ਅਧਿਆਇ
11 ਸਿੱਧਾ ਅਤੇ ਉਲਟ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ

ਸਿੱਖਣ ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ।

- *ਸਿੱਧੇ ਅਤੇ ਉਲਟ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਾਰੇ।*
- *ਮੰਗ ਅਤੇ ਪੂਰਤੀ ਵਰਗੀਆਂ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਪਦਾਂ ਬਾਰੇ।*
- *ਜਨਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਅਤੇ ਉਪਲੱਬਧ ਜ਼ਮੀਨ ਅਤੇ ਹੋਰ ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ।*

11.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਕਈ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੇ ਹਾਂ ਜਿੱਥੇ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਅ ਨਾਲ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਵੀ ਬਦਲਾਅ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ

1. ਜੇਕਰ ਇੱਕੋ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਵੱਧ ਖਰੀਦਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਕੀਮਤ ਵੀ ਵੱਧਦੀ ਹੈ।
2. ਬੈਂਕ ਵਿੱਚ ਜਿੰਨੀ ਵੱਧ ਰਾਸ਼ੀ ਜਮਾਂ ਕਰਵਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਵੱਧ ਵਿਆਜ ਲੱਗਦਾ ਹੈ।
3. ਕਿਸੇ ਵਾਹਨ ਦੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਕਰਨ ਤੇ, ਉਸਦੇ ਦੁਆਰਾ ਉਹੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਤੈਅ ਕਰਨ ਲਈ ਘੱਟ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ।
4. ਮਜ਼ਦੂਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਣ ਤੇ, ਉਸ ਕੰਮ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਮਾਂ ਘੱਟ ਲੱਗਦਾ ਹੈ।

ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਅ ਨਾਲ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਵੀ ਬਦਲਾਅ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਅਮਨ ਆਪਣੇ ਲਈ ਚਾਹ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਉਹ 200 ਮਿਲੀ ਪਾਣੀ, 1 ਚਮਚ ਖੰਡ, 1/2 ਚਮਚ ਚਾਹ ਪੱਤੀ ਅਤੇ 30 ਮਿਲੀ ਦੁੱਧ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੀ ਹੈ। 5 ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੀ ਚਾਹ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਉਸਨੂੰ ਹਰੇਕ ਮਦ (items) ਦੀ ਕਿੰਨੀ ਮਾਤਰਾ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

ਅਜਿਹੇ ਸਵਾਲਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਲਈ, ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਸਿੱਧਾ ਅਤੇ ਉਲਟਾ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

11.2 ਸਿੱਧਾ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ (Direct Proportion)

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ (ਚਲ) ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਹੋਣ ਤੇ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ (ਚਲ) ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਾਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ (ਚਲ) ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਹੋਣ ਤੇ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ (ਚਲ) ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ 1kg ਖੰਡ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹ 20 ਹੈ ਤਾਂ 4kg ਖੰਡ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਮੁੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਸਾਨੂੰ ਪਤਾ ਹੈ ਕਿ 4kg ਖੰਡ ਦਾ ਮੁੱਲ 1kg ਖੰਡ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦਾ 4 ਗੁਣਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਮੁੱਲ : $4 \times 20 =$ ₹80.

$\therefore$ ਖੰਡ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਵਧਣ 'ਤੇ (ਭਾਵ 1kg ਤੋਂ 4kg ਹੋਣ 'ਤੇ) ਮੁੱਲ ਵੀ ਵੱਧਦਾ ਹੈ (₹20 ਤੋਂ ₹80) ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 6kg ਖੰਡ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹120 ਅਤੇ 10 kg ਦਾ ਮੁੱਲ ₹200 ਹੋਵੇਗਾ।

ਖੰਡ ਦਾ ਭਾਰ (ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ)	1	2	3	4	--
ਮੁੱਲ (₹ ਵਿੱਚ)	20	2×20=40	3×20=60	4×20=80	--

(×2, ×3, ×4)

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ।

ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ ਕਿ ਖੰਡ ਦਾ ਭਾਰ ਵਧਣ 'ਤੇ, ਕੀਮਤ ਵੀ ਉਸੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵੱਧਦੀ ਹੈ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇ।

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ = $\frac{\text{ਖੰਡ ਦਾ ਭਾਰ}}{\text{ਖੰਡ ਦੀ ਕੀਮਤ}} = \frac{1}{20}$ (ਹਰੇਕ ਸ਼ਰਤ ਵਿੱਚ)

ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨ ਲਓ, ਮੰਨ ਲਓ ਕਾਰ ਦੀ ਮਾਈਲੇਜ (mileage) 21km/litre ਹੈ, ਤਾਂ 10 ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ ? ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਕਿਵੇਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ?

ਜੇਕਰ 1 ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ 21 km ਹੈ ਤਾਂ,

10 ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ $21 \times 10 = 210$ km ਹੋਵੇਗੀ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 20 ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ = $21 \times 20 = 420$ km ਹੋਵੇਗੀ।

ਮੰਨ ਲਓ ਤੇਲ ਦੀ ਖਪਤ x ਲਿਟਰ ਹੈ ਅਤੇ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ y ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਹੈ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

ਪੈਟਰੋਲ (ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ) (x)	1	10	20	25	30	45	50
ਦੂਰੀ (ਕਿਲੋ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ) (y)	21	210	420	--	--	--	--

ਜਿਵੇਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੱਧਦਾ ਹੈ, ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੱਧਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਅਨੁਪਾਤ $\frac{x}{y}$ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਇਹ ਇੱਕ ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ (ਮੰਨ ਲਉ k) ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ $k = \frac{1}{21}$ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਜੇਕਰ , $\frac{x}{y} = k$ ਭਾਵ $x = ky$ ਹੋਵੇ।

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ $\frac{1}{21} = \frac{10}{210} = \frac{20}{420} =$ ------ .

ਇੱਥੇ 'ਅੰਸ਼' ਵਿੱਚ ਪੈਟਰੋਲ ਦੀ ਲਿਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਖਪਤ ਭਾਵ (x) 1, 10, 20, ... ਅਤੇ ਹਰ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ 21, 210, 420, ... ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y **ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ** ਵਿੱਚ ਹੋਏ ਤਾਂ,

ਅਸੀਂ $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿੱਥੇ y ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ y_1 ਅਤੇ y_2 ਹਨ ਜਿਸ ਦੇ ਸੰਗਤ x ਦੀਆਂ ਕੀਮਤਾਂ x_1 ਅਤੇ x_2 ਹਨ।

ਪੈਟਰੋਲ ਦੀ ਖਪਤ ਅਤੇ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ, ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹੈ, ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕੋ ਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਉੱਪਰ ਖਰਚੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵੀ **ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ** ਦੀ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਨ ਨੂੰ ਦੇਖੋ। ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਲੜਕੇ, ਉਸਦੇ ਪਿਤਾ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਮਾਤਾ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 15 ਸਾਲ, 45 ਸਾਲ ਅਤੇ 40 ਸਾਲ ਹੈ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਓ।

	ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ	**ਪੰਜ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਦੀ ਉਮਰ**	**ਦੱਸ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਦੀ ਉਮਰ**
ਲੜਕੇ ਦੀ ਉਮਰ (B)	15	20	25
ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ (F)	45	50	55
$\frac{B}{F}$	$\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$	$\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$	$\frac{25}{55} = \frac{5}{11}$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤੁਸੀਂ ਉਸਦੀ ਉਮਰ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਮਾਤਾ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਵੀ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਦੇਖਿਆ ? ਕੀ B ਅਤੇ F ਇਕੱਠੇ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਹਨ ? ਇਸਦਾ ਉੱਤਰ 'ਹਾਂ' ਹੈਂ। ਹੁਣ ਕੀ $\frac{B}{F}$ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇਗਾ ? ਇਸਦਾ ਉੱਤਰ 'ਨਾ' ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਇਸ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਹੋਰ ਦੋਸਤਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਦੁਹਰਾ ਸਕਦੇ ਹੋ ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹੋ।

ਨੋਟ—ਜੋ ਚਲ ਇਕੱਠੇ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਹਨ, ਉਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਕਿ ਉਹ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾ ਹੱਲ ਕਰੀਏ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦਾ ਸੰਕਲਪ ਵਰਤਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.1 **ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ x ਅਤੇ y ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ?**

(i)

x	8	15
y	40	75

(ii)

x	15	35
y	25	45

(iii)

x	8	9
y	6	12

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ ਜਾਂ $\frac{x}{y} = k$ (ਅਚਲ)

(i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ $x_1 = 8, x_2 = 15, y_1 = 40, y_2 = 75$ ਹੈ।

ਹੁਣ, $\frac{x_1}{y_1} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ ਅਤੇ $\frac{x_2}{y_2} = \frac{15}{75} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{1}{5}$

ਇੱਥੇ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ $x_1 = 15, x_2 = 35, y_1 = 25, y_2 = 45$ ਹੈ।

ਹੁਣ, $\frac{x_1}{y_1} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ ਅਤੇ $\frac{x_2}{y_2} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9}$

$\Rightarrow \quad \frac{x_1}{y_1} \neq \frac{x_2}{y_2}$

ਇੱਥੇ, x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ $x_1 = 8, x_2 = 9, y_1 = 6, y_2 = 12$ ਹੈ।

ਹੁਣ, $\frac{x_1}{y_1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ ਅਤੇ $\frac{x_2}{y_2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \quad \frac{x_1}{y_1} \neq \frac{x_2}{y_2}$

ਇੱਥੇ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.2 ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ 'a' ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ?

(i)

x	8	13
y	48	a

(ii)

x	a	12
y	45	60

ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$$\therefore \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{8}{48} = \frac{13}{a}$$

$$\Rightarrow \quad 8 \times a = 13 \times 48 \Rightarrow a = \frac{13 \times \cancel{48}^{6}}{\cancel{8}_{1}} = 78$$

(ii) ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$$\therefore \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{45} = \frac{12}{60}$$

$$\Rightarrow \quad a \times 60 = 12 \times 45$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{\cancel{12}^{1} \times \cancel{45}^{9}}{\cancel{60}_{\cancel{5}_{1}}} = 9$$

ਉਦਾਹਰਨ 11.3. 3m ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹105 ਹੈ ਤਾਂ ਉਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ 5m, 7m, 10 m ਅਤੇ 13m ਕੱਪੜੇ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਉ ਅਤੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਕੱਪੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ x m ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਮੁੱਲ ₹ y ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਕੱਪੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵੱਧਦੀ ਹੈ, ਉਸੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਉਸਦਾ ਮੁੱਲ ਵੀ ਵੱਧਦਾ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

x	3	5	7	10	13
y	105	y_2	y_3	y_4	y_5

∴ ਅਸੀਂ $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਾਂਗੇ।

(i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ $x_1 = 3$, $y_1 = 105$, $x_2 = 5$ ਤਾਂ $y_2 = ?$

ਹੁਣ $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

ਇੱਥੇ $\frac{3}{105} = \frac{5}{y_2}$ ਇਸ ਲਈ $3y_2 = 5 \times 105$ ਜਾਂ $y_2 = \frac{5 \times \cancel{105}^{35}}{\cancel{3}_{1}} = 175$

(ii) ਇੱਥੇ $x_3 = 7$ ਇਸ ਲਈ $\frac{3}{105} = \frac{7}{y_3}$ ਜਾਂ $3y_3 = 7 \times 105$ ਜਾਂ $y_3 = \frac{7 \times \cancel{105}^{35}}{\cancel{3}_{1}} = 245$

(iii) ਇੱਥੇ $x_4 = 10$ ਇਸ ਲਈ $\frac{3}{105} = \frac{10}{y_4}$ ਜਾਂ $3y_4 = 10 \times 105$ ਜਾਂ $y_4 = \frac{10 \times \cancel{105}^{35}}{\cancel{3}_1} = 350$

(iv) ਇੱਥੇ $x_5 = 13$ ਇਸ ਲਈ $\frac{3}{105} = \frac{13}{y_5}$ ਜਾਂ $3y_5 = 13 \times 105$ ਜਾਂ $y_5 = \frac{13 \times \cancel{105}^{35}}{\cancel{3}_1} = 455$

ਨੋਟ— y_2 ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ $\frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3}$ ਨਾਲ ਵੀ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ $\frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3}$ ਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ $\frac{5}{175} = \frac{7}{y_3}$ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇਗਾ, ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ y_3 ਅਤੇ ਹੋਰ ਮੁੱਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.4 **ਇੱਕ ਬੱਸ ਸਟੈਂਡ ਦੇ ਨਜ਼ਦੀਕ ਕਾਰ ਪਾਰਕਿੰਗ ਦਾ ਕਿਰਾਇਆ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।**

4 ਘੰਟੇ ਤੱਕ	**₹60**
8 ਘੰਟੇ ਤੱਕ	**₹100**
12 ਘੰਟੇ ਤੱਕ	**₹140**
24 ਘੰਟੇ ਤੱਕ	**₹180**

ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਪਾਰਕਿੰਗ ਕਿਰਾਇਆ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

ਹੱਲ : ਆਉ ਦਿੱਤੀ ਸੂਚਨਾ ਦੀ ਇੱਕ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਮੇਂ ਨੂੰ x ਅਤੇ ਪਾਰਕਿੰਗ ਦੇ ਕਿਰਾਏ ਨੂੰ ₹ y ਲਉ।

ਸਮਾਂ (ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ) (x)	4	8	12	24
ਕਿਰਾਇਆ (₹ ਵਿੱਚ) (y)	60	100	140	180

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{1}{15}; \frac{x_2}{y_2} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}; \frac{x_3}{y_3} = \frac{12}{140} = \frac{3}{35}; \frac{x_4}{y_4} = \frac{24}{180} = \frac{2}{15}$$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਾਵੇਂ ਪਾਰਕਿੰਗ ਦੇ ਘੰਟਿਆਂ ਨਾਲ ਕਿਰਾਇਆ ਵੱਧ ਰਿਹਾ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.5 **ਸਾਰਣੀ ਪੂਰੀ ਕਰੋ, ਜੇ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ :**

x	2	4	x_3	24	x_5	x_6	50
y	7	y_2	28	y_4	98	112	y_7

ਹੱਲ : x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਇਸ ਲਈ $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x_3}{y_3} = \ldots\ldots\ldots$

(i) $\frac{2}{7} = \frac{4}{y_2}$ ਇਸ ਲਈ $2y_2 = 4 \times 7$ ਜਾਂ $y_2 = \frac{4 \times 7}{2} = 14$

(ii) $\frac{2}{7} = \frac{x_3}{28}$ ਜਾਂ $7x_3 = 28 \times 2$ ਜਾਂ $x_3 = \frac{28 \times 2}{7} = 8$

(iii) $\frac{2}{7}=\frac{24}{y_4}$ ਜਾਂ $2y_4 = 24 \times 7$ ਜਾਂ $y_4 = \frac{24\times7}{2} = 84$

(iv) $\frac{2}{7}=\frac{x_5}{98}$ ਜਾਂ $7x_5 = 2 \times 98$ ਜਾਂ $x_5 = \frac{2\times98}{7} = 28$

(v) $\frac{2}{7}=\frac{x_6}{112}$ ਜਾਂ $7x_6 = 2 \times 112$ ਜਾਂ $x_6 = \frac{2\times112}{7} = 32$

(vi) $\frac{2}{7}=\frac{50}{y_7}$ ਜਾਂ $2y_7 = 50 \times 7$ ਜਾਂ $y_7 = \frac{50\times7}{2} = 175$

ਉਦਾਹਰਨ 11.6 ਕਿਸੇ ਸਾਫਟ ਡਰਿੰਕ ਫੈਕਟਰੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮਸ਼ੀਨ 840 ਬੋਤਲਾਂ 6 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਭਰਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਮਸ਼ੀਨ 5 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀਆਂ ਬੋਤਲਾਂ ਭਰੇਗੀ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ 5 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਭਰੀਆਂ ਬੋਤਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ x ਹੈ।

ਹੁਣ ਦਿੱਤੀ ਸੂਚਨਾ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ :-

ਬੋਤਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	840	x
ਸਮਾਂ (ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ)	6	5

ਜੇ ਬੋਤਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ ਤਾਂ ਸਮਾਂ ਵੀ ਵੱਧ ਲੱਗੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$\therefore \quad \frac{840}{6}=\frac{x}{5} \quad \Rightarrow \quad x \times 6 = 840 \times 5$

$\Rightarrow \quad x = \frac{840\times5}{6} = 700$

$\therefore$ 5 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 700 ਬੋਤਲਾਂ ਭਰੀਆਂ ਜਾਣਗੀਆਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.7 ਪਰਵੀਨ ਕੋਲ ਇੱਕ ਸੜਕ ਦਾ ਨਕਸ਼ਾ ਹੈ। ਜਿਸਦੇ ਪੈਮਾਨੇ ਅਨੁਸਾਰ 1cm ਦੀ ਦੂਰੀ 22 km ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਉਸ ਸੜਕ 'ਤੇ ਆਪਣੀ ਕਾਰ 88km ਚਲਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨਕਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ 88km ਦੀ ਦੂਰੀ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਪੈਮਾਨੇ 'ਤੇ ਦੂਰੀ x cm ਹੈ।

ਪੈਮਾਨਾ (cm ਵਿੱਚ)	1	x
ਦੂਰੀ (km ਵਿੱਚ)	22	88

ਨਕਸ਼ੇ 'ਤੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪੈਮਾਨੇ ਦੀ ਦੂਰੀ, ਸੜਕ 'ਤੇ ਜ਼ਿਆਦਾ ਦੂਰੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$\therefore \frac{1}{22}=\frac{x}{88}$ ਜਾਂ $x=\frac{88}{22}=4$

$\therefore$ ਨਕਸ਼ੇ 'ਤੇ ਦਰਸਾਈ ਦੂਰੀ 4 cm ਹੋਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.8 ਜੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੀਆਂ 12 ਸ਼ੀਟਾਂ ਦਾ ਭਾਰ 36 ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਤਰਾਂ ਦੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸੀਟਾਂ ਦਾ ਭਾਰ 300 ਗ੍ਰਾਮ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ 300 ਗ੍ਰਾਮ ਭਾਰ ਵਿੱਚ ਸ਼ੀਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ x ਹੈ।

ਦਿੱਤੀ ਸੂਚਨਾ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

ਸੀਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	12	x
ਸੀਟਾਂ ਦਾ ਭਾਰ (ਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ)	36	300

ਜਿੰਨੀਆਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਸ਼ੀਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਉਨਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਭਾਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ $\frac{12}{36}=\frac{x}{300}$ ਜਾਂ $x=\frac{12\times300}{36}=100$

300 ਗ੍ਰਾਮ ਭਾਰ ਵਿੱਚ ਸੀਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 100 ਹੋਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.9 ਇੱਕ ਟਰੱਕ 45km ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟੇ ਦੀ ਸਮਾਨ ਚਾਲ 'ਤੇ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ।

(i) ਉਹ $1\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗਾ ?

(ii) 495 km ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ $1\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ x km ਅਤੇ 495 km ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ y ਮਿੰਟ ਹੈ।

ਦੂਰੀ (km ਵਿੱਚ)	45	x	495
ਸਮਾਂ (ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ)	60	90	y

$\left[\begin{array}{l}\because 1 \text{ ਘੰਟਾ} = 60 \text{ ਮਿੰਟ} \\ \therefore 1\frac{1}{2} \text{ ਘੰਟਾ} = 90 \text{ ਮਿੰਟ}\end{array}\right]$

ਜੇ ਟਰੱਕ ਦੀ ਚਾਲ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹੈ ਤਾਂ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਲੱਗੇ ਸਮਾਂ ਨਾਲ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੈ।

(i) ਇਸ ਲਈ $\frac{45}{60}=\frac{x}{90}$ ਜਾਂ $x=\frac{45\times90}{60}=67.5$

$\therefore$ ਟਰੱਕ $1\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ 67.5km ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ।

(ii) $\frac{45}{60}=\frac{495}{y}$ ਜਾਂ $y=\frac{495\times60}{45}=660$

495 km ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨ ਵਿੱਚ 660 ਮਿੰਟ = 11 ਘੰਟੇ ਲੱਗਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.10 ਇੱਕ 5m 60cm ਲੰਬੇ ਖੰਬੇ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ 3m 20cm ਲੰਬਾ ਹੈ। ਉਸੇ ਸਮੇਂ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) 10m 50cm ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਦੂਸਰੇ ਖੰਬੇ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ।

(ii) ਉਸ ਖੰਬੇ ਦੀ ਉਚਾਈ ਜਿਸ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 5m ਹੈ।

ਹੱਲ : ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ ਮੰਨ ਲਓ

(i) ਖੰਬੇ ਦੀ ਉਚਾਈ x m ਅਤੇ (ii) ਪਰਛਾਵੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ y m ਹੈ। ਦਿੱਤੀ ਸੂਚਨਾ ਅਨੁਸਾਰ ਸਾਰਨੀ ਬਣਾਓ ਜੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

ਖੰਭੇ ਦੀ ਉਚਾਈ (ਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ)	5.6	10.5	x
ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (ਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ)	3.2	y	5.0

ਇੱਥੇ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

(i) ਭਾਵ $\frac{5.6}{3.2} = \frac{10.5}{y}$ $\Rightarrow$ $5.6 \times y = 3.2 \times 10.5$ ਇਸ ਲਈ

$y = \frac{3.2 \times 10.5}{5.6} = 6$

$\because$ 5m 60cm = 5.6m
3m 20cm = 3.2m
10m 50cm = 10.5m

ਇਸ ਲਈ 10.5m ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਖੰਭੇ ਦੇ ਪਰਛਾਵੇਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 6 m ਹੈ।

(ii) $\frac{5.6}{3.2} = \frac{x}{5}$ $\Rightarrow x \times 3.2 = 5.6 \times 5$ ਇਸ ਲਈ $x = \frac{5.6 \times 5}{3.2} = 8.75$

ਇਸ ਲਈ 5m. ਲੰਬਾਈ ਪਰਛਾਵੇਂ ਵਾਲੇ ਖੰਭੇ ਦੀ ਉਚਾਈ 8.75 ਹੈ।

ਨੋਟ : ਇਸ ਸਵਾਲ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਵੀ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 11.1

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ x ਅਤੇ y ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ?

(i)

x	9	12
y	54	72

(ii)

x	18	24
y	27	36

(iii)

x	12	14
y	20	24

(iv)

x	15	9
y	18	15

(v)

x	6	13
y	9	19.5

2. ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ ਅਗਿਆਤ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i)

x	12	–
y	48	88

(ii)

x	13	7
y	–	56

(iii)

x	–	17
y	84	102

3. ਸਾਰਣੀ ਪੂਰੀ ਕਰੋ ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

x	2	a	8	c	15	e
y	8	20	b	52	d	80

4. ਇੱਕ ਫੈਕਟਰੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮਸ਼ੀਨ 5 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 680 ਬੋਤਲਾਂ ਭਰਦੀ ਹੈ। 3 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਮਸ਼ੀਨ ਕਿੰਨੀਆਂ ਬੋਤਲਾਂ ਭਰੇਗੀ ?
5. ਇੱਕ ਬੈਕਟੀਰੀਆ ਦੀ ਫੋਟੋ ਨੂੰ 60000 ਗੁਣਾ ਵੱਡਾ ਕਰਨ ਤੇ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 3cm ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਬੈਕਟੀਰੀਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਉਸਦੀ ਫੋਟੋ ਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ 10000 ਗੁਣਾ ਵੱਡਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ?
6. ਇੱਕ ਬੱਸ 30 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ 40km ਦਾ ਸਫ਼ਰ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਬੱਸ ਦੀ ਚਾਲ ਸਮਾਨ ਰਹੇ, ਤਾਂ ਉਹ 3 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ ?
7. ਜੇਕਰ 25 ਅਨਮੋਲ ਰਤਨਾਂ ਦਾ ਭਾਰ 50 ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਰਤਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਭਾਰ 4500 ਗ੍ਰਾਮ ਹੋਵੇ।

8. ਇੱਕ 15m ਉੱਚੇ ਖੰਭੇ ਦਾ ਪਰਛਾਵਾਂ 10m ਲੰਬਾ ਹੈ। ਉਸੇ ਸਮੇਂ ਇੱਕ ਦਰਖੱਤ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਜੇਕਰ ਉਸਦਾ ਪਰਛਾਵਾ 15m ਹੋਵੇ।

9. ਇੱਕ ਮੋਟੇ ਪੇਪਰ ਦੀਆਂ 12 ਸੀਟਾਂ ਦਾ ਭਾਰ 40 ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ। ਉਸੇ ਪੇਪਰ ਦੀਆਂ ਸ਼ੀਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਭਾਰ $2\frac{1}{2}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਹੋਵੇਗਾ।

10. ਇੱਕ ਲਾਇਬ੍ਰੇਰੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ 126 ਕਿਤਾਬਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ੈਲਫ ਵਿੱਚ 3.4 m. ਲੰਬੀ ਜਗ੍ਹਾ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਉਸ ਨਾਲ ਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀਆਂ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਸ਼ੈਲਫ਼ ਵਿੱਚ 5.1 m ਜਗਾ ਵਿੱਚ ਆ ਸਕਣ।

11. 5 ਹਿੱਸੇ ਮੂਲ (base) ਰੰਗ ਵਿੱਚ 1 ਹਿੱਸਾ ਨੀਲਾ ਰੰਗ ਮਿਲਾਕੇ ਰੰਗ ਦਾ ਇੱਕ ਖਾਸ ਮਿਸ਼ਰਨ ਤਿਆਰ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਨਿਮਨ ਤਾਲਿਕਾ ਵਿੱਚ ਮੂਲ ਰੰਗ ਦਾ ਉਹ ਹਿੱਸਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਏ ਜਾਣ ਦੀ ਜਰੂਰਤ ਹੈ।

ਨੀਲੇ ਰੰਗ ਦਾ ਹਿੱਸਾ	1	4	9	12
ਮੂਲ ਰੰਗ ਦਾ ਹਿੱਸਾ	5	–	–	–

12. 1 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹55. ਹੈ। 2, 4 ਅਤੇ 10 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੀ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਓ।

13. ਇੱਕ ਰੇਲ ਗੱਡੀ 75 ਕਿ.ਮੀ./ਘੰਟਾ ਦੀ ਸਮਾਨ ਚਾਲ 'ਤੇ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ।
   (i) ਉਹ 20 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ ?
   (ii) 250 ਕਿ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨ ਲਈ ਉਸਨੂੰ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ?

14. 12 ਚਾਕਲੇਟਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹180 ਹੈ ਤਾਂ
   (i) ਅਜਿਹੀਆਂ 18 ਚਾਕਲੇਟਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (ii) ₹330 ਵਿਚ ਅਜਿਹੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਚਾਕਲੇਟਾਂ ਆਉਣਗੀਆਂ ?

15. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ**

(i) ਜੇ ਦਿੱਤੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ, 'a' ਪਤਾ ਕਰੋ।

x	12	18
y	a	30

(a) 15 (b) 20 (c) 18 (d) 16

(ii) ਜੇ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ, ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸਹੀ ਹੈ ?

(a) $xy = k$ (b) $x + y = k$ (c) $x - y = k$ (d) $\frac{x}{y} = k$

(iii) 5 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹15 ਹੈ ਤਾਂ ਅਜਿਹੀਆਂ 12 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) ₹15 (b) ₹18 (c) ₹36 (d) ₹24

(iv) ਇੱਕ ਕਾਰ 75 km/h ਦੀ ਸਮਾਨ ਚਾਲ 'ਤੇ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। 3 ਘੰਟਿਆਂ (hours) ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) 300 km (b) 225 km (c) 275 km (d) 150 km

11.3 ਉਲਟ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ (Inverse Proportion)

ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ (ਚਲ) ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਹੋਣ ਤੇ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ (ਚਲ) ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਹੋਵੇ ਜਾਂ ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਕ੍ਰਿਆ ਹੋਵੇ। ਤਾਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ (ਚਲ) ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ

(i) ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਕੰਮ ਲਈ ਮਜਦੂਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੱਧਦੀ ਹੈ ਤਾ ਉਹ ਕੰਮ ਘੱਟ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ii) ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਾਹਨ ਦੀ ਚਾਲ ਵੱਧਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਵਿੱਚ ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ ਘੱਟ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਲਓ। ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਗਣਿਤ ਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਤੇ ₹6000 ਖਰਚ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹40 ਹੈ, ਤਾਂ ₹6000 ਨਾਲ ਕਿੰਨੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਖਰੀਦੀਆਂ ਜਾਣਗੀਆਂ ? ਸ਼ਪਸ਼ਟ ਹੈ, 150 ਕਿਤਾਬਾਂ ਖਰੀਦੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਪਰੰਤੂ ਜੇ ਕਿਤਾਬ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹40, ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 150 ਤੋਂ ਘੱਟ ਜਾਵੇਗੀ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ।

ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਕੀਮਤ (₹ ਵਿੱਚ)	40	80	120	200
ਖਰੀਦੀਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	150	75	50	30

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕਿਤਾਬ ਦੀ ਕੀਮਤ ਦੁਗਣੀ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਭਾਵ $40\times2=80$, ਤਾਂ ਉੱਸੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਅੱਧੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਭਾਵ $150\times\frac{1}{2}=75$.

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਕਿਤਾਬ ਦੀ ਕੀਮਤ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਭਾਵ $40\times3=120$ ਤਾਂ ਉਸੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਹੋਵੇਗੀ। ਭਾਵ $150 \div 3=50$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਸ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਵੱਧਦਾ ਹੈ, ਉਸੇ ਅਨੁਪਾਤ ਅਨੁਸਾਰ ਖਰੀਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੀ ਘੱਟਦੀ ਹੈ।

ਨੋਟ—ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਸੰਗਤ ਗੁਣਾ ਦਾ ਮੁੱਲ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ $40 \times 150 = 80 \times 75 = 120 \times 50 = 200 \times 30$

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ x ਅਤੇ ਖਰੀਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ y ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਏ ਤਾਂ x ਦੇ ਵੱਧਣ ਨਾਲ y ਉਸੀ ਅਨੁਪਾਤ ਨਾਲ ਘੱਟਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਉਲਟ ਵੀ ਸੱਚ ਹੈ।

ਇਹ ਧਿਆਨ ਦੇਣਾ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ xy ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਨੋਟ—ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ $xy = k$ ਹੋਵੇ, ਜਿੱਥੇ k ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਜੇਕਰ x ਦੇ ਮੁੱਲ x_1 , x_2 ਅਤੇ y ਦੇ ਸੰਗਤ ਮੁੱਲ y_1 ਅਤੇ y_2 ਲਈ $x_1y_1 = x_2 y_2 = k$ (ਮੰਨ ਲਵੋ) ਹੋਵੇ, ਜਾਂ $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}$ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਜਦੋਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ x ਅਤੇ y ਸਿੱਧੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ $x = ky$ (ਇੱਥੇ k ਇੱਕ ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ) ਦੇ ਰੂਪ ਚ ਲਿਖਦੇ ਹਨ।

ਜਦੋਂ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀ $x=\frac{k}{y}$ ਦੇ ਰੂਪ ਚ ਲਿਖਦੇ ਹਨ।

ਆਉ ਕੁੱਝ ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.11. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(i)

x	12	36
y	15	5

(ii)

x	18	54
y	27	12

(iii)

x	24	8
y	12	36

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ $x_1y_1 = x_2y_2$

(i) ਇੱਥੇ $x_1 = 12, x_2 = 36, y_1 = 15, y_2 = 5$ ਹੈ।

$\therefore$ $x_1 y_1 = 12 \times 15 = 180$ ਅਤੇ $x_2 y_2 = 36 \times 5 = 180$

$\Rightarrow$ $x_1 y_1 = x_2 y_2 = 180$

$\therefore$ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਇੱਥੇ $x_1 = 18, x_2 = 54, y_1 = 27, y_2 = 12$ ਹੈ।

$\therefore$ $x_1 y_1 = 18 \times 27 = 486$ ਅਤੇ $x_2 y_2 = 54 \times 12 = 648$

$\Rightarrow$ $x_1 y_1 \neq x_2 y_2$

$\therefore$ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

(iii) ਇੱਥੇ $x_1 = 24, x_2 = 8, y_1 = 12, y_2 = 36$ ਹੈ।

$\therefore$ $x_1 y_1 = 24 \times 12 = 288$ ਅਤੇ $x_2 y_2 = 8 \times 36 = 288$

$\Rightarrow$ $x_1 y_1 = x_2 y_2 = 288$

$\therefore$ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.12. ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ 'a' ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i)

x	9	36
y	a	6

(ii)

x	15	a
y	24	18

ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤਾ ਹੈ, x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$\therefore$ $x_1 y_1 = x_2 y_2$

$\Rightarrow$ $9 \times a = 36 \times 6$ $\Rightarrow$ $a = \frac{36 \times 6}{9} = 24$

(i) ਦਿੱਤਾ ਹੈ, x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$\therefore$ $x_1 y_1 = x_2 y_2$

$\Rightarrow$ $15 \times 24 = a \times 18$ $\Rightarrow$ $a = \frac{15 \times 24}{18} = 20$

ਉਦਾਹਰਨ 11.13. ਜੇ 15 ਆਦਮੀ ਇੱਕ ਕੰਧ ਨੂੰ 24 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ 30 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਉਸ ਕੰਮ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਆਦਮੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ 30 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਲੋੜੀਂਦੇ ਆਦਮੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 'a' ਹੈ।

ਸਾਰਣੀ ਅਨੁਸਾਰ

ਆਦਮੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	15	a
ਘੰਟੇ	24	30

ਕੰਧ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਜਿੰਨੇ ਵੱਧ ਆਦਮੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ, ਉਨਾਂ ਹੀ ਘੱਟ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਲਟੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$\therefore \quad 15 \times 24 = a \times 30$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{15 \times 24}{30} = 12$$

$\therefore$ 30 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ 12 ਆਦਮੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.14. ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਵਿੱਚ 45 ਮਿੰਟ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ 8 ਪੀਰੀਅਡ ਹਨ। ਜੇ ਸਕੂਲ ਦੇ ਕੰਮ ਦਾ ਸਮਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸਕੂਲ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ 9 ਪੀਰੀਅਡ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਪੀਰੀਅਡ ਕਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ : 9 ਪੀਰੀਅਡ ਦੌਰਾਨ, ਮੰਨ ਲਓ ਹਰੇਕ ਪੀਰੀਅਡ ਦਾ ਸਮਾਂ x ਮਿੰਟ ਹੈ।

ਸਾਰਣੀ ਅਨੁਸਾਰ

ਪੀਰੀਅਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	8	9
ਸਮਾਂ (ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ)	45	x

ਜਿੰਨੀ ਪੀਰੀਅਡਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗਾ, ਉਨਾਂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਲਟ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$\Rightarrow \quad 8 \times 45 = 9 \times x$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{8 \times 45}{9} = 40$$

$\therefore$ ਜੇ 9 ਪੀਰੀਅਡ ਹੋਣਗੇ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਪੀਰੀਅਡ 40 ਮਿੰਟਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.15. 8 ਪਾਇਪਾਂ ਇੱਕ ਟੈਂਕ ਨੂੰ 2 ਘੰਟਿਆ ਵਿੱਚ ਭਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ (i) 6 ਅਤੇ (ii) 12 ਪਾਇਪਾਂ ਨੂੰ ਟੈਂਕ ਨੂੰ ਭਰਨ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾਂ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ 6 ਅਤੇ 12 ਪਾਇਪਾਂ ਦੁਆਰਾ ਟੈਂਕ ਭਰਨ ਲਈ ਲੱਗਿਆਂ ਸਮਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ x_1 ਅਤੇ x_2 ਮਿੰਟ ਹਨ।

ਸਾਰਣੀ ਅਨੁਸਾਰ

ਪਾਇਪਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	8	6	12
ਲੱਗਿਆਂ ਸਮਾਂ (ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ)	120	x_1	x_2

$\therefore$ 1 ਘੰਟਾ = 60 ਮਿੰਟ
$\therefore$ 2 ਘੰਟਾ = 60 × 2
= 120 ਮਿੰਟ

ਜੇ ਪਾਇਪਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗੀ ਤਾਂ ਟੈਂਕ ਭਰਨ ਵਿੱਚ ਸਮਾਂ ਵੱਧ ਲੱਗੇਗਾ ਅਤੇ ਉਲਟ ਜੇਕਰ ਪਾਇਪਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ ਤਾਂ ਟੈਂਕ ਭਰਨ ਵਿੱਚ ਘੱਟ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਨੋਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(i) $\therefore \quad 8 \times 120 = 6 \times x_1$ (ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ $x_1y_1 = x_2\,y_2$)

$$\Rightarrow \quad x_1 - \frac{8 \times 120}{6} = 160$$

$\therefore$ 6 ਪਾਇਪਾਂ ਟੈਂਕ ਨੂੰ 160 ਮਿੰਟ ਭਾਵ 2 ਘੰਟੇ 40 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਭਰਨਗੀਆਂ।

(ii) $8 \times 120 = 12 \times x_2$

$$\Rightarrow \quad x_2 = \frac{8 \times 120}{12} = 80$$

∴ 12 ਪਾਇਪਾਂ ਟੈਂਕ ਨੂੰ 80 ਮਿੰਟ ਭਾਵ 1 ਘੰਟਾ 20 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਭਰਨਗੀਆਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 11.16. ਇੱਕ ਹੋਸਟਲ ਵਿੱਚ 100 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ 21 ਦਿਨਾਂ ਦੇ ਖਾਣੇ ਦਾ ਸਟਾਕ ਪ੍ਰਬੰਧ ਹੈ। ਜੇ 100 ਵਿੱਚੋਂ 25 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਇੱਕ ਮਹੀਨੇ ਲਈ ਘਰ ਚਲੇ ਜਾਣ ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ ਖਾਣੇ ਦੀ ਸਮੱਗਰੀ ਕਿੰਨੇ ਦਿਨ ਚੱਲੇਗੀ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਖਾਣੇ ਦੀ ਸਮੱਗਰੀ y ਦਿਨ ਚੱਲਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਹੋਸਟਲ ਵਿੱਚ 100 – 25 = 75 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਰਹਿ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

ਸਾਰਨੀ ਅਨੁਸਾਰ

ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	100	75
ਦਿਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	21	y

ਇਹ ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ $100 \times 21 = 75 \times y$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{100 \times 21}{75} = 28$$

∴ ਖਾਣੇ ਦਾ ਸਟਾਕ 28 ਦਿਨ ਚੱਲੇਗਾ।

ਅਭਿਆਸ 11.2

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਉਲਟ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ?

(i)

x	8	6
y	9	12

(ii)

x	15	5
y	18	56

(iii)

x	24	8
y	20	60

(iv)

x	12	18
y	24	20

(v)

x	25	10
y	20	50

2. ਜੇਕਰ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ 'a' ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i)

x	16	8
y	9	a

(ii)

x	12	27
y	a	4

(iii)

x	25	a
y	8	20

3. ਇੱਕ ਪੈੱਨਾਂ ਦਾ ਡੱਬਾ 25 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਬੱਚੇ ਨੂੰ 3 ਪੈੱਨ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਜੇ 10 ਬੱਚੇ ਘੱਟ ਜਾਣ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਬੱਚੇ ਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਪੈੱਨ ਮਿਲਣਗੇ ?

4. ਦਵਾਈ ਦੀਆਂ ਗੋਲੀਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਨੂੰ 10 ਡੱਬਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪੈਕ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਡੱਬੀ ਵਿੱਚ 6 ਗੋਲੀਆਂ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਡੱਬੀ ਵਿੱਚ 12 ਗੋਲੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਕਿੰਨੇ ਡੱਬਿਆਂ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ ?

5. ਇੱਕ ਕੰਪਨੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਉਤਪਾਦ 54 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉਣ ਲਈ 36 ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਉਸੇ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ 81 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀਆਂ ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪਵੇਗੀ ?

6. ਇੱਕ ਟੈਂਕ ਨੂੰ 6 ਪਾਇਪਾਂ 1 ਘੰਟੇ 20 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ ਭਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਉਸੇ ਟੈਂਕ ਨੂੰ ਉਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ 5 ਪਾਇਪਾਂ ਕਿੰਨੀ ਦੇਰ ਵਿੱਚ ਭਰਨਗੀਆਂ ?

7. ਇੱਕ ਰੇਲਗੱਡੀ 60 ਕਿਮੀ./ਘੰਟਾ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਮੰਜ਼ਿਲ ਤੇ 2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪਹੁੰਚਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਉਹ 80 ਕਿਮੀ./ਘੰਟਾ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਮੰਜ਼ਿਲ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚੇਗੀ ?

8. ਇੱਕ ਕਾਰ 32 ਕਿਮੀ./ਘੰਟਾ ਦੀ ਰਫ਼ਤਾਰ ਨਾਲ ਇੱਕ ਸਫ਼ਰ ਨੂੰ 10 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕਾਰ ਦੀ ਰਫ਼ਤਾਰ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਵਾਧਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਜੋ ਸਫ਼ਰ 8 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਹੋ ਜਾਵੇ ?

9. 2 ਵਿਅਕਤੀ ਘਰ ਵਿੱਚ 2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਏ.ਸੀ. ਫਿਟ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ ਬੀਮਾਰ ਹੋ ਗਿਆ ਤਾਂ ਹੁਣ ਕੰਮ ਕਿੰਨੀ ਦੇਰ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

10. ਇੱਕ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਹਾਲ ਵਿੱਚ 10 ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਨੇ ਮੇਜਾਂ ਅਤੇ ਕੁਰਸੀਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧ 2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕੀਤਾ। 4 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕੰਮ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿੰਨੇ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪਵੇਗੀ ?

11. ਇੱਕ ਫੈਕਟਰੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ 63 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉਣ ਲਈ 42 ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ। ਉਸੇ ਉਤਪਾਦ ਨੂੰ 54 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀਆਂ ਹੋਰ ਮਸ਼ੀਨਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪਵੇਗੀ ?

12. ਇੱਕ ਹੋਸਟਲ ਵਿੱਚ 200 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ ਭੋਜਨ ਦਾ ਸਟਾਕ 10 ਦਿਨ ਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਹੋਸਟਲ ਵਿੱਚ 50 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹੋਰ ਆ ਜਾਣ ਤਾਂ ਭੋਜਨ ਦਾ ਸਟਾਕ ਕਿੰਨੇ ਦਿਨ ਚੱਲੇਗਾ ?

13. ਇੱਕ ਮਿਠਾਈ ਦੇ ਡੱਬੇ ਨੂੰ 24 ਬੱਚਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਣ 'ਤੇ, ਹਰੇਕ ਬੱਚੇ ਨੂੰ 4 ਮਿਠਾਈਆਂ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। ਜੇ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 8 ਘੱਟ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਬੱਚੇ ਨੂੰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਮਿਠਾਈਆਂ ਮਿਲਣਗੀਆਂ ?

14. ਇੱਕ ਟੀਵੀ. ਸ਼ੋਅ ਵਿੱਚ ₹1,00,000 ਦੀ ਇਨਾਮ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਜੇਤੂ ਖਿਡਾਰੀਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਪੂਰਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਜੇਤੂ ਖਿਡਾਰੀ ਨੂੰ ਮਿਲਣ ਵਾਲੀ ਰਾਸ਼ੀ ਜੇਤੂ ਖਿਡਾਰੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਸਿੱਧੇ ਜਾਂ ਉਲਟੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਜੇਤੂ ਖਿਡਾਰੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	1	2	4	5	8	10
ਹਰੇਕ ਜੇਤੂ ਨੂੰ ਮਿਲਿਆ	100000	50000	-	-		-

15. **ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ**

(i) ਜੇ x ਅਤੇ y ਉਲਟ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸਹੀ ਹੈ ?

(a) $xy = k$ (b) $\frac{x}{y} = k$ (c) $x + y = k$ (d) $x - y = k$

(ii) ਜੇ x ਅਤੇ y ਉਲਟੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਤਾਂ 'a' ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ

x	30	24
y	12	a

(a) 18 (b) 20 (c) 15 (d) 16

(iii) 10 ਆਦਮੀ ਇੱਕ ਕੰਮ ਨੂੰ 20 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਉਸੇ ਕੰਮ ਨੂੰ 25 ਆਦਮੀ ਕਿੰਨੇ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕਰਨਗੇ ?

(a) 4 (b) 16 (c) 12 (d) 8

(iv) ਇੱਕ ਕਿਸਾਨ ਕੋਲ ਆਪਣੇ 20 ਪਸ਼ੂਆਂ ਲਈ 6 ਦਿਨਾਂ ਦੇ ਖਾਣੇ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧ ਹੈ ? ਜੇ ਉਸ ਕੋਲ 10 ਪਸ਼ੂ ਹੋਰ ਆ ਜਾਣ ਤਾਂ ਖਾਣਾ ਕਿੰਨੇ ਦਿਨ ਚੱਲੇਗਾ ?

(a) 3 (b) 8 (c) 4 (d) 10

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਯੋਗ ਹਨ :

- *ਸਿੱਧੇ ਅਤੇ ਉਲਟ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ।*
- *ਮੰਗ ਅਤੇ ਪੂਰਤੀ ਦੀਆਂ ਮਦਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ।*
- *ਜਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਵਾਧਾ ਅਤੇ ਜ਼ਮੀਨ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣ ਦੇ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ।*

ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 11.1

1. (i), (ii) **2.** (i) 22 (ii) 104 (iii) 14 **3.** a = 5, b = 32, c = 13, d = 60, e = 20

4. 408 ਬੋਤਲਾਂ **5.** 0.5cm **6.** 240km **7.** 2250 ਪੱਥਰ

8. 22.5m **9.** 750 ਸ਼ੀਟਾਂ **10.** 189 ਕਾਪੀਆਂ

11. 20, 45, 60 **12.** ₹110, ₹220, ₹550 **13.** (i) 25km (ii) 3 ਘੰਟਾ 20 ਮਿੰਟ

14. (i) ₹270 (ii) 22 **15.** (i) b (ii) d (iii) c (iv) b

ਅਭਿਆਸ 11.2

1 (i), (iii), (v) **2.** (i) 18 (ii) 9 (iii) 10 **3.** 5 ਪੈੱਨ **4.** 5 ਡੱਬੇ **5.** 24 ਮਸ਼ੀਨਾਂ

6. 1 ਘੰਟੇ 48 ਮਿੰਟ **7.** 1 ਘੰਟੇ 30 ਮਿੰਟ **8.** ਕਿ.ਮੀ/ਘੰਟਾ **9.** 4 ਘੰਟੇ **10.** 5 ਵਿਅਕਤੀ

11. 49 ਮਸ਼ੀਨਾ **12.** 8 ਦਿਨ **13.** 6 ਮਿਠਾਈਆਂ

14. 25,000; 20,000; 12,500; 10,000

15. (i) a (ii) c (iii) d (iv) c