्मक प्रश्न

1. दो आवेशों के मध्य स्थिर विद्युत बल के कूलॉम के नियम को परिभाषित कीजिये तथा इसकी सीमायें बताइये। इस नियम द्वारा इकाई आवेश की परिभाषा दीजिये।
2. विद्युत क्षेत्र की परिभाषा दीजिये। बिन्दु आवेश के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये। इस क्षेत्र में अन्य आवेश q_0 लाने पर इस पर विद्युत बल का मान क्या होगा?
3. विद्युत द्विध्रुव किसे कहते हैं? द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा दीजिये। विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु के लिये विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।
4. किसी विद्युत द्विध्रुव के कारण उसकी निरक्ष पर स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।
5. एक विद्युत द्विध्रुव एक समान विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में स्थित है, उस पर कार्यरत बलाघूर्ण का सूत्र व्युत्पन्न कीजिये। यह किस अवस्था में अधिकतम होगा?

उत्तरमाला (बहुचयनात्मक प्रश्न)

1 (स)	2 (स)	3 (अ)	4 (ब)	5 (अ)	6 (ब)
7 (अ)	8 (ब)	9 (अ)	10 (अ)	11 (द)	12 (स)
13 (ब)	14 (द)	15 (अ)			

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. एक क्वाण्टम आवेश $= 1.6 \times 10^{-19}\, C$
2. F
3. F
4. $\in = \in_r \in_0 = 1 \times 8.85 \times 10^{-12}$

   $= 8.85 \times 10^{-12}\, C^2 / Nm^2$
5. यदि $q_1 q_2 < 0$ तब q_1 तथा q_2 में से एक धनावेशित तथा दूसरा ऋणावेशित होगा तथा इनके मध्य आकर्षण बल लगेगा।
6. यदि $q_1 q_2 > 0$ तब q_1 तथा q_2 दोनों समान आवेशित (ऋणात्मक आवेशित अथवा धनात्मक आवेशित) होंगे तथा इनके मध्य प्रतिकर्षण बल लगेगा।
7. $\vec{F} = q\vec{E}$
8. चाल बढ़ने से द्रव्यमान बढ़ता है यदि चाल प्रकाश की चाल की कोटि की है तथा आवेश नियत रहता है।
9. $eE = mg$

   $$E = \frac{mg}{e} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 9.8}{1.6 \times 10^{-19}}$$

   $= 5.57 \times 10^{-11}\, N/C$
10. $F_m = \dfrac{F}{\in_r} = \dfrac{F}{\infty} = 0$
11. इलेक्ट्रान का विद्युत आवेश ज्ञात करने का मिलिकन तेल बूँद प्रयोग
12. विद्युत द्विध्रुव के किसी एक आवेश के परिमाण एवं उनके मध्य विस्थापन के गुणनफल को विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं। यह एक सदिश राशि है, $\vec{p} = q \cdot 2\vec{a}$
13. आवेशों का मान उच्च $(q \rightarrow \infty)$ तथा मध्य का विस्थापन नगण्य $(2a \rightarrow 0)$ होना चाहिये।
14. फोटॉन
15. माध्यम की प्रकृति एवं मापन की पद्धति पर
16. $q = Ze$ से

    $q = 7e = 7 \times 1.6 \times 10^{-19} C = 11.2 \times 10^{-19} C$
17. क्योंकि फर में इलेक्ट्रान, एबोनाइट की अपेक्षा कम दृढ़ता से बँधे होते हैं।
18. आवेश का cgs मात्रक esu या स्टेट कूलॉम तथा SI मात्रक कूलॉम (C) है।

    1 कूलॉम $= 3 \times 10^9$ esu
19. जब $\vec{p}$ व $\vec{E}$ समान्तर होते हैं अर्थात् इनके मध्य कोण शून्य होता है।
20. शून्य

आंकिक प्रश्न

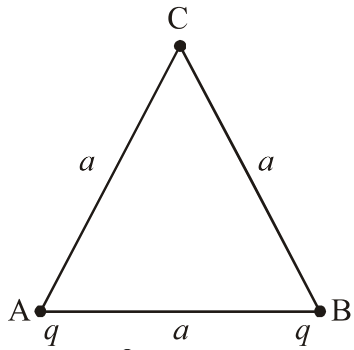
1. वायु में एक–दूसरे से 30 cm दूरी पर रखे दो छोटे आवेशित गोलों पर क्रमशः $2 \times 10^{-7}\, C$ तथा $3 \times 10^{-7}\, C$ आवेश हैं। उनके मध्य बल ज्ञात करो।

   (उत्तर : $6 \times 10^{-3}\, N$)
2. दो समान धातु के गोले $+10\,\mu C$ एवं $-20\,\mu C$ आवेश से

आवेशित किये गये हैं यदि इनको एक दूसरे के सम्पर्क में लाकर अलग कर पुनः उसी दूरी पर रख दिया जाये तब दोनों अवस्थाओं में बल का अनुपात ज्ञात कीजिये।

¼mÙkj %-8 : 1)

3. भुजा a वाले एक समबाहु त्रिभुज के शीर्ष A और B पर समान आवेश q है। त्रिभुज के बिन्दु C पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण ज्ञात कीजिये।



चित्र 1.28

(उत्तर : $E = \frac{1}{4\pi \in_0} \frac{\sqrt{3}q}{a}$)

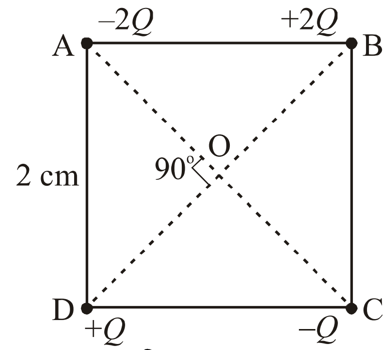
4. दो एक समान आवेशित गोलों को बराबर लम्बाई की डोरियों से लटकाया गया है। डोरियाँ परस्पर 30^o कोण बनाती हैं। जब $0.8\ g\ cm^{-3}$ घनत्व के द्रव में लटकाया जाता है, तब भी वही कोण रहता है। यदि गोले के पदार्थ का घनत्व $1.6\ g\ cm^{-3}$ है तब द्रव का परावैद्युतांक ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : $\in_r = 2$)

5. दो समरूप गोलाकार चालक B व C समान आवेश से आवेशित हैं तथा परस्पर F बल से प्रतिकर्षित करते हैं जबकि उनको परस्पर कुछ दूरी पर रख दिया जाता है। तीसरा गोलाकार चालक इन्हीं के समरूप है परन्तु अनावेशित है। पहले यह B के सम्पर्क में लाया जाता है तत्पश्चात C के सम्पर्क में लाकर दोनों से अलग कर दिया जाता है। B तथा C के मध्य नवीन प्रतिकर्षण बल ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : $\frac{3F}{8}$)

6. चित्र 1.29 में चार बिन्दु आवेश 2 cm भुजा के वर्ग कोनों पर रखे हैं। वर्ग के केन्द्र O पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता व दिशा ज्ञात कीजिये। $Q = 0.02\,\mu C$ है।



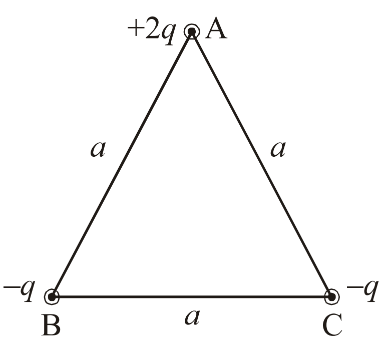
चित्र 1.29

(उत्तर : $9\sqrt{2}\times 10^5\ N/C,\ BA$ के समान्तर)

7. विद्युत आवेश Q को दो भागों Q_1 व Q_2 में विभक्त करके परस्पर r दूरी पर रखा गया है। दोनों के मध्य प्रतिकर्षण का बल अधिकतम होने की शर्त क्या होगी?

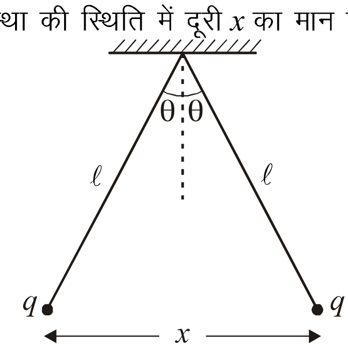
(उत्तर : $Q_1 = Q_2 = Q/2$)

8. a भुजा वाले समबाहु त्रिभुज ABC के शीर्षों पर तीन आवेशों +2q, $-q$ तथा $-q$ को क्रमशः A, B एवं C पर चित्र के अनुसार रखा गया है। इस निकाय के द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण ज्ञात कीजिये।



(उत्तर : $\sqrt{3}\,qa$)

9. दो समान छोटी गेंदे, प्रत्येक का द्रव्यमान m तथा प्रत्येक पर आवेश q सिल्क के धागों से (प्रत्येक धागे की लम्बाई l) चित्र 1.31 के अनुसार लटकाई गई हैं। इनके मध्य दूरी x और धागों के मध्य कोण $(2\theta \approx 10^o)$ है। तब साम्यावस्था की स्थिति में दूरी x का मान ज्ञात करो।



10. किसी निकाय में दो आवेश $q_A = 2.5\times10^{-7} C$ तथा $q_B = -2.5\times10^{-7} C$ क्रमशः दो बिन्दुओं A (0, 0, –15 cm) तथा B (0, 0, +15 cm) पर स्थित हैं। निकाय का विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : $7.5\times10^{-8}\, Cm(-\hat{z})$)

11. $4\times10^{-9}\, Cm$ द्विध्रुव आघूर्ण का कोई विद्युत द्विध्रुव $5\times10^{4}\, NC^{-1}$ परिमाण के एकसमान विद्युत क्षेत्र की दिशा से 30^o पर संरेखित है। द्विध्रुव पर कार्यरत बलाघूर्ण के परिमाण का परिकलन कीजिये।

(उत्तर : $10^{-4}\, Nm$)

12. दो बिन्दु आवेशों q_1 तथा q_2 के मध्य दूरी 3 m है। इन आवेशों का योग 20   C हैं। यदि एक आवेश दूसरे आवेश को 0.075 N के बल से प्रतिकर्षित करें तब दोनों आवेशों के मान ज्ञात करो।

(उत्तर : 15   C तथा 5   C)

13. $+10$ C तथा -10 C के दो आवेशों को 2 cm की दूरी पर रखा जाता है। इनकी अक्षीय रेखा एवं निरक्ष रेखा पर द्विध्रुव के केन्द्र से 60 cm की दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की गणना करो।

(उत्तर : $1.67\times10^{4}\, N/C$ अक्ष पर

$0.83\times10^{4}\, N/C$ निरक्ष पर)

14. दो समान बिन्दुवत आवेश Q जो परस्पर कुछ दूरी पर रखे गये हैं, को मिलाने वाली रेखा के मध्य में अन्य आवेश q रखा गया है। q का मान एवं प्रकृति ज्ञात कीजिये कि निकाय संतुलित रहे।

(उत्तर : $q = -Q/4$)

15. एकसमान विद्युत क्षेत्र में प्रोटॉन, ड्यूटेरॉन एवं $\alpha-$कण के त्वरणों का अनुपात ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : 2 : 1 : 1)