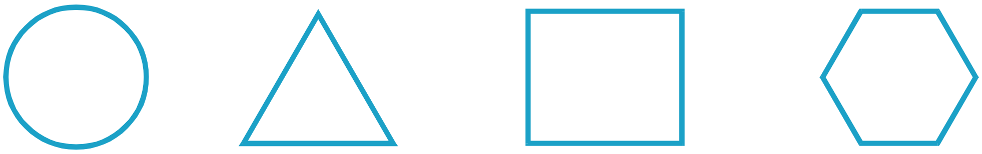
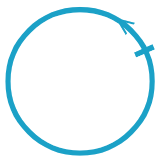
3

रेखाखण्ड (LINE SEGMENT)

गणित पढ़ते हुए आपने पहले भी कई प्रकार की आकृतियाँ देखी हैं, जैसे– वृत्त, त्रिभुज, चतुर्भुज इत्यादि।



क्या आप अपनी कॉपी पर एक वृत्त बना सकते हैं?



चित्र (Fig) –1

आप के द्वारा बनाए गए वृत्त पर यदि आप पेंसिल घुमाएँ तो आप पाते हैं कि–

1. किसी बिन्दु से प्रारम्भ कर आप पुनः उसी बिन्दु पर पहुँच जाते हैं।
2. किसी बिन्दु से प्रारम्भ कर पुनः उसी बिन्दु पर पहुँचने तक आपको आकृति के किसी भी भाग पर दो बार चलना नहीं पड़ा।

ऐसी आकृतियाँ जिनमें उपरोक्त दोनों विशेषताएँ पाई जाती है "**बन्द आकृति**" कहलाती है।

अब एक और आकृति देखिए–

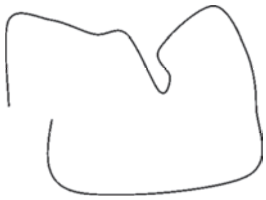
P

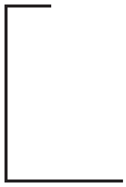
चित्र–2

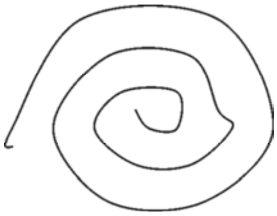
क्या P एक बंद आकृति है?

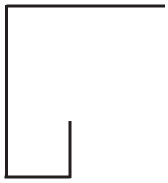
नहीं, क्योंकि P के किसी बिन्दु से प्रारंभ कर बिना पेंसिल उठाए उसी बिन्दु पर वापस पहुँचने के लिए आपको किसी न किसी भाग से दो बार गुजरना पड़ेगा।

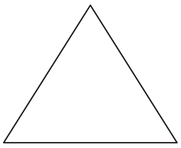
दी गई आकृतियों में खुली तथा बंद आकृतियों को पहचानिए तथा यह भी बताइए कि वे सीधी रेखाओं, वक्र रेखाओं या दोनों प्रकार की रेखाओं से बनी हैं।


चित्र–3

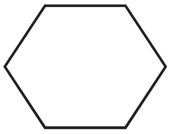

चित्र–4

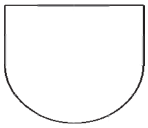

चित्र–5

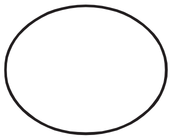

चित्र–6


चित्र–7

चित्र–8


चित्र–9


चित्र–10


चित्र–11

इसका विवरण निम्नलिखित सारणी में लिखिए:

चित्र क्रं.	बंद आकृति / खुली आकृति	किस प्रकार की रेखाओं से बनी है। सीधी / वक्र / दोनों प्रकार की
3	खुली आकृति	वक्र रेखा
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		

क्या आप अपने आस–पास दिखाई देने वाली ऐसी आकृतियों की सूची बना सकते हैं, जो सीधी एवं वक्र रेखाओं से मिलकर बनी हों ?

आपने अब तक दो प्रकार की रेखाओं का उपयोग किया है। जिसमें से एक तो वक्र रेखा है या जिसे हम टेढ़ी–मेढ़ी रेखा भी कह सकते हैं तथा दूसरी सरल रेखा है जिसके बारे में आपने पिछली कक्षाओं में भी पढ़ा है। आइए, सरल रेखा के बारे में कुछ और जानकारी प्राप्त करें।

सरल रेखा खींचना तो आप सभी को आता है। क्या आप बोर्ड पर एक आड़ी सरल रेखा खींच सकते हैं ? यह सरल रेखा उतनी ही लम्बी होगी जितना लम्बा वह बोर्ड है जिस पर आपने सरल रेखा खींची है। अब मान लें कि बोर्ड की लम्बाई दुगुनी बढ़ा दी जाए तो सरल रेखा भी दुगुनी बढ़ाई जा सकती है। यदि बोर्ड को आगे, आगे और आगे बढ़ाते जाएँ तो सरल रेखा भी आगे, आगे और आगे बढ़ाई जा सकती है। इस प्रकार हम सरल रेखा को दोनों ओर इतना बढ़ा सकते हैं कि जिसका कोई ओर छोर न हो। **अतः सरल रेखा ऐसी सीधी रेखा है जिसको दोनों ओर कितना भी बढ़ाएँ कभी खत्म नहीं होगी।**

क्या आप अपनी कॉपी पर एक सरल रेखा खींच सकते हैं ?

यदि खींच सकते हैं तो खींचने का तरीका और यदि नहीं खींच सकते हैं तो नहीं खींच पाने का कारण लिखिए।

आपने सरल रेखा खींचने की कोशिश कर यह पाया कि आप उतनी ही लम्बी सीधी रेखा खींच सकते

हैं जितनी लम्बी आपकी कॉपी है, परंतु सरल रेखा तो ऐसी रेखा है जो कभी खत्म ही नहीं होती, इसे कॉपी में खींचा तो नहीं जा सकता, केवल संकेत के रूप में बताया जा सकता है। क्या आप ऐसा कोई सुझाव दे सकते हैं जिससे सरल रेखा को कॉपी में बनाया जा सके?

आपके सुझाव :—

....

संकेत का उपयोग कर सरल रेखा खींचना (Drawing A Straight Line Using A Symbol) :

चित्र (Fig)—12

चित्र—12 में एक सरल रेखा खींची गई है, जिसके दोनों छोर पर तीर के निशान लगे हुए हैं।

दोनों तरफ तीर के निशान यह संकेत देते हैं कि सरल रेखा का कोई अंतिम बिंदु नहीं होता, वह समाप्त नहीं होती, वह चलती रहती है।

इसी प्रकार यदि किसी स्थिर बिन्दु से एक ऐसी सीधी रेखा खींची जाए जो एक तरफ बढ़ती ही रहे और कहीं भी समाप्त न हो तो इसे किरण कहते हैं। अपनी कॉपी में किरण खींचिए तथा किरण को खींचने का तरीका भी लिखिए।

चूंकि किरण एक निश्चित बिन्दु से प्रारम्भ होकर आगे—आगे और आगे बढ़ती जाती है इसलिए किरण को एक तरफ तीर के निशान लगाकर दर्शाते हैं।

बिन्दु O से प्रारंभ होती हुई किरण

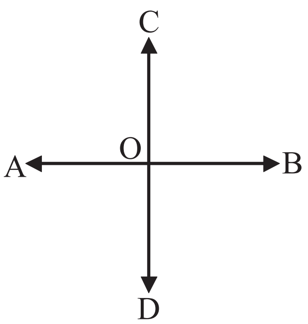
चित्र (Fig)—13

ऐसी सीधी रेखा जो एक बिंदु से प्रारंभ होकर एक ही ओर बढ़ती जाती है, उसे **किरण** कहते हैं। इसकी कोई निश्चित लंबाई नहीं होती है।

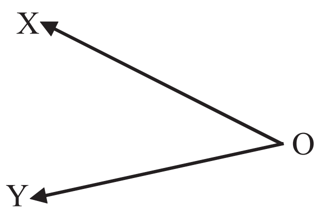
आप दैनिक जीवन में किरण के अन्य उदाहरण सोचें एवं लिखें।

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 1.

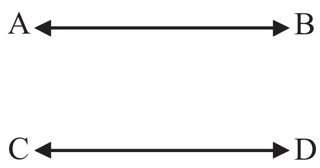
क्या आप निम्नलिखित चित्रों में किरणों एवं सरल रेखाओं को पहचान सकते हैं?



चित्र—14



चित्र—15



चित्र—16

पहचान कर लिखिए।

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 2.

नीचे आपको और दो बिन्दु दिए गए हैं। आप P बिन्दु से गुज़रने वाली कितनी सरल रेखा खींच सकते हैं, खींच कर देखिए। उसी प्रकार Q बिन्दु से कितनी सरल रेखाएँ खींची जा सकती है, कुछ ऐसी रेखाएं खींचिए।

P• •Q

चित्र–17

नीचे दिए गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

प्र.1 क्या आप P बिन्दु से खींची गई सरल रेखाओं को गिन सकते हैं ?

———————————————————————————

प्र.2 क्या आप Q बिन्दु से खींची गई सरल रेखाओं को गिन सकते हैं ?

———————————————————————————

प्र.3 आप ऐसी कितनी सरल रेखाएँ खींच सकते हैं जो P एवं Q दोनों बिन्दुओं से होकर गुजरती हों?

———————————————————————————

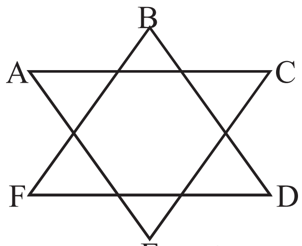
उपर्युक्त क्रियाकलाप से आप यह पाते हैं कि किसी एक बिन्दु से होकर असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती है। परन्तु, दो बिन्दुओं से होकर मात्र एक ही सरल रेखा खींची जा सकती है।

रेखाखंड (Line Segment)

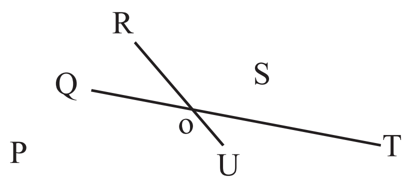
इस चित्र को देखें। इसे बनाने में जिन सीधी रेखाओं का उपयोग किया जाता है वे किसी एक निश्चित बिन्दु से प्रारंभ होकर दूसरी निश्चित बिन्दु पर समाप्त होती हैं। ऐसी रेखाओं को रेखाखंड कहते हैं। इस प्रकार रेखाखंड एक सरल रेखा अथवा किरण का एक भाग है जिसकी लंबाई मापी जा सकती है।

क्रियाकलाप 3.

चित्र–18 और 19 को देखकर नीचे दिए गए सवालों के जवाब सोचिए–



चित्र–18



चित्र–19

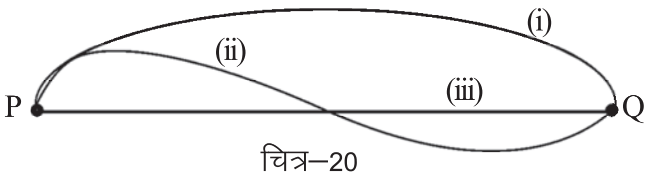
चित्र 18 में रेखाखंडो की पहचान कर उनकी संख्या ज्ञात कीजिए। सभी रेखाखण्डों के नाम भी लिखें।

चित्र 18 व 19 में कटान बिंदुओं की संख्या ज्ञात कीजिए। कौन से रेखाखंड किन कटान बिंदुओं पर एक दूसरे को काटते हैं ?

रेखाखण्ड क्या है ? अपने शब्दों में लिखिए।

क्रियाकलाप 4.

अपनी कॉपी पर दो बिंदु P और Q बनाइये इन बिंदुओं को नीचे दिये गये चित्र में तीन प्रकार से मिलाकर दिखाया गया है, आप इन्हें कुछ और प्रकारों से मिलाने का प्रयास कीजिए।



चित्र–20

बिंदु P और Q को कई तरह से मिलाया जा सकता है। परन्तु रेखाखंड द्वारा उनको केवल एक ही प्रकार से मिलाया जा सकता है। रेखाखण्ड दो बिन्दुओं को मिलाने वाली सबसे छोटी रेखा है।

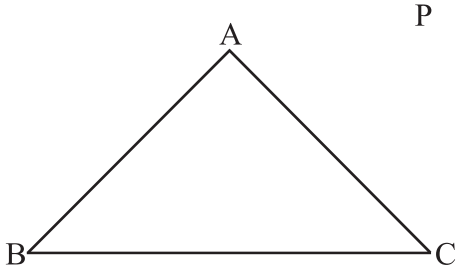
चित्र–21

मीना कहती है P से Q तक की सबसे कम दूरी का मार्ग रेखाखंड ही है। क्या आप सहमत हैं? क्यों?

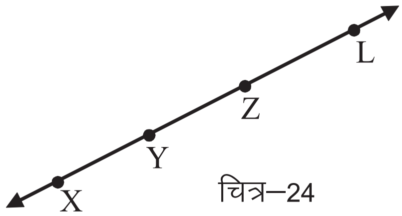
संरेख बिंदु (Collinear Points)

नीचे तल पर स्थित बिंदुओं को देखिए

चित्र–22



चित्र–23



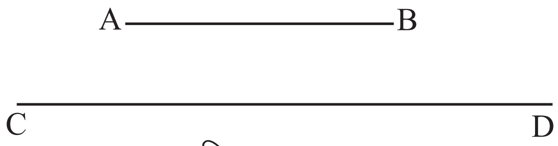
चित्र–24

चित्र–22 में बिंदु P,Q एवं R एक ही किरण पर स्थित हैं। इन्हे संरेख बिंदु कहते हैं।
चित्र–23 में बिंदु A,B एवं C एक ही रेखाखंड पर स्थित नहीं है। ये बिंदु संरेख नहीं हैं? क्यों?
चित्र–24 में बिंदु X, Y, Z एवं L एक ही सरल रेखा पर स्थित हैं। क्या ये संरेख बिंदु हैं?

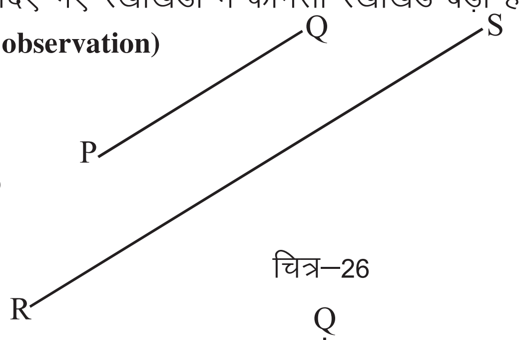
रेखाखंडों की तुलना (Comparison of Line Segments)

दो रेखाखंड की तुलना का अर्थ है पता करना कि दिए गए रेखाखंडों में कौनसा रेखाखंड बड़ा है?

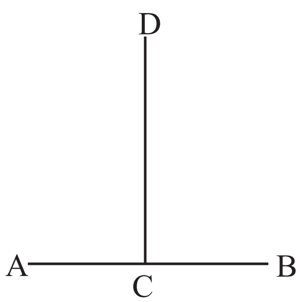
(1) अवलोकन द्वारा पता करना **(To compare by observation)**



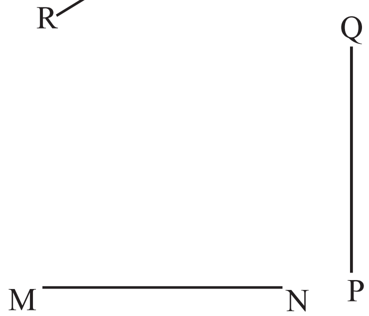
चित्र–25



चित्र–26



चित्र–27

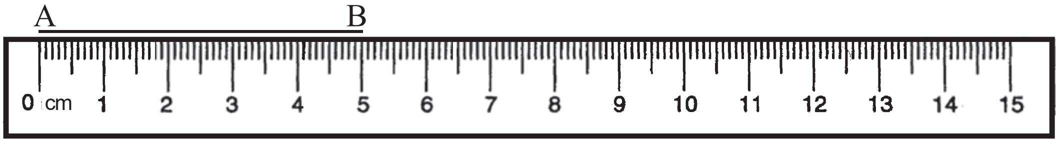


चित्र–28

चित्र 25 एवं 26 में केवल देखकर ही यह बताया जा सकता है कि CD रेखाखंड AB से तथा

RS, रेखाखण्ड PQ से बड़े हैं। अर्थात चित्र 25 में $CD > AB$ तथा चित्र 26 में $PQ < RS$ चित्र 27 और 28 में क्या आप बता सकते हैं कि इनमें से कौन सा रेखाखंड बड़ा है ? आइए इन्हें नाप कर देखें।

(2) स्केल की सहायता से सही मापन (Correct measurement with the help of a scale)



चित्र (Fig) –29

उपरोक्त चित्र 29 में AB रेखाखंड को नापते हुए दिखाया गया है।

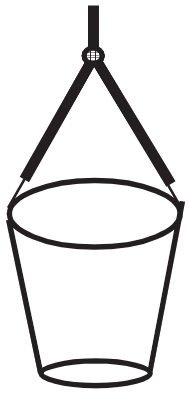
नापने की विधि (Method of Measurement) :

अपनी कॉपी पर एक बिंदु A बनाइए। स्केल को इस प्रकार रखिए जिससे कि स्केल पर बना '0' का निशान बिंदु A पर आए। अब देखें कि रेखा का दूसरा छोर स्केल के किस निशान तक पहुँच रहा है। उपरोक्त चित्र में B, स्केल पर बने निशान 5 पर आ रहा है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि रेखाखंड AB की लम्बाई 5 सेमी है।

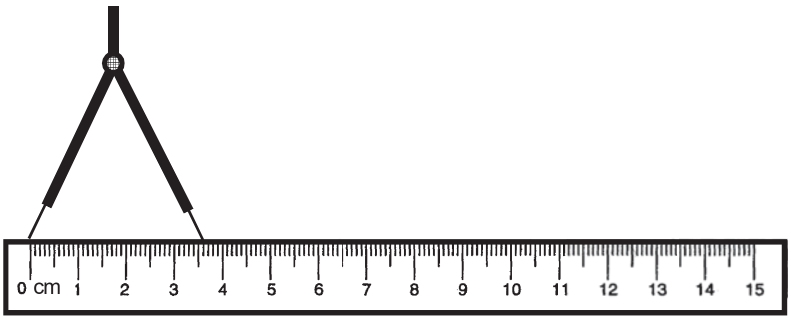
(3) डिवाइडर द्वारा मापन (Measurement by Divider)

आपने देखा कि स्केल की सहायता से हम उन रेखाखंडों की लंबाई नाप सकते हैं जहाँ स्केल सीधी रखी जा सकती है। क्या डिब्बे या गिलास के भीतर के दीवारों के बीच की दूरी स्केल की सहायता से नापी जा सकती है ?

एक डिवाइडर लें, उसे गिलास के मुंह पर रख कर इतना फैलाएं कि उसकी नोंक गिलास के भीतरी दीवारों को स्पर्श करे।



चित्र–30



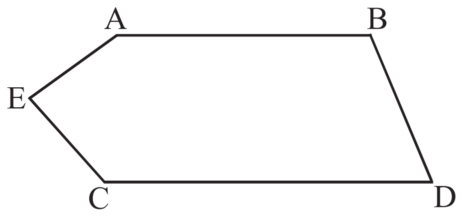
चित्र–31

अब डिवाइडर को बिना दबाए गिलास से बाहर निकालकर स्केल पर चित्र–31 के अनुसार रखें तथा लंबाई ज्ञात करें।

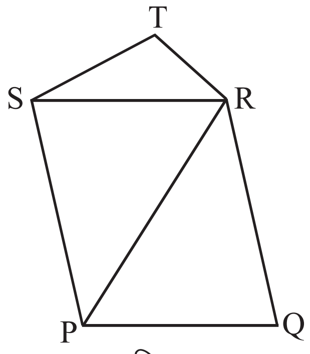
शिक्षक के लिए : यहाँ ध्यान में रखा जाए कि स्केल के किसी भी खंड से लंबाई नापने पर उसकी लंबाई के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता। किसी पुराने स्केल का उपयोग करते समय शून्य से शुरू न करने की स्थिति में नाप कैसे पता करेंगे यह चर्चा छात्रों के साथ करें। ऐसे मापने का अभ्यास उन्हें करने को दें।

✍ क्रियाकलाप 5.

निम्न चित्रों में डिवाइडर या परकार की सहायता से रेखाखण्डों को नाप कर तुलना करें। प्रत्येक चित्र के लिए रेखाखण्डो को लम्बाई के बढ़ते क्रम में लिखें।



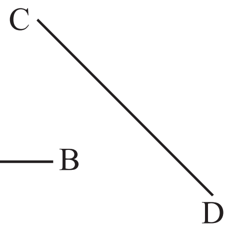
चित्र–32



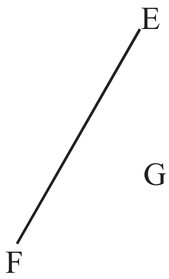
चित्र–33

निम्न रेखाखंडों को स्केल एवं परकार की सहायता से नापिए एवं उनके माप लिखिए –

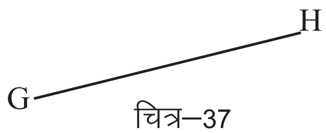
चित्र–34



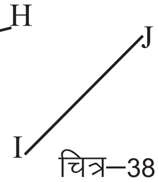
चित्र–35



चित्र–36

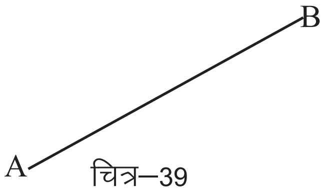


चित्र–37

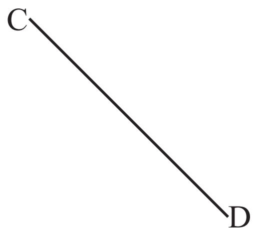


चित्र–38

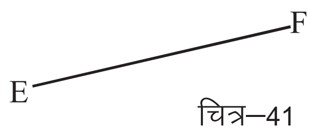
दो या दो से अधिक रेखाखंडों की लंबाई के योग के बराबर की लंबाई का रेखाखंड खींचना :



चित्र–39



चित्र–40



चित्र–41

चित्र–42

(1) एक सरल रेखा XY खींचिए।

(2) परकार को AB रेखाखंड के माप के बराबर फैलाइए।

(3) रेखा XY पर कोई बिंदु P लेकर व उसे केन्द्र मानकर AB रेखाखंड के बराबर का चाप इस प्रकार काटिए कि वह रेखा XY को Q पर काटे।

(4) CD रेखाखंड के बराबर का चाप Q को केन्द्र मानकर इस प्रकार काटिए कि वह XY रेखा को PQ

दिशा में काटे। माना कि वह बिन्दु R है।

(5) इसी प्रकार EF रेखाखंड के बराबर का चाप R को केन्द्र मानकर रेखाखंड XY पर काटिए। वह S पर कटता है।

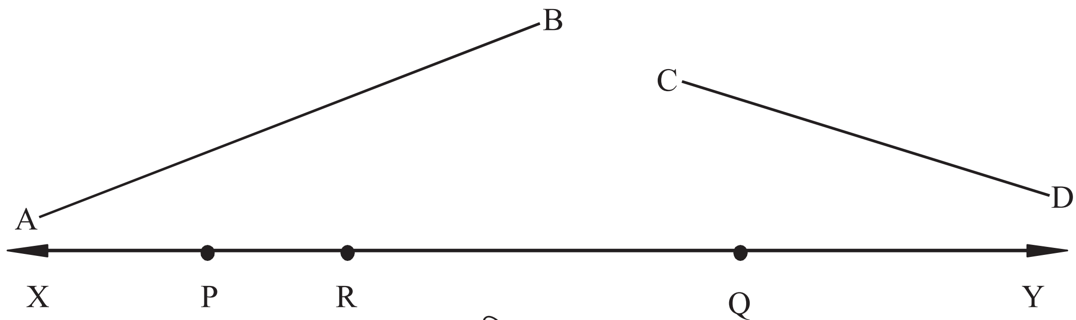
क्या AB = PQ, CD = QR, EF = RS है ? क्यों ? अपनी कॉपी पर लिखिए।

(6) PS=PQ+QR+RS

PS=AB+CD+EF

PS की लंबाई नापिए। PS ही दिए गए रेखाखंडों की लम्बाई के योग के बराबर की लम्बाई का रेखाखण्ड होगा।

रेखाखंडों के अंतर के बराबर रेखाखंड खींचना :



चित्र–43

1. एक सरल रेखा XY खींचिए। उस पर कोई बिन्दु P लिजिए।
2. परकार को बड़ी रेखाखण्ड AB के बराबर फैलाइए।
3. P को केन्द्र मानकर AB के बराबर का चाप रेखा XY पर काटिए। वह Q पर कटता है।
4. बिन्दु Q को केन्द्र मानकर CD के बराबर चाप P की दिशा में रेखा XY पर काटिए।

   वह R पर कटता है। क्या AB=PQ और CD=QR हैं ?

   यदि हैं तो क्यों ? अपनी कॉपी में लिखिए।

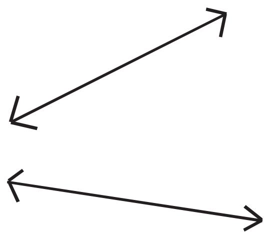
   यहाँ PQ के विपरीत दिशा में चाप क्यों काटा गया है? योग करते समय चाप एक ही दिशा में काटे गये थे। कारणों को अपनी कॉपी में लिखिए।
5. PQ-QR=PR

   या AB-CD=PR

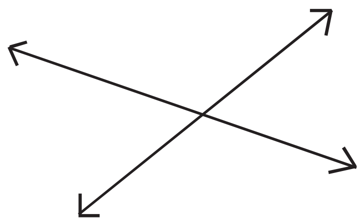
   PR की लंबाई नापिए। PR ही दिए गये रेखाखंडों कें अंतर के बराबर का रेखाखण्ड होगा।

समान्तर रेखाएँ (Parallel Lines)

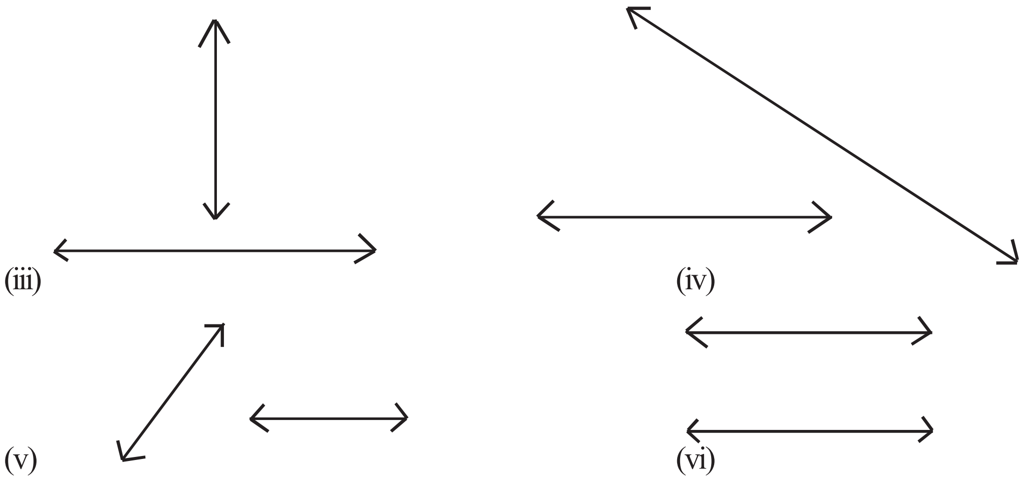
अध्यापिका ने छठी कक्षा में प्रत्येक विद्यार्थी को अपनी–अपनी कॉपी में दो रेखाएं खींचने को कहा। विद्यार्थियों ने रेखाएं कुछ इस प्रकार खींचीः–



(i)



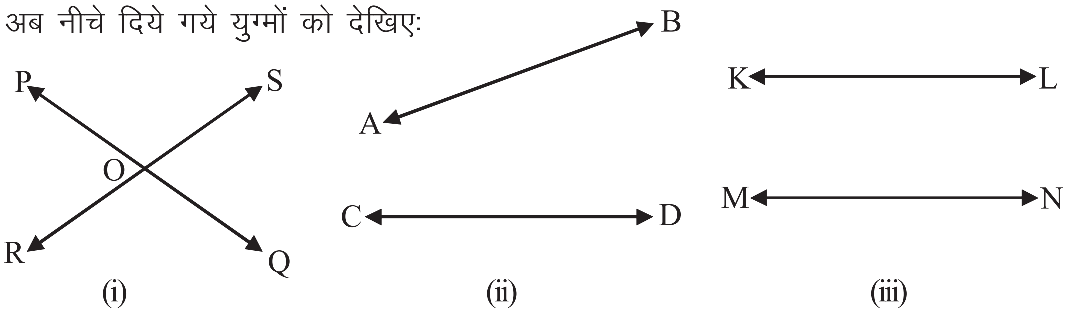
(ii)



चित्र 44

आप भी अपनी कॉपी पर इसी प्रकार दो–दो रेखाओं के अलग–अलग युग्म बनाइए।

अब नीचे दिये गये युग्मों को देखिए:



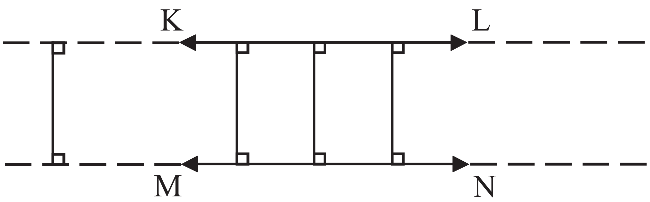
चित्र 45

चित्र 45(i) में रेखाएँ PQ तथा RS बिंदु 'O' पर काटती हैं। अतः रेखाएँ PQ तथा RS प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं और बिंदु 'O' उभयनिष्ठ बिंदु (प्रतिच्छेद बिंदु)है।

चित्र 45 (ii) में रेखाएँ AB तथा CD आपस में काट तो नहीं रही है परन्तु यदि दोनों रेखाओं को आगे–पीछे बढ़ाया जाए तो एक दूसरे को काटेंगी। अर्थात् चित्र 45 (ii) भी चित्र 45(i) की श्रेणी में ही आएगा अर्थात् प्रतिच्छेदी रेखाओं की श्रेणी में।

चित्र 45(iii) में रेखाएँ KL तथा MN न ही आपस में काट रही है और न ही बढ़ाने पर आपस में एक–दूसरे को काटेंगी। हम कैसे जांचें कि ये एक दूसरे को नहीं काटेंगी।

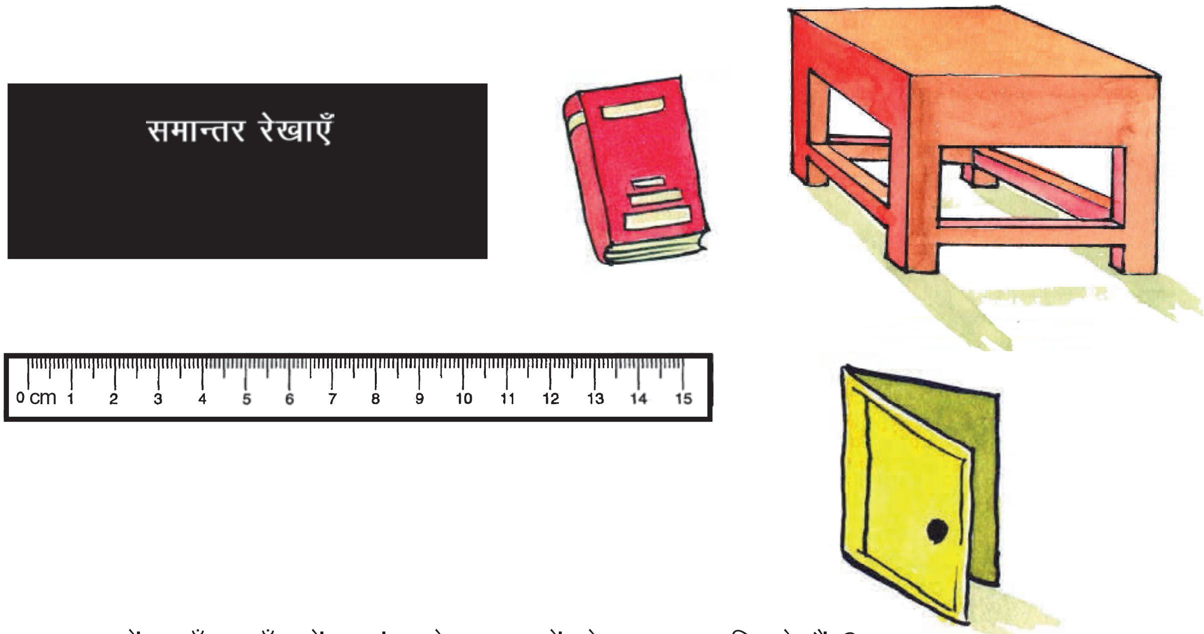
चित्र 45(iii) की रेखाओं को देखिए–



दोनों रेखाएँ KL तथा MN के बीच की लम्बवत् दूरी प्रत्येक बिंदु पर समान है। इन्हें दोनों तरफ कितना भी आगे क्यों न बढ़ाएँ, आप पायेंगे कि इन दोनों के बीच की लम्बवत् दूरी सदैव समान ही रहती है। आप भी डिवाइडर की मदद से दोनों रेखाओं के बीच की लम्बवत् दूरी नापकर देखिए। क्या वे समान हैं?

ऐसी रेखाएँ समांतर रेखाएँ कहलाती है। अर्थात् समान्तर रेखाएँ बराबर दूरी पर रहती हैं, न तो वे एक दूसरे के पास आती हैं और न ही दूर जाती हैं।

अपनी कक्षा में बैठे–बैठे आपके चारों तरफ फैली चीज़ों को देखिए। कक्षा का श्यामपट्ट, खिड़की, दरवाज़े, दीवारें, आपका ज्यामिति–बॉक्स, मेज़, पुस्तक, स्केल, आदि के किनारों में आप इस प्रकार की रेखाओं को महसूस कर सकेंगे। जैसे:



इनमें कहाँ–कहाँ हमें समांतर रेखा खण्डों के उदाहरण मिलते हैं ?

आप अपनी कॉपी में एक सूची बनाइए जिसमें पांच प्रतिच्छेदी रेखाखण्डों तथा पांच समांतर रेखाखंडों के उदाहरण हों।

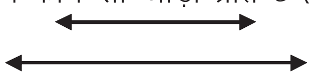
प्रश्नावली (EXERCISE) 3

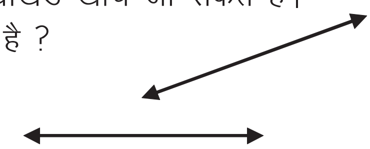
प्रश्न–1 नीचे दिये गये कथन सत्य हैं अथवा असत्य पहचानिए –

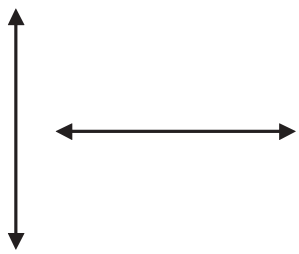
2987AH

(i) एक बिन्दु से असंख्य रेखाखंड खींचे जा सकते हैं।
(ii) दो बिन्दु से गुजरने वाली असंख्य सरल रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
(iii) रेखाखंड की केवल लम्बाई होती है, चौड़ाई नहीं।
(iv) एक रेखाखंड में यदि चार बिन्दु लिए जाएं तो ये सभी बिन्दु संरेख बिन्दु होते हैं।
(v) तीन असंरेख बिन्दु से अधिकतम दो रेखाखंड खींचे जा सकते हैं।

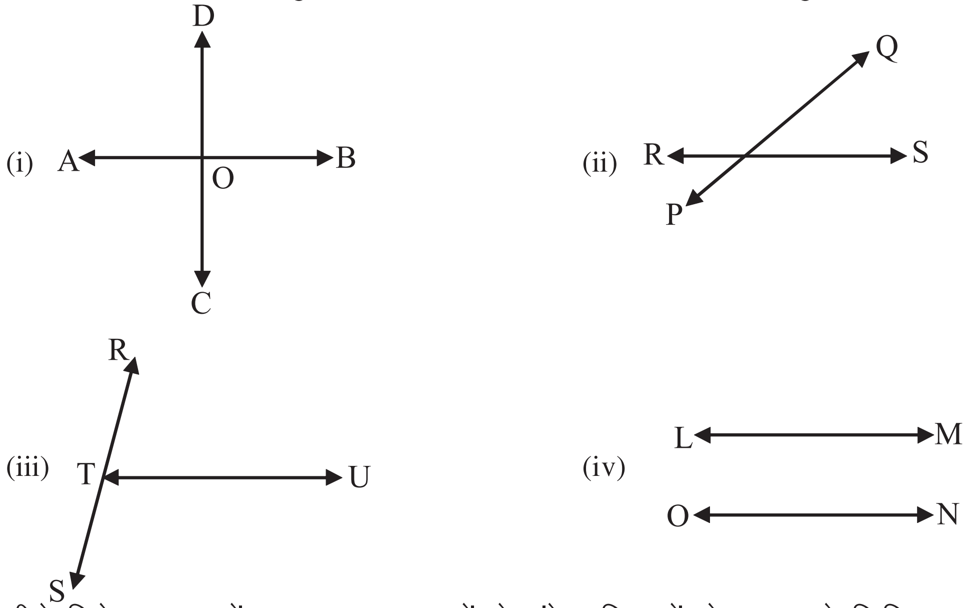
प्रश्न–2 नीचे चित्र में कौन सा जोड़ा प्रतिच्छेदी रेखाओं का नही है ?

(i) 

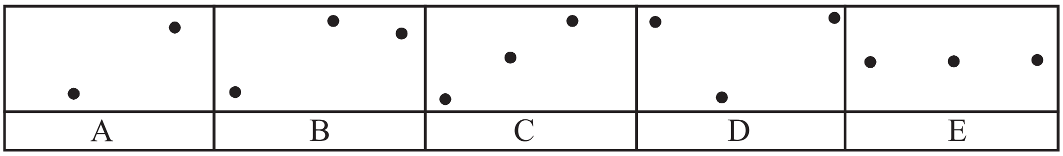
(ii) 

(iii) 

प्रश्न–3 नीचे दी गई रेखाओं के युग्म में से प्रतिच्छेद करने वाली रेखाओं के युग्म छांटिए?



प्रश्न–4 नीचे दिये गए खण्डों (A, B, C, D, E) में से संरेख बिन्दुओं के समूह को लिखिए –



प्रश्न–5 निम्न माप की लम्बाई के रेखाखंड खींचिए?

6 सेमी   5 सेमी   4.5 सेमी   2.3 सेमी

प्रश्न–6 एक ही सरल रेखा में 3 सें.मी., 5 सें.मी., 6.5 सें.मी. के तीन रेखाखंड खींचिए?

प्रश्न–7 नीचे रेखाखंड दिये गये हैं इनकी लम्बाई के योग के बराबर रेखाखंड खींचिए?

1. A ———————— B   C ———————————————— D

2. A —————————— B   C ———————————————————— D

प्रश्न–8 नीचे दिये गये रेखाखंड की लम्बाई के अंतर के बराबर रेखाखंड खींचिए ?

1. A ————————————— B   C ———————— D

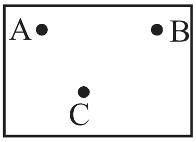
2. A ——————— B   C ———————————————— D

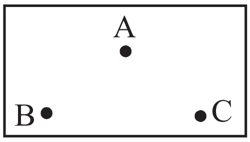
प्रश्न–9 12 सेमी की लम्बाई का रेखाखंड AB खींचकर उसे 3 सेमी, 4 सेमी, 5 सेमी के तीन रेखाखंड क्रमशः AC, CD एवं DB में विभाजित कीजिए तथा निम्न तथ्यों को सत्यापित कीजिए ?

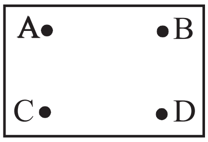
1. AD - AC = CB - DB

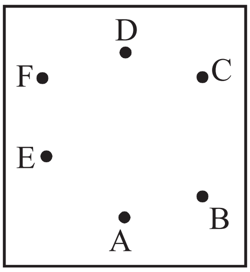
2. AB - CD = AC + DB

प्रश्न–10 इनमें से प्रत्येक परिस्थिति में इन बिन्दुओं से कितने रेखाखण्ड़ खींचे जा सकते हैं। रेखाखण्डों को खींचिए व उनकी संख्याएँ बताइए?

1.


2.


3.


4.


5.

हमने क्या सीखा (What Have We Learnt)

1. किरण का एक प्रारंभिक बिंदु होता है और वह किसी एक दिशा में लगातार बढ़ती रहती है।
2. सरल रेखा दोनों दिशाओं में लगातार बढ़ती रहती है।
3. रेखाखंड सरल रेखा का एक निश्चित भाग है जिसका प्रारंभिक एवं अंतिम बिन्दु निश्चित होता है, तथा रेखाखंड को नापा जा सकता है।
4. सरल रेखा एवं किरण की लंबाई को मापा नहीं जा सकता।
5. दो रेखाएँ एक दूसरे को अधिकतम एक ही बिंदु पर काटती हैं।
6. एक बिन्दु से होकर असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती हैं तथा एक बिंदु से असंख्य किरणें खींची जा सकती है।