16
सरल आवर्त गति

आवर्ती एवं दोलनी (काम्पनिक) गति
(Periodic and Oscillatory (Vibratory) Motion)

(1) यदि कोई वस्तु एक निश्चित समय के बाद एक निश्चित मार्ग पर बार-बार अपनी गति दोहराती है, तो उसकी गति आवर्त गति कहलाती है।

पृथ्वी का सूर्य के चारों ओर परिक्रमण (आवर्तकाल 1 वर्ष), पृथ्वी का अपनी अक्ष के परितः घूर्णन (आवर्तकाल 1 दिन), घड़ी की घण्टे वाली सुई का घूर्णन (आवर्तकाल 12 घंटे) इत्यादि।

(2) यदि कोई वस्तु आवर्त गति में एक ही मार्ग पर किसी निश्चित बिन्दु के इधर-उधर गति करती है, तो वस्तु की गति को कांपनिक अथवा दोलनी गति कहते हैं। इसमें वस्तु माध्य स्थिति के दोनों ओर निश्चित सीमा तक जाकर वापस लौट आती है।

(i) उदाहरण

(a) सरल लोलक की गति

(b) स्प्रिंग पर लटके हुए द्रव्यमान की ऊर्ध्वाधर दिशा में गति

(c) U आकार की नली में द्रव की ऊर्ध्वाधर दिशा में गति

(d) द्रव की सतह पर तैरते हुये लकड़ी के गुटके को नीचे की ओर दबाकर छोड़ दें तो यह दोलनी गति करता है।

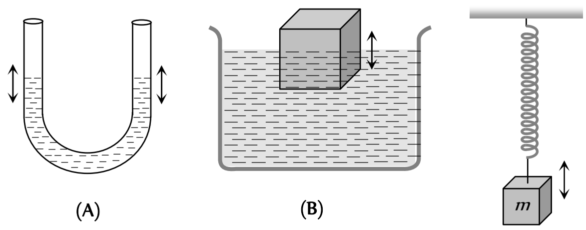


Fig. 16.1

(ii) आवर्ती दोलन वे होते हैं, जिन्हें एकल आवर्ती फलन (अर्थात् sine या cosine फलन) के पदों में व्यक्त किया जा सकता है। उदाहरण : $y = a\sin\omega t$ या $y = a\cos\omega t$

(iii) अनावर्ती दोलन वे होते हैं जिन्हें एकल आवर्ती फलन के पदों में व्यक्त नहीं किया जा सकता। यह दो या दो से अधिक आवर्ती दोलनों का संयोजन है। उदाहरण : $y = a\sin\omega t + b\sin 2\omega t$

सरल आवर्त गति (Simple Harmonic Motion)

(1) सरल आवर्त गति आवर्ती गति का एक विशेष उदाहरण है, जिसमें वस्तु अपनी माध्य स्थिति के दोनों ओर आवर्त गति करती है।

(2) रेखीय सरल आवर्त गति में वस्तु पर सदैव माध्य स्थिति की ओर एक प्रत्यानन बल कार्य करता है एवं किसी भी क्षण प्रत्यानन बल, का परिमाण माध्य स्थिति से वस्तु के विस्थापन के अनुक्रमानुपाती होता है अर्थात् प्रत्यानन बल $\propto$ माध्य स्थिति से विस्थापन

$F \propto -x \Rightarrow F = -kx$

यहाँ k - बल नियतांक है जिसका मात्रक न्यूटन/मीटर एवं विमा $[MT^{-2}]$ है।

(3) यदि सरल रेखीय गति के स्थान पर कण या वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र किसी वृत्तीय पथ के लघु चाप पर दोलन करे तो इसे कोणीय सरल आवर्त गति कहते हैं। कोणीय सरल आवर्त गति में

प्रत्यानन बल आघूर्ण (τ) $\propto$ – कोणीय विस्थापन (θ)

कुछ महत्वपूर्ण परिभाषाएँ (Some Important Definitions)

(1) **आवर्तकाल** : एक कंपन अथवा दोलन पूरा करने में लगा समय वस्तु का दोलन काल कहलाता है। इसे T से व्यक्त किया जाता है। आवर्तकाल का मात्रक सेकण्ड तथा विमा $[MLT]$ है।

(2) **आवृत्ति** : एक सैकण्ड में वस्तु जितने कंपन पूर्ण करती है उसे उस वस्तु की आवृत्ति कहते हैं इसे n से व्यक्त किया जाता है।

आवृत्ति का मात्रक सैकण्ड अथवा हर्ट्ज तथा विमा $[MLT]$ है।

आवृत्ति = $\frac{1}{\text{आवर्तकाल}}$ अर्थात् $n = \frac{1}{T}$

(3) **कोणीय आवृत्ति** : आवर्त गति करते हुये कण की आवृत्ति को 2π से गुणा करने पर कोणीय आवृत्ति प्राप्त होती है। इसे ω से व्यक्त करते हैं। इसका मात्रक भी सैकण्ड तथा विमा $[M^0L^0T^{-1}]$ है।

कोणीय आवृत्ति $\omega = 2\pi n$

वृत्तीय गति में ω का मात्रक रेडियन/सेकण्ड भी प्रयोग में लाया जाता है वहाँ पर ω को कोणीय वेग कहते हैं।

(4) **कला कोण या कला** (ϕ) : वह भौतिक राशि जिसके द्वारा आवर्त गति कर रहे कण की साम्यावस्था से स्थिति तथा उसकी गति की दिशा का बोध होता है कला कहलाती है।

$$y = a\sin\theta = a\sin(\omega t + \phi_0)$$

यहाँ $\theta = \omega t + \phi_0$ = कम्पन करते हुये कण की कला

ϕ_0 = प्रारंभिक कला या आदि कोण। यह $t = 0$ समय पर कम्पन करते हुये कण की कला है।

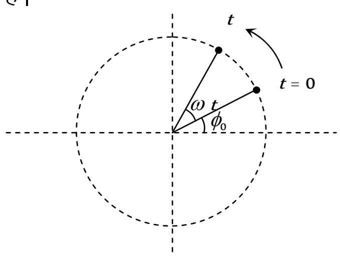


Fig. 16.2

(5) **समान कला** : कम्पन करते हुये दो कण किसी क्षण समान स्थिति पर हों एवं उनकी गति की दिशा भी समान हो तो वे समान कला में कहे जाते हैं। दो कंपन करने वाले कणों की कला समान होगी, यदि

उनका कलातंर π का समगुणक हो

अथवा उनका मार्गान्तर $\lambda/2$ का समगुणक हो

अथवा उनका समयांतर $T/2$ का समगुणक हो।

(6) **विपरीत कला** : कम्पन करते हुये दो कण यदि साम्यावस्था पर विपरीत दिशा में गतिशील हो तो वे विपरीत कला में कहे जाते हैं।

दो कण विपरीत कला में होंगे यदि उनका कलांतर π का विषम गुणक हो (अर्थात् $\pi, 3\pi, 5\pi$ ....)

अथवा उनका मार्गान्तर $\lambda/2$ का विषम गुणक हो (अर्थात् $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$ ....)

अथवा उनका समयांतर $T/2$ का विषम गुणक हो (अर्थात् $T/2$, $3T/2$, $5T/2$ ....)

(7) **कलांतर** : यदि दो सरल आवर्त गतियाँ क्रमशः $y_1 = a\sin(\omega t + \phi_1)$ तथा $y_2 = a\sin(\omega t + \phi_2)$ द्वारा व्यक्त होती है

तो इनके बीच का कलांतर $\Delta\phi = (\omega t + \phi_2) - (\omega t + \phi_1) = \phi_2 - \phi_1$

सरल आवर्त गति में विस्थापन (Displacement in S.H.M.)

सरल आवर्त गति करते हुये कण की दिए गए क्षण पर माध्य स्थिति से दूरी उसका विस्थापन कहलाती है। एकसमान वृत्तीय गति करते हुये कण का लम्बपाद, वृत्त के व्यास पर सरल आवर्त गति करता है।

चित्र में कण P वृत्तीय मार्ग $XYXY$ पर गति करता है जबकि इसका लम्बपाद YOY अक्ष पर सरल आवर्त गति करता है।

Y अक्ष पर होने वाली सरल आवर्त गति हेतु विस्थापन का समीकरण

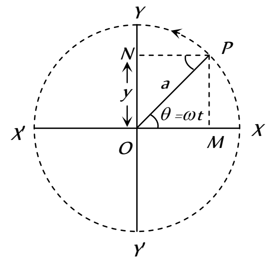


Fig. 16.3

$$y = a\sin\omega t = a\sin\frac{2\pi}{T}t = a\sin 2\pi n t = a\sin(\omega t \pm \phi)$$

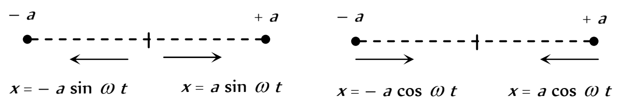
(i) $y = a\sin\omega t$ उस कण की सरल आवर्त गति का समीकरण है, जो साम्यावस्था से अपनी गति प्रारंभ करता है।

(ii) $y = a\cos\omega t$ उस कण की सरल आवर्त गति का समीकरण है जो आयाम की स्थिति से अपनी गति प्रारम्भ करता है।

(iii) $y = a\sin(\omega t \pm \phi)$ उस कण की सरल आवर्त गति का समीकरण है जो आयाम की स्थिति से ϕ कोण कला में आगे अथवा पीछे है।

(4) साम्यावस्था से t समय पश्चात् अथवा θ (= ωt) कला पर कण का विस्थापन निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात कर सकते हैं।

$$x = a\cos(\omega t \pm \phi) = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t \pm \phi\right) = a\cos(2\pi n t \pm \phi)$$



(A) (B)

Fig. 16.4

(5) विस्थापन की दिशा सदैव माध्य स्थिति से दूर की ओर होती है, चाहे कण माध्य स्थिति की ओर जा रहा हो अथवा माध्य स्थिति से दूर जा रहा हो।

सरल आवर्त गति में वेग (Velocity in S.H.M.)

(1) सरल आवर्त गति करते हुये कण की स्थिति का समय के सापेक्ष अवकलन कण का वेग प्रदान करता है।

(2) साम्यावस्था से प्रारंभ होने वाली सरल आवर्त गति हेतु विस्थापन का समीकरण $y = a\sin\omega t$

अतः $v = \frac{dy}{dt} = a\omega\cos\omega t = a\omega\sqrt{1-\sin^2\omega t} = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$

[चूँकि $\sin\omega t = y/a$]

(3) माध्य स्थिति या संतुलन स्थिति पर (y = 0 एवं $\theta = \omega t = 0$), वेग अधिकतम होगा एवं यह है $v_{max} = a\omega$

(4) चरम स्थिति पर ($y = \pm a$ एवं $\theta = \omega t = \pi/2$), कम्पन करते हुये कण का वेग शून्य होगा अर्थात् $v = 0$

(5) $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$ से

$\Rightarrow v^2 = \omega^2(a^2 - y^2) \Rightarrow \dfrac{v^2}{\omega^2} = a^2 - y^2$

$\Rightarrow \dfrac{v^2}{a^2\omega^2} + \dfrac{y^2}{a^2} = 1$

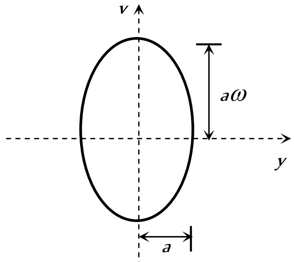


Fig. 16.5

यह एक दीर्घवृत्त का समीकरण है। अतः v एवं y के मध्य खींचा गया ग्राफ एक दीर्घवृत्त होगा

$\omega = 1$ के लिये, v और y के मध्य खींचा गया ग्राफ एक वृत्त होगा।

(6) वेग की दिशा या तो माध्य स्थिति की ओर होगी या माध्य स्थिति से दूर जो कि कण की स्थिति पर निर्भर करेगी।

सरल आवर्त गति में त्वरण (Acceleration in S.H.M.)

(1) सरल आवर्त गति करते हुये कण का त्वरण, उस स्थिति पर कण के वेग का समय के साथ अवकलन करने पर प्राप्त होता है। अर्थात् उसके वेग परिवर्तन की दर त्वरण कहलाती है।

$$A = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(a\omega\cos\omega t) = -\omega^2 a\sin\omega t = -\omega^2 y$$

[चूँकि $y = a\sin\omega t$]

(2) सरल आवर्त गति में त्वरण ($\omega^2 y$) का मान नियत नहीं होता अतः स्थानांतरीय गति के समीकरणों का प्रयोग नहीं किया जा सकता।

(i) $|A| = \omega^2 a$ जबकि $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ या $\dfrac{3\pi}{2}$ अथवा $t = \dfrac{T}{4}$ या $\dfrac{3T}{4}$

अथवा $y = \pm a$

अर्थात् सरल आवर्त गति करते हुए कण पर आयाम की स्थिति पर अधिकतम (ωa) त्वरण कार्य करता है

(ii) $|A| = 0$ जबकि $\theta = 0$ अथवा $t = 0$ अथवा $y = 0$

अर्थात् सरल आवर्त गति करते हुए कण पर साम्यावस्था पर न्यूनतम (शून्य) त्वरण कार्य करता है

(iii) त्वरण की दिशा सदैव साम्यावस्था की ओर होती है अतः यह सदैव विस्थापन के विपरीत कार्य करता है।

अर्थात् ($A \propto -y$)

त्वरण (A) एवं विस्थापन (y) के मध्य ग्राफ चित्रानुसार एक सरल रेखा होगी।

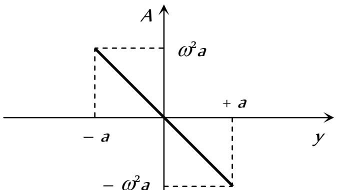


Fig. 16.6

रेखा की ढाल = – ω

विस्थापन, वेग तथा त्वरण का तुलनात्मक विवेचन (Comparative Study of Displacement Velocity and Acceleration)

विस्थापन समीकरण $y = a\sin\omega t$

वेग का समीकरण $v = a\omega\cos\omega t = a\omega\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

त्वरण का समीकरण $A = -a\omega\sin\omega t = a\omega\sin(\omega t + \pi)$

उपरोक्त समीकरणों तथा ग्राफ के आधार पर महत्वपूर्ण बिन्दु

(1) तीनों राशियाँ विस्थापन, वेग तथा त्वरण सरल आवर्त रुप से परिवर्तित होती हैं जिनके आवर्तकाल भी समान हैं।

(2) वेग का आयाम, विस्थापन के आयाम का ω गुना है।

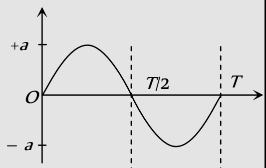
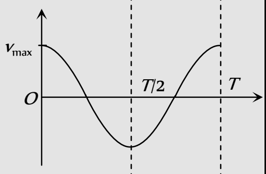
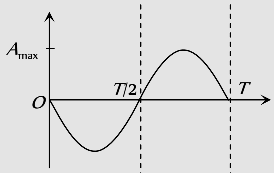
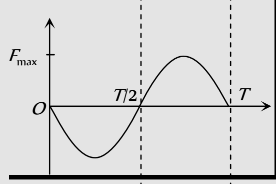
(3) त्वरण का आयाम, विस्थापन के आयाम का ω^2 गुना है।

(4) सरल आवर्त गति में वेग विस्थापन से कला में $\pi/2$ आगे है।

(5) सरल आवर्त गति में त्वरण वेग से कला में $\pi/2$ आगे है।

(6) सरल आवर्त गति में त्वरण विस्थापन से कला में π आगे है।

Table 16.1 : सरल आवर्त गति में विभिन्न स्थितियों पर बहुत सी भौतिक राशियाँ

ग्राफ	सूत्र	माध्य स्थिति पर	चरम स्थिति पर
विस्थापन 	$y = a\sin\omega t$	$y = 0$	$y = \pm a$
वेग 	$v = a\omega\cos\omega t$ $= a\omega\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ या $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$	$v_{max} = a\omega$	$v_{min} = 0$
त्वरण 	$A = -a\omega^2\sin\omega t$ $= a\omega^2\sin(\omega t + \pi)$ या $\lvert A\rvert = \omega^2 y$	$A_{min} = 0$	$\lvert A_{max}\rvert = \omega^2 a$
बल 	$F = -m\omega^2 a\sin\omega t$ या $F = m\omega^2 y$	$F_{min} = 0$	$F_{max} = m\omega^2 a$

सरल आवर्त गति में ऊर्जा (Energy in S.H.M.)

सरल आवर्त गति करते हुए कण में दो प्रकार की ऊर्जायें पाई जाती हैं : स्थितिज ऊर्जा तथा गतिज ऊर्जा

(1) **स्थितिज ऊर्जा** : सरल आवर्त गति करते हुए कण को साम्यावस्था से विस्थापित करने हेतु प्रत्यानयन बल के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है यह स्थितिज ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता है।

यदि प्रत्यानयन बल $F=-ky$ तब कण को विस्थापित करने हेतु कार्य

$$U=\int dU=-\int dW=-\int_0^x F dx=\int_0^y ky\,dy=\frac{1}{2}ky^2+U_0$$

यहाँ U_0 = संतुलन की स्थिति पर स्थितिज ऊर्जा

यदि $U_0=0$ तब $U=\frac{1}{2}m\omega^2y^2$ [चूँकि $\omega^2=k/m$]

(ii) अतः $U=\frac{1}{2}m\omega^2a^2\sin^2\omega t=\frac{1}{4}m\omega^2a^2(1-\cos 2\omega t)$

[चूँकि $y=a\sin\omega t$]

अतः स्थितिज ऊर्जा सरल आवर्त गति की दोगुनी आवृत्ति से आवर्ती (Periodic) रुप में परिवर्तित होती है।

(iii) स्थितिज ऊर्जा का मान चरम स्थिति पर अधिकतम होता है एवं कुल ऊर्जा के बराबर होता है।

$$U_{max}=\frac{1}{2}ka^2=\frac{1}{2}m\omega^2a^2 \text{ जब } y=\pm a\,;\ \omega t=\pi/2\,;\ t=\frac{T}{4}$$

(iv) माध्य स्थिति पर स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होती है।

$U_{min}=0$ जब $y=0$; $\omega t=0$; $t=0$

(2) **गतिज ऊर्जा** : कण के वेग के कारण उसमें पाई जाने वाली ऊर्जा गतिज ऊर्जा कहलाती है।

गतिज ऊर्जा $K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-y^2)$ [चूँकि $v=\omega\sqrt{a^2-y^2}$]

(i) अतः $K=\frac{1}{2}m\omega^2a^2\cos^2\omega t=\frac{1}{4}m\omega^2a^2(1+\cos 2\omega t)$

[चूँकि $v=a\omega\cos\omega t$]

अतः गतिज ऊर्जा, सरल आवर्त गति की दोगुनी आवृत्ति से आवर्ती (Peridic) रूप से परिवर्तित होती है।

(ii) गतिज ऊर्जा, माध्य स्थिति पर अधिकतम होती है एवं इसका मान कुल ऊर्जा के बराबर होता है

$$K_{max}=\frac{1}{2}m\omega^2a^2 \text{ जब } y=0\,;\ t=0\,;\ \omega t=0$$

(iii) चरम स्थिति पर गतिज ऊर्जा न्यूनतम होती है।

$K_{min}=0$ जब $y=a$; $t=T/4$, $\omega t=\pi/2$

(3) **कुल ऊर्जा** : सरल आवर्त गति करते हुए कण की सम्पूर्ण यांत्रिक ऊर्जा नियत रहती है एवं इसका मान गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा के योग के तुल्य होता है। अर्थात् $E=U+K$

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-y^2)+\frac{1}{2}m\omega^2y^2=\frac{1}{2}m\omega^2a^2$$

कुल ऊर्जा स्थिति फलन नहीं है।

(4) **ऊर्जा स्थिति ग्राफ**

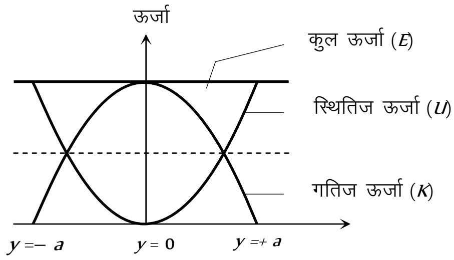


Fig. 16.7

(i) $y=0$ पर; $U=0$ और $K=E$

(ii) $y=\pm a$ पर; $U=E$ और $K=0$

(iii) $y=\pm\frac{a}{2}$ पर; $U=\frac{E}{4}$ और $K=\frac{3E}{4}$

(iv) $y=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}$ पर; $U=K=\frac{E}{2}$

P.E. एवं K.E. के औसत मान
(Average Value of P.E. and K.E.)

पूर्ण चक्र के लिये स्थितिज ऊर्जा का औसत मान होगा

$$U_{\text{औसत}}=\frac{1}{T}\int_0^T U\,dt=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{1}{2}m\omega^2a^2\sin^2(\omega t+\phi)=\frac{1}{4}m\omega^2a^2$$

सम्पूर्ण चक्र के लिये गतिज ऊर्जा का औसत मान

$$K_{\text{औसत}}=\frac{1}{T}\int_0^T K\,dt=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{1}{2}m\omega^2a^2\cos^2\omega t\,dt=\frac{1}{4}m\omega^2a^2$$

अतः आवर्त गति में गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा के मान बराबर और कुल ऊर्जा के आधे के तुल्य होते हैं। अतः

$$K_{\text{औसत}}=U_{\text{औसत}}=\frac{1}{2}E=\frac{1}{4}m\omega^2a^2$$

S.H.M. का अवकलन समीकरण
(Differential Equation of S.H.M.)

सरल आवर्त गति (रेखीय) त्वरण $\propto$ – (विस्थापन)

$A\propto -y$ या $A=-\omega^2y$ या $\frac{d^2y}{dt^2}=-\omega^2y$

या $m\frac{d^2y}{dt^2}+ky=0$ [चूँकि $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$]

कोणीय सरल आवर्त गति के लिये $\tau=-c\theta$ एवं $\frac{d^2\theta}{dt^2}+\omega^2\theta=0$

यहाँ $\omega^2=\frac{c}{I}$ [c = प्रत्यानन बल आघूर्ण नियतांक, I = जड़त्व आघूर्ण]

सरल आवर्त गति में आवृत्ति एवं आवर्तकाल का कैसे पता लगायेंगे (How to Find Frequency and Time Period of S.H.M.)

Step 1 : कण की साम्यावस्था में इस पर आरोपित सभी बलों को संतुलित कीजिये एवं गणितीय रूप से संतुलन स्थिति चिन्हित करें।

Step 2 : संतुलन की अवस्था से कण को थोड़ा सा विस्थापित करें (मान y) एवं कण पर कार्यरत् प्रत्यानन बल के लिये सम्बन्ध प्राप्त करें।

Step 3 : कण पर आरोपित कुल बल को माध्य स्थिति से विस्थापन को फलन के रूप में व्यक्त करने का प्रयत्न करें। अंतिम सम्बन्ध निम्न प्रकार का होना चाहिए।

$$F = -ky$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह का तात्पर्य है कि बल F की दिशा विस्थापन y के विपरीत है यदि इस विस्थापन पर कण का त्वरण a है तब $a = -\left(\frac{k}{m}\right)y$

Step 4 : इस प्राप्त समीकरण की सरल आवर्त गति के मानक अवकलन समीकरण से तुलना करने पर प्राप्त होता है $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ या $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

चूँकि ω सरल आवर्त गति करते हुये कण की कोणीय आवृत्ति है अतः इसका आवर्तकाल $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

(i) भिन्न-भिन्न प्रकार की सरल आवर्तगतियों में m तथा k के मान भिन्न-भिन्न होते हैं सामान्यतः m को जड़त्वीय नियतांक तथा k को स्प्रिंग नियतांक कहा जाता है।

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{जडत्वीय नियतांक}}{\text{स्प्रिंग नियतांक}}}$ या $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}}$

(ii) रेखीय सरल आवर्त गति में स्प्रिंग नियतांक, प्रति एकांक विस्थापन के लिये बल को व्यक्त करता है। एवं वस्तु का द्रव्यमान जड़त्वीय नियतांक को व्यक्त करता है। कोणीय सरल आवर्त गति में प्रति एकांक कोणीय विस्थापन के प्रत्यानन बल आघूर्ण k को व्यक्त करता है एवं जड़त्व आघूर्ण जड़त्वीय नियतांक को व्यक्त करता है।

रेखीय सरल आवर्त गति के लिये,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{m}{\text{बल / विस्थापन}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}}$$

सरल लोलक (Simple Pendulum)

(1) यदि किसी पदार्थ के भारी लेकिन बिन्दु सदृश कण को एक भारहीन, लंबाई में न बढ़ने वाली पूर्ण लचीली डोरी के एक सिरे से बांधकर किसी दृढ़ आधार से लटका दें तो इसे सरल लोलक कहते हैं।

(2) व्यवहार में बिन्दु द्रव्यमान और भारहीन डोरी संभव नहीं है। अतः परिभाषा के अनुसार सरल लोलक को नहीं बनाया जा सकता है।

(3) माना l लम्बाई के सरल लोलक को इसकी माध्य स्थिति (ऊर्ध्वाधर) से अल्प कोण θ विस्थापित किया जाता है। यदि गोलक का द्रव्यमान m एवं माध्य स्थिति से विस्थापन x है।

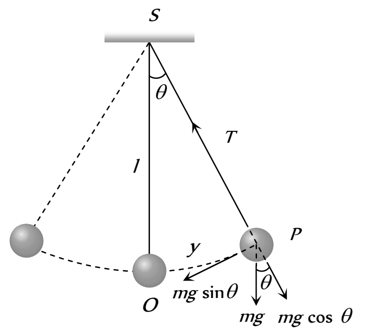


Fig. 16.8

गोलक पर कार्यरत् प्रत्यानन बल

$$F = -mg\sin\theta \text{ या } F = -mg\theta = -mg\frac{x}{l}$$

(θ के अल्प होने के लिये $\sin\theta \simeq \theta = \frac{\text{चाप}}{\text{लम्बाई}} = \frac{OP}{l} = \frac{x}{l}$)

$$\therefore \quad \frac{F}{x} = \frac{-mg}{l} = k \text{ (स्प्रिंग नियतांक)}$$

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{जड़त्वीय नियतांक}}{\text{स्प्रिंग नियतांक}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/l}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

सरल लोलक के दोलनकाल को प्रभावित करने वाले कारक

(Factor Affecting Time Period of Simple Pendulum)

(1) **आयाम :** जब कोणीय विस्थापन का मान बहुत कम (लगभग 4° या 5°) हो तब सरल लोलक का आवर्तकाल आयाम पर निर्भर नहीं करता परंतु θ का मान अधिक होने पर $\sin\theta = \theta$ नहीं कहा जा सकता अतः कोणीय विस्थापन θ_0 पर आवर्तकाल निर्भर करता है और गति केवल आवर्ती होती है सरल आवर्त गति नहीं।

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \frac{1}{2^2}\sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + ...\right] \approx T_0\left[1 + \frac{\theta_0^{\;2}}{16}\right]$$

(2) **गोलक का द्रव्यमान :** सरल लोलक का आवर्तकाल, गोलक के द्रव्यमान से मुक्त होता है।

(i) यदि ठोस गोलक को समान त्रिज्या वाले अन्य खोखले गोलक से बदल दिया जाए परंतु द्रव्यमान अपरिवर्तित रहे तब आवर्तकाल पर कोई प्रभाव नहीं होता।

(ii) यदि कोई लड़की झूला झूल रही है और अचानक समान द्रव्यमान की अन्य लड़की आकर इसके साथ में बैठ जाती है तो झूले का आवर्तकाल वही रहता है।

(3) **सरल लोलक की लम्बाई :** $T \propto \sqrt{l}$ अर्थात् सरल लोलक का आवर्तकाल प्रभावकारी लंबाई के वर्गमूल के समानुपाती होता है।

(i) यदि झूला झूलती लड़की अचानक खड़ी हो जाए तो इसका आवर्तकाल घट जाता है क्योंकि इसके खड़े होने से गुरुत्व केन्द्र कुछ ऊपर उठ जाता है जिससे प्रभावकारी लंबाई घट जाती है।

(ii) यदि खोखली गेंद (जिसमें पानी भरा हुआ है) में एक छोटा सा छेद कर दिया जाए जिससे पानी बूंद-बूंद करके रिसने लगता है। तो इसका आवर्तकाल पहले बढ़ता है क्योकि गुरुत्व केन्द्र नीचे खिसकता है अर्थात् प्रभावकारी लंबाई बढ़ती है। परंतु पूरा पानी निकल जाने पर खोखली गेंद का द्रव्यमान केन्द्र पुनः केन्द्र में आ जाने से इसका आवर्तकाल पहले के ही समान हो जाता है।

(iii) विभिन्न ग्राफ

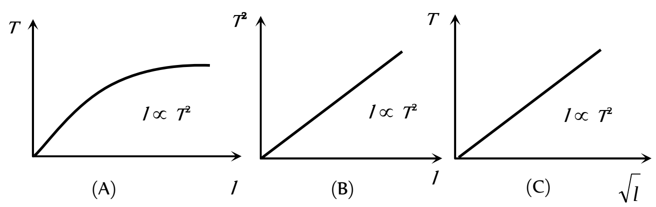


Fig. 16.9

(4) **g का प्रभाव :** $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ अर्थात् g का मान बढ़ने पर T घटता है।

(i) पृथ्वी की सतह से ऊँचाई पर जाने पर एवं सुरंग के अंदर जाने पर g का मान घटता है, अतः सरल लोलक का आवर्तकाल (T) बढ़ेगा।

(ii) सरल लोलक पर आधारित घड़ी को किसी पहाड़ी (या किसी अन्य ग्रह) पर ले जायें तो g का मान घटेगा T बढ़ेगा अतः घड़ी सुस्त हो जायेगी।

(iii) विभिन्न ग्राफ

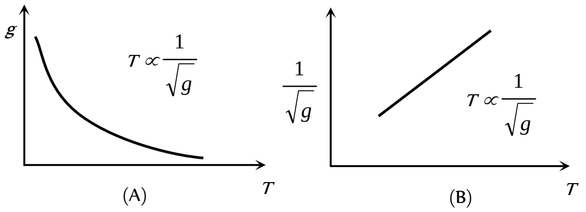


Fig. 16.10

(5) **आवर्तकाल पर तापक्रम का प्रभाव :** यदि सरल लोलक को धात्विक तार से बांधकर लटकाया जाए तो तापक्रम में वृद्धि होने से इसका आवर्तकाल बढ़ जाता है।

$l = l_0(1 + \alpha\,\Delta\theta)$ (यदि $\Delta\theta$ तापक्रम में वृद्धि है, l_0 = तार की प्रारम्भिक लम्बाई, l = तार की अन्तिम लम्बाई)

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{l}{l_0}} = (1 + \alpha\,\Delta\theta)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha\,\Delta\theta$$

अतः $\frac{T}{T_0} - 1 = \frac{1}{2}\alpha\,\Delta\theta$ अर्थात् $\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{1}{2}\alpha\,\Delta\theta$

विभिन्न स्थितियों में पेण्डुलम के दोलन
(Oscillation of Pendulum in Different Situations)

(1) **द्रव में दोलन :** यदि किसी सरल लोलक के गोलक का घनत्व ρ एवं यह σ घनत्व वाले द्रव में दोलन करता है ($\sigma < \rho$) तो वायु में आवर्तकाल की तुलना में द्रव में आवर्तकाल बढ़ जायेगा।

चूँकि उत्प्लावक बल गोलक के भार के विपरीत होगा अतः $mg_{eff.} = mg$ – उत्प्लावन बल

या $g_{eff.} = g - \frac{V\sigma g}{V\rho}$ अर्थात् $g_{eff.} = g\left[1 - \frac{\sigma}{\rho}\right]$

$$\Rightarrow \frac{g_{eff.}}{g} = \frac{\rho - \sigma}{\rho}$$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_{eff.}}} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho - \sigma}} > 1$$

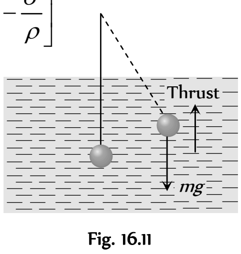


Fig. 16.11

(2) **विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में दोलन :** यदि सरल लोलक के गोलक का द्रव्यमान m प्रभावकारी लम्बाई l तथा गोलक पर धनावेश q है। इस सरल लोलक को E तीव्रता के विद्युत क्षेत्र में दोलन कराया जाता है

(i) यदि विद्युत क्षेत्र की दिशा ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर हो

प्रभावी त्वरण $g_{eff.} = g - \frac{qE}{m}$

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \frac{qE}{m}}}$

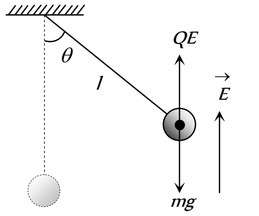


Fig. 16.12

(ii) यदि विद्युत क्षेत्र की दिशा ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर हो तब

$$g_{eff.} = g + \frac{qE}{m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}}$$

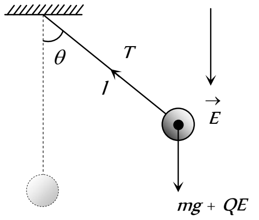


Fig. 16.13

(3) **लिफ्ट में पेण्डुलम :** यदि लिफ्ट की छत से कोई पेण्डुलम लटका है एवं

(i) लिफ्ट विराम में है अथवा नियत वेग से ऊपर या नीचे की ओर गतिमान है

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

एवं $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

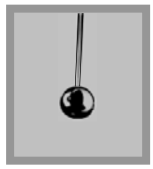


Fig. 16.14

(ii) यदि लिफ्ट नियत त्वरण a से ऊपर की ओर गतिमान है

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}$$

एवं $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g + a}{l}}$

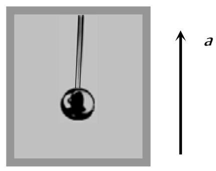


Fig. 16.15

आर्वतकाल घटता है एवं आवृत्ति बढ़ती है

(iii) लिफ्ट नियत त्वरण a से नीचे की ओर गतिमान है

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a}}$$

एवं $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g - a}{l}}$

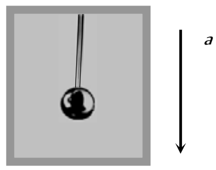


Fig. 16.16

आर्वतकाल बढ़ता है एवं आवृत्ति घटती है।

(iv) लिफ्ट गुरुत्वीय त्वरण से नीचे की ओर आ रही है $a = g$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - g}} = \infty$$

एवं $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g - g}{l}} = 0$

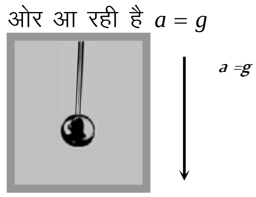


Fig. 16.17

इसका तात्पर्य है कि पेण्डुलम दोलन नहीं करेगा।

अंतरिक्ष यान में एवं पृथ्वी के केन्द्र पर ऐसी ही स्थिति उत्पन्न होगी क्योंकि वहाँ पर गुरुत्वीय त्वरण का प्रभावी मान शून्य होता है अतः पेण्डुलम के दोलन रुक जायेंगे।

(4) **त्वरित वाहन में सरल लोलक :** यदि कोई पेण्डुलम, ट्राली की छत से लटक रहा है और ट्राली नियत त्वरण a से क्षैतिज दिशा में गतिमान है तब

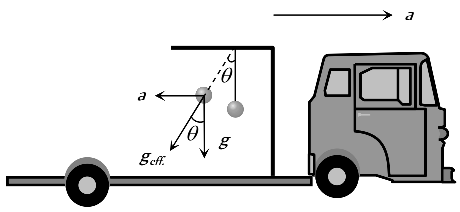


Fig. 16.18

प्रभावी गुरुत्वीय त्वरण $g_{eff.} = \sqrt{g^2 + a^2}$

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g^2 + a^2)^{1/2}}}$ एवं $\theta = \tan^{-1}(a/g)$

यदि ट्राली नियत वेग v से r त्रिज्या के क्षैतिज वृत्तीय मार्ग पर मुड़ रही है तब

$$T = 2\pi\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}}$$

पेण्डुलम के अन्य प्रकार (Some Other Types of Pendulum)

(1) **अनन्त लम्बाई का सरल लोलक :** यदि सरल लोलक की लम्बाई पृथ्वी की त्रिज्या की तुलना में तुलनात्मक है तब

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g\left[\frac{1}{l} + \frac{1}{R}\right]}}$$

(i) यदि $l << R$, तब $\frac{1}{l} >> \frac{1}{R}$ अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

(ii) यदि $l >> R(\to\infty)$ तब $\frac{1}{l} < \frac{1}{R}$

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{6.4\times10^6}{10}} \cong 84.6$ मिनट

यह किसी भी सरल लोलक का अधिकतम आवर्तकाल है।

(iii) यदि $l = R$ अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{2g}} \cong 1$ घण्टा

(2) **सैकण्ड लोलक :** वह लोलक जिसका आवर्तकाल 2 सेकण्ड होता है सैकण्ड लोलक कहलाता है।

$T = 2$ sec एवं $g = 9.8 m/\sec^2$ अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ से प्राप्त होगा

$l = \frac{4\times9.8}{4\pi^2} = 0.993$ m = 99.3 cm

अर्थात् पृथ्वी की सतह पर सेकण्ड लोलक की लंबाई 1 मीटर होती है।

जबकि चंद्रमा की सतह पर सेकण्ड लोलक की लंबाई 1/6 मीटर होती है, क्योंकि ($g_{चन्द्रमा} = \frac{g_{पृथ्वी}}{6}$)

(3) **दृढ़ लोलक :** कोई भी दृढ़ वस्तु यदि किसी निश्चित आधार से लटकी हुयी हो तो इसे दृढ़ लोलक कहते हैं। माना दर्शाये गये दृढ़ लोलक को अल्प कोण θ से विस्थापित किया गया है। वस्तु पर O के परितः बल आघूर्ण होगा

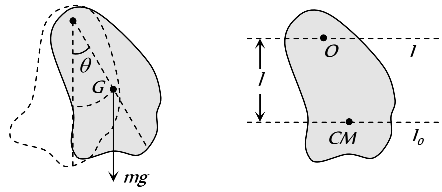


Fig. 16.19

$\tau = mgl\,\sin\theta$ ...(i)

यहाँ l = निलम्बन बिन्दु और वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र के बीच की दूरी

यदि l के सापेक्ष वस्तु का जड़त्व आघूर्ण O है तब $\tau = I\alpha$ ...(ii)

समीकरण (i) एवं (ii) से, $I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgl\sin\theta$ चूँकि θ एवं $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ एक-दूसरे के विपरीत है। $\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgl}{I}\theta$ (θ का मान अल्प है अतः $\sin\theta\approx\theta$)

इसकी तुलना $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta$ से करने पर प्राप्त होता है।

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

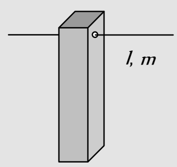
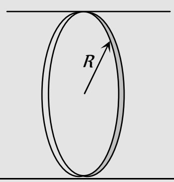
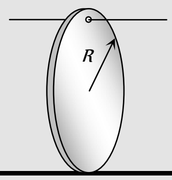
एवं $I = I_{cm} + ml^2$ (समान्तर अक्ष प्रमेय)

$= mk^2 + ml^2$ (यहाँ k = घूर्णन त्रिज्या)

$$\therefore\ T = 2\pi\sqrt{\frac{mK^2 + ml^2}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{K^2}{l} + l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{eff}}{g}}$$

l_{eff} = पेण्डुलम की प्रभावकारी लम्बाई = निलम्बन बिन्दु और द्रव्यमान के केन्द्र के बीच की दूरी

Table 16. 2: कुछ सामान्य दृढ़ लोलक

वस्तु	आवर्तकाल
छड़ 	$T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$
रिंग 	$T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$
चकती 	$T = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$

स्प्रिंग निकाय (Spring System)

जब किसी स्प्रिंग को उसकी सामान्य स्थिति ($x = 0$) से, थोड़ी दूरी x तक खींचा या दबाया जाता है तो स्प्रिंग में प्रत्यानयन बल उत्पन्न हो जाता है, क्योंकि यह हुक के नियम का पालन करता है

अर्थात $F \propto -x \Rightarrow F = -k\,x$

यहाँ k स्प्रिंग नियतांक है

(1) इसका SI मात्रक *Newton/metre*, CGS मात्रक *Dyne/cm* एवं विमा $[MT^{-2}]$

(2) वास्तव में, k स्प्रिंग के कड़ा या नर्म (Stiffness/Softness) होने की माप है।

(3) द्रव्यमान विहीन स्प्रिंग के लिये प्रत्यानन प्रत्यास्थ बल प्रत्येक बिन्दु पर समान होगा।

(4) जब किसी स्प्रिग को दबाया या खींचा जाता है तो किया गया कार्य उसमें उसकी प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा के रुप में संचित हो जाता है।

(5) स्प्रिंग नियतांक का मान स्प्रिंग के तार की त्रिज्या और लम्बाई पर निर्भर करता है ।

(6) स्प्रिंग नियतांक k स्प्रिंग की लम्बाई के व्युतक्रमानुपाती होता है।

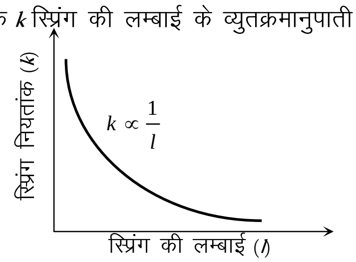


Fig. 16.20

$$k \propto \frac{1}{\text{खिंचाव}} \propto \frac{1}{\text{स्प्रिंग की लम्बाई}}$$

इसका तात्पर्य है कि स्प्रिंग की लम्बाई आधी करने पर बल नियतांक दोगुना हो जायेगा।

(7) यदि l लम्बाई की स्प्रिंग को l_1 एवं l_2 के दो भागों मे काटा जाये इस प्रकार कि $l_1 = nl_2$

यदि स्प्रिंग का नियतांक k है तब प्रथम भाग का स्प्रिग नियतांक

$$k_1 = \frac{k(n+1)}{n}$$

द्वितीय भाग का स्प्रिग नियतांक $k_2 = (n+1)k$

एवं स्प्रिंग नियतांकों का अनुपात $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{n}$ ।

स्प्रिंग लोलक (Spring Pendulum)

यदि m द्रव्यमान का पिण्ड k बल नियतांक वाली स्प्रिंग के मुक्त सिरे पर बांधने पर सरल आवर्त गति करे तो इसे स्प्रिंग पेण्डुलम कहते हैं।

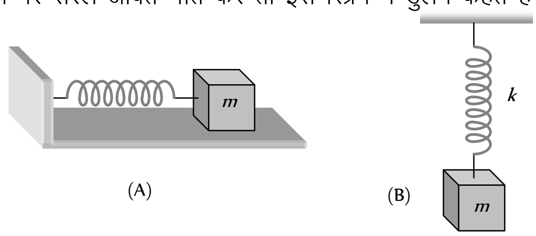


Fig. 16.21

आर्वतकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{जड़त्वीय नियतांक}}{\text{स्प्रिंग नियतांक}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

एवं आवृत्ति $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

(1) स्प्रिंग पेण्डुलम का आवर्तकाल द्रव्यमान पर निर्भर करता है।

$\Rightarrow T \propto \sqrt{m}$ या $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$ अर्थात द्रव्यमान अधिक होने पर आवर्तकाल अधिक जबकि आवृत्ति कम होगी। इसका विलोम भी सही है।

(2) आवर्तकाल बल नियतांक के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात $T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$ या $n \propto \sqrt{k}$

(3) स्प्रिंग पेण्डुलम का आवर्तकाल गुरुत्वीय त्वरण 'g' से मुक्त होता है। इसी कारण स्प्रिंग पर आधारित घड़ियाँ पहाड़ी पर, चंद्रमा पर, खदानों के अन्दर, पृथ्वी के केन्द्र पर अथवा उपग्रह पर अर्थात् सभी स्थानों पर सही समय दर्शाती है। जबकि सरल लोलक वाली घड़ी द्वारा दिखाया गया समय g के बदलने से प्रत्येक स्थान पर बदलता है।

(4) **भारी स्प्रिंग :** यदि स्प्रिंग का द्रव्यमान नगण्य न होकर M माना जाए एवं इस पर लटका हुआ द्रव्यमान m है तब प्रभावी द्रव्यमान होगा

$m_{eff} = m + \frac{M}{3}$ अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_{eff}}{k}}$

(5) **समानीत द्रव्यमान** (Reduced mass) **:** यदि दो द्रव्यमान m_1 व m_2 चित्रानुसार स्प्रिंग से जुड़े हुए हैं तथा क्षैतिज तल पर सरल आवर्त गति करते हैं तब समानीत द्रव्यमान (m_r) निम्न प्रकार ज्ञात करेंगे

$\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$ अतः

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_r}{k}}$$

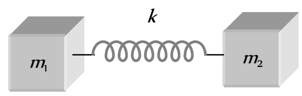


Fig. 16.22

(6) यदि ऊर्ध्वतल में दोलन करते हुये स्प्रिंग लोलक को क्षैतिज सतह (या नत तल पर) दोलन कराया जाये तो आवर्तकाल अपरिवर्तित रहेगा।

(7) क्षैतिज तल पर स्प्रिंग को संतुलन पर उसकी लम्बाई उसकी वास्तविक लम्बाई के तुल्य होगी क्योंकि गुटके का भार प्रतिक्रिया से संतुलित होगा। ऊर्ध्व तल में संतुलन की स्थिति में स्प्रिंग की लम्बाई $l + y_0$ होगी यहाँ $ky_0 = mg$

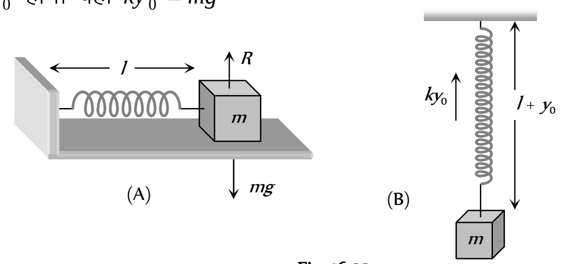


Fig. 16.23

यदि ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग की लम्बाई में वृद्धि y_0 है तब द्रव्यमान m के संतुलन के लिये $ky_0 = mg$ अर्थात् $\frac{m}{k} = \frac{y_0}{g}$

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{y_0}{g}}$

आवर्तकाल 'g' पर निर्भर नहीं करता क्यांकि g के साथ y_0 की परिवर्तित होगा इस प्रकार कि $\frac{y_0}{g} = \frac{m}{k}$ अपरिवर्तित रहेगा।

स्प्रिंगों के संयोजन के दोलन
(Oscillation of Spring Combination)

(1) **Js.kh la;kstu** : यदि K_1 एवं K_2 स्प्रिंग नियतांक वाली दो स्प्रिंगों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाय तब

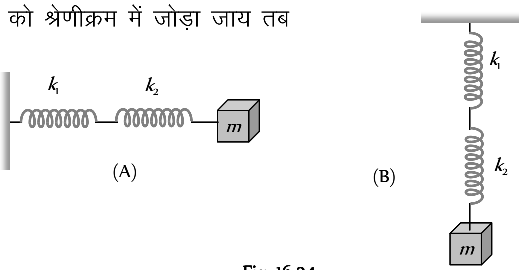


Fig. 16.24

(i) श्रेणी संयोजन में प्रत्येक स्प्रिंग पर समान बल कार्यरत होगा किन्तु इनकी लम्बाईयों मे वृद्धि अलग-अलग होगी

(ii) संयोजन का स्प्रिंग नियतांक

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

(iii) यदि n स्प्रिंगों को श्रेणी क्रम में चित्रानुसार जोड़ा जाए और स्प्रिंगों के बल नियतांक क्रमशः $k_1, k_2, k_3 ....$ हों तो

$$\frac{1}{k_S} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + ...$$

यदि प्रत्येक स्प्रिंग का बल नियतांक समान तथा k के बराबर हो तो $k_S = \frac{k}{n}$

(iv) संयोजन का आर्वतकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_S}} = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$

(2) **समान्तर क्रम संयोजन** : यदि स्प्रिंगों को निम्न प्रकार समान्तर क्रम में जोड़ा जाये

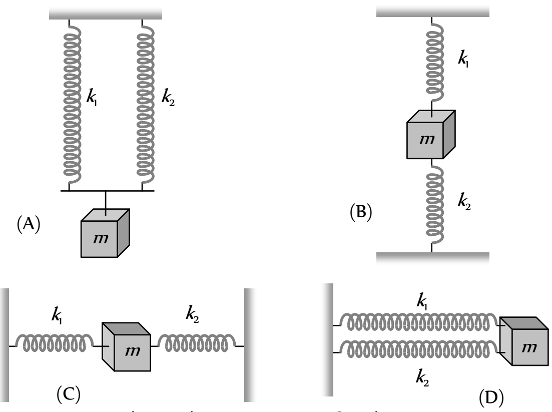


Fig. 16.25

(i) समान्तर क्रम संयोजन में अलग-अलग स्प्रिंगों पर अलग-अलग बल कार्यरत होंगे किन्तु स्प्रिंगों की लम्बाईयों मे वृद्धि समान होगी

(ii) संयोजन का स्प्रिंग नियतांक $k_P = k_1 + k_2$

(iii) यदि n स्प्रिंगों को समान्तर क्रम में जोड़ा जाए और स्प्रिंगों के बल नियतांक क्रमशः $k_1, k_2, k_3 ....$ हों तब

$k_P = k_1 + k_2 + k_3 + ...$

यदि प्रत्येक स्प्रिंग का बल नियतांक समान तथा k के बराबर हो तब $k_P = nk$

(iv) संयोजन का आर्वतकाल $T_P = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_P}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{(k_1 + k_2)}}$

विभिन्न सरल आवर्त गतियाँ (Various Formulae of S.H.M.)

(1) U नलिका में द्रव की सरल आवर्त गति

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}} = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

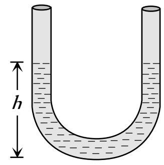


Fig. 16.26

यहाँ L = U नलिका की कुल लंबाई,

h = प्रत्येक भुजा में साम्यावस्था में द्रव की ऊँचाई ($L = 2h$)

(2) द्रव तल पर तैरते हुए बेलन की सरल आवर्त गति

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

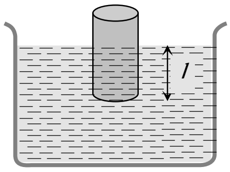


Fig. 16.27

यहाँ

l = बेलन की द्रव के भीतर डूबी लंबाई

(3) अर्द्ध गोलीय प्याले में गेंद की सरल आवर्त गति

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R - r}{g}}$$

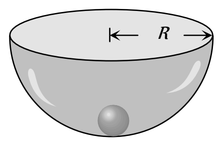


Fig. 16.28

यहाँ R = प्याले की त्रिज्या,

r = गेंद की त्रिज्या

(4) सिलेण्डर में पिस्टन की सरल आवर्त गति

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Mh}{PA}}$$

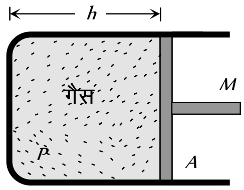


Fig. 16.29

यहाँ M = पिस्टन का द्रव्यमान

A = अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

h = बेलन की लम्बाई

P = बेलन का दाब

(5) किसी भी जीवा के परितः पृथ्वी में खोदी गई सुरंग में पिण्ड की सरल आवर्त गति

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 84.6 \text{ मिनट}$$

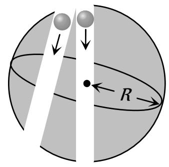


Fig. 16.30

यहाँ R = पृथ्वी की त्रिज्या,

g = गुरुत्वीय त्वरण

(6) **मरोड़ी लोलक** (Torsional Pendulum) : मरोड़ी लोलक में किसी वस्तु को तार से लटका दिया जाता है। यदि इस तार को कुछ मरोड़ा (Twist) जाये तो प्रत्यास्थता के कारण यह एक प्रत्यानन बल आघूर्ण $\tau = C\theta$ उत्पन्न करता है।

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$

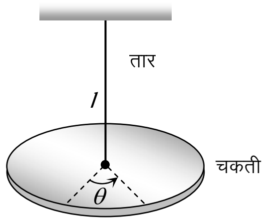


Fig. 16.31

यहाँ I = चकती (वस्तु) का जड़त्व आघूर्ण

C = तार का मरोड़ी गुणांक = $\frac{\pi\eta r^4}{2l}$

η = तार का प्रत्यास्थता गुणांक एवं r = तार की त्रिज्या

(7) **प्रत्यास्थ तार के अनुदैर्ध्य कम्पन्न :** यदि किसी तार/डोरी को Δl लम्बाई तक खींचकर छोड़ दें तो ये अनुदैर्ध्य कम्पन्न करेगा। प्रत्यानन बल $F = -AY\left(\frac{\Delta l}{l}\right)$

Y = यंग प्रत्यास्थता गुणांक

A = तार का अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

अतः $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{AY}}$

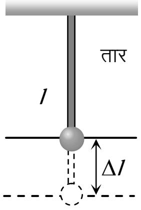


Fig. 16.32

मुक्त, अवमंदित तथा प्रणोदित दोलन
(Free, Damped, Forced and Maintained Oscillations)

(1) **मुक्त दोलन**

(i) बाह्य बल की अनुपस्थिति में किसी पिण्ड को उसकी साम्य स्थिति से एक ओर थोड़ा सा विस्थापित करके छोड़ने पर पिण्ड के एक नियत आयाम तथा निश्चित आवृत्ति के दोलन मुक्त दोलन कहलाते हैं।

(ii) दोलन में आयाम, आवृत्ति एवं ऊर्जा नियत रहती है।

(iii) मुक्त दोलन की आवृत्ति, वास्तविक आवृत्ति कहलाती है, क्योंकि यह वस्तु की प्रकृति एवं आकार पर निर्भर करती है।

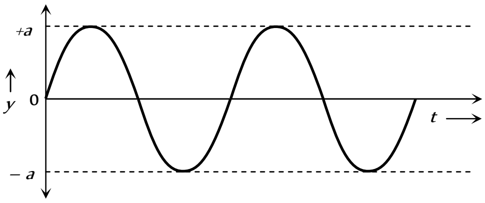


Fig. 16.33

(2) **अवमंदित दोलन :** अवमंदन बलों की अनुपस्थिति में किसी पिण्ड के लगातार घटते हुए आयाम के दोलन अवमंदित दोलन कहलाते हैं।

अवमंदित दोलनों का आयाम $A = A_0 e^{-}$

अवमंदित दोलनों की ऊर्जा $E = E_0 e^{-}$

(i) वस्तु के वे दोलन जिनका आयाम समय के साथ घटता जाये अवमंदित दोलन कहलाते हैं।

(ii) इन दोलनों में, अवमंदित बलों जैसे घर्षण बल,श्यान बल, शैथिल्यता इत्यादि के कारण आयाम चरघातांकी रूप से घटता है।

(iii) आयाम के घटने के कारण दोलित्र की ऊर्जा भी चरघातांकी रूप से घटती है।

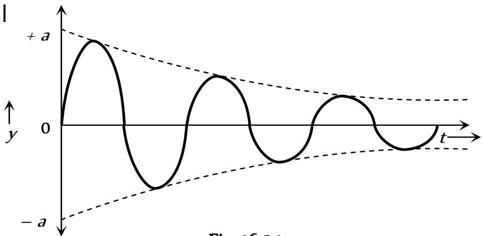


Fig. 16.34

(iv) वे बल जो दोलन के लिये अवरोध उत्पन्न करें अवमंदन बल कहलाते हैं।

यदि दोलित्र का वेग v है तब

अवमंदन बल $F_d = -bv$, b = अवमंदन नियतांक

(v) अवमंदित दोलित्र पर परिणामी बल

$$F = F_R + F_d = -Kx - Kv \Rightarrow \frac{md^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + Kx = 0$$

(vi) अवमंदित दोलित्र का विस्थापन

$x = x_m e^{-bt/2m}\sin(\omega' t + \phi)$ यहाँ ω' = अवमंदित दोलित्र का कोणीय आवृत्ति = $\sqrt{\omega_0^2 - (b/2m)^2}$

आयाम निम्न प्रकार से समय के साथ लगातार घटता है।

$$x = x_m e^{-(b/2m)t}$$

(vii) अवमंदित दोलित्र के लिये यदि अवमंदन अल्प हो तो यांत्रिक ऊर्जा का समय के साथ चरघातांकी दाब निम्न प्रकार होता है।

$$E = \frac{1}{2}Kx_m^2 e^{-bt/m}$$

(3) **प्रणोदित दोलन** (Forced Oscillation)

(i) जब कोई पिण्ड बाह्य आवर्ती बल के प्रभाव में दोलन करता है तो इसके दोलन प्रणोदित दोलन कहलाते हैं।

(ii) अवमंदन बलों के कारण दोलित्र का आयाम घटता है, किन्तु बाह्य स्त्रोत से प्राप्त ऊर्जा के कारण आयाम नियत बना रहता है।

(iii) अनुनाद : जब दोलन करने वाले पिण्ड पर लगाये गए बाह्य आवर्त बल (प्रेरक) की आवृत्ति, उस पिण्ड (प्रेरित) की स्वभाविक आवृत्ति के ठीक बराबर (या पूर्ण गुणज) होती है, तो प्रणोदित दोलनों का आयाम बहुत अधिक हो जाता है। इन दोलनों को अनुनादी दोलन कहते हैं तथा इस घटना को अनुनाद कहते हैं।

(iv) झूला झूलते समय यदि आप पैरों से जमीन को दबाकर एक आवर्ती बल लगाये तो आप पायेंगे कि दोलन नियंत्रित होंगें एवं आयाम भी बढ़ेगा। इस स्थिति में झूले का दोलन प्रणोदित या प्रेरित दोलन कहलायेगा।

(v) प्रणोदित दोलन में अवमंदित दोलित्र की आवृत्ति बाह्य बल की आवृत्ति के बराबर होती हैं।

(vi) माना कि एक बाह्य प्रेरक बल निम्न सूत्र से व्यक्त किया जाता है

$$F(t) = F_0 \cos \omega_d t$$

दोलन करती हुयी वस्तु की गति निम्न बलों के सम्मिलित प्रभाव में होती है।

(a) प्रत्यानन बल $(-Kx)$

(b) अवमंदन बल $(-bv)$ एवं

(c) प्रेरक बल $F(t)$ $ma = -Kx - bv + F_0 \cos \omega_d t$

$$\Rightarrow m^2\frac{d^2x}{d^2} + Kx + b\frac{dx}{dt} = F_0 \cos \omega_d t$$

इस समीकरण का हल $x = x_0 \sin(\omega_d t + \phi)$ एवं इसका आयाम

$$x_0 = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2) + (b\omega/m)^2}} \text{ एवं } \tan\theta = \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)}{b\omega/m}$$

एवं $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ = दोलित्र की वास्तविक आवृत्ति

(vii) **आयाम अनुनाद :** प्रणोदित दोलित्र का आयाम बाह्य बल की आवृत्ति ω_d पर निर्भर करता है।

यदि $\omega = \omega_d$, तो आयाम अधिकतम होगा किन्तु अवमंदन बलों की उपस्थिति के कारण अनन्त नहीं होगा। संगत आवृत्ति को अनुनादी आवृत्ति (ω_0) कहते हैं।

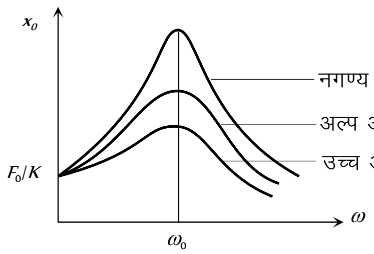


Fig. 16.35

(viii) **ऊर्जा अनुनाद :** $\omega = \omega_0$, पर दोलक आरोपित बल (Driving force) लगाने वाले निकाय से अधिकतम ऊर्जा का अवशोषण कर लेता है। दोलक की अधिकतम ऊर्जा की स्थिति को ऊर्जा अनुनाद कहते हैं।

अनुनाद की स्थिति में दोलक का वेग आरोपित बल लगाने वाले निकाय के साथ समान कला में होता है।

दोलक के अनुनाद की तीक्ष्णता अवमंदन पर निर्भर करती है।

दोलक में आरोपित बल लगाने वाले निकाय की शक्ति अनुनाद की दशा में अधिकतम होती है।

(4) **पोषित कम्पन्न :** वे कम्पन्न जिनमें वस्तु की ऊर्जा में हानि को उतनी ही ऊर्जा बाहर से देकर पूरी की जाती है ताकि वह नियत आयाम से कम्पन्न कर सकें, पोषित कम्पन्न कहलाते हैं।

सरल आवर्त गतियों का अध्यारोपण (लिसाजु आकृतियाँ)
(Super Position of S.H.M's (Lissajous Figures))

यदि दो सरल आवर्त गतियाँ परस्पर लम्बवत् दिशा में कार्यरत् होती हुयी अध्यारोपित हों तो उनकी परिणामी गति सरल रेखा या दीर्घवृत्त या वृत्त या परवलय आदि की आकृति के रूप में होती है जो कि दोनों सरल आवर्त गतियों के आवृत्ति अनुपात एवं प्रारम्भिक कलान्तर पर निर्भर करती है। इस प्रकार की आकृतियाँ लिसाजु आकृतियाँ कहलाती है।

माना समान आवृत्ति की दो लम्बवत् सरल आवर्त गतियों के समीकरण निम्न हैं

$x = a_1 \sin \omega t$ एवं $y = a_2 \sin(\omega t + \phi)$

अतः लिसाजु आकृतियाँ का सामान्य समीकरण होगा

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos\phi = \sin^2\phi$$

$\phi = 0°$ के लिये : $\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2}\right)^2 = 0$

$\Rightarrow \frac{x}{a_1} = \frac{y}{a_2} \Rightarrow y = \frac{a_2}{a_1} x$

यह मूल बिन्दु से होकर जाने वाली एक सरल रेखा है जिसकी प्रवणता $\frac{a_2}{a_1}$ है।

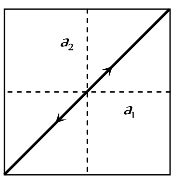
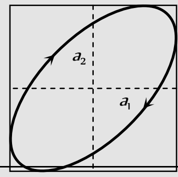
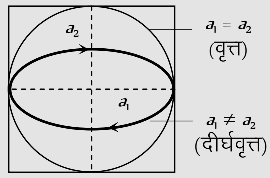
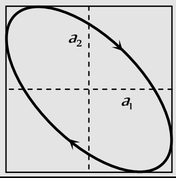
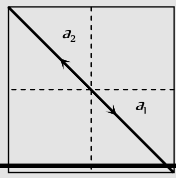


Fig. 16.36

Table 16.3 : अन्य स्थितियों में लिसाजु आकृतियाँ

($\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1$ के लिये)

कलान्तर (ϕ)	समीकरण	चित्र
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{\sqrt{2}xy}{a_1 a_2} = \frac{1}{2}$	तिर्यक दीर्घवृत्त 
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} = 1$	
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{\sqrt{2}xy}{a_1 a_2} = \frac{1}{2}$	तिर्यक दीर्घवृत्त 
π	$\frac{x}{a_1} + \frac{y}{a_2} = 0$ $\Rightarrow y = -\frac{a_2}{a_1} x$	सरल रेखा 

आवृत्ति अनुपात $\omega_1 : \omega_2 = 2 : 1$ के लिये दो लम्बवत् सरल आवर्त गतियों के समीकरण निम्न हैं

$x = a_1 \sin(2\omega t + \phi)$ एवं $y = a_2 \sin \omega t$

विभिन्न लिसाजु आकृतियाँ निम्न हैं।

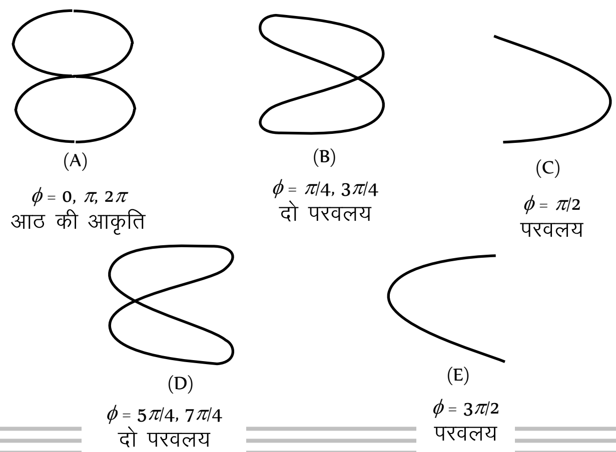


Fig. 16.37

Tips & Tricks

✍ यदि k_1 बल नियतांक वाली स्प्रिंग पर m द्रव्यमान लटकाया जाए तो उसके ऊर्ध्व दोलन का आवर्तकाल T_1 है। यदि यही द्रव्यमान k_2 बल नियतांक वाली स्प्रिंग पर लटकाया जाए तो उसके ऊर्ध्व दोलन का आवर्तकाल T_2 है। तब $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$ एवं $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$

यदि इन स्प्रिंगों के श्रेणीक्रम संयोजन पर समान द्रव्यमान को लटकाया जाये तब

निकाय का आवर्तकाल $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$

यदि इन स्प्रिंगों के समान्तर संयोजन पर समान द्रव्यमान को लटकाया जाये तब

निकाय का आवर्तकाल $T = \frac{T_1T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$

✍ दोलनकाल बढ़ने से लोलक घड़ी सुस्त चलती है तथा दोलनकाल घटने से लोलक घड़ी तेज चलती है।

✍ $k, 2k, 4k, 8k$ .... अनन्त स्प्रिंगें श्रेणीक्रम में जोड़ने पर प्रभावी बल नियतांक $k/2$ होगा।

✍ l और g के साथ दोलनकाल में प्रतिशत परिवर्तन

यदि g को नियत रखकर यदि लम्बाई $n\%$ से बदले तो दोलनकाल में प्रतिशत परिवर्तन $\frac{\Delta T}{T}\times 100 = \frac{n}{2}\times 100$

यदि l को नियत रखकर g का मान $n\%$ से बदलें तो दोलनकाल में प्रतिशत परिवर्तन $\frac{\Delta T}{T}\times 100 = -\frac{n}{2}\times 100$ होगा

(ये गणनायें लगभग 5% के लिये ही सत्य है)

✍ माना k बल नियतांक वाली किसी स्प्रिंग का दोलनकाल T है, यदि इसे n बराबर-बराबर भागों में काटा जाये तो प्रत्येक भाग का बल नियतांक nk होगा तथा दोलनकाल $\frac{T}{\sqrt{n}}$ हो जायेगा।

यदि इन n भागों को समान्तर क्रम में जोड़ दिया जाये तब $k_{eff} = n^2k$

अतः निकाय का दोलनकाल $T' = \frac{T}{n}$ होगा।

✍ कोई कण सरल आवर्त गति कर रहा है। माध्य स्थिति से x_1 दूरी पर विस्थापन v_1 तथा x_2 दूरी पर विस्थापन v_2 है। तब

$$\omega = \sqrt{\frac{v_1^2 - v_2^2}{x_2^2 - x_1^2}}\ ;\ T = 2\pi\sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}}$$

$$a = \sqrt{\frac{v_1^2x_2^2 - v_2^2x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}}\ ;\ v_{max} = \sqrt{\frac{v_1^2x_2^2 - v_2^2x_1^2}{x_2^2 - x_1^2}}$$

✍ यदि दो सरल आवर्त गतियाँ $y_1 = a\sin\omega t$ एवं $y_2 = b\cos\omega t$ अध्यारोपित होती हैं तो परिणामी विस्थापन $\vec{y} = \vec{y_1} + \vec{y_2}$

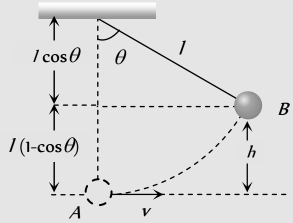
$\Rightarrow\ y = a\sin\omega t + b\cos\omega t \Rightarrow y = A\sin(\omega t + \phi)$ यह भी एक सरल आवर्त गति का समीकरण है; यहाँ $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ एवं $\phi = \tan^{-1}(b/a)$

✍ मंदक बलों की अनुपस्थिति में सरल लोलक के द्वारा एक पूर्ण चक्रम में कार्य शून्य होता है।

✍ यदि सरल लोलक का कोणीय आयाम θ है तब गोलक के द्वारा प्राप्त ऊँचाई

माध्य स्थिति पर वेग $h = l(1 - \cos\theta)$

$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)}$



विस्थापन में कार्य

$W = U = mgl(1 - \cos\theta)$

माध्य स्थिति पर स्थितिज ऊर्जा

$KE_{माध्य} = mgl(1 - \cos\theta)$

पेण्डुलम की डोरी में तनाव

माध्य स्थिति पर : $T_A(\text{अधिकतम}) = mg + \frac{mv^2}{l} = (3mg - 2mg\cos\theta)$

चरम स्थिति पर : $T = mg\cos\theta$

Ordinary Thinking

Objective Questions

सरल आवर्त गति में कला एवं विस्थापन

1. सरल आवर्त गति करते हुये कण का कलान्तर $\frac{\pi}{2}$ है, जब इसका/इसकी [MP PET 1985]
   (a) वेग अधिकतम होगा (b) त्वरण अधिकतम होगा
   (c) ऊर्जा अधिकतम होगी (d) विस्थापन अधिकतम होगा

2. एक कण माध्य स्थिति से स. आ. गति प्रारम्भ करता है जिसका आयाम A तथा आवर्तकाल T है। किसी एक समय इसकी गति अधिकतम गति की आधी होती है। कण का विस्थापन y होगा [Haryana CEE 1996; CBSE PMT 1996; MH CET 2002]
   (a) $\frac{A}{2}$ (b) $\frac{A}{\sqrt{2}}$
   (c) $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{2A}{\sqrt{3}}$

3. सरल आवर्त गति करने वाले एक कण का आयाम व आवर्तकाल क्रमशः 5 सेमी व 6 सैकण्ड हैं। माध्य स्थिति से 2.5 सेमी की दूरी पर इस कण की कला होगी
   (a) $5\pi/12$ (b) $\pi/4$
   (c) $\pi/3$ (d) $\pi/6$

4. दो सरल आवर्त गतियाँ जिनके समीकरण, $x = a\sin(\omega t - \alpha)$ तथा $y = b\cos(\omega t - \alpha)$ द्वारा प्रदर्शित की जा रही है। इनके बीच कलान्तर होगा [MP PMT 1985]
   (a) 0° (b) α°
   (c) 90° (d) 180°

5. एक SHM का आयाम 0.5 सेमी आवर्तकाल 0.4 सैकण्ड तथा प्रारम्भिक कला $\frac{\pi}{2}$ रेडियन है, तो SHM की समीकरण होगी

(a) $y = 0.5 \sin 5\pi t$ (b) $y = 0.5 \sin 4\pi t$

(c) $y = 0.5 \sin 2.5\pi t$ (d) $y = 0.5 \cos 5\pi t$

6. एक SHM की समीकरण $y = a\sin(2\pi nt + \alpha)$ है, तो उसकी t समय पर कला होगी [DPMT 2001]

(a) $2\pi nt$ (b) α

(c) $2\pi nt + \alpha$ (d) $2\pi t$

7. एक कण निम्न समीकरणानुसार दोलन कर रहा है। $X = 7\cos 0.5\pi t$ जहाँ t सैकण्ड में है, तो बिन्दु सन्तुलन की स्थिति से अधिकतम विस्थापन की स्थिति तक पहुँचने में समय लेगा [CPMT 1989]

(a) 4.0 *sec* (b) 2.0 *sec*

(c) 1.0 *sec* (d) 0.5 *sec*

8. सरल आवर्त गति करने वाले दोलित्र का आयाम A तथा आवर्तकाल T है। इसे $x = A$ से $x = A/2$ तक होने में समय लगेगा [CBSE PMT 1992; SCRA 1996; BHU 1997]

(a) $T/6$ (b) $T/4$

(c) $T/3$ (d) $T/2$

9. निम्नलिखित में से कौन से व्यंजक सरल आवर्त गति को प्रदर्शित करते हैं [Roorkee 1999]

(a) $x = A\sin(\omega t + \delta)$ (b) $x = B\cos(\omega t + \phi)$

(c) $x = A\tan(\omega t + \phi)$ (d) $x = A\sin\omega t\cos\omega t$

10. 1.00×10^{-20} किग्रा का एक कण 1.00×10^{-5} सैकण्ड के आवर्तकाल से सरल आवर्त गति कर रहा है। इसका अधिकतम वेग 1.00×10^{3} मी/सैकण्ड है। कण का अधिकतम विस्थापन है [AMU (Med.) 1999]

(a) 1.59 मिलीमीटर (b) 1.00 मीटर

(c) 10 मीटर (d) इनमें से कोई नही

11. सरल आवर्त गति में किसी कण की कला (t समय पर) दर्शाती है [AMU (Engg.) 1999]

(a) t समय पर केवल कण की स्थिति

(b) t समय पर केवल कण की गति की दिशा

(c) t समय पर कण की स्थिति और गति की दिशा दोनों

(d) t समय पर न तो कण की स्थिति और न गति की दिशा

12. एक कण नियत कोणीय वेग से किसी वृत्त की परिधि पर घूम रहा है। तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है [AMU (Engg.) 1999]

(a) कण की गति सरल आवर्त गति है

(b) किसी एक व्यास पर कण का प्रक्षेप सरल आवर्त गति दर्शाता है

(c) किसी भी व्यास पर कण का प्रक्षेप सरल आवर्त गति दर्शाता है

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

13. सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का आर्वतकाल T सैकण्ड एवं आयाम a मीटर है। माध्य स्थिति से $\frac{a}{\sqrt{2}}$ मीटर की दूरी पर स्थित बिन्दु तक पहुँचने में इसके द्वारा लिया गया न्यूनतम समय है [EAMCET (Med.) 2000]

(a) T (b) $T/4$

(c) $T/8$ (d) $T/16$

14. एक सरल आवर्त गति को समीकरणः $F(t) = 10\sin(20t + 0.5)$ के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है सरल आवर्त गति का आयाम है [DPMT 1998; CBSE PMT 2000; MH CET 2001]

(a) $a = 30$ (b) $a = 20$

(c) $a = 10$ (d) $a = 5$

15. निम्न समीकरणों में से कौन सा समीकरण सरल आवर्त गति को प्रदर्शित नही करता है [Kerala (Med.) 2002]

(a) $y = a\sin\omega t$ (b) $y = a\cos\omega t$

(c) $y = a\sin\omega t + b\cos\omega t$ (d) $y = a\tan\omega t$

16. एक कण की सरल आवर्त गति को निम्न विस्थापन फलन के द्वारा प्रदर्शित किया गया हैः $x(t) = A\cos(\omega t + \theta)$ यदि कण की प्रारंभिक $(t = 0)$ स्थिति 1 *cm* तथा इसका प्रांरभिक वेग π *cm/sec* हो तो इसका आयाम होगा $(\omega = \pi\, s^{-1})$ [AMU (Med.) 2002]

(a) 1 *cm* (b) $\sqrt{2}$ *cm*

(c) 2 *cm* (d) 2.5 *cm*

17. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण का आवर्तकाल T है। तो माध्य स्थिति से आयाम की आधी दूरी तक जाने में लगने वाला समय होगा [UPSEAT 2002]

(a) $T/2$ (b) $T/4$

(c) $T/8$ (d) $T/12$

18. y-अक्ष के अनुदिश सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण की गति को समीकरण $y = A\sin(\omega t) + B$ द्वारा दर्शाया गया है। सरल आवर्त गति का आयाम है [Orissa JEE 2003]

(a) A (b) B

(c) $A + B$ (d) $\sqrt{A + B}$

19. एक कण स. आ. गति में घूम रहा है जिसका आयाम 4 सेमी तथा आवर्तकाल $T = 4$ सैकण्ड है। इस कण को अधिकतम विस्थापन से आयाम की आधी दूरी तक आने में समय लगेगा [BHU 1995]

(a) 1 सैकण्ड (b) 1/3 सैकण्ड

(c) 2/3 सैकण्ड (d) $\sqrt{3/2}$ सैकण्ड

20. निम्न में से कौनसा सरल आवर्त गति का उदाहरण है [CBSE PMT 1994]

(a) दो सिरों पर तनी हुयी डोरी से तरंगों का गुजरना

(b) पृथ्वी का अपनी अक्ष के परितः घूर्णन

(c) दो दृढ़ ऊर्ध्वाधर दीवारों के मध्य गेंद का बार-बार परावर्तन

(d) नियत चाल से वृत्ताकार मार्ग पर चलता कण

21. एक पिण्ड वृत्तीय पथ पर एकसमान चाल से गति कर रहा है। इसकी गति होगी [CPMT 1978; CBSE PMT 2005]

(a) आवर्त एवं सरल आवर्त गति
(b) आवर्त किन्तु सरल आवर्त नहीं
(c) आवर्त गति
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

22. दो सरल आवर्त गतियों को समीकरणों $y_1 = 0.1\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ तथा $y_2 = 0.1\cos\pi t$ द्वारा निरूपित किया गया है। कण 2 के वेग के सापेक्ष कण 1 के वेग में कलान्तर है [AIEEE 2005]

(a) $\frac{-\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) $\frac{-\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

23. सरल आवर्त गति करते हुये दो कणों के समीकरण क्रमशः $y_1 = 10\sin\left(\omega t + \frac{\pi T}{4}\right)$ एवं $y_2 = 25\sin\left(\omega t + \frac{\sqrt{3}\pi T}{4}\right)$ है, इनके आयामों का अनुपात होगा [DCE 1996]

(a) 1 : 1 (b) 2 : 5
(c) 1 : 2 (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

24. सरल आवर्त गति करते हुये कण का आवर्तकाल 3*sec* है $t = 0$ समय के कितने समय पश्चात् कण का विस्थापन इसके आयाम का आधा होगा [BHU 1998]

(a) $\frac{1}{8}$ *sec* (b) $\frac{1}{6}$ *sec*
(c) $\frac{1}{4}$ *sec* (d) $\frac{1}{3}$ *sec*

25. सरल आवर्त गति करते निकाय में अनिवार्यतः होना चाहिये [KCET 1994]

(a) केवल जड़त्व
(b) जड़त्व तथा प्रत्यास्थता
(c) जड़त्व, प्रत्यास्थता तथा बाह्यबल
(d) केवल प्रत्यास्थता

26. यदि $x = a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ एवं $x' = a\cos\omega t$, तब इन तरंगों के बीच कलान्तर होगा [RPET 1996]

(a) $\pi/3$ (b) $\pi/6$
(c) $\pi/2$ (d) π

सरल आवर्त गति में वेग

1. एक सरल लोलक $x = 0$ के दोनों ओर सरल आवर्त गति कर रहा है जिसका आयाम A तथा दोलनकाल T है। $x = \frac{A}{2}$ पर लोलक की चाल होगी [MP PMT 1987]

(a) $\frac{\pi A\sqrt{3}}{T}$ (b) $\frac{\pi A}{T}$
(c) $\frac{\pi A\sqrt{3}}{2T}$ (d) $\frac{3\pi^2 A}{T}$

2. सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड की कोणीय आवृत्ति 2 रेडियन/सेकण्ड तथा आयाम 60 मिमी है। साम्यस्थिति से 20 मिमी विस्थापन पर पिण्ड का वेग होगा [Pb. CET 1996; Pb. PMT 1997; AFMC 1998; CPMT 1999]

(a) 40 मिमी/सैकण्ड (b) 60 मिमी/सैकण्ड
(c) 113 मिमी/सैकण्ड (d) 120 मिमी/सैकण्ड

3. 5 ग्राम का एक पिण्ड सरल आवर्त गति करता है तथा इसका आयाम 10 सेमी है, इसका अधिकतम वेग 100 सेमी/सैकण्ड है। इसका वेग 50 सेमी/सैकण्ड किस विस्थापन पर होगा [CPMT 1976]

(a) 5 (b) $5\sqrt{2}$
(c) $5\sqrt{3}$ (d) $10\sqrt{2}$

4. एक सरल आवर्त दोलित्र का दोलनकाल 0.01 सैकण्ड एवं आयाम 0.2 मीटर है। दोलन के मध्य में इसका वेग मीटर/सै में होगा [JIPMER 1997]

(a) 20π (b) 100
(c) 40π (d) 100π

5. सरल आवर्त गति करते कण का आवर्तकाल 6 सैकण्ड तथा आयाम 3 सेमी है। इसका अधिकतम वेग सेमी/सैकण्ड में होगा [AIIMS 1982]

(a) $\pi/2$ (b) π
(c) 2π (d) 3π

6. एक कण स. आ. गति कर रहा है। यदि इसका आयाम 2 मी तथा आवर्त-काल 2 सैकण्ड हो तो इस कण का अधिकतम वेग होगा [MP PMT 1985]

(a) π मी/सै (b) $\sqrt{2}\pi$ मी/सै
(c) 2π मी/सै (d) 4π मी/सै

7. एक सरल आवर्त गति करने वाले कण का आयाम a तथा आवर्तकाल T है। इसका अधिकतम वेग होगा [MP PMT 1985; CPMT 1997; UPSEAT 1999]

(a) $\frac{4a}{T}$ (b) $\frac{2a}{T}$
(c) $2\pi\sqrt{\frac{a}{T}}$ (d) $\frac{2\pi a}{T}$

8. एक पिण्ड सरल आवर्त गति कर रहा है, जब माध्य स्थिति से इसका विस्थापन $4\,cm$ व $5\,cm$ है एवं इसके वेग क्रमशः $10\,cm/\sec$ व $8\,cm/\sec$ है तो पिण्ड का आवर्तकाल है [CPMT 1991; MP PET 1995]

(a) 2π *sec* (b) $\pi/2$ *sec*
(c) π *sec* (d) $3\pi/2$ *sec*

9. एक कण की सरल आवर्त गति कर रहा है। इसकी गति का समीकरण $x = 5\sin\left(4t - \frac{\pi}{6}\right)$ है, जहाँ कण का विस्थापन x है। यदि कण का विस्थापन 3 इकाई हो तो इसका वेग होगा [MP PMT 1994]

(a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{5\pi}{6}$

(c) 20 (d) 16

10. यदि सरल लोलक की गति का आयाम 50 मिमी तथा आवर्तकाल 2 सैकण्ड हो तब इसका अधिकतम वेग होगा

[AIIMS 1998; MH CET 2000; DPMT 2000]

(a) 0.10 मी / सैकण्ड (b) 0.15 मी / सैकण्ड

(c) 0.8 मी / सैकण्ड (d) 0.16 मी / सैकण्ड

11. किसी कण की सरल आवर्त गति का समीकरण $y = 0.30\sin(220t + 0.64)$ मीटर है। तब कण की आवृति तथा अधिकतम वेग क्रमशः होंगे [AFMC 1998]

(a) 35 हर्ट्ज, 66 मी / सैकण्ड (b) 45 हर्ट्ज, 66 मी / सैकण्ड

(c) 58 हर्ट्ज, 113 मी / सैकण्ड (d) 35 हर्ट्ज, 132 मी / सैकण्ड

12. एक सरल आवर्त दोलक में घूम रही किसी वस्तु का अधिकतम वेग व अधिकतम त्वरण क्रमशः $2m/s$ और $4m/s^2$ हैं तो वस्तु का कोणीय वेग होगा [Pb. PMT 1998; MH CET 1999, 2003]

(a) 3 रेडियन/सैकण्ड (b) 0.5 रेडियन/सैकण्ड

(c) 1 रेडियन/सैकण्ड (d) 2 रेडियन /सैकण्ड

13. यदि सरल आवर्त गति में एक कण का आवर्तकाल $0.1\,sec$ तथा आयाम $2 \times 10^{-3} m$ हो तो कण की अधिकतम चाल है

[RPET 2000]

(a) $\frac{\pi}{25} m/s$ (b) $\frac{\pi}{26} m/s$

(c) $\frac{\pi}{30} m/s$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

14. सरल आवर्त गति में एक कण का आयाम 6 *cm* है। माध्य स्थिति से 2 *cm* की दूरी पर इसका त्वरण $8\,cm/s^2$ है। कण की अधिकतम चाल है [EAMCET (Engg.) 2000]

(a) 8 *cm/s* (b) 12 *cm/s*

(c) 16 *cm/s* (d) 24 *cm/s*

15. एक कण 4 *cm* आयाम के साथ सरल आवर्त गति कर रहा है। माध्य स्थिति पर कण का वेग 10 *cm/s* है। तो माध्य स्थिति से किस स्थिति पर कण का वेग 5 *cm/s* होगा [EAMCET (Med.) 2000]

(a) $\sqrt{3}\,cm$ (b) $\sqrt{5}\,cm$

(c) $2(\sqrt{3})cm$ (d) $2(\sqrt{5})cm$

16. दो कण *P* व *Q* एकसाथ मूल बिन्दु से *x*-अक्ष के अनुदिश सरल आवर्त गति प्रारम्भ करते हैं। इनके आयाम समान हैं, परन्तु आवर्तकाल क्रमशः 3 *sec* व 6 *sec* हैं, जब वे मिलते हैं उस समय *P* व *Q* के वेगों का अनुपात है [EAMCET 2001]

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1

(c) 2 : 3 (d) 3 : 2

17. सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का आयाम *A* तथा कोणीय वेग ω है। अधिकतम वेग तथा अधिकतम त्वरण का अनुपात है

[Kerala (Med.) 2002]

(a) ω (b) $1/\omega$

(c) ω (d) $A\omega$

18. सरल आवर्त गति में तीन वस्तुओं के कोणीय वेग $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ है, तथा इनके संगत आयाम क्रमशः A_1, A_2, A_3 यदि तीनों वस्तुओं के द्रव्यमान एवं वेग समान हैं, तब [BHU 2002]

(a) $A_1\omega_1 = A_2\omega_2 = A_3\omega_3$ (b) $A_1\omega_1^{\,2} = A_2\omega_2^{\,2} = A_3\omega_3^{\,2}$

(c) $A_1^{\,2}\omega_1 = A_2^{\,2}\omega_2 = A_3^{\,2}\omega_3$ (d) $A_1^{\,2}\omega_1^{\,2} = A_2^{\,2}\omega_2^{\,2} = A^2$

19. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण का माध्य स्थिति पर वेग

[MH CET 2002; BCECE 2004]

(a) अनन्त (b) शून्य

(c) न्यूनतम (d) अधिकतम

20. सरल आवर्त गति में, माध्य स्थिति से विस्थापन y पर कण का वेग है [BCECE 2003; RPMT 2003]

(a) $\omega\sqrt{a^2 + y^2}$ (b) $\omega\sqrt{a^2 - y^2}$

(c) ωy (d) $\omega^2\sqrt{a^2 - y^2}$

21. एक कण की गति समीकरण $x = A\cos(\omega t - \theta)$ है। कण का अधिकतम वेग है [BHU 2003; CPMT 2004]

(a) $A\omega\cos\theta$ (b) $A\omega$

(c) $A\omega\sin\theta$ (d) इनमें से कोई नही

22. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण का आयाम 0.1 *m* है। एक निश्चित क्षण पर, जबकि इसका विस्थापन 0.02 *m* है, इसका त्वरण 0.5 *m/s*है। कण का अधिकतम वेग (*m/s*) होगा [MP PET 2003]

(a) 0.01 (b) 0.05

(c) 0.5 (d) 0.25

23. SHM करते हुये कण का आयाम 4 *cm* है। माध्य स्थिति में इसका वेग 16 *cm/sec* है। माध्य स्थिति से कितनी दूरी पर कण का वेग $8\sqrt{3}cm/s$ होगा [Pb. PET 2003]

(a) $2\sqrt{3}cm$ (b) $\sqrt{3}cm$

(c) 1 *cm* (d) 2 *cm*

24. यदि एक सरल आवर्त गति का समीकरण $y = 3\sin\left(100\,t + \frac{\pi}{6}\right)$ है, तब कण की अधिकतम चाल होगी [BCECE 2005]

(a) 300 (b) $\frac{3\pi}{6}$

(c) 100 (d) $\frac{\pi}{6}$

25. एक कण के विस्थापन का समीकरण $x = 3\sin 2t + 4\cos 2t$ है। आयाम एवं अधिकतम वेग क्रमशः होंगे [RPMT 1998]

(a) 5, 10 (b) 3, 2

(c) 4, 2 (d) 3, 4

26. सरल आवर्त गति करते हुये एक कण का माध्य स्थिति में वेग v है। आयाम की आधी दूरी पर कण का वेग होगा [RPMT 2001]

(a) $4v$ (b) $2v$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}v$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{4}v$

27. एक सरल लोलक दोलित्र का तात्क्षणिक विस्थापन $x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ द्वारा दिया जाता है। किस समय पर इसकी चाल अधिकतम होगी [CPMT 2000]

(a) $\frac{\pi}{4\omega}$ (b) $\frac{\pi}{2\omega}$

(c) $\frac{\pi}{\omega}$ (d) $\frac{2\pi}{\omega}$

सरल आवर्त गति में त्वरण

1. सरल आवर्त गति के लिये निम्नलिखित मे कौनसा प्रतिबन्ध आवश्यक तथा पर्याप्त है [NCERT 1974]

(a) नियत आवर्तकाल

(b) नियत त्वरण

(c) त्वरण तथा सन्तुलन स्थिति से विस्थापन परस्पर अनुक्रमानुपाती

(d) प्रत्यानयन बल तथा सन्तुलन स्थिति से विस्थापन परस्पर व्युत्क्रमानुपाती

2. मान लो कि पृथ्वी के व्यास के अनुदिश एक सिरे से दूसरे सिरे तक एक सुरंग खोदी गई है। यदि सुरंग में एक कण गिरा दिया जाये तो वह [CPMT 1984]

(a) पृथ्वी के केन्द्र पर पहुँचकर स्थिर हो जायेगा

(b) दूसरे सिरे तक पहुँचकर स्थिर हो जायेगा

(c) केन्द्र के चारों ओर सरल आवर्ती गति करेगा

(d) पृथ्वी के दूसरे सिरे तक पहुँचकर वहा से स्पेस में पलायन करेगा

3. एक कण का स. आ. गति में त्वरण होता है [MP PMT 1993]

(a) हमेशा शून्य

(b) हमेशा स्थिर

(c) उच्चतम, चरम अवस्था में

(d) उच्चतम, सन्तुलित अवस्था में

4. स. आ. गति (S.H.M.) करने वाले एक कण का किसी क्षण विस्थापन समीकरण $y = a\sin\omega t$, द्वारा निरुपित होता है समय $t = T/4$ पर इस कण का त्वरण होगा (यहाँ पर T, कण का आवर्तकाल है) [MP PET 1984]

(a) $a\omega$ (b) $-a\omega$

(c) $a\omega^2$ (d) $-a\omega^2$

5. 60 हर्ट्ज आवृत्ति के साथ स. आ. गति करने वाले कण का आयाम 0.01 मी है इस कण का अधिकतम त्वरण होगा

[DPMT 1998; CBSE PMT 1999; AFMC 2001; Pb. PMT 2001; Pb. PET 2001, 02; CPMT 1993, 95, 04; RPMT 2005; MP PMT 2005]

(a) $144\pi^2$ मी/सै^{2} (b) 144 मी/सै^{2}

(c) $144/\pi^2$ मी/सै^{2} (d) $288\pi^2$ मी/सै^{2}

6. 0.10 किग्रा का एक छोटा पिण्ड स. आ. गति कर रहा है जिसका आयाम 1.0 मी. तथा आवर्तकाल 0.20 सैकण्ड है। इस पिण्ड पर लगने वाले अधिकतम बल का मान होगा

(a) 98.596 न्यूटन (b) 985.96 न्यूटन

(c) 100.2 न्यूटन (d) 76.23 न्यूटन

7. सरल आवर्त गति करती हुई एक वस्तु का अधिकतम त्वरण $= 24$ मीटर/सैकण्ड^2 और अधिकतम वेग $= 16$ मीटर प्रति सैकण्ड है। सरल आवर्त गति का आयाम होगा

[MP PMT 1995; DPMT 2002; RPET 2003; Pb. PET 2004]

(a) $\frac{32}{3}$ मीटर (b) $\frac{3}{32}$ मीटर

(c) $\frac{1024}{9}$ मीटर (d) $\frac{64}{9}$ मीटर

8. सरल आवर्त गति करते हुए कण के सम्बन्ध में निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य नहीं है

[MP PMT 1997; AIIMS 1999; Kerala PMT 2005]

(a) कण की संपूर्ण ऊर्जा सदैव अचर रहती है।

(b) प्रत्यानयन बल सदैव एक स्थिर बिन्दु की ओर दिष्ट रहता है।

(c) प्रत्यानयन बल का मान चरम स्थितियों पर अधिकतम होता है।

(d) कण के त्वरण का मान साम्य स्थिति पर अधिकतम होता है।

9. 10 ग्राम द्रव्यमान का एक कण 0.5 मीटर आयाम तथा $(\pi/5)$ सैकण्ड के दोलनकाल से सरल आवर्त गति कर रहा है। कण पर लगने वाले बल का अधिकतम मान है

[MP PET 1999; MP PMT 2000]

(a) 25 न्यूटन (b) 5 न्यूटन

(c) 2.5 न्यूटन (d) 0.5 न्यूटन

10. किसी दोलन करते हुये कण का विस्थापन समय (सैकण्ड में) के साथ समीकरण : $y(cm) = \sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{t}{2}+\frac{1}{3}\right)$ के अनुसार परिवर्तित होता है। कण का अधिकतम त्वरण (लगभग) होगा [AMU 1995]

(a) 5.21 सेमी/सैकण्ड^2 (b) 3.62 सेमी/सैकण्ड^2

(c) 1.81 सेमी/सैकण्ड^2 (d) 0.62 सेमी/सैकण्ड^2

11. एक कण $x-$अक्ष के अनुदिश सरल आवर्त गति कर रहा है तब इस पर कार्य करने वाला बल होगा [CBSE PMT 1994]

(a) $-A\,Kx$ (b) $A\cos(Kx)$

(c) $A\,exp\,(-Kx)$ (d) $A\,Kx$

(यहाँ A तथा k धनात्मक अचर हैं)

12. सरल आवर्त गति करने वाले एक पिण्ड का आयाम 0.06 m तथा आवृति 15 Hz है। पिण्ड का वेग एवं त्वरण है [AFMC 1999]

(a) $5.65\, m/s$ तथा $5.32 \times 10^2 m/s^2$

(b) $6.82\, m/s$ तथा $7.62 \times 10^2 m/s^2$

(c) $8.91\, m/s$ तथा $8.21 \times 10^2 m/s^2$

(d) $9.82\, m/s$ तथा $9.03 \times 10^2 m/s^2$

13. सरल आवर्त गति करते हुए किसी कण का कोणीय वेग एवं अधिकतम त्वरण क्रमशः 3.5 *rad/sec* एवं 7.5 *m/s* है। दोलनों का आयाम है [AIIMS 1999; Pb. PET 1999]

(a) 0.28 *m* (b) 0.36 *m*

(c) 0.53 *m* (d) 0.61 *m*

14. 0.10 *kg* का एक गुटका किसी क्षैतिज सतह के अनुदिश आगे-पीछे दोलन कर रहा है। मूल बिन्दु से इसका विस्थापन समीकरण $x = (10\, cm)\cos[(10\, rad/s)t + \pi/2\, rad]$ से प्रदर्शित होता है तो गुटके द्वारा अनुभव किया गया अधिकतम त्वरण क्या है [AMU (Engg.) 2000]

(a) $10\ m/s^2$ (b) $10\ \pi\, m/s^2$

(c) $\frac{10\pi}{2} m/s^2$ (d) $\frac{10\pi}{3} m/s^2$

15. सरल आवर्त गति में त्वरण [RPET 2001; BVP 2003]

(a) आयाम की स्थिति पर अधिकतम होता है

(b) साम्य स्थिति पर अधिकतम होता है

(c) नियत होता है

(d) उपरोक्त मे से कोई नहीं

16. सरल आवर्त गति करते हुए कण का आयाम 0.02 *metre* तथा उसकी आवृति 50 *Hz* है। कण का अधिकतम त्वरण होगा [MP PET 2001]

(a) $100\ m/s^2$ (b) $100\ \pi^2\ m/s^2$

(c) $100\ m/s^2$ (d) $200\ \pi^2\ m/s^2$

17. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण का माध्य स्थिति पर त्वरण है [MH CET 2002]

(a) अनन्त (b) परिवर्तनीय

(c) अधिकतम (d) शून्य

18. सरल आवर्त गति कर रहे कण के वेग एवं त्वरण के सम्बन्ध में निम्न में से कौनसा कथन सत्य है [CBSE PMT 2004]

(a) जब *v* अधिकतम होगा तो *a* भी अधिकतम होगा

(b) *v* का मान कुछ भी हो *a* का मान शून्य होगा

(c) जब *v* शून्य होगा तो *a* भी शून्य होगा

(d) जब *v* अधिकतम होगा तो *a* शून्य होगा

19. सरल आवर्त गति करते हुये कण के विस्थापन का समीकरण $y = 2\sin\left[\frac{\pi t}{2} + \phi\right]$ है, यहाँ *y cm* में है। कण का अधिकतम त्वरण होगा [DCE 2003]

(a) $\frac{\pi}{2} cm/s^2$ (b) $\frac{\pi^2}{2} cm/s^2$

(c) $\frac{\pi}{4} cm/s^2$ (d) $\frac{\pi}{4} cm/s^2$

20. रेखीय सरल आवर्त गति करते हुये कण का आयाम 2 *cm* है माध्य स्थिति से 1 *cm* दूरी पर कण का वेग उसके त्वरण के बराबर है कण का आवर्तकाल सैकण्ड में होगा [Kerala PET 2005]

(a) $\frac{1}{2\pi\sqrt{3}}$ (b) $2\pi\sqrt{3}$

(c) $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$

21. सरल आवर्त गति में किसी भी क्षण कण के त्वरण और विस्थापन का अनुपात किस की माप है [UPSEAT 2001]

(a) स्प्रिंग नियतांक (b) कोणीय आवृत्ति

(c) $(\text{कोणीय आवृत्ति})^2$ (d) प्रत्यानन बल

सरल आवर्त गति में ऊर्जा

1. सरल आवर्त गति करते हुये एक कण की कुल ऊर्जा अनुक्रमानुपाती होती है [CPMT 1974, 78; EAMCET 1994; RPET 1999; MP PMT 2001; Pb. PMT 2002; MH CET 2002]

(a) सन्तुलित अवस्था से विस्थापन के

(b) दोलन की आवृत्ति के

(c) सन्तुलन अवस्था में वेग के

(d) गति के आयाम के वर्ग के

2. एक कण एक सरल रेखा में *A* आयाम से सरल आवर्त गति कर रहा है। इसकी स्थितिज ऊर्जा किस विस्थापन पर अधिकतम होगी [CPMT 1982]

(a) $\pm A$ (b) शून्य

(c) $\pm\frac{A}{2}$ (d) $\pm\frac{A}{\sqrt{2}}$

3. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण का आयाम 4 सेमी है। सन्तुलन की स्थिति में कितने विस्थापन पर उसकी ऊर्जा, आधी गतिज एवं आधी स्थितिज होगी [NCERT 1984; MNR 1995; RPMT 1995; DCE 2000; UPSEAT 2000]

(a) 1 सेमी (b) $\sqrt{2}$ सेमी

(c) 3 सेमी (d) $2\sqrt{2}$ सेमी

4. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण की गतिज ऊर्जा समीकरण $K = K_0\cos^2\omega t$, द्वारा दी जाती है, स्थितिज ऊर्जा का अधिकतम मान है [CPMT 1981]

(a) K_0 (b) शून्य

(c) $\frac{K_0}{2}$ (d) प्राप्त नहीं किया जा सकता

5. किसी गतिमान कण की स्थितिज ऊर्जा $U(x)$ तथा विस्थापन x है। K कोई धनात्मक नियतांक है। कण की गति सरल आवर्त होगी, यदि [CPMT 1982]

(a) $U=-\frac{KX^2}{2}$ (b) $U=KX^2$

(c) $U=K$ (d) $U=KX$

6. a आयाम से सरल आवर्त गति करते हुये कण की गतिज एवं स्थितिज ऊर्जायें समान होती है, जबकि उसका मध्यमान स्थिति से विस्थापन है [MP PMT 1987; CPMT 1990; DPMT 1996; MH CET 1997, 99; AFMC 1999; CPMT 2000]

(a) $\frac{a}{2}$ (b) $a\sqrt{2}$

(c) $\frac{a}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

7. सरल आवर्त गति करते हुये कण की कुल ऊर्जा E है, तब आयाम से आधे विस्थापन पर इसकी गतिज ऊर्जा होगी [RPMT 1994, 96; CBSE PMT 1995; JIPMER 2002]

(a) $\frac{E}{2}$ (b) $\frac{E}{4}$

(c) $\frac{3E}{4}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{4}E$

8. सरल आवर्त गति करने वाले एक कण की उसके आयाम से आधी दूरी पर स्थितिज ऊर्जा 2.5 जूल है। इस कण की कुल ऊर्जा होगी [DPMT 2001]

(a) 18 जूल (b) 10 जूल

(c) 12 जूल (d) 2.5 जूल

9. किसी सरल लोलक का कोणीय वेग व आयाम क्रमशः ω व a है। यदि माध्य स्थिति से x दूरी पर इसकी गतिज ऊर्जा T व स्थितिज ऊर्जा V है तो T व V का अनुपात है [CBSE PMT 1991]

(a) $X^2\omega^2/(a^2-X^2\omega^2)$ (b) $X^2/(a^2-X^2)$

(c) $(a^2-X^2\omega^2)/X^2\omega^2$ (d) $(a^2-X^2)/X^2$

10. एक कण आयाम a की सरल आवर्त गति कर रहा है जब कण की स्थितिज ऊर्जा उसके दोलन के दौरान अधिकतम मान की एक चौथाई है, तब कण का साम्य स्थिति से विस्थापन होगा [CBSE PMT 1993; EAMCET (Engg.) 1995; MP PMT 1994, 2000; MP PET 1995, 96, 2002]

(a) $a/4$ (b) $a/3$

(c) $a/2$ (d) $2a/3$

11. एक 10 ग्राम द्रव्यमान का कण सीधी रेखा में स. आ. ग. (S.H.M.) करता है, उसका आवर्तकाल 2 सैकण्ड और आयाम 10 सेमी है, तो संतुलन स्थिति से 5 सेमी दूरी पर उसकी गतिज ऊर्जा का मूल्य बताइये [MP PMT 1996]

(a) $37.5\pi^2$ अर्ग (b) $3.75\pi^2$ अर्ग

(c) $375\pi^2$ अर्ग (d) $0.375\pi^2$ अर्ग

12. विस्थापन जब आयाम का आधा है तब स्थितिज ऊर्जा तथा कुल ऊर्जा का अनुपात होगा [CPMT 1999; JIPMER 2000; Kerala PET 2002]

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) 1 (d) $\frac{1}{8}$

13. सरल आवर्त गति करते हुये कण की माध्य स्थिति से x दूरी पर स्थितिज ऊर्जा होगी [Roorkee 1992; CPMT 1997; RPMT 1999]

(a) $\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ (b) $\frac{1}{2}m\omega^2a^2$

(c) $\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-x^2)$ (d) शून्य

14. एक द्रव्यमान ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग पर सरल आवर्त गति कर रहा है। इसका आवर्तकाल 2 सैकण्ड है। इस निकाय की किस राशि का सरल आवर्त गति हेतु आवर्तकाल 1 सैकण्ड होगा [SCRA 1998]

(a) वेग

(b) स्थितिज ऊर्जा

(c) त्वरण तथा विस्थापन के बीच का कलान्तर

(d) गतिज तथा स्थितिज ऊर्जा का अन्तर

15. सरल आवर्त गति में माध्य-स्थिति से किस दूरी पर कण की स्थितिज ऊर्जा उसकी कुल ऊर्जा की आधी होगी, जबकि उसका आयाम 6 *cm* है [RPET 2000]

(a) 3 *cm* (b) 4.2 *cm*

(c) 5.8 *cm* (d) 6 *cm*

16. $1kg$ द्रव्यमान की एक वस्तु सरल आवर्त गति कर रही है। t सैकण्ड पर इसका विस्थापन समीकरण $y=6\sin(100\,t+\pi/4)$ सेमी. से प्रदर्शित होता है। इसकी अधिकतम गतिज ऊर्जा है [EAMCET (Engg.) 2000]

(a) 6 *J* (b) 18 *J*

(c) 24 *J* (d) 36 *J*

17. एक कण f आवृत्ति से सरल आवर्त गति कर रहा है इसकी गतिज ऊर्जा किस आवृत्ति से स्थितिज ऊर्जा में बदलती है [MP PET 2000]

(a) $f/2$ (b) f

(c) $2f$ (d) $4f$

18. एक वस्तु जिसका द्रव्यमान m है, a आयाम से सरल आवर्त गति कर रही है। इस पर प्रत्यानन बल $F=-kx$ कार्यरत है। वस्तु की कुल ऊर्जा निर्भर करती है [CBSE PMT 2001]

(a) *K, x* (b) *K, a*

(c) *K, a, x* (d) *K, a, v*

19. सरल आवर्त गति करते हुए कण की कुल ऊर्जा 80 *J* है माध्य स्थिति से आयाम की $\frac{3}{4}$ दूरी पर इसकी स्थितिज ऊर्जा होगी [Kerala (Engg.) 2001]

(a) 60 *J* (b) 10 *J*

(c) 40 *J* (d) 45 *J*

20. एक सरल आवर्ती दोलित्र में माध्य स्थिति पर [AIEEE 2002]

(a) गतिज ऊर्जा न्यूनतम तथा स्थितिज ऊर्जा अधिकतम है

(b) गतिज एवं स्थितिज ऊर्जाएँ दोनों अधिकतम हैं

(c) गतिज ऊर्जा अधिकतम तथा स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम है

(d) स्थितिज ऊर्जा व गतिज ऊर्जा दोनों न्यूनतम हैं

21. सरल आवर्त गति करने वाले एक कण के लिए अधिकतम स्थितिज ऊर्जा की स्थिति एवं अधिकतम गतिज ऊर्जा की स्थिति के बीच विस्थापन है [CBSE PMT 2002]

(a) $-a$ (b) $+a$

(c) $\pm a$ (d) $\pm\frac{a}{4}$

22. K बल नियतांक वाली स्प्रिंग से जब M द्रव्यमान लटकाया जाता है तब स्प्रिंग में खिंचाव l है। यदि द्रव्यमान M आयाम l से दोलन करे तो स्प्रिंग में संचित अधिकतम स्थितिज ऊर्जा होगी [BHU 2002]

(a) $\frac{kl}{2}$ (b) $2kl$

(c) $\frac{1}{2}Mgl$ (d) Mgl

23. एक सरल आवर्त गति करते कण की स्थितिज ऊर्जा, जबकि कण अपने आयाम से आधी दूरी पर है, होगी ($E =$ कुल ऊर्जा) [CBSE PMT 2003]

(a) $\frac{1}{8}E$ (b) $\frac{1}{4}E$

(c) $\frac{1}{2}E$ (d) $\frac{2}{3}E$

24. एक वस्तु सरल आवर्त गति कर रही है। इसकी स्थितिज ऊर्जा (P.E.) गतिज ऊर्जा (K.E.) और कुल ऊर्जा (T.E.) विस्थापन x के फलन में मापी जा रही है। निम्न में से कौन सा कथन सत्य है [AIEEE 2003]

(a) $x = 0$ पर स्थितिज ऊर्जा अधिकतम है

(b) $x = 0$ पर गतिज ऊर्जा अधिकतम है

(c) $x = 0$ पर कुल ऊर्जा शून्य है

(d) x के अधिकतम मान के लिए गतिज ऊर्जा अधिकतम है

25. सरल आवर्त गति करते हुये किसी पिण्ड के लिए यदि $\langle E\rangle$ और $\langle U\rangle$ क्रमशः एक आवर्तकाल में औसत गतिज और औसत स्थितिज ऊर्जा दर्शाते हैं, तो सही सम्बन्ध होगा [MP PMT 2004]

(a) $\langle E\rangle = \langle U\rangle$ (b) $\langle E\rangle = 2\langle U\rangle$

(c) $\langle E\rangle = -2\langle U\rangle$ (d) $\langle E\rangle = -\langle U\rangle$

26. सरल आर्वत गति करते हुए किसी कण की कुल ऊर्जा (x= विस्थापन) है तो उस कण की कुल ऊर्जा होगी [AIEEE 2004]

(a) $\propto x$ (b) $\propto x^2$

(c) x से स्वतंत्र (d) $\propto x^{1/2}$

27. सरल आवर्त गति करते हुये कण की माध्य स्थिति में गतिज ऊर्जा $16 J$ है। यदि कण का द्रव्यमान 0.32 kg है तब कण की अधिकतम चाल होगी [MH CET 2004]

(a) $5 m/s$ (b) $15 m/s$

(c) $10 m/s$ (d) $20 m/s$

28. सरल आवर्त गति करते हुये कण की कुल ऊर्जा निर्भर करती है इसके

(1) आयाम पर (2) आवर्तकाल पर (3) विस्थापन पर

इन कथनों में [RPMT 2001; BCECE 2005]

(a) (1) एवं (2) सही हैं (b) (2) एवं (3) सही हैं

(c) (1) एवं (3) सही हैं (d) (1), (2) एवं (3) सही हैं

29. एक कण अपनी माध्य स्थिति से आवर्त गति प्रारम्भ करता है इसका आयाम a तथा कुल ऊर्जा E है किसी क्षण इसकी गतिज ऊर्जा $3E/4$ है। इस क्षण पर इसका विस्थापन होगा [Kerala PET 2005]

(a) $a/\sqrt{2}$ (b) $a/2$

(c) $\frac{a}{\sqrt{3/2}}$ (d) $a/\sqrt{3}$

30. एक कण 'f आवर्त से सरल आवर्त दोलन कर रहा है। इसकी गतिज ऊर्जा के दोलन की आवृत्ति होगी [IIT JEE 1973, 87; Manipal MEE 1995; MP PET 1997; DCE 1997; DCE 1999; UPSEAT 2000; RPET 2002; RPMT 2004; BHU 2005]

(a) $f/2$ (b) f

(c) $2f$ (d) $4f$

31. सरल आवर्त गति करते हुये कण के आवर्तकाल को नियत रखकर यदि इसके आयाम को तीन चौथाई कर दिया जाये तो इसकी कुल ऊर्जा होगी [RPMT 2004]

(a) $\frac{E}{2}$ (b) $\frac{3}{4}E$

(c) $\frac{9}{16}E$ (d) इसमें से कोई नहीं

32. एक कण जिसका द्रव्यमान m है एक आदर्श स्प्रिंग से ऊर्ध्वाधर लटक रहा है। स्प्रिंग का बल नियतांक k है। यदि कण को ऊर्ध्वाधर दोलित किया जाये तो इसकी कुल ऊर्जा [CPMT 1978; RPET 1999]

(a) अधिकतम विस्थापन की स्थिति में अधिकतम होगी

(b) मध्यमान स्थिति में अधिकतम होगी

(c) मध्यमान स्थिति में न्यूनतम होगी

(d) हर जगह समान होगी

33. एक कमरे में एक वस्तु 5 मीटर की दूरी पर स्थित दो दीवारों के लम्बवत् 20 मी/सैकण्ड के वेग से चल रही है। घर्षण नहीं है और दीवार से संघट्ट प्रत्यास्थ हैं। वस्तु की गति [MP PMT 1999]

(a) आवर्ती नहीं है

(b) आवर्ती है किन्तु सरल आवर्ती नहीं है

(c) आवर्ती है और सरल आवर्ती है

(d) परिवर्ती आवर्तकाल के साथ आवर्ती है

34. सरल आवर्त गति करते हुए कण की x विस्थापन पर स्थितिज ऊर्जा E_1, y विस्थापन पर इसकी स्थितिज ऊर्जा E_2 एवं $(x+y)$ विस्थापन पर इसकी स्थितिज ऊर्जा E है। तब [EAMCET 2001]

(a) $\sqrt{E} = \sqrt{E_1} - \sqrt{E_2}$ (b) $\sqrt{E} = \sqrt{E_1} + \sqrt{E_2}$

(c) $E = E_1 + E_2$ (d) $E = E_1 + E_2$

आवर्तकाल एवं आवृत्ति

1. कोई कण इस प्रकार गति करता है कि उसका त्वरण समीकरण $a = -bx$ द्वारा प्रदर्शित किया जाता है, जिसमें x सन्तुलन स्थिति से विस्थापन तथा b कोई नियतांक है। दोलनकाल होगा [NCERT 1984; CPMT 1991; MP PMT 1994; MNR 1995; UPSEAT 2000]

(a) $2\pi\sqrt{b}$ (b) $\frac{2\pi}{\sqrt{b}}$

(c) $\frac{2\pi}{b}$ (d) $2\sqrt{\frac{\pi}{b}}$

2. किसी कण की गति का समीकरण $\frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0$ है, जहाँ k बल नियतांक है, तो गति का आवर्तकाल होगा [AIEEE 2005]

(a) $\frac{2\pi}{K}$ (b) $2\pi K$

(c) $\frac{2\pi}{\sqrt{K}}$ (d) $2\pi\sqrt{K}$

3. पृथ्वी के आर-पार एक सुरंग खोदी गई है। इस सुरंग में एक गेंद गिराई जाती है। गेंद का सुरंग के दूसरे छोर पर पहुँचने का समय होगा

(a) 84.6 मिनट (b) 42.3 मिनट

(c) 1 दिन (d) दूसरे सिरे पर पहुँचेगी ही नहीं

4. स. आ. गति (S.H.M.) करने वाले एक कण का अधिकतम वेग 1 मी/सै तथा अधिकतम त्वरण 1.57 मी/सै^{2} है। इस कण का आवर्तकाल होगा [DPMT 2002]

(a) $1/1.57$ सैकण्ड (b) 1.57 सैकण्ड

(c) 2 सैकण्ड (d) 4 सैकण्ड

5. सरल आवर्त गति करने वाले कण की गति समीकरण $x = 0.01 \sin 100\pi(t + 0.05)$ द्वारा प्रदर्शित होती है, यहाँ पर x मीटर में तथा t सैकण्ड में है। इस कण का आवर्तकाल होगा [CPMT 1990]

(a) 0.01 सैकण्ड (b) 0.02 सैकण्ड

(c) 0.1 सैकण्ड (d) 0.2 सैकण्ड

6. एक कण सरल आवर्त गति कर रहा है। मध्यमान स्थिति में इसकी गतिज ऊर्जा $16 J$ है। यदि कण का द्रव्यमान $5.12 kg$ तथा कण के कम्पन का आयाम 25 सेमी हो, तो कम्पन का आवर्तकाल होगा [Haryana CEE 1996; AFMC 1998]

(a) $\frac{\pi}{5}$ सैकण्ड (b) 2π सैकण्ड

(c) 20π सैकण्ड (d) 5π सैकण्ड

7. मध्यमान स्थिति से 3 सेमी दूरी पर सरल आवर्त गति करते एक कण का त्वरण 12 सेमी/सैकण्ड^2 है। इसका आवर्तकाल है [MP PET 1996; MP PMT 1997]

(a) 0.5 सैकण्ड (b) 1.0 सैकण्ड

(c) 2.0 सैकण्ड (d) 3.14 सैकण्ड

8. किसी दोलित्र की आवृत्ति को दोगुना करने हेतु [CPMT 1999]

(a) द्रव्यमान दो गुना करना पड़ेगा

(b) द्रव्यमान आधा करना पड़ेगा

(c) द्रव्यमान चार गुना करना पड़ेगा

(d) द्रव्यमान एक चौथाई करना पड़ेगा

9. सरल आवर्त गति में क्या नियत रहता है [UPSEAT 1999]

(a) प्रत्यानन बल (b) गतिज ऊर्जा

(c) स्थितिज ऊर्जा (d) आवर्तकाल

10. सरल आवर्त गति करने वाले दोलित्र का किसी क्षण पर विस्थापन 0.02 मीटर तथा त्वरण 2 मी/सैकण्ड^2 है, तब दोलित्र की कोणीय आवृत्ति होगी [CBSE PMT 1992; RPMT 1996]

(a) 10 रेडियन/सैकण्ड (b) 0.1 रेडियन/सैकण्ड

(c) 100 रेडियन/सैकण्ड (d) 1 रेडियन/सैकण्ड

11. एक सरल आवर्त गति का समीकरण $X = 0.34 \cos(300t + 0.74)$ है। जहाँ X तथा t क्रमशः mm तथा sec में है। गति की आवृति है [Kerala (Engg.) 2002]

(a) 3000 (b) $3000/2\pi$

(c) $0.74/2\pi$ (d) $3000/\pi$

12. असत्य कथन है [MP PMT 2003]

(a) प्रत्येक सरल आवर्त गति, आवर्ती होती है

(b) सभी आवर्ती गतियाँ, सरल आवर्त गतियाँ होती हैं

(c) सरल आवर्त गति में कुल ऊर्जा, आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है

(d) सरल आवर्त गति में कला नियतांक (Phase constant) का मान प्रारम्भिक प्रतिबन्धों पर निर्भर करता है

13. एक कण की सरल आवर्त गति को विस्थापन समीकरण $x(t) = A\cos(\omega t + \theta)$ द्वारा व्यक्त किया जाता है। यदि कण की प्रारम्भिक ($t = 0$) स्थिति 1 cm है एवं प्रारम्भिक वेग π cm/s है तब आयाम क्या होगा ? कण की कोणीय आवृत्ति πs^{-1} है [DPMT 2004]

(a) 1 cm (b) $\sqrt{2}$ cm

(c) 2 cm (d) 2.5 cm

14. एक कण 4 cm लम्बी रेखा पर सरल आवर्त गति कर रहा है जब यह रेखा के मध्य बिन्दु से गुजरता है इसका वेग 12 cm/s है कण का आवर्तकाल होगा [Pb. PET 2000]

(a) 2.047 s (b) 1.047 s

(c) 3.047 s (d) 0.047 s

15. सरल आवर्त गति करते हुये कण का विस्थापन x (मीटर में) समय t (सैकण्ड में) के साथ निम्न प्रकार व्यक्त है

$$x = 0.01 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

गति की आवृत्ति होगी [UPSEAT 2004]

(a) 0.5 Hz (b) 1.0 Hz

(c) $\frac{\pi}{2} Hz$ (d) π Hz

16. सरल आवर्त गति करते हुये कण का आयाम a तथा आवर्तकाल T है। इसका समीकरण $y = 5\sin\pi(t+4)m$ है। मीटर में कण का आयाम (a) तथा सैकण्ड में कण का आवर्तकाल (T) होगा [Pb. PET 2004]

(a) $a = 10, T = 2$ (b) $a = 5, T = 1$
(c) $a = 10, T = 1$ (d) $a = 5, T = 2$

17. 5 *cm* आयाम की सरल आवर्त गति करते एक कण की महत्तम चाल 31.4 *cm/s* है। इसके कम्पन की आवृत्ति है [CBSE PMT 2005]

(a) 3 *Hz* (b) 2 *Hz*
(c) 4 *Hz* (d) 1 *Hz*

18. एक सरल आवर्त गति करते हुऐ कण का विस्थापन x (मीटर में) समय t (सैकण्ड में) के साथ समीकरण $x = 0.05\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ द्वारा सम्बन्धित है। गति की आवृत्ति है [MP PMT/PET 1998]

(a) 0.5 *Hz* (b) 1.0 *Hz*
(c) 1.5 *Hz* (d) 2.0 *Hz*

सरल लोलक

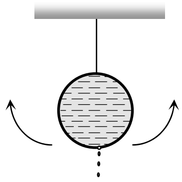
1. सरल लोलक का आवर्तकाल दुगना हो जायेगा जबकि [CPMT 1974; MNR 1980; AFMC 1995; Pb. PET/PMT 2002]

(a) इसकी लम्बाई दुगनी कर दी जायें
(b) गोलक का द्रव्यमान दुगना कर दिया जाये
(c) लम्बाई चार गुनी कर दी जाये
(d) लम्बाई तथा गोलक का द्रव्यमान दोनों दुगने कर दिये जायें

2. अचर लम्बाई के सरल लोलक का पृथ्वी की सतह पर आवर्तकाल T है। इसका आवर्तकाल खदान के भीतर होगा [CPMT 1973; DPMT 2001]

(a) T से ज्यादा (b) T से कम
(c) T के तुल्य (d) तुलना नहीं की जा सकती

3. एक सरल लोलक ऐसे गोलक का बना है जो पारे से भरा हुआ एक खोखला गोला है और तार से लटकाया गया है। यदि थोड़ा-सा पारा गोले के बाहर निकाल दिया जाये, तो लोलक का आवर्तकाल [NCERT 1972; BHU 1979]



(a) अपरिवर्तित रहेगा
(b) बढ़ जायेगा
(c) घट जायेगा
(d) अनियमित हो जायेगा

4. स्थिर गाड़ी की छत से लटके हुये लोलक का आवर्तकाल T है। जब गाड़ी एक समान त्वरण a से त्वरित होती है, तब आवर्तकाल [NCERT 1980; CPMT 1997]

(a) बढ़ जायेगा (b) घट जायेगा
(c) अप्रभावित रहेगा (d) अनन्त हो जायेगा

5. किसी ग्रह का द्रव्यमान एवं व्यास पृथ्वी का दुगना है, तब इस ग्रह पर सैकण्डी लोलक का दोलनकाल होगा (यदि लोलक पृथ्वी पर सैकण्डी लोलक है) [IIT 1973; DCE 2002]

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ सैकण्ड (b) $2\sqrt{2}$ सैकण्ड
(c) 2 सैकण्ड (d) $\frac{1}{2}$ सैकण्ड

6. एक सरल लोलक को ट्रोली में रखा जाता है जोकि a त्वरण से एक क्षैतिज सतह पर दायीं ओर गतिमान है तो मध्य स्थिति में लोलक का धागा ऊर्ध्वाधर से कोण बनाता है [CPMT 1983]

(a) $\tan^{-1}\frac{a}{g}$ आगे की दिशा में
(b) $\tan^{-1}\frac{a}{g}$ पीछे की दिशा में
(c) $\tan^{-1}\frac{g}{a}$ पीछे की दिशा में
(d) $\tan^{-1}\frac{g}{a}$ आगे की दिशा में

7. निम्न में से कौनसा कथन असत्य है ? सरल लोलक के उदाहरण में अल्प विस्थापन के लिये दोलनकाल [NCERT 1982]

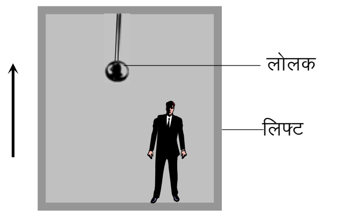
(a) लोलक की लम्बाई के वर्गमूल के अनुक्रमानुपाती है
(b) गुरुत्वीय त्वरण के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती है
(c) लोलक के द्रव्यमान आकार व पदार्थ पर निर्भर करता है
(d) आयाम पर अनिर्भर है

8. एक सैकण्ड लोलक का आवर्तकाल 2 सैकण्ड है। गोलाकार गोलक का द्रव्यमान 50 ग्राम है और वह भीतर से रिक्त है। इस गोलक के स्थान पर यदि दूसरा ठोस गोलक जिसकी त्रिज्या उतनी ही है परन्तु द्रव्यमान 100 ग्राम है, लिया जाये, तो नया आवर्तकाल [NCERT 1972]

(a) 4 सैकण्ड होगा (b) 1 सैकण्ड होगा
(c) 2 सैकण्ड होगा (d) 8 सैकण्ड होगा

9. एक मनुष्य एक स्थिर लिफ्ट के भीतर एक सरल लोलक का काल मापता है तथा T सैकण्ड प्राप्त करता है। यदि लिफ्ट ऊपर की ओर $\frac{g}{4}$ त्वरण के साथ त्वरित होता है, तो लोलक का काल होगा [NCERT 1990; BHU 2001]

(a) T
(b) $\frac{T}{4}$
(c) $\frac{2T}{\sqrt{5}}$
(d) $2T\sqrt{5}$



10. एक सरल लोलक एक ट्रॉली की छत से लटका हुआ है। ट्रॉली क्षैतिज दिशा में 'a' त्वरण से गति कर रही है। सरल लोलक का आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ में g' होगा [BHU 1997]

(a) g (b) $g - a$
(c) $g + a$ (d) $\sqrt{g^2 + a^2}$

11. एक सैकण्डी लोलक को कृत्रिम उपग्रह की प्रयोगशाला में लटकाया गया है। यह उपग्रह पृथ्वी तल से $3R$ की ऊँचाई पर उड़ रहा है। यहाँ पर R पृथ्वी की त्रिज्या है। इस लोलक का आवर्तकाल होगा [CPMT 1989; RPMT 1995]

(a) शून्य (b) $2\sqrt{3}$ सैकण्ड
(c) 4 सैकण्ड (d) अनन्त

12. m द्रव्यमान तथा सम्पूर्ण ऊर्जा E वाला एक सरल लोलक का अधिकतम रेखीय संवेग होगा [MP PMT 1986]

(a) $\sqrt{\frac{2E}{m}}$ (b) $\sqrt{2mE}$

(c) $2mE$ (d) mE^2

13. पृथ्वी की सतह पर सैकेण्डी लोलक की लम्बाई $1 m$ है। चन्द्रमा के तल पर सैकेण्डी लोलक की लम्बाई, जहाँ g का मान पृथ्वी से $\frac{1}{6}$ गुना है, होगी [CPMT 1971]

(a) $1/6\ m$ (b) $6\ m$

(c) $1/36\ m$ (d) $36\ m$

14. यदि सैकेण्डी लोलक की लम्बाई 2% घटा दी जाये तो प्रतिदिन सैकण्डों की हानि है [CPMT 1992]

(a) 3927 *sec* (b) 3727 *sec*

(c) 3427 *sec* (d) 864 sec

15. एक स्थिर लिफ्ट में सरल लोलक का आवर्तकाल T है। यदि लिफ्ट $5g$ त्वरण से ऊपर की ओर गति करने लगे तो इसका आवर्तकाल [MNR 1979]

(a) वही रहेगा (b) $\frac{3}{5}$ गुना बढ़ जायेगा

(c) $\frac{2}{3}$ गुना कम हो जायेगा (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

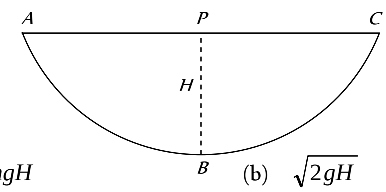
16. सरल लोलक की लम्बाई में 1% की वृद्धि कर देने पर उसके आवर्तकाल में [MP PET 1994; RPET 2001]

(a) 1% की वृद्धि होगी (b) 0.5% की वृद्धि होगी

(c) 0.5% की कमी होगी (d) 2% की वृद्धि होगी

17. 'm' द्रव्यमान के गोलक वाला एक सरल लोलक A से C तक दोलन करता है और फिर A पर वापस लौट आता है। PB की दूरी 'H' है गुरुत्व के कारण त्वरण 'g' है जब गोलक B से गुजरता है, तब उसका वेग होगा

[CBSE PMT 1995; DPMT 1995; Pb. PMT 1996]



(a) mgH (b) $\sqrt{2gH}$

(c) $2gH$ (d) शून्य

18. निम्न कथनों में से सही कथन है [Manipal MEE 1995]

(a) लोलक के गोले का द्रव्यमान अधिक होने पर इसके दोलन की आवृत्ति कम हो जाती है

(b) एक सरल लोलक के गोले का द्रव्यमान M है, कोणीय आयाम 40° से झूल रहा है। जब कोणीय आयाम 20° होगा, तो धागे का तनाव $Mg\cos 20°$ से कम होगा

(c) यदि सरल लोलक की लम्बाई बढ़ा दी जाये, तो इसके दोलन के दौरान इसका अधिकतम वेग घट जाता है

(d) ताप बदलने पर सरल लोलक के आवर्तकाल में आंशिक परिवर्तन, लोलक की लम्बाई से स्वतन्त्र होता है

19. एक लोलक जिसकी लम्बाई l है, के गोलक को पकड़कर θ कोण से विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है। लोलक का मध्यमान स्थिति में वेग v है, तब v का मान है [Haryana CEE 1996]

(a) $\sqrt{2gl(1-\sin\theta)}$ (b) $\sqrt{2gl(1+\cos\theta)}$

(c) $\sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$ (d) $\sqrt{2gl(1+\sin\theta)}$

20. दोलन करता हुआ एक सरल लोलक आधार सहित मुक्त रूप से नीचे गिर रहा है, तो

(a) आवर्तकाल कम हो जायेगा (b) आवर्तकाल बढ़ जायेगा

(c) दोलन ही नहीं करेगा (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

21. अपनी निम्नतम स्थिति पर एक लोलक के गुटके की चाल 3 मी/सैकण्ड है। लोलक की लम्बाई 0.5 मी है। जब यह लम्बाई ऊर्ध्व से 60° का कोण बनाती है तब गुटके की चाल होगी (यदि $g = 10$ मी/सैकण्ड²) [MP PET 1996]

(a) 3 मी/सैकण्ड (b) $\frac{1}{3}$ मी/सैकण्ड

(c) $\frac{1}{2}$ मी/सैकण्ड (d) 2 मी/सैकण्ड

22. एक सरल लोलक का आवर्तकाल $2\sec$ है यदि इसकी लम्बाई बढ़ाकर 4 गुना कर दी जाये तो उसका आवर्तकाल हो जायेगा

[CBSE PMT 1999; DPMT 1999]

(a) 16 *sec* (b) 12 *sec*

(c) 8 *sec* (d) 4 *sec*

23. यदि सरल लोलक का धातु का बना गोलक, लकड़ी के गोलक से बदल दिया जाए तब इसका आवर्तकाल [AIIMS 1998, 99]

(a) बढ़ेगा (b) घटेगा

(c) अपरिवर्तित रहेगा (d) पहले बढ़ेगा फिर घटेगा

24. सरल लोलक में दोलनकाल (T) पेण्डुलम की लम्बाई (l) से निम्न प्रकार सम्बन्धित होता है [EAMCET (Med.) 1995]

(a) $\frac{l}{T} =$ नियतांक (b) $\frac{l^2}{T} =$ नियतांक

(c) $\frac{l}{T^2} =$ नियतांक (d) $\frac{l^2}{T^2} =$ नियतांक

25. किसी सरल लोलक का आवर्तकाल T है। यदि इसे ऐसे ग्रह पर ले जाएँ जहाँ गुरुत्वीय त्वरण पृथ्वी का आधा तथा द्रव्यमान पृथ्वी का 9 गुना हो तब उस ग्रह पर आवर्तकाल होगा

[CMEET Bihar 1995]

(a) $\sqrt{T}$ (b) T

(c) $T^{1/3}$ (d) $\sqrt{2}$ T

26. एक सरल लोलक का आवर्तकाल T है। यदि लोलक की लम्बाई 21% बढ़ा दी जाये तो इसका आवर्तकाल कितने प्रतिशत बढ़ जायेगा [BHU 1994, 96; Pb. PMT 1995; AFMC 2001; AIIMS 2001; AIEEE 2003]

(a) 10% (b) 21%

(c) 30% (d) 50%

27. यदि सरल लोलक की लम्बाई 300% बढ़ा दी जाए तो आवर्तकाल बढ़ जायेगा [RPMT 1999]

(a) 100% (b) 200%

(c) 300% (d) 400%

28. सैकण्डी लोलक की लम्बाई है [RPET 2000]

(a) 99.8 *cm* (b) 99 *cm*

(c) 100 *cm* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

29. नियत त्वरण g से नीचे उतरती लिफ्ट में सरल लोलक का आवर्तकाल है [DCE 1998; MP PMT 2001]

(a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$

(c) शून्य (d) अनन्त

30. एक चिम्पांजी किसी झूले पर बैठा हुआ झूल रहा है। यह अचानक झूले पर खड़ा हो जाता है तब आवर्तकाल

[KCET (Engg./Med.) 2000; AIEEE 2002; DPMT 2004]

(a) अनन्त हो जाएगा (b) नियत रहेगा

(c) बढ़ेगा (d) घटेगा

31. किसी स्थान पर गुरुत्वीय त्वरण $\pi^2 m/sec^2$ हो तो तब 1 मी. लम्बाई वाले सरल लोलक का आवर्तकाल होगा [JIPMER 2002]

(a) $\frac{2}{\pi} sec$ (b) $2\pi\, sec$

(c) $2\, sec$ (d) $\pi\, sec$

32. एक प्लेट आवर्तकाल T से दोलन कर रही है। अचानक एक अन्य प्लेट प्रथम प्लेट पर रख दी जाती है। इसका आवर्तकाल

[AIEEE 2002]

(a) घटेगा (b) बढ़ेगा

(c) नियत रहेगा (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

33. l लम्बाई के एक सरल लोलक में पीतल का गोलक (Bob) लगा है और उसका आवर्तकाल T है। यदि इसके स्थान पर उतना ही बड़ा स्टील का गोलक (Bob) जिसका घनत्व पीतल से x गुना है, लगाया जाये और लोलक की लम्बाई बदल दी जाये, जिससे उसका आवर्तकाल $2T$ हो जाये, तो नई लम्बाई होगी

[MP PMT 2002]

(a) $2\,l$ (b) $4\,l$

(c) $4\,l\,x$ (d) $\frac{4l}{x}$

34. एक सैकण्ड लोलक में गोलक का द्रव्यमान 30 ग्राम है यदि इसे 90 ग्राम के गोलक से बदल दिया जाये तो आवर्तकाल हो जायेगा

[Orissa PMT 2001]

(a) 1 *sec* (b) 2 *sec*

(c) 4 *sec* (d) 3 *sec*

35. एक सरल लोलक को यदि पृथ्वी से चन्द्रमा की सतह पर ले जाकर दोलन कराया जाये तो इसका दोलन काल [J & K CET 2004]

(a) बढ़ेगा (b) घटेगा

(c) अपरिवर्तित रहेगा (d) अनंत हो जायेगा

36. एक सरल लोलक किसी लिफ्ट की छत से टंगा है। जब लिफ्ट स्थिर है, इसका दोलन काल T है। जब लिफ्ट मुक्त रूप से गिरती है तो सरल लोलक का दोलन काल हो जायेगा [DCE 2002]

(a) शून्य (b) T

(c) $1/T$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

37. एक स्थिर वैन (गाड़ी) की छत से लटके हुये सरल लोलक का दोलन काल T है। यदि वैन नियत वेग से आगे बढ़े तो सरल लोलक का दोलनकाल हो जायेगा [RPMT 2003]

(a) T से कम (b) $2T$

(c) T से अधिक (d) अपरिवर्तित रहेगा

38. यदि सरल लोलक की लम्बाई 44% से बढ़ा दी जाये तो इसके दोलनकाल में कितने प्रतिशत का परिवर्तन आयेगा

[MH CET 2004; UPSEAT 2005]

(a) 22% (b) 20%

(c) 33% (d) 44%

39. "एक सरल लोलक सरल आवर्त गति कर रहा है" इसको प्रदर्शित करने के लिए यह मानना आवश्यक है। कि [CPMT 2001]

(a) लोलक की लम्बाई कम है (b) लोलक का द्रव्यमान कम है

(c) दोलन का आयाम कम है (d) गुरुत्वीय त्वरण कम है

40. झूले की गति के दौरान इसकी ऊँचाई 0.1 मीटर से 2.5 मीटर तक बदलती है। झूले पर झूल रहे लड़के का न्यूनतम वेग होगा

[CPMT 1997]

(a) 5.4 मी / सैकण्ड (b) 4.95 मी / सैकण्ड

(c) 3.14 मी / सैकण्ड (d) शून्य

41. एक दोलन करने वाले सरल लोलक का आयाम 10 सेमी तथा आवर्तकाल 4 सैकण्ड है। अपनी साम्य अवस्था से गुजरने के पश्चात 1 सैकण्ड के बाद इसकी चाल होगी

(a) शून्य (b) 0.57 मी / सै

(c) 0.212 मी / सै (d) 0.32 मी / सै

42. एक सरल लोलक में लम्बाई l की डोरी से द्रव्यमान m का पिण्ड लटका कर एक ऊर्ध्वाधर चाप में दोलन कराया जाता है। चाप का कोणीय विस्थापन θ है। दोलन चाप के एक सिरे पर m द्रव्यमान की ही एक गेंद विरामावस्था में है। इससे टकराने पर लोलक के पिण्ड द्वारा गेंद को स्थान्तरित संवेग है [NCERT 1977]

(a) शून्य (b) $m\theta\sqrt{\frac{g}{l}}$

(c) $\frac{m\theta}{l}\sqrt{\frac{l}{g}}$ (d) $\frac{m}{l}2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

43. एक सरल लोलक को किसी कार की छत से लटकाया गया है यदि कार एकसमान दर से त्वरित हो रही हो तो सरल लोलक की आवृत्ति **[Pb. PMT 2000]**

(a) बढ़ेगी (b) घटेगी

(c) अनन्त हो जाएगी (d) नियत रहेगी

44. 1 मी लम्बे तथा 2 सेमी आयाम वाले सरल लोलक का आवर्तकाल 5 सैकण्ड है। यदि इसका आयाम 4 सेमी कर दिया जाये तब आवर्तकाल होगा (सैकण्ड में) **[MP PMT 1985]**

(a) 2.5 (b) 5

(c) 10 (d) $5\sqrt{2}$

45. दो सरल लोलकों की आवृत्तियों का अनुपात 2 : 3 है, तो इनकी लम्बाईयों का अनुपात होगा **[DCE 2005]**

(a) $\sqrt{2/3}$ (b) $\sqrt{3/2}$

(c) $4/9$ (d) $9/4$

46. दो सरल लोलक एकसाथ दोलन प्रारम्भ करते हैं। यदि इनकी दोलन आवृत्तियों का अनुपात 7 : 8 है तब इनकी लम्बाईयों का अनुपात होगा **[J & K CET 2005]**

(a) 7 : 8 (b) 8 : 7

(c) 49 : 64 (d) 64 : 49

47. एक स्थिर लिफ्ट की छत से लटके हुये सरल लोलक का दोलनकाल T है। जब लिफ्ट नियत वेग से नीचे की ओर गति करें तो सरल लोलक का दोलनकाल T हो जाता है, तब **[Orissa JEE 2005]**

(a) T_2 अनंत (b) $T_2 > T_1$

(c) $T_2 < T_1$ (d) $T_2 = T_1$

48. यदि एक सरल लोलक की लम्बाई 9 गुना एवं इसके गोलक का द्रव्यमान 4 गुना कर दें तो इसका दोलनकाल हो जायेगा (T = प्रारम्भिक दोलनकाल) **[BHU 2005]**

(a) $3T$ (b) $3/2T$

(c) $4T$ (d) $2T$

49. एक सरल लोलक को विषुवत रेखा पर ले जाने पर इसका दोलनकाल **[Kerala (PET/PMT) 2005]**

(a) घट जायेगा (b) बढ़ जायेगा

(c) अपरिवर्तित रहेगा (d) पहले घटेगा फिर बढ़ेगा

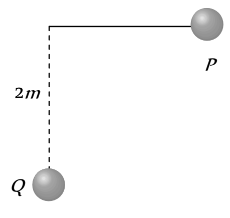
50. जब एक सरल लोलक को चित्र में दिखाये अनुसार P से छोड़ा जाता है। तो Q तक पहुँचने पर यह वायु घर्षण के कारण कुल ऊर्जा का 10% भाग खो देता है। Q पर इसका वेग होगा **[DCE 1998]**

(a) 6 *m/sec*

(b) 1 *m/sec*

(c) 2 *m/sec*

(d) 8 *m/sec*



51. एक स्थिर लिफ्ट की छत से टंगे हुये सरल लोलक का दोलनकाल T है। यदि परिणामी त्वरण $g/4$ हो जाता है, तो सरल लोलक का दोलनकाल होगा **[DCE 2004]**

(a) 0.8 T (b) 0.25 T

(c) 2 T (d) 4 T

52. एक स्थिर लिफ्ट के अंदर किसी सरल लोलक का दोलनकाल T प्राप्त होता है। यदि लिफ्ट ऊपर की ओर $g/3$ त्वरण से बढ़े तो सरल लोलक का दोलनकाल हो जायेगा **[RPMT 2000; DPMT 2000, 03]**

(a) $\frac{T}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{T}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}T$ (d) $\sqrt{3}\,T$

53. एक सरल लोलक का दोलनकाल दोगुना हो जायेगा यदि इसकी लम्बाई **[MH CET 2003]**

(a) दो गुना घटा दी जाये (b) चार गुना घटा दी जाये

(c) दो गुना बढ़ा दी जाये (d) चार गुना बढ़ा दी जाये

54. एक सरल लोलक की लम्बाई l है और इसका अधिकतम कोणीय विस्थापन θ है इसकी अधिकतम गतिज ऊर्जा होगी **[RPMT 1995; BHU 2003]**

(a) $mgl\sin\theta$ (b) $mgl(1+\sin\theta)$

(c) $mgl(1+\cos\theta)$ (d) $mgl(1-\cos\theta)$

55. सरल लोलक का वेग अधिकतम होगा **[RPMT 2004]**

(a) आयाम की स्थितियों पर (b) आयाम के आधे विस्थापन पर

(c) माध्य स्थिति पर (d) सभी जगह

56. एक सरल लोलक निर्वात् युक्त प्रकोष्ठ (chamber) में दोलन करेगा **[Pb. PMT 2004]**

(a) बढ़ते हुये आयाम से (b) नियत आयाम से

(c) घटते हुये आयाम से (d) पहले (c) फिर (a)

57. L लम्बाई के सरल लोलक का $\frac{g}{3}$ त्वरण से नीचे जाती हुयी लिफ्ट में दोलन काल होगा **[CPMT 2000]**

(a) $2\pi\sqrt{\frac{3L}{g}}$ (b) $\pi\sqrt{\left(\frac{3L}{g}\right)}$

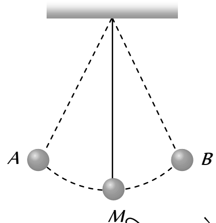
(c) $2\pi\sqrt{\left(\frac{3L}{2g}\right)}$ (d) $2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$

58. यदि पृथ्वी के व्यास के अनुदिश खोदी गई सुरंग में एक वस्तु गिराई जाये तो इसकी सरल आवर्त गति का दोलन काल होगा **[CPMT 1999]**

(a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_e}{g}}$ (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2R_e}{g}}$

(c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_e}{2g}}$ (d) $T = 2$ सैकण्ड

59. यदि एक सरल लोलक दोलन करते हुये 10*cm* की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई प्राप्त करता है। तो माध्य स्थिति पर इसका वेग होगा ($g = 9.8\ m/s$) [BHU 2000]



(a) 2.2 *m/s*
(b) 1.8 *m/s*
(c) 1.4 *m/s*
(d) 0.6 *m/s*

60. एक सरल लोलक का दोलनकाल T यदि इसके गोलक को ऋणावेश दिया जाये एवं इसके नीचे की सतह को धनावेश दिया जाये तो इसका नया दोलनकाल [AFMC 2004]

(a) T से कम होगा (b) T से अधिक होगा
(c) T के तुल्य होगा (d) अनन्त होगा

61. यदि एक सरल लोलक को पृथ्वी की सतह से किसी गहरी खदान में ले जाये तो इसका दोलनकाल [AFMC 2005]

(a) बढ़ेगा (b) घटेगा
(c) पहले बढ़ेगा फिर घटेगा (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

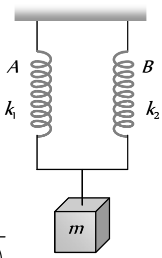
स्प्रिंग लोलक

1. बराबर द्रव्यमान के दो पिण्ड M तथा N दो द्रव्यमानहीन स्प्रिंगों से अलग-अलग लटके हैं। स्प्रिंगों के बल नियतांक क्रमशः k_1 तथा k_2 है। यदि दोनों पिण्ड ऊर्ध्वाधर तल में इस प्रकार कम्पन करते हैं कि इनके अधिकतम वेग बराबर हैं, तब M के कम्पन के आयाम का N के साथ अनुपात है

[IIT-JEE 1988; MP PET 1997, 2001; MP PMT 1997; BHU 1998; Pb. PMT 1998; MH CET 2000, 03; AIEEE 2003]

(a) $\frac{k_1}{k_2}$ (b) $\sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$
(c) $\frac{k_2}{k_1}$ (d) $\sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$

2. एक द्रव्यमान m, समान लम्बाई की दो स्प्रिंगों से लटका हुआ है। स्प्रिंगों के बल नियतांक क्रमशः k_1 एवं k_2 हैं। जब पिण्ड को ऊर्ध्वाधर दिशा में दोलन कराया जाता है, तो उसका आवर्तकाल होगा [MP PMT 2001]



(a) $2\pi\sqrt{\left(\frac{m}{k_1 k_2}\right)}$ (b) $2\pi\sqrt{m\left(\frac{k_1}{k_2}\right)}$
(c) $2\pi\sqrt{\left(\frac{m}{k_1 - k_2}\right)}$ (d) $2\pi\sqrt{\left(\frac{m}{k_1 + k_2}\right)}$

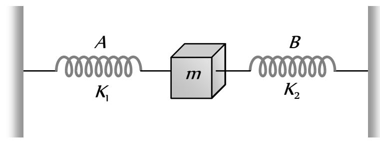
3. एक स्प्रिंग से कोई द्रव्यमान m लटकाकर दोलन कराने पर आवर्तकाल T है। स्प्रिंग को अब दो बराबर भागों में विभक्त कर किसी एक भाग से वही द्रव्यमान लटकाने पर आवर्तकाल होगा [MP PET 1995]

(a) $\frac{T}{2}$ (b) $\frac{T}{\sqrt{2}}$
(c) $\sqrt{2}T$ (d) $2T$

4. दो द्रव्यमान जिनके मान m_1 एवं m_2 हैं, एक ही स्प्रिंग से जिसका स्प्रिंग नियतांक k है, लटके हैं। जब दोनों द्रव्यमान सन्तुलन में है तब m_1 द्रव्यमान को सावधानीपूर्वक हटा लिया जाता है, तब m_2 की कोणीय आवृत्ति होगी

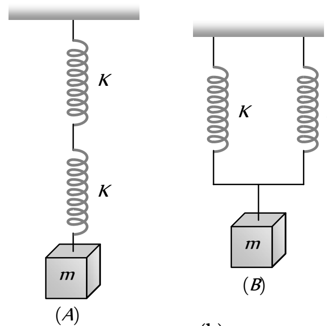
(a) $\sqrt{\frac{k}{m_1}}$ (b) $\sqrt{\frac{k}{m_2}}$
(c) $\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$ (d) $\sqrt{\frac{k}{m_1 m_2}}$

5. नीचे दिये चित्र में यदि m द्रव्यमान के पिण्ड को विस्थापित कर दें तो इसकी आवृत्ति होगी [BHU 1994; Pb. PET 2001]



(a) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{k_1 - k_2}{m}\right)}$ (b) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{m}\right)}$
(c) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{m}{k_1 + k_2}\right)}$ (d) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{m}{k_1 - k_2}\right)}$

6. समान स्प्रिंग नियतांक k वाली दो स्प्रिंगों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है तथा बाद में समान्तर क्रम में जोड़ते हैं। यदि इनसे m द्रव्यमान का पिण्ड लटका है तो उनकी ऊर्ध्वाधर दोलनों की आवृत्तियों का अनुपात होगा [MP PET 1993; BHU 1997]



(a) 2 : 1 (b) 1 : 1
(c) 1 : 2 (d) 4 : 1

7. एक m द्रव्यमान की वस्तु श्रेणीक्रम में जुडी हुई k_1 एवं k_2 बल नियतांक की स्प्रिंगों से लटकी हुई है। वस्तु का दोलनकाल होगा

[CBSE PMT 1990; Pb. PET 2002]

(a) $T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{m}{K_1 + K_2}\right)}$ (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{(K_1 + K_2)}{m}}$

(c) $T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{m(K_1 + K_2)}{K_1 K_2}\right)}$ (d) $T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{mK_1 K_2}{K_1 + K_2}\right)}$

8. जब एक स्प्रिंग पर 0.50 किग्रा का भार लटकाया जाता है तब उसमें विस्थापन 0.20 मीटर का हो जाता है। यदि इस स्प्रिंग पर 0.25 किग्रा का भार लटकाया जाये तो इसके दोलनों की आवृत्ति होगी $(g = 10$ मी/सै$^2)$

(a) 0.328 सैकण्ड (b) 0.628 सैकण्ड

(c) 0.137 सैकण्ड (d) 1.00 सैकण्ड

9. किसी नगण्य द्रव्यमान की स्प्रिंग से M द्रव्यमान लटकाया जाता है। स्प्रिंग को थोड़ा खींचकर छोड़ दिया जाता है ताकि द्रव्यमान M दोलनकाल T से सरल आवर्ती दोलन करने लगता है। यदि द्रव्यमान को m से बढ़ा दिया जाये तो दोलनकाल $\frac{5}{4}T$ हो जाता है, तो $\frac{m}{M}$ का अनुपात है [CPMT 1991]

(a) 9/16 (b) 25/16

(c) 4/5 (d) 5/4

10. स्प्रिंग नियतांक K की एक स्प्रिंग पर m द्रव्यमान लटकाया गया है। अब स्प्रिंग को दो बराबर भागों में काटकर किसी एक पर वही द्रव्यमान लटकाया जाता है, तो नया स्प्रिंग नियतांक होगा

[NCERT 1990; KCET 1999; Kerala PMT 2004; BCECE 2004]

(a) $K/2$ (b) K

(c) $2K$ (d) K^2

11. k बल नियतांक के एक भारहीन स्प्रिंग पर m द्रव्यमान टाँगने पर यह n आवृत्ति से दोलन करता है। अब स्प्रिंग को दो समान भागों में काट दिया जाता है एवं इससे $2m$ द्रव्यमान टाँग दिया जाता है, तो अब दोलन की आवृत्ति होगी [CPMT 1988]

(a) n (b) $2n$

(c) $n/\sqrt{2}$ (d) $n(2)^{1/2}$

12. एक हल्की स्प्रिंग से M द्रव्यमान लटकाया जाता है। m द्रव्यमान और लटकाने पर इसमें दूरी 'x' की अतिरिक्त वृद्धि हो जाती है। अब संयुक्त द्रव्यमान का इस स्प्रिंग पर दोलनकाल होगा

[CPMT 1989, 1998; UPSEAT 2000]

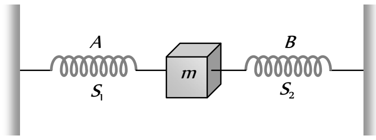
(a) $T = 2\pi\sqrt{(mg/x(M+m))}$

(b) $T = 2\pi\sqrt{((M+m)x/mg)}$

(c) $T = (\pi/2)\sqrt{(mg/x(M+m))}$

(d) $T = 2\pi\sqrt{((M+m)/mgx)}$

13. चित्र में S_1 व S_2 दो सर्वसम स्प्रिंगें हैं। द्रव्यमान m की दोलन आवृत्ति f है। यदि एक स्प्रिंग को हटा दिया जाये तो आवृत्ति हो जायेगी [CPMT 1971]



(a) f (b) $f \times 2$

(c) $f \times \sqrt{2}$ (d) $f/\sqrt{2}$

14. किसी तार से लटके हुए हल्के स्प्रिंग में 1 किग्रा भार से 9.8 सेमी की उर्ध्वाधर वृद्धि होती है। दोलनकाल होगा

[CPMT 1981; MP PMT 2003]

(a) 20π sec (b) 2π sec

(c) $2\pi/10$ sec (d) 200π sec

15. 200 ग्राम द्रव्यमान का एक कण सरल आवर्त गति कर रहा है। 80 न्यूटन/मीटर बल नियतांक की स्प्रिंग द्वारा प्रत्यानन बल दिया जाता है। दोलनों का आवर्तकाल है [MP PET 1994]

(a) 0.31 सैकण्ड (b) 0.15 सैकण्ड

(c) 0.05 सैकण्ड (d) 0.02 सैकण्ड

16. l लम्बाई की एक स्प्रिंग का बल-स्थिरांक k है। जब इस पर भार W लटकाया जाता है तो इसकी लम्बाई में वृद्धि x होती है। यदि स्प्रिंग को दो बराबर टुकड़ों में काटकर तथा उन्हें समान्तर क्रम में रखकर उन पर वही भार W लटकाया जाये तो अब वृद्धि होगी

[MP PMT 1994]

(a) $2x$ (b) x

(c) $\frac{x}{2}$ (d) $\frac{x}{4}$

17. एक क्षैतिज घर्षण रहित मेज पर एक ब्लॉक रखा है। इस ब्लॉक का द्रव्यमान m है और दोनों ओर स्प्रिंग लगी हैं जिनके बल स्थिरांक k_1 और k_2 है। यदि इस ब्लॉक को थोडा विस्थापित करके छोड़ दिया जाये तो दोलन की कोणीय आवृत्ति होगी

[MP PMT 1994]

(a) $\left(\frac{K_1 + K_2}{m}\right)^{1/2}$ (b) $\left[\frac{K_1 K_2}{m(K_1 + K_2)}\right]^{1/2}$

(c) $\left[\frac{K_1 K_2}{(K_1 - K_2)m}\right]^{1/2}$ (d) $\left[\frac{K_1^2 + K_2^2}{(K_1 + K_2)m}\right]^{1/2}$

18. k बल नियतांक की एक एकसमान स्प्रिंग को $1:2$ के दो भागों में बाँटा गया है, तो छोटे व बड़े भाग के बल नियतांकों का अनुपात है [Manipal MEE 1995]

(a) 1 : 3 (b) 1 : 2

(c) 2 : 3 (d) 2 : 1

19. एक $m = 100$ ग्राम संहति वाले पिण्ड को एक हल्की स्प्रिंग के एक सिरे से जोड़ दिया जाता है। स्प्रिंग एक घर्षणहीन क्षैतिज टेबिल पर दोलन करती है। दोलनों का आयाम 0.16 मीटर और आवर्तकाल 2 सैकण्ड है। प्रारम्भ में $t = 0$ सैकण्ड पर जबकि

विस्थापन $x = -0.16$ मीटर है, पिण्ड को छोड़ा जाता है, तो पिण्ड के विस्थापन का किसी समय (t) पर सूत्र होगा [MP PMT 1995]

(a) $x = 0.16\cos(\pi t)$ (b) $x = -0.16\cos(\pi t)$

(c) $x = 0.16\sin(\pi t + \pi)$ (d) $x = -0.16\sin(\pi t + \pi)$

20. स्प्रिंग नियतांक k की स्प्रिंग से जुडा m द्रव्यमान का एक गुटका चिकनी क्षैतिज मेज पर दोलन कर रहा है। स्प्रिंग का दूसरा सिरा दीवार से जुड़ा है। स्प्रिंग की प्राकृतिक लम्बाई पर गुटके की चाल v है। तात्क्षणिक विराम में आने के पूर्व यदि गुटका साम्य स्थिति से x दूरी तक चलता है, तो [MP PET 1996]

(a) $x = \sqrt{m/k}$ (b) $x = \frac{1}{v}\sqrt{m/k}$

(c) $x = v\sqrt{m/k}$ (d) $x = \sqrt{mv/k}$

21. दो स्प्रिंगों के बल नियतांक K_1 तथा K_2 हैं। उन्हें क्रमशः F_1 तथा F_2 बलों से इस प्रकार खींचा जाता है कि उनकी प्रत्यास्थ ऊर्जा बराबर हो, तो $F_1 : F_2$ है [MP PET 2002]

(a) $K_1 : K_2$ (b) $K_2 : K_1$

(c) $\sqrt{K_1} : \sqrt{K_2}$ (d) $K_1^2 : K_2^2$

22. एक नगण्य द्रव्यमान की स्प्रिंग से m द्रव्यमान को ऊर्ध्वतः लटकाया गया है, यह निकाय n आवृत्ति से दोलन करता है। निकाय की आवृत्ति क्या होगी यदि उसी स्प्रिंग से $4m$ द्रव्यमान लटका दिया जाए [CBSE PMT 1998]

(a) $n/4$ (b) $4n$

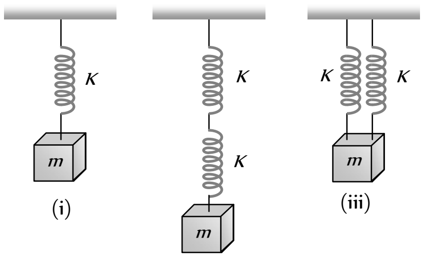
(c) $n/2$ (d) $2n$

23. किसी स्प्रिंग से लटके m द्रव्यमान का आवर्तकाल 2 सैकण्ड है तब $4m$ द्रव्यमान का आवर्तकाल होगा [AIIMS 1998]

(a) 1 सैकण्ड (b) 2 सैकण्ड

(c) 3 सैकण्ड (d) 4 सैकण्ड

24. पाँच एक समान स्प्रिंगों के निम्न तीन संयोजन चित्र में उपयोग किया गया हैं। संयोजन (i) (ii) तथा (iii) में ऊर्ध्वाधर दोलनों के आवर्तकाल का अनुपात होगा [AMU 1995]

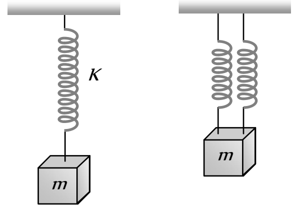


(i) (ii) (iii)

(a) $1 : \sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $2 : \sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}} : 2 : 1$ (d) $2 : \frac{1}{\sqrt{2}} : 1$

25. m द्रव्यमान का पिण्ड, k बल नियतांक वाली स्प्रिंग पर आवर्तकाल T के दोलन करता है। यदि स्प्रिंग के दो बराबर भाग करके उन्हें समान्तर में चित्रानुसार जोड़कर उसी द्रव्यमान को फिर से दोलन कराए जाएँ तब आवर्तकाल होगा [CPMT 1995; RPET 1997; RPMT 2003]



(a) $2T$

(b) T

(c) $\frac{T}{\sqrt{2}}$

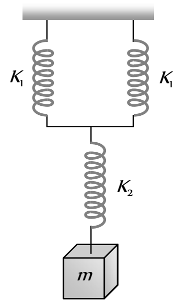
(d) $\frac{T}{2}$

26. स्प्रिंग वाली घड़ी को चन्द्रमा की सतह पर ले जाने से यह [AFMC 1993]

(a) तेज चलेगी (b) धीमी चलेगी

(c) कार्य नहीं करेगी (d) कोई परिवर्तन नहीं दिखाती

27. चित्र में प्रदर्शित स्प्रिंगों से बने निकाय का परिणामी बल नियतांक होगा [RPET 1996; Kerala (Med./ Engg.) 2005]



(a) $\frac{K_1}{2} + K_2$

(b) $\left[\frac{1}{2K_1} + \frac{1}{K_2}\right]^{-1}$

(c) $\frac{1}{2K_1} + \frac{1}{K_2}$

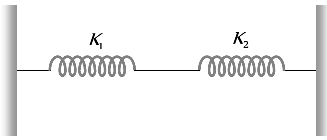
(d) $\left[\frac{2}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right]^{-1}$

28. दो एक जैसी स्प्रिंगें A व B हैं। इनके बल नियतांक K_A व K_B इस प्रकार हैं कि $K_A > K_B$ इन्हें समान लम्बाई से खींचने के लिये आवश्यक कार्य होगा [RPMT 1999]

(a) स्प्रिंग A में अधिक (b) स्प्रिंग B में अधिक

(c) दोनो में समान (d) कुछ नहीं कहा जा सकता

29. चित्र में दिखाये गये द्वि-स्प्रिंग निकाय का प्रभावी स्प्रिंग नियतांक होगा [RPMT 1999]



(a) $K_1 + K_2$ (b) $K_1K_2 / K_1 + K_2$

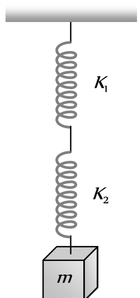
(c) $K_1 - K_2$ (d) $K_1K_2 / K_1 - K_2$

30. किसी स्प्रिंग से लटका हुआ m द्रव्यमान 2 *sec* में एक दोलन पूर्ण करता है यदि द्रव्यमान में 2 *kg* की वृद्धि कर दी जाये तो आवर्तकाल में 1 *sec* की वृद्धि हो जाती है। द्रव्यमान m है [CBSE PMT 2000; AIIMS2000; MP PET 2000; DPMT 2001; Pb. PMT 2003]

(a) 1.6 *kg* (b) 3.9 *kg*

(c) 9.6 *kg* (d) 12.6 *kg*

31. चित्रानुसार एक द्रव्यमान M दो स्प्रिंगों A तथा B से चित्रानुसार लटकाया गया है। स्प्रिंगों के बल नियतांक क्रमशः K_1 तथा K_2 हैं। दोनों स्प्रिंगों की लम्बाई में कुल वृद्धि है [MP PMT 2000; RPET 2001]



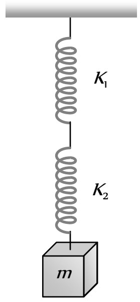
(a) $\frac{Mg}{K_1 + K_2}$

(b) $\frac{Mg\,(K_1+K_2)}{K_1K_2}$

(c) $\frac{Mg\,K_1K_2}{K_1+K_2}$

(d) $\frac{K_1+K_2}{K_1K_2Mg}$

32. चित्र में दिखायी गई स्प्रिंगों के दोलन की आवृत्ति होगी [AIIMS 2001; Pb. PET 2002]



(a) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$

(b) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(K_1+K_2)m}{K_1K_2}}$

(c) $2\pi\sqrt{\frac{K}{m}}$

(d) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_1K_2}{m(K_1+K_2)}}$

33. एक स्प्रिंग तुला की स्केल 0 से 10 *kg* तक मापन करती है तथा इसकी लम्बाई 0.25 *m* है। स्प्रिंग तुला से लटकी हुई एक वस्तु $\frac{\pi}{10}$ *sec* के आवर्तकाल से ऊर्ध्वाधर दोलन करती है। लटकी हुई वस्तु का द्रव्यमान होगा, (स्प्रिंग का द्रव्यमान नगण्य है) [Kerala (Engg.) 2001]

(a) 10 *kg* (b) 0.98 *kg*
(c) 5 *kg* (d) 20 *kg*

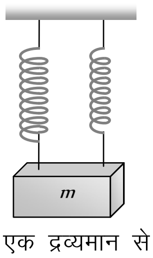
34. एक स्प्रिंग का आवर्तकाल *T* है। यदि इसे *n* समान भागों में तोड़ दिया जाये तो प्रत्येक भाग का आवर्तकाल होगा [AIEEE 2002]

(a) $T\sqrt{n}$ (b) $T/\sqrt{n}$
(c) nT (d) T

35. *K* बल नियतांक वाली एक स्प्रिंग का एक-चौथाई भाग काट कर अलग कर दिया जाता है। शेष स्प्रिंग का बल नियतांक होगा [MP PET 2002]

(a) $\frac{3}{4}K$ (b) $\frac{4}{3}K$
(c) K (d) $4\ K$

36. एक द्रव्यमान *m* को K_1 व K_2 बल नियतांक वाली दो स्प्रिंगों से अलग-अलग लटकाने पर इनकी सरल आवर्त गतियों के आवर्तकाल क्रमशः t_1 व t_2 हैं। यदि उसी द्रव्यमान *m* को चित्रानुसार दोनों स्प्रिंगों से लटकाया जाये तो इसकी सरल आवर्त गति के आवर्तकाल *t* के लिए सही सम्बन्ध है [CBSE PMT 2002]



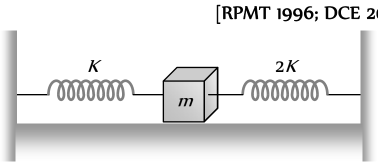
(a) $t = t_1 + t_2$

(b) $t = \frac{t_1.t_2}{t_1+t_2}$

(c) $t^2 = {t_1}^2 + {t_2}^2$

(d) $t^{-2} = {t_1}^{-2} + {t_2}^{-2}$

37. *K* और 2*K* बल नियतांक की दो स्प्रिंगें एक द्रव्यमान से चित्रानुसार जुड़ी हैं। द्रव्यमान के दोलनों की आवृत्ति है [RPMT 1996; DCE 2000; AIIMS 2003]



(a) $(1/2\pi)\sqrt{(K/m)}$ (b) $(1/2\pi)\sqrt{(2K/m)}$

(c) $(1/2\pi)\sqrt{(3K/m)}$ (d) $(1/2\pi)\sqrt{(m/K)}$

38. k_1 और k_2 स्प्रिंग नियतांक वाली दो स्प्रिंगों को श्रेणीक्रम में जोड़ने पर संयोजन का तुल्य स्प्रिंग नियतांक होगा [CBSE PMT 2004]

(a) $\sqrt{k_1k_2}$ (b) $(k_1+k_2)/2$

(c) k_1+k_2 (d) $k_1k_2/(k_1+k_2)$

39. किसी कमानी के एक सिरे पर कोई कण आवर्तकाल t_1 से सरल आवर्त गति करता है, जबकि अन्य कमानी के लिये तदनुरूपी आवर्तकाल t_2 है। यदि दोनों कमानियों के श्रेणी संयोजन का आवर्तकाल *T* है, तो [AIEEE 2004]

(a) $T = t_1 + t_2$ (b) $T^2 = t_1^2 + t_2^2$

(c) $T^{-1} = t_1^{-1} + t_2^{-1}$ (d) $T^{-2} = t_1^{-2} + t_2^{-2}$

40. *k*, 2*k*, 4*k* and 8*k*.... स्प्रिंग नियतांक वाली अनन्त स्प्रिंगों को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। संयोजन का प्रभावी स्प्रिंग नियतांक होगा

(a) 2*K* (b) *k*
(c) *k*/2 (d) 2048

41. एक स्प्रिंग दोलक की आवृत्ति दोगुनी करने के लिए हमें [CPMT 2004; MP PMT 2005]

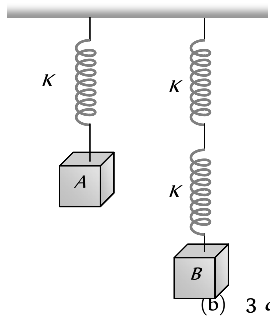
(a) द्रव्यमान को एक चौथाई करना होगा

(b) द्रव्यमान को चार गुना करना होगा

(c) द्रव्यमान को दोगुना करना होगा

(d) द्रव्यमान को आधा करना होगा

42. निम्न चित्र में प्रदर्शित दोनों स्प्रिंग एक समान हैं, यदि $A = 4kg$ स्प्रिंग की लम्बाई में वृद्धि 1 *cm* है। यदि $B = 6kg$ है तो इसके द्वारा लम्बाई में वृद्धि होगी [Pb. PET 2002]



(a) 4 *cm* (b) 3 *cm*
(c) 2 *cm* (d) 1 *cm*

43. जब एक 1 *kg* द्रव्यमान की वस्तु किसी निश्चित हल्की स्प्रिंग से उर्ध्वतः लटकाई जाती है, तो इसकी लम्बाई 5 *cm* बढ़ जाती है यदि स्प्रिंग से 2 *kg* का गुटका लटकाकर इसे 10 *cm* तक खींच कर छोड़ दिया जाये तो इसका अधिकतम वेग (*m/s*) में होगा (गुरुत्वीय त्वरण $= 10\,m/s^2$) [EAMCET 2003]

(a) 0.5 (b) 1
(c) 2 (d) 4

44. दो स्प्रिंग जिनके बल नियतांक $K_1 = 1500\ N/m$ तथा $K_2 = 3000\ N/m$ है, समान बल से खींची जाती है। तो स्प्रिंगों में संचित स्थितिज ऊर्जाओं का अनुपात होगा [RPET 2001]

(a) 2 : 1 (b) 1 : 2
(c) 4 : 1 (d) 1 : 4

45. किसी स्प्रिंग से भार लटकाने पर इसकी लम्बाई में वृद्धि x है यदि स्प्रिंग में उत्पन्न तनाव T एवं इसका बल नियतांक K हो तो स्प्रिंग में संचित ऊर्जा है [AFMC 2000]

(a) $\frac{T^2}{2x}$ (b) $\frac{T^2}{2K}$
(c) $\frac{2K}{T^2}$ (d) $\frac{2T^2}{K}$

46. एक भार रहित स्प्रिंग जिसकी लम्बाई 60 cm तथा बल नियंताक 100 N/m है, किसी चिकनी मेज पर मुक्त अवस्था में सीधी रखी है। इसके दोनों सिरे दृढ़तापूर्वक बँधे हैं। 0.25 kg द्रव्यमान को स्प्रिंग के मध्य में जोड़कर लम्बाई के अनुदिश थोड़ा सा विस्थापित किया जाता है, तो द्रव्यमान का दोलनकाल है [MP PET 2003]

(a) $\frac{\pi}{20}s$ (b) $\frac{\pi}{10}s$
(c) $\frac{\pi}{5}s$ (d) $\frac{\pi}{\sqrt{200}}s$

47. एक स्प्रिंग से लटकाये गये किसी कण का आवर्तकाल T है। यदि स्प्रिंग को चार बराबर भागों में काटकर उसी द्रव्यमान को किसी एक भाग से लटका दें तो नया आवर्तकाल होगा

[MP PMT 2002; CBSE PMT 2003]

(a) T (b) $\frac{T}{2}$
(c) 2 T (d) $\frac{T}{4}$

48. एक द्रव्यमान M एक नगण्य द्रव्यमान की स्प्रिंग से लटक रहा है। स्प्रिंग को थोड़ा सा खींच कर छोड़ने पर द्रव्यमान आवर्तकाल T से दोलन करने लगता है यदि द्रव्यमान में वृद्धि m कर दी जाये तो आवर्तकाल $\frac{5T}{3}$ हो जाता है। तो $\frac{m}{M}$ का मान है [AIEEE 2003]

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{3}{5}$
(c) $\frac{25}{9}$ (d) $\frac{16}{9}$

49. एक हल्की, उर्ध्वाधर लटकी स्प्रिंग के निचले सिरे से जुड़ा हुआ कण कम्पन कर रहा है। कण का अधिकतम वेग 15 मी/सै है तथा दोलनकाल 628 मिली सैकण्ड है। गति का आयाम (सेमी में)

[EAMCET 2003]

(a) 3.0 (b) 2.0
(c) 1.5 (d) 1.0

50. जब m द्रव्यमान को किसी स्प्रिंग से जोड़ा जाता है तो इसकी लम्बाई में 0.2 मीटर की वृद्धि हो जाती है। m द्रव्यमान को थोड़ा सा अतिरिक्त खींच कर छोड़ देने पर इसका आवर्तकाल होगा

[MH CET 2001]

(a) $\frac{1}{7}$ सैकण्ड (b) 1 सैकण्ड
(c) $\frac{2\pi}{7}$ सैकण्ड (d) $\frac{2}{3\pi}$ सैकण्ड

51. यदि 0.98 kg द्रव्यमान की एक वस्तु 4.84 N/m, बल-नियतांक वाली स्प्रिंग पर दोलन करती हो तो वस्तु की कोणीय आवृत्ति है

[CBSE PMT 2001]

(a) 1.22 rad/s (b) 2.22 rad/s
(c) 3.22 rad/s (d) 4.22 rad/s

52. एक द्रव्यमान m एक K बल नियतांक तथा l लम्बाई वाली स्प्रिंग से लटकाया गया है। इस द्रव्यमान की दोलन आवृत्ति f_1 है। यदि स्प्रिंग को दो बराबर भागों में काटकार उसी द्रव्यमान को एक भाग से लटका दिया जाये, तो अब नयी आवृत्ति f_2 है। निम्न में से कौनसा सम्बन्ध सत्य है

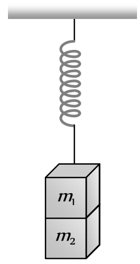
[NCERT 1983; CPMT 1986; MP PMT 1991; DCE 2002]

(a) $f_1 = \sqrt{2} f_2$ (b) $f_1 = f_2$
(c) $f_1 = 2 f_2$ (d) $f_2 = \sqrt{2} f_1$

53. m द्रव्यमान का एक पिण्ड एक स्प्रिंग पर $f = \frac{\omega}{2\pi}$ आवृत्ति से सरल आवर्त गति करता है। यदि स्प्रिंग का बल नियतांक k और आयाम A है, तब

(a) इसकी कुल ऊर्जा $\frac{1}{2}(kA^2)$ है
(b) इसकी आवृत्ति $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ है
(c) $x = 0$ पर अधिकतम वेग प्राप्त होता है
(d) उपर्युक्त सभी तथ्य सही हैं

54. m_1 और m_2 दो द्रव्यमान K नियतांक वाली किसी द्रव्यमान विहीन स्प्रिंग से चित्र में दिखाये अनुसार लटके हैं। संतुलन की अवस्था में, निकाय को प्रभावित न करके यदि m_1 को धीरे से हटा लिया जाये तो दोलन का आयाम होगा [J & K CET 2005]



(a) $\frac{m_1 g}{K}$
(b) $\frac{m_2 g}{K}$
(c) $\frac{(m_1 + m_2)g}{K}$
(d) $\frac{(m_1 - m_2)g}{K}$

55. एक स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक 10N/m है यह स्प्रिंग 10kg द्रव्यमान के साथ सरल आवर्त गति करती है, यदि किसी क्षण पर इसका वेग 40cm/sec है तो इस स्थिति में इसका विस्थापन होगा (यहाँ आयाम 0.5m है) [RPMT 2004]

(a) 0.09 m (b) 0.3 m
(c) 0.03 m (d) 0.9 m

सरल आवर्त गतियों का अध्यारोपण एवं अनुनाद

1. एक कण स. आ. गति (S.H.M.) कर रहा है, जिसका विस्थापन समीकरण $y = 3\sin\omega t + 4\cos\omega t$ द्वारा निरुपित होता है। इसका आयाम होगा [MP PET 1993]
   (a) 7 (b) 1
   (c) 5 (d) 12

2. एक कण का विस्थापन $y = A\sin PT + B\cos PT$ द्वारा दर्शाया गया है। यह कण [MP PET 1986]
   (a) समरुप वृत्तीय गति में होगा
   (b) समरुप दीर्घ वृत्तीय गति में होगा
   (c) सरल आवर्त गति में होगा
   (d) सरल रेखीय गति में होगा

3. एक कण का समय के साथ परिवर्तित होने वाली गति का समीकरण $y = a(\sin\omega t + \cos\omega t)$ है। इससे निष्कर्ष निकलता है कि
   (a) गति आवर्ती होगी पर सरल आवर्ती नहीं
   (b) गति a आयाम वाली स. आ. गति होगी
   (c) गति $a\sqrt{2}$ आयाम वाली स. आ. गति होगी
   (d) गति $2a$ आयाम वाली स. आ. गति होगी

4. समान आवृत्तियों, असमान आयामों तथा $\frac{\pi}{2}$ कलान्तर की दो आयताकार सरल आवर्त गतियों का परिणामी है [BHU 2003; CPMT 2004; MP PMT 1989, 2005; BCECE 2005]
   (a) सरल आवर्त (b) वृत्तीय
   (c) दीर्घवृत्ताकार (d) परवलयाकार

5. समान आवर्तकाल, एक-दूसरे से 90° के कोण पर तथा π कलान्तर की दो सरल आवर्त गतियों के संयोजन से कण का विस्थापन होता है [CBSE PMT 1990]
   (a) सरल रेखा के अनुदिश (b) वृत्त के अनुदिश
   (c) दीर्घवृत्त के अनुदिश (d) 8 के आकार के अनुदिश

6. दो परस्पर लम्बवत् समान आयाम, आवृत्ति एवं कला के सरल आवर्त कम्पन हैं। जब इनको अध्यारोपित किया जाता है तो परिणामी कम्पनों का स्वरुप होगा [MP PMT 1992]
   (a) एक वृत्त (b) एक दीर्घवृत्त
   (c) सरल रेखा (d) एक परवलय

7. किसी कण का विस्थापन $x = 4(\cos\pi t + \sin\pi t)$ के द्वारा प्रदर्शित होता है। कण का आयाम है [AIEEE 2003]
   (a) 8 (b) -4
   (c) 4 (d) $4\sqrt{2}$

8. एक सरल आवर्त गति का समीकरण $x = 5\sqrt{2}(\sin 2\pi t + \cos 2\pi t)$ है आयाम होगा [MH CET 2004]
   (a) 10 cm (b) 20 cm
   (c) $5\sqrt{2}$ cm (d) 50 cm

9. अनुनाद उदाहरण है [CBSE PMT 1999; BHU 1999; 2005]
   (a) स्वरित्र का (b) प्रणोदित दोलनों का
   (c) स्वतंत्र दोलनों का (d) अवमंदित दोलनों का

10. प्रणोदित कम्पन की अवस्था में, अनुनाद तरंग बहुत तीव्र होगी जबकि [CBSE PMT 2003]
   (a) प्रत्यानन बल कम हो
   (b) आरोपित आवर्ती बल कम हो
   (c) गुणता गुणांक (Quality factor) कम हो
   (d) अवमंदन बल कम हो

11. तरंग का आयाम
$$A = \frac{c}{a+b-c}$$
द्वारा प्रदर्शित है। अनुनाद होगा जबकि [CPMT 1984]
   (a) $b = -c/2$ (b) $b = 0$ व $a = -c$
   (c) $b = -a/2$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

12. एक कण पर जिसका प्रत्यानयन बल विस्थापन के समानुपाती तथा अवमंदन बल वेग के समानुपाती है, बल $F\sin\omega t$ आरोपित किया जाता है। यदि कण का आयाम $\omega = \omega_1$ के लिये अधिकतम तथा कण की ऊर्जा $\omega = \omega_2$ के लिये अधिकतम है, तो [CBSE PMT 1998]
   (a) $\omega_1 = \omega_0$ और $\omega_2 \neq \omega_o$ (b) $\omega_1 = \omega_0$ और $\omega_2 = \omega_o$
   (c) $\omega_1 \neq \omega_0$ और $\omega_2 = \omega_o$ (d) $\omega_1 \neq \omega_0$ और $\omega_2 \neq \omega_o$

13. एक सरल लोलक दोलन कर रहा है कुछ समय बाद यह विरामावस्था में आ जाता है इसका कारण है [AFMC 2003; JIPMER 1999]
   (a) वायु-घर्षण (b) जड़त्व-आघूर्ण
   (c) लोलक का भार (d) उपरोक्त सभी

14. एक सरल लोलक वायु में T दोलनकाल से दोलन कर रहा है। जैसे-जैसे समय गुजरता हैं [CPMT 2005]
   (a) T और A दोनों घटते हैं
   (b) T बढ़ता है और A नियत रहता है
   (c) T बढ़ता है और A घटता है
   (d) T घटता है और A नियत रहता है

Critical Thinking

Objective Questions

1. दो कण समान आयाम तथा समान आवृत्ति के साथ एक सीधी रेखा में स. आ. ग. (S.H.M.) कर रहे हैं। जब दोनों कण एक दूसरे को पार करके विपरीत दिशा में जाते हैं तब उनका विस्थापन आयाम का आधा होता है। इन कणों के बीच कलान्तर होगा [MP PMT 1999]

(a) 30° (b) 60°
(c) 90° (d) 120°

2. एक कण का समय t के साथ विस्थापन सूत्र $x = 12\sin\omega t - 16\sin^3\omega t$ (सेमी) है। यदि यह गति सरल आवर्त गति हो तो कण के त्वरण का अधिकतम मान होगा

(a) $12\,\omega^2$ (b) $36\,\omega^2$
(c) $144\,\omega^2$ (d) $\sqrt{192}\,\omega^2$

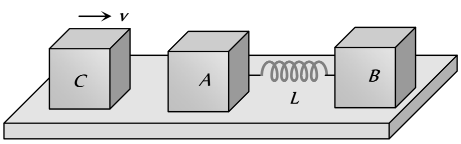
3. एक सरल आवर्त दोलित्र का बल नियतांक $2\times10^6\,N/m$ है और आयाम 0.01 मीटर है, तब इसकी कुल यान्त्रिक ऊर्जा 160 जूल है। इसकी [IIT JEE 1989; CPMT 1995; CBSE PMT 1996; KECT (Med.) 1999; AMU (Engg.) 2000; UPSEAT 2001]

(a) महत्तम स्थितिज ऊर्जा 100 जूल है
(b) महत्त्म गतिज ऊर्जा 100 जूल है
(c) महत्तम स्थितिज ऊर्जा 160 जूल है
(d) न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा शून्य है

4. m द्रव्यमान का कण x अक्ष पर मूल बिन्दु के परितः कम्पन कर रहा है। इसकी स्थितिज ऊर्जा $U(x) = K[x]^3$ है। यहाँ K एक नियतांक है। यदि दोलन का आयाम a हो तब आवर्तकाल T [IIT-JEE 1998]

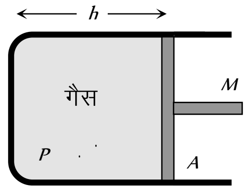
(a) $\frac{1}{\sqrt{a}}$ के समानुपाती है (b) a से मुक्त है
(c) $\sqrt{a}$ के समानुपाती है (d) $a^{3/2}$ के समानुपाती है

5. दो ब्लॉक A तथा B जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान m है, L लम्बाई की द्रव्यमानहीन स्प्रिंग द्वारा जुड़े हैं। स्प्रिंग का बल नियतांक K है। प्रारम्भ में A तथा B घर्षण विहीन तल पर इस प्रकार रखे हैं कि स्प्रिंग अपनी स्वाभाविक लम्बाई में हैं। तीसरा ब्लॉक C जिसका द्रव्यमान भी m है, A व B को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश v वेग से गति करता हुआ A से टकराता है तब [IIT-JEE 1993]



(a) स्प्रिंग के अधिकतम संपीड़न की अवस्था में $A-B$ निकाय की गतिज ऊर्जा शून्य होगी
(b) स्प्रिंग के अधिकतम संपीड़न की अवस्था में $A-B$ निकाय की गतिज ऊर्जा $mv^2/4$ होगी
(c) स्प्रिंग में अधिकतम संपीड़न $v\sqrt{m/k}$ होगा
(d) स्प्रिंग में अधिकतम संपीड़न $v\sqrt{m/2k}$ होगा

6. एक बेलनाकार पिस्टन जिसका द्रव्यमान M है, एक खोखले बेलन जिसका एक सिरा बन्द है, के भीतर गति कर सकता है। खोखले बेलन में गैस भरी हुई है। यदि पिस्टन को सन्तुलन बिन्दु से थोड़ा हटाकर छोड़ देने पर वह सरल आवर्त गति करने लगता है, तो इसका दोलनकाल होगा [IIT-JEE 1981]



(a) $T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{Mh}{PA}\right)}$
(b) $T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{MA}{Ph}\right)}$
(c) $T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{M}{PAh}\right)}$
(d) $T = 2\pi\sqrt{MPhA}$

7. एक r त्रिज्या का गोला, R वक्रता त्रिज्या के अवतल दर्पण पर रखा है। इस व्यवस्था को क्षैतिज टेबिल पर रख दिया जाता है। यदि गोले को मध्यमान स्थिति से थोड़ा विस्थापित कर छोड दिया जाये तो वह सरल आवर्त गति करने लगता है। इसके दोलन का आवर्तकाल होगा (अवतल दर्पण का पृष्ठ घर्षण रहित एवं फिसलने वाला है न कि लुढ़कने वाला)

(a) $2\pi\sqrt{\left(\frac{(R-r)1.4}{g}\right)}$ (b) $2\pi\sqrt{\left(\frac{R-r}{g}\right)}$
(c) $2\pi\sqrt{\left(\frac{rR}{a}\right)}$ (d) $2\pi\sqrt{\left(\frac{R}{gr}\right)}$

8. किसी कण के कम्पन का आयाम समीकरण $a_m = \frac{a_0}{(a\omega^2 - b\omega + c)}$ द्वारा प्रदर्शित होता है। जहाँ a_0, a, b एवं c धनात्मक है। एकल अनुनादित आवृत्ति के लिये शर्त है [CPMT 1982]

(a) $b^2 = 4ac$ (b) $b^2 > 4ac$
(c) $b^2 = 5ac$ (d) $b^2 = 7ac$

9. a अनुप्रस्थ काट की एक समरुप मोटाई की यू-नली ऊर्ध्वामुख रखी गई है। इसकी एक भुजा में d घनत्व वाला m ग्राम द्रव डाला गया है। यह द्रव इस नली में इस प्रकार दोलन करेगा कि उसका आवर्तकाल T होगा

(a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{g}}$ (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{MA}{gd}}$
(c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{gdA}}$ (d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2Adg}}$

10. एक कण $x-$अक्ष के अनुदिश सरल आवर्त गति कर रहा है जिसका आयाम 4 सेमी तथा आवर्तकाल 1.2 सैकण्ड है, तो कण द्वारा $x=+2$ सेमी से $x=+4$ सेमी तक जाने तथा वापस आने में लिया गया न्यूनतम समय है [AIIMS 1995]

(a) 0.6 सैकण्ड (b) 0.4 सैकण्ड

(c) 0.3 सैकण्ड (d) 0.2 सैकण्ड

11. एक बड़ा क्षैतिज पृष्ठ ऊपर व नीचे सरल आवर्त गति करता है जिसका आयाम 1 सेमी है। यदि 10 किग्रा के द्रव्यमान (जिसे इस पृष्ठ पर रखा गया है) को इसके स्पर्श में ही रखना हो, तो सरल आवर्त गति की अधिकतम आवृति होगी

[SCRA 1994; AIIMS 1995]

(a) 0.5 *Hz* (b) 1.5 *Hz*

(c) 5 *Hz* (d) 10 *Hz*

12. F_1 बल लगाने पर वस्तु के दोलनों का आवर्तकाल $4/5$ सैकण्ड है। अन्य बल F_2 के कारण दोलनों का आवर्तकाल $3/5$ सैकण्ड है। यदि दोनों बल एक साथ लगाये जाएँ तब नया आवर्त्तकाल होगा [RPET 1997]

(a) 0.72 सैकण्ड (b) 0.64 सैकण्ड

(c) 0.48 सैकण्ड (d) 0.36 सैकण्ड

13. एक क्षैतिज प्लेटफार्म, जिस पर एक वस्तु रखी है, ऊर्ध्वाधर दिशा में सरल आवर्तगति कर रहा है दोलनों का आयाम $3.92\times10^{-3}m$ है इन दोलनों का न्यूनतम आवर्तकाल क्या होना चाहिए ताकि वस्तु प्लेटफार्म से अलग न हो [AIIMS 1999]

(a) 0.1256 सैकण्ड (b) 0.1356 सैकण्ड

(c) 0.1456 सैकण्ड (d) 0.1556 सैकण्ड

14. एक कण बिन्दुओं $x=-A$ तथा $x=+A$ के बीच सरल आवर्त गति कर रहा है इसको 0 से *A*/2 तक पहुँचने में लगा समय T_1 है, तथा *A*/2 से *A* तक पहुँचने मे लगा समय T_2 है। तब

[IIT-JEE (Screening) 2001]

(a) $T_1 < T_2$ (b) $T_1 > T_2$

(c) $T_1 = T_2$ (d) $T_1 = 2T_2$

15. सरल लोलक जिसकी लम्बाई *L* तथा गोलक का द्रव्यमान *M* है, एक तल में ऊर्ध्वाधर रेखा के परितः $-\phi$ तथा ϕ सीमाओं के बीच दोलन कर रहा है। कोणीय विस्थापन $\theta(|\theta|<\phi)$, डोरी में तनाव तथा गोलक का वेग क्रमशः T तथा v है। उपरोक्त दशाओं में निम्नलिखित में से कौन-सा सम्बन्ध सही है

[IIT 1986; UPSEAT 1998]

(a) $T\cos\theta = Mg$

(b) $T - Mg\cos\theta = \frac{Mv^2}{L}$

(c) गोलक के स्पर्श रेखीय त्वरण का परिमाण $|a_T| = g\sin\theta$

(d) $T = Mg\cos\theta$

16. 5 मी. तथा 20 मी. लम्बाई के दो सरल लोलकों को एक ही दिशा में एक साथ अल्प रेखीय विस्थापन दिया जाता है। वे पुनः समान कला में तब होंगे जब छोटा लोलक दोलन पूरे कर लेगा

[CBSE PMT 1998; JIPMER 2001, 02]

(a) 5 (b) 1

(c) 2 (d) 3

17. किसी सरल लोलक के गोलक को माध्य स्थिति O से विस्थापित करके Q बिन्दु तक ले जाया जाता है। यह बिन्दु O से h ऊँचाई पर है। यदि गोलक का द्रव्यमान m तथा दोलनकाल 2.0 सैकण्ड हो तब स्थिति O से गुजरते समय डोरी में तनाव होगा

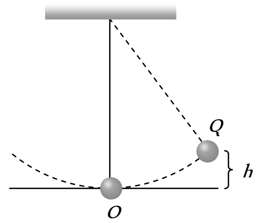
[AMU 1995]

(a) $m(g+\pi\sqrt{2gh})$

(b) $m(g+\sqrt{\pi^2 gh})$

(c) $m\left(g+\sqrt{\frac{\pi^2}{2}gh}\right)$

(d) $m\left(g+\sqrt{\frac{\pi^2}{3}gh}\right)$



18. सरल लोलक के धात्विक गोलक का आपेक्षिक घनत्व ρ है। इसका आवर्तकाल T है। यदि गोलक को पानी में डुबो दिया जाये तब इस सरल लोलक का नया आवर्तकाल होगा [SCRA 1998]

(a) $T\frac{\rho-1}{\rho}$ (b) $T\frac{\rho}{\rho-1}$

(c) $T\sqrt{\frac{\rho-1}{\rho}}$ (d) $T\sqrt{\frac{\rho}{\rho-1}}$

19. एक घड़ी जो $20°C$ ताप पर सही समय दर्शाती है इसे $40°C$ ताप पर रखा जाता है। यदि पेण्डुलम का रेखीय प्रसार गुणांक $12\times10^{-6}/°C$ हो तो यह कितने समय पीछे या आगे होगी

[BHU 1998]

(a) 10.3 सैकण्ड / दिन (b) 20.6 सैकण्ड / दिन

(c) 5 सैकण्ड / दिन (d) 20 सैकण्ड / दिन

20. α कोण पर झुके हुए घर्षण-हीन नत समतल पर नीचे की ओर गतिमान कार की छत से लटके हुए *L* लम्बाई के सरल लोलक का आवर्तकाल है [IIT-JEE (Screening) 2000]

(a) $2\pi\sqrt{\frac{L}{g\cos\alpha}}$ (b) $2\pi\sqrt{\frac{L}{g\sin\alpha}}$

(c) $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ (d) $2\pi\sqrt{\frac{L}{g\tan\alpha}}$

21. किसी सरल लोलक का गोलक पानी में आवर्तकाल *t* के साथ सरल आवर्त गति करता है, जबकि इस गोलक के दोलन का वायु में आवर्तकाल t_0 है। पानी का घर्षण बल नगण्य मानते हुए, यदि गोलक का घनत्व (4/3) ×1000 *kg/m* दिया गया है, तब निम्नलिखित में कौन सा संबंध सही है [AIEEE 2004]

(a) $t = t_0$ (b) $t = t_0/2$

(c) $t = 2t_0$ (d) $t = 4t_0$

22. स्प्रिंग स्थिरांक k वाली एक स्प्रिंग को काटकर दो हिस्से इस प्रकार किये जाते हैं कि एक हिस्सा दूसरे से लम्बाई में दुगुना है। तब लम्बे हिस्से का स्प्रिंग स्थिरांक होगा [IIT-JEE (Screening) 1999]

(a) $(2/3)k$ (b) $(3/2)k$

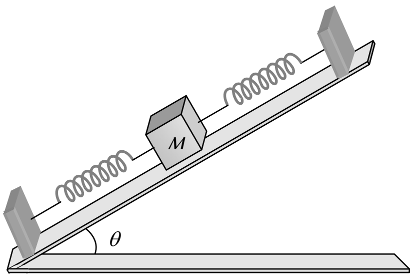
(c) $3k$ (d) $6k$

23. L लम्बाई के धात्विक तार का एक सिरा छत से बांधा गया है तथा दूसरे सिरे पर द्रव्यमानहीन स्प्रिंग लटकाई गई है। स्प्रिंग का बल नियतांक K है। स्प्रिंग के मुक्त सिरे पर m द्रव्यमान स्वतंत्रता पूर्वक लटक रहा है। तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल तथा यंग प्रत्यास्थता गुणांक क्रमशः A तथा Y है। यदि द्रव्यमान को थोडा सा नीचे की ओर खींचकर छोड़ दिया जाये तो इसके दोलनों का आवर्तकाल होगा [IIT 1993]

(a) $2\pi\left(\frac{m}{K}\right)$ (b) $2\pi\left\{\frac{(YA+KL)m}{YAK}\right\}^{1/2}$

(c) $2\pi\frac{mYA}{KL}$ (d) $2\pi\frac{mL}{YA}$

24. किसी चिकने नत समतल पर द्रव्यमान M दो स्प्रिंगों के मध्य में चित्रानुसार रखा हुआ है तथा स्प्रिंगों के दूसरे सिरे दृढ आधारों से जुड़े हैं। प्रत्येक स्प्रिंग का बल नियतांक K है। यदि स्प्रिंग के भार नगण्य हो तब इस द्रव्यमान की सरल आवर्त गति का आवर्तकाल होगा [NSEP 1994]



(a) $2\pi\left(\frac{m}{2K}\right)^{1/2}$

(b) $2\pi\left(\frac{2M}{K}\right)^{1/2}$

(c) $2\pi\frac{Mg\sin\theta}{2K}$

(d) $2\pi\left(\frac{2Mg}{K}\right)^{1/2}$

25. कमानी स्थिरांक k की किसी कमानी से जुड़े m द्रव्यमान के कण की प्राकृतिक कोणीय आवृत्ति ω_0 हैं। इस दोलित्र पर कोई बाह्य बल $F(t)$, जो $\cos\omega t((\omega\neq\omega_0)$ के अनुक्रमानुपाती है, आरोपित किया जाता है। इस दोलित्र का समय विस्थापन अनुक्रमानुपाती होगा [AIEEE 2004]

(a) $\frac{m}{\omega_0^2-\omega^2}$ (b) $\frac{1}{m(\omega_0^2-\omega^2)}$

(c) $\frac{1}{m(\omega_0^2+\omega^2)}$ (d) $\frac{m}{\omega_0^2+\omega^2}$

26. 15 g द्रव्यमान की एक गेंद एक स्प्रिंग वाली बंदूक से दागी जाती है। स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक 600 N/m हैं। यदि स्प्रिंग 5 cm तक संपीडित होती है। तो गेंद के द्वारा प्राप्त अधिकतम क्षैतिज परास होगी (g = 10 m/s) [DPMT 2004]

(a) 6.0 m (b) 10.0 m

(c) 12.0 m (d) 8.0 m

27. K बल-नियतांक वाली एक आदर्श स्प्रिंग को छत से लटकाया गया है एवं M द्रव्यमान का एक गुटका इसके निचले सिरे से जोड़ा गया है। द्रव्यमान M को स्प्रिंग की सामान्य लंबाई से छोड़ने पर स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव होगा [IIT-JEE (Screening) 2002]

(a) 4 Mg/K (b) 2 Mg/K

(c) Mg/K (d) $Mg/2K$

28. आवर्त गति करते हुये किसी कण का विस्थापन समीकरण $y=4\cos^2\left(\frac{t}{2}\right)\sin(1000\,t)$ द्वारा प्रदर्शित होता है। यह व्यंजक कितनी स्वतन्त्र आवर्त गतियों के अध्यारोपणों का परिणाम कहा जा सकता है [IIT 1992]

(a) दो (b) तीन

(c) चार (d) पाँच

29. एक समान आयाम 'a' और समान आवर्तकाल की तीन सरल आवर्त गतियों को, जो कि एक दिशा में हैं, अध्यारोपित किया जाता है। यदि हर एक की कला में अगले से $45°$ का अन्तर है, तब [IIT JEE 1999]

(a) परिणामी आयाम $(1+\sqrt{2})a$ होगा

(b) परिणामी गति की कला पहले के सापेक्ष $90°$ होगी

(c) परिणामी गति की ऊर्जा किसी भी एक गति की ऊर्जा की $(3+2\sqrt{2})$ गुना होगी

(d) परिणामी गति सरल आवर्त नहीं होगी

30. फलन $\sin^2(\omega t)$ निरूपित करता है [AIEEE 2005]

(a) आवर्तकाल $2\pi/\omega$ की सरल आवर्त गति

(b) आवर्तकाल π/ω की सरल आवर्त गति

(c) आवर्तकाल $2\pi/\omega$ की आवर्ती गति, परन्तु सरल आवर्त गति नहीं

(d) आवर्तकाल π/ω की आवर्ती गति, परन्तु सरल आवर्त गति नहीं

31. किसी सरल लोलक का प्रारम्भिक आवर्तकाल T_1 है। जब इसका निलम्बन बिन्दु ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर समीकरण $y=kt^2$ के अनुसार गति करता है तो इसका आवर्तकाल T_2 हो जाता है यदि $k=1\,m/sec^2$ हो तो $\frac{T_1^2}{T_2^2}$ का मान होगा $g=10\,m/s^2)$ [IIT-JEE (Screening) 2005]

(a) 2/3 (b) 5/6

(c) 6/5 (d) 3/2

32. ऊर्ध्वाधर दीवार से लगी हुयी एक खूंटी पर एक सरल लोलक लटका हुआ है। यदि इसके गोलक को क्षैतिजतः खींचकर गति करने के लिये छोड़ दिया जाये तो गोलक दीवार से टकराता है। यदि निष्कृति गुणांक $\frac{2}{\sqrt{5}}$ है, तो कितनी टक्करों के पश्चात् इसके दोलन का आयाम 60° से कम हो जायेगा [UPSEAT 1999]

(a) 6 (b) 3

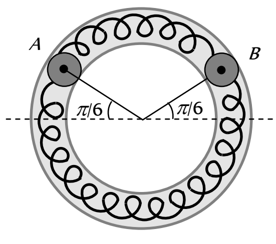
(c) 5 (d) 4

33. एक पीतल का घन जिसकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई a तथा घनत्व σ है, ρ घनत्व वाले पारे में तैर रहा है। यदि घन को थोड़ा सा ऊर्ध्वाधरतः दबाकर छोड़ दिया जाये तो यह सरल आवर्त गति करने लगता है। इसका दोलनकाल होगा

(a) $2\pi\sqrt{\frac{\sigma a}{\rho g}}$ (b) $2\pi\sqrt{\frac{\rho a}{\sigma g}}$

(c) $2\pi\sqrt{\frac{\rho g}{\sigma a}}$ (d) $2\pi\sqrt{\frac{\sigma g}{\rho a}}$

34. समान द्रव्यमान 0.1 kg वाली दो एक सामन गेंदे A तथा B दो एक समान एवं द्रव्यमान विहीन स्प्रिंगों से जुड़ी है। यह स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय किसी दृढ़, चिकने वृत्तीय एवं क्षैतिज तल में स्थित पाइप में स्थित है जैसा कि दिखाया गया है। दोनों गेंदों के केन्द्र 0.06 m त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर घूमते है। प्रत्येक स्प्रिंग की वास्तविक लम्बाई 0.06π m एवं स्प्रिंग नियतांक 0.1N/m हैं प्रारम्भ में दोनों गेंदें व्यास PQ के सापेक्ष $\theta = \pi/6$ रेडियन कोण से विस्थापित की जाती है। मुक्त करने पर गेंद B के दोलनों की आवृत्ति होगी



(a) $\pi\,Hz$

(b) $\frac{1}{\pi}Hz$

(c) $2\pi\,Hz$

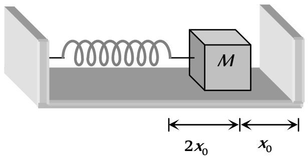
(d) $\frac{1}{2\pi}Hz$

35. R त्रिज्या एवं M द्रव्यमान की एक चकती को उसकी रिम पर कीलकित (pivoted) किया गया है, और इसे लघु दोलन कराये जाते हैं। यदि सरल लोलक का दोलनकाल इस चकती के दोलनकाल के तुल्य हो तो सरल लोलक की लम्बाई होगी

(a) $\frac{5}{4}R$ (b) $\frac{2}{3}R$

(c) $\frac{3}{4}R$ (d) $\frac{3}{2}R$

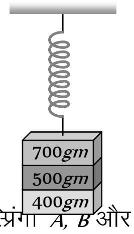
36. बल नियतांक k वाली किसी स्प्रिंग के एक सिरे को एक ऊर्ध्वाधर दीवार से कस कर दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक गुटका जोड़ा जाता है जो कि एक चिकने क्षैतिज तल पर रखा है गुटके के दूसरे ओर x_0 दूरी पर एक और ऊर्ध्वाधर दीवार है। यदि स्प्रिंग को $2x_0$ लम्बाई से संपीड़ित करके छोड़ दें तो गुटका कितने समय पश्चात् दीवार से टकरायेगा



(a) $\frac{1}{6}\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ (b) $\sqrt{\frac{k}{m}}$

(c) $\frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$ (d) $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$

37. 700g, 500g, एवं 400g के तीन द्रव्यमान चित्र में दिखाये अनुसार एक स्प्रिंग से संतुलन में लटके हैं यदि 700gm द्रव्यमान हटा लिया जाये तो यह निकाय 3 सैकण्ड के दोलनकाल से दोलन करता है 500 gm द्रव्यमान और हटाये जाने पर इसका दोलनकाल हो जायेगा



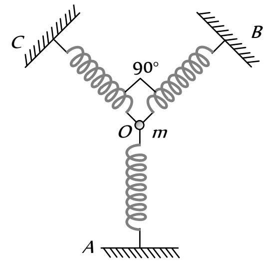
(a) 1 s

(b) 2 s

(c) 3 s

(d) $\sqrt{\frac{12}{5}}\,s$

38. समान बल नियतांक k वाली तीन स्प्रिंग A, B और C से m द्रव्यमान का एक कण चित्र में दिखाये अनुसार जुड़ा है। यदि कण को स्प्रिंग A के विरुद्ध हल्का सा दबा कर छोड़ा जाये तो दोलनकाल होगा



(a) $2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

(b) $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

(c) $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

(d) $2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

39. एक खोखले गोले को उसमें बने हुए एक छिद्र द्वारा पानी से भरा जाता है। तत्पश्चात् उसे एक लम्बे धागे द्वारा लटकाकर दोलायमान किया जाता है। जब तल में स्थित छिद्र से पानी धीरे-धीरे बाहर निकलता है, तो गोले का दोलनकाल

[MP PMT 1994; KCET 1994; RPET 1996; AFMC 2000; CBSE PMT 2000; CPMT 2001; AIEEE 2005]

(a) लगातार घटेगा

(b) लगातार बढ़ेगा

(c) पहले घटेगा और बाद में बढकर प्रारम्भिक मान पर आ जायेगा

(d) पहले बढ़ेगा और बाद में घटकर प्रारम्भिक मान पर आ जायेगा

40. दो सरल लोलकों, को जिनकी लम्बाईयाँ 100 cm तथा 121 cm है अलग-अलग लटकाया जाता है। इसके बाद उनके गोलकों को खींचकर छोड़ दिया जाता है। लम्बे लोलक के कितने न्यूनतम दोलनों के पश्चात् दोनों लोलक पुनः समान कला में होंगे

[DPMT 2005]

(a) 11 (b) 10

(c) 21 (d) 20

41. किसी अवमंदित दोलित्र का आयाम 1 मिनट में आधा हो जाता है। 3 मिनट बाद इसका आयाम, मूल आयाम का $\frac{1}{X}$ गुना हो जाता है, जहाँ X है [CPMT 1989; DPMT 2002]

(a) 2×3 (b) 2^3

(c) 3^2 (d) 3×2^2

42. निम्न में से कौन सा फलन सरल आवर्ती दोलनों को प्रदर्शित करता है [AIIMS 2005]

(a) $\sin\omega t - \cos\omega t$ (b) $\sin^2 \omega t$

(c) $\sin\omega t + \sin 2\omega t$ (d) $\sin\omega t - \sin 2\omega t$

43. 2 मीटर लम्बी एक एकसमान छड़ एक सिरें के द्वारा लटक रही है, तथा यह गुरुत्व के अन्तर्गत कम आयाम के दौलन करने के लिये व्यवस्थित है दौलन आवर्तकाल है, लगभग **[AMU (Med.) 2000]**

(a) 1.60 सैकण्ड (b) 1.80 सैकण्ड

(c) 2.0 सैकण्ड (d) 2.40 सैकण्ड

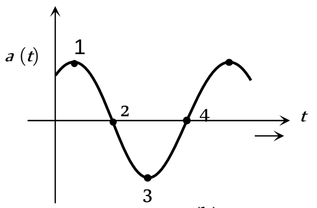
GQ Graphical Questions

1. एक कण स. आ. गति कर रहा है। इस कण के विस्थापन तथा त्वरण के बीच खींचे गये ग्राफ की प्रकृति होगी

(a) एक सरल रेखा (b) एक वृत्त

(c) एक दीर्घ वृत्ताकार (d) एक अतिपरवलय

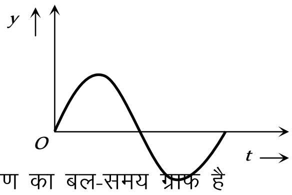
2. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण के त्वरण $a(t)$ को चित्र में दर्शाया गया है। तो कण के संगत कौन से अंकित बिन्दु पर $-x_{max}$ है **[AMU (Med.) 2000]**



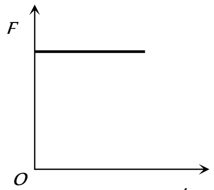
(a) 4 (b) 3

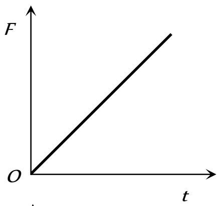
(c) 2 (d) 1

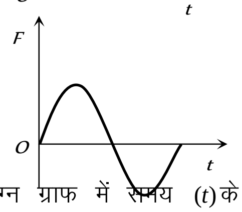
3. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण के समय-विस्थापन ग्राफ को चित्र में दिखाया गया है **[KCET 2003]**

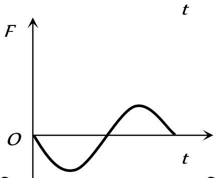


इसके संगत कण का बल-समय ग्राफ है

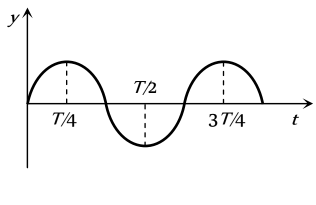
(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

4. संलग्न ग्राफ में समय (t) के साथ विस्थापन (y) का परिवर्तन दिखाया गया है। इस ग्राफ से हम निष्कर्ष निकालते हैं कि



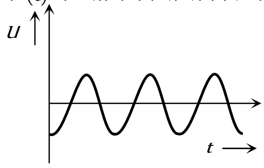
(a) समय $3T/4$ पर बल शून्य है

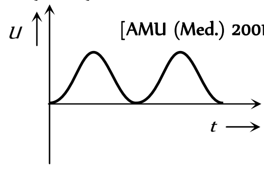
(b) समय $T/2$ पर वेग अधिकतम है

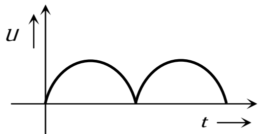
(c) समय T पर त्वरण अधिकतम है

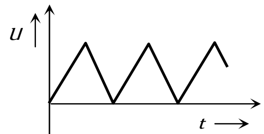
(d) समय $T/2$ पर स्थितिज ऊर्जा समस्त ऊर्जा के बराबर है

5. सरल आवर्त गति करती हुई किसी वस्तु की स्थितिज ऊर्जा (U) समय (t) के साथ किस प्रकार परिवर्तित होती है **[AMU (Med.) 2001]**

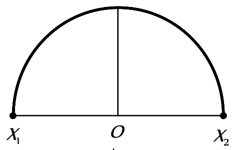
(a) 

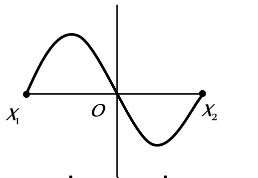
(b) 

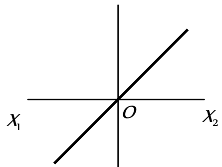
(c) 

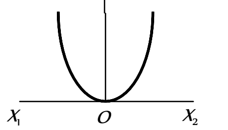
(d) 

6. m द्रव्यमान का एक कण बिन्दुओं x_1 व x_2 के मध्य सरल आवर्त गति कर रहा है। साम्यावस्था O बिन्दु पर है। इसकी स्थितिज ऊर्जा को नीचे दिये गये किस ग्राफ द्वारा दर्शाया जा सकता है **[CBSE PMT 2003]**

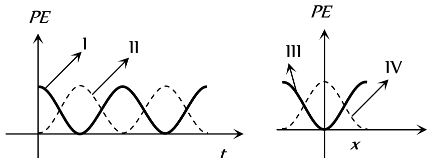
(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

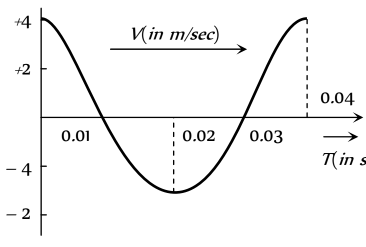
7. सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण के लिये विस्थापन $x = A\cos\omega t$ द्वारा दिया जाता है। तो उस ग्राफ को पहचानो जो कि स्थितिज ऊर्जा (P.E) में परिवर्तन को समय (t) एवं विस्थापन (x) के फलन के रूप में प्रदर्शित करता है **[IIT JEE (Screening) 2003]**



(a) I, III (b) II, IV

(c) II, III (d) I, IV

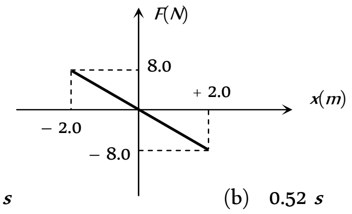
8. निम्न चित्र में एक दोलित्र का वेग-समय ग्राफ प्रदर्शित है। दोलन आवृत्ति है **[CPMT 1989]**



(a) 25 *Hz* (b) 50 *Hz*

(c) 12.25 *Hz* (d) 33.3 *Hz*

9. 0.01 *kg* द्रव्यमान की एक वस्तु चित्रानुसार दिखाये गये बल के प्रभाव के अन्तर्गत बिन्दु $x = 0$ के परितः सरल आवर्त गति कर रही है इसका आवर्तकाल है [AMU (Med.) 2002]



(a) 1.05 *s* (b) 0.52 *s*

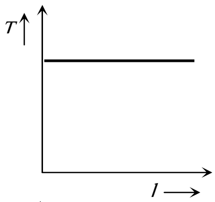
(c) 0.25 *s* (d) 0.30 *s*

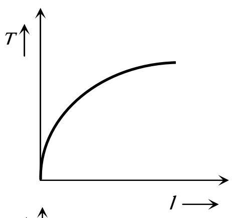
10. सरल लोलक के लिये L व T के बीच ग्राफ होगा [CPMT 1992]

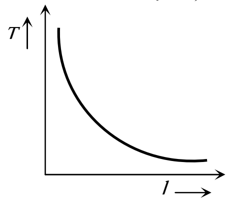
(a) अतिपरवलय (b) परवलय

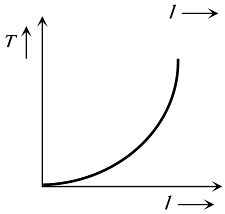
(c) एक वक्रीय रेखा (d) एक सरल रेखा

11. सरल लोलक की लम्बाई तथा उसके आवर्तकाल के बीच सही ग्राफ है [DCE 1999, 2001]

(a)


(b)


(c)


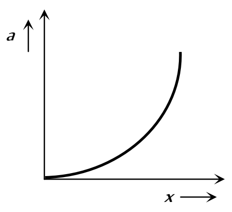
(d)


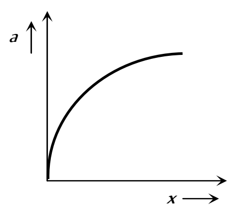
12. सरल आवर्त गति करते हुये कण के वेग और विस्थापन के मध्य वक्र होगा [DPMT 2005]

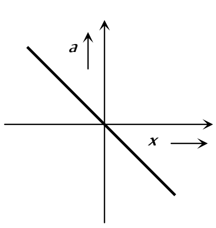
(a) एक सरल रेखा (b) एक परवलय

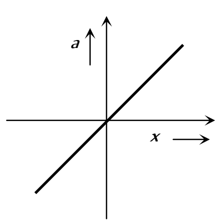
(c) एक अतिपरवलय (d) एक दीर्घवृत्त

13. सरल आवर्त गति करते हुये एक कण के त्वरण a और विस्थापन x के मध्य खीचा गया वक्र होगा

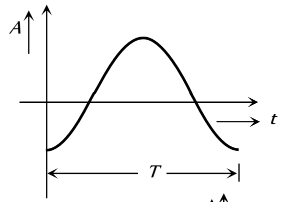
(a)


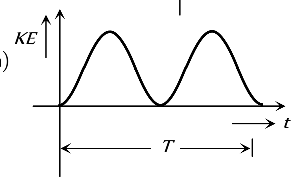
(b)


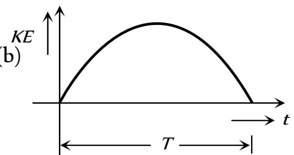
(c)


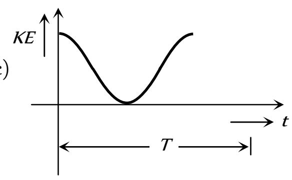
(d)


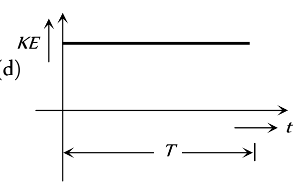
14. किसी वस्तु की सरल आवर्त गति में त्वरण A और दोलन काल T के मध्य ग्राफ निम्न है वस्तु की गतिज ऊर्जा (K.E.) एवं समय t के मध्य खींचा गया सही ग्राफ होगा



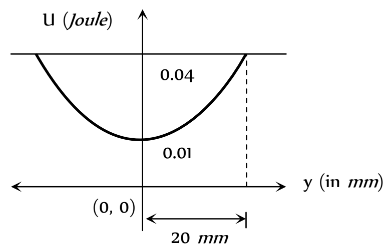
(a)


(b)


(c)


(d)


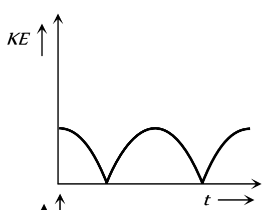
15. एक आवर्ती दोलित्र की स्थितिज ऊर्जा का परिवर्तन निम्न ग्राफ में प्रदर्शित है। स्प्रिंग नियतांक होगा

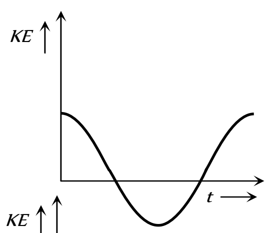


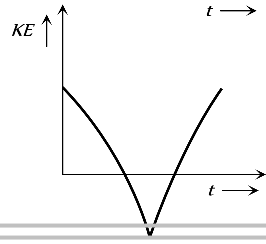
(a) 1×10^{2} *N/m* (b) 150 *N/m*

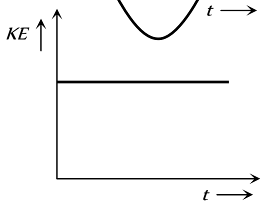
(c) 0.667×10^{2} *N/m* (d) 3×10^{2} *N/m*

16. एक वस्तु सरल आवर्त गति कर रही है। इसकी गतिज ऊर्जा (*K.E.*) और समय t के मध्य सही ग्राफ होगा

(a)


(b)


(c)


(d)


AR Assertion & Reason

For AIIMS Aspirants

निम्नलिखित प्रश्नों में प्रक्कथन (Asserion) के वक्तव्य के पश्चात कारण (Reason) का वक्तव्य है।

(a) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं और कारण कथन का सही स्पष्टीकरण देता है
(b) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं किन्तु कारण कथन का सही स्पष्टीकरण नही देता है
(c) प्रक्कथन सही है किन्तु कारण गलत है
(d) प्रक्कथन और कारण दोनों गलत हैं
(e) प्रक्क्थन गलत है किन्तु कारण सही है

1. प्रक्कथन : सभी काम्पनिक गतियाँ आवश्यक रूप से आवर्ती होती हैं किन्तु सभी आवर्ती गतियाँ काम्पनिक नहीं होती।
कारण : सरल लोलक काम्पनिक गति का उदाहरण है।

2. प्रक्कथन : सरल आवर्त गति एक समान गति है।
कारण : सरल आवर्त गति, एक समान वृत्तीय गति के प्रक्षेप के रूप में होती है।

3. प्रक्कथन : त्वरण विस्थापन के समानुपाती होता है यह स्थिति सरल आवर्त गति के लिये पर्याप्त नहीं है।
कारण : सरल आवर्त गति में विस्थापन की दिशा भी ली जाती है।

4. प्रक्कथन : sine एवं cosine फलन आवर्ती फलन होते हैं।
कारण : सभी sine फलन एक निश्चित समयान्तराल के बाद अपने मानों को दोहराते हैं।

5. प्रक्कथन : एक आवर्ती दोलित्र के वेग और विस्थापन के मध्य खींचा गया ग्राफ एक परवलय होगा।
कारण : आवर्ती गतियों में विस्थापन के साथ वेग एक समान रूप से नहीं बदलता है।

6. प्रक्कथन : जब किसी सरल लोलक को चंद्रमा की सतह पर दोलन कराया जाये तो पृथ्वी की सतह की तुलना में इसका दोलनकाल बढ़ जाता है।
कारण : चन्द्रमा पृथ्वी की तुलना में बहुत छोटा है।

7. प्रक्कथन : अनुनाद प्रणोदित दोलन की एक विशेष अवस्था है, जिसमें दोलन की वास्तविक आवृत्ति बाह्य आवर्ती बल की आरोपित आवृत्ति के तुल्य होती है एवं प्रणोदित दोलन का आयाम अधिकतम होता है।
कारण : किसी वस्तु के प्रणोदित दोलनों का आयाम बाह्य आवर्ती बल की आरोपित आवृत्ति बढ़ने के साथ बढ़ता है। [AIIMS 1994]

8. प्रक्कथन : सरल आवर्त गति करते हुये किसी कण की कुल ऊर्जा और उसकी स्थिति (position) के मध्य खींचा गया ग्राफ शून्य प्रवणता वाली एक सरल रेखा है।
कारण : एक कण की सरल आवर्त गति के दौरान इसकी कुल ऊर्जा नियत रहती है।

9. प्रक्कथन : यदि सरल लोलक की लम्बाई 3% से बढ़ा दी जाये तो इसके दोलन काल में प्रतिशत परिवर्तन 1.5% होगा।
कारण : सरल लोलक का दोलन काल सरल लोलक की लम्बाई के समानुपाती होता है।

10. प्रक्कथन : गुरूत्वीय त्वरण के आधे त्वरण से ऊपर की ओर जाती हुयी लिफ्ट में टंगे हुये सैकण्ड लोलक की आवृत्ति 0.612 s होगी।
कारण : सैकण्ड लोलक की आवृत्ति गुरुत्वीय त्वरण पर निर्भर नहीं करती।

11. प्रक्कथन : अवमन्दित दोलन ऊर्जा हानि को व्यक्त करते हैं।
कारण : अवमन्दित दोलनों में घर्षण, वायु प्रतिरोध इत्यदि के कारण ऊर्जा हानि होती है।

12. प्रक्कथन : सरल आवर्त गति में जब विस्थापन आयाम का $1/\sqrt{2}$ गुना होता है तब गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा समान होती है।
कारण : सरल आवर्त गति में जब स्थितिज ऊर्जा अधिकतम होगी तब गतिज ऊर्जा शून्य होगी।

13. प्रक्कथन : यदि सरल आवर्ती दोलित्र का आयाम दो गुना कर दें तो इसकी कुल ऊर्जा चार गुना हो जायेगी।
कारण : आवर्ती दोलित्र की सरल आवर्त गति में कुल ऊर्जा कम्पनों के आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है।

14. प्रक्कथन : दोलन करते हुये सरल गोलक की डोरी में माध्य स्थिति पर तनाव अधिकतम तथा शीर्ष स्थिति में तनाव न्यूनतम होता है।
कारण : सरल आवर्त गति में दोलन करते हुये गोलक का वेग माध्य स्थिति में अधिकतम होता है।

15. प्रक्कथन : एक स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक k है। यदि इसे n बराबर भागों में काट दिया जाये तो प्रत्येक भाग का स्प्रिंग नियतांक k/n होगा।
कारण : स्प्रिंग नियतांक का मान स्प्रिंग के पदार्थ पर निर्भर नहीं करता।

16. प्रक्कथन : कठोर स्प्रिंग का दोलनकाल नरम स्प्रिंग की तुलना में कम होता है।
कारण : दोलनकाल स्प्रिंग नियतांक पर निर्भर करता है एवं कठोर स्प्रिंग के लिये स्प्रिंग नियतांक अधिक होता है।

17. प्रक्कथन : सरल आवर्त गति करते हुये कण की चरम स्थिति पर वेग और त्वरण दोनों ही शून्य होते हैं।
कारण : सरल आवर्त गति में त्वरण सदैव माध्य स्थिति की ओर लगता हैं।

18. प्रक्कथन : पुल से गुजरते हुये सैनिकों को कदम ताल तोड़कर चलने को कहा जाता है।
कारण : सैनिकों के कदम ताल से उत्पन्न आवृत्ति पुल की वास्तविक आवृत्ति के बराबर हो जाने पर अनुनाद होगा जिससे पुल टूट सकता है। [AIIMS 2001]

19. प्रक्कथन : दोलनों का आयाम कभी भी अनन्त नहीं हो सकता।
कारण : किसी दोलित्र की ऊर्जा में लगातार हानि होती है।

20. प्रक्कथन : सरल आवर्त गति में वस्तु में, गति दोलनी तथा आवर्ती होती है।
कारण : कण का वेग $(v) = \omega\sqrt{k^2 - x^2}$ जहाँ x विस्थापन एवं k आयाम है। [AIIMS 2002]

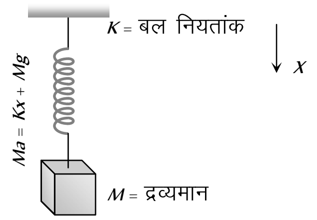
21. प्रक्कथन : दोलन करते हुये सरल लोलक के दोलनों का आयाम धीरे-धीरे समय के साथ घटता है।
कारण : समय के साथ पेण्डुलम की आवृत्ति घटती है। [AIIMS 2003]

22. प्रक्कथन : सरल आवर्त गति त्वरण न्यूनतम होने की दशा में वेग अधिकतम होगा।
कारण : सरल आवर्त गति में विस्थापन और वेग की कला एक दूसरे से $\pi/2$ से अलग होती है। [AIIMS 1999]

23. प्रक्कथन : यदि एक द्रव्यमान स्प्रिंग निकाय गुरूत्व के अधीन गति करता है। तो द्रव्यमान M की गति सरल

आवर्त गति नहीं होगी जब तक कि Mg बहुत कम न हो।

कारण : सरल आवर्त गति में त्वरण सदैव विस्थापन के समानुपाती होता है एवं इसकी दिशा माध्य स्थिति की ओर होती है। [SCRA 1994]



Answers

सरल आवर्त गति में विस्थापन एवं कला

1	b,d	2	c	3	d	4	c	5	d
6	c	7	c	8	a	9	abd	10	a
11	c	12	c	13	c	14	c	15	d
16	b	17	d	18	a	19	c	20	a
21	b	22	c	23	b	24	c	25	b
26	a								

सरल आवर्त गति में वेग

1	a	2	c	3	c	4	c	5	b
6	c	7	d	8	c	9	d	10	b
11	a	12	d	13	a	14	b	15	c
16	b	17	b	18	a	19	d	20	b
21	b	22	c	23	d	24	a	25	a
26	c	27	a						

सरल आवर्त गति में त्वरण

1	d	2	c	3	c	4	d	5	a
6	a	7	a	8	d	9	d	10	d
11	a	12	a	13	d	14	a	15	a
16	d	17	d	18	d	19	b	20	c
21	c								

सरल आवर्त गति में ऊर्जा

1	d	2	a	3	d	4	a	5	a
6	c	7	c	8	b	9	d	10	c
11	c	12	b	13	a	14	a	15	b
16	b	17	c	18	b	19	d	20	c
21	c	22	c	23	b	24	b	25	a
26	c	27	c	28	a	29	b	30	c
31	c	32	d	33	b	34	b		

आवर्तकाल एवं आवृत्ति

1	b	2	c	3	b	4	d	5	b
6	a	7	d	8	d	9	d	10	a
11	b	12	b	13	b	14	b	15	a
16	d	17	d	18	d				

सरल लोलक

1	c	2	a	3	b	4	b	5	b
6	b	7	c	8	c	9	c	10	d
11	d	12	b	13	a	14	d	15	d
16	b	17	b	18	c	19	c	20	c
21	d	22	d	23	c	24	c	25	d
26	a	27	a	28	b	29	d	30	d
31	c	32	c	33	b	34	b	35	a
36	a	37	d	38	b	39	c	40	d
41	a	42	a	43	a	44	b	45	d
46	d	47	b	48	a	49	a	50	a
51	c	52	c	53	c	54	d	55	c
56	b	57	c	58	a	59	c	60	a
61	b								

स्प्रिंग लोलक

1	d	2	d	3	b	4	b	5	b
6	c	7	c	8	b	9	a	10	c
11	a	12	b	13	d	14	c	15	a
16	d	17	a	18	d	19	b	20	c
21	c	22	c	23	d	24	a	25	d
26	d	27	b	28	a	29	a	30	a
31	b	32	d	33	b	34	b	35	b
36	d	37	c	38	d	39	b	40	c
41	a	42	b	43	b	44	a	45	b
46	a	47	b	48	d	49	c	50	c
51	b	52	d	53	d	54	a	55	b

सरल आवर्त गतियों का अध्यारोपण एवं अनुनाद

1	c	2	c	3	c	4	c	5	a
6	c	7	d	8	a	9	b	10	d
11	b	12	c	13	a	14	c		

Critical Thinking Questions

1	d	2	b	3	bc	4	a	5	bd
6	a	7	b	8	a	9	d	10	b
11	c	12	c	13	a	14	a	15	bc
16	c	17	a	18	d	19	a	20	a
21	c	22	b	23	b	24	a	25	b
26	b	27	b	28	b	29	ac	30	d
31	c	32	b	33	a	34	b	35	d
36	c	37	b	38	b	39	d	40	b

41	b	42	a	43	d				

ग्राफीय प्रश्न

1	a	2	d	3	d	4	d	5	b
6	d	7	a	8	a	9	d	10	b
11	b	12	d	13	c	14	a	15	b
16	a								

प्रक्कथन एवं कारण

1	b	2	e	3	a	4	a	5	e
6	b	7	c	8	a	9	c	10	c
11	b	12	b	13	a	14	b	15	e
16	a	17	e	18	a	19	a	20	b
21	c	22	b	23	e				

AS Answers and Solutions

ljy vkorZ xfr esa foLFkkiu ,oa dyk

1. (b,d) सरल आवर्त गति में विस्थापन $y = a\sin\omega t$ एवं त्वरण

$A = -\omega^2 y\sin\omega t$ इनके अधिकतम होने के लिये $\omega t = \frac{\pi}{2}$.

2. (c) $v_{\max} = \omega A \Rightarrow v = \frac{\omega A}{2} = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$

$\Rightarrow A^2 - y^2 = \frac{A^2}{4} \Rightarrow y^2 = \frac{3A^2}{4} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}A}{2}$

3. (d) गति का समीकरण $y = 5\sin\frac{2\pi t}{6}$ $y = 2.5\,cm$ पर

$2.5 = 5\sin\frac{2\pi t}{6} \Rightarrow \frac{2\pi t}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{2}sec$

एवं कला $= \frac{2\pi t}{6} = \frac{\pi}{6}$.

4. (c) $y = a\sin(\omega t - \alpha) = a\cos\left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

अन्य दिया गया समीकरण $y = \cos(\omega t - \alpha)$ है

अतः इनके मध्य कलान्तर $= \frac{\pi}{2} = 90°$

5. (d) $y = a\sin(\omega t + \phi)$

$= a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right) \Rightarrow y = 0.5\sin\left(\frac{2\pi}{0.4}t + \frac{\pi}{2}\right)$

$y = 0.5\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = 0.5\cos 5\pi t$

6. (c) $y = a\sin(2\pi nt + \alpha)$, समय t पर इसकी कला $= 2\pi nt + \alpha$

7. (c) दिये गये समीकरण से $\omega = \frac{2\pi}{T} = 0.5\pi \Rightarrow T = 4\ sec$

माध्य स्थिति में अधिकतम विस्थापन की स्थिति तक जाने में लगा समय $= \frac{1}{4}T = 1\ sec.$

8. (a) चरम स्थिति से समय ज्ञात करना है अतः इस अवस्था में कण के विस्थापन का समीकरण $x = a\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = a\cos\omega t$

$\Rightarrow \frac{a}{2} = a\cos\omega t \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}.t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{6}$

9. (a,b,d) $x = a\sin\omega t\cos\omega t = \frac{a}{2}\sin 2\omega t$

10. (a) $v_{\max} = a\omega = a \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow a = \frac{v_{\max} \times T}{2\pi}$

$a = \frac{1.00 \times 10^3 \times (1 \times 10^{-5})}{2\pi} = 1.59\ mm$

11. (c)

12. (c)

13. (c) $y = a\sin\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{2}} = a\sin\frac{2\pi}{T}\cdot t$

$\Rightarrow \sin\frac{2\pi}{T}t = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{T}{8}$

14. (c)

15. (d) $y = a\tan\omega t$ सरल आवर्त गति के मानक समीकरण $\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y$ को संतुष्ट नहीं करता।

16. (b) $x = a\cos(\omega t + \theta)$ ... (i)

एवं $v = \frac{dx}{dt} = -a\omega\sin(\omega t + \theta)$ ... (ii)

दिया है $t = 0,\ x = 1\,cm$ एवं $v = \pi$ एवं $\omega = \pi$

इन मानों को समीकरण (i) एवं (ii) में रखने पर $\sin\theta = \frac{-1}{a}$

एवं $\cos\theta = \frac{1}{a}$

$\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta = \left(-\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}\,cm$

17. (d) $y = A\sin\omega t = \frac{A\sin 2\pi}{T}t \Rightarrow \frac{A}{2} = A\sin\frac{2\pi t}{T} \Rightarrow t = \frac{T}{12}$

18. (a) माध्य स्थिति से अधिकतम विस्थापन को आयाम कहते हैं।

19. (c) गति का समीकरण $y = a\cos\omega t$

$\Rightarrow \frac{a}{2} = a\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \frac{2\pi t}{T} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\frac{\pi}{3}\times T}{2\pi} = \frac{4}{3\times 2} = \frac{2}{3}\sec$

20. (a) दोनों सिरों से कसी हुयी डोरी में सरल आवर्त तरंगें उत्पन्न होती हैं।

21. (b)

22. (c) $v_1 = \frac{dy_1}{dt} = 0.1\times 100\pi\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$v_2 = \frac{dy_2}{dt} = -0.1\pi\sin\pi t = 0.1\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

$t = 0$ पर प्रथम कण के वेग का द्वितीय कण के वेग के सापेक्ष कलान्तर

$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$

23. (b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

24. (c) $y = a\sin\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \frac{a}{2} = a\sin\frac{2\pi t}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin\frac{2\pi t}{3}$

$\Rightarrow \sin\frac{2\pi t}{3} = \sin\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi t}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{4}\sec$

25. (b)

26. (a) $x = a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ एवं $x' = a\cos\omega t = a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore \Delta\phi = \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - \left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{3}$

सरल आवर्त गति में वेग

1. (a) सरल आवर्त गति करते हुये कण का वेग

$v = \omega\sqrt{a^2 - x^2} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{A^2 - \frac{A^2}{4}} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{3A^2}{4}} = \frac{\pi A\sqrt{3}}{T}$

2. (c) $v = \omega\sqrt{(a^2 - y^2)} = 2\sqrt{60^2 - 20^2} = 113\ mm/s$

3. (c) दिया है $v_{max} = 100\ cm/sec$, $a = 10\ cm$

$\Rightarrow v_{max} = a\omega \Rightarrow \omega = \frac{100}{10} = 10\ rad/sec$

अतः $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2} \Rightarrow 50 = 10\sqrt{(10)^2 - y^2}$

$\Rightarrow y = 5\sqrt{3}\ cm$

4. (c) केन्द्र पर $v_{max} = a\omega = a.\frac{2\pi}{T} = \frac{0.2\times 2\pi}{0.01} = 40\pi$

5. (b) $v_{max} = a\omega = a\frac{2\pi}{T} = 3\times\frac{2\pi}{6} = \pi\ cm/s$

6. (c) $v_{max} = \omega a = \frac{2\pi}{T}\times a \Rightarrow v_{max} = \frac{2\times\pi\times 2}{2} = 2\pi\ m/s$

7. (d) $v_{max} = a\omega = \frac{a.2\pi}{T} = \frac{2\pi a}{T}$

8. (c) $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2} \Rightarrow 10 = \omega\sqrt{a^2 - (4)^2}$ and $8 = \omega\sqrt{a^2 - (5)^2}$

हल करने पर $\omega = 2 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2 \Rightarrow T = \pi\ sec$

9. (d) दिये गये समीकरण से $a = 5$ एवं $\omega = 4$

$\therefore v = \omega\sqrt{a^2 - y^2} = 4\sqrt{(5)^2 - (3)^2} = 16$

10. (b) $v_{max} = a\omega = a\times\frac{2\pi}{T} = (50\times 10^{-3})\times\frac{2\pi}{2} = 0.15\ m/s$

11. (a) $n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{220}{2\pi} = 35\ Hz$

$v_{max} = \omega a = 220\times 0.30\ m/s = 66\ m/s$

12. (d) $v_{max} = a\omega$ एवं $A_{max} = a\omega^2 \Rightarrow \omega = \frac{A_{max}}{v_{max}} = \frac{4}{2} = 2\,rad/sec$

13. (a) $v_{max} = a\omega = \frac{a\times 2\pi}{T} = \frac{2\times 10^{-3}\times 2\pi}{0.1} = \frac{\pi}{25}\ m/s$

14. (b) $A = \omega^2 y \Rightarrow \omega = \sqrt{A/y} = \sqrt{\frac{8}{2}} = 2\,rad/sec$

अतः $v_{max} = a\omega = 6\times 2 = 12\ cm/sec$

15. (c) $v_{max} = a\omega \Rightarrow \omega = \frac{v_{max}}{a} = \frac{10}{4}$

अतः $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2} \Rightarrow v^2 = \omega^2(a^2 - y^2) \Rightarrow y^2 = a^2 - \frac{v^2}{\omega^2}$

$\Rightarrow y = \sqrt{a^2 - \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{4^2 - \frac{5^2}{(10/4)^2}} = 2\sqrt{3}\ cm$

16. (b) कण माध्य स्थिति पर मिलेंगे जबकि P एक दोलन पूर्ण कर चुका होगा एवं Q आधा दोलन

अतः $\frac{v_P}{v_Q} = \frac{a\omega_P}{a\omega_Q} = \frac{T_Q}{T_P} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$

17. (b) $\frac{v_{max}}{A_{max}} = \frac{a\omega}{a\omega^2} = \frac{1}{\omega}$

18. (a) वेग समान है अतः $v = a\omega$ से

$\Rightarrow A_1\omega_1 = A_2\omega_2 = A_3\omega_3$

19. (d) सरल आवर्त गति में माध्य स्थिति पर वेग अधिकतम होता है अतः $v = a\omega$ (अधिकतम)

20. (b)

21. (b)

22. (c) त्वरण $A = \omega^2 y \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{A}{y}} = \sqrt{\frac{0.5}{0.02}} = 5$

अधिकतम वेग $v_{\max} = a\omega = 0.1 \times 5 = 0.5$

23. (d) माध्य स्थिति पर वेग अधिकतम होता है

अर्थात् $v_{\max} = \omega a \Rightarrow \omega = \frac{v_{\max}}{a} = \frac{16}{4} = 4$

$\therefore v = \omega\sqrt{a^2 - y^2} \Rightarrow 8\sqrt{3} = 4\sqrt{4^2 - y^2}$

$\Rightarrow 192 = 16(16 - y^2) \Rightarrow 12 = 16 - y^2 \Rightarrow y = 2\,cm.$

24. (a) $v_{\max} = a\omega = 3 \times 100 = 300$

25. (a) $x = 3\sin 2t + 4\cos 2t$ दिये गये समीकरण से

$a_1 = 3, a_2 = 4,$ एवं $\phi = \frac{\pi}{2}$

$\therefore a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow v_{\max} = a\omega = 5 \times 2 = 10$

26. (c) माध्य स्थिति पर वेग $v = a\omega$, आयाम की आधी दूरी पर वेग

$v' = \omega\sqrt{a^2 - y^2} = \omega\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}\,a\omega = \sqrt{\frac{3}{2}}\,v$

27. (a) $x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ एवं $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

अधिकतम चाल के लिये

$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \omega t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ या $\omega t = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4\omega}$

सरल आवर्त गति में त्वरण

1. (d) $F = -kx$

2. (c) पत्थर पृथ्वी के केन्द्र के परितः सरल आवर्त गति करेगा, जिसका आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$; जहाँ R = पृथ्वी की त्रिज्या

3. (c) अधिकतम आयाम की स्थिति में त्वरण $= \omega^2 a$ (अधिकतम)

4. (d) अधिकतम आयाम की स्थिति में त्वरण $= -a\omega^2$ (–चिन्ह दिशा को अभिव्यक्त करता है)

5. (a) अधिकतम त्वरण $= a\omega^2 = a \times 4\pi^2 n^2$

$= 0.01 \times 4 \times (\pi)^2 \times (60)^2 = 144\pi^2 m/\sec$

6. (a) अधिकतम त्वरण

$A_{\max} = a\omega^2 = \frac{a \times 4\pi^2}{T^2} = \frac{1 \times 4 \times (3.14)^2}{0.2 \times 0.2}$

$F_{\max} = m \times A_{\max} = \frac{0.1 \times 4 \times (3.14)^2}{0.2 \times 0.2} = 98.596\ N$

7. (a) अधिकतम वेग $= a\omega = 16$

अधिकतम त्वरण $= \omega^2 a = 24$

$\Rightarrow a = \frac{(a\omega)^2}{\omega^2 a} = \frac{16 \times 16}{24} = \frac{32}{3} m$

8. (d) त्वरण $\propto$ – विस्थापन एवं त्वरण की दिशा सदैव साम्य स्थिति की ओर होती है।

9. (d) अधिकतम बल $= m(a\omega^2) = ma\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)$

$= 0.5\left(\frac{4\pi^2}{\pi^2/25}\right) \times 0.01 = 0.5N$

10. (d) $a_{\max} = \omega^2 a = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 a = 0.62\ cm/sec^2$ $[\because a = 1]$

11. (a) सरल आवर्त गति के लिए $F = -kx$.

$\therefore$ बल = द्रव्यमान × त्वरण $\propto -x$

$\Rightarrow F = -Akx$; यहाँ A एवं k धनात्मक नियतांक है।

12. (a) वेग $v = a\omega = a \times 2\pi n$

$= 0.06 \times 2\pi \times 15 = 5.65\ m/s$

त्वरण $A = \omega^2 a = 4\pi^2 n^2 a = 5.32 \times 10^2 m/s^2$

13. (d) $A_{\max} = a\omega^2 \Rightarrow a = \frac{A_{\max}}{\omega^2} = \frac{7.5}{(3.5)^2} = 0.61\ m$

14. (a) $a = 10 \times 10^{-2} m$ and $\omega = 10\ rad/sec$

$A_{\max} = \omega^2 a = 10 \times 10^{-2} \times 10^2 = 10\ m/\sec^2$

15. (a) $A_{\max} = \omega^2 a$

16. (d) $A_{\max} = 4\pi^2 n^2 a = 4\pi^2 \times (50)^2 \times 0.02 = 200\pi^2 m/s$

17. (d) $A = -\omega^2 y$, माध्य स्थिति पर $y = 0$

इसलिये त्वरण न्यूनतम (शून्य) है

18. (d) सरल आवर्त गति में, $v = \sqrt{a^2 - y^2}$ एवं $a = -\omega^2 y$ जब $y = a$

$\Rightarrow v_{\min} = 0$ एवं $a_{\max} = -\omega^2 a$

19. (b) दिये गये समीकरण की मानक समीकरण से तुलना करने पर,

$y = a\sin(\omega t + \phi)$, दिया है $a = 2\,cm$, $\omega = \frac{\pi}{2}$

$\therefore A_{\max} = \omega^2 A = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 2 = \frac{\pi^2}{2} cm/s^2$

20. (c) वेग $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ एवं त्वरण $= \omega^2 x$

अब दिया है $\omega^2 x = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow \omega^2.1 = \omega\sqrt{2^2 - 1^2}$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{3}\ \therefore\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$

21. (c) $a = -\omega^2 x \Rightarrow \left|\frac{a}{x}\right| = \omega^2$

सरल आवर्त गति में ऊर्जा

1. (d) $E = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 \Rightarrow E \propto a^2$

2. (a) $P.E. = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$

स्पष्ट है, कि जब x अधिकतम होगा तब P.E. अधिकतम होगी अर्थात् $x = \pm A$ पर

3. (d) माना बिन्दु x पर K.E. = P.E.

अतः $\frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - x^2) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$

$\Rightarrow 2x^2 = a^2 \Rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\ cm$

4. (a) चूँकि $\cos^2\omega t$ का अधिकतम मान 1 है

$\therefore K_{max} = K_o\cos^2\omega t = K_o$

एवं $K_{max} = PE_{max} = K_o$

5. (a) $F = -kx \Rightarrow dW = Fdx = -kxdx$

इसलिए $\int_0^W dW = \int_0^x -kx\ dx \Rightarrow W = U = -\frac{1}{2}kx^2$

6. (c) माना माध्य स्थिति से विस्थापन y पर, स्थितिज ऊर्जा = गतिज ऊर्जा

$\Rightarrow \frac{1}{2}m(a^2 - y^2)\omega^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$

$\Rightarrow a^2 = 2y^2 \Rightarrow y = \frac{a}{\sqrt{2}}$

7. (c) सरल आवर्त गति में कुल ऊर्जा $E = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$ (यहाँ a = आयाम)

स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - y^2) = E - \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$

जब $y = \frac{a}{2} \Rightarrow U = E - \frac{1}{2}m\omega^2\left(\frac{a^2}{4}\right) = E - \frac{E}{4} = \frac{3E}{4}$

8. (b) $\frac{\text{स्थितिज ऊर्जा}(U)}{\text{कुल ऊर्जा}(E)} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 y^2}{\frac{1}{2}m\omega^2 a^2} = \frac{y^2}{a^2}$

इसलिए $\frac{2.5}{E} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a^2} \Rightarrow E = 10\ J$

9. (d) गतिज ऊर्जा $T = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - x^2)$

एवं स्थितिज ऊर्जा $V = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \ \therefore \frac{T}{V} = \frac{a^2 - x^2}{x^2}$

10. (c) $\frac{U}{U_{max}} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 y^2}{\frac{1}{2}m\omega^2 a^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{y^2}{a^2} \Rightarrow y = \frac{a}{2}$

11. (c) गतिज ऊर्जा $K = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - y^2)$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 [10^2 - 5^2] = 375\ \pi^2 ergs$

12. (b) $\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 y^2}{\frac{1}{2}m\omega^2 a^2} = \frac{y^2}{a^2} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a} = \frac{1}{4}$

13. (a)

14. (a) सरल आवर्त गति में स्थितिज ऊर्जा एवं गतिज ऊर्जा के दोलनों का आवर्तकाल कण के विस्थापन का आधा होता है।

15. (b) माना किसी क्षण विस्थापन y है तब दिया है $U = \frac{1}{2} \times E$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}m\omega^2 a^2\right)$

$\Rightarrow y = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4.2\ cm$

16. (b) $a = 6cm,\ \omega = 100\ rad/sec$

$K_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (100)^2 \times (6 \times 10^{-2})^2 = 18\ J$

17. (c) सरल आवर्त गति में K.E. एवं P.E. के दोलनों की आवृत्ति = 2 × (कण के दोलनों की आवृत्ति)

18. (b) कुल ऊर्जा $U = \frac{1}{2}Ka^2$

19. (d) $\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 y^2}{\frac{1}{2}m\omega^2 a^2} = \frac{y^2}{a^2} \Rightarrow \frac{U}{80} = \frac{\left(\frac{3}{4}a\right)^2}{a^2} = \frac{9}{16} \Rightarrow U = 45\ J$

20. (c)

21. (c) अधिकतम स्थितिज ऊर्जा की स्थिति $y = \pm a$

एवं अधिकतम गतिज ऊर्जा की स्थिति $y = 0$

22. (c) $Mg = Kl \Rightarrow U_{max} = \frac{1}{2}Kl^2 = \frac{1}{2}mgl$

23. (b) $\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 y^2}{\frac{1}{2}m\omega^2 a^2} = \frac{y^2}{a^2} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow U = \frac{E}{4}$

24. (b) सरल आवर्त गति में साम्य स्थिति $x = 0$ पर गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी। कुल ऊर्जा सदैव नियत रहती है।

25. (a) SHM में पूर्ण चक्र के लिए गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा के औसत मान बराबर होते हैं, अर्थात्

$\langle E\rangle = \langle U\rangle = \frac{1}{4}m\omega^2 a^2$

26. (c) कुल ऊर्जा $= \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$ = नियत

27. (c) साम्य स्थिति पर गतिज ऊर्जा

$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2. \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}}$

$= \sqrt{\frac{2 \times 16}{0.32}} = \sqrt{100} = 10\ m/s$

28. (a) $E = \frac{1}{2}ma^2\omega^2 = \frac{1}{2}ma^2\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right) \Rightarrow E \propto \frac{a^2}{T^2}$

29. (b) $\frac{K}{E} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-y^2)}{\frac{1}{2}m\omega^2a^2} = \frac{a^2-y^2}{a^2} = 1-\frac{y^2}{a^2}$

इसलिए $\frac{\left(\frac{3E}{4}\right)}{E} = 1-\frac{y^2}{a^2} \Rightarrow \frac{y^2}{a^2} = 1-\frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{a}{2}$

30. (c) गतिज ऊर्जा $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ma^2\omega^2\cos^2\omega t$

$= \frac{1}{2}m\omega^2a^2(1+\cos 2\omega t)$ अतः गतिज ऊर्जा आवर्ती रूप से दोगुनी आवृत्ति से परिवर्तित होती है, अर्थात् 2ω

31. (c) $E = \frac{1}{2}m\omega^2a^2 \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{a'^2}{a^2} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{\left(\frac{3}{4}a\right)^2}{a^2}$ $\left(\because a' = \frac{3}{4}a\right)$

$\Rightarrow E' = \frac{9}{16}E$

32. (d) सरल आवर्त गति में गतिज ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा में एवं स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा में रूपान्तरित होती रहती है परन्तु दोनों का योग सदैव नियत रहता है।

33. (b) वस्तु प्रत्यास्थतः दीवार से टकराती है। इसलिए इसकी ऊर्जा में कोई हानि नहीं होगी एवं यह कमरे की दीवारों से सदैव टकराती रहेगी एवं इसकी गति आवर्ती होगी।

वस्तु की ऊर्जा में कोई परिवर्तन नहीं हो रहा है अर्थात् त्वरण शून्य हैं इसलिए इसकी गति सरल आवर्त गति नही है।

34. (b) $E_1 = \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2E_1}{K}}$, $E_2 = \frac{1}{2}Ky^2 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{2E_2}{K}}$

एवं $E = \frac{1}{2}K(x+y)^2 \Rightarrow x+y = \sqrt{\frac{2E}{K}}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{2E_1}{K}} + \sqrt{\frac{2E_2}{K}} = \sqrt{\frac{2E}{K}} \Rightarrow \sqrt{E_1} + \sqrt{E_2} = \sqrt{E}$

आवर्तकाल एवं आवृत्ति

1. (b) दिये गये प्रश्न से, $\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}} = \frac{1}{b}$

$\therefore$ आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{b}}$

2. (c) मानक समीकरण $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$ से तुलना करने पर,

$\omega^2 = K \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{K} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{K}}$

3. (b) गेंद सुरंग में सरल आवर्त गति करेगी जिसका आवर्तकाल

$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 84.63 \text{ min}$

अतः गेंद को सुरंग के एक सिरे से दूसरे सिरे तक पहुँचने में लगा समय $t = \frac{84.63}{2} = 42.3 \text{ min}$

4. (d) दिया है अधिकतम वेग $\omega a = 1$ एवं अधिकतम त्वरण $\omega^2 a = 1.57$

$\therefore \frac{\omega^2 a}{\omega a} = 1.57 \Rightarrow \omega = 1.57 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 1.57 \Rightarrow T = 4$

5. (b) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = 0.02 \text{ sec}$

6. (a) साम्य स्थिति पर, गतिज ऊर्जा अधिकतम होती है

अतः $\frac{1}{2}ma^2\omega^2 = 16$

मान रखकर सरल करने पर $\omega = 10 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5}$ sec

7. (d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}}$; $= 2\pi\sqrt{\frac{3}{12}} = \pi = 3.14 \text{ sec}$

8. (d) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{4}$

9. (d)

10. (a) $\omega = \sqrt{\frac{\text{त्वरण}}{\text{विस्थापन}}} = \sqrt{\frac{2.0}{0.02}} = 10\, rad\, s^{-1}$

11. (b) दिये गये समीकरण से, $\omega = 3000$, $\Rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3000}{2\pi}$

12. (b)

13. (b) दिया है $v = \pi\, cm/\text{sec}$, $x = 1\, cm$ एवं $\omega = \pi s^{-1}$

$v = \omega\sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow \pi = \pi\sqrt{a^2-1}$

$\Rightarrow 1 = a^2 - 1 \Rightarrow a = \sqrt{2}\, cm.$

14. (b) रेखाखण्ड की लम्बाई = दोलन की अधिकतम आयाम की स्थितियों के बीच की दूरी = 4 *cm*

इसलिए आयाम $a = 2\, cm$

एवं $v_{max} = 12\, cm/s$ $\because v_{max} = \omega a = \frac{2\pi}{T}a$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi a}{v_{max}} = \frac{2\times 3.14\times 2}{12} = 1.047 \text{ sec}$

15. (a) दिये गये समीकरण की मानक समीकरण $x = a\cos(\omega t + \phi)$ से तुलना करने पर हमें $a = 0.01$ एवं $\omega = \pi$ प्राप्त होता है

$\Rightarrow 2\pi n = \pi \Rightarrow n = 0.5\, Hz$

16. (d) $y = 5\sin(\pi t + 4\pi)$ इसकी मानक समीकरण

$y = a\sin(\omega t + \phi) = a\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \phi\right)$ से तुलना करने पर

$a = 5\, m$ एवं $\frac{2\pi t}{T} = \pi t \Rightarrow T = 2\, sec$

17. (d) $v_{max} = a\omega = a\times 2\pi n \Rightarrow n = \frac{v_{max}}{2\pi a} = \frac{31.4}{2\times 3.14\times 5} = 1\, Hz$

18. (d) दिये गये समीकरण से, $\omega = 2\pi n = 4\pi \Rightarrow n = 2Hz$

सरल लोलक

1. (c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T \propto \sqrt{l}$

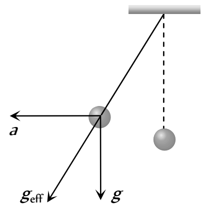
2. (a) खदान के अन्दर जाने पर g का मान घटता है, अतः T बढ़ता है।

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; T बढ़ता है।

3. (b) जब थोड़ा सा मरकरी निकल जाता है, गेंद के द्रव्यमान केन्द्र से नीचे आ जाती है और पेण्डुलम की प्रभावकारी लम्बाई बढ़ती है अतः T बढ़ता है।

4. (b) प्रारम्भ में आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

जब ट्रेन त्वरित होती है, तो त्वरण का प्रभावी मान $\sqrt{(g^2 + a^2)}$ होगा जोकि g से अधिक है। अतः नया आवर्तकाल प्रारम्भिक आवर्तकाल से कम होगा



5. (b) हम जानते हैं, $g = \frac{GM}{R^2}$

$\Rightarrow \frac{g_{पृथ्वी}}{g_{ग्रह}} = \frac{M_e}{M_p} \times \frac{R_\rho^2}{R_e^2} \Rightarrow \frac{g_e}{g_p} = \frac{2}{1}$

एवं $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \Rightarrow \frac{T_e}{T_p} = \sqrt{\frac{g_p}{g_e}} \Rightarrow \frac{2}{T_p} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow T_p = 2\sqrt{2}$ sec

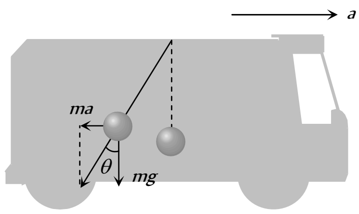
6. (b) त्वरित निर्देश फ्रेम में, एक छद्म बल ma चित्रानुसार गोलक पर कार्य करेगा
अतः

$\tan\theta = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$

$\Rightarrow$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a}{g}\right)$

पीछे की ओर



7. (c)

8. (c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है)

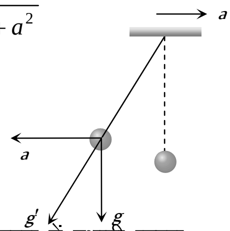
9. (c) स्थिर लिफ्ट में $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

ऊपर की ओर गतिमान लिफ्ट में $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g+a)}}$

(a = लिफ्ट का त्वरण)

$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} = \sqrt{\frac{g}{\left(g + \frac{g}{4}\right)}} = \sqrt{\frac{4}{5}} \Rightarrow T' = \frac{2T}{\sqrt{5}}$

10. (d) $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$



11. (d) दिये गये प्रकरण में प्रभावी त्वरण $g_e = 0 \Rightarrow T = \infty$

12. (b) $p_{max} = \sqrt{2m\,E_{max}}$

13. (a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{l}{g}}$ = नियत

$\Rightarrow l \propto g; \Rightarrow \frac{l_m}{1} = \frac{1}{6}\frac{g}{g} \Rightarrow l_m = \frac{1}{6}m$

14. (d) $T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l} = \frac{0.02}{2} = 0.01 \Rightarrow \Delta T = 0.01\,T$

प्रतिदिन समय का ह्रास $= 0.01 \times 24 \times 60 \times 60 = 864$ sec

15. (d) $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'+a}} = \sqrt{\frac{g}{g+5g}} = \sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow T' = \frac{T}{\sqrt{6}}$

16. (b) $T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{2} \times 1\% = 0.5\%$

17. (b) B पर वेग अधिकतम होगा, यांत्रिक ऊर्जा के संरक्षण से,

$\Delta PE = \Delta KE \Rightarrow mgH = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gH}$

18. (c)

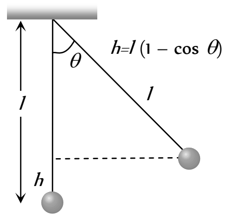
19. (c) यदि मान लें कि गोलक h ऊँचाई तक उठता है, तब यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण से,

$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{2gh}$

चित्र से, $\cos\theta = \frac{l-h}{l}$

$\Rightarrow h = l(1 - \cos\theta)$

इसलिए $v_{max} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$

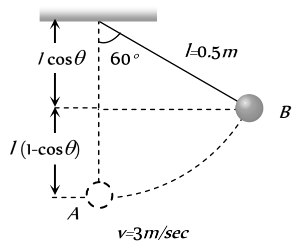


20. (c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ स्वतंत्रतापूर्वक गिरते हुए निकाय के लिए $g = 0$

इसलिए $T = \infty$ या $n = 0$

अर्थात् पेण्डुलम दोलन नहीं करेगा।

21. (d) माना बिन्दु पर गोलक ऊर्ध्वाधर से 60° का कोण बनाता है एवं मान B पर वेग v है तब यांत्रिक ऊर्जा के संरक्षण से,



$KE_A + PE_A = KE_B + PE_B$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m \times 3^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1-\cos\theta)$

$\Rightarrow 9 = v^2 + 2\times 10\times 0.5\times\frac{1}{2} \Rightarrow v = 2\ m/s$

22. (d) $T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \frac{2}{T_2} = \sqrt{\frac{l}{4l}} \Rightarrow T_2 = 4\,sec$

23. (c) नियत रहेगा क्योंकि सरल लोलक का आवर्तकाल गोलक के द्रव्यमान पर निर्भर नही करता है।

24. (c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{l}{T^2} = \frac{g}{4\pi^2} =$ नियत

25. (d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \Rightarrow \frac{T_P}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_P}} = \sqrt{\frac{2}{1}} \Rightarrow T' = \sqrt{2}T$

26. (a) यदि प्रारम्भिक लम्बाई $l_1 = 100$ तब $l_2 = 121$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$

अतः $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{100}{121}} \Rightarrow T_2 = 1.1\,T_1$

% वृद्धि = $\frac{T_2 - T_1}{T_1}\times 100 = 10\,\%$

27. (a) $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{100}{400}}$ (यदि $l_1 = 100$ तब $l_2 = 400$)

$\Rightarrow T_2 = 2T_1$

% वृद्धि $= \frac{T_2 - T_1}{T_1}\times 100 = 100\%$

28. (b) $T = 2\pi\sqrt{l/g} \Rightarrow l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8\times 4}{4\times\pi^2} = 99\ cm$

29. (d) स्वतंत्रतापूर्वक गिरती हुई लिफ्ट में पेण्डुलम का प्रभावी त्वरण g शून्य होगा, इसलिए $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{0}} = \infty$

30. (d) खड़े होने पर दोलन करने वाली वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र ऊपर की ओर उठ जायेगा जिससे प्रभावकारी लम्बाई घट जायेगी एवं $T \propto \sqrt{l}$ के अनुसार आवर्तकाल घट जायेगा।

31. (c) $T = 2\pi\sqrt{l/g} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2\ sec$

32. (c) आवर्तकाल पेण्डुलम के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

33. (b) $T \propto \sqrt{l}$ आवर्तकाल केवल प्रभावकारी लम्बाई पर निर्भर करता है घनत्व पर नहीं। अतः लम्बाई 4 गुनी कर देने पर, आवर्तकाल दोगुना हो जायेगा।

34. (b) आवर्तकाल पेण्डुलम के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

35. (a) चन्द्रतल पर g का मान कम होता है अतः आवर्तकाल बढ़ता है $\left(T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}\right)$

36. (a) जब लिफ्ट स्वतंत्रतापूर्वक गिरती है तो प्रभावी त्वरण एवं दोलनों की आवृत्ति शून्य हैं

$g_{प्रभावी} = 0 \Rightarrow T' = \infty$ अतः आवृत्ति = 0

37. (d) 'g' का प्रभावी मान नियत रहता है।

38. (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{12}{10} \Rightarrow T_2 = 1.2\,T_1$

अतः % वृद्धि $= \frac{T_2 - T_1}{T_1}\times 100 = 20\%$

39. (c) यदि आयाम बहुत अधिक है, तो गति सरल आवर्त गति नहीं होगी।

40. (d) आयाम की स्थितियों पर वेग शून्य होगा।

41. (a) माध्य स्थिति में समय $t = \frac{T}{4} = \frac{4}{4} = 1\,\text{sec}$ पर वस्तु आयाम की स्थिति पर पहुँच जाएगी, इस स्थिति पर वस्तु का वेग शून्य होगा।

42. (a) कोई संवेग स्थानान्तरण नहीं होगा, क्योंकि आयाम की स्थिति पर गोलक का वेग शून्य होगा।

43. (a) इस स्थिति में, दोलनों की आवृत्ति

$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\sqrt{g^2 + a^2}}{l}}$, यहाँ a कार का त्वरण है यदि a का मान बढ़ता है, तब n का मान बढ़ता है।

44. (b) आवर्तकाल आयाम पर निर्भर नहीं करता है।

45. (d) आवृत्ति $n \propto \frac{1}{\sqrt{l}} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

46. (d) माना $t = 0$ पर पेण्डुलम एक साथ दोलन प्रारम्भ करते हैं अतः ये दोनों एक साथ दुबारा दोलन करेंगे यदि $n_1T_1 = n_2T_2$

$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \left(\frac{8}{7}\right)^2 = \frac{64}{49}$

47. (b) $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ एवं g दोनों स्थितियों में समान है इसलिए आवर्तकाल नियत रहेगा।

48. (a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T \propto \sqrt{l}$, अतः यदि l को 9 गुना कर दिया जाये तो T, 3 गुना हो जायेगा।

एवं आवर्तकाल गोलक के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

49. (a) जब हम भूमध्य रेखा से ध्रुवों की ओर जाते हैं तो g का मान बढ़ता है इसलिए सरल लोलक का आवर्तकाल $\left(T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}\right)$ घटता है।

50. (a) यदि Q पर पेण्डुलम का वेग v है, एवं P से Q तक जाने में ऊर्जा में 10% की कमी हो जाती है

अतः P व Q के बीच ऊर्जा संरक्षण नियम से,

$\frac{1}{2}mv^2 = 0.9\,(mgh) \Rightarrow v^2 = 2\times 0.9\times 10\times 2 \Rightarrow v = 6\,m/sec$

51. (c) $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\left(\frac{g}{g/4}\right)} \Rightarrow T_2 = 2T_1 = 2T$

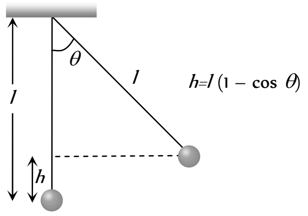
52. (c) स्थिर लिफ्ट में $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

त्वरण a से ऊपर की ओर गतिमान लिफ्ट में $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g+a}{g}} \Rightarrow \frac{T}{T_2} = \sqrt{\frac{g+\frac{g}{3}}{g}} = \sqrt{\frac{4}{3}} \Rightarrow T_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}T$$

53. (c) $T \propto \sqrt{l}$

54. (d) माध्य स्थिति पर गतिज ऊर्जा अधिकतम होगी ऊर्जा संरक्षण के नियम से,



माध्य स्थिति पर गतिज ऊर्जा = नई स्थिति में स्थितिज ऊर्जा

$$\Rightarrow K_{max} = mgh = mgl(1-\cos\theta)$$

55. (c)

56. (b) निर्वात् में गोलक पर कोई घर्षण बल कार्य नहीं करेगा। अतः ऊर्जा व्यय शून्य होगा और यह एकसमान आयाम से दौलन करता रहेगा।

57. (c) $\frac{g}{3}$ त्वरण से नीचे आ रही लिफ्ट में प्रभावी त्वरण

$$g_{eff} = g - \frac{g}{3} = \frac{2g}{3}$$

$$\therefore\ T = 2\pi\sqrt{\left(\frac{L}{g_{eff}}\right)} = 2\pi\sqrt{\left(\frac{L}{2g/3}\right)} = 2\pi\sqrt{\left(\frac{3L}{2g}\right)}$$

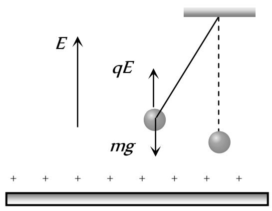
58. (a)

59. (c) ऊर्जा संरक्षण के नियम से, $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ या

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times 9.8\times 0.1} = 1.4\ m/s.$$

60. (a) दी गई स्थिति में पेण्डुलम का आवर्तकाल

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\left(g+\frac{qE}{m}\right)}}$$



$\Rightarrow T' < T$

61. (b) गहरी खदान में $g' = g\left(1-\frac{d}{R}\right)$; अर्थात् g घटता है इसलिए $n \propto \sqrt{g}$, के अनुसार आवृत्ति घटती है।

स्प्रिंग लोलक

1. (d) अधिकतम वेग $= a\omega = a\sqrt{\frac{k}{m}}$

दिया है $a_1\sqrt{\frac{K_1}{m}} = a_2\sqrt{\frac{K_2}{m}} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}$

2. (d) दिया गया निकाय स्प्रिंगों का समान्तर संयोजन है इसलिये

$k_{eq} = k_1 + k_2$ एवं आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{(k_1+k_2)}}$

3. (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ एवं स्प्रिंग नियतांक $(k) \propto \frac{1}{\text{लम्बाई}\ (L)}$, जब स्प्रिंग को आधा कर दिया जाता है तब k दोगुना हो जाता है

$$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

4. (b) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

5. (b) गुटके के सापेक्ष स्प्रिंगें समान्तर क्रम में जुड़ी हैं

$\therefore$ संयुक्त स्प्रिंग नियतांक $k = k_1 + k_2$ एवं $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$

6. (c) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{n_S}{n_P} = \sqrt{\frac{k_S}{k_P}} \Rightarrow \frac{n_s}{n_p} = \sqrt{\frac{\left(\frac{k}{2}\right)}{2k}} = \frac{1}{2}$

7. (c) श्रेणीक्रम में $k_{eq} = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$ इसलिए आवर्तकाल

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$$

8. (b) बल नियतांक $k = \frac{F}{x} = \frac{0.5\times 10}{0.2} = 25\ N/m$

अब $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.25}{25}} = 0.628\ sec$

9. (a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m \propto T^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2}$

$$\Rightarrow \frac{M+m}{M} = \left(\frac{\frac{5}{4}T}{T}\right)^2 \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{9}{16}$$

10. (c) स्प्रिंग नियतांक $(k) \propto \frac{1}{\text{स्प्रिंग की लम्बाई}\ (l)}$

चूँकि लम्बाई आधी हो जाती है, इसलिए k का मान $2k$ हो जायेगा।

11. (a) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{k}{m}\times\frac{m'}{K'}} = \sqrt{\frac{k}{m}\times\frac{2m}{2K}} = 1 \Rightarrow n' = n$

12. (b) चूँकि mg के कारण वृद्धि x है अतः $k = \frac{mg}{x}$

$$\therefore\ T = 2\pi\sqrt{\frac{(M+m)}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{(M+m)x}{mg}}$$

13. (d) दिये गये संयोजन के लिये $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}$ ... (i)

यदि एक स्प्रिंग को हटा दिया जाये तब $k_{eq} = k$ एवं

$f' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ ... (ii)

समीकरण (i) व (ii) से, $\frac{f}{f'} = \sqrt{2} \Rightarrow f' = \frac{f}{\sqrt{2}}$

14. (c) $\because mg = kx \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x}{g} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{9.8\times 10^{-2}}{9.8}} = \frac{2\pi}{10}$ *sec*

15. (a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{80}} = 0.31$ *sec*

16. (d) स्प्रिंग को दो समान भागों में काट दिया जाता है, इसलिए प्रत्येक भाग का स्प्रिंग नियतांक = $2k$

ये भाग समान्तर क्रम में जुड़े हैं , $K_{eq} = 2K + 2K = 4K$

आरोपित बल (W) समान है अतः $F = kx$ से $4k \times x' = kx$

$\Rightarrow x' = \frac{x}{4}$

17. (a) दिये गये संयोजन में स्प्रिंग समान्तर क्रम में हैं इसलिए $k_{eq} = k_1 + k_2$

एवं $\omega = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

18. (d) बल नियतांक $(k) \propto \frac{1}{\text{स्प्रिंग की लम्बाई } (l)}$

$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{2}{1}$

19. (b) दी गई स्थिति के लिए मानक समीकरण

$x = a\cos\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow x = -0.16\cos(\pi t)$

[जहाँ $a = -0.16$ मीटर, $T = 2$ *sec*]

20. (c) यांत्रिक ऊर्जा के संरक्षण से,

$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow x = v\sqrt{m/k}$

21. (c) दिया है प्रत्यास्थ ऊर्जाएँ बराबर हैं, अर्थात् $\frac{1}{2}k_1x_1^2 = \frac{1}{2}k_2x_2^2$

$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$ एवं $F = kx$ से

$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{k_1x_1}{k_2x_2} = \frac{k_1}{k_2}\times\sqrt{\frac{k_2}{k_1}} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$

22. (c) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow n \propto \frac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

$\Rightarrow \frac{n}{n_2} = \sqrt{\frac{4m}{m}} \Rightarrow n_2 = \frac{n}{2}$

23. (d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{4m}{m}} = 2 \Rightarrow T_2 = 2\times 2 = 4s$

24. (a) $T \propto \frac{1}{\sqrt{k}} \Rightarrow T_1 : T_2 : T_3 = \frac{1}{\sqrt{k}} : \frac{1}{\sqrt{k/2}} : \frac{1}{\sqrt{2k}} = 1 : \sqrt{2} : \frac{1}{\sqrt{2}}$

25. (d) $T \propto \frac{1}{\sqrt{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} = \sqrt{\frac{k}{4k}} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{2}$

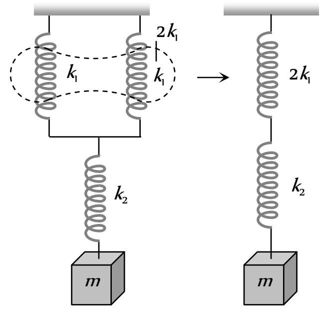
26. (d) स्प्रिंग के दोलनों का आवर्तकाल गुरुत्व पर निर्भर नहीं करता है।

27. (b) श्रेणी क्रम संयोजन में,

$\frac{1}{k_S} = \frac{1}{2k_1} + \frac{1}{k_2}$

$\Rightarrow$

$k_S = \left[\frac{1}{2k_1} + \frac{1}{k_2}\right]^{-1}$



28. (a) खींचने में किया गया कार्य (W) $\propto$ स्प्रिंग नियतांक (अर्थात् k)

$\because k_A > k_B \Rightarrow W_A > W_B$

29. (a) जब बाह्य बल कार्य करता है तब एक स्प्रिंग खिंचती है, तो दूसरी उसी परिमाण में संकुचित होती है अतः दोनों स्प्रिंगों के कारण एक ही दिशा में कार्य करते है

अर्थात् $F = F_1 + F_2 \Rightarrow -kx = -k_1x - k_2x \Rightarrow k = k_1 + k_2$

30. (a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{m+2}{m}} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{m+2}{m}$

$\Rightarrow m = \frac{8}{5}kg = 1.6\ kg$

31. (b) श्रेणीक्रम संयोजन में, $k_{eq} = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$

$F = k_{eq}x \Rightarrow mg = \left(\frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}\right)x \Rightarrow x = \frac{mg(k_1 + k_2)}{k_1k_2}$

32. (d) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1k_2}{(k_1 + k_2)m}}$

33. (b) $F = kx$ से, $10g = k\times 0.25 \Rightarrow k = \frac{10g}{0.25} = 98\times 4$

अब $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{T^2}{4\pi^2}k$

$\Rightarrow m = \frac{\pi^2}{100}\times\frac{1}{4\pi^2}\times 98\times 4 = 0.98\ kg$

34. (b) जब स्प्रिंग को समान n भागों में काटा जाता है तब प्रत्येक भाग का स्प्रिंग नियतांक nk होगा, $T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$ से, आवर्तकाल $T/\sqrt{n}$ होगा।

35. (b) $K \propto \frac{1}{l}$ से

चूँकि एक चौथाई भाग को काटकर अलग कर दिया जाता है, इसलिए शेष लम्बाई तीन चौथाई का स्प्रिंग नियतांक $k' = \frac{4}{3}k$

36. (d) $t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1}}$ एवं $t_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_2}}$

दिखाये गये संयोजन का तुल्य स्प्रिंग नियतांक

$K_1 + K_2$ है इसलिए आवर्तकाल $t = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1+K_2}}$

इन समीकरणों को हल करने पर $t^{-2} = t_1^{-2} + t_2^{-2}$

37. (c) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_{\text{प्रभावी}}}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(K+2K)}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3K}{m}}$

38. (d) श्रेणीक्रम संयोजन से,

$\frac{1}{k_S} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{k_2+k_1}{k_1k_2} \Rightarrow k_S = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$

39. (b) $t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$ एवं $t_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$

श्रेणीक्रम में प्रभावी स्प्रिंग नियतांक $k = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$

$\therefore$ आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$ .....(ii)

अब $t_1^2 + t_2^2 = 4\pi^2 m\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) = \frac{4\pi^2 m(k_1+k_2)}{k_1k_2}$

$t_1^2 + t_2^2 = T^2.$ [समीकरण (ii) से]

40. (c) $\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{8k} + ...$

$= \frac{1}{k}\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ...\right] = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{1-1/2}\right) = \frac{2}{k}$

(अनन्त गुणोत्तर श्रेणी के योग से $a + \frac{a}{r} + \frac{a}{r^2} + ...\infty$

योंग $(S) = \frac{a}{1-r}$)

$\therefore k_{eff} = \frac{k}{2}.$

41. (a) $n \propto \sqrt{\frac{k}{m}}$

42. (b) $F = kx \Rightarrow mg = kx \Rightarrow m \propto kx$

अतः $\frac{m_1}{m_2} = \frac{k_1}{k_2} \times \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{k}{k/2} \times \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_2 = 3\,cm.$

43. (b) प्रारम्भ में जब 1 *kg* द्रव्यमान को लटकाया जाता है तब $F = kx$ से $mg = kx \Rightarrow k = \frac{mg}{x} = \frac{1\times 10}{5\times 10^{-2}} = 200\,\frac{N}{m}$

एवं 2 *kg* द्रव्यमान की कोणीय आवृत्ति

$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10\,rad/sec$

अतः $v_{\max} = a\omega = (10\times 10^{-2})\times 10 = 1\,m/s$

44. (a) $U = \frac{F^2}{2K} \Rightarrow U \propto \frac{1}{K} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{K_2}{K_1} = 2$

45. (b) $U = \frac{1}{2}Kx^2$ परंतु $T = Kx$

इसलिए एकत्रित ऊर्जा $= \frac{1}{2}\frac{(Kx)^2}{K} = \frac{1}{2}\frac{T^2}{K}$

46. (a) निकाय स्प्रिंगों का समान्तर क्रम संयोजन है $\therefore K_{eq} = K_1 + K_2 = 400$ एवं

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.25}{400}} = \frac{\pi}{20}$

47. (b) स्प्रिंग को चार समान भागों में काटने पर प्रत्येक भाग का स्प्रिंग नियतांक चार गुना हो जायेगा $\left(\because k \propto \frac{1}{l}\right)$ अब

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ से आवर्तकाल आधा हो जायेगा अर्थात् $T' = T/2$

48. (d) $T \propto \sqrt{m} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{5}{3} = \sqrt{\frac{M+m}{M}}$

$\Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{M+m}{M} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{16}{9}$

49. (c) $v_{\max} = a\omega = a\frac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow a = \frac{v_{\max}T}{2\pi} = \frac{15\times 628\times 10^{-3}}{2\times 3.14} = 1.5\,cm$

50. (c) $Kx = mg \Rightarrow \frac{m}{K} = \frac{x}{g}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{9.8}} = \frac{2\pi}{7}\sec$

51. (b) $\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{\frac{4.84}{0.98}} = 2.22\,rad/\sec$

52. (d) जब स्प्रिंग को दो समान भागों में काट दिया जाता है तब प्रत्येक भाग का स्प्रिंग नियतांक $2K$ हो जायेगा एवं $n \propto \sqrt{K}$ नई आवृत्ति $\sqrt{2}$ गुना हो जायेगी अर्थात् $f_2 = \sqrt{2}\,f_1$.

53. (d)

54. (a) केवल द्रव्यमान m_2 के साथ, स्प्रिंग का खिंचाव l है तब

$m_2g = kl$ ...(i)

द्रव्यमान $(m_1 + m_2)$ के साथ खिंचाव l' है तब

$(m_1 + m_2)g = k(l + \Delta l)$ ....(ii)

खिंचाव में वृद्धि Δl है जोकि दोलनों का आयाम है समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाने पर

$m_1g = k\Delta l$ या $\Delta l = \frac{m_1g}{k}$

55. (b) कोणीय वेग $\omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)} = \sqrt{\left(\frac{10}{10}\right)} = 1$

अब $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2} \Rightarrow y^2 = a^2 - \frac{v^2}{\omega^2} = (0.5)^2 - \frac{(0.4)^2}{1^2}$

$\Rightarrow y^2 = 0.9 \Rightarrow y = 0.3\,m$

सरल आवर्त गतियों का अध्यारोपण एवं अनुनाद

1. (c) परिणामी आयाम $=\sqrt{3^2+4^2}=5$

2. (c) $y = A\sin PT + B\cos PT$

$A = r\cos\theta,\ \ B = r\sin\theta$

$\Rightarrow y = r\sin(PT+\theta)$ जो कि SHM का समीकरण है।

3. (c) $y = a(\cos\omega t + \sin\omega t) = a\sqrt{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\omega t + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\omega t\right]$

$= a\sqrt{2}[\sin 45^\circ \cos\omega t + \cos 45^\circ \sin\omega t]$

$= a\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ) \Rightarrow$ आयाम $= a\sqrt{2}$

4. (c) यदि प्रथम समीकरण $y_1 = a_1 \sin\omega t$ है तो

$\Rightarrow \sin\omega t = \frac{y_1}{a_1}$ ... (i)

एवं दूसरा समीकरण $y_2 = a_2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ होगा

$= a_2\left[\sin\omega t\cos\frac{\pi}{2} + \cos\omega t \sin\frac{\pi}{2}\right] = a_2\cos\omega t$

$\Rightarrow \cos\omega t = \frac{y_2}{a_2}$ ... (ii)

समीकरण (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$\sin^2\omega t + \cos^2\omega t = \frac{y_1^2}{a_1^2} + \frac{y_2^2}{a_2^2}$

$\Rightarrow \frac{y_1^2}{a_1^2} + \frac{y_2^2}{a_2^2} = 1$; यह दीर्घवृत्त का समीकरण है।

5. (a) यदि $y_1 = a_1\sin\omega t$ एवं $y_2 = a_2\sin(\omega t + \pi)$

$\Rightarrow \frac{y_1}{a_1} + \frac{y_2}{a_2} = 0 \Rightarrow y_2 = -\frac{a_2}{a_1}y_1$

यह सरल रेखा का समीकरण है।

6. (c) यदि $y_1 = a_1\sin\omega t$ एवं $y_2 = a_2\sin(\omega t + 0) = a_2\sin\omega t$

$\Rightarrow \frac{y_1^2}{a_1^2} + \frac{y_2^2}{a_2^2} - \frac{2y_1y_2}{a_1a_2} = 0 \Rightarrow y_2 = \frac{a_2}{a_1}y_1$

यह सरल रेखा का समीकरण है।

7. (d) दिये गये सम्बन्ध के लिए

परिणामी आयाम $=\sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$

8. (a) $x = 5\sqrt{2}(\sin 2\pi t + \cos 2\pi t)$

$= 5\sqrt{2}\sin 2\pi t + 5\sqrt{2}\cos 2\pi t$

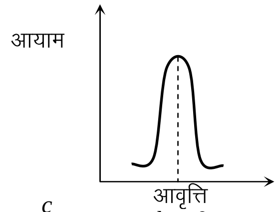
$x = 5\sqrt{2}\sin 2\pi t + 5\sqrt{2}\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

घटक तरंगों के बीच कलान्तर $\phi = \frac{\pi}{2}$

$\therefore$ परिणामी आयाम $A = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2}$ =10 cm

9. (b)

10. (d) अपेक्षाकृत कम अवमंदी बल के लिए अनुनाद शिखर अधिक लम्बा एवं तीक्ष्ण होता है



11. (b) $A = \frac{c}{a+b-c}$; जब $b=0$, $a=c$ आयाम

$A \to \infty$ यह अनुनाद के संगत है।

12. (c) कण की ऊर्जा अनुनादी आवृत्ति अर्थात् $\omega_2 = \omega_o$ पर अधिकतम होगी। आयाम अनुनाद के लिये (आयाम अधिकतम) बाह्य बल की आवृत्ति $\omega = \sqrt{\omega_o^2 - b^2 2m^2} \Rightarrow \omega_1 \neq \omega_o$

13. (a)

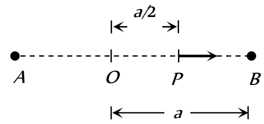
14. (c)

Critical Thinking Questions

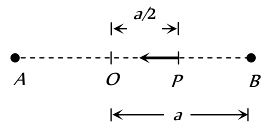
1. (d) $y = a\sin(\omega t + \phi_0)$, प्रश्नानुसार

$y = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = a\sin(\omega t + \phi_0) \Rightarrow (\omega t + \phi_0) = \phi = \frac{\pi}{6}$ या $\frac{5\pi}{6}$

$\phi = \frac{\pi}{6}$ का भौतिक अर्थ : कण P पर है एवं यह B की ओर जा रहा है



$\phi = \frac{5\pi}{6}$ का भौतिक अर्थ : कण P पर है एवं यह बिन्दु O की ओर जा रहा है



इसलिए कलान्तर $\Delta\phi = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$

2. (b) $x = 12\sin\omega t - 16\sin^3\omega t = 4[3\sin\omega t - 4\sin^3\omega t]$

$= 4[\sin 3\omega t]$ ($\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ से,)

$\therefore$ अधिकतम त्वरण $A_{max} = (3\omega)^2 \times 4 = 36\omega^2$

3. (b,c) आवर्ती दौलित्र के पास कुछ प्रत्यास्थ ऊर्जा है एवं ऊर्जा के आवर्ती परिवर्तनों का आयाम

$\frac{1}{2}Ka^2 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^6 \times (0.01)^2 = 100\ J$

यह दोलित्र की अधिकतम गतिज ऊर्जा है अतः $K_{max} = 100\ J$ यह ऊर्जा प्रत्यास्थ ऊर्जा के साथ जुड़कर अधिकतम यांत्रिक ऊर्जा 160 J दे सकती है।

4. (a) $U = k|x|^3 \Rightarrow F = -\frac{dU}{dx} = -3k|x|^2$ ...(i)

एवं SHM के लिए $x = a\sin\omega t$ एवं $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

$\Rightarrow$ त्वरण $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \Rightarrow F = ma$

$= m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega^2 x$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से $\omega = \sqrt{\frac{3kx}{m}}$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3kx}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k(a\sin\omega t)}} \Rightarrow T \propto \frac{1}{\sqrt{a}}$

5. (b, d) माना A व B द्वारा प्राप्त वेग V है, तब

$mv = mV + mV \Rightarrow V = \frac{v}{2}$

एवं $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$

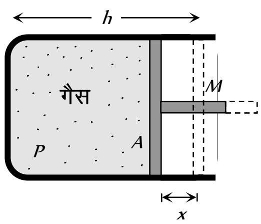
यहाँ x स्प्रिंग का अधिकतम संकुचन है। उपरोक्त समीकरणों को हल करने पर हमें $x = v\left(\frac{m}{2k}\right)^{1/2}$ प्राप्त होगा

अधिकतम संकुचन पर,

$A - B$ निकाय की गतिज ऊर्जा

$= \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}mV^2 = mV^2 = \frac{mv^2}{4}$

6. (a) माना पिस्टन बाँयी ओर x दूरी खिसक जाता है तब आयतन घटता है एवं दाब बढ़ता है यदि दाब में वृद्धि ΔP एवं आयतन में कमी ΔV है तब प्रक्रम को समतापी मानते हुये



$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow PV = (P + \Delta P)(V - \Delta V)$

$\Rightarrow PV = PV + \Delta PV - P\Delta V - \Delta P\Delta V$

$\Rightarrow \Delta P.V - P.\Delta V = 0$ ($\Delta P.\Delta V$ की उपेक्षा करने पर)

$\Delta P(Ah) = P(Ax) \Rightarrow \Delta P = \frac{P.x}{h}$

यह दाब आधिक्य पिस्टन (M) को प्रत्यानन बल (F) प्रदान करता है

अतः $F = \Delta P.A = \frac{PAx}{h}$

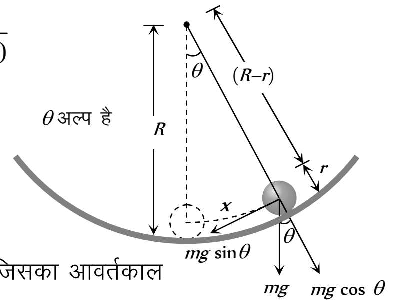
इसकी $|F| = kx$ से तुलना करने पर $k = M\omega^2 = \frac{PA}{h}$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{PA}{Mh}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{Mh}{PA}}$

Short trick : दिये गये विकल्पों की विमा चैक करने पर विकल्प (a) सही है।

7. (b) स्पर्शीय त्वरण $a_t = -g\sin\theta = -g\theta$

$a_t = -g\frac{x}{(R-r)}$



गति S.H.M. है जिसका आवर्तकाल

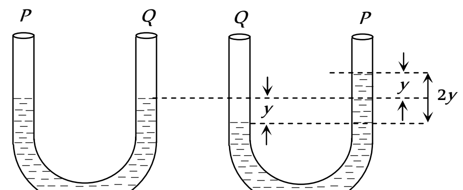
$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{\frac{gx}{(R-r)}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R-r}{g}}$

8. (a) अनुनाद के लिए आयाम अधिकतम होना चाहिए जो कि तभी सम्भव है जब दिये गये व्यंजक का हर का मान शून्य है

अर्थात् $a\omega^2 - b\omega + c = 0 \Rightarrow \omega = \frac{+b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

एकल अनुनाद आवृत्ति के लिए $b = 4ac$

9. (d) यदि U ट्यूब की एक भुजा P में द्रव का तल y cm नीचे गिरता है, तब दूसरी भुजा Q में द्रव का तल P के तल से $2y$ cm ऊपर होगा जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है



तब Q भुजा में अतिरिक्त द्रव का भार $P = 2Aydg$

यह भार द्रव्यमान M के लिए प्रत्यानन बल की तरह कार्य करेगा

$\therefore$ प्रत्यानन त्वरण $= \frac{-2Aydg}{M}$

यह सम्बन्ध SHM के लिए आवश्यक शर्त $a \propto -y$ को संतुष्ट करता है अतः

आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{|\text{त्वरण}|}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{y}{\frac{2Aydg}{M}}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{2Adg}}$

10. (b) कण को $x = 0$ (माध्य स्थिति) से $x = 4$ (आयाम स्थिति) तक पहुँचने में लगा समय $= \frac{T}{4} = \frac{1.2}{4} = 0.3\ s$

माना कण को $x = 0$ से $x = 2\ cm$ तक पहुँचने में लगा समय t है तब

$y = a\sin\omega t \Rightarrow 2 = 4\sin\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin\frac{2\pi}{1.2}t$

$\Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{1.2}t \Rightarrow t = 0.1\ s$ अतः $x = 2\ cm$ से $x = 4\ cm$ तक जाने में लगा समय $0.3 - 0.1 = 0.2\ s$ होगा

अतः $x = 2$ से $x = 4$ तक जाने में एवं पुनः वापिस आने में लगा समय $= 2 \times 0.2 = 0.4 sec$

11. (c) वस्तु के तल के सम्पर्क में बने रहने के लिए $a_{\max} = g$

$\therefore \omega^2 A = g \Rightarrow 4\pi^2 n^2 A = g$

$\Rightarrow n^2 = \frac{g}{4\pi^2 A} = \frac{10}{4(3.14)^2 0.01} = 25 \ \Rightarrow n = 5\ Hz$

12. (c) एक बल के प्रभाव में $F_1 = m\omega_1^2 y$ एवं दूसरे बल के प्रभाव में $F_2 = m\omega_2^2 y$

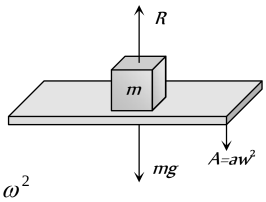
दोनों बलों के प्रभाव में, $F = F_1 + F_2$

$\Rightarrow \ m\omega^2 y = m\omega_1^2 y + m\omega^2 y$

$\Rightarrow \ \omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2$

$$\Rightarrow \ T = \sqrt{\frac{T_1^2 T_2^2}{T_1^2 + T_2^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2\left(\frac{3}{5}\right)^2}{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2}} = 0.48 sec$$

13. (a) नीचे की ओर गति के दौरान आयाम की स्थिति में वस्तु का FBD बनाने पर,



$mg - R = mA$ (A = त्वरण)

क्रान्तिक स्थिति में $R = 0$

इसलिए $mg = mA \Rightarrow mg = ma\omega^2$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{g/a} = \sqrt{\frac{9.8}{3.92 \times 10^{-3}}} = 50$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} = 0.1256\ sec$

14. (a) $x = A\sin\omega t$ से

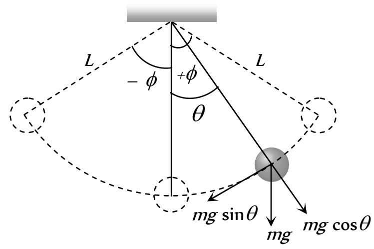
$x = A/2$ के लिए, $\sin\omega T_1 = 1/2 \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{6\omega}$

$x = A$ के लिए, $\sin\omega(T_1 + T_2) = 1 \Rightarrow T_1 + T_2 = \frac{\pi}{2\omega}$

$\Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{2\omega} - T_1 = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\pi}{6\omega} = \frac{\pi}{3\omega}$ अर्थात् $T_1 < T_2$

वैकल्पिक विधि : S.H.M. में, कण का वेग भी सरल आवर्ती गति करता है। कण की चाल माध्य स्थिति पर अधिकतम एवं आयाम की स्थिति पर न्यूनतम होती है, इसलिए 0 से $\frac{A}{2}$ तक जाने में लगा समय $\frac{A}{2}$ से A तक जाने में लगे समय से कम होगा अतः $T_1 < T_2$

15. (b,c) निम्न चित्र से स्पष्ट है



$T - Mg\cos\theta =$ अभिकेन्द्रीय बल

$\Rightarrow \ T - Mg\cos\theta = \frac{Mv^2}{L}$

एवं स्पर्शीय बल $|a_r| = g\sin\theta$

16. (c) यदि $t = 0$ के बाद, सर्वप्रथम पुनः समान कला में दोलन करने के लिए पेण्डुलमों द्वारा लिया गया समय t है एवं

N_S = छोटे पेण्डुलम द्वारा (आवर्तकाल T_S) t समय में लगाये गये दोलनों की संख्या

N_L = बड़े पेण्डुलम द्वारा (आवर्तकाल T_L) t समय में लगाये गये दोलनों की संख्या

तब $t = N_S T_S = N_L T_L$

$\Rightarrow \ N_S 2\pi\sqrt{\frac{5}{g}} = N_L \times 2\pi\sqrt{\frac{20}{g}}$ $\left(\because T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$

$\Rightarrow \ N_S = 2N_L$ अर्थात् यदि $N_L = 1 \ \Rightarrow \ N_S = 2$

17. (a) जब गोलक सबसे निम्नतम बिन्दु से गुजरता है तब डोरी में तनाव $T = mg + \frac{mv^2}{r} = mg + mv\omega$ $(\because \ v = r\omega)$

$v = \sqrt{2gh}$ एवं $\omega == \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ रखने पर

$T = m\,(g + \pi\sqrt{2gh})$

18. (d) जब गोलक को जल में डुबो दिया जाता है तब इसका प्रभावी भार $= \left(mg - \frac{m}{\rho}g\right) = mg\left(\frac{\rho - 1}{\rho}\right)$ $\therefore g_{eff} = g\left(\frac{\rho - 1}{\rho}\right)$

$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_{eff}}} \Rightarrow T' = T\sqrt{\frac{\rho}{(\rho - 1)}}$

19. (a) आवर्तकाल $T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{2}\alpha\Delta\theta$

एवं ऊष्मीय प्रसार से $l' = (1 + \alpha\Delta\theta)$

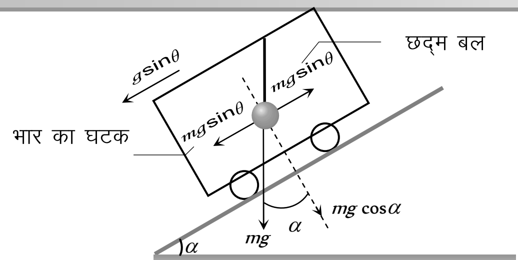
$\frac{\Delta l}{l} = \alpha + \theta$ अतः $\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{2}\alpha\Delta\theta$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-6} \times (40 - 20) = 12 \times 10^{-5}$

$\Rightarrow \Delta T = 12 \times 10^{-5} \times 86400$ *seconds / day*

$\therefore \Delta T \approx 10.3$ *seconds / day*

20. (a) नीचे दिये गये बल चित्र को देखें



वाहन घर्षण रहित [illegible] है इसलिए इसका त्वरण $g\sin\alpha$ है। चूँकि वाहन त्वरित हो रहा है, इसलिए एक छद्म बल $m(g\sin\alpha)$ गोलक पर कार्य करेगा जो गोलक के भार के $\sin\alpha$ घटक को निरस्त कर देगा।

अतः गोलक पर परिणामी बल $F = mg\cos\alpha$ या गोलक का नेट त्वरण $g_{eff} = g\cos\alpha$

$\therefore$ आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\cos\alpha}}$

21. (c) $\because t_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

जल के आदर गोलक का प्रभावी भार

$W' = mg -$ उत्प्लावल $= V\rho g - V\rho' g$

$\Rightarrow V\rho g_{eff} = V(\rho - \rho')g$, यहाँ ρ = गोलक का घनत्व

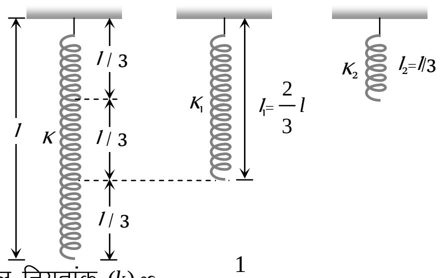
$\Rightarrow g_{eff} = \left(1 - \dfrac{\rho'}{\rho}\right)g$ एवं ρ' = जल का घनत्व

$\therefore t = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_{eff}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{(1-\rho'/\rho)g}}$

$\therefore \dfrac{t}{t_0} = \sqrt{\dfrac{1}{1-\rho'/\rho}} = \sqrt{\dfrac{1}{1-\dfrac{3}{4}}}$ $\left(\because \rho' = 10^3 kg/m^3\right.$, $\left.\rho = \dfrac{4}{3}\times 10^3 kg/m^3\right)$

$\Rightarrow t = 2t_0$

22. (b)



बल नियतांक $(k) \propto \dfrac{1}{\text{स्प्रिंग की लम्बाई}}$

$\Rightarrow \dfrac{K}{K_1} = \dfrac{l_1}{l} = \dfrac{\frac{2}{3}l}{l} \Rightarrow K_1 = \dfrac{3}{2}K$

23. (b) तार का प्रभावी बल नियतांक

$k_1 = \dfrac{\text{बल}}{\text{खिचाव}} = \dfrac{YA}{L}$ $\left(\because Y = \dfrac{F}{A}\times\dfrac{L}{\Delta L}\right)$

स्प्रिंग का बल नियतांक $k_2 = K$

अतः संयोजन (श्रेणी क्रम) का तुल्य नियतांक

$k_{eq} = \dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2} = \dfrac{(YA/L)K}{(YA/L)+K} = \dfrac{YAK}{YA+KL}$

$\because$ आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\left[\dfrac{(YA+KL)m}{YAK}\right]^{1/2}$

24. (a) आवर्तकाल प्रवणता पर निर्भर नहीं करेगा अतः

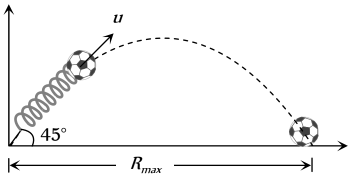
$T = 2\pi\left(\dfrac{M}{2K}\right)^{1/2}$

25. (b) प्रणोदित दोलनों के लिए

$x = x_0\sin(\omega t + \phi)$ एवं $F = F_0\cos\omega t$

यहाँ $x_0 = \dfrac{F_o}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} \propto \dfrac{1}{m(\omega_o^2-\omega^2)}$.

26. (b) दी गई क्षैतिज परास प्राप्त करने के लिए स्प्रिंग को क्षैतिज से निश्चित झुकाव पर होना चाहिए



$\Rightarrow R_{\max} = \dfrac{u^2}{g}$ .....(i)

गेंद द्वारा प्राप्त K.E. = स्प्रिंग गन की P.E.

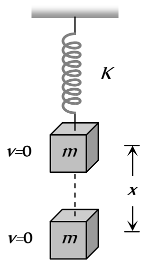
$\Rightarrow \dfrac{1}{2}mu^2 = \dfrac{1}{2}kx^2 \Rightarrow u^2 = \dfrac{kx^2}{m}$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$R_{\max} = \dfrac{kx^2}{mg} = \dfrac{600\times(5\times10^{-2})^2}{15\times10^{-3}\times10} = 10m.$

27. (b) माना स्प्रिंग का अधिकतम खिंचाव x है। तब ऊर्जा सरक्षंण से गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में हानि

= स्प्रिंग की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि



$Mgx = \dfrac{1}{2}Kx^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{2Mg}{K}$

28. (b) $y = 4\cos^2\left(\dfrac{t}{2}\right)\sin 1000\,t$

$\Rightarrow y = 2(1+\cos t)\sin 1000\,t$

$\Rightarrow y = 2\sin 1000\,t + 2\cos t\sin 1000\,t$

$\Rightarrow y = 2\sin 1000\,t + \sin 999\,t + \sin 1001\,t$

यह तीन S.H.M. का योग है।

29. (a, c) माना S.H.M. निम्न समीकरणों द्वारा प्रदर्शित होती है

$y_1 = a\sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{4}\right)$; $y_2 = a\sin\omega t$ एवं

$y_3 = a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$; अध्यारोपित करने पर परिणामी SHM

$$y = a\left[\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\omega t + \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= a\left[2\sin\omega t\cos\frac{\pi}{4} + \sin\omega t\right]$$

$$= a\,[\sqrt{2}\sin\omega t + \sin\omega t] = a\,(1+\sqrt{2})\sin\omega t$$

परिणामी आयाम $= (1+\sqrt{2})a$

S.H.M. में ऊर्जा $\propto$ (आयाम)²

$$\therefore \frac{E_{\text{Resultant}}}{E_{\text{Single}}} = \left(\frac{A}{a}\right)^2 = (\sqrt{2}+1)^2 = (3+2\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow E_{\text{Resultant}} = (3+2\sqrt{2})E_{\text{Single}}$$

30. (d) $y = \sin^2\omega t = \frac{1-\cos 2\omega t}{2} \Rightarrow$ आवर्तकाल $T = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\omega}$

दिया गया फलन, S.H.M. के मानक अवकलन समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = -\omega^2 y$ को सन्तुष्ट नहीं करता है। अतः यह आवर्ती गति को प्रदर्शित करता है न कि सरल आवर्ती गति।

31. (c) $y = Kt^2 \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = a_y = 2K = 2 \times 1 = 2 m/s$ ($\because K = 1 m/s$)

अब $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ एवं $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{(g+a_y)}}$

भाग देने पर, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g+a_y}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{6}{5}} \Rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{6}{5}$

32. (b) प्रत्यावस्थान के सम्बन्ध $\frac{h_n}{h_0} = e^{2n}$ से एवं

$$h_n = h_0(1-\cos 60°) \Rightarrow \frac{h_n}{h_0} = 1-\cos 60° = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{2n}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{1}{2} = \left(\frac{4}{5}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

दोनों पक्षो का log लेने पर,

$$\log 1 - \log 2 = n(\log 4 - \log 5)$$

$$0 - 0.3010 = n(0.6020 - 0.6990)$$

$$-0.3010 = -n \times 0.097 \Rightarrow n = \frac{0.3010}{0.097} = 3.1 \approx 3$$

33. (a) 'a' घन की भुजा है एवं σ इसका घनत्व है

घन का द्रव्यमान $a^3\sigma$ होगा एवं इसका भार $= a^3\sigma g$

माना साम्य स्थिति से, घन की h ऊँचाई पानी में डूबी हुई है, तब $F = a^2 h\rho g = Mg = a^3\sigma g$

यदि इसे नीचे की ओर y से विस्थापित कर दिया जाये तब उत्प्लावन बल $F' = a^2(h+y)\rho g$

प्रत्यानन बल $\Delta F = F' - F = a^2(h+y)\sigma g - a^2 h\sigma g$

$$= a^2 y\rho g$$

प्रत्यानन त्वरण $= \frac{\Delta F}{M} = -\frac{a^2 y\rho g}{M} = -\frac{a^2\rho g}{a^3\sigma}y$

स्पष्ट है इसकी गति S.H.M. है

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3\sigma}{a^2\rho g}} = 2\pi\sqrt{\frac{a\sigma}{\rho g}}$$

34. (b) यहाँ दोनों द्रव्यमान परस्पर दो स्प्रिंगों द्वारा जुड़े हुए हैं। यह प्रश्न एक समानीत द्रव्यमान m_r के दोलनों के तुल्य है अतः

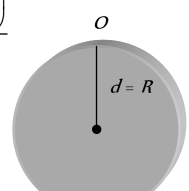
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_r}{K_{eff.}}}$$

यहाँ $m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} = \frac{m}{2} \Rightarrow K_{eff.} = K_1 + K_2 = 2K$

$$\therefore n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_{eff.}}{m_r}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2K}{m}\times 2} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{0.1}{0.1}} = \frac{1}{\pi}Hz$$

35. (d) एक भौतिक लोलक का आवर्तकाल

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2}mR^2 + mR^2\right)}{mgR}}$$

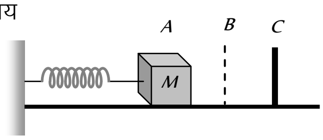


$$= 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}} \quad \text{... (i)}$$

$$T_{\text{सरल लोलक}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{... (ii)}$$

समीकरण (i) व (ii) को बराबर करने पर, $l = \frac{3}{2}R$

36. (c) A से C तक लगा कुल समय



$$t_{Ac} = t_{AB} + t_{BC}$$

$$= (T/4) + t_{BC}$$

यहाँ T = निकाय के दोलनों का (स्प्रिंग द्रव्यमान) आवर्तकाल

t_{BC} की गणना $BC = AB\sin(2\pi/T)t_{BC}$ से की जा सकती है

$\frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$ रखने पर हमें $t_{BC} = \frac{T}{12}$ प्राप्त होगा

$$\Rightarrow t_{AC} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

37. (b) जब 700 gm द्रव्यमान को हटा लिया जाता है तब शेष द्रव्यमान (500 + 400) gm 3 sec के आवर्तकाल से दोलन करता है

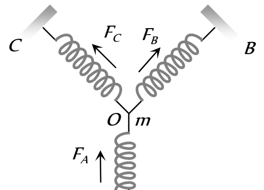
$$\therefore 3 = t = 2\pi\sqrt{\frac{(500+400)}{k}} \quad \text{......(i)}$$

जब 500 gm द्रव्यमान को भी हटा लिया जाता है तब शेष द्रव्यमान 400 gm

$$\therefore t' = 2\pi\sqrt{\frac{400}{k}} \quad \text{.....(ii)}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{t'} = \sqrt{\frac{900}{400}} \Rightarrow t' = 2\,\text{sec}$$

38. (b) जब O पर स्थित m द्रव्यमान के कण को A की दिशा में y से विस्थापित कर दिया जाता है तब स्प्रिंग में संकुचन y एवं



स्प्रिंग B एवं C में खिंचाव $y' = y\cos 45°$ होगा परिणामस्वरूप m पर कुल प्रत्यानन बल OA के अनुदिश होगा

$$F_{net} = F_A + F_B\cos 45° + F_C\cos 45°$$

$$= ky + 2ky'\cos 45° = ky + 2k(y\cos 45°)\cos 45° = 2ky$$

एवं $F_{net} = k'y \Rightarrow k'y = 2ky \Rightarrow k' = 2k$

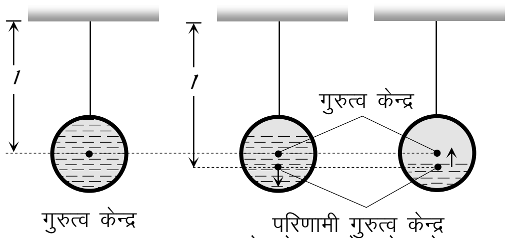
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

39. (d) दिया गया निकाय सरल लोलक के तुल्य है जिसकी प्रभावकारी लम्बाई (l) निलम्बन बिन्दु एवं लटकाई गई वस्तु के गुरूत्व केन्द्र के बीच की दूरी के बराबर है।

जब गोले से धीरे–धीरे पानी बाहर आता है, निकाय का गुरूत्व केन्द्र नीचे आता है अतः l बढ़ता है परिणामस्वरूप T ($T \propto \sqrt{l}$) बढ़ता है।

कुछ समय पश्चात् गोलें मे बचे पानी का भार गोले के स्वयं के भार से कम रह जाता है तो परिणामी गुरूत्व केन्द्र ऊपर की ओर खिसकने लगता है अर्थात् l घटने लगता है एवं T भी घटने लगता है।

अन्त में जब गोला पूर्णतः खाली हो जाएगा तो गुरूत्व केन्द्र लौटकर अपनी प्रारम्भिक स्थिति पर आ जाएगा एवं इसकी प्रभावकारी लम्बाई प्रारम्भिक लम्बाई के बराबर हो जाएगी। परिणामस्वरूप आवर्तकाल का मान वही हो जाएगा जो कि प्रारम्भ में गोला पूर्णतः भरा होने पर था।



40. (b) माना T_1 व T_2 क्रमशः दो पेण्डुलमों के दोलनकाल हैं

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{100}{g}}$ एवं $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{121}{g}}$ ($T_1 < T_2$ क्योंकि $l_1 < l_2$)

माना $t = 0$ पर, ये दोनों एक साथ दोलन करना प्रारम्भ करते हैं चूँकि दोनों के दोलनकाल अलग-अलग हैं अतः ये सदैव एक साथ (समान कला में) दोलन नहीं करते रहेंगे। केवल जब दोनों द्वारा पूर्ण किये गये दोलनों की संख्या में एक पूर्णांक का अन्तर हैं तब वे पुनः एक साथ दोलन करने लगेगें।

माना अधिक लम्बाई वाला लोलक n दोलन पूर्ण करता है एवं समान समयान्तराल में कम लम्बाई वाला लोलक (n+1) दोलन पूर्ण करता है तब पुनः एक साथ दोलन करने के लिए $(n+1)T_1 = nT_2$

$$(n+1)\times 2\pi\sqrt{\frac{100}{g}} = n\times 2\pi\sqrt{\frac{121}{g}} \Rightarrow n = 10$$

41. (b) अवमंदित दोलित्र का आयाम

$A = A_0e^{-\lambda t}$; λ = नियतांक, t = समय

t =1 min $\frac{A_0}{2} = A_0e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda} = 2$

t = 3 min पर, $A = A_0e^{-\lambda\times 3} = \frac{A_0}{(e^{\lambda})^3} = \frac{A_0}{2^3} \Rightarrow X = 2^3$

42. (a) S.H.M. के मानक अवकल समीकरण को केवल $\sin\omega t - \cos\omega t$ फलन संतुष्ट करता है अतः यह S.H.M. प्रदर्शित करेगा।

43. (d) यह भौतिक पेण्डुलम का विशिष्ट उदाहरण है इस स्थिति में $T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$

$$\Rightarrow T = 2\times 3.14\sqrt{\frac{2\times 2}{3\times 9.8}} = 2.31 \text{ sec} \approx 2.4 \text{ sec}$$

ग्राफीय प्रश्न

1. (a) क्योकि त्वरण $\propto$ विस्थापन

2. (d) त्वरण $A = -\omega^2 x$ से

$-x_{\max}$ पर A का मान धनात्मक एवं अधिकतम होगा।

3. (d) त्वरण $= -\omega^2 y$ इसलिए $F = -m\omega^2 y$, y का ज्या फलन है इसलिए F भी एक ज्या फलन होगा किसकी कला y के सापेक्ष π होगी

4. (d) समय $\frac{T}{2}$ पर $v = 0$ $\therefore$ कुल ऊर्जा = स्थितिज ऊर्जा

5. (b) स्थितिज ऊर्जा 0 से अधिकतम मान तक परिवर्तित होती है यह सदैव एक धनात्मक ज्या फलन है।

6. (d) सरल आवर्तगति करते हुए कण की स्थितिज ऊर्जा $PE = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$ अर्थात् यह परवलयाकर रूप से इस प्रकार परिवर्तित होती हैं कि साम्य स्थिति पर इसका मान शून्य एवं आयाम की स्थिति पर अधिकतम होगा।

7. (a) साम्य स्थिति (x = 0) पर स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम (इस प्रश्न में शून्य है) एवं आयाम की स्थिति ($x = \pm A$) पर अधिकतम होती है।

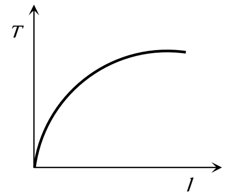
8. (a) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.04} = 25\ Hz$

9. (d) ग्राफ से, प्रवणता $K = \frac{F}{x} = \frac{8}{2} = 4$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0.01}{4}} = 0.3\,\text{sec}$

10. (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l \propto T^2$ (परवलय का समीकरण)

11. (b) $T \propto \sqrt{l} \Rightarrow T^2 \propto l$



12. (d) सरल आवर्त गति में,

$y = a\sin\omega t$ एवं $v = a\omega\cos\omega t$ इनसे हमें $\frac{y^2}{a^2} + \frac{v^2}{a^2\omega^2} = 1$

प्राप्त होता है जो कि दीर्घवृत्त का समीकरण है।

13. (c)

14. (a) S.H.M. में, जब आयाम अधिकतम होता है उस स्थिति में वेग शून्य होगा इसलिए गतिज ऊर्जा भी शून्य होगी। इसी प्रकार शून्य त्वरण की स्थिति में, वेग अधिकतम होगा इसलिए गतिज ऊर्जा भी अधिकतम होगी।

15. (b) कुल स्थितिज ऊर्जा = 0.04 J

विराम में स्थितिज ऊर्जा = 0.01 J

अधिकतम गतिज ऊर्जा = (0.04–0.01)

$= 0.03J = \frac{1}{2}m\,\omega^2 a^2 = \frac{1}{2}ka^2$

$0.03 = \frac{1}{2} \times k \times \left(\frac{20}{1000}\right)^2$

$k = 0.06 \times 2500\ N/m = 150\ N/m$

16. (a) गतिज ऊर्जा समय के साथ परावर्तित होती है परन्तु कभी ऋणात्मक नहीं होती है।

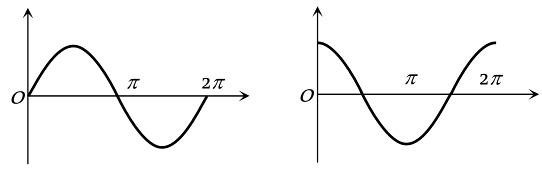
प्रक्कथन एवं कारण

1. (b) प्रक्कथन एवं कारण दोनों सत्य हैं परन्तु कारण प्रक्कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।

2. (e) सरल आवर्त गति में, $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$ जब y परिवर्तित होता है, तो v भी परिवर्तित होता है। इसलिए सरल आवर्त गति एक समान गति नहीं है। परन्तु सरल आवर्त गति को, एक समान वृत्तीय गति का निर्देश वृत्त के किसी व्यास पर प्रक्षेप के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।

3. (a) सरल आवर्त गति में, त्वरण सदैव विस्थापन की दिशा में, विपरीत होता है, अर्थात् $(-y)$ के अनुक्रमानुपाती होता है।

4. (a) वह फलन जो अपने मान को एक निश्चित समयान्तराल के बाद दोहराता है आवर्ती फलन कहलाता है। $\sin\theta$ एवं $\cos\theta$ आवर्ती फलन है ये $2\pi/\omega$ समयान्तराल बाद अपने मानों को दोहराते हैं।



sin वक्र   cos वक्र

5. (e) SHM में $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$ या $v^2 = \omega^2 a^2 - \omega^2 y^2$

दोनों पक्षों को $\omega^2 a^2$ से विभाजित करने पर, $\frac{v^2}{\omega^2 a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ यह एक दीर्घवृत का समीकरण है। अतः v एवं y के बीच ग्राफ दीर्घवृत होगा न कि परवलय।

6. (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ चन्द्रमा पर g का मान पृथ्वी की तुलना में बहुत छोटा है। इसलिए बढ़ता है। यह सही है कि चन्द्रमा, पृथ्वी से छोटा है परन्तु यह कथन का स्पष्टीकरण नहीं है।

7. (c) प्रणोदित, अवमंदी दोलक (Forced, Damped oscillator) का आयाम $A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2) + (b\omega/m)^2}}$ यहाँ b एक नियतांक है जो अवमंदी बल की शक्ति से सम्बन्धित होता है $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ यह दोलक की प्राकृतिक आवृत्ति है जबकि ($b = 0$)

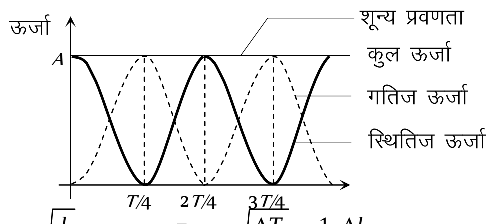
जब बाह्य बल (Driving force) की आवृत्ति (ω) $\approx \omega_0$ हो तब आयाम A का मान अत्यधिक होगा

$\omega < \omega_0$ या $\omega > \omega_0$ के लिए आयाम घटता है।

8. (a) सरल आवर्त गति में कुल ऊर्जा

= कण की गतिज ऊर्जा + कण की स्थितिज ऊर्जा

कुल ऊर्जा के समय के साथ परिवर्तन को चित्र में दर्शाया गया है



9. (c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T \propto \sqrt{l} \Rightarrow \sqrt{\frac{\Delta T}{T}} = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l}$

$\therefore \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \times 3 = 1.5\%$

10. (c) सैकण्डी लोलक की आवृत्ति $\nu = (1/2)s^{-1}$ जब एलीवेटर $g/2$ त्वरण के साथ ऊपर की ओर गति करता है, तब प्रभावी गुरूत्वीय त्वरण

$g = g + a = g + g/2 = 3g/2$

चूँकि $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow n^2 \propto g$

$\therefore \frac{n_1^2}{n_2^2} = \frac{g_1}{g} = \frac{3g/2}{g} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1.225$

या $n_1 = 1.225\nu = 1.225 \times (1/2) = 0.612\ s^{-1}$

11. (b) किसी भी क्षण t पर अवमंदी दोलित्र की ऊर्जा

$E = E_0 e^{-bt/m}$ [यहाँ $E_0 = \frac{1}{2}kx^2$ = अधिकतम ऊर्जा]

अवमंदी बल के कारण दोलित्र का आयाम समय के साथ घटता जाता है। इसकी ऊर्जा उपरोक्त समीकरण से दी जाती है।

12. (b) SHM. में $K.E. = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - y^2)$ एवं $P.E. = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$

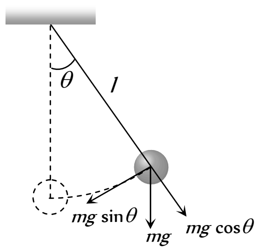
जब $K.E. = P.E. \Rightarrow 2y^2 = a^2 \Rightarrow y = a/\sqrt{2}$ चूँकि कुल ऊर्जा नियत रहती है एवं इसका मान $E = K.E. + P.E.$ इसलिए जब $P.E.$ अधिकतम होगी तब $K.E.$ शून्य होगी इसका विलोम भी सत्य है।

13. (a) एक आवर्ती दोलित्र की ऊर्जा

$E = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$ अर्थात् $E \propto a^2$

इसलिए $\frac{E'}{E} = \left(\frac{2a}{a}\right)^2$ या $E' = 4E$

14. (b) एक सरल लोलक में, जब गोलक कोणीय स्थिति θ पर है तब डोरी में तनाव $T = mg\cos\theta + \frac{mv^2}{l}$ चूँकि भिन्न–भिन्न स्थितियों के लिए θ के मान भी भिन्न–भिन्न होंगे। अतः दोलन के दौरान डोरी में तनाव एकसमान नहीं रहता है। सिरों के बिन्दुओं पर θ का मान अधिकतम होगा अतः $\cos\theta$ का मान न्यूनतम होगा इसलिए सिरों पर डोरी में तनाव न्यूनतम होगा। साम्य स्थिति पर $\theta = 0°$ एवं $\cos 0° = 1$ इसलिए तनाव अधिकतम होगा एवं वेग $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$ इसका मान $y = 0$ (साम्य स्थिति पर) अधिकतम होगा।



15. (e) स्प्रिंग नियतांक $\propto \frac{1}{\text{स्प्रिंग की लम्बाई}} \Rightarrow k' = \frac{k}{n}$

साथ ही स्प्रिंग नियतांक स्प्रिंग के पदार्थ पर भी निर्भर करता है।

16. (a) एक दोलन करती स्प्रिंग का आवर्तकाल

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$. चूँकि स्प्रिंग नियतांक का मान कड़ी स्प्रिंग के लिए अधिक होता है इसलिए नरम स्प्रिंग की तुलना में कड़ी स्प्रिंग के लिए आवर्तकाल कम होता है।

17. (e) सरल आवर्तगति में, वेग $v = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$

आयाम की स्थिति पर $y = a$, $\therefore$ $v = 0$ परन्तु

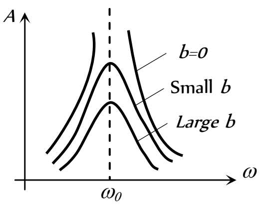
त्वरण $A = \omega^2 a$ जोकि आयाम की स्थिति में अधिकतम है।

18. (a) जब सैनिकों की टोली कदम ताल करते हुए एक निलंबित पुल से गुजरती है तब इनके कदम ताल की आवृत्ति पुल की प्राकृतिक आवृत्ति से मेल खा सकती है। उस स्थिति में अनुनाद की स्थिति उत्पन्न हो जाएगी और निलंबित पुल के दोलनों का आयाम बहुत अधिक बढ़ जाएगा जिसके कारण पुल टूट सकता है। इस स्थिति से बचने के लिए सैनिकों को पुल से गुजरते समय कदम ताल तोड़ने के लिए कहा जाता है।

19. (a) दोलनों के आयाम का समीकरण

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (b\omega/m)^2}}$$

अवमंदी बल की अनुपस्थिति में, ($b = 0$) स्थायी आयाम अनन्त की ओर अग्रसर होते हैं जब $\omega \to \omega_0$ यदि कोई अवमंदी बल नहीं है तब अनुनाद आवृत्ति पर किसी बाह्य ज्या बल द्वारा दोलन कराये जा सकते हैं जिनके आयाम का परिमाण अनन्त हो जाता है। परन्तु व्यवहार में अवमंदी बल सदैव उपस्थित रहते हैं।



20. (b)

21. (c) वायु घर्षण के कारण पेण्डुलम का आयाम घटता जाता है। आवृत्ति पेण्डुलम के आयाम पर निर्भर नहीं करती है $\left(T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}\right)$

22. (b) $x = a\sin\omega t$ एवं $v = \frac{dx}{dt} = a\omega\cos\omega t$

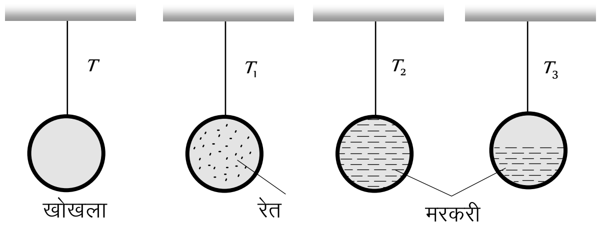
यह स्पष्ट है कि 'x' एवं 'a' के बीच कलान्तर $\pi/2$ है।

23. (e)

सरल आवर्त गति

SET Self Evaluation Test -16

1. एक सरल लोलक, का गोलक एक धात्विक खोखला गोला है। इसका आवर्तकाल T है। जब गोलक में रेत भरी है तब आवर्तकाल T_1 है जब यह मरकरी से भरा है तब आवर्तकाल T_2 है जब यह मरकरी से आधा भरा है तब इसका आवर्तकाल T_3 है। तब निम्न में से सही विकल्प है



(a) $T = T_1 = T_2 > T_3$ (b) $T_1 = T_1 = T_3 > T$
(c) $T > T_3 > T_1 = T_2$ (d) $T = T_1 = T_2 < T_3$

2. एक पेण्डुलम घड़ी पृथ्वी तल पर सही समय दिखाती है इसे चन्द्र तल पर ले जाया जाता है तब यह चलेगी (दिया है $g_{\text{चन्द्रतल}} = g_{\text{पृथ्वी}}/6$)

(a) सही समय पर (b) 6 गुना तेज
(c) $\sqrt{6}$ गुना तेज (d) $\sqrt{6}$ गुना धीमे

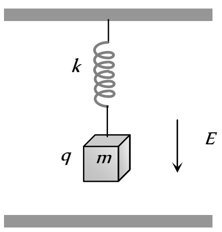
3. वायु में एक पेण्डुलम का आवर्तकाल T है, जब इसे पानी में दोलन कराये जाते हैं तब इसका आवर्तकाल $T' = \sqrt{2}T$ है। पेण्डुलम के गोलक का घनत्व है (जल का घनत्व = 1)

(a) $\sqrt{2}$ (b) 2
(c) $2\sqrt{2}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

4. एक 0.2 kg की वस्तु x-अक्ष के अनुदिश आवृत्ति $\frac{25}{\pi}Hz$ से सरल आवर्त गति कर रही है। स्थिति $x = 0.04m$ पर वस्तु की गतिज ऊर्जा 0.5 J एवं स्थितिज ऊर्जा 0.4 J है। दोलनों के आयाम का परिमाण मीटर में है

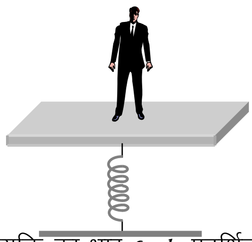
(a) 0.05 (b) 0.06
(c) 0.01 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

5. एक गुटका एक स्प्रिंग (बल नियतांक k) की सहायता से एक सामान्तर प्लेट संधारित्र की ऊपरी प्लेट से चित्रानुसार लटका है। जब गुटके पर कोई आवेश नहीं है, तब इसका आवर्तकाल T है। यदि गुटके को q आवेश दे दिया जाये तब इसमें दोलनों का आवर्तकाल होगा



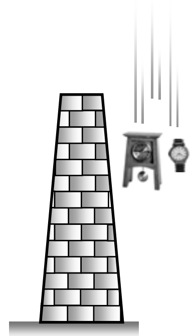
(a) T
(b) $> T$
(c) $< T$
(d) $\geq T$

6. एक 60 kg भार का व्यक्ति चित्रानुसार एक स्प्रिंग तुला के क्षैतिज प्लेट फार्म पर खड़ा है। अब प्लेट फार्म 0.1 m आयाम एवं $\frac{2}{\pi}Hz$ आवृत्ति से सरल आवर्त गति करने लगता है। निम्न में से कौन सा कथन सही है



(a) स्प्रिंग तुला व्यक्ति का भार 60 kg प्रदर्शित करती है
(b) स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक 60 kg से 70 kg तक परिवर्तित होगा
(c) स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक 50 kg से 60 kg तक परिवर्तित होगा
(d) स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक 50 kg से 70 kg तक परिवर्तित होगा

7. एक व्यक्ति के पास एक हाथ घड़ी एवं एक पेण्डुलम वाली घड़ी है। यह व्यक्ति एक स्तम्भ पर खड़ा है। यह अचानक दोनों घड़ियों को ऊपर से छोड़ देता है तब



(a) दोनों गिरने के दौरान सही समय प्रदर्शित करेंगी
(b) दोनों गिरने के दौरान गलत समय प्रदर्शित करेंगी
(c) हाथ घड़ी सही समय प्रदर्शित करेगी एवं पेण्डुलम वाली घड़ी तेज हो जाएगी
(d) पेण्डुलम वाली घड़ी रूक जाएगी एवं हाथ घड़ी सामान्य प्रकार से सही समय प्रदर्शित करेगी

8. एक 6.4 N के बल द्वारा एक ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग की लम्बाई में 0.1 m की वृद्धि होती है। ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग से कितना द्रव्यमान लटकाया जाये ताकि यह $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ sec के आवर्तकाल से दोलन करे

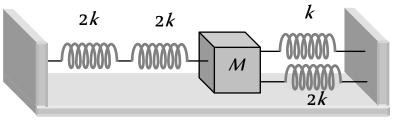
[Roorkee 1990]

(a) $\left(\frac{\pi}{4}\right)kg$ (b) $1\,kg$
(c) $\left(\frac{1}{\pi}\right)kg$ (d) $10\,kg$

9. एक स्प्रिंग में 10 फेरे हैं एवं इसका स्प्रिंग नियतांक k है। इसे समान दो भागों में काट दिया जाता है तब प्रत्येक नई स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक होगा [Kerala PMT 2004]

(a) $k/2$ (b) $3k/2$
(c) $2k$ (d) $3k$
(e) $4k$

10. चार द्रव्यमान रहित स्प्रिंगों के बल नियतांक क्रमशः $2k, 2k, k$ एवं $2k$ हैं। ये चित्रानुसार घर्षण रहित तल पर स्थित एक द्रव्यमान M से जुड़ी है। यदि द्रव्यमान M को क्षैतिज दिशा में विस्थापित कर दिया जाये तब दोलनों का आवर्तकाल होगा



(a) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{4M}}$ (b) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{M}}$

(c) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{7M}}$ (d) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{7k}{M}}$

11. एक सरल आवर्त गति करते हुए कण के त्वरण के मानों को विस्थापन x के साथ नीचे दी गई सारिणी में दर्शाया गया है

$A\ (mm\ s^{-2})$	16	8	0	– 8	– 16
$x\ (mm)$	– 4	– 2	0	2	4

गति का आवर्तकाल है

(a) $\frac{1}{\pi}s$ (b) $\frac{2}{\pi}s$

(c) $\frac{\pi}{2}s$ (d) $\pi\, s$

12. दो पेण्डुलमों के आवर्तकाल T एवं $\frac{5T}{4}$ हैं। ये दोनों एक साथ साम्य स्थिति से दोलन प्रारम्भ करते हैं। बड़े पेण्डुलम के एक दोलन पूर्ण करने के पश्चात् दोनों के बीच कलान्तर होगा

(a) 45° (b) 90°

(c) 60° (d) 30°

13. एक सरल आवर्त गति करने वाले कण का आवर्तकाल 4 सैकण्ड है। वह अपनी मध्यमान स्थिति से चलकर अधिकतम विस्थापन (आयाम) की आधी दूरी तय करने में जो समय लेता है, वह है

(a) 2 सेकण्ड (b) 1 सैकण्ड

(c) $\frac{2}{3}$ सैकण्ड (d) $\frac{1}{3}$ सैकण्ड

14. एक कण का उसकी माध्य स्थिति से विस्थापन समीकरण $y = 0.2\sin(10\pi t + 1.5\pi)\cos(10\pi t + 1.5\pi)$ द्वारा प्रदर्शित होता है। कण की गति है [CPMT 1998]

(a) आवर्ती परन्तु S.H.M. नहीं

(b) अनावर्ती

(c) सरल आवर्त गति जिसका आवर्तकाल 0.1 s है

(d) सरल आवर्त गति जिसका आवर्तकाल 0.2 s है

15. एक सरल आवर्तगति करते हुए कण की किसी स्थिति पर इसकी गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा परस्पर बराबर है। तब इसके विस्थापन एवं आयाम का अनुपात होगा [RPMT 2003; CPMT 2001]

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\sqrt{2}$

16. 1.44 m एवं 1 m लम्बाईयों वाले दो सरल लोलक एक साथ दोलन प्रारम्भ करते हैं। कितने दोलनों बाद वे पुनः एक साथ दोलन करने लगेंगे [J & K CET 2005]

(a) छोटे लोलक के 5 दोलनों बाद

(b) छोटे लोलक के 6 दोलनों बाद

(c) बड़े लोलक के 4 दोलनों बाद

(d) बड़े लोलक के 6 दोलनों बाद

17. दोनों समीकरण $y_1 = A\sin\omega t$ तथा $y_2 = \frac{A}{2}\sin\omega t + \frac{A}{2}\cos\omega t$ स. आ. गतियों को प्रदर्शित करते हैं। इन गतियों के आयामों का अनुपात होगा

(a) 1 (b) 2

(c) 0.5 (d) $\sqrt{2}$

18. सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का आयाम 4 cm तथा आवर्तकाल 12 sec है। इसके द्वारा माध्य स्थिति से 2 cm तक पहुँचने में लगे समय तथा 2 cm से आयाम की स्थिति तक पहुँचने मे लगे समय का अनुपात होगा [CPMT 2002]

(a) 1 (b) 1/3

(c) 1/4 (d) 1/2

19. किसी ग्रह पर एक पिण्ड को 8 m ऊँचाई से स्वतंत्रतापूर्वक गिराया जाता है तो यह 2 sec में ग्रह तल पर आ जाता है। इस ग्रह पर, 1m लम्बाई वाले सरल लोलक का आवर्तकाल होगा [Pb. PMT 2004]

(a) 3.14 sec (b) 16.28 sec

(c) 1.57 sec (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

20. एक सरल लोलक को ऐसे स्थान पर ले जाया जाता है जहाँ g का मान 2% घट जाता है। इस स्थान पर सरल लोलक का आवर्तकाल [Pb. PET 2002]

(a) 1% घट जाएगा (b) 2% घट जाएगा

(c) 2% बढ़ जाएगा (d) 1% बढ़ जाएगा

21. दो सरल लोलकों A व B के द्रव्यमान क्रमशः M_1 व M_2 एवं इनकी लम्बाईयाँ क्रमशः L_1 व L_2 है तथा $M_1 = M_2$ एवं $L_1 = 2L_2$। यदि इनमें दोलनों की ऊर्जा समान है, तब निम्न में से सही विकल्प है [RPMT 2002]

(a) A की तुलना में B का आयाम अधिक है

(b) A की तुलना में B का आयाम कम है

(c) दोनों के आयाम समान है

(d) उपरोक्त मे से कोई नहीं

AS Answers and Solutions

(SET -16)

1. (d) एक सरल लोलक का आवर्तकाल इसके द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है, परन्तु यह लम्बाई (निलम्बन बिन्दु एवं द्रव्यमान केन्द्र के बीच की दूरी) पर निर्भर करता है।

प्रथम तीन स्थितियों में लम्बाईयाँ समान हैं इसलिए $T = T_1 = T_2$ परन्तु अन्तिम स्थिति में द्रव्यमान केन्द्र नीचे गिरता है इसलिए प्रभावकारी लम्बाई बढ़ेगी एवं इस स्थिति में, आवर्तकाल अन्य स्थितियों की तुलना में अधिक होगा।

2. (d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m}{g_e}} = \sqrt{\frac{g_e/6}{g_e}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$\Rightarrow T_m = \sqrt{6}T_e$ पेण्डुलम वाली घड़ी सुस्त हो जाएगी।

3. (b) पानी में गोलक का प्रभावी त्वरण

$= g' = g\left(1 - \frac{\sigma}{\rho}\right)$ यहाँ σ एवं ρ क्रमशः पानी एवं गोलक के घनत्व हैं। वायु एवं पानी में दोलनों के आवर्तकाल निम्न प्रकार होंगे $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ एवं $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$

$\therefore \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \sqrt{\frac{g(1-\sigma/\rho)}{g}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\rho}} = \sqrt{1 - \frac{1}{\rho}}$

$\frac{T}{T'} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. रखने पर, $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{\rho} \Rightarrow \rho = 2$

4. (b) $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}m(2\pi f)^2A^2 \Rightarrow A = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{2E}{m}}$

$E = K + U$ रखने पर

$A = \frac{1}{2\pi\left(\frac{25}{\pi}\right)}\sqrt{\frac{2\times(0.5+0.4)}{0.2}} \Rightarrow A = 0.06\, m$

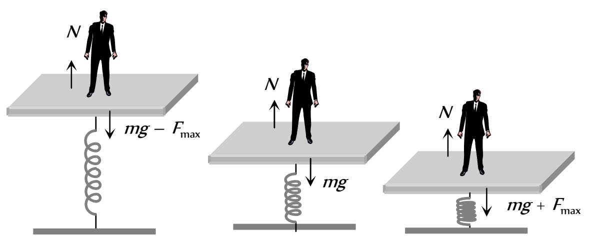
5. (a) गुटके पर कार्यरत बल है qE एवं mg। चूँकि qE एवं mg नियत बल हैं, केवल परिवर्ती बल प्रत्यास्थ बल हैं जो kx के अनुसार परिवर्तित होते हैं। x के अनुसार परिवर्तित असंतुलित (प्रत्यानन) बल $= F = -kx$

$\Rightarrow -m\omega^2X = -KX \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = T$.

6. (d) सरल आवर्त गति करने वाले पिण्ड पर कार्यरत अधिकतम बल

$m\omega^2a = m\times(2\pi f)^2a = 60\times\left(2\pi\times\frac{2}{\pi}\right)^2\times 0.1\, N$

$= 60\times16\times0.1 = 96\, N = \frac{96}{9.8} \approx 10 kgf$ एवं यह बल साम्य स्थिति की ओर कार्य करता है



ऊपर आयाम की स्थिति साम्य स्थिति नीचे आयाम की स्थिति

प्लेट फार्म पर कार्यरत प्रतिक्रिया बल साम्य स्थिति से दूर की ओर है, उच्च आयाम की स्थिति पर यह व्यक्ति के भार को कम कर देता है अर्थात् परिणामी भार = (60 − 10) kgf

निम्न आयाम की स्थिति पर यह प्रतिक्रिया बल भार को बढ़ा देता है अर्थात् परिणामी भार = (60 + 10) kgf

इसलिए स्प्रिंग तुला का पाठ्यांक 50 kgf भार से 70 kgf भार के बीच दोलन करता है।

7. (d) हाथ घड़ी की कार्य पद्धति स्प्रिंग पर निर्भर करती है एवं यह गुरुत्व से अप्रभावित रहती है। परन्तु पेण्डुलम वाली घड़ी का आवर्तकाल $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ है। स्वतंत्रतापूर्वक गिरते समय प्रभावी त्वरण शून्य है इसलिए पेण्डुलम वाली घड़ी का आवर्तकाल अनन्त हो जाएगा अर्थात् यह रुक जाएगी।

8. (b) स्प्रिंग का बल नियंताक $F = kx$ से दिया जाता है।

$6.4 = k(0.1)$ एवं $k = 64\, N/m$

$\because T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{64}}$; $\frac{m}{64} = \left(\frac{1}{8}\right)^2$; $m = 1kg$

9. (b) $K \propto \frac{1}{l} \Rightarrow Kl = K'\times\frac{l}{2} \Rightarrow K' = 2K$

10. (b) बाँयी ओर जुड़ी दो स्प्रिंगें श्रेणीक्रम में हैं अतः इनका तुल्य बल नियतांक $= \frac{1}{\left(\frac{1}{2k}+\frac{1}{2k}\right)} = k$, द्रव्यमान M के दाँयी ओर जुड़ी दोनों स्प्रिंगें समान्तर क्रम में हैं अतः इनका तुल्य बल नियतांक $= (k+2k) = 3k$ होगा।

तुल्य बल नियतांक k एवं $3k$ परस्पर समान्तर क्रम में हैं अतः इनका तुल्य बल नियतांक $= k + 3k = 4k$

अर्थात् पूरे निकाय का तुल्य बल नियतांक $4k$ है

$\therefore$ निकाय की आवृत्ति $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4k}{M}}$

11. (d) $|A| = \omega x \Rightarrow \frac{|A|}{x} = \omega^2$

दिये गये मान से, $\frac{|A|}{x} = \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2$

एवं $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \pi\ sec$

12. (b) $\frac{5T}{4} = T + \frac{T}{4}$

जब बड़ा लोलक एक दोलन पूर्ण करता है उस समय में छोटा लोलक $\left(1+\frac{1}{4}\right)$ दोलन पूर्ण करेगा। अर्थात् बड़ा पेण्डुलम साम्य स्थिति पर होगा एवं छोटा लोलक धनात्मक आयाम की स्थिति पर होगा। अतः इनके बीच कलान्तर 90° है।

13. (d) $y = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}\right)\cdot t$

$\Rightarrow \frac{A}{2} = A\sin\left(\frac{2\pi}{4}\right)t \Rightarrow \frac{\pi t}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{3}\ sec$

14. (c) $y = 0.2\sin(10\pi t + 1.5\pi)\cos(10\pi t + 1.5\pi)$

$= 0.1\sin 2(10\pi t + 1.5\pi)$ $\quad [\because \sin 2A = 2\sin A\cos A]$

$= 0.1\sin(20\pi t + 3.0\pi)$

$\therefore$ आवर्तकाल $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} = \frac{1}{10} = 0.1\ sec$

15. (a) दिया है $K.E. = P.E. \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - x^2) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$

$\Rightarrow a^2 - x^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

16. (b) $n \propto \frac{1}{\sqrt{l}} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{1.44}{1}} = \frac{1.2}{1} \Rightarrow n_2 = 1.2 n_1$

n का मान पूर्णांक होने के लिए n का मान कम से कम 5 होना चाहिए तब $n = 6$, अर्थात् छोटे पेण्डुलम के 6 दोलनो बाद दोनों पेण्डुलम समान कला में होंगे।

17. (d) $y_2 = \frac{A}{2}\sin\omega t + \frac{A}{2}\cos\omega t$

$y_2 = \frac{A}{2}(\sin\omega t + \cos\omega t) = \frac{A}{2}\times\sqrt{2}\,[\sin(\omega t + 45^o)]$

$y_2 = \frac{A}{\sqrt{2}}\sin(\omega t + 45^o) \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{A}{A/\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

18. (d) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}\frac{rad}{sec}$ ($y = 2\ cm$ पर) $2 = 4\left(\sin\frac{\pi}{6}t_1\right)$

हल करने पर, $t_1 = 1\ sec$, ($y = 4\ cm$ पर) $t_2 = 3\ sec$

इसलिए कण द्वारा 2 cm की स्थिति से 4 cm की स्थिति तक जाने मे लिया समय $= t_2 - t_1 = 2\ sec$ होगा। अतः आवश्यक अनुपात $\frac{1}{2}$ है।

19. (a) ग्रह पर गति के समीकरण से

$h = \frac{1}{2}g_P t^2$ से ($u = 0$) $\Rightarrow g_P = \frac{2h}{t^2} = \frac{2\times 8}{4} = 4\ m/s^2$

एवं $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}} = \pi = 3.14\ sec$

20. (d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T \propto \frac{l}{\sqrt{g}}$

$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T}\times 100 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta g}{g}\right)\times 100 = -\frac{1}{2}(-2\%) = 1\%.$

21. (b) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow n \propto \frac{1}{\sqrt{l}} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{L_2}{2L_2}}$

$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow n_2 = \sqrt{2}\,n_1 \Rightarrow n_2 > n_1$

ऊर्जा $E = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 = 2\pi^2 mn^2 a^2$

$\Rightarrow \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{m_2 n_2^2}{m_1 n_1^2}$ $\quad (\because E$ समान है)

दिया है $n_2 > n_1$ एवं $m_1 = m_2 \Rightarrow a_1 > a_2$

***