अध्याय 3

चतुर्भुजों की रचना

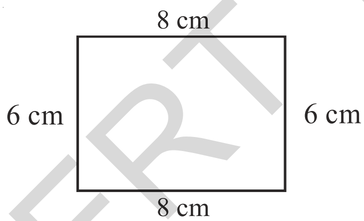
(CONSTRUCTIONS OF QUADRILATERALS)

3.0 परिचय

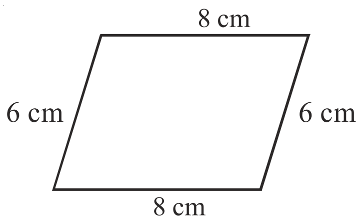
हम खेत, खेत, घर, पुल, रेल की पटरियाँ, पाठशाला भवन, खेलने का मैदान आदि देखते ही रहते हैं। जब हम इनके चित्र खींचते हैं तो ये आकृतियां कैसी दिखाई देती हैं? इन सबका मूल ज्यामितीय आकार क्या है? इनमें से अधिकतर चार भुजाओं वाली चतुर्भुज आकृतियाँ होती हैं।

कमल और जोसेफ एक 8 सेमी लंबी और 6 सेमी चौड़ी माप का फ्रेम बनाने के लिए आकृति बना रहे हैं। उन्होंने एक दूसरे की आकृतियाँ देखे बगैर अपनी-अपनी व्यक्तिगत आकृतियाँ बनाईं।

जोसेफ



कमल

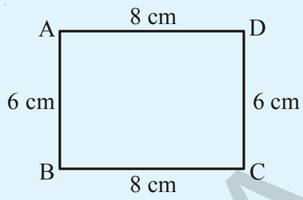


क्या दोनों आकृतियाँ समान हैं?

तुम देख सकते हो कि दोनों आकृतियाँ समान माप के चतुर्भुज हैं किन्तु आकृतियाँ समान नहीं हैं। VII कक्षा में हमने त्रिभुज के अद्वितीयता के बारे में चर्चा की। किसी एक त्रिभुज की रचना के लिए तुम्हें कोई तीन नापों की आवश्यकता होती है। वे तीन भुजाएँ, दो भुजाएँ और उनके बीच के कोण, अथवा दो कोण और एक भुजा, आदि हो सकते हैं। एक अद्वितीय चतुर्भुज की रचना के लिए हमें कितने मापों की आवश्यकता होती है? अद्वितीय चतुर्भुज वे हैं जो विभिन्न व्यक्तियों द्वारा समान नापों के बनाये जाने पर भी भिन्न हों।

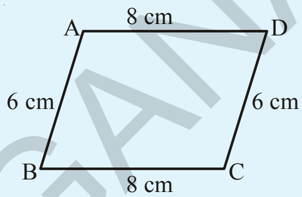
SCERT TELANGANA

यह कीजिए :

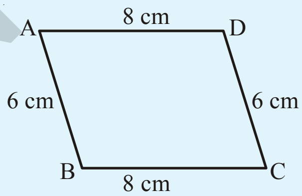


(i)

समान लम्बाई की, मान लो 8 से.मी. छड़ियों का एक युग्म है। समान लम्बाई की मान लो, 6 से.मी. छड़ियों का और एक युग्म लीजिए। इन्हें 8 से.मी. लम्बाई और 6 से.मी. चौड़ाई का आयत प्राप्त होने के लिए योग्य रूप से व्यवस्थित कीजिए। यह आयत 4 उपलब्ध नापों द्वारा बनाया गया। अब आयत की चौड़ाई के साथ-साथ जरा सा दबाव डालिए। क्या वह अभी भी वैसे ही दिखाई दे रहा है? आप को आयत का नया आकार प्राप्त होगा। आकृति (ii) देखें कि अब आयत, समानान्तर चतुर्भुज बना है। क्या तुमने छड़ियों की लंबाइयाँ बदली हैं? नही! भुजाओं के नाप वही है। इस नये प्राप्त आकार पर विरुद्ध दिशा में और एक बार दबाव डालिए। तुम्हे क्या प्राप्त होगा? पूनः तुम्हें एक और समानांतर चतुर्भुज प्राप्त होगा जो पहले से पूर्णतः भिन्न है। आकृति (iii) के अभी भी चारो नाप समान हैं। यह बताता है कि चतुर्भुज के चार नाप, इसकी अद्वितीयता का निर्धारण नहीं कर सकते। इसलिए, कितने नाप एक अद्वितीय चतुर्भुज का निर्धारण कर सकते हैं?



(ii)

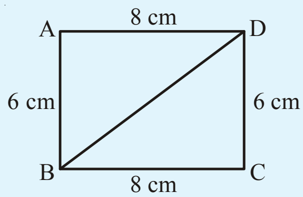


(iii)

हम पूनः वही क्रिया करेंगे!

तुमने 8 से.मी. लम्बाई की दो छड़ियाँ और 6 से.मी. लम्बाई की दो छड़ियाँ लेकर इनसे आयत बनाया।

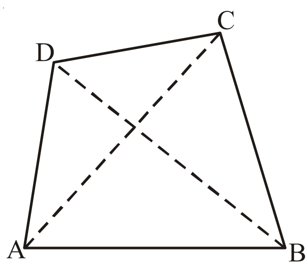
अब एक और छड़ी जिसकी लम्बाई BD के समान है, लेकर BD के साथ-साथ रखो। आकृति (iv) यदि तुमने अब चौड़ाई पर दबाव डाला, क्या इसका आकार बदलेगा? नहीं। क्या आकृति विवृत किये बगैर वह बदल नहीं सकता? 5 वीं वाँ छड़ी से आयत की अद्वितीयता निश्चित हुई। अर्थात कोई दूसरा चतुर्भुज (दी हुआ भुजाओं की लम्बाई के साथ) अब असंभव है। इस प्रकार हम देखते हैं कि 5 नापों द्वारा अद्वितीय चतुर्भुज का निर्धारण हो सकता है। किन्तु कोई भी 5 नाप (भुजा और कोण के) अद्वितीय चतुर्भुज का निर्धारण करने के लिए पर्याप्त हैं?



(iv)

3.1 चतुर्भुज और उनके गुण!

दी गयी आकृति में, ABCD चतुर्भुज है जिसके शीर्ष A, B, C, D और भुजाएँ; $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ है। ABCD के कोण $\angle BAD$, $\angle ADC$, $\angle DCB$ और $\angle CDB$ और कर्ण $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ है।

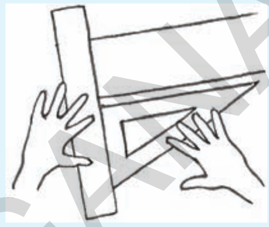


SCERT TELANGANA

यह कीजिए।

उपकरण

तुम्हें आवश्यकता है : पटरी, कोनिया समकोणक, चांदा



याद रखिए :

दी गई रेखाएँ समानांतर हैं या नहीं जांचने के लिए, प्रथम रेखा से दूसरी रेखा तक कोनिया संलग्न आकृति दिखाये जैसे खिसकाइए।

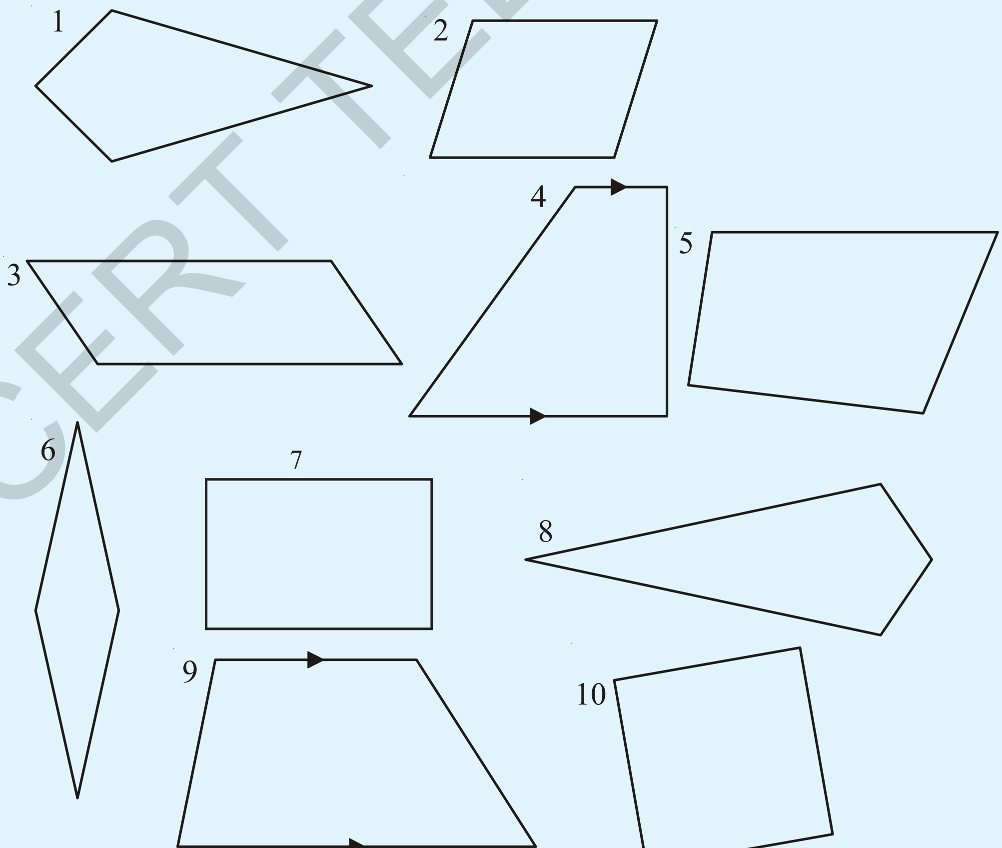
अब योग्य उपकरणों का उपयोग करते हुऐ निम्नलिखित **जाँच कीजिए।**

प्रत्येक चतुर्भुज के लिए।

(a) यदि विपरीत भुजाएँ समानांतर दिखाई देती हैं, तो जाँच कीजिए।

(b) प्रत्येक कोण मापिए।

(c) प्रत्येक भुजा की लम्बाई मापिए।



SCERT TELANGANA

अपना अभिमत अंकित कीजिए और निम्न सारणी पूर्ण कीजिए।

चतुर्भुज	समानांतर भुजाओं के दो युग्म	समानांतर भुजाओं कशा एक युग्म	4 समकोण	विपरीत भुजाओं के दो युग्म समान	समान विपरीत कोणों के दो युग्म	आसन्न भुजाओं के दो युग्म समान	4 भुजाएँ समान●
1	×	×	×	×	×	✓	×
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

समानांतर चतुर्भुज यह चतुर्भुज है जिसमें समानांतर भुजाओं के दो युग्म रहते हैं।

(a) समानांतर चतुर्भुज का आकार कौन-सा है?

(b) समानांतर चतुर्भुज के और कौन-से गुण है?

आयत एक समानांतर चतुर्भुज रहता है जिसमें चारों कोण समकोण रहते हैं।

(a) आयत का आकार कौन-सा है?

(b) आयत के गुण कौन-से हैं?

समचतुर्भुज एक समानांतर चतुर्भुज रहता है जिसकी चारों भुजाएँ समान रहती हैं।

(a) समचतुर्भुज किसे कह सकते है?

(b) समचतुर्भुज के गुण कौन-से है?

वर्ग एक समचतुर्भुज रहता है जिसके चारो कोण समकोण रहते हैं।

(a) वर्ग का आकार कौन-सा है?

(b) वर्ग के गुण कौन-से हैं?

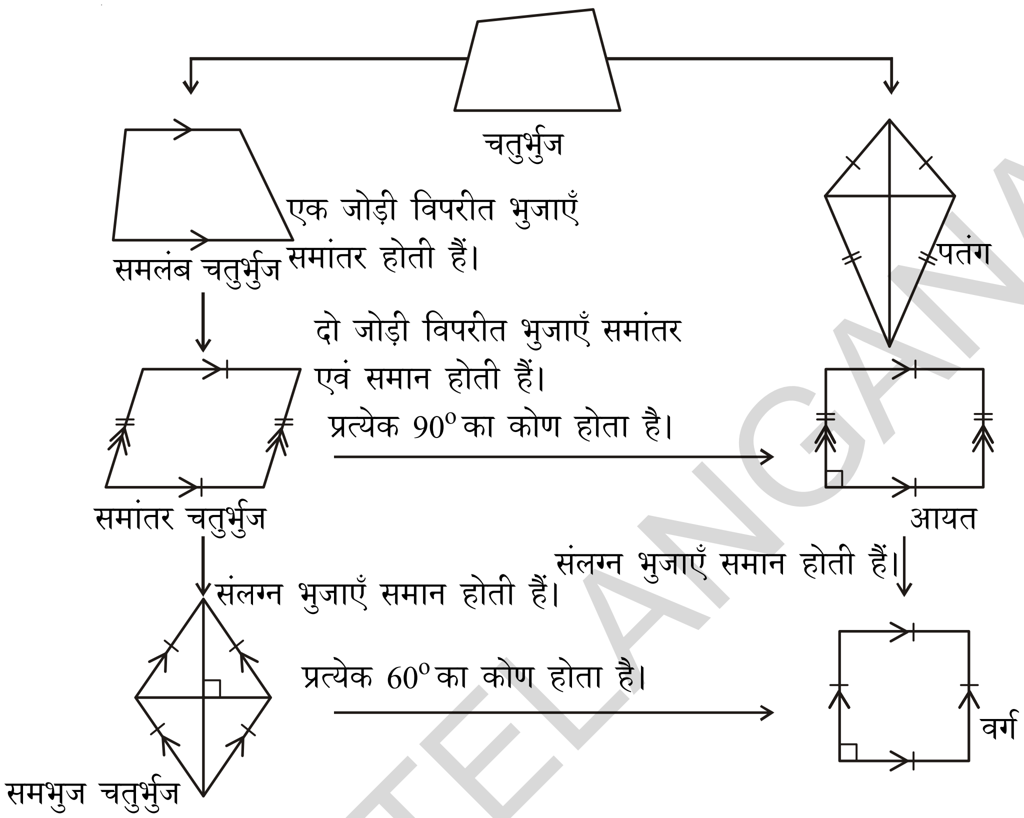
समलंब चतुर्भुज एक चतुर्भुज रहता है जिसमें कम से कम समानांतर भुजाओं का एक युग्म रहता है।

(a) कौन-सा आकार केवल समलंब चतुर्भुज रहता है और किसी का नहीं?

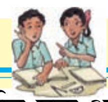
(b) समलंब चतुर्भुज के गुण क्या है?

SCERT TELANGANA

1 से 8 चतुर्भुज काइट्स हैं। काइट्स के कुछ गुण लिखिए।



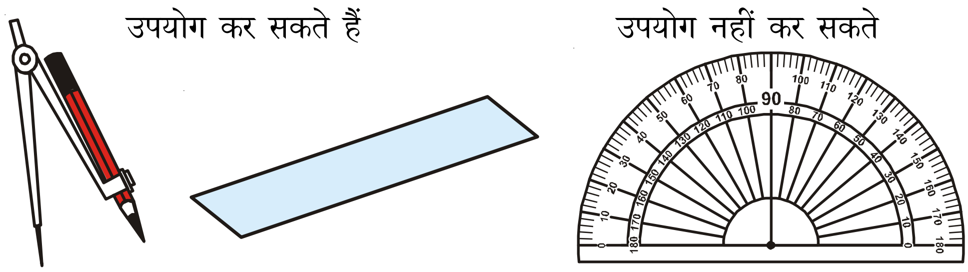
सोचिए-चर्चा कीजिए और लिखिए :



1. क्या प्रत्येक आयत एक समानांतर चतुर्भुज होता है? क्या प्रत्येक समानांतर चतुर्भुज एक आयत रहता है?
2. उमा ने एक चिक्की बनाई। वह इसे आयताकार बनाना चाहती थी। इसे आयताकार रखने के लिए वह इसे कितने भिन्न तरीके से बाँट सकती है ?

यह कीजिए।

वह तुम 60° का कोण बना सकते हो ?

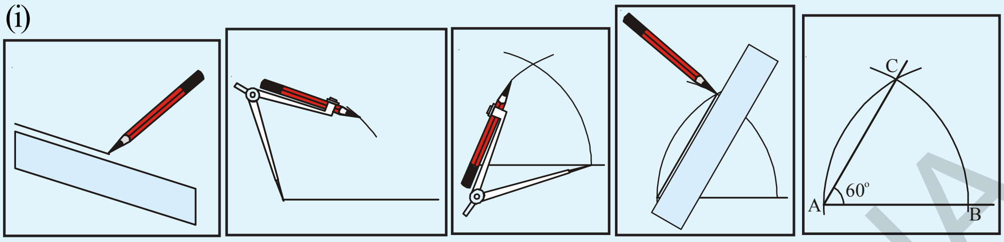


प्रकार (Compass) स्केल चाँद

SCERT TELANGANA

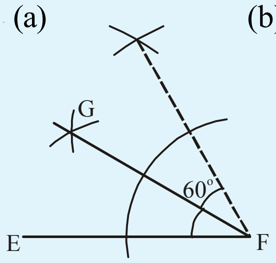
सचित्र उदाहरण समझिए और निर्माण के सोपानों को लिखिए।

(i)

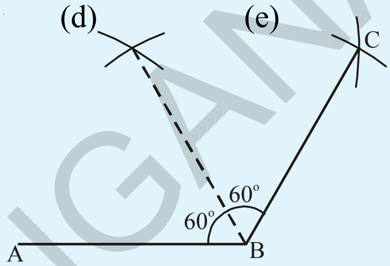


(a) (b) (c) (d) (e)

(ii)

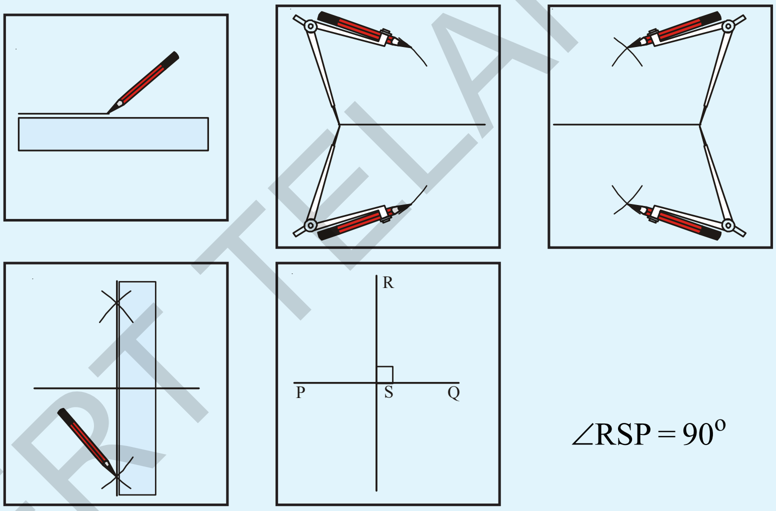


$\angle ABC = 120^o$



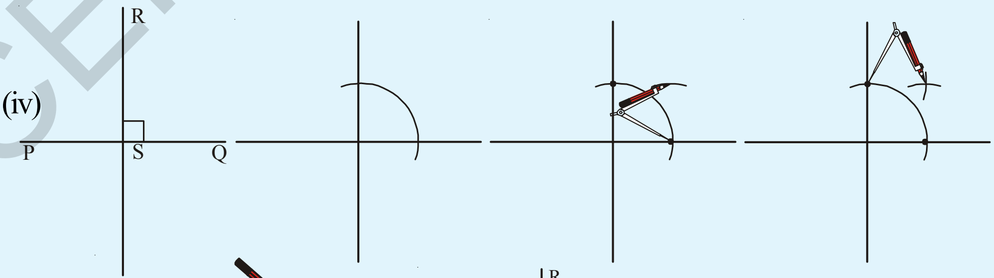
$\angle EFG = 30^o$

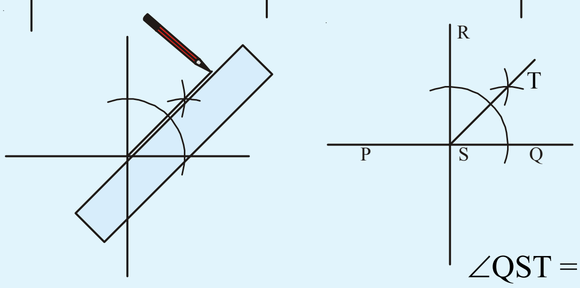
(iii)



$\angle RSP = 90^o$

(iv)





$\angle QST = 45^o$

SCERT TELANGANA

3.2 चतुर्भुज का निर्माण

जब निम्नलिखित नाप दिये गये हों तो हम चतुर्भुज बनाएँगे।

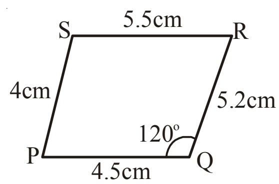
1. जब चार भुजाएँ और एक कोण दिये हों (S.S.S.S.A)
2. जब चार भुजाएँ और एक कर्ण दिये हों (S.S.S.S.D)
3. जब तीन भुजाएँ और दो कर्ण दिए हों (S.S.S.D.D)
4. जब तीन भुजाएँ और उनके बीच के दो कोण दिए हों (S.A.S.A.S)

3.2.1 निर्माण: जब चार भुजाओं की लंबाइयाँ और एक कोण दिया हो। (S.S.S.S.A)

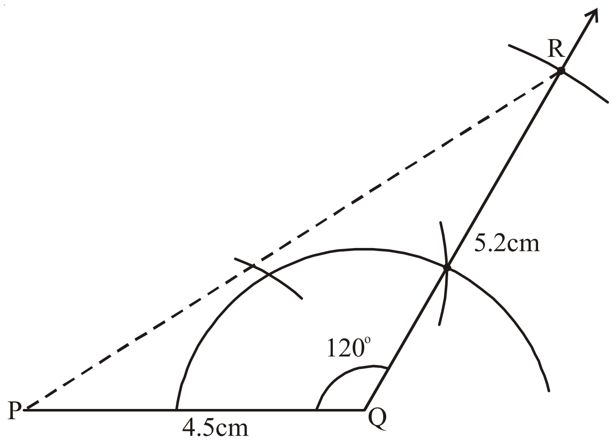
उदाहरण 1 : चतुर्भुज PQRS बनाइए जिसमें PQ = 4.5 से.मी., QR = 5.2 से.मी., RS = 5.5 से.मी., PS = 4 से.मी. और $\angle RQP = 120^o$.

हल :

सोपान 1 : अभीष्ट चतुर्भुज की एक रफ आकृति बनाइए और दिये गये नाप अंकित किजिए। क्या यह पर्याप्त है ?

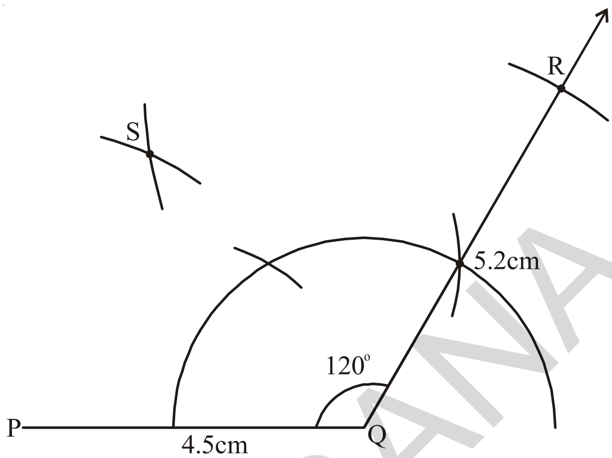


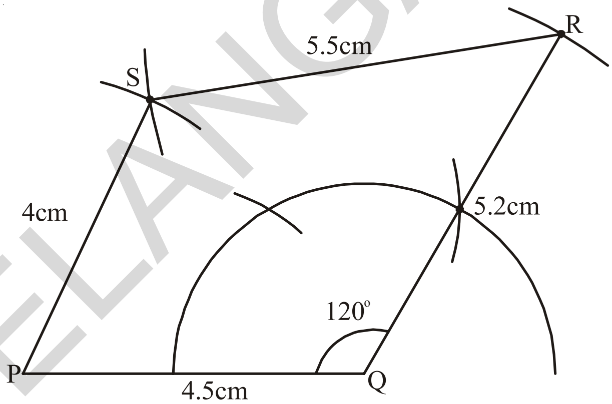
सोपान 2 : PQ = 4.5 से.मी., $\angle RQP = 120^o$ और QR = 5.2 से.मी. लेकर निर्माण की S.A.S. गुण का उपयोग करते हुए ΔPQR बनाइए।



SCERT TELANGANA

सोपान 3 : चतुर्थ शीर्ष ‘S’, का स्थान मालूम करने के लिए, P को केंद्र लेकर और 4 से.मी. (PS = 4 से.मी.) अर्थव्यास के एक चाप खींचिए। R को केंद्र लेते हुए 5.5 से.मी. (RS = 5.5 से.मी.) अर्धव्यास से और एक चाप खींचिए जो पहले चाप को S पर काटता है।

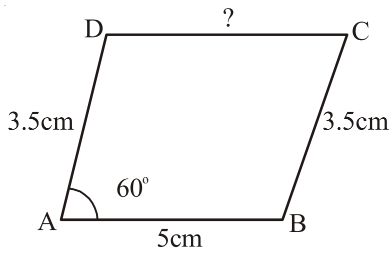




सोपान 4 : अभीष्ट चतुर्भुज PQRS पूर्ण करने के लिए PS और RS मिलाइए।

उदाहरण 2 : समानांतर चतुर्भुज ABCD बनाइए। दिया है कि AB = 5 से.मी., BC = 3.5 से.मी. और $\angle A = 60^o$.

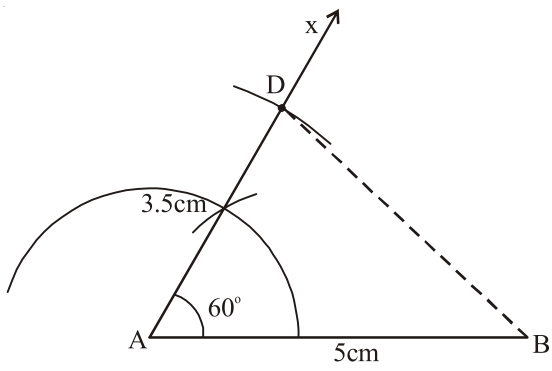
हल :



सोपान 1 : समानांतर चतुर्भुज (चतुर्भुज का एक विशेष प्रकार) की एक रफ आकृति बनाइए और दिये गये नाप अंकित कीजिए।

यहाँ हमें केवल माप दिये गए हैं। किन्तु ABCD एक समानांतर चतुर्भुज है, हम लिख सकते हैं कि CD = AB = 5 से.मी. और AD = BC = 3.5 से.मी. (कैसे?)

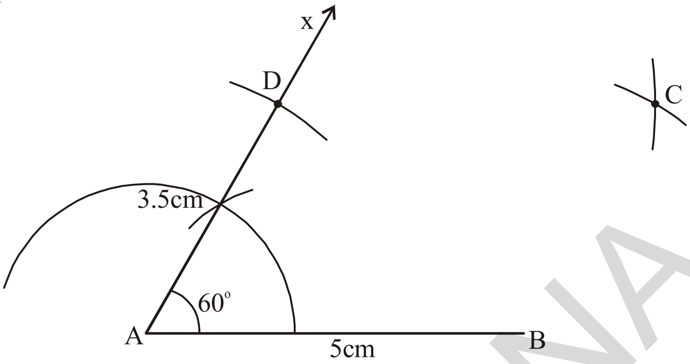
(अब हमें कुल 5 नाप प्राप्त हुए।)



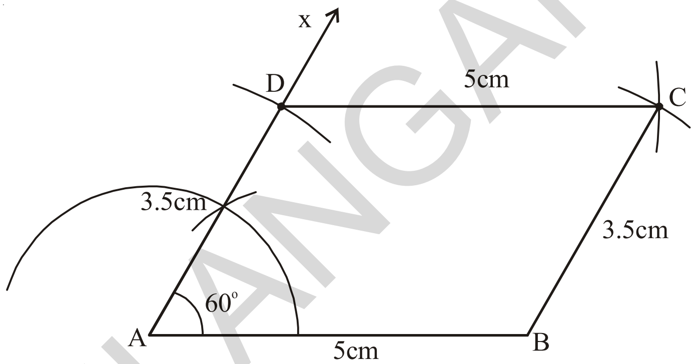
सोपान 2: AB = 5 से.मी., $\angle A = 60^o$ और AD = 3.5 से.मी. नापों को उपयोग करते हुए Δ BAD बनाइए।

SCERT TELANGANA

सोपान 3: BC=3.5 से.मी. और DC = 5 से.मी., इन दो नापों द्वारा चौथे शीर्ष 'C' का स्थान निर्धारित किजिए।



सोपान 4 : अभिष्ट समानांतर चतुर्भुज ABCD पूर्ण करने के लिए B, C और C, D मिलाइए।



(परी और चांदे का उपयोग करते हुए समानांतर चतुर्भुज के गुणों की जाँच कीजिए।)

चतुर्भुज के निर्माण करने के लिए सोपानों के बारे में सामान्य कथन करेंगे।

सोपान 1: आकृति का कच्चा रेखाचित्र खींचिए।

सोपान 2: यदि दिये गये नाप पर्याप्त न हो तो आकृति का विश्लेषण कीजिए। आवश्यक नापों को प्राप्त करने के लिए आकृति के विशेष गुणों का उपयोग करने का प्रयत्न कीजिए।

सोपान 3 : 5 में से तीन नापों द्वारा त्रिभुज बनाइए और शेष नापों का उपयोग 4^{th} शीर्ष का स्थान निर्धारण के लिए उपयोग कीजिए।

सोपान 4: निर्माण के सोपानों को विस्तृत रूप में वर्णन कीजिए।

अभ्यास - 3.1

निम्नलिखित नापों द्वारा चतुर्भुज का निर्माण कीजिए और रचना लिखिए :

(a) चतुर्भुज ABCD में AB = 5.5 से.मी., BC = 3.5 से.मी., CD = 4 से.मी., AD = 5 से.मी. और $\angle A = 45^o$.

(b) चतुर्भुज BEST में BE = 2.9 से.मी., ES = 3.2 से.मी., ST = 2.7 से.मी., BT = 3.4 से.मी. और $\angle B = 75^o$.

(c) समानान्तर चतुर्भुज PQRS में PQ = 4.5 से.मी., QR = 3 से.मी., और $\angle PQR = 60^o$.

SCERT TELANGANA

(d) समचतुर्भुज MATH में AT = 4 से.मी., $\angle MAT = 120^o$.

(e) आयत FLAT में FL = 5 से.मी., LA = 3 से.मी.

(f) वर्ग LUDO में LU = 4.5 से.मी.

3.2.2 निर्माण : जब चार भुजाओं की लंबाइयाँ और एक कर्ण दिया है। (S.S.S.S.D)

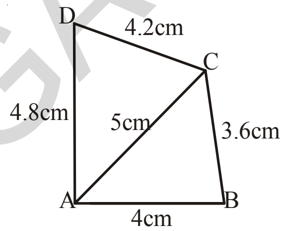
उदाहरण 3 : चतुर्भुज ABCD तैयार कीजिए जहाँ AB = 4 से.मी., BC = 3.6 से.मी., CD = 4.2 से.मी., AD = 4.8 से.मी. और AC = 5 से.मी.

हल :

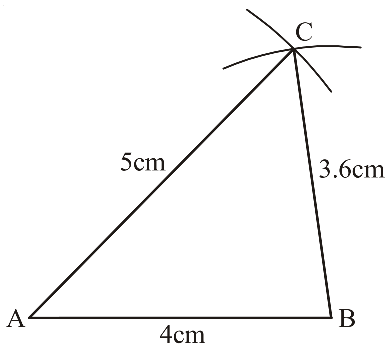
सोपान 1: दिए गए न्यांसो से चतुर्भुज ABCD का कच्चा रेखाचित्र बनाइए।

(चतुर्भुज बनाने के लिए दिये गए नाप पर्याप्त हैं या नहीं, विश्लेषण कीजिए।

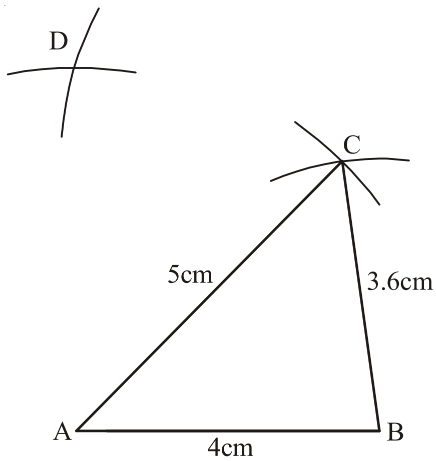
यदि पर्याप्त हो तो आगे रेखाचित्र बनाइए और यदि न हो तो दी गयी आकृति खींचने के लिए व्यास पर्याप्त नहीं हैं, इसका निर्णय लीजिए।)



सोपान 2: ΔABC AB = 4 से.मी., BC = 3.6 से.मी. और AC = 5 से.मी. नापों की सहायता से ΔABC बनाइए।

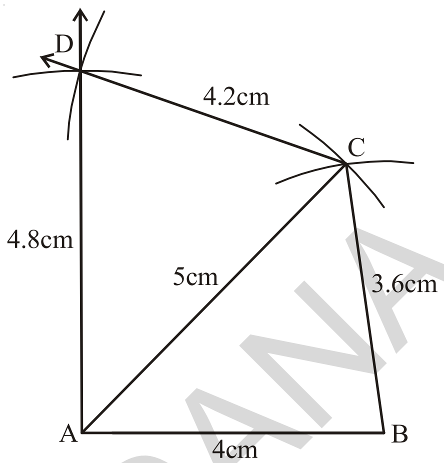


सोपान 3: हमें चतुर्थ शीर्ष 'D' का स्थान निर्धारण करना है। यह AC के दुसरी ओर होगा। इसलिए A को केंद्र मानकर अर्धव्यास 4.8 से.मी. (AD = 4.8 से.मी.) लेकर एक चाप खींचिए। अब C को केंद्र मानकर और अर्धव्यास 4.2 से.मी. (CD = 4.2 से.मी.) और एक चाप खींचिए जो पहले चाप को D पर काटता है।



SCERT TELANGANA

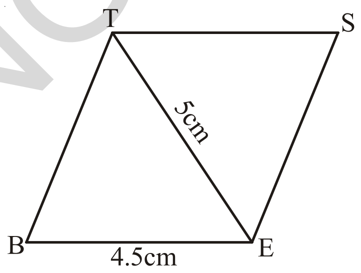
सोपान 4: चतुर्भुज ABCD पूर्ण करने के लिए A, D और C, D मिलाइए।



उदाहरण 4: समचतुर्भुज BEST बनाइए जहाँ BE = 4.5 से.मी. और ET = 5 से.मी.

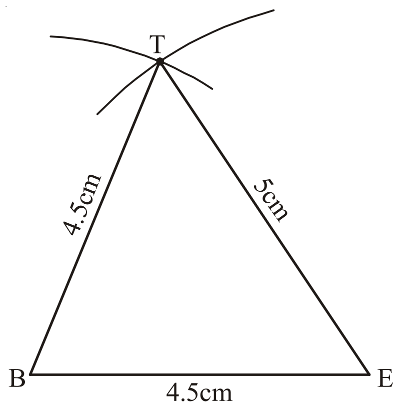
हल :

सोपान 1 : समचतुर्भुज (चतुर्भुज का विशेष प्रकार) का कच्चा रेखाचित्र बनाइए। चूँकि इसकी सभी भुजाएं समान होती हैं इसलिए BE = ES = ST = BT = 4.5 से.मी. और इसके दिये गये नापों को अंकित कीजिए।

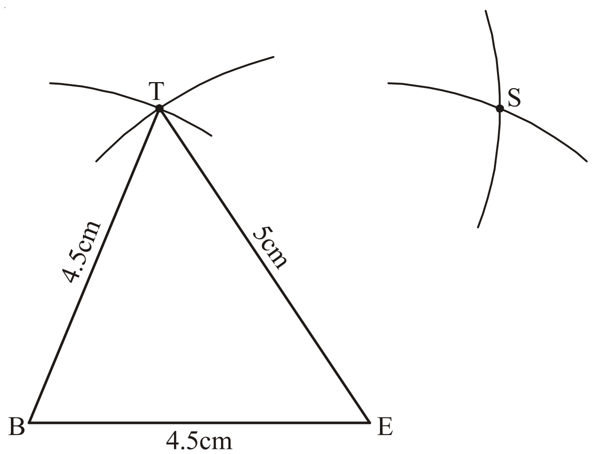


अब, इन नापों द्वारा हम आकृति का निर्माण कर सकते हैं।

सोपान 2 : SSS गुण द्वारा ΔBET का निर्माण कीजिए जहाँ BE = 4.5 cm, ET = 5 से.मी. और BT = 4.5 से.मी.

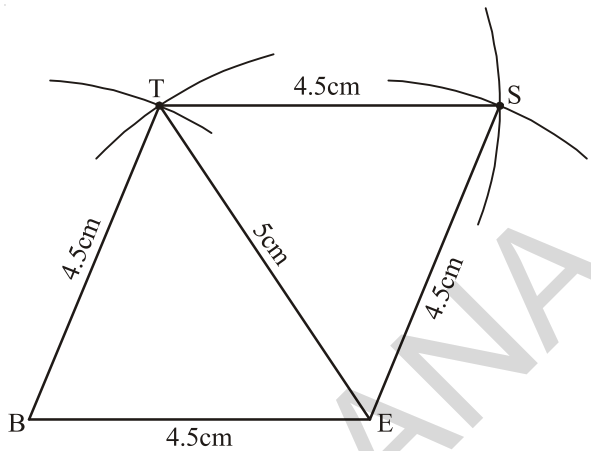


सोपान 3 : शेष दो नाप ES = 4.5 से.मी. और ST = 4.5 से.मी. की सहायता से चाप खींचकर चतुर्थ शीर्ष 'S', का स्थान निर्धारण कीजिए।



SCERT TELANGANA

सोपान 4 : अभीष्ट समचतुर्भुज BEST पूर्ण करने के लिए E, S और S, T मिलाइए।



प्रयत्न कीजिए :

1. क्या आप समानांतर चतुर्भुज BATS बना सकते हैं जहाँ BA = 5 से.मी., AT = 6 से.मी. और AS = 6.5 से.मी.? स्पष्ट कीजिए?
2. एक विद्यार्थी ने एक चतुर्भुज PLAY बनाने का प्रयत्न किया। दिया है कि PL = 3 से.मी., LA = 4 से.मी., AY = 4.5 से.मी., PY = 2 से.मी., LY = 6 से.मी. किन्तु वह इसे खींच नहीं सका। क्यों ?

   अपने आप चतुर्भुज बनाने प्रयत्न कीजिए। और कारण बताइए।

अभ्यास - 3.2

निम्नलिखित नापों के साथ चतुर्भुज निर्माण कीजिए :

(a) चतुर्भुज ABCD में AB = 4.5 से.मी., BC = 5.5 से.मी., CD = 4 से.मी., AD = 6 से.मी. और AC = 7 से.मी.

(b) चतुर्भुज PQRS में PQ = 3.5 से.मी., QR = 4 से.मी., RS = 5 से.मी., PS = 4.5 से.मी. और QS = 6.5 से.मी.

(c) समानान्तर चतुर्भुज ABCD में AB = 6 से.मी., AD = 4.5 से.मी., और BD = 7.5 से.मी.

(d) समचतुर्भुज NICE में NI = 4 से.मी. और IE = 5.6 से.मी.

3.2.3 निर्माण: जब तीन भुजाएँ और दो कर्ण दिए हो (S.S.S.D.D)

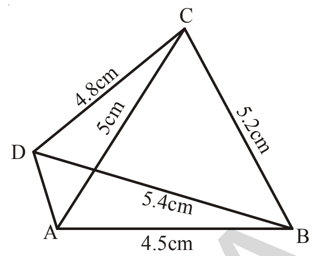
उदाहरण 5 : चतुर्भुज ABCD बनाइए, दिया है कि AB = 4.5 से.मी., BC = 5.2 से.मी., CD = 4.8 से.मी., और कर्ण AC = 5 से.मी. और BD = 5.4 से.मी.

SCERT TELANGANA

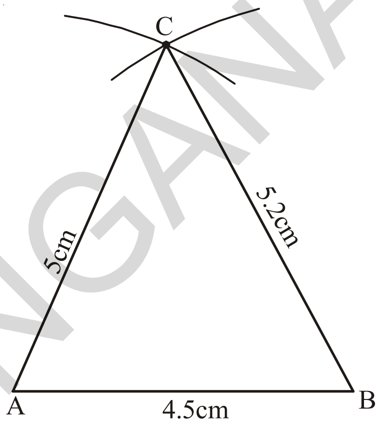
हल :

सोपान 1: प्रथम हम चतुर्भुज ABCD का कच्चा रेखाचित्र बनाते हैं। दिये गये नापों को अंकित कीजिए।

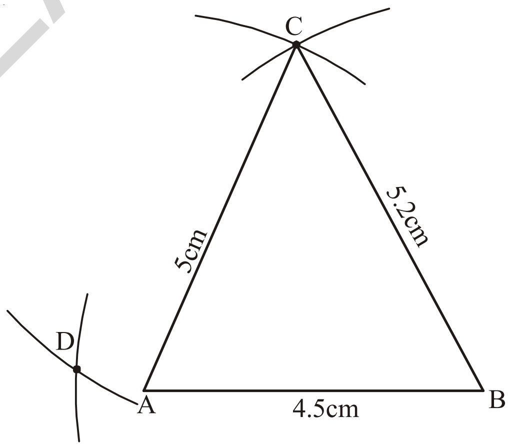
(उपलब्ध नापों से ΔABC बनाना संभव है।)



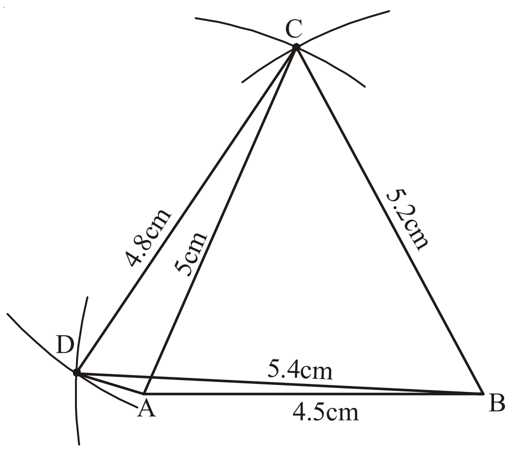
सोपान 2: निर्माण के SSS गुण का उपयोग करते हुए ΔABC बनाइए जहाँ AB = 4.5 से.मी., BC = 5.2 से.मी., और AC = 5 से.मी.



सोपान 3: केंद्र B और अर्धव्यास 5.4 से.मी. से और केंद्र C और अर्धव्यास 4.8 से.मी. दो चाप शीर्ष B के विपरीत खींचिए जो D का स्थान निर्धारण करते हैं।

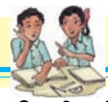


सोपान 4: चतुर्भुज ABCD पूर्ण करने के लिए C,D, B,D और A,D मिलाइए।



SCERT TELANGANA

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए :



1. क्या तुम चतुर्भुज ABCD (ऊपर दिया हुआ) बना सकते हो जिसमें प्रथम ΔABD का निर्माण किया जाए, तथा बाद में चतुर्थ शीर्ष 'C' का। कारण दीजिए।
2. चतुर्भुज PQRS का निर्माण कीजिए जहाँ PQ = 3 से.मी., RS = 3 से.मी., PS = 7.5 से.मी., PR = 8 से.मी. और SQ = 4 से.मी. अपने उत्तर का औचित्य बताइए।

अभ्यास - 3.3

निम्नलिखित नापों से चतुर्भुज का निर्माण कीजिए :

(a) चतुर्भुज GOLD में OL = 7.5 से.मी., GL = 6 से.मी., LD = 5 से.मी., DG = 5.5 से.मी. और OD = 10 से.मी.

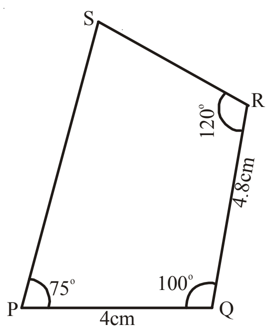
(b) चतुर्भुज PQRS PQ = 4.2 से.मी., QR = 3 से.मी., PS = 2.8 से.मी., PR = 4.5 से.मी. और QS = 5 से.मी.

3.2.4 निर्माण : जब दो आसन्न भुजाओं की लंबाइयाँ और तीन कोण ज्ञात हो (S.A.S.A.A)

हम पहले जैसा ही चतुर्भुज का निर्माण करेंगे लेकिन निर्माण में अधिक कोण शामिल है, इसलिए पटरी और परकार की सहायता से मानक कोण और शेष कोण चांदे की सहायता से बनाइए।

कोण $0^o, 30^o, 45^o, 60^o, 90^o, 120^o$ तथा 180^o मानक कोण कहलाते है।

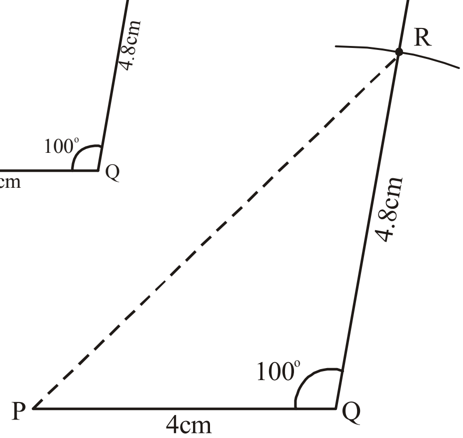
उदाहरण 6 : चतुर्भुज PQRS, का निर्माण कीजिए, दिया है कि PQ = 4 से.मी., QR = 4.8 से.मी., $\angle P = 75^o$ $\angle Q = 100^o$ और $\angle R = 120^o$.



हल :

सोपान 1 : हम चतुर्भुज का कच्चा रेखाचित्र बनाते हैं और दिए गए नापों को अंकित करते हैं। कोण बनाने के लिए योग्य उपकरण का चयन कीजिए।

सोपान 2: निर्माण के SAS गुण द्वारा ΔPQR का निर्माण कीजिए। जहाँ PQ = 4 से.मी., $\angle Q = 100^o$ और QR = 4.8 से.मी.
(PR को मिलाने के लिए बिन्दु अंकित रेखा का उपयोग क्यों किया गया? अगले सोपान में इसका परिहार कर सकते है।)



SCERT TELANGANA

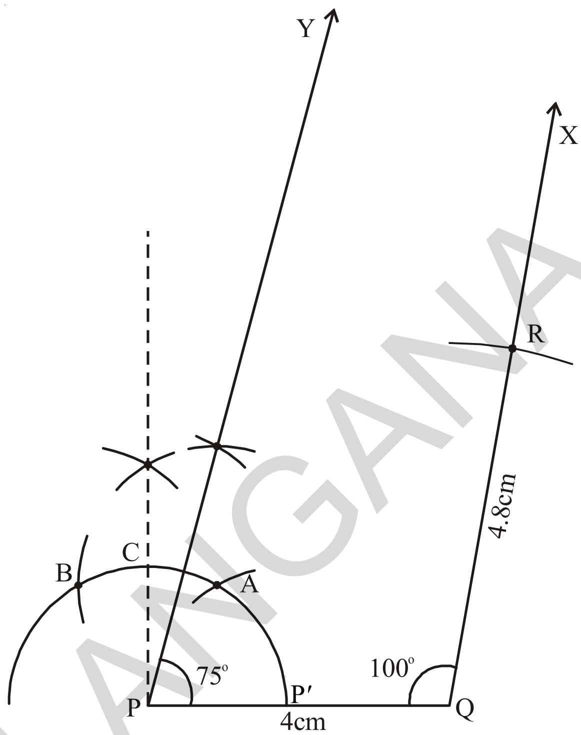
सोपान 3: $\angle P = 75^\circ$ बनाइए और $\overrightarrow{PY}$ खींचिए।

[क्या तुम जानते हो कैसे 75° कोण बनाया गया?

(a) P से एक चाप खींचे जो PQ को पर प्रतिच्छेद करती है। P′ को केंद्र मानकर उसी अर्धव्यास से दो चाप खींचे जो पहले चाप को A और B पर काटते हैं तथा 60° और 120° का कोण बनाते हैं।

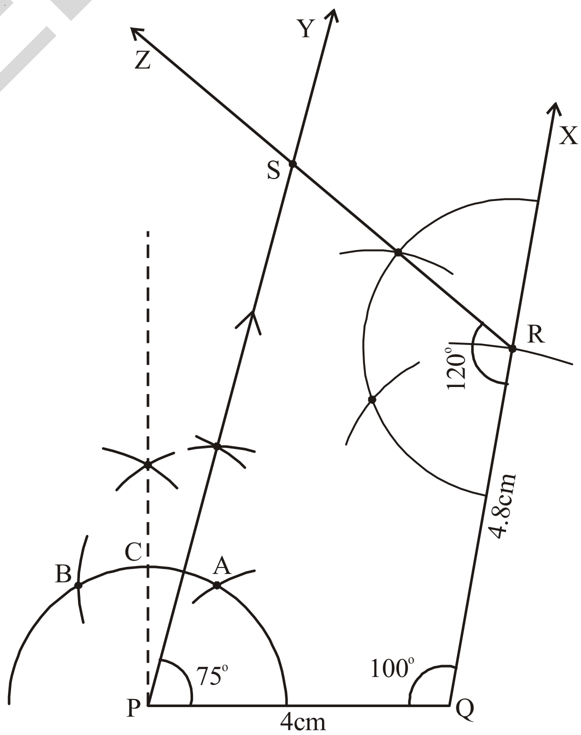
(b) A,B से कोण समद्विभाजक बनाइए जो चाप को 90° कोण बनाते हुए C, पर काटता है।

(c) A और C से कोण समद्विभाजक (60° और 90° की मध्यमा जो 75° है) बनाइए।]



सोपान 4: $\angle R = 120^\circ$ बनाइए और $\overrightarrow{RZ}$ जो $\overrightarrow{PY}$ को S पर काटती है।

PQRS यह अभीष्ट चतुर्भुज है।



SCERT TELANGANA

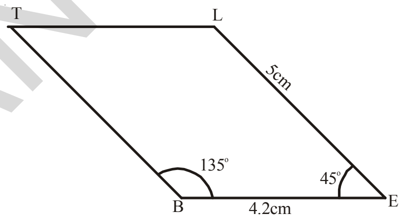
सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए :

1. क्या तुम ऊपर दिया हुआ चतुर्भुज PQRS निर्माण कर सकते हो यदि P पर 75° के अलावा 100° का कोण हो? कारण दीजिए।
2. क्या तुम चतुर्भुज PLAN निर्माण कर सकते हो यदि PL = 6 से.मी., LA = 9.5 से.मी., $\angle P = 75^\circ$, $\angle L = 15^\circ$ और $\angle A = 140^\circ$.

   (पहले प्रत्येक उदाहरण का एक कच्चा रेखाचित्र बनाइए और आकृति का विश्लेषण कीजिए।) तुम्हारे निर्णय के लिए कारण दीजिए।

उदाहरण 7 : समानान्तर चतुर्भुज BELT निर्माण कीजिए, दिया है कि BE = 4.2 से.मी., EL = 5 से.मी., $\angle T = 45^\circ$.

हल :



सोपान 1: समानांतर चतुर्भुज BELT का कच्चा रेखाचित्र बनाइए और दिये गए नापों को अंकित कीजिए।

(क्या वह निर्माण के लिए पर्याप्त है?)

विश्लेषण :

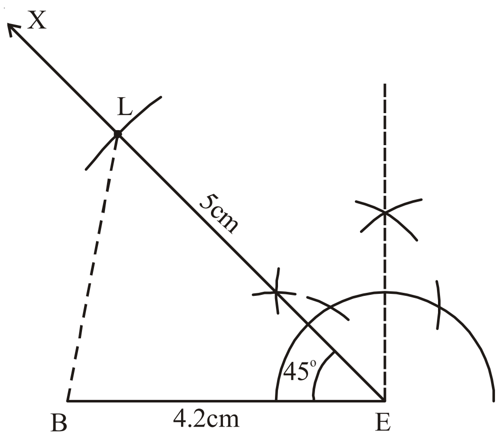
चूँकि दिए हुए नाप निर्माण के लिए पर्याप्त नहीं है, हम समानांतर चतुर्भुज के गुणों का उपयोग करते हुए आवश्यक नाप ज्ञात करेंगे।

जैसे "समानांतर चतुर्भुज में विपरीत कोण समान होते हैं।" इसलिए $\angle E = \angle T = 45^\circ$ और

"क्रमागत कोण संपूरक होते हैं।" इसलिए $\angle L = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

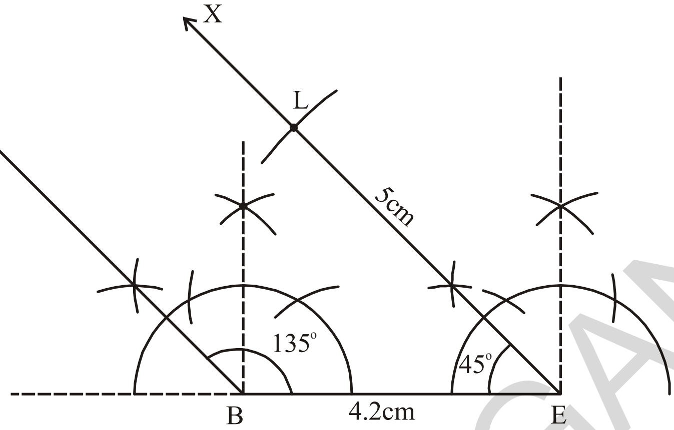
इस प्रकार $\angle B = \angle L = 135^\circ$

सोपान 2 : निर्माण के SAS गुण का उपयोग करते हुए ΔBEL बनाइए जहाँ BE = 4.2 से.मी., $\angle E = 45^\circ$ और EL = 5 से.मी.



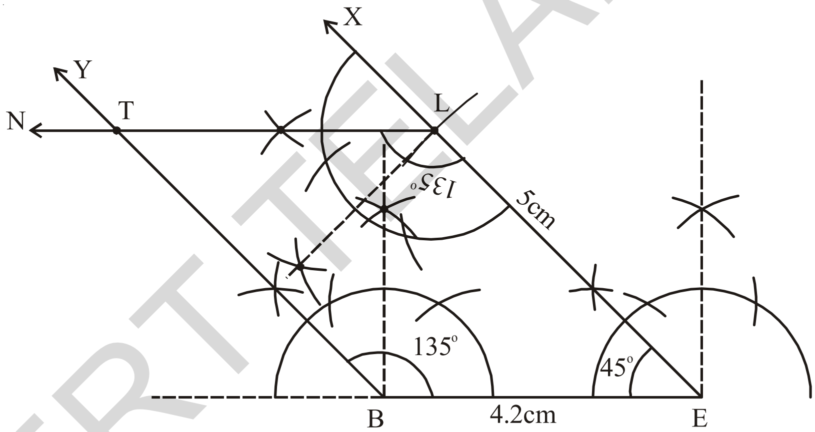
SCERT TELANGANA

सोपान 3 : $\angle B = 135^o$ बनाइए और $\overrightarrow{BY}$ खींचिए।



सोपान 4 : $\angle L = 135^o$ बनाइए और $\overrightarrow{LN}$ खींचिए जो $\overrightarrow{BY}$ को T पर काटती है।

BELT यह अभीष्ट चतुर्भुज (अर्थात समानांतर चतुर्भुज) है।



यह कीजिए।

ऊपर दिया हुआ समानांतर चतुर्भुज BELT, समानांतर चतुर्भुज के दूसरे गुणों का उपयोग करते हुए बनाइए।

अभ्यास - 3.4

निम्नलिखित नापों के साथ चतुर्भुज बनाइए :

(a) चतुर्भुज HELP में HE = 6 से.मी., EL = 4.5 से.मी., $\angle H = 60^o$, $\angle E = 105^o$ और $\angle P = 120^o$.

(b) समानांतर चतुर्भुज GRAM में GR = AM = 5 से.मी., RA = MG = 6.2 से.मी. और $\angle R = 85^o$

(c) आयत FLAG में भुजाएँ FL = 6 से.मी. और LA = 4.2 से.मी.

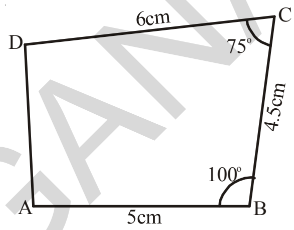
SCERT TELANGANA

3.2.5 निर्माण : जब तीन भुजाओं की लम्बाइयों और इन के बीच के दो कोण दिये हों (S.A.S.A.S)

हम इस प्रकार का चतुर्भुज, SAS गुण की सहायता से त्रिभुज बनाते हुए, निर्माण करते हैं। विशेष रूप से सम्मिलित कोणों की ओर ध्यान दीजिए।

उदाहरण 8 : चतुर्भुज ABCD का निर्माण कीजिए जिसमें AB = 5 से.मी., BC = 4.5 से.मी., CD = 6 से.मी., $\angle B = 100^o$ और $\angle C = 75^o$.

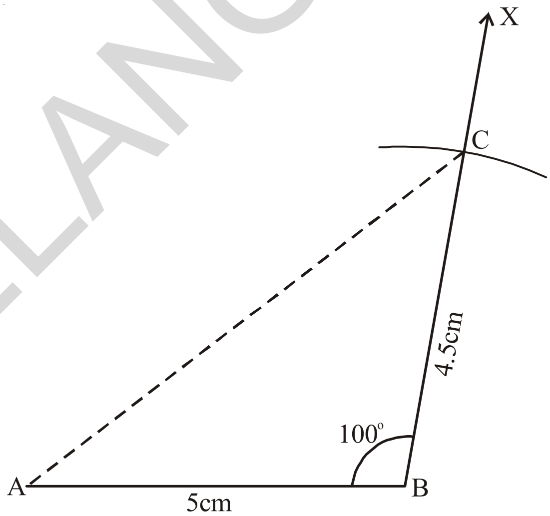
हल :



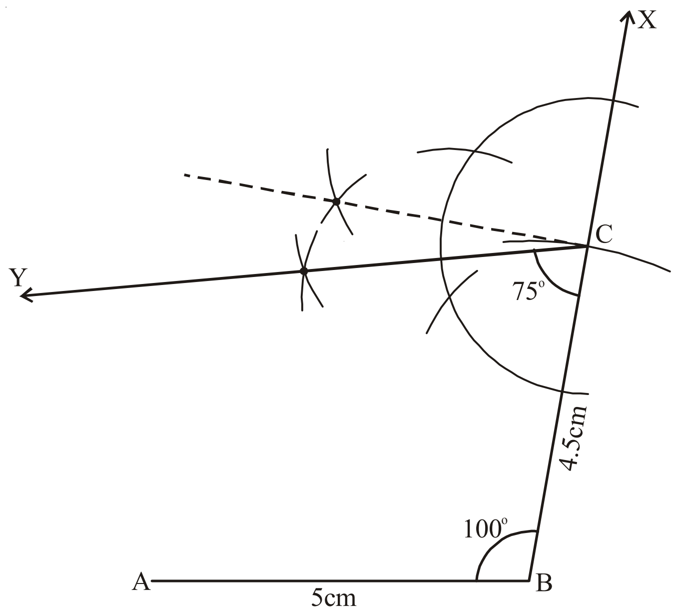
सोपान 1 : चतुर्भुज का कच्चा रेखाचित्र बनाइए और दिये गये नापों के अनुसार अंकित कीजिए।

(चतुर्भुज का निर्माण करने के लिए दिये गये नाप पर्याप्त हैं या नही, ज्ञात कीजिए। यदि पर्याप्त हों तो आगे बढ़िये।)

सोपान 2 : SAS नियम का उपयोग करते हुए AB= 5 से.मी., $\angle B = 100^o$ और BC = 4.5 से.मी. नापों से ΔABC बनाइए।

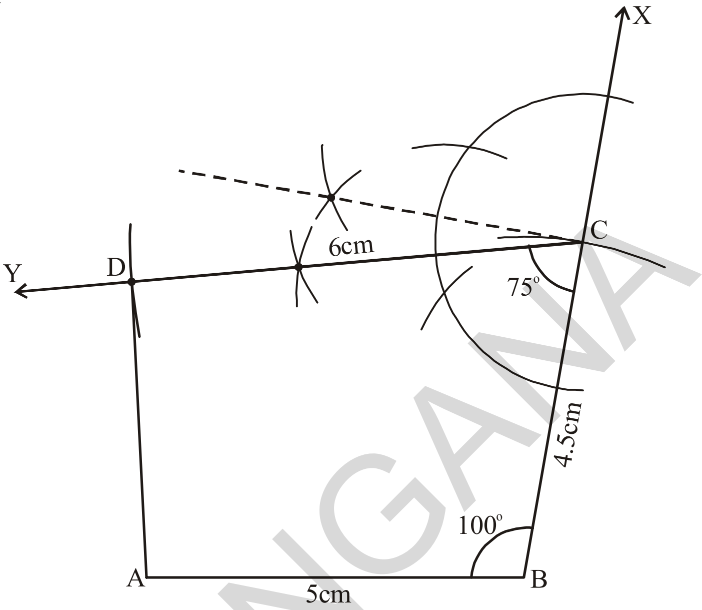


सोपान 3 : $\angle C = 75^o$ बनाइए और $\overrightarrow{CY}$ खींचिए।



SCERT TELANGANA

सोपान 4 : 'C' को केन्द्र मानकर 6 से.मी. अर्धव्यास से एक चाप खींचिए जो $\overline{CY}$ को D पर प्रतिच्छेद करता है। A, D मिलाइए। ABCD यह अभीष्ट चतुर्भुज है।



सोचिये, चर्चा कीजिए और लिखिए :

क्या तुम ऊपर दिया हुए चतुर्भुज ABCD बना सकते है जिसमें आधार AB के अलावा BC ? यदि हाँ, कच्चा रेखाचित्र बनाइए और निर्माण में सम्मिलित भिन्न सोपानों को स्पष्ट कीजिए।

अभ्यास - 3.5

निम्नलिखित चतुर्भुजों का निर्माण कीजिए :

(a) चतुर्भुज PQRS में PQ = 3.6 से.मी., QR = 4.5 से.मी., RS = 5.6 से.मी., $\angle PQR = 135^o$ और $\angle QRS = 60^o$.

(b) चतुर्भुज LAMP में AM = MP = PL = 5 से.मी., $\angle M = 90^o$ और $\angle P = 60^o$.

(c) समलंब चतुर्भुज ABCD में AB || CD, AB = 8 से.मी., BC = 6 से.मी., CD = 4 से.मी. और $\angle B = 60^o$.

3.2.6 विशेष प्रकार के चतुर्भुजों का निर्माण :

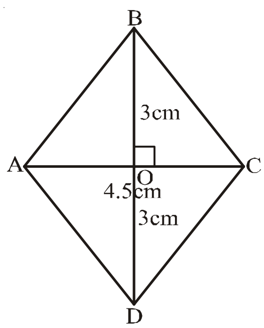
(a) समचतुर्भुज का निर्माण :

उदाहरण 9 : समचतुर्भुज ABCD बनाईए जिसमें कर्ण AC = 4.5 से.मी.और BD = 6 से.मी.

हल :

सोपान 1 : समचतुर्भुज ABCD का कच्चा रेखाचित्र बनाइए और दिये गये नापों से इसे अंकित कीजिए। क्या ये नाप अभीष्ट समचतुर्भुज के निर्माण के जिए पर्याप्त है?

इसे परखने के लिए, हम समचतुर्भुज के एक या दो गुणों का उपयोग, इसके निर्माण के लिए करेंगे।

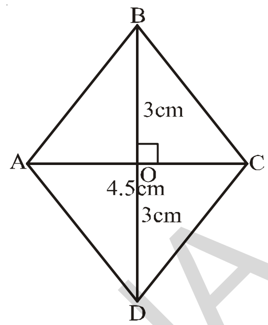


SCERT TELANGANA

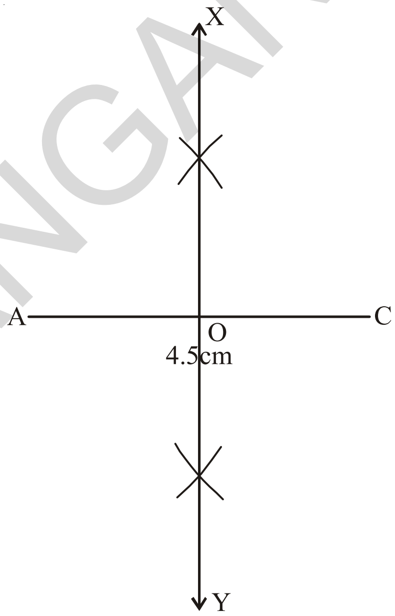
विश्लेषण: समचतुर्भुज के कर्ण एक दूसरे को लंबकोण में काटते हैं। समचतुर्भुज ABCD के $\overline{AC}$ और $\overline{BD}$ कर्ण हैं जो 'O' पर एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। अर्थात $\angle AOB = 90^o$ और

$$OB = OD = \frac{BD}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ से.मी.}$$

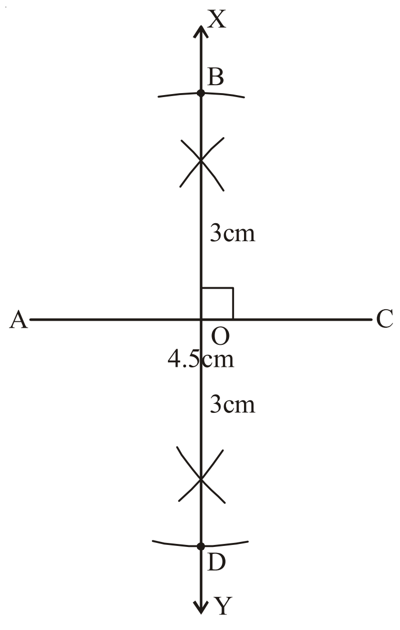
अब निर्माण के लिए सोपान 2 की ओर आगे बढ़िए।



सोपान 2: $\overline{AC}$ = 4.5 से.मी. (समचतुर्भुज ABCD का एक कर्ण) खींचिए और इसका लम्बसमद्विभाजक $\overline{XY}$ खींचिए। प्रतिच्छेद बिंदु को 'O' नाम दीजिए।

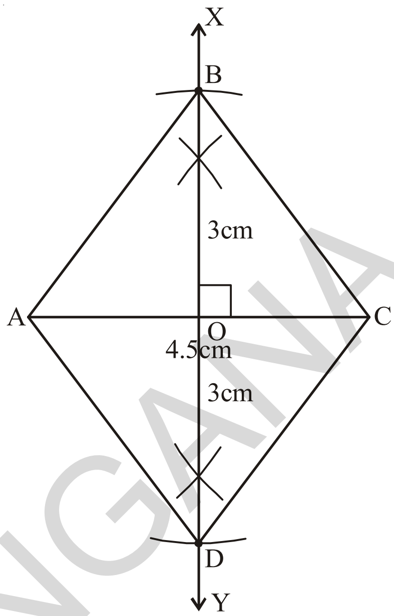


सोपान 3: चूँकि दूसरा कर्ण $\overline{BD}$, कर्ण $\overline{AC}$ को लम्ब है, यह $\overline{XY}$ का भाग है। इसलिए 'O' को केंद्र मानकर और अर्धव्यास 3 से.मी. (OB = OD = 3 से.मी.) लेते हुए दो चाप खींचिए जो $\overline{AC}$ के दोनो ओर $\overline{XY}$ को B और D पर काटते है।



SCERT TELANGANA

सोपान 4: (i) A, B (ii) B, C (iii) C, D और (iv) D, A मिलाइए जिससे समचतुर्भुज पूर्ण हुआ।



सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए :

1. क्या आप ऊपर का चतुर्भुज (समचतुर्भुज) AC के अलावा BD को आधार मानते हुए बना सकते हैं? यदि नहीं तो कारण दीजिए।
2. माना कि इस समचतुर्भुज के दोनों कर्ण लंबाई में बराबर है तो तुम कौन-सी आकृति प्राप्त करोगे?

   इसके लिए कच्चा रेखाचित्र बनाइए। कारण बताइए।

अभ्यास - 3.6

निम्नलिखित नापों के लिए चतुर्भुज बनाइए :

(a) समचतुर्भुज CART जहाँ CR = 6 से.मी., AT = 4.8 से.मी.

(b) समचतुर्भुज SOAP जहाँ SA = 4.3 से.मी., OP = 5 से.मी.

(c) वर्ग JUMP जहाँ कर्ण 4.2 से.मी.

SCERT TELANGANA

हमने क्या समझा है?

1. एक अद्वितीय चतुर्भुज बनाने के लिए 5 स्वतंत्र नापों की आवश्यकता रहती है।
2. एक चतुर्भुज अद्वितीय रूप से निर्माण कर सकते है, यदि
   (a) चार भुजाओं की लम्बाइयाँ और एक कोण दिया हो
   (b) चार भुजाओं की लम्बाइयाँ और एक कर्ण दिया हो
   (c) तीन भुजाओं की लम्बाइयाँ और दो कर्ण दिए हो
   (d) दो आसन्न भुजाओं की लम्बाइयाँ और तीन कोण दिए हो
   (e) तीन भुजाओं की लम्बाइयाँ और दो अंतर्गत कोण दिए हो
3. दो विशेष चतुर्भुज, जिनके नाम समचतुर्भुज और वर्ग है, का निर्माण कर सकते है जब दो कर्ण दिए हो।

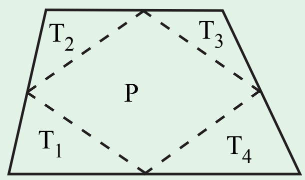
अध्यापक के लिए सूचना :

परकार का उपयोग करते हुए बनाए गये कोण यथार्थ रहते हैं और तार्किक रूप से सिद्ध कर सकते है, जहाँ कोण नापने के लिए जाँचने के लिए चांदे उपयोग कर सकते है। इसलिए विद्यार्थी सभी संभव कोण प्रकार की सहायता से बनाना सिखे।

पेपर कटिंग का आमोद

एक कागज लीजिए। उसे एक चतुर्भुजाकार में ऐसे काटिए कि उसके प्रत्येक कोण 180^o से कम हों। इसकी भुजाओं के मध्य बिंदु दर्शाइए। फिर सभी मध्य बिंदुओं को चित्र में दिखाए अनुसार जोड़ते हुए रेखा खींचिए। उस कागज को इस रेखा पर से काट दीजिए। आप को चार त्रिभुज T_1, T_2, T_3, T_4 और एक समांतर चतुर्भुज P प्राप्त होंगे। दर्शाइए कि ये चारों त्रिभुज चतुर्भुज को ढँक लेंगे।

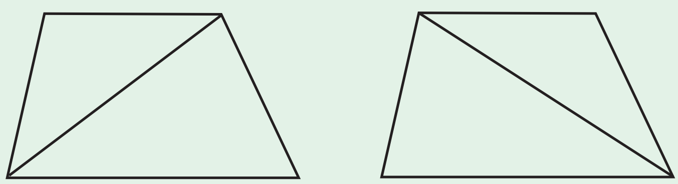
आप समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल और मूल चतुर्भुज के क्षेत्रफल की तुलना किस प्रकार कर सकते हैं?



केवल आनंद के लिए।

चतुर्भुज + चतुर्भुज = समांतर चतुर्भुज?

एक कागज को आधे से मोड़िए और कैंची की सहायता से दो सर्वांगसम सममित चतुर्भुज काटिए। बनाइए। एक चतुर्भुज को उसके एक कर्ण से और दूसरे चतुर्भुज को उसके दूसरे कर्ण से काटिए। दर्शाइए कि इन चारों त्रिभुजों से किस प्रकार एक समांतर चतुर्भुज बनाया जा सकता है?



SCERT TELANGANA