চতুৰ্দশ অধ্যায়

দোলন
(Oscillations)

14.1 আগকথা

14.2 পৰ্যাবৃত্ত আৰু দোলন গতি

14.3 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি

14.4 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি আৰু সুষম বৃত্তীয় গতি

14.5 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত বেগ আৰু ত্বৰণ

14.6 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বলনীতি

14.7 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত শক্তি

14.8 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত থকা কেইটামান তন্ত্ৰ

14.9 অৱমন্দিত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি

14.10 আৰোপিত দোলন আৰু অনুনাদ

সাৰাংশ

মনকৰিবলগীয়া

অনুশীলনী

অতিৰিক্ত অনুশীলনী

14.1 আগকথা (Introduction)

দৈনন্দিন জীৱনত আমি নানান ধৰণৰ গতি দেখিবলৈ পাওঁ। তাৰে কিছুমানৰ বিষয়ে তোমালোকে ইতিমধ্যেই জানিবলৈ পাইছা। যেনে— সৰল ৰৈখিক গতি আৰু প্ৰক্ষেপ্য গতি। দুয়োটা গতিতে পুনৰাবৃত্তি নাই। অৰ্থাৎ গতিশীল বস্তুটোৱে পুনৰ উভতি আহি একেটা পথেদি গতি নকৰে।

আমি সুষম বৃত্তীয় গতি আৰু সৌৰজগতৰ গ্ৰহসমূহৰ কক্ষীয় গতিৰ বিষয়েও জানিবলৈ পাইছোঁ। এনেবোৰ গতিত এক নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ অন্তৰে অন্তৰে গতিটোৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে; অৰ্থাৎ এনেবোৰ গতি পৰ্যাবৃত্ত। সৰুতে তোমালোকে নিশ্চয় ঝুলনাত উঠি দুলিছিলা। এই গতিৰো পুনৰাবৃত্তি আছে; হ'লেও ই গ্ৰহ এটাৰ পৰ্যাবৃত্ত গতিতকৈ বেলেগ। আলোচ্য ক্ষেত্ৰত বস্তুটো এটা মধ্য অৱস্থান সাপেক্ষে ইফাল সিফাল কৰি দুলি থাকে। দেৱালঘড়ীৰ দোলকৰ গতিও এই প্ৰকৃতিৰ। এনেকুৱা পৰ্যাবৃত্ত ইফাল-সিফাল গতিৰ উদাহৰণ অনেক পোৱা যায় ঃ নদীয়েদি বাই নিয়া নাও এখনৰ তল-ওপৰ গতি, ভাপ ইঞ্জিন এটাৰ পিষ্টনৰ অগা-পিছা গতি ইত্যাদি। এই লেখিয়া গতিসমূহক দোলন গতি (oscillatory motion) নাম দিয়া হৈছে। এই অধ্যায়ত আমি এনে গতি সম্পৰ্কে অধ্যয়ন কৰিম।

দোলন গতি সম্পৰ্কে অধ্যয়ন কৰাটো পদাৰ্থ বিজ্ঞানৰ বাবে এক মৌলিক অধ্যয়ন। বহুতো ভৌতিক পৰিঘটনা স্পষ্টকৈ বুজি পাবৰ কাৰণে ইয়াৰ ধাৰণাৰ আৱশ্যক হয়। চেটাৰ, গিটাৰ নাইবা ভায়'লিনৰ দৰে বাদ্যযন্ত্ৰত কঁপি থকা তাঁৰে মনোগ্ৰাহী শব্দৰ সৃষ্টি কৰে। ঢোলৰ চামৰাখন, টেলিফোন আৰু স্পিকাৰৰ ডায়েফ্ৰামখনো সিহঁতৰ মধ্য-অৱস্থান সাপেক্ষে ইফাল-সিফালকৈ কঁপি থাকে। বায়ুৰ অণুসমূহৰ কঁপনিৰ ফলতহে শব্দৰ সঞ্চাৰণ সম্ভৱ হয়। কঠিন পদাৰ্থৰ পৰমাণুবোৰ নিজ নিজ সাম্য অৱস্থান সাপেক্ষে কঁপে। সেই কঁপনিৰ গড়শক্তি উষ্ণতাৰ সমানুপাতিক। বিজুলী

সৰববৰাহত যি পৰৱৰ্তী ভল্টেজ ব্যৱহাৰ কৰা হয় সেই ভল্টেজো শূন্য গড়মান সাপেক্ষে এবাৰ ধনাত্মক আৰু এবাৰ ঋণাত্মক হৈ দুলি থাকে।

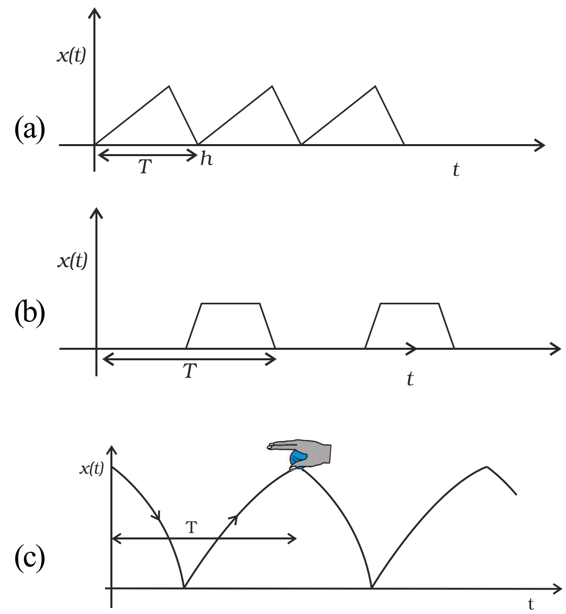
সাধাৰণ দৃষ্টিত পৰ্যাবৃত্ত গতি আৰু বিশেষকৈ দোলন গতিৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰিবলৈ হ'লে পৰ্যায়কাল, কম্পনাংক, সৰণ, বিস্তাৰ, দশা প্ৰভৃতি কেইটামান মৌলিক ধাৰণাৰ প্ৰয়োজন হৈ পৰে। তেনেবোৰ ধাৰণা ইয়াৰ পিছৰ অনুচ্ছেদত দাঙি ধৰা হৈছে।

14.2 পৰ্যাবৃত্ত আৰু দোলন গতি (Periodic and Oscillatory motions)

চিত্ৰ 14.1 অত কেইটামান পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ প্ৰকৃতি দেখুওৱা হৈছে। ধৰি লোৱা এটা পতংগই এডোখৰ এঢলীয়া ঠাই বগাই ওপৰলৈ উঠি গৈছে আৰু তাৰ পৰা তললৈ সৰি পৰিছে। তাৰ পিছত আৰম্ভণি বিন্দুলৈ আহি পুনৰ একে ধৰণে উঠিছে আৰু পৰিছে— এনেদৰে প্ৰক্ৰিয়াটো পুনঃ পুনঃ চলাই আছে। যদি ভূমিৰ পৰা বগোৱা উচ্চতা আৰু তাৰ বাবে লগা সময়ৰ লেখ অঁকা হয়, লেখডাল চিত্ৰ 14.1(a)ত দেখুওৱাৰ নিচিনা হ'ব। এটা সৰু ল'ৰা ছিড়ি এটাৰ ওপৰলৈ উঠি গৈছে আৰু তাৰ পৰা নামিছে— এই কামটো সি বাৰে বাৰে কৰি আছে। তাৰ প্ৰক্ৰিয়াটোৰ উচ্চতা সময়ৰ লেখটো 14.1(b) ত দেখুওৱাৰ দৰে হ'ব। যদি এনেকুৱা এটা খেল খেলা হয়— বল এটা মাটিত ঠেকা খাই তোমাৰ হাতখনলৈ আহিল আৰু তুমি হাতখনেৰে সেই প্ৰক্ৰিয়াটো বাৰে বাৰে চলাই আছা। তেন্তে মাটিৰ পৰা বলটোৰ উচ্চতা-সময়ৰ লেখ হ'ব 14.1 (c) ত দেখুওৱাৰ নিচিনা। মন কৰিবা যে 14.1 (c) ৰ লেখটোৰ দুয়োটা বক্ৰ অংশ অধিবৃত্তৰ একোটা অংশ। নিউটনৰ গতি বিষয়ক সমীকৰণৰ সহায়ত সেই বক্ৰ পাব পৰা যায়। সমীকৰণটো হৈছে,

$$h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \text{ (নিম্নমুখী গতিৰ বাবে)}$$

আৰু $$h = ut - \frac{1}{2}gt^2 \text{ (উৰ্ধমুখী গতিৰ বাবে)}$$



চিত্ৰ 14.1 *পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ উদাহৰণ। প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে পৰ্যায়কাল T দেখুওৱা হৈছে।*

দুয়োটা ক্ষেত্ৰত u ৰ মান বেলেগ। এইবোৰ পৰ্য্যাবৃত্ত গতিৰ উদাহৰণ। গতিকে ক'ব পাৰি, যিবোৰ গতিৰ এটা নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ অন্তৰে অন্তৰে পুনৰাবৃত্তি ঘটে সেইবোৰ গতিক **পৰ্যাবৃত্ত গতি (Periodic motion)** বোলা হয়।

পৰ্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন বস্তুৰ গতিপথৰ ক'ৰবাত প্ৰায়েই এটা সাম্য অৱস্থান থাকে। বস্তুটো সেই অৱস্থানত থাকিলে কোনো লব্ধ বাহ্যিক বলে তাৰ ওপৰত ক্ৰিয়া নকৰে। সেয়ে, তাক যদি সেই অৱস্থানত স্থিৰ অৱস্থাত ৰখা হয় তেন্তে সি তাতেই নিৰন্তৰ স্থিৰ হৈ থাকিব। আনহাতে যদি সেই সাম্য অৱস্থানত থাকোতে বস্তুটোক সামান্যভাৱে স্থানচ্যুত কৰা হয় তেন্তে তাৰ ওপৰত এটা বলে ক্ৰিয়া কৰিব আৰু সেই বলে তাক সাম্য অৱস্থানলৈ ওভোতাই আনিবলৈ বিচাৰিব। ফলত বস্তুটোৰ **দোলন** (oscillation) বা **কম্পন** (vibration) সৃষ্টি হ'ব। উদাহৰণ স্বৰূপে, বাটি এটাত যদি এটা মাৰ্বল ৰখা হয়, মাৰ্বলটো বাটিৰ তলিত সাম্য অৱস্থাত থাকিব। যদি তাক

সেই অৱস্থানৰ পৰা কিঞ্চিৎ পৰিমাণে আঁতৰাই দিয়া হয়, তেন্তে বাটিটোত তাৰ দোলন ঘটিব। প্ৰতিটো দোলন গতিয়েই পৰ্যাবৃত্ত। অৱশ্যে প্ৰতিটো পৰ্যাবৃত্ত গতিৰেই যে দোলন ঘটিব লাগিব তেনে নহয়। বৃত্তীয় গতি পৰ্যাবৃত্ত গতি, কিন্তু ই দোলন গতি নহয়।

দোলন আৰু কম্পনৰ মাজত বিশেষ প্ৰভেদ নাই। যেতিয়া গতিটোৰ কম্পনাংক কম হয় তেতিয়া আমি তাক দোলন বোলো (যেনে, গছৰ ডাল এটাৰ দোলন); আকৌ কম্পনাংক বেছি হ'লে তাক কম্পন বুলি কওঁ (যেনে, বাদ্যযন্ত্ৰৰ তাঁৰ এডালৰ কম্পন)।

সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি আটাইতকৈ সৰল প্ৰকৃতিৰ দোলন গতি। যেতিয়া দোলন গতি কৰি থকা বস্তু এটাৰ ওপৰত প্ৰয়োগ কৰা বল মধ্য অৱস্থানৰ পৰা বস্তুটোৰ সৰণৰ সমানুপাতিক হয়, তেতিয়াও গতিটো সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি হৈ পৰে। ইয়াত মধ্য অৱস্থানেই সাম্য (equilibrium) অৱস্থান। তদুপৰি এনে দোলন গতিৰ যিকোনো বিন্দুতে সেই বলটোৰ মধ্য অৱস্থান অভিমুখে ক্ৰিয়া কৰি থাকে।

ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত দোলনশীল বস্তুৰ দোলনৰ ক্ৰমে অৱমন্দন (damping) ঘটে আৰু এটা সময়ত বস্তুটো সাম্য অৱস্থানত স্থিৰ হৈ পৰে। এনে অৱমন্দনৰ কাৰণ হৈছে ঘৰ্ষণ আৰু অন্যান্য কেতবোৰ ক্ষয়কাৰক বল। যি নহওক, বাহ্যিক আৰু পৰ্যাবৃত্ত কাৰকৰ সহায়ত তেনে দোলন অব্যাহত ৰখাব পাৰি। অৱমন্দিত (damped) আৰু আৰোপিত (forced) দোলন পৰিঘটনা সম্পৰ্কে আমি এই অধ্যায়ৰ পিছৰফালে আলোচনা কৰিম।

যিকোনো পদাৰ্থ মাধ্যমকে অসংখ্য পৰস্পৰ সংযুক্ত দোলকৰ সমষ্টি বুলি ভাবি ল'ব পাৰি। মাধ্যমৰ উপাদানবোৰৰ সামূহিক দোলনেই তৰংগৰ ৰূপ লৈ দেখা দিয়ে। তৰংগৰ কেইটামান উদাহৰণ হ'ল— পানীৰ তৰংগ, ভূমিকম্পৰ তৰংগ, বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তৰংগ ইত্যাদি। তৰংগ পৰিঘটনাটো সম্পৰ্কে আমি ইয়াৰ পিছৰ অধ্যায়ত আলোচনা কৰিম।

14.2.1 পৰ্যায়কাল আৰু কম্পনাংক (Period and frequency)

আমি বুজিলো যে যিবোৰ গতিৰ এক নিয়মিত সময়ৰ অন্তৰে অন্তৰে পুনৰাবৃত্তি ঘটে সেইবোৰ **পৰ্যাবৃত্ত গতি। যি নিম্নতম সময়ৰ মূৰে মূৰে গতিটোৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে সেই সময়খিনিক ইয়াৰ পৰ্যায়কাল** (periodic) **বোলে।** ইয়াক T প্ৰতীকেৰে বুজোৱা হয়। ইয়াৰ এছ আই একক হৈছে ছেকেণ্ড। অতিবেগী অথবা অতি মন্থৰ পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ ক্ষেত্ৰত ছেকেণ্ডৰ পৰিৱৰ্তে আন কোনো সুবিধাজনক একক ব্যৱহাৰ কৰা হয়। কোৱাৰ্টজ স্ফটিকৰ পৰ্যায়কাল মাইক্ৰ'ছেকেণ্ড (10^{-6} s) একককত প্ৰকাশ কৰে। মাইক্ৰ'ছেকেণ্ডক সংক্ষেপে μs বুলি লিখা হয়। আনহাতে নিজ কক্ষপথত বুধ গ্ৰহটোৰ পৰ্যায়কাল পৃথিৱীৰ দিনৰ হিচাপত 88 দিন। হেলিৰ ধুমকেতু প্ৰতি 76 বছৰৰ মূৰে মূৰে আকাশত দেখা দিয়েহি।

T ৰ প্ৰতিক্ৰমে কোনো দোলন প্ৰতি ছেকেণ্ডত কিমানবাৰ ঘটে তাকে বুজায়। **এই সংখ্যাটোক পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ কম্পনাংক** (frequency) **বোলা হয়।** তাক υ প্ৰতীকেৰে বুজোয় হয়। υ আৰু T ৰ মাজৰ সম্বন্ধ হৈছে

$$\upsilon = 1/T \quad (14.1)$$

υ ৰ একক প্ৰতিছেকেণ্ড; চমুকৈ s^{-1} । ৰেডিঅ' তৰংগৰ আৱিষ্কাৰক হেইনৰিখ ৰুডল্ফ হাৰ্টজৰ (Heinrich Rudolph Hertz (1857-1894) নাম অনুসৰি কম্পনাংকৰ একককক **হাৰ্টজ** (Hz) বুলি বিশেষ নাম এটা দিয়া হৈছে।

$$1 \text{ হাৰ্টজ} = 1 \text{ দোলন প্ৰতি ছেকেণ্ড} = 1 s^{-1} \quad (14.2)$$

মন কৰিবা যে কম্পনাংক υ যে সদায় অখণ্ড সংখ্যাহে হ'ব লাগিব তেনেকুৱা কোনো কথা নাই।

▶ **উদাহৰণ 14.1** মানুহৰ হৃৎপিণ্ড মিনিটত গড়ে 75 বাৰকৈ ধপধপায়। ইয়াৰ কম্পনাংক আৰু পৰ্যায়কাল হিচাপ কৰা।

উত্তৰ ঃ হৃৎপিণ্ডৰ ধপধপনিৰ

কম্পনাংক $= 75 \text{ min}^{-1} = \dfrac{75}{1\,\text{min}}$

$= \dfrac{75}{60\,\text{s}} = 1.25\,\text{s}^{-1}$

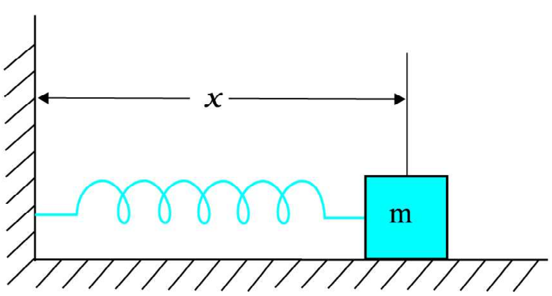
$= 1.25 \text{ Hz}$

পৰ্যায়কাল $T = \dfrac{1}{1.25\,\text{s}^{-1}}$

$= 0.8 \text{ s}$ ◀

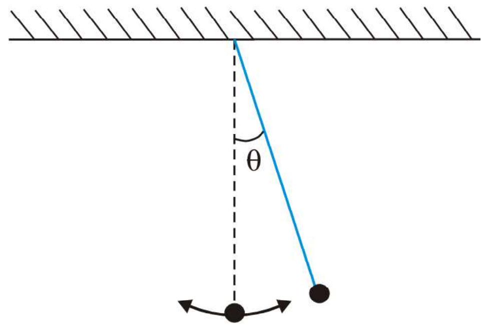
14.2.2 সৰণ (Displacement)

4.2 অনুচ্ছেদত কৈ অহা হৈছে যে কোনো পদাৰ্থ কণাৰ অৱস্থান ভেক্টৰৰ পৰিৱৰ্তনেই তাৰ সৰণ (displacement)। এই অধ্যায়ত আমি সৰণ পদটো অধিক ব্যাপক অৰ্থত ব্যৱহাৰ কৰিম। ইয়াত যিকোনো ভৌতিক ধৰ্মৰে সময় সাপেক্ষে হোৱা পৰিৱৰ্তনকে বুজোৱা হ'ব। উদাহৰণ স্বৰূপে, কোনো সমতলৰ ওপৰত তীখাৰ বল এটা সৰল ৰৈখিক গতিত গৈ আছে; আৰম্ভণি বিন্দুৰ পৰা সময় সাপেক্ষে বলটোৱে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব হৈছে তাৰ অৱস্থান সৰণ। মূলবিন্দু নিৰ্বাচনৰ সুবিধা অনুযায়ী কৰা হয়। চিত্ৰ 14.2(a) ত দেখুওৱাৰ দৰে স্প্ৰিং এডালৰ এমূৰে এটুকুৰা পদাৰ্থ খণ্ড সংযুক্ত কৰি ৰখা হৈছে।



চিত্ৰ 14.2(a) *স্প্ৰিং এডালৰ সৈতে সংযুক্ত এটা কাঠৰ টুকুৰা। স্প্ৰিংডালৰ আনটো মূৰ দেৱালৰ লগত দৃঢ়ভাৱে লগাই ৰখা হৈছে। টুকুৰাটোৱে ঘৰ্ষণবিহীন পৃষ্ঠৰ ওপৰেদি গতি কৰে। টুকুৰাটোৰ গতিৰ প্ৰকৃতি দেৱালৰ পৰা তাৰ দূৰত্ব বা সৰণ x ৰ ৰূপত বুজিব পাৰি।*

স্প্ৰিংডালৰ আনটো মূৰ সুদৃঢ় বেৰ এখনত স্থিৰ কৰি ৰখা হৈছে। সাধাৰণতে কোনো বস্তুৰ (বা কণাৰ) সৰণ বস্তুটোৰ সাম্য অৱস্থানৰ পৰা জোখাটো সুবিধাজনক হয়। দুলি থকা সৰল দোলক এটাৰ ক্ষেত্ৰত যি সময় সাপেক্ষে ওলম বিন্দুৰ মাজেদি যোৱা উলম্ব ৰেখাৰ সৈতেনো কিমান কোণ উৎপন্ন কৰে তাকে দোলকটোৰ সৰণ ধৰা হয়। [14.2(b) চিত্ৰ চোৱা]।



চিত্ৰ 14.2 (b) *এটা দুলি থকা সৰল দোলক, ইয়াৰ গতিৰ প্ৰকৃতি উলম্ব ৰেখাৰ পৰা ঘটা কৌণিক বিচ্যুতি θৰ ৰূপত বুজিব পাৰি।*

সদায়ে, 'সৰণ' ৰাশিটো মাত্ৰ অৱস্থানৰ সৈতেই জড়িত নহয়, আন বহুতো কথাৰ সৈতেও জড়িত। পৰিৱৰ্তী বিদ্যুৎ প্ৰৱাহৰ বৰ্তনীত সংযুক্ত বিদ্যুৎ ধাৰক এটাত সময়ৰ সৈতে ভল্টেজৰ পৰিৱৰ্তনো এটা সৰণ চলক। একেদৰে, শব্দ তৰংগৰ সঞ্চাৰণত সময়ৰ সৈতে চাপৰ পৰিৱৰ্তন, পোহৰ তৰংগ এটাত পৰিৱৰ্তন হৈ থকা বৈদ্যুতিক আৰু চুম্বকীয় ক্ষেত্ৰ— এইবোৰো ভিন ভিন সৰণৰ উদাহৰণ। সৰণ চলক ধনাত্মকো হ'ব পাৰে, ঋণাত্মকো হ'ব পাৰে। দোলন জড়িত থকা পৰীক্ষাসমূহৰ ভিন ভিন সময়ত সৰণ জুখি উলিওৱা হয়।

সৰণক সময়ৰ গাণিতিক ফলনৰ ৰূপত বুজাব পাৰি। পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বেলিকা সেই ফলন সময়সাপেক্ষে পৰ্যাবৃত্ত। সৰলতম পৰ্যাবৃত্ত ফলনসমূহৰ এটা হৈছে—

$$f(t) = A \cos \omega t \qquad (14.3a)$$

এই ফলনৰ স্বতন্ত্ৰ চৰ ωt ক যদি 2π ৰেডিয়ানৰ অখণ্ড গুণিতক পৰিমাণে বৃদ্ধি কৰা হয় তেন্তে ফলনটোৰ মান

অপৰিৱৰ্তিত থাকে। তেতিয়া $f(t)$ ফলনটো পৰ্যাবৃত্ত হয় আৰু তাৰ পৰ্য্যায় কাল হ'ব—

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (14.3b)$$

এইদৰে পৰ্য্যাবৃত্ত ফলন $f(t)$ ৰ পৰ্যায়কাল T হ'লে,

$$f(t) = f(t + T)$$

আমি যদি $f(t) = A \sin \omega t$ এই ছাইন ফলনটো লওঁ তেন্তে ওপৰৰ সম্বন্ধটো স্বাভাৱিকতে সত্য। তদুপৰি,

$$f(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (14.3c)$$

ছাইন আৰু ক'ছাইন ফলনৰ এনেকুৱা ৰৈখিক সংমিশ্ৰটো একে পৰ্যায়কালৰ পৰ্যাবৃত্ত ফলন।

$A = D \cos \phi$ *and* $B = D \sin \phi$ ধৰি লৈ সমীকৰণ (14.3c) ক এনেদৰে লিখিব পাৰি—

$$f(t) = D \sin (\omega t + \phi) \quad (14.3d)$$

ইয়াত D আৰু ϕ ধ্ৰুৱক ৰাশি। সিবোৰৰ মান

$$D = \sqrt{A^2 + B^2} \text{ আৰু } \phi = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

পৰ্য্যাবৃত্ত ছাইন আৰু ক'ছাইন ফলনৰ বিশেষ গুৰুত্বৰ মূলতে আছে ফৰাচী গণিতজ্ঞ জাঁ বেপ্টিষ্ট জোছেফ ফুৰিয়াৰে (Jean Baptiste Joseph Fourier, 1768-1830) প্ৰমাণ কৰা উল্লেখনীয় ফলাফল। তেওঁ প্ৰমাণ কৰিছিল যে **যিকোনো পৰ্যাবৃত্ত ফলনক উপযুক্ত সহগযুক্ত, ভিন ভিন পৰ্যায়কাল বিশিষ্ট ছাইন আৰু ক'ছাইন ফলনৰ অধ্যাৰোপণ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।**

▶**উদাহৰণ 14.2** তলত দিয়া কোনবোৰ সময়ৰ ফলনে (ক) পৰ্যাবৃত্ত আৰু (খ) অপৰ্যাবৃত্ত গতি বুজায়? প্ৰতিটো পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ পৰ্যায়কাল কিমান হ'ব লিখা। (ω হৈছে কোনো এটা ধনাত্মক ধ্ৰুৱক)।

(i) $\sin \omega t + \cos \omega t$
(ii) $\sin \omega t + \cos 2\omega t + \sin 4\omega t$
(iii) $e^{-\omega t}$
(iv) $\log (\omega t)$

উত্তৰ ঃ

(i) $\sin \omega t + \cos \omega t$ এটা পৰ্য্যাবৃত্ত ফলন। ইয়াক এনেদৰেও লিখিব পাৰি ঃ $\sqrt{2} \sin (\omega t + \frac{\pi}{4})$

এতিয়া,

$$\sqrt{2} \sin (\omega t + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin (\omega t + \frac{\pi}{4} + 2\pi)$$
$$= \sqrt{2} \sin\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \frac{\pi}{4}\right]$$

প্ৰদত্ত ফলনটোৰ পৰ্যায়কাল হৈছে $2\pi/\omega$.

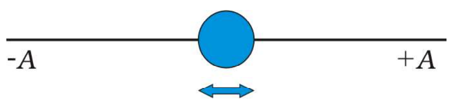
(ii) ই পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ এটা উদাহৰণ। মন কৰিব পাৰি যে ইয়াৰ প্ৰতিটো পদেই সুকীয়া সুকীয়া কম্পনাংকৰ একোটা পৰ্য্যাবৃত্ত ফলন। পৰ্য্যাবৃত্ত গতিত পৰ্যায়কাল এনে এক নিম্নতম সময় যাৰ পিছত গতিটোৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে। সেয়ে $\sin\omega t$ ৰ পৰ্যায়কাল $T_0 = 2\pi/\omega$ আৰু $\cos 2\omega t$ ৰ পৰ্যায়কাল $2\pi/2\omega = T_0/2$; আকৌ $\sin 4\omega t$ ৰ পৰ্যায়কাল হৈছে $2\pi/4\omega = T_0/4$. প্ৰথম পদটোৰ পৰ্যায়কাল পিছৰ দুটাৰ পৰ্যায়কালৰ একোটা গুণিতক। গতিকে, যি নিম্নতম সময়ৰ পিছত তিনিওটা পদৰ সমষ্টিৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে সেয়া হৈছে T_0, আৰু সেয়ে সমষ্টিটো $2\pi/\omega$ পৰ্যায়কালৰ এটা পৰ্যাবৃত্ত ফলন।

(iii) e^{-wt} ফলনটো পৰ্যাবৃত্ত নহয়। সময় বঢ়াৰ লগে লগে ইয়াৰ মান একদিষ্টভাৱে কমে আৰু অসীম সময়ত ($t \to \infty$) ই শূন্যৰ পিনলৈ আগবাঢ়ে। ফলনটোৰ কেতিয়াও পুনৰাবৃত্তি নঘটে।

(iv) $\log(\omega t)$ ফলনটো সময়ৰ সৈতে একদিষ্টভাৱে বাঢ়ে। ইয়াৰ মানৰ পুনৰাবৃত্তি কেতিয়াও নঘটে। অৰ্থাৎ ই পৰ্যাবৃত্ত ফলন নহয়। মন কৰিবা যে অসীম সময়ত $\log(\omega t)$ ৰ মানৰ অসীমলৈ অপসৰণ (divergence) ঘটে। সেয়ে ই কোনো প্ৰকাৰৰ ভৌতিক সৰণ বুজাব নোৱাৰে।

14.3 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি (Simple Harmonic Motion)

ধৰা হ'ল, চিত্ৰ 14.3 ত দেখুওৱাৰ দৰে x- অক্ষৰ ওপৰেদি মূলবিন্দু সাপেক্ষে এটা পদাৰ্থ কণা $+A$ আৰু $-A$ সীমাৰ ভিতৰত ইফাল সিফালকৈ দুলি আছে।



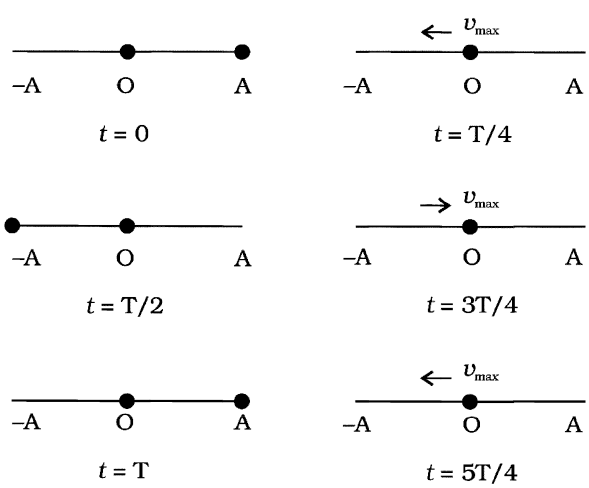
চিত্ৰ 14.3 *x অক্ষত থকা মূলবিন্দু সাপেক্ষে $+A$ আৰু $-A$ৰ দুই সীমাৰ ভিতৰত ইফাল-সিফালকৈ গতি কৰি থকা এটা কণা।*

যদিহে মূল বিন্দুৰ পৰা পদাৰ্থ কণাটোৰ সৰণ (x), সময় (t) সাপেক্ষে তলত দিয়া ধৰণে সলনি হয়, তেন্তে দোলন গতিটোক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি (simple harmonic) বোলা হয়।

$$x\,(t) = A\cos(\omega\, t + \phi) \qquad (14.4)$$

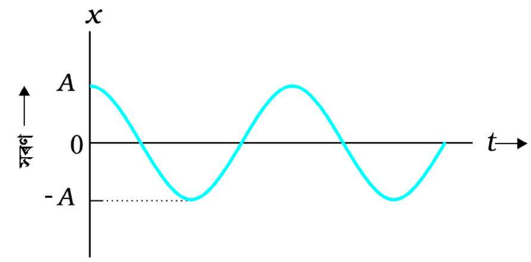
ইয়াত A, ω আৰু ϕ স্থিৰ ৰাশি।

গতিকে, সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি যিকোনো প্ৰকৃতিৰ



চিত্ৰ 14.4 *tৰ বিচ্ছিন্ন মান $t = 0, T/4, T/2, 3T/4, T, 5T/4$ত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থকা কণা এটাৰ অৱস্থান। যি নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ মূৰত গতিটোৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে সেয়া T। প্ৰাৰম্ভিক ($t = 0$) অৱস্থান নিৰ্বিশেষে Tৰ মান স্থিৰ থাকে। শূন্য সৰণ ($x = 0$ অৱস্থানত) অৱস্থাত দ্ৰুতি সৰ্বোচ্চ আৰু দুই শীৰ্ষ অৱস্থানত দ্ৰুতি শূন্য।*

পৰ্যাবৃত্ত গতি নহয় ইয়াৰ সৰণ সময়ৰ ছাইনুছয়ডীয় ফলন হ'ব লাগিব। সময়ৰ ছাইনুছয়ডীয় ফলন, চিত্ৰ 14.4 ত $T/4$ সময়ৰ অন্তৰে অন্তৰে সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত



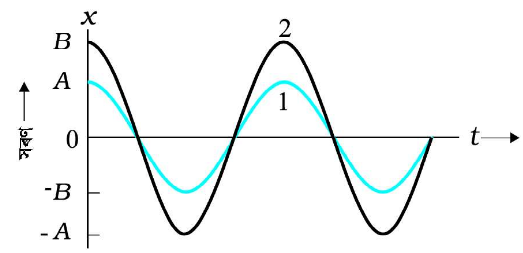
চিত্ৰ 14.5 *সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ ক্ষেত্ৰত সৰণ সময়ৰ অবিচ্ছিন্ন ফলন।*

গতিবিশিষ্ট পদাৰ্থ কণাটো কোন অৱস্থানত থাকিব তাকে দেখুওৱা হৈছে। (T হৈছে কণাটোৰ দোলনৰ পৰ্যায়কাল) চিত্ৰ 14.5 ত x বনাম t ৰ লেখ দেখুওৱা হৈছে। ইয়াৰ পৰা পদাৰ্থ কণাটোৰ সৰণৰ মান সময়ৰ অবিচ্ছিন্ন ফলন হিচাপে পোৱা যায়। A, ω আৰু ϕ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ প্ৰকৃতিসূচক ৰাশিবোৰৰ প্ৰচলিত নামসমূহ চিত্ৰ **14.6** ত দিয়া হৈছে।

$x\,(t)$	:	t ৰ ফলন হিচাবে সৰণ x
A	:	বিস্তাৰ
ω	:	কৌণিক কম্পনাংক
$\omega t + \phi$	:	দশা (সময় সাপেক্ষে)
ϕ	:	দশা ধ্ৰুৱক

চিত্ৰ 14.6 *মানক চিহ্ন সমূহৰ অৰ্থ*

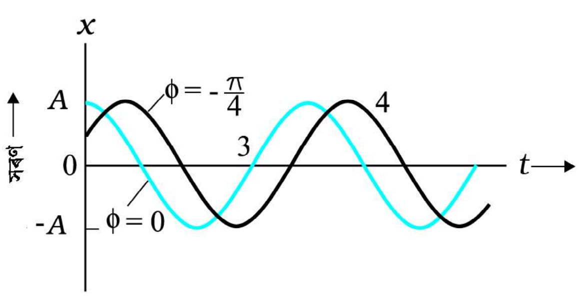
সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বিস্তাৰ A হৈছে পদাৰ্থ কণাটোৰ সৰণৰ সৰ্বোচ্চ পৰিমাণ। [টোকা ঃ অৰ্থৰ কোনো হীনডেঢ়ি নোহোৱাকৈ A ক ধনাত্মক ধৰি ল'ব পৰা যায়।] ক'ছাইন ফলনৰ মান +1 আৰু –1ৰ ভিতৰত থাকে; সেয়ে পদাৰ্থ কণাটোৰ সৰণো $+A$ আৰু $-A$, এই দুই সীমাৰ ভিতৰত থাকে। দুটা ভিন ভিন সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত গতিৰ ω আৰু ϕ একে হ'লেও বিস্তাৰ ভিন ভিন হ'ব পাৰে। চিত্ৰ 14.7 (a) ত দুটা ভিন ভিন বিস্তাৰ



চিত্ৰ 14.7 (a) *সমীকৰণ (14.4)ত $\phi = 0$ লৈ সৰণক সময়ৰ ফলন হিচাপে অঁকা লেখ। বক্ৰ 1 আৰু 2 দুটা ভিন ভিন বিস্তাৰ A আৰু B ৰ বাবে অঁকা লেখ।*

A আৰু B ৰ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি দেখুওৱা হৈছে।

যিহেতু সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ ক্ষেত্ৰত বিস্তাৰ A সুনিৰ্দিষ্ট হয়, গতিকে t সময়ত কণাটোৰ গতিৰ অৱস্থা (অৱস্থান আৰু বেগ) ক'ছাইন ফলনৰ স্বতন্ত্ৰ চৰৰ (argument) ($\omega t + \phi$) দ্বাৰা নিৰ্ধাৰিত হয়। কাল নিৰ্ভৰশীল ($\omega t + \phi$) ৰাশিটোক গতিটোৰ দশা (phase) বোলা হয়। $t = 0$ ক্ষণত দশাৰ মান ϕ ; এই ϕ ক দশা ধ্ৰুৱক (phase constant) বা দশাকোণ (phase angle) বোলে। বিস্তাৰ জনা থাকিলে $t = 0$ ক্ষণত হোৱা সৰণৰ পৰা ϕ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। দুটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ A আৰু ω একে হ'লেও সিহঁতৰ দশাকোণ ϕ বেলেগ বেলেগ হ'ব পাৰে।



চিত্ৰ 14.7 (b) 14.4 সমীকৰণৰ পৰা প্ৰাপ্ত লেখ। 3 আৰু 4 বক্ৰ ক্ৰমে $\phi = 0$ আৰু $-\pi/4$ বাবে। দুয়োডাল লেখৰ বাবে বিস্তাৰ A সমান।

কথাটো চিত্ৰ 14.7 (b)ত দেখুওৱা হৈছে।

শেষত, পৰ্যায়কাল Tৰ সৈতে যে ωৰ সম্পৰ্ক আছে তাক দেখুৱাব পাৰি। সহজ কৰি লোৱাৰ বাবে সমীকৰণ (14.4) ত $\phi = 0$ ধৰি পাওঁ,

$$x(t) = A \cos \omega t \qquad (14.5)$$

যিহেতু গতিটোৰ পৰ্যায়কাল T সেয়ে $x(t)$ আৰু $x(t + T)$ সমান। অৰ্থাৎ

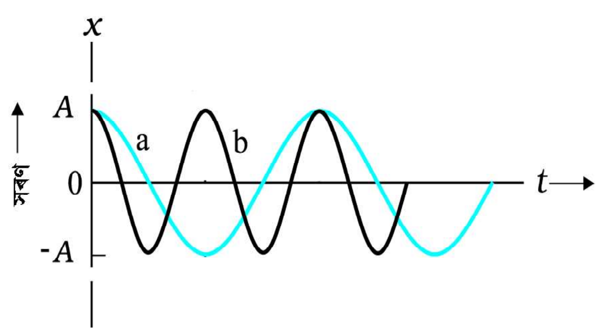
$$A \cos \omega t = A \cos \omega (t + T) \qquad (14.6)$$

ক'ছাইন ফলন পৰ্যাবৃত্ত; তাৰ পৰ্যায়কাল 2π, অৰ্থাৎ যেতিয়া স্বতন্ত্ৰ চৰটো 2π পৰিমাণে সলনি হয়, প্ৰথম তেতিয়াই ইয়াৰ পুনৰাবৃত্তি আৰম্ভ হয়। সেয়েহে,

$$\omega(t + T) = \omega t + 2\pi$$

তাৰমানে, $$\omega = 2\pi / T \qquad (14.7)$$

ω ক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ **কৌণিক কম্পনাংক** (angular frequency) বোলা হয়। ইয়াৰ এছ আই একক ৰেডিয়ান প্ৰতি ছেকেণ্ড (rad s^{-1}) । দোলন



চিত্ৰ 14.8 *$\phi = 0$ চৰ্তত দুটা ভিন ভিন সময়ৰ বাবে সমীকৰণ (14.4)ৰ লেখ।*

কম্পনাংক যিহেতু 1/T, গতিকে ω দোলনৰ কম্পনাংকৰ 2π গুণ। দুটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ A আৰু ϕ একে, কিন্তু সিহঁতৰ ω ৰ মান ভিন ভিন হ'ব পাৰে। কথাটো চিত্ৰ 14.8. ৰ পৰা বুজিব পাৰি। চিত্ৰত (b) বক্ৰৰ পৰ্যায়কাল (a) বক্ৰৰ পৰ্যায়কালৰ আধা আৰু কম্পনাংক (a) বক্ৰৰ কম্পনাংকৰ দুগুণ।

▶**উদাহৰণ 14.3** তলৰ কোনটো সময়ৰ ফলন (ক) সৰল পৰ্যাবৃত্ত আৰু (খ) পৰ্যাবৃত্ত কিন্তু সৰল পৰ্যাবৃত্ত নহয়, প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰত পৰ্যায়কাল কিমান হ'ব?

(1) $\sin \omega t - \cos \omega t$

(2) $\sin^2 \omega t$

উত্তৰ ঃ

(ক) $\sin \omega t - \cos \omega t$

$$= \sin \omega t - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)$$

$$= 2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

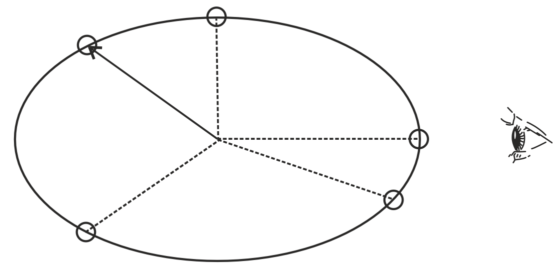
এই ফলনটোৱে এটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি সূচায়। তাৰ পৰ্যায়কাল $T = \frac{2\pi}{\omega}$ আৰু দশাকোণ $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ বা $\left(\frac{7\pi}{4}\right)$

(খ) $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\ \omega t$

এই ফলনটো পৰ্যাবৃত্ত; পৰ্যায়কাল $T = \frac{\pi}{\omega}$. ফলনটোৱে আকৌ শূন্যৰ সলনি $\frac{1}{2}$ ত সাম্য বিন্দু থকা এটা পৰ্য্যাবৃত্ত গতিও বুজায়। ◀

14.4 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি আৰু সুষম বৃত্তীয় গতি (Simple Harmonic Motion and Uniform Circular Motion)

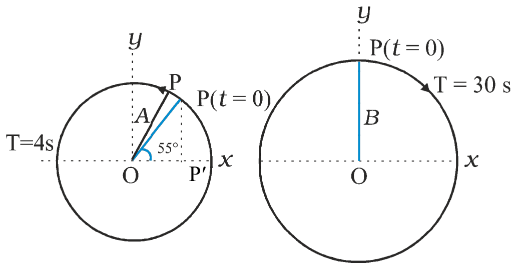
এই অনুচ্ছেদত পাবা যে কোনো বস্তু বা পদাৰ্থ কণা সুষম গতিৰে বৃত্তীয় পথত ঘূৰি থাকিলে বৃত্তীয় পথটোৰ ব্যাসৰ ওপৰত কণাটোৰ অৱস্থানৰ প্ৰক্ষেপ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট হয়। কথাটো এটা সৰল পৰীক্ষাৰ সহায়ত (চিত্ৰ 14.9) বুজিব পাৰি। ৰছী এডালৰ এমূৰে এটা গোলাকাৰ পিণ্ড সংযুক্ত কৰি লোৱা। তাক এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু সাপেক্ষে সুষম কৌণিক দ্ৰুতিৰে আনুভূমিক



চিত্ৰ 14.9 *এখন সমতলত বল (ball) এটাৰ বৃত্তীয় গতি সমতলখনৰ দাঁতিয়েদি লক্ষ্য কৰিলে তাক সৰল পৰ্যাবৃত্ত দেখা যায়।*

তলত ঘূৰিবলৈ দিয়া। বলটোৱে আনুভূমিক তলখনত সুষম বৃত্তীয় গতিত ঘূৰি থাকিব। বলটো দাঁতিৰ পৰা নতুবা সন্মুখৰ পৰা লক্ষ্য কৰা। তাকে কৰোঁতে তোমাৰ মনোযোগ যাতে বলটোৱে গতি কৰি থকা সমতলখনতহে থাকে। এনেহে লাগিব যেন বলটোৱে এডাল আনুভূমিক ৰেখাৰ ওপৰেদি ইফালে সিফালে গতি কৰি আছে আৰু এই গতিৰ মধ্যবিন্দু যেন বলটো ঘূৰি থকা বৃত্তীয় পথৰ কেন্দ্ৰটো। নতুবা আন এটা কামো কৰিব পাৰা ঃ বলটো ঘূৰি থকা সমতলৰ লম্বভাৱে থকা বেৰ এখনত বলৰ ছাঁটো লক্ষ্য কৰে। এনে কৰিলে দেখা পাবা যে বলটো যি দিশত লক্ষ্য কৰা তাৰ লম্ব সমতলত থকা বৃত্তৰ ব্যাসৰ ওপৰেদি বলটো গতি কৰি আছে।

চিত্ৰ 14.10 ত একে কথাকে গাণিতিকভাৱে আলোচনা কৰা হৈছে। ধৰা হ'ল A ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত এটাৰ ওপৰেদি ω কৌণিক দ্ৰুতিৰে P পদাৰ্থ কণাটো সুষমভাৱে ঘূৰি আছে। ধৰি লোৱা, কণাটো ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত ঘূৰিছে। $t = 0$ মুহূৰ্তত কণাটোৰ প্ৰাৰম্ভিক অৱস্থান ভেক্টৰ $\overline{OP}$ য়ে x অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ সৈতে ϕ কোণ কৰে। t সময়ৰ পিছত কণাটোৱে আৰু ωt পৰিমাণৰ কোণ অতিক্ৰম কৰিব। তেতিয়া অৱস্থান ভেক্টৰে x- অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ সৈতে $\omega t + \phi$ পৰিমাণৰ কোণ উৎপন্ন কৰিব। তাৰ পিছত x- অক্ষৰ ওপৰত $\overline{OP}$ অৱস্থান ভেক্টৰৰ



চিত্ৰ 14.10

প্ৰক্ষেপৰ প্ৰসংগলৈ অহা যাওক। তেনে প্ৰক্ষেপ হৈছে OP′। x- অক্ষৰ ওপৰত P পদাৰ্থ কণাটোৰ গতিৰ প্ৰক্ষেপ তলৰ সম্বন্ধৰ দ্বাৰা পাব পাৰি—

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

ই এটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ সমীকৰণ। ইয়াৰ পৰা বুজিব পাৰি, যদি P কণাটো সুষমভাৱে এটা বৃত্তৰ ওপৰেদি গতি কৰি থাকে তেন্তে বৃত্তটোৰ এডাল ব্যাসৰ ওপৰত তাৰ প্ৰক্ষেপেও সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি লাভ কৰে। পদাৰ্থ কণা P আৰু সি যিটো বৃত্তৰ ওপৰেদি ঘূৰি থাকে তাক যথাক্ৰমে **প্ৰসংগ কণা** আৰু **প্ৰসংগ বৃত্ত** বুলিও কোৱা হয়।

P ৰ গতিৰ প্ৰক্ষেপ যিকোনো ব্যাসৰ ওপৰতে ল'ব পাৰি। ধৰা হ'ল, y- অক্ষৰ ওপৰতে তাৰ প্ৰক্ষেপ বিবেচনা কৰা হ'ল। তেতিয়া y- অক্ষৰ ওপৰত P′ ৰ সৰণ হ'ব

$$y(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

ইও এটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি হ'ব, যাৰ বিস্তাৰ x- অক্ষত P ৰ প্ৰক্ষেপৰ বিস্তাৰৰ সমান, কিন্তু দুয়োটা সৰণৰ মাজত $\pi/2$ পৰিমাণৰ দশান্তৰ থাকিব।

বৃত্তীয় গতি আৰু সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ মাজত এনে সম্বন্ধ থকা সত্ত্বেও পদাৰ্থ কণা এটা সুষম বৃত্তীয় গতিত ঘূৰাবলৈ আৱশ্যক হোৱা অভিকেন্দ্ৰিক বল আৰু ৰৈখিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত থকা পদাৰ্থ কণা এটাৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বল একে নহয়, বহু বেলেগ।

▶**উদাহৰণ 14.4** চিত্ৰ 14.10 দুটা বৃত্তীয় গতি দেখুওৱা হৈছে। চিত্ৰত বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ, ঘূৰণৰ পৰ্যায়কাল, কণাটোৰ প্ৰাৰম্ভিক অৱস্থান আৰু ঘূৰণৰ দিশ নিৰ্দেশ কৰা হৈছে। বৃত্ত দুটাৰ প্ৰতিটোতে ঘূৰি থকা P কণাটোৰ ব্যাসাৰ্ধ ভেক্টৰৰ x- প্ৰক্ষেপৰ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰ ঃ

(ক) $t = 0$ সময়ত OP য়ে x অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত 45^o বা $\pi/4$ ৰেডিয়ান কোণ কৰে। t সময়ৰ পিছত ই ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত গতি কৰি $\frac{2\pi}{T}t$ কোণ ঘূৰে, অৰ্থাৎ x- অক্ষৰ লগত ই $\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{4}$ কোণ উৎপন্ন কৰে।

t সময়ত x- অক্ষৰ ওপৰত OP ৰ প্ৰক্ষেপ হ'ব,

$$x(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$T = 4$ ছেকেণ্ডৰ বাবে,

$$x(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{4}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

এই সমীকৰণটোৱে এটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি বুজাইছে যাৰ বিস্তাৰ A, পৰ্যায়কাল 4 s আৰু

প্ৰাৰম্ভিক দশা $= \frac{\pi}{4}$ *

** কোণৰ স্বাভাৱিক একক ৰেডিয়ান। ৰেডিয়ানৰ সংজ্ঞা দিয়া হয় বৃত্তৰ চাপ আৰু ব্যাসাৰ্ধৰ অনুপাতেৰে। কোণ মাত্ৰাহীন ৰাশি। সেয়ে যেতিয়া π বা তাৰ গুণিতক বা ভগ্নাংশ ব্যৱহাৰ কৰো তেতিয়া 'ৰেডিয়ান' বুলি উল্লেখ কৰিব যে লাগিব তেনে কথা নাই। ৰেডিয়ান আৰু ডিগ্ৰীৰ এটাক আনটোৰ ৰূপত প্ৰকাশ কৰাতো মিটাৰ, ছেণ্টিমিটাৰক মাইলত প্ৰকাশ কৰাৰ দৰে নহয়। যদি কোনো ত্ৰিকোণমিতীয় ফলনৰ কোণাংক তাৰ একক উল্লেখ নকৰাকৈ লিখা হয় তেন্তে বুজিব লাগিব, তাৰ একক ৰেডিয়ান। আনহাতে যদি কোণৰ একক হিচাপে ডিগ্ৰীহে ব্যৱহাৰ কৰিবলগীয়া হয় তেন্তে তাক স্পষ্টভাৱে উল্লেখ কৰিবই লাগিব। উদাহৰণ স্বৰূপে $\sin(15^o)$ মানে 15 ডিগ্ৰীৰ sine কিন্তু $\sin(15)$ মানে 15 ৰেডিয়ানৰ sine। ইয়াৰ পৰা আমি 'ৰেডিয়ান' একক লিখাটো প্ৰায় বাদ দিম; বুজিব লাগিব যেতিয়া কোণ এটা একক উল্লেখ নকৰাকৈ মাত্ৰ তাৰ সাংখ্যিক মানেৰে লিখা হয়, তেতিয়া কোণটো সিমান ৰেডিয়ান।*

(খ) এইক্ষেত্ৰত $t = 0$, সময়ত OP য়ে x অক্ষৰ লগত 90^o বা $\frac{\pi}{2}$ কোণ কৰে। t সময়ৰ পিছত ই ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত $\frac{2\pi}{T}t$ কোণ ঘূৰে। অৰ্থাৎ x অক্ষৰ লগত $\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{T}t\right)$ কোণ সম্পন্ন কৰে। t সময়ত x অক্ষৰ ওপৰত OP ৰ প্ৰক্ষেপ হ'ব।

$$x(t) = B\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$= B\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$T = 30$ s, ত

$$x(t) = B\sin\left(\frac{\pi}{15}t\right)$$

এই সমীকৰণটো তলত দিয়া দৰে লিখিলে—

$$x(t) = B\cos\left(\frac{\pi}{15}t-\frac{\pi}{2}\right),$$

ই এটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি বুজাব। ইয়াক সমীকৰণ (14.4) ৰ সৈতে ৰিজালে দেখা যাব, ইয়াৰ বিস্তাৰ B, পৰ্যায়কাল 30 s, আৰু কণাটোৰ প্ৰাৰম্ভিক দশা $-\frac{\pi}{2}$. ◀

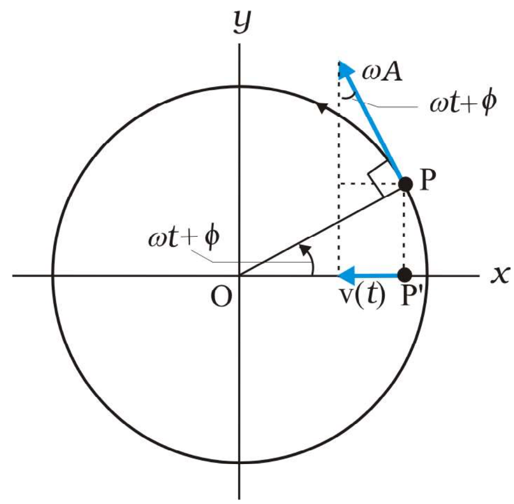
14.5 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত বেগ আৰু ত্বৰণ (Velocity and Acceleration in Simple Harmonic Motion)

সুষম বৃত্তীয় গতিত থকা পদাৰ্থ কণা এটাৰ দ্ৰুতি v হৈছে তাৰ কৌণিক দ্ৰুতি ω আৰু সি ঘূৰি থকা বৃত্তীয় পথটোৰ ব্যাসাৰ্ধ A ৰ গুণফলৰ সমান।

$$v = \omega A \qquad (14.8)$$

সময়ৰ কোনো মুহূৰ্ত t ত পদাৰ্থ কণাটো বৃত্তীয় পথৰ যি বিন্দুত থাকে সেই বিন্দুত অঁকা স্পৰ্শকৰ দিশেই হৈছে কণাটোৰ বেগৰ দিশ। চিত্ৰ 14.11লৈ মন কৰিলে দেখিবা যে t সময়ত কণাটোৰ প্ৰক্ষেপ P′ ৰ বেগ হ'ব

$$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi) \qquad (14.9)$$



চিত্ৰ 14.11 *P′ কণাটোৰ বেগ v (t) প্ৰসংগকণা P ৰ বেগ $\bar{v}$ ৰ প্ৰক্ষেপ।*

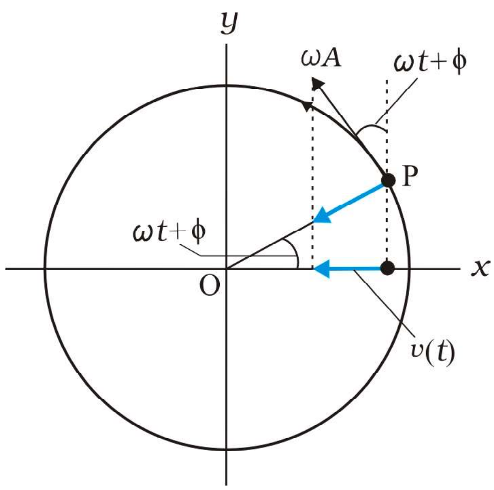
ইয়াত ঋণাত্মক চিনে বুজাইছে যে v (t) ৰ দিশে x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ বিপৰীতমুখী। সমীকৰণ (14.9) ৰ পৰা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি বিশিষ্ট কণা এটাৰ তাৎক্ষণিক বেগ আৰু সমীকৰণ (14.4) ৰ পৰা কণাটোৰ সৰণ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। অৱশ্যে আমি জ্যামিতিৰ সহায় নোলোৱাকৈ পোনপটীয়াকৈয়ে t সাপেক্ষে সমীকৰণ (14.4) ৰ অৱকল লৈ এই সমীকৰণটো পাব পাৰো—

$$v(t) = \frac{d}{dt}x(t) \qquad (14.10)$$

একেদৰে প্ৰসংগবৃত্তৰ পদ্ধতিৰেও সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট পদাৰ্থ কণাৰ তাৎক্ষণিক ত্বৰণ পাব পাৰি। আমি জানো যে সুষম বৃত্তীয় গতিত ঘূৰি থকা এটা পদাৰ্থ কণা P ৰ অভিকেন্দ্ৰিক ত্বৰণৰ মান $\frac{v^2}{A}$ বা $\omega^2 A$, আৰু তাৰ দিশ কেন্দ্ৰ অভিমুখী অৰ্থাৎ PO ৰ দিশত। সেয়া হ'লে P ৰ প্ৰক্ষেপ P′ ৰ তাৎক্ষণিক ত্বৰণ হ'ব (চিত্ৰ 14.12 দ্ৰষ্টব্য),

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

$$\Rightarrow a(t) = -\omega^2 x(t) \qquad (14.11)$$



চিত্ৰ 14.12 *P′ কণাটোৰ ত্বৰণ a(t) প্ৰসংগকণা P ৰ ত্বৰণ $\vec{a}$ ৰ প্ৰক্ষেপ।*

সমীকৰণ (14.11) ৰ পৰা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি বিশিষ্ট পদাৰ্থ কণাৰ ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। বেগ $v(t)$ ক সময় সাপেক্ষে অৱকলন কৰিও পোনে পোনে একেটা সমীকৰণ পাব পাৰি।

$$a(t) = \frac{d}{dt} v(t) \qquad (14.12)$$

সমীকৰণ (14.11) অনুসৰি দেখা পাওঁ যে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট কণা এটাৰ ত্বৰণ সৰণৰ সমানুপাতিক। যেতিয়া $x(t) > 0$ হয় তেতিয়া $a(t) < 0$ হয় আৰু যেতিয়া $x(t) < 0$ হয়, তেতিয়া $a(t) > 0$। এইদৰে $-A$ আৰু A ৰ ভিতৰত x ৰ মান যিয়েই নহওক, ত্বৰণ $a(t)$ ৰ দিশ সদায় কেন্দ্ৰ অভিমুখী।

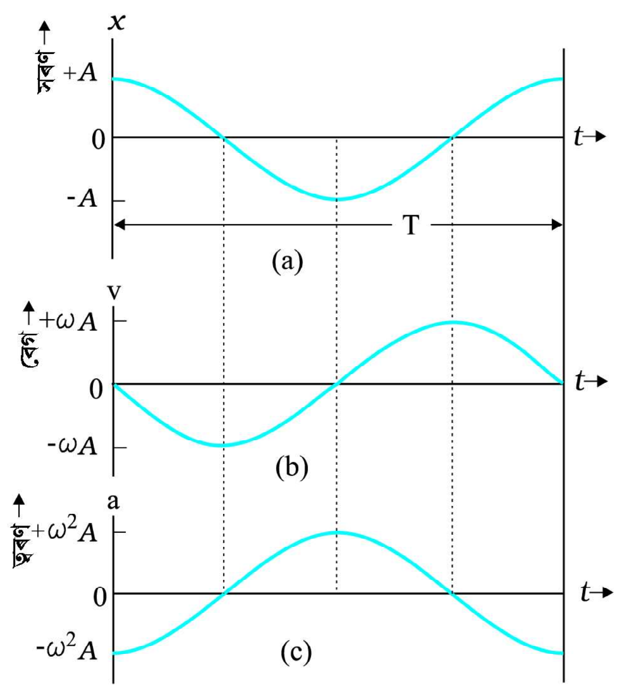
সহজভাৱে বুজিবলৈ আমি $x(t)$, $v(t)$ আৰু $a(t)$ ৰ প্ৰকাশ ৰাশিসমূহ $\phi = 0$ ধৰি লৈ লিখিব পাৰো ঃ

$$x(t) = A \cos \omega t$$

$$v(t) = -\omega A \sin \omega t$$

$$a(t) = -\omega^2 A \cos \omega t$$

এইসমূহৰ লেখবোৰ চিত্ৰ 14.13 ত দেখুওৱা হৈছে। আটাইবোৰ ৰাশিয়েই সময় সাপেক্ষে ছাইনুছয়দীয়ভাৱে সলনি হৈ থাকে। মাত্ৰ সেইবোৰৰ সৰ্বোচ্চ মানসমূহ বেলেগ বেলেগ হয়। লগতে ভিন ভিন লেখৰ দশাও ভিন ভিন। যদি $x(t)$ ৰ মান $-A$ আৰু $+A$ৰ ভিতৰত থাকে, $v(t)$ৰ মান থাকে $-\omega A$ আৰু $+\omega A$ ৰ ভিতৰত আৰু $a(t)$ ৰ মান থাকে $-\omega^2 A$ আৰু $+\omega^2$A ৰ ভিতৰত। সৰণৰ লেখ সাপেক্ষে বেগৰ লেখৰ $\pi/2$ আৰু ত্বৰণৰ লেখৰ π পৰিমাণে দশান্তৰ ঘটে।



চিত্ৰ 14.13 *সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত থকা কণা এটাৰ সৰণ, বেগ আৰু ত্বৰণৰ পৰ্যায়কাল T সমান কিন্তু প্ৰত্যেকৰে দশা ভিন ভিন।*

▶**উদাহৰণ 14.5** এটা বস্তু তলত দিয়া সমীকৰণ অনুযায়ী পৰ্যাবৃত্ত গতিত আছে (এছ আই এককত) ঃ

$$x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right).$$

আৰম্ভণিৰ পৰা $t = 1.5$ ছে. যোৱাৰ পৰত বস্তুটোৰ (ক) সৰণ, (খ) দ্ৰুতি আৰু (গ) ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰ ঃ

বস্তুটোৰ কৌণিক কম্পনাংক $\omega = 2\pi\ s^{-1}$ আৰু তাৰ পৰ্যায়কাল $T = 1$ s.

$t = 1.5$ ত

(ক) সৰণ $= (5.0\ m) \cos [(2\pi\ s^{-1}) \times 1.5\ s + \frac{\pi}{4}]$

$= (5.0\ m) \cos [(3\pi + \frac{\pi}{4})]$

$= -5.0 \times 0.707$ m

$= -3.535$ m

(খ) সমীকৰণ (14.9) ৰ সহায়ত, বস্তুটোৰ বেগ

$= -(5.0\ m)(2\pi\ s^{-1}) \sin [(2\pi\ s^{-1}) \times 1.5\ s + \frac{\pi}{4}]$

$= -(5.0\ m)(2\pi\ s^{-1}) \sin [(3\pi + \frac{\pi}{4})]$

$= 10\pi \times 0.707\ m\ s^{-1}$

$= 22\ m\ s^{-1}$

(গ) সমীকৰণ (14.10) ৰ সহায়ত, বস্তুটোৰ ত্বৰণ

$= -(2\pi s^{-1})^2 \times$ সৰণ

$= -(2\pi s^{-1})^2 \times (-3.535\ m)$

$= 140\ m\ s^{-2}$

14.6 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য বলনীতি (Force Law for Simple Harmonic Motion)

নিউটনৰ দ্বিতীয় গতিসূত্ৰ আৰু সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট কণা এটাৰ ত্বৰণৰ প্ৰকাশ ৰাশি অনুসাৰে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থকা m ভৰৰ কণা এটাৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বল

$F(t) = ma$

$= -m\omega^2 x(t)$

অৰ্থাৎ $F(t) = -k\,x(t)$ (14.13)

ইয়াত $k = m\omega^2$ (14.14a)

অথবা, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (14.14b)

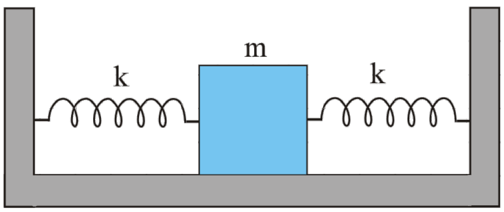
ত্বৰণৰ নিচিনাকৈ বলো সদায় মাধ্য অৱস্থান (mean position) অভিমুখী। সেয়ে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ প্ৰসংগত ইয়াক কেতিয়াবা প্ৰত্যানয়নী বল (restoring force) বুলিও কোৱা হয়।

থূলমূলভাৱে, সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ সংজ্ঞা দুটা সমাৰ্থক ধৰণে দিব পাৰি— হয় সৰণৰ সমীকৰণ (14.4) ৰ পৰা, নহ'লে তাৰ বলনীতিৰ সমীকৰণ (14.13) ৰ পৰা। সমীকৰণ (14.4) ৰ পৰা সমীকৰণ (14.13) পাবলৈ হ'লে সমীকৰণ (14.4) ক দুবাৰ অৱকলন কৰিবলগা হয়। তাৰ বিপৰীতে বলনীতি সমীকৰণ (14.13) ক দুবাৰ অনুকলন কৰি আমি সমীকৰণ (14.4) লৈ উভতি যাব পাৰো।

মন কৰিবলগীয়া যে সমীকৰণ (14.13) ত থকা বলটো $x(t)$ ৰ ৰৈখিক সমানুপাতিক। সেয়েহে এনেকুৱা বলৰ ক্ৰিয়াত দুলি থকা কণা এটাক ৰৈখিক পৰ্যাবৃত্ত দোলক (linear harmonic oscillator) বোলা হয়। বাস্তৱ ক্ষেত্ৰত এই বলটোত x^2, x^3 আদিৰ সমানুপাতিক হোৱাকৈ কেইটামান অতিৰিক্ত পদো থাকিব পাৰে। সেইসমূহে দোলকটোত অ-ৰৈখিক (non-linear) দোলনৰ সৃষ্টি কৰে।

▶ **উদাহৰণ 14.6** চিত্ৰ14.14 ত দেখুওৱাৰ নিচিনাকৈ k স্প্ৰিং ধ্ৰুৱক বিশিষ্ট দুডাল সাইলাখ একে স্প্ৰিং m ভৰৰ কাঠৰ টুকুৰা এটাৰ সৈতে সংযুক্ত কৰা হৈছে। স্প্ৰিং দুডালৰ বাকী থকা মূৰ দুটা যোগ কৰা হৈছে দুই দৃঢ় আলমৰ সৈতে। দেখুওৱা যে টুকুৰাটো

তাৰ সাম্য অৱস্থানৰ পৰা যিকোনো এফালে আঁতৰাই দিলে ই সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি সৃষ্টি কৰে। তেনে গতিৰ দোলনকাল নিৰ্ণয় কৰা।



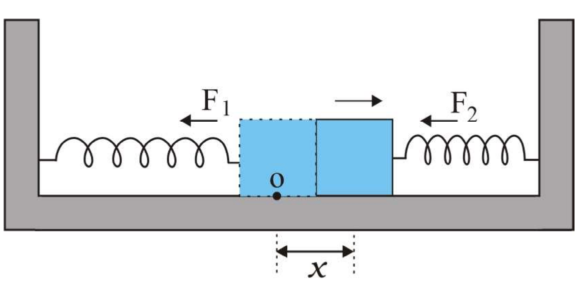
চিত্ৰ 14.14

উত্তৰ ঃ চিত্ৰ 14.15 ত দেখুওৱাৰ নিচিনাকৈ টুকুৰাটো তাৰ সাম্য অৱস্থানৰ পৰা সামান্য দূৰত্ব x পৰিমাণে সোঁফাললৈ আঁতৰাই নিয়া হ'ল। এনে অৱস্থাত বাওঁপিনৰ স্প্ৰিংডাল x পৰিমাণে প্ৰসাৰিত আৰু সোঁপিনৰ স্প্ৰিংডাল একে পৰিমাণে সংকুচিত হয়। সেয়ে হ'লে টুকুৰাটোৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বল দুটা হ'ব,

$F_1 = -kx$ (বাঁওপিনৰ স্প্ৰিংডালে টুকুৰাটো মাধ্য অৱস্থানৰ পিনলৈ টনা বল)

$F_2 = -kx$ (সোঁপিনৰ স্প্ৰিডালে টুকুৰাটো মাধ্য অৱস্থানৰ পিনলৈ ঠেলা বল)

টুকুৰাটোৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা মুঠ বল,



চিত্ৰ 14.15

$$F = -2kx$$

এইদৰে টুকুৰাটোৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বল (F) সৰণৰ (x) সমানুপাতিক আৰু বলটোৱে মাধ্য অৱস্থানৰ পিনলৈ ক্ৰিয়া কৰি থাকে। সেয়ে কাঠৰ টুকুৰাটোৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত হ'ব। তাৰ পৰ্যায়কাল হ'ব,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

14.7 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ সৈতে জড়িত শক্তি (Energy in Simple Harmonic Motion)

সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত থকা পদাৰ্থ কণাৰ গতিশক্তি আৰু স্থিতিশক্তি উভয়ৰে মান শূন্য আৰু সৰ্বোচ্চ সীমাৰ ভিতৰত কম বেছি হৈ থাকে।

অনুচ্ছেদ 14.5 ত পাই আহিছো যে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থকা পদাৰ্থ কণাৰ বেগ সময়ৰ এটা পৰ্যাবৃত্ত ফলন। সৰণৰ প্ৰান্তীয় অৱস্থানত ইয়াৰ মান শূন্য। তেনে কণাৰ গতিশক্তিও সময়ৰ পৰ্যাবৃত্ত ফলন আৰু সৰণৰ প্ৰান্তীয় অৱস্থানত গতিশক্তিও শূন্য। কণাটো যেতিয়া মাধ্য অৱস্থানত উপস্থিত হয় তেতিয়া তাৰ গতিশক্তি সৰ্বোচ্চ হয়। সংজ্ঞানুসাৰে তাৰ গতিশক্তিৰ প্ৰকাশ ৰাশি হৈছে,

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2}k A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \qquad (14.15)$$

মন কৰিবা যে K ৰ প্ৰকাশ ৰাশিত v ৰ চিনৰ বিশেষ ভূমিকা নাই; সেয়ে K ৰ পৰ্যায়কাল $\frac{T}{2}$.

সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট কণা এটাৰ স্থিতিশক্তিনো (U) কিমান? অধ্যায় 6 তে পাই আহিছো যে মাত্ৰ ৰক্ষণশীল বলৰ বেলিকাহে স্থিতিশক্তিৰ ধাৰণাৰ উদ্ভৱ হয়। স্প্ৰিংৰ সৈতে জড়িত

বল $F = -kx$ এটা ৰক্ষণশীল বল আৰু তাৰ সৈতে সংশ্লিষ্ট স্থিতিশক্তি

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (14.16)$$

গতিকে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট কণাৰ স্থিতিশক্তি

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

$$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \phi) \qquad (14.17)$$

এইদৰে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট পদাৰ্থ কণাৰ স্থিতিশক্তিও পৰ্যাবৃত্ত। তাৰ স্থিতিশক্তিৰ মান মাধ্য অৱস্থানত শূন্য আৰু সৰণৰ দুই প্ৰান্তীয় অৱস্থানত সৰ্বোচ্চ। এই পৰ্যাবৃত্ত স্থিতিশক্তিৰ পৰ্যায়কাল $\frac{T}{2}$।

সমীকৰণ (14.16) আৰু (14.17) ৰ পৰা দেখা যায় যে তন্ত্ৰটোৰ মুঠ শক্তি হৈছে—

$$E = U + K$$

$$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \phi)$$

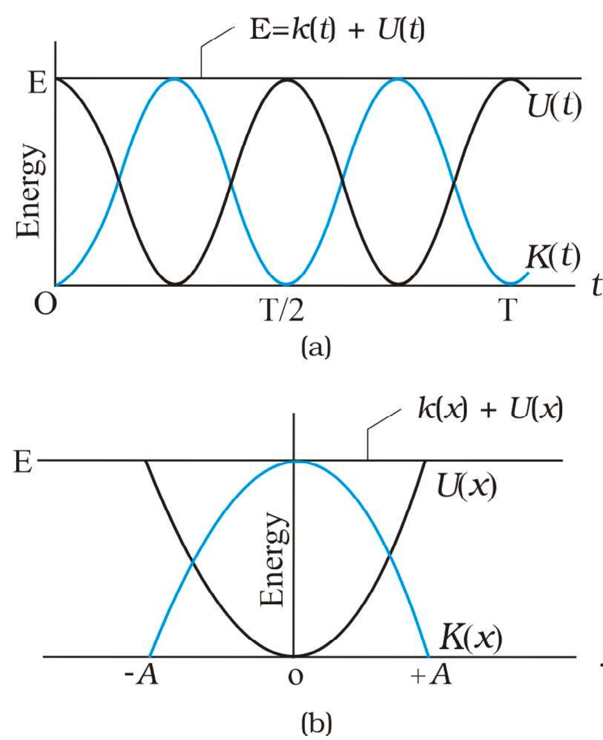
$$= \frac{1}{2}kA^2\left[\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)\right]$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (14.18)$$

দেখা গ'ল, পৰ্যাবৃত্ত দোলকৰ মুঠ যান্ত্ৰিক শক্তি সময়ৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে। যিকোনো ৰক্ষণশীল বলে সৃষ্টি কৰা গতিৰ বেলিকাও একে কথাই প্ৰযোজ্য। ৰৈখিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত দোলকৰ স্থিতিশক্তি আৰু গতিশক্তি, সময় আৰু সৰণৰ ওপৰত কেনেদৰে নিৰ্ভৰ কৰে তাক চিত্ৰ 14.16 ত দেখুওৱা হৈছে।

মন কৰা যে চিত্ৰ 14.16 ত দেখুওৱা মতে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ ক্ষেত্ৰত গতিশক্তি আৰু স্থিতিশক্তি উভয়ে সদায় ধনাত্মক দেখা যায়। অৱশ্যে গতিশক্তি কেতিয়াও ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে, কিয়নো, ই বেগৰ বৰ্গৰ সমানুপাতিক। স্থিতিশক্তিৰ প্ৰকাশ ৰাশিত থকা অনিৰ্ণীত ধ্ৰুৱকৰ মান উপযুক্তভাৱে বাচি লৈ স্থিতিশক্তিক ধনাত্মক কৰি ল'ব পাৰি।

স্থিতিশক্তি আৰু গতিশক্তি উভয়ে প্ৰতিটো পৰ্যায়কালৰ ভিতৰত দুবাৰকৈ সৰ্বোচ্চ মান লাভ কৰে। $x = 0$ বিন্দুত দোলকটোৰ শক্তি সম্পূৰ্ণৰূপে গতিশক্তি। দুয়োপিনে প্ৰান্তীয় অৱস্থানত $(x = \pm A)$ ই সম্পূৰ্ণৰূপে স্থিতিশক্তি লাভ কৰে। এই দুই সীমাৰ ভিতৰত গতি কৰি থকা অৱস্থাত স্থিতিশক্তি কমিলে গতিশক্তি বাঢ়ে আৰু গতিশক্তি কমিলে স্থিতিশক্তি বাঢ়ে।



চিত্ৰ 14.16 *সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট কণা এটাৰ গতিশক্তি, স্থিতিশক্তি আৰু মুঠ শক্তিক সময়ৰ (লেখ-a) আৰু সৰণৰ (লেখ-b) ফলন হিচাপে দেখুওৱা হৈছে। T/2 সময়ৰ পিছত গতিশক্তি আৰু স্থিতিশক্তিৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে। মুঠশক্তি সকলো সময় (t) আৰু সকলো অৱস্থানত (x) অপৰিৱৰ্তিত থাকে।*

▶ **উদাহৰণ 14.7** 1 kg ভৰৰ এটা কাঠৰ টুকুৰা এডাল স্প্ৰিঙৰ সৈতে বান্ধি ৰখা হৈছে। স্প্ৰিডালৰ স্প্ৰিং ধ্ৰুৱক 50 N m^{-1}। $t = 0$ সময়ত স্থিৰ অৱস্থাত থকা টুকুৰাটোক ঘৰ্ষণহীন সমতল এখনৰ ওপৰেদি $x = 0$ সাম্য অৱস্থানৰ পৰা $x = 10$ cm দূৰত্বলৈ টানি অনা হ'ল। মাধ্য অৱস্থানৰ পৰা 5 cm দূৰত থকা অৱস্থাত টুকুৰাটোৰ গতিশক্তি, স্থিতিশক্তি আৰু মুঠ শক্তি কিমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

উত্তৰ ঃ কাঠৰ টুকুৰাটো সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত থাকিব। সমীকৰণ (14.14b) মতে তাৰ কৌণিক কম্পনাংক হ'ব

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{50 \text{ N m}^{-1}}{1\text{kg}}}$$

$$= 7.07 \text{ rad s}^{-1}$$

কোনো সময়ত (t) তাৰ সৰণ হ'ব

$$x(t) = 0.1 \cos (7.07t)$$

গতিকে কাঠৰ টুকুৰাটো মাধ্য অৱস্থানৰ পৰা 5 cm আঁতৰত থাকোঁতে,

$$0.05 = 0.1 \cos (7.07t)$$

নাইবা $\cos (7.07t) = 0.5$

গতিকে $\sin (7.07t) = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$

$x = 5$ cm অৱস্থাত

এতিয়া, টুকুৰাটোৰ বেগ $= 0.1 \times 7.07 \times 0.866 \text{ ms}^{-1}$

$$= 0.61 \text{ m s}^{-1}$$

সেয়ে টুকুৰাটোৰ গতিশক্তি,

$$= \frac{1}{2} m v^2$$

$$= ½[1\text{kg} \times (0.6123 \text{ m s}^{-1})^2]$$

$$= 0.19 \text{ J}$$

টুকুৰাটোৰ স্থিতিশক্তি

$$= \frac{1}{2} k x^2$$

$$= \frac{1}{2} (50 \text{ N m}^{-1} \times 0.05 \text{ m} \times 0.05 \text{ m})$$

$$= 0.0625 \text{ J}$$

গতিকে, $x = 5$ চে.মি. অৱস্থানত

মুঠ শক্তি = গতিশক্তি + স্থিতিশক্তি

= 0.25 জুল

আমি লগতে জানো যে সৰ্বোচ্চ সৰণ অৱস্থাত গতিশক্তি শূন্য আৰু সেয়ে তাত স্থিতিশক্তিয়েই মুঠ শক্তিৰ পৰিমাণ হয়। ফলত তন্ত্ৰটোৰ মুঠ শক্তি

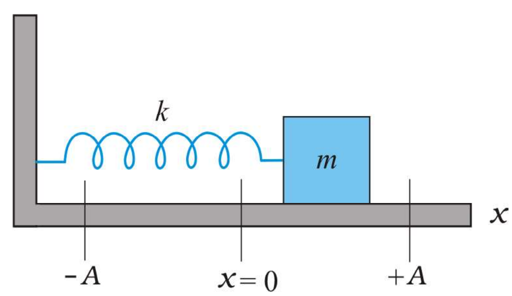
$$= ½(50 \text{ N m}^{-1} \times 0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m})$$

$$= 0.25 \text{ J}$$

ই 5 cm সৰণৰ বাবে উভয় শক্তিৰ সমষ্টিৰ সমান। শক্তি সংৰক্ষণৰ নীতি অনুযায়ী সেয়াই হ'ব লাগে।

14.8 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি প্ৰদৰ্শন কৰা কেইটামান তন্ত্ৰ (Some Systems Executing Simple Harmonic Motion)

বিশুদ্ধভাৱে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ কোনো বাস্তৱ উদাহৰণ নাই। ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত আমি এনে কেতবোৰ তন্ত্ৰ দেখিবলৈ পাওঁ যিবোৰ কোনো চৰ্ত সাপেক্ষেহে



চিত্ৰ 14.17 *স্প্ৰিং এডালত m ভৰৰ টুকুৰা এটা সংযোগ কৰি এটা ৰৈখিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত দোলক পোৱা যায়। কাঠৰ টুকুৰাটো এখন ঘৰ্ষণবিহীন তলৰ ওপৰেদি গতি কৰে। টুকুৰাটো টানি বা ঠেলি এৰি দিলে সি সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি লাভ কৰে।*

মোটামুটিভাৱে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি প্ৰদৰ্শন কৰে। এই অনুচ্ছেদৰ পিছৰ অংশত এনেকুৱা কেইটামান তন্ত্ৰই কৰা গতি সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা হ'ব।

14.8.1 স্প্ৰিঙৰ দোলন (Oscillations due to a Spring)

চিত্ৰ 14.17 ত দেখুওৱাৰ দৰে এডাল স্প্ৰিঙৰ এটা মূৰ দৃঢ় দেৱাল এখনত লগাই ৰখা হৈছে। আনটো মূৰত আছে m ভৰৰ এটা বস্তুপিণ্ড। এনেকুৱা বস্তুৰ সামান্য দোলনেই হৈছে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি প্ৰত্যক্ষ কৰিব পৰা সৰলতম উদাহৰণ। বস্তুপিণ্ডটো এখন ঘৰ্ষণহীন আনুভূমিক তলত ৰখা হ'ল। পিণ্ডটো যদি সামান্যভাৱে এফাললৈ টানি নি এৰি দিয়া হয়, তেন্তে সি এটা মাধ্য অৱস্থান সাপেক্ষে ইফাল-সিফালকৈ গতি কৰি থাকে।

ধৰা হ'ল, স্প্ৰিংডাল সাম্য অৱস্থাত থকাৰ পৰত পিণ্ডটোৰ কেন্দ্ৰৰ অৱস্থান $x = 0$ আনহাতে, $-A$ আৰু $+A$ এই দুই অৱস্থানে মাধ্য অৱস্থানৰ পৰা বাওঁফালে আৰু সোঁফালে সৰ্বোচ্চ সৰণ বুজাইছে। ব্ৰিটিছ পদাৰ্থ বিজ্ঞানী ৰবাৰ্ট হুকে পোনতে ধৰা পেলাইছিল যে স্প্ৰিংসমূহৰ কিছুমান বিশেষ বিশেষ ধৰ্ম আছে। তেওঁ দেখুৱাইছিল, যেতিয়া এই নিচিনা তন্ত্ৰত বিকৃতি প্ৰয়োগ কৰা হয়, তেতিয়া তন্ত্ৰটোত এটা প্ৰত্যানয়নী বলৰ (restoring force) উদ্ভৱ হয়। তেনে বলৰ মান বিকৃতিৰ (বা সৰণৰ) সমানুপাতিক আৰু ই বিকৃতিৰ (বা সৰণৰ) বিপৰীত দিশে ক্ৰিয়া কৰে। এই কথাটোক 'হুকৰ সূত্ৰ' বোলা হয়। (নৱম অধ্যায় দ্ৰষ্টব্য)। স্প্ৰিংডালৰ দৈৰ্ঘ্যৰ তুলনাত বিকৃতিৰ পৰিমাণ (বা সৰণৰ পৰিমাণ) নিচেই কম হ'লেহে এই সূত্ৰটো প্ৰযোজ্য হয়. কোনো মুহূৰ্ত t ত যদি মাধ্য অৱস্থানৰ পৰা পিণ্ডটোৰ সৰণ x হয় তেন্তে পিণ্ডটোৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা প্ৰত্যানয়নী বল F হ'ব,

$$F(x) = -k\,x \tag{14.19}$$

সমানুপাতিক ধ্ৰুৱক kক 'স্প্ৰিং ধ্ৰুৱক' বোলা হয়। ইয়াৰ মান স্প্ৰিংডালৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। স্প্ৰিংডাল কঠিন হ'লে তাৰ স্প্ৰিং ধ্ৰুৱকৰ মান বেছি হ'ব; স্প্ৰিংডাল নৰম বা নমনীয় হ'লে k ৰ মান কম হ'ব। সমীকৰণ (14.19) সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বলনীতিৰ সৈতে একেই। ফলত তন্ত্ৰটো সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থাকে। সমীকৰণ (14.14) পৰা,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{14.20}$$

আৰু দোলকৰ পৰ্যায়কাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{14.21}$$

কটকটীয়া স্প্ৰিংবিলাকৰ k ৰ মান বেছি। সমীকৰণ (14.20) অনুসৰি, কটকটীয়া স্প্ৰিং এডালৰ সৈতে কম ভৰৰ বস্তুপিণ্ড এটা সংযোগ কৰি দোলন সৃষ্টি কৰিলে আশা কৰা মতেই তাৰ দোলনৰ কম্পনাংক বেছি হয়।

▶উদাহৰণ 14.8 5 kg ওজনৰ কলাৰ (collar) এটা 500 N m^{-1} স্প্ৰিং ধ্ৰুৱকৰ স্প্ৰিং এডালৰ সৈতে সংযুক্ত কৰা হৈছে। ই আনুভূমিক দণ্ড এডালৰ ওপৰেদি ঘৰ্ষণবিহীনভাৱে পিচলি যাব পাৰে। আঙঠিটো তাৰ সাম্য অৱস্থানৰ পৰা 10.0 cm আঁতৰাই নি এৰি দিয়া হ'ল। তেনেহ'লে তলৰ ৰাশিবোৰ নিৰ্ণয় কৰা ঃ আঙঠিটোৰ

(ক) দোলন কাল,

(খ) সৰ্বোচ্চ দ্ৰুতি আৰু

(গ) সৰ্বোচ্চ ত্বৰণ

উত্তৰ ঃ (ক) সমীকৰণ (14.21) অনুসৰি দোলনকাল

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{5.0\text{ kg}}{500\text{ N m}^{-1}}}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{10}\right) s$$

$$= 0.63 \text{ s}$$

(খ) সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি কৰি থকা কলাৰটোৰ বেগ

$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$$

সৰ্বোচ্চ দ্ৰুতি হ'ব

$$v_m = A\omega$$

$$= 0.1 \times \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$= 0.1 \times \sqrt{\frac{500 \text{ N m}^{-1}}{5 \text{ kg}}}$$

$$= 1 \text{ m s}^{-1}$$

এই বেগ সৃষ্টি হয় $x = 0$ অৱস্থানত

(গ) সাম্য অৱস্থানৰ পৰা $x(t)$ সৰণ অৱস্থানত কলাৰটোৰ ত্বৰণ

$$a(t) = -\omega^2 x(t)$$

$$= -\frac{k}{m} x(t)$$

সৰ্বোচ্চ ত্বৰণ

$$a_{max} = \omega^2 A$$

$$= \frac{500 \text{ N m}^{-1}}{5 \text{ kg}} \times 0.1 \text{ m}$$

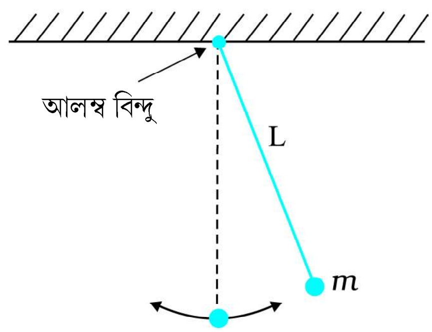
$$= 10 \text{ m s}^{-2}$$

সৰ্বোচ্চ ত্বৰণ ঘটে সৰ্বোচ্চ সৰণৰ অৱস্থান দুটাত।

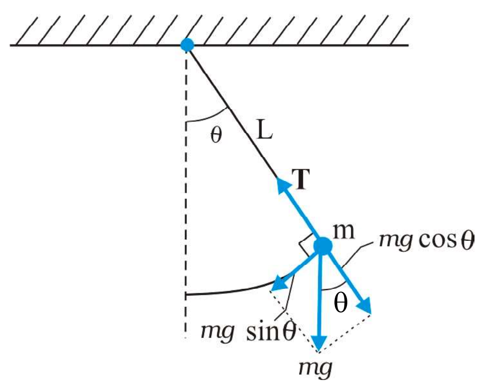
14.8.2 সৰল দোলক (The Simple Pendulum)

কথিত আছে যে গেলিলিওৱে নিজৰ নাড়ী স্পন্দনৰ সহায়ত এটা গীৰ্জাঘৰত দুলি থকা মমৰ আধাৰ এটাৰ দোলনকাল গণনা কৰি উলিয়াইছিল। তেওঁ লক্ষ্য কৰিছিল যে মমৰ আধাৰটোৰ গতি আছিল পৰ্যাবৃত্ত। সেই তন্ত্ৰটো এক ধৰণৰ দোলক। তোমালোকে নিজেও দোলক সাজি উলিয়াব পাৰা। এডাল প্ৰায় 100 cm দীঘল, টানিলে দীঘল নোহোৱা সূতাৰ এমূৰে এটা শিলগুটি বান্ধি ল'লেই সি দোলক হৈ পৰিব। দোলকটো এটা উপযুক্ত আলম্বৰ (support) পৰা এনেদৰে ওলোমাই ৰখা যাতে সি মুক্তভাৱে দুলিব পাৰে। শিলগুটিটো কোনো এফালে সামান্য টানি নি এৰি দিয়া। তেতিয়া সি ইফালে-সিফালে গতি কৰিবলৈ ল'ব। সেই গতি পৰ্যাবৃত্ত। তাৰ পৰ্যায়কাল হ'ব প্ৰায় দুই ছেকেণ্ড।

আমি দেখুৱাম যে মাধ্য বা সাম্য অৱস্থানৰ পৰা দোলকটোৰ বিচ্যুতি বা সৰণ নিচেই কম হ'লে এই পৰ্যাবৃত্ত গতিটো সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি হৈ পৰিব। সৰল



চিত্ৰ 14.18 *(a) মাধ্য অৱস্থান সাপেক্ষে দুলি থকা এটা দোলকপিণ্ড।*



চিত্ৰ 14.18 (b) *ব্যাসাৰ্ধিক বল T-mg cosθ ই প্ৰয়োজনীয় অভিকেন্দ্ৰিক বলৰ যোগান ধৰে, কিন্তু আলম্ব (support) সাপেক্ষে টৰ্ক সৃষ্টি নকৰে। স্পৰ্শকীয় বল mgsinθ ই প্ৰত্যানয়নী টৰ্কৰ যোগান ধৰে।*

দোলকৰ কথা বিবেচনা কৰা যাওক— m ভৰৰ সৰু বস্তুপিণ্ড এটা টানিলে দীঘল নোহোৱা, ভৰহীন ৰছী এডালেৰে বান্ধি লোৱা হ'ল। ৰছীডালৰ দীঘ L। ৰছীডালৰ আনটো মূৰ চিলিঙত দৃঢ়ভাৱে লগাই ৰখা আলম্ব এটাৰ পৰা ওলোমাই ৰখা হ'ল। দোলক পিণ্ডটোৱে আলমৰ মাজেদি পাৰ হৈ যোৱা উলম্ব সমতল এখনৰ ওপৰেদি দুলি থাকে। এই তন্ত্ৰটো চিত্ৰ 14.18 (a) ত দেখিবলৈ পাইছা। চিত্ৰ 14.18 (b) হৈছে সৰল দোলকৰ এক ধৰণৰ 'মুক্ত বস্তু' চিত্ৰ। তাত দোলকপিণ্ডটোৰ ওপৰত কি কি বলে কেনেদৰে ক্ৰিয়া কৰি আছে তাকে দেখুওৱা হৈছে। ধৰা হ'ল, সূতাডালে (বা ৰছীডালে) উলম্ব দিশৰ সৈতে θ কোণ সৃষ্টি কৰিছে। দোলকপিণ্ডটো মাধ্য অৱস্থানত থকা সময়ত $\theta = 0$

দোলকপিণ্ডটোৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বল দুটা। T টানে ৰছীডালেদি ওপৰলৈ আৰু মাধ্যাকৰ্ষণে (mg) উলম্বভাৱে তললৈ ক্ৰিয়া কৰে। mg বলটোক দুটা উপাংশত বিভক্ত কৰিব পাৰি— ৰছীডালেদি $mg\cos\theta$ আৰু তাৰ লম্বদিশত $mg\sin\theta$ । দোলকপিণ্ডটো L ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত এটাৰ ওপৰেদি গতি কৰে— যিটো বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ হৈছে আলম্ব বিন্দুটো। সেয়ে দোলকপিণ্ডটোৰ দুই ধৰণৰ ত্বৰণো আছে— ব্যাসাৰ্ধিক ত্বৰণ (radial acceleration) (ω^2L) আৰু স্পৰ্শকীয় ত্বৰণ (tangental acceleration) । ইয়াৰ স্পৰ্শকীয় ত্বৰণ উদ্ভৱ হোৱাৰ কাৰণ এই যে ত্বৰণ সৃষ্টি কৰে লব্ধ ব্যাসাৰ্ধিক বল $T - mg\cos\theta$ ই, আৰু স্পৰ্শকীয় ত্বৰণ সৃষ্টি কৰে $mg\sin\theta$ ই। আমাৰ আলোচনা আগবঢ়াই নিবলৈ এইক্ষেত্ৰত আলম্ব সাপেক্ষে টৰ্ক বিবেচনা কৰাটো অধিক সুবিধাজনক হ'ব। কিয়নো, ব্যাসাৰ্ধিক বলৰ টৰ্ক শূন্য। বলৰ স্পৰ্শকীয় উপাংশই অকলেই আলম্ব সাপেক্ষে টৰ্কৰ (τ) যোগান ধৰে। এতিয়া

$$\tau = -L\,(mg\sin\theta) \qquad (14.22)$$

ঋণাত্মক চিনে বুজাইছে যে টৰ্কটো প্ৰত্যানয়নী; ই কৌণিক সৰণ হ্ৰাস কৰিব বিচাৰে।

কৌণিক গতিৰ ক্ষেত্ৰত নিউটনৰ সূত্ৰ অনুসাৰে,

$$\tau = I\,\alpha \qquad (14.23)$$

য'ত I হৈছে আলম্ব সাপেক্ষে তন্ত্ৰটোৰ জড় ভ্ৰমক আৰু α হৈছে কৌণিক ত্বৰণ। সেয়ে,

$$I\,\alpha = -m\,g\sin\theta\;\;L \qquad (14.24)$$

নতুবা,

$$\alpha = -\frac{mgL}{I}\sin\theta \qquad (14.25)$$

θ ৰ মান তেনেই কম বুলি ধৰিলে সমীকৰণ (14.25) কিছু সৰল কৰি ল'ব পাৰি। আমি জানো যে,

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} \pm \ldots \qquad (14.26)$$

ইয়াত θ ৰেডিয়ান এককত থাকিব।

θ নিচেই কম মানৰ হ'লে $\sin\theta$ ক মোটামুটিভাৱে θ ধৰি ল'ব পাৰি। তেতিয়া সমীকৰণ (14.25) এনেদৰে লিখিব পৰা যায়ঃ

$$\alpha = -\frac{mgL}{I}\theta \qquad (14.27)$$

তালিকা (14.1)ত θ ক ডিগ্ৰী, তাৰ সমতুল্য ৰেডিয়ান আৰু sin θ ফলনটোৰ মান লিপিবদ্ধ কৰা হৈছে। তালিকাখনৰ পৰা দেখা গৈছে যে 20θ ডিগ্ৰী পৰ্য্যন্ত sin θ ৰ মান (ৰেডিয়ানত প্ৰকাশ কৰিলে) θ মানৰ সৈতে প্ৰায় সমান।

তালিকা 14.1 θ কোণৰ ফলনৰ ৰূপত **sin θ**

θ (ডিগ্ৰী)	θ (ৰেডিয়ান)	**sin θ**
0	0	0
5	0.087	0.087
10	0.174	0.174
15	0.262	0.256
20	0.349	0.342

সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি ঃ বিস্তাৰ কিমান কম হ'ব লাগে?

সৰল দোলকৰ দোলনকাল নিৰূপণ কৰিবলৈ পৰীক্ষা চলাওঁতে শিক্ষকে তোমালোকক দোলকটোৰ বিস্তাৰ কমাই ৰাখিবলৈ কয়। কিন্তু কিমান কমত ৰাখিব লাগে কেতিয়াবা সুধিছানে? বিস্তাৰ 2^o, 1^o বা 5^o হ'ব লাগে, নে 10^o, 20^o বা 30^o হে হ'ব লাগে?

এই সম্পৰ্কে ভালদৰে বুজিবলৈ হ'লে কমৰ পৰা বেছিলৈকে ভিন ভিন বিস্তাৰৰ বাবে দোলনকাল নিৰ্ণয় কৰি চোৱা দৰকাৰ। অৱশ্যে বেছি বিস্তাৰত দুলি থকা ক্ষেত্ৰত দোলকটোৰে যাতে উলম্ব সমতলত দুলি থাকিব পাৰে তাৰ ওপৰত নজৰ ৰাখিব লাগিব। কম বিস্তাৰৰ দোলনৰ দোলন $T(0)$ ৰে আৰু θ_0 পৰিমাণৰ বিস্তাৰৰ দোলনৰ দোলন কালক $T(\theta_0) = cT(0)$ ৰে বুজোৱা হওঁক। (ইয়াত c হৈছে এটা গুণনীয়ক।) যদি c বনাম θ_0 ৰ লেখ এটা আঁকা হয় তেন্তে তলত দিয়া ধৰণৰ মানবোৰ পোৱা যায় ঃ

θ_0 :	20^o	45^o	50^o	70^o	90^o
c :	1.02	1.04	1.05	1.10	1.18

ইয়াৰ পৰা দেখা যায়, বিস্তাৰ 20^o হ'লে দোলনকালৰ প্ৰায় 2% হেৰফেৰ হয়, বিস্তাৰ 50^o হ'লে হেৰফেৰ 5% 70^o হ'লে সি 10% আৰু 90^o হ'লে 18% হয়।

পৰীক্ষাত $T(0)$ জোখাটো কেতিয়াও সম্ভৱ নহয়। কিয়নো, তেনে অৱস্থাত দোলনেই নঘটে। আনকি তাত্বিকভাৱেও $\theta = 0$ হ'লে যে $\sin\theta$ ৰ মান শুদ্ধভাৱে θ হয়। θ ৰ আন সকলো মানৰ ক্ষেত্ৰতে কিছু হ'লেও ত্ৰুটি থাকে। θ ৰ মান বঢ়াই অহাৰ লগে লগে ত্ৰুটিৰ পৰিমাণো বাঢ়ে। সেয়ে যি পৰিমাণৰ ত্ৰুটি গ্ৰহণযোগ্য হ'ব সেই সম্পৰ্কে আমি এটা সিদ্ধান্ত ল'ব লাগিব। কোনো জোখেই কেতিয়াও এশ শতাংশ শুদ্ধকৈ পোৱা নাযায়। তাৰ বাবে এনেবোৰ প্ৰশ্নও কৰিব পাৰা। ষ্টপঘড়ীৰ শুদ্ধতানো কিমান? ষ্টপঘড়ীটো ষ্টাৰ্ট কৰা আৰু বন্ধ কৰা সময়ত কিমান শুদ্ধকৈ কৰিব পৰা গৈছে। বুজিব পাৰিবা যে সেই ক্ষেত্ৰত জোখৰ শুদ্ধতা 5% বা 10% ৰ বেছি নহয়। ওপৰৰ তালিকাৰ পৰা দেখা যায় যে বিস্তাৰ 50^o হ'লে দোলনকাল কম বিস্তাৰৰ দোলন কালৰ তুলনাত খুব বেছি 5% হে বাঢ়ে। সেয়ে তোমাৰ পৰীক্ষাটোত 50^o বিস্তাৰ ৰাখিলেও বিশেষ একো ক্ষতি নহয়।

গাণিতিকভাৱে সমীকৰণ (14.27) আৰু সমীকৰণ (14.11) ৰ বিশেষ প্ৰভেদ নাই। প্ৰভেদ মাত্ৰ এই যে চলক ৰাশিটো কৌণিক সৰণ। এইদৰে প্ৰমাণ কৰা হ'ল যে θ ৰ মান নিচেই কম হ'লে দোলক পিণ্ডটোৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত। সমীকৰণ (14.27) আৰু (14.11) ৰ পৰা,

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$

আৰু $$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}} \qquad (14.28)$$

আমি ধৰি লোৱা মতে সৰল দোলকটো ওলোমাই ৰখা সূতাডাল ভৰহীন; সেয়ে তাৰ জড়ভ্ৰামক I হৈছে mL^2। তেতিয়া সমীকৰণ (14.28) ৰ পৰা সৰল দোলকৰ দোলনকালৰ পৰিচিত সমীকৰণটো পোৱা যায় ঃ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (14.29)$$

▶**উদাহৰণ 14.9** ছেকেণ্ডত আধা দোলন কৰা সৰল দোলক এটাৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান?

উত্তৰ ঃ সমীকৰণ (14.29) অনুসৰি সৰল দোলকৰ পৰ্যায়কাল

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

ইয়াৰ পৰা,

$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

প্ৰদত্ত সৰল দোলনটোৰ পৰ্যায়কাল হ'ব 2s ।

গতিকে $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ আৰু $T = 2\text{s}$ হ'লে

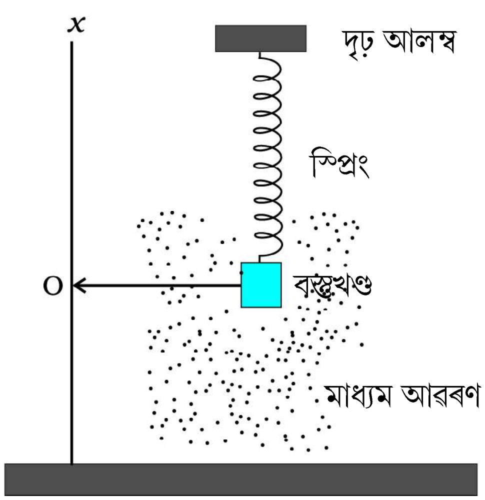
$$L = \frac{9.8(\text{m s}^{-2}) \times 4(\text{s}^2)}{4\pi^2}$$

$$= 1 \text{ m}$$

14.9 অৱমন্দিত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি (Damped Simple Harmonic Motion)

বায়ুমাধ্যমত দুলি থকা সৰল দোলকৰ গতি এটা সময়ত গৈ বন্ধ হৈ যায়। কিহৰ বাবেনো এনেকুৱা হয়? ইয়াৰ

কাৰণ দুটা — বায়ুৰ বাধা আৰু দ্বিতীয়তে আলম্বৰ সৈতে ঘৰ্ষণ। ফলত দোলকটোৰ শক্তি ক্ৰমে কমি আহে আৰু ই **অৱমন্দিত দোলন** সৃষ্টি কৰে। অৱমন্দিত দোলনত তন্ত্ৰটোৰ শক্তি অবিৰতভাৱে হ্ৰাস পায়। অৱশ্যে অৱমন্দন কম হ'লে দোলন মোটামুটিভাৱে পৰ্যাবৃত্ত হৈয়ে থাকে। সাধাৰণতে ঘৰ্ষণেই হৈছে ক্ষয়কাৰী ফল। দোলনশীল বস্তু এটাৰ গতিৰ ওপৰত এনে বাহ্যিক বলৰ প্ৰভাৱ সম্পৰ্কে জানিবলৈ হ'লে চিত্ৰ 14.19 ত দেখুওৱাৰ নিচিনা এটা তন্ত্ৰ বিবেচনা কৰোহঁক। চিত্ৰত k স্প্ৰিংধ্ৰুৱক বিশিষ্ট এডাল স্থিতিস্থাপক স্প্ৰিং; তাৰ সৈতে সংযুক্ত m ভৰৰ বস্তুপিণ্ড এটা উলম্বভাৱে দুলি আছে। পিণ্ডটো সামান্যভাৱে তললৈ টানি এৰি দিলে তাৰ দোলনৰ কৌণিক কম্পনাংক হ'ব $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$। সমীকৰণ (14.20) ত এই কথা পাই আহিছো। পিছে ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত বায়ুৰে পিণ্ডটোৰ গতিৰ ওপৰত এটা অৱমন্দক বল প্ৰয়োগ কৰে। ফলত স্প্ৰিং আৰু পিণ্ডৰ তন্ত্ৰটোৰ যান্ত্ৰিক শক্তি হ্ৰাস পায়। সেই শক্তিখিনিয়ে পাৰিপাশ্বিক মাধ্যমত (বায়ু) আৰু লগতে পিণ্ডটোত তাপৰ ৰূপত আত্মপ্ৰকাশ কৰে। (চিত্ৰ 14.19)।



চিত্ৰ 14.19 সান্দ্ৰ পাৰিপাৰ্শ্বিক মাধ্যমে দুলি থকা স্প্ৰিং এডালৰ ওপৰত অৱমন্দন বল প্ৰয়োগ কৰে, যাৰ ফলত সময়ত গৈ তাৰ গতি বন্ধ হৈ যায়।

অৱমন্দক বলটো পাৰিপাৰ্শ্বিক মাধ্যমৰ প্ৰকৃতিৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। পিণ্ডটো যদি জুলীয়া পদাৰ্থ মাধ্যমত ডুবুৱাই ৰখা হয় তেন্তে অৱমন্দনৰ মান বহু বেছি হ'ব; তদুপৰি শক্তি অৱক্ষয়ো বেছি খৰতকীয়া হ'ব। অৱমন্দক বল সাধাৰণতে দোলক পিণ্ডৰ বেগৰ সমানুপাতিক হয় (সমীকৰণ 10.19 ত থকা ষ্ট'ক্‌ছৰ সূত্ৰ দ্ৰষ্টব্য) আৰু সি বেগৰ বিপৰীত দিশলৈ ক্ৰিয়া কৰে। অৱমন্দক বল $\mathbf{F_d}$ হ'লে,

$$\mathbf{F}_d = -b\,\vec{\mathbf{v}} \qquad (14.30)$$

ইয়াত b এটা ধনাত্মক ধ্ৰুৱক; ই মাধ্যমটোৰ সান্দ্ৰতা আদি ধৰ্ম আৰু লগতে পিণ্ডটোৰ আকাৰ আৰু আকৃতিৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। মন কৰিব পাৰি যে সমীকৰণ (14.30) সাধাৰণতে কম বেগৰ বেলিকাহে প্ৰযোজ্য।

m ভৰৰ পিণ্ডটো যেতিয়া স্প্ৰিং এডালত সংযোগ কৰি এৰি দিয়া হয়, তেতিয়া স্প্ৰিংডালৰ দীঘ সামান্যভাৱে বাঢ়ে আৰু পিণ্ডটো কিবা এটা উচ্চতাত ৰৈ যায়। এই অৱস্থানটো চিত্ৰ (14.20)ত 0ৰে দেখুওৱা হৈছে। ই হৈছে পিণ্ডটোৰ সাম্য অৱস্থান। এতিয়া যদি পিণ্ডটো সামান্যভাৱে তললৈ টানি দিয়া হয়, অথবা ওপৰলৈ উঠাই দিয়া হয়, তেন্তে স্প্ৰিংডালৰ বাবে পিণ্ডটোৰ ওপৰত উদ্ভৱ হোৱা প্ৰত্যানয়নী বল হ'ব $\mathbf{F}_S = -k\,\vec{\mathbf{x}}$ য'ত $\mathbf{x}$ হৈছে সাম্য অৱস্থানৰ পৰা পিণ্ডটোৰ সৰণ। এনেদৰে কোনো সময় t ত পিণ্ডটোৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা মুঠ বল হ'ব $\mathbf{F} = -k\mathbf{x} - b\mathbf{v}$.

সময়ৰ t মুহূৰ্তত যদি পিণ্ডটোৰ ত্বৰণ $\vec{\mathbf{a}}\,(t)$ হয় তেন্তে নিউটনৰ গতিসূত্ৰ অনুসাৰে,

$$m\,a(t) = -k\,x(t) - b\,v(t) \qquad (14.31)$$

এই সমীকৰণটোত ভেক্টৰ চিহ্ন বিবেচনা কৰা হোৱা নাই। কিয়নো আমি একমাত্ৰীয় গতিৰ কথাহে ইয়াত আলোচনা কৰি আছো।

x (t) ৰ প্ৰথম আৰু দ্বিতীয় অৱকলৰ সহায়ত যথাক্ৰমে $v\,(t)$ আৰু $a\,(t)$ উলিয়াই আমি পাওঁ—

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (14.32)$$

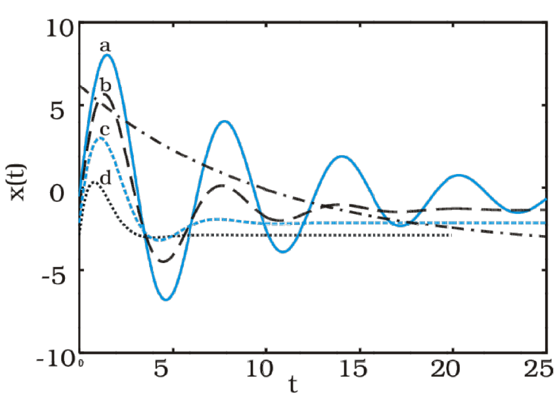
সমীকৰণ (14.32) ৰ সমাধানে অৱমন্দক বলৰ প্ৰভাৱত পিণ্ডটোৰ গতি কেনেধৰণৰ হ'ব তাৰ বিৱৰণ দিয়ে। সমাধানটো এনেকুৱা ঃ

$$x(t) = A\ e^{-b\ t/2m} \cos(\omega' t + \phi) \quad (14.33)$$

ইয়াত a হৈছে বিস্তাৰ আৰু ω' অৱমন্দিত দোলকটোৰ কৌণিক কম্পনাংক, যাৰ প্ৰকাশ ৰাশি

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad (14.34)$$

সমীকৰণ (14.33) ত থকা ক'ছাইন ফলনটোৰ পৰ্যায়কাল $2\pi/\omega'$। আনহাতে $x(t)$ ফলনটো শুদ্ধভাৱে পৰ্যাবৃত্ত নহয়; কিয়নো, তাত থকা $e^{-b\ t/2m}$ উৎপাদকটোৰ মান সময়ৰ সৈতে হ্ৰাস হৈ গৈ থাকে। অৱশ্যে যদি এটা পৰ্যায়কাল T ৰ ভিতৰত এই হ্ৰাসৰ পৰিমাণ কম হয়, তেন্তে সমীকৰণ (14.33) ৰে বুজোৱা গতিটো মোটামুটিভাৱে পৰ্যাবৃত্ত হ'ব। সমীকৰণ (14.33) ৰ সমাধান লেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। তাক চিত্ৰ 14.20 ত দেখুওৱা হৈছে। ইয়াক আমি এটা ক'ছাইন ফলন বুলি ধৰি ল'ব পাৰো, যাৰ বিস্তাৰ $Ae^{-b\ t/2m}$ সময়ৰ লগে লগে কমি গৈ থাকে।



চিত্ৰ 14.20 অৱমণ্ডিত দোলন প্ৰায় পৰ্যাবৃত্ত কিন্তু বিস্তাৰ ক্ৰমে-হ্ৰাসমান। অধিক অৱমণ্ডিত হ'লে দোলন দ্ৰুতভাৱে অৱক্ষয় হয়।

অৱমন্দিত দোলকৰ যান্ত্ৰিক শক্তি হৈছে $\frac{1}{2}kA^2$। অৱমন্দিত দোলকৰ ক্ষেত্ৰত বিস্তাৰ ধ্ৰুৱক নহয়, ই সময়ৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। অৱমন্দন তেনেই কম হ'লে শক্তি বুজাবলৈ একেটা প্ৰকাশ ৰাশিকেই ল'ব পাৰি, কেৱল তাৰ বিস্তাৰ $Ae^{-\frac{bt}{2m}}$ ধৰিব লাগিব। তেতিয়া শক্তিৰ প্ৰকাশ ৰাশি হ'ব,

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2\ e^{-b\,t/m} \quad (14.35)$$

সমীকৰণ (14.35) ৰ পৰা দেখা যায় তন্ত্ৰটোৰ মুঠ শক্তি সময়ৰ সৈতে সূচকীয়ভাৱে (exponentially) হ্ৰাস পায়। মন কৰিবা যে কম অৱমন্দনে মাত্ৰাহীন অনুপাত $\left(\frac{b}{\sqrt{km}}\right)$ ৰ মান 1 তকৈ বহু কম হোৱা বুজায়।

অৱশ্যে b = 0 ধৰিলে এই অনুচ্ছেদত থকা অৱমন্দিত দোলকৰ আটাইবোৰ সমীকৰণ অৱমন্দিত দোলকৰ অনুৰূপ পৰিণত হয়।

▶উদাহৰণ 14.10 চিত্ৰ 14.20 ত দেখুওৱা অৱমন্দিত দোলকৰ ক্ষেত্ৰত পিণ্ডটোৰ ভৰ m = 200 g, k = 90 N m^{-1} আৰু অৱমন্দন ধ্ৰুৱক b হৈছে 40 g s^{-1}। (ক) দোলনৰ পৰ্যায়কাল কিমান? (খ) কিমান সময়ত দোলনৰ বিস্তাৰ প্ৰাৰম্ভিক বিস্তাৰৰ আধা পৰিমাণৰ হ'ব? (গ) কিমান সময়ত দোলনৰ যান্ত্ৰিক শক্তি গৈ প্ৰাৰম্ভিক যান্ত্ৰিক শক্তিৰ আধা হ'ব?

উত্তৰ ঃ (ক) দিয়া অনুসাৰে, $km = 90\times0.2 = 18$ kg N m^{-1} = 18kg^2 s^{-2}; গতিকে $\sqrt{km} = 4.243$ kg s^{-1}, আৰু b = 0.04 kg s^{-1}, দেখা গ'ল, b ৰ মান $\sqrt{km}$ মানতকৈ বহুত কম। এতিয়া সমীকৰণ (14.34) অনুযায়ী পৰ্যায়কাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{0.2\text{kg}}{90\text{Nm}^{-1}}}$$

$$= 0.3 \text{ s}$$

(খ) সমীকৰণ (14.33) ৰ পৰা, বিস্তাৰৰ মান প্ৰাৰম্ভিক বিস্তাৰৰ আধা হ'বলৈ লগা সময় $T_{1/2}$ হ'ব,

$$T_{1/2} = \frac{\ln(1/2)}{b/2m}$$

$$= \frac{0.693}{40} \times 2 \times 200 \text{ s}$$

$$= 6.93 \text{ s}$$

(গ) সমীকৰণ (14.35) অনুযায়ী

$$\frac{E\left(t_{1/2}\right)}{E(0)} = e^{\frac{-bt_{1/2}}{m}}$$

য'ত $t_{1/2}$ হৈছে যান্ত্ৰিক শক্তি গৈ প্ৰাৰম্ভিক মানৰ আধা পৰিমাণৰ হ'বলৈ লগা সময়। বিচৰা মতে, $\frac{1}{2} = e^{\frac{-bt_{1/2}}{m}}$

$$\log e\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{bt_{1/2}}{m}$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{0.693}{40 \text{ g s}^{-1}} \times 200 \text{ g}$$

$$= 3.46 \text{ s}$$

দোলকটোৰ বিস্তাৰ তাৰ প্ৰাৰম্ভিক বিস্তাৰৰ আধা হ'বলৈ যিমান সময় লাগে, এই সময়খিনি (অৰ্থাৎ $t_{1/2}$) তাৰ ঠিক আধা। ই কোনো আচৰিত হ'বলগীয়া কথা নহয়। কিয়নো, সমীকৰণ (14.33) আৰু (14.35) অনুসাৰে শক্তিৰ পৰিমাণ বিস্তাৰৰ বৰ্গৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে।

14.10 আৰোপিত দোলন আৰু অনুনাদ (Forced Oscillations and Resonance)

সৰল দোলকেই হওঁক অথবা স্প্ৰিঙৰ সৈতে সংযুক্ত পিণ্ড এটাই হওক— এনেকুৱা এটা তন্ত্ৰক তাৰ সাম্য অৱস্থানৰ পৰা বিচ্যুত কৰি এৰি দিলে সি তাৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকত (ω) কঁপিবলৈ ধৰে। ই তাৰ মুক্ত **দোলন** (free oscillations)। সময় যোৱাৰ লগে লগে সকলো মুক্ত দোলনৰে বিস্তাৰ কমি আহি শেষত সম্পূৰ্ণৰূপে নাইকীয়া হয়। ইয়াৰ বাবে দায়ী হৈছে অনবৰতে ক্ৰিয়া কৰি থকা অৱমন্দক বলসমূহ। পিছে, কোনো বাহ্যিক কাৰকে ক্ৰিয়া কৰি থাকিলে দোলনটো চলি থাকিব পাৰে। তেনেদৰে চলা দোলনক আৰোপিত দোলন (forced or driven oscillation) বোলা হয়। আমি এনেকুৱা এটা পৰিস্থিতি বিবেচনা কৰোঁহক য'ত বাহ্যিক বলটোৱেই পৰ্যাবৃত্ত। ধৰা হ'ল, তাৰ কম্পনাংক ω_d। এই কম্পনাংকক আৰোপিত কম্পনাংক বোলা হ'ব। আৰোপিত পৰ্যাবৃত্ত দোলনৰ ক্ষেত্ৰত এটা অত্যন্ত গুৰুত্বপূৰ্ণ কথা এই যে তন্ত্ৰটোৱে নিজৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকত *(ω)* দুলি থকাৰ সলনি বাহ্যিক বলটোৰ কম্পনাংকতহে *(ω_d)* দুলিবলৈ লয়। অৱমন্দনৰ কাৰণে মুক্ত দোলনবোৰ এটা সময়ত নাইকীয়া হৈ যায়। পাৰ্ক বা তেনেকুৱা ঠাইত ল'ৰা-ছোৱালীয়ে যে ঝুলনাত উঠি দুলি থকা নিশ্চয় মন কৰিছা। দুলি থাকোতে নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ অন্তৰে অন্তৰে তেওঁলোকে ভৰিৰে মাটিত হেঁচা দি থাকে (নতুবা, কোনোবাই ঝুলনখনত নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ অন্তৰে অন্তৰে একোটা হেঁচা দি থাকে) যাতে দোলনটো বন্ধ হৈ নাযায়, চলি থাকে। এই উদাহৰণটো আৰোপিত দোলনৰ এটা চিনাকি উদাহৰণ।

ধৰা হ'ল, $F(t)$ এটা পৰ্যাবৃত্ত বল; ই সময়ৰ লগে লগে সলনি হৈ গৈ থাকে। বলটোৰ বিস্তাৰ F_0। $F(t)$ বাহ্যিক বলটো অৱমন্দিত দোলক এটাত প্ৰয়োগ কৰা হৈছে। এনেকুৱা প্ৰকৃতিৰ বলক এনেদৰে বুজাব পাৰি ঃ

$$F(t) = F_o \cos \omega_d t \qquad (14.36)$$

এটা ৰৈখিক প্ৰত্যানয়নী বল, অৱমন্দক বল আৰু সমীকৰণ (14.36) ত দেখুওৱাৰ দৰে এটা সময় নিৰ্ভৰ চালক বলৰ উমৈহতীয়া ক্ৰিয়াত পদাৰ্থ কণা এটাই যি গতি লাভ কৰিব তাৰ সমীকৰণ হ'ব,

$m\ a(t) = -k\ x(t) - bv(t) + F_o \cos \omega_d t$ (14.37a)

ত্বৰণ aৰ বাবে $\frac{d^2x}{dt^2}$ লিখি আৰু সমীকৰণটো পুনৰ সজাই,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_o \cos \omega_d t \qquad (14.37b)$$

m ভৰৰ দোলক (oscillator) এটাৰ ওপৰত ω_d কৌণিক কম্পনাংকৰ এটা পৰ্যাবৃত্ত বল প্ৰয়োগ কৰিলে দোলকটোৰ গতিৰ প্ৰকৃতি কেনেকুৱা হ'ব এই সমীকৰণটোৱে তাকে বুজাইছে। আৰম্ভণিতে দোলকটো তাৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংক ω ৰে দুলি থাকে। যেতিয়া বাহ্যিক বলটো প্ৰয়োগ কৰা হয় তেতিয়া তাৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকৰ দোলন গতিটো ক্ৰমে নিশ্চিহ্ন হৈ পৰে, আৰু তাৰ পিছত দোলকটো বাহ্যিক পৰ্যাবৃত্ত বলৰ কৌণিক কম্পনাংকত দুলি থাকে। স্বাভাৱিক দোলনৰ অৱসান ঘটাৰ পিছত তাৰ সৰণ হয়

$$x(t) = A \cos (\omega_d t + \phi) \qquad (14.38)$$

ইয়াত t য়ে পৰ্যাবৃত্ত বলটো প্ৰয়োগ কৰা মুহূৰ্তৰ পৰা জোখা সময় বুজাইছে; বিস্তাৰ A হৈছে আৰোপিত বলটোৰ কম্পনাংক ω_d আৰু দোলকটোৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংক ωৰ এটা ফলন। বিশ্লেষণ কৰি পোৱা মতে,

$$A = \frac{F_o}{\left\{m^2\left(\omega^2 - \omega_d^2\right)^2 + \omega_d^2 b^2\right\}^{1/2}} \qquad (14.39a)$$

আৰু $\tan \phi = \frac{-v_o}{\omega_d x_o}$ (14.39b)

m হৈছে পদাৰ্থ কণাটোৰ ভৰ আৰু v_0 আৰু x_0 হৈছে পৰ্যাবৃত্ত বলটো প্ৰয়োগ কৰা ক্ষণ $t = 0$ ত ক্ৰমে কণাটোৰ বেগ আৰু সৰণ। সমীকৰণ (14.39) ত দেখা গৈছে, আৰোপিত দোলকটোৰ বিস্তাৰ চালক বলৰ কৌণিক কম্পনাংকৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। ω_d আৰু ω ৰ মানৰ পাৰ্থক্য বহুত বেছিও হ'ব পাৰে, নতুবা নিচেই কমো হ'ব পাৰে। তেতিয়া দুয়ো ক্ষেত্ৰতে দোলকটোৰ গতিৰ প্ৰকৃতি বেলেগ বেলেগ হোৱা দেখা যায়।

(ক) অৱমন্দন কম, চালক কম্পনাংক স্বাভাৱিক কম্পনাংকতকৈ বহু বেলেগ

এইক্ষেত্ৰত $\omega_d b$ ৰ মান $m(\omega^2 - \omega_d^2)$ ৰ মানতকৈ বহুত কম। গতিকে সেই পদটো বাদ দিব পাৰি। তাকে কৰিলে সমীকৰণ (14.39) ৰ ৰূপটো হ'ব,

$$A = \frac{F_o}{m\left(\omega^2 - \omega_d^2\right)} \qquad (14.40)$$

তন্ত্ৰটোত থকা ভিন ভিন পৰিমাণৰ অৱমন্দনৰ বাবে দোলক এটাৰ সৰণৰ বিস্তাৰ চালক বলৰ কৌণিক কম্পনাংকৰ ওপৰত কেনেদৰে নিৰ্ভৰ কৰে চিত্ৰ 14.21 ত তাকে দেখুওৱা হৈছে। মন কৰিবা যে আটাইবোৰ ক্ষেত্ৰতে যেতিয়া $\omega_d/\omega = 1$ হ'ব, তেতিয়াই বিস্তাৰ সৰ্বাধিক হ'ব। এই চিত্ৰত দেখুওৱা লেখসমূহৰ পৰাই বুজিব পাৰি যে অৱমন্দন যিমানে কম হয়, অনুনাদ শীৰ্ষ সিমানে ওখ আৰু সংকীৰ্ণ হয়।

চালক কম্পনাংক সলনি কৰি গৈ থাকিলে বিস্তাৰো সলনি হৈ থাকিব আৰু যেতিয়া তাৰ মান স্বাভাৱিক কম্পনাংকৰ মানৰ সমান হ'ব তেতিয়া বিস্তাৰ অসীম হ'ব বিচাৰিব। অৱশ্যে আলোচ্যমান অৱস্থাটো এটা আদৰ্শ অৱস্থাহে য'ত অৱমন্দনৰ মান শূন্য; এনেকুৱা অৱস্থা বাস্তৱত সম্ভৱ নহয়। অৱমন্দন কেতিয়াও সম্পূৰ্ণ শূন্য হ'ব নোৱাৰে। তোমালোকৰ অনেকৰ নিশ্চয় অভিজ্ঞতা আছে যে ঝুলনাত উঠি দুলি থাকোতে যদি দোলন এটা ঠিক সম্পূৰ্ণ হোৱাৰ ক্ষণটোতে ঝুলনাখনত এটা ঠেলামৰা হয় তেন্তে দোলনৰ বিস্তাৰ সৰ্বাধিক হয়। এই বিস্তাৰটো যথেষ্ট ডাঙৰ ঠিকেই, কিন্তু অসীম নহয়। কিয়নো, ঝুলনাখনৰ দোলনত কিছু হ'লেও অৱমন্দন থাকিবই। তলৰ (খ) অংশত এই বিষয়ে স্পষ্টকৈ জানিবলৈ পাবা।

(খ) চালক কম্পনাংক স্বাভাৱিক কম্পনাংকৰ প্ৰায় সমান

ω_d যদি ω ৰ প্ৰায় সমান হয় তেন্তে $m(\omega^2 - \omega_d^2)$ ৰ মান

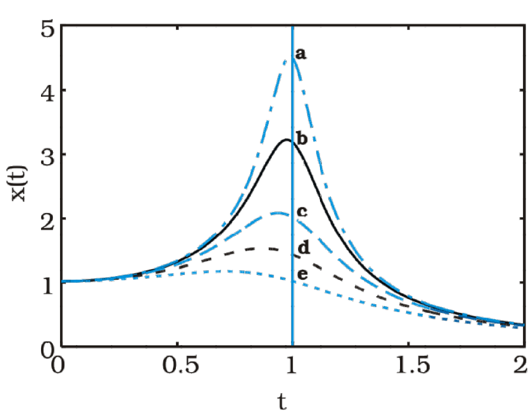
$\omega_d b$ তকৈ বহুত কম হ'ব— b ৰ সম্ভৱপৰ মান যিয়েই নহওক লাগিলে। তেতিয়া সমীকৰণ (14.39) ৰ ৰূপ হ'ব,

$$A = \frac{F_o}{\omega_d b} \quad (14.41)$$

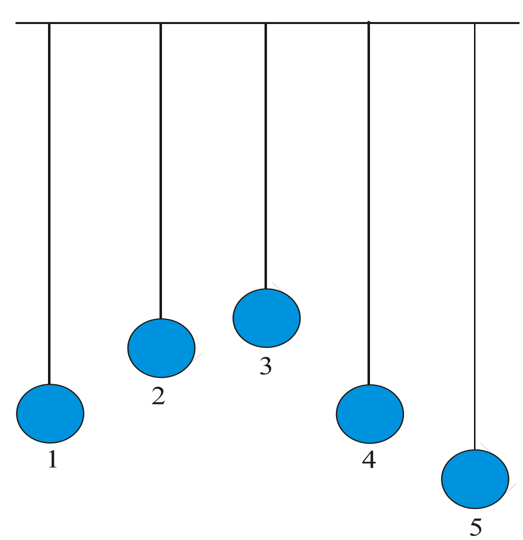
ইয়াৰ পৰা স্পষ্টভাৱে বুজিব পাৰি যে চালক কম্পনাংকৰ কোনো নিৰ্দিষ্ট মানৰ বাবে চালক কম্পনাংক আৰু অৱমন্দন উভয়ৰে ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি বিস্তাৰৰ সম্ভৱপৰ মান সৰ্বোচ্চ হয়, কিন্তু সি অসীম নহয়। চালক বলৰ কম্পনাংকৰ মান দোলকটোৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকৰ মানৰ প্ৰায় সমান হ'লে দোলকটোৰ দোলনৰ বিস্তাৰ বৃদ্ধি হৈ সৰ্বোচ্চ হয়। এই পৰিঘটনাক **'অনুনাদ'** (resonance) বোলা হয়।

প্ৰাত্যহিক জীৱনত অনুনাদ পৰিঘটনাটো আমাৰ প্ৰায়েই চকুত পৰে। ঝুলনৰ দোলন তাৰ এটা উৎকৃষ্ট উদাহৰণ। তোমালোকে হয়তো উপলব্ধি কৰিব পাৰা, ঝুলনাত উঠি দুলি থাকোতে বেছি উচ্চতালৈ যে যায় তাৰ মূলতে আছে ঝুলনাৰ দোলনৰ কম্পনাংকৰ সৈতে সময় মিলাই লৈ প্ৰতিবাৰ দোলন সম্পূৰ্ণ হোৱাৰ মুহূৰ্ততে ভৰিৰে মাটিত ঠেলা মাৰি দিয়াটো।

অনুনাদ পৰিঘটনাটো অধিক ভালদৰে ব্যাখ্যা কৰিবলৈ হ'লে চিত্ৰ 14.22 ত দেখুওৱাৰ নিচিনাকৈ ভিন ভিন দৈৰ্ঘ্যৰ পাঁচটা সৰল দোলক একেডাল ৰছীৰ পৰা ওলোমাই ৰখা হওক। 1নং আৰু 4নং দোলক দুটাৰ দৈৰ্ঘ্য সমান, বাকীবোৰৰ বেলেগ বেলেগ। এতিয়া 1নং দোলকটো দুলিবলৈ দিয়া হ'ল। এই দোলকটোৰ শক্তিখিনি সংযোগী ৰছীডালেদি আনবোৰ দোলকলৈ স্থানান্তৰিত হয়। তেতিয়া আনবোৰ দোলক দুলিবলৈ ধৰে। ইয়াৰ বাবে চালক বল ৰছীডালেদি দোলক বিলাকলৈ যায়। 1নং দোলকটো যি কম্পানাংকত দুলি থাকে, এই চালক বলটোৰ কম্পনাংক সিমান। লক্ষ্য কৰিলে দেখা যাব, 2, 3 আৰু 5নং দোলক কেইটাই পোনতে নিজৰ নিজৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকত আৰু ভিন ভিন বিস্তাৰত দুলিবলৈ ধৰে। কিন্তু আটাইবোৰৰ এনে গতি ক্ৰমে অৱমন্দিত হৈ শেষত নাইকীয়া হয়। সিবোৰৰ দোলনৰ কম্পনাংক ক্ৰমাৎ সলনি হয় আৰু এটা সময়ত গৈ 1নং দোলকটোৰ কম্পনাংকত (অৰ্থাৎ চালক বলৰ কম্পনাংকত) দুলিবলৈ আৰম্ভ কৰে। কিন্তু সেইবোৰৰ বিস্তাৰ বেলেগ বেলেগ হয়। আনহাতে 4নং দোলকৰ আচৰণ এই বিলাকৰ সৈতে নিমিলে। ই 1নং দোলকটোৰ সমান কম্পনাংকতহে দোলে; লগতে তাৰ



চিত্ৰ 14.21 *লেখসমূহৰ সহায়ত সমীকৰণ (14.41) ব্যাখ্যা কৰা হৈছে। অৱমন্দন বাঢ়ি গ'লে অনুনাদ বিস্তাৰ ($\omega = \omega_d$) কমি যায়।*



চিত্ৰ 14.22 *এডাল সাধাৰণ আলম্বৰ পৰা ভিন ভিন দৈৰ্ঘ্যৰ পাঁচটা সৰল দোলক ওলোমাই ৰখা হৈছে।*

বিস্তাৰ ক্ৰমে বাঢ়িবলৈ ধৰে আৰু সময়ত বিস্তাৰ যথেষ্ট বেছি হয়গৈ— যেন অনুনাদহে সৃষ্টি হৈছে। ইয়াৰ কাৰণ কি? অনুনাদ সৃষ্টি হোৱাৰ যি চৰ্ত এইক্ষেত্ৰত সেই চৰ্ত পূৰণ হৈছে। সেই চৰ্তটো হৈছে— তন্ত্ৰটোৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংক আৰু চালক বলৰ কম্পনাংক সমান।

এই পৰ্যন্ত আমি মাত্ৰ এটাহে স্বাভাৱিক কম্পনাংক থকা দোলক তন্ত্ৰৰ কথা আলোচনা কৰি আছো। একোটা তন্ত্ৰৰ একাধিক স্বাভাৱিক কম্পনাংক থাকিব পাৰে। তেনেকুৱা তন্ত্ৰৰ উদাহৰণ হৈছে কঁপি থকা তাঁৰ, কঁপি থকা বায়ুস্তম্ভ ইত্যাদি। ইয়াৰ পিছৰ অধ্যায়ত সেইবোৰ কথা পঢ়িবলৈ পাবা। অট্টালিকা, দলং, আকাশীযান আদি যান্ত্ৰিক সজ্জাৰ এটাতকৈ বেছি স্বাভাৱিক কম্পনাংক থাকিব পাৰে। কোনো বাহ্যিক পৰ্যাবৃত্ত বল প্ৰয়োগ কৰিলে সেইবোৰ তন্ত্ৰৰ আৰোপিত দোলন সৃষ্টি হয়। যদি কেনেবাকৈ বাহ্যিক বলৰ কম্পনাংক ω_d তন্ত্ৰটোৰ কোনো এটা স্বাভাৱিক কম্পনাংকৰ নিচেই ওচৰ চাপে তেন্তে দোলনৰ বিস্তাৰ বাৰুকৈ বাঢ়ি যাব (অনুনাদ ঘটিব); এই কথাই তন্ত্ৰটোৰ ক্ষতিসাধন কৰিব পাৰে। সেইবাবেই দলং একোখন পাৰ হোৱাৰ পৰত সৈন্যবোৰ পেৰেড নকৰাকৈ যায়। একে কাৰণতে ভূমিকম্প হোৱা অঞ্চল একোটাৰ আটাইবিলাক অট্টালিকাৰ সমানে ক্ষতি নহয়— লাগিলে সেইবোৰ একে পদাৰ্থৰে সমানে মজবুতকৈ নিৰ্মাণ কৰাই নহওঁক কিয়? একোটা অট্টালিকাৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংক উচ্চ প্ৰমুখে তাৰ আকাৰ বুজোৱা অন্যান্য ৰাশি আৰু লগতে নিৰ্মাণত ব্যৱহাৰ কৰা পদাৰ্থসমূহৰ প্ৰকৃতিৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। যিবোৰ অট্টালিকাৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংক ভূমিকম্পৰ তৰংগৰ কম্পনাংকৰ সৈতে প্ৰায় সমান হয়, সেইবোৰৰ ক্ষতিৰ পৰিমাণ আনবোৰ অট্টালিকাৰ ক্ষতিৰ পৰিমাণৰ তুলনাত অধিক হোৱাৰ সম্ভাৱনা বেছি।

সাৰাংশ

1. যিবোৰ গতিৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে সেইবোৰক পৰ্যাবৃত্ত গতি বোলা হয়।

2. পৰ্যায়কাল T হৈছে এটা দোলন বা চক্ৰ সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা কাল। কম্পনাংক ν ৰ সৈতে তাৰ সম্বন্ধ

$$T = \frac{1}{\nu}$$

পৰ্যাবৃত্ত বা দোলকীয় গতিৰ কম্পনাংক ν হৈছে একক সময়ত সম্পূৰ্ণ কৰা দোলনৰ সংখ্যা। ইয়াৰ এছ আই একক হাৰ্টজ।

$$1 \text{ হাৰ্টজ} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ দোলন প্ৰতি ছে.} = 1\text{s}^{-1}$$

3. সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত সাম্য অৱস্থানৰ পৰা পদাৰ্থ কণাটোৰ সৰণ $x(t)$ এনে ধৰণৰ

$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ (সৰণ)

ইয়াত A হৈছে সৰণৰ বিস্তাৰ, $(\omega t + \phi)$ ৰাশিটো গতিৰ দশা, আৰু ϕ হৈছে দশাধ্ৰুৱক।

গতিটোৰ পৰ্যায়কাল আৰু কম্পনাংকৰ সৈতে কৌণিক কম্পনাংক ω ৰ সম্বন্ধ।

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

4. যিটো বৃত্তৰ ওপৰেদি সুষম বৃত্তীয় গতি চলি থাকে সেই বৃত্তটোৰ ব্যাসৰ ওপৰত সুষম বৃত্তীয় গতিটোৰ প্ৰক্ষেপেই হৈছে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি।

5. সময়ৰ ফলনৰ ৰূপত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট কণাৰ বেগ আৰু ত্বৰণ

$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$ (বেগ),

$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$

$= -\omega^2 x(t)$ (ত্বৰণ),

ইয়াৰ পৰা দেখা যায়, সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট বস্তু এটাৰ বেগ আৰু ত্বৰণ উভয়েই পৰ্যাবৃত্ত ফলন। গতিটোৰ বেগৰ বিস্তাৰ $v_m = \omega A$ আৰু ত্বৰণৰ বিস্তাৰ $a_m = w^2 A$।

6. সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট বস্তু এটাৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বল বস্তুটোৰ সৰণৰ সমানুপাতিক আৰু সেই বল গতিটোৰ কেন্দ্ৰাভিমুখী।

7. কোনো সময়ত, সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট কণা এটাৰ গতিশক্তি (K) আৰু স্থিতিশক্তি *(U)* ক্ৰমে $K = \frac{1}{2} mv^2$ আৰু $U = \frac{1}{2} kx^2$। K আৰু U সময় সাপেক্ষে পৰিৱৰ্তনশীল হ'লেও ঘৰ্ষণবিহীন অৱস্থাত তন্ত্ৰটোৰ যান্ত্ৰিক শক্তি $E = K + U$ সদায় ধ্ৰুৱক।

8. m ভৰৰ এটা পদাৰ্থ কণা হুকৰ প্ৰত্যানয়নী বল $F = -kx$ ৰ প্ৰভাৱত দুলি থাকিলে তাৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত হয়। তেনে গতিৰ কম্পনাংক আৰু পৰ্যায়কাল ক্ৰমে,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \text{(কৌণিক কম্পনাংক)}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{(পৰ্যায়কাল)}$$

এনেকুৱা তন্ত্ৰক ৰৈখিক দোলক বুলিও কোৱা হয়।

9. সৰু কোণৰ ভিতৰত দুলি থকা সৰল দোলকৰ গতি মোটামুটিভাৱে সৰল পৰ্যাবৃত্ত। তাৰ দোলন কাল

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

10. দোলন ঘটি থকা সময়ৰ ভিতৰত বাস্তৱ দোলনতন্ত্ৰৰ যান্ত্ৰিক শক্তি হ্ৰাস পায়, কিয়নো কৰ্ষণৰ (drag)

দৰে বাহ্যিক বলে দোলনত বাধা প্ৰদান কৰে আৰু যান্ত্ৰিক শক্তিক তাপলৈ ৰূপান্তৰ কৰে। তেনেকুৱা হ'লে বাস্তৱ দোলক আৰু তাৰ গতিক অৱমন্দিত গতি বুলি কোৱা হয়। অৱমন্দক বলটো ধৰা হওক, $F_d = -bv$ য'ত v হৈছে দোলকটোৰ বেগ, আৰু b এটা অৱমন্দন ধ্ৰুৱক। তেতিয়া হ'লে দোলকটোৰ সৰণ হ'ব,

$$x(t) = A\, e^{-bt/2m} \cos(\omega' t + \phi)$$

ইয়াত ω' অৱমন্দিত দোলকটোৰ কৌণিক কম্পনাংক আৰু $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$

অৱমন্দন ধ্ৰুৱকৰ মান কম হ'লে $\omega' = \omega$, য'ত ω হৈছে অৱমন্দনহীন দোলকৰ কৌণিক কম্পনাংক। অৱমন্দিত দোলকৰ যান্ত্ৰিক শক্তি E এনেধৰণৰ—

$$E(t) = \frac{1}{2} k A^2 e^{-bt/m}$$

11. যদি ω_d কৌণিক কম্পনাংকৰ বাহ্যিক বল এটাই ω স্বাভাৱিক কৌণিক কম্পনাংকত দোলনৰত তন্ত্ৰ এটাৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰে তেন্তে তন্ত্ৰটোৱে ω_d কৌণিক কম্পনাংকৰ সমান কম্পনাংকত দুলিবলৈ লয়। যেতিয়া $\omega_d = \omega$ হয়, তেতিয়া দোলনৰ বিস্তাৰ সৰ্বোচ্চ হয় আৰু তেনেকুৱা হ'লে **অনুনাদ** ঘটা বোলা হয়।

ভৌতিক ৰাশি	প্ৰতীক	মাত্ৰা	একক	মন্তব্য
পৰ্যায়কাল	T	[T]	s	গতিটোৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটিবলৈ লগা নিম্নতম সময়
কম্পনাংক	ν বা f	[T^{-1}]	s^{-1}	$\nu = \frac{1}{T}$
কৌণিক কম্পনাংক	ω	[T^{-1}]	s^{-1}	$\omega = 2\pi\nu$
দশা ধ্ৰুৱক	ϕ	মাত্ৰা নাই	rad	সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত সৰণৰ প্ৰাৰম্ভিক দশা
বল ধ্ৰুৱক	k	[MT^{-2}]	N m^{-1}	সৰল গতি $F = -kx$

মন কৰিবলগীয়া

1. পৰ্যায়কাল T এনে নিম্নতম সময় যি সময়ৰ পিছত গতিটোৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে। n এটা পূৰ্ণসংখ্যা হ'লে nT সময়ৰ মূৰে মূৰে গতিটোৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে।

2. প্ৰত্যেকটো পৰ্যাবৃত্ত (periodic) গতিয়েই সৰল পৰ্যাবৃত্ত (S.H) নহয়। যিবোৰ পৰ্যাবৃত্ত (periodic) গতিয়ে $F = -kx$, এই বলনীতি মানি চলে, মাত্ৰ সেইবোৰহে পৰ্যাবৃত্ত গতি (S.H) বিশিষ্ট হ'ব।

3. বৃত্তীয় গতি সৃষ্টি কৰে ব্যস্ত বৰ্গানুপাত সূত্ৰ মানি চলা বল (গ্ৰহসমূহৰ গতিৰ লেখিয়া) আৰু দ্বিমাত্ৰিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত বলে ($F = -m\omega^2 v$)। দ্বিমাত্ৰিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বেলিকা x আৰু y, পৰস্পৰ লম্ব এই দুই দিশৰ মাজত গতিটোৰ দশা পাৰ্থক্য হ'ব লাগিব $\omega/2$। তাৰ ফলত (O,A) প্ৰাৰম্ভিক স্থানত থকা (ωA, O) বেগ সম্পন্ন পদাৰ্থ কণা এটাৰ ওপৰত $-m\omega^2 v$ বল প্ৰয়োগ কৰিলে সি A ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত এটাত সুষমভাৱে গতি কৰি থাকিব।

4. ω কৌণিক কম্পনাংকৰ কোনো ৰৈখিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ ক্ষেত্ৰত গতিটো সম্পূৰ্ণৰূপে নিৰূপণ কৰিবলৈ হ'লে দুটা যাদৃচ্ছিক (arbitrary) প্ৰাৰম্ভিক চৰ্ত প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত। প্ৰাৰম্ভিক চৰ্ত এনেধৰণৰ হ'ব পাৰে—
   (i) প্ৰাৰম্ভিক অৱস্থান আৰু প্ৰাৰম্ভিক বেগ, নতুবা
   (ii) বিস্তাৰ আৰু দশা, নতুবা
   (iii) শক্তি আৰু দশা।

5. ওপৰৰ 4 নম্বৰত কোৱাৰ দৰে, বিস্তাৰ আৰু শক্তি দিয়া থাকিলে প্ৰাৰম্ভিক অৱস্থান অথবা প্ৰাৰম্ভিক বেগে গতিৰ দশা নিৰূপণ কৰিব।

6. যিকোনো বিস্তাৰ আৰু দশাৰ দুটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি লগ লাগিলে এটা এটা পৰ্যাবৃত্ত গতি হ'বই বুলিব নোৱাৰি। যেতিয়া গতি দুটাৰ কোনো এটাৰ কম্পনাংক আনটোৰ কম্পনাংকৰ অখণ্ড গুণিতক হয় তেতিয়াহে সি পৰ্যাবৃত্ত হ'ব। অৱশ্যে পৰ্যাবৃত্ত গতিক (periodic motion) সদায় উপযুক্ত বিস্তাৰৰ অসংখ্য সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত (harmonic motion) প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

7. সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ পৰ্যায়কাল বিস্তাৰ, শক্তি নাইবা দশা ধ্ৰুৱকৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে। অৱশ্যে এই কথা কেপলাৰৰ তৃতীয় সূত্ৰ অনুসাৰে মহাকৰ্ষণ ক্ষেত্ৰত নিৰ্দিষ্ট কক্ষপথেদি ঘূৰি থকা গ্ৰহণসমূহৰ পৰ্যায়কালৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য নহয়।

8. কম কৌণিক সৰণৰ ভিতৰত সৰল দোলকৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত।

9. কোনো পদাৰ্থ কণাৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত হ'বৰ কাৰণে তাৰ সৰণ x ক তলৰ কোনো এটা ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পৰা হ'ব লাগিব—

$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$

$x = A \cos (\omega t + \alpha)$,

$x = B \sin (\omega t + \beta)$

তিনিওটা ৰূপেই পৰস্পৰ সমতুল (অৰ্থাৎ ইয়াৰ যিকোনো এটাক আন দুটাৰ ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। গতিকে, অৱমন্দিত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি(সমীকৰণ (14.31) প্ৰকৃতাৰ্থত সৰল পৰ্যাবৃত্ত নহয়। যেতিয়া সময় অন্তৰাল $2m/b$ তকৈ (b হৈছে অৱমন্দন ধ্ৰুৱক) বহুত কম হৈ থাকে তেতিয়া অৱশ্যে ই আসন্নভাৱে সৰল পৰ্যাবৃত্ত হয়।

10. আৰোপিত দোলনত কণাটোৰ স্থিৰাৱস্থা গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত হয়; তেনে গতিৰ কম্পনাংক চালক বলৰ কম্পনাংক ω_d ৰ সমান, কণাটোৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকৰ সমান নহয়।

11. অৱমন্দনশূন্য আদৰ্শ ক্ষেত্ৰত, অনুনাদ ঘটা অৱস্থাত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বিস্তাৰ অসীম হয়। আচলতে কিন্তু পৰিমাণ যিমানেই নগণ্য নহওক, সকলো বাস্তৱ তন্ত্ৰতে অৱমন্দন অৱশ্যম্ভাৱী।

12. আৰোপিত দোলনত কণাটোৰ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ দশা চালক বলৰ দশাতকৈ বেলেগ হয়।

অনুশীলনী

14.1 তলত দিয়া কোনবোৰ উদাহৰণে পৰ্যাবৃত্ত গতি বুজায়?

(a) এজন সাঁতোৰবিদ নৈৰ এটা পাৰৰ পৰা আনটো পাৰলৈ গৈ তাৰ পৰা পুনৰ আনটো পাৰলৈ উভতি আহিছে।

(b) মুক্তভাৱে ওলোমাই ৰখা দণ্ড চুম্বক এডালক উত্তৰ-দক্ষিণ মুৰাকৈ থকাৰ পৰা বিচ্যুত কৰি এৰি দিয়া হৈছে।

(c) এটা হাইড্ৰ'জেন অণু তাৰ ভৰকেন্দ্ৰ সাপেক্ষে ঘূৰি আছে।

(d) ধনু এখনৰ পৰা কাঁড় এপাত এৰি দিয়া হৈছে।

14.2 তলৰ কোনবোৰ উদাহৰণে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি আৰু কোনবোৰে পৰ্যাবৃত্ত (কিন্তু সৰল পৰ্যাবৃত্ত নহয়) গতি বুজায়?

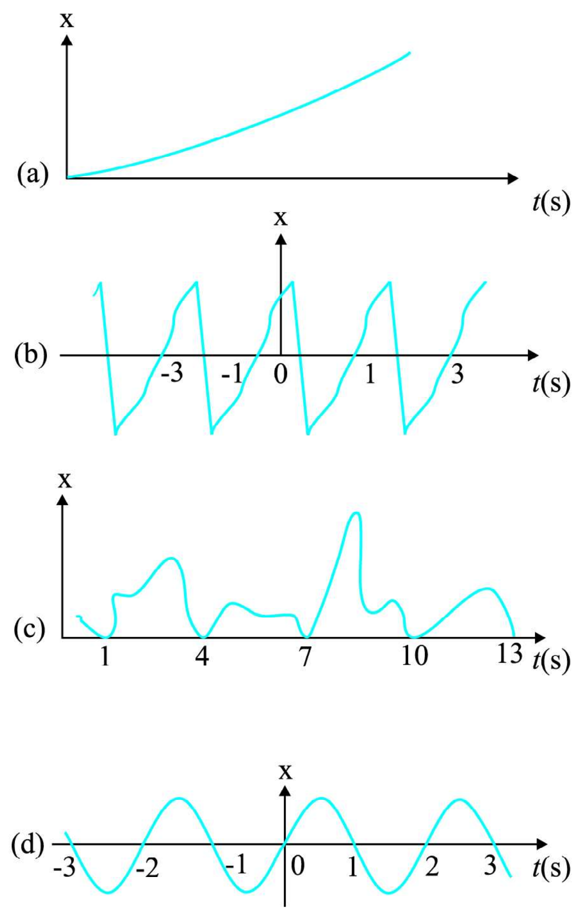
(a) নিজ মেৰুদণ্ড সাপেক্ষে পৃথিৱীৰ আৱৰ্তন।

(b) U-নলীত দুলি থকা পাৰাস্তম্ভৰ গতি।

(c) সুষম ভাঁজবিশিষ্ট বাটি এটাৰ তলিৰ নিম্নতম বিন্দুটোৰ সামান্য ওপৰৰ পৰা বাটিটোত লগাই বল বিয়াৰিং এটা এৰি দিলে হোৱা গতি।

(d) সমান অৱস্থান সাপেক্ষে বহু পাৰমাণৱিক অণু এটাৰ সাধাৰণ কম্পন।

14.3 চিত্ৰ 14.23 ত পদাৰ্থ কণা এটাৰ ৰৈখিক গতিৰ চাৰিটা x-t লেখ দেখুওৱা হৈছে। কোনটো লেখে পৰ্যাবৃত্ত গতি বুজাইছে? যিটোৱে বুজাইছে তাৰ পৰ্যায়কাল কিমান?



চিত্ৰ 14.23

14.4 তলত দিয়া কোনবোৰ সময়ৰ ফলনে

(a) সৰল পৰ্যাবৃত্ত, (b) পৰ্যাবৃত্ত, কিন্তু সৰল পৰ্যাবৃত্ত নহয় আৰু (c) অপৰ্যাবৃত্ত গতি বুজায়? প্ৰতিটো পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ পৰ্যায়কাল লিখা (ω হৈছে যিকোনো ধনাত্মক ধ্ৰুৱক) ঃ

(a) $\sin \omega t - \cos \omega t$

(b) $\sin^3 \omega t$

(c) $3 \cos (\pi/4 - 2\omega t)$

(d) $\cos \omega t + \cos 3\omega t + \cos 5\omega t$

(e) $\exp (-\omega^2 t^2)$

(f) $1 + \omega t + \omega^2 t^2$

14.5 পৰস্পৰ 10 ছে.মি. ব্যৱধানত থকা A আৰু B বিন্দু দুটাৰ মাজত এটা পদাৰ্থ কণাই ৰৈখিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত অহা-যোৱা কৰি আছে। A ৰ পৰা B লৈ দিশটোক ধনাত্মক দিশ হিচাপে লৈ কণাটোৰ বেগ, ত্বৰণ আৰু তাৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰি থকা বলৰ দিশ ধনাত্মক নে ঋণাত্মক হ'ব কোৱা ঃ যেতিয়া কণাটো—

(a) A মূৰত থাকে।

(b) B মূৰত থাকে।

(c) A ৰ পিনলৈ গতি কৰোতে AB ৰ মধ্যবিন্দুত থাকে।

(d) A ৰ পিনলৈ গতি কৰোতে B ৰ পৰা 2 cm আঁতৰত থাকে।

(e) B ৰ পিনলৈ গতি কৰোতে A ৰ পৰা 3 cm আঁতৰত থাকে।

(f) A ৰ পিনলৈ গতি কৰোতে B ৰ পৰা 4 cm আঁতৰত থাকে।

14.6 তলত উল্লেখ কৰা ত্বৰণ a আৰু সৰণ x ৰ কোনবোৰ সম্বন্ধই সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি বুজায়?

(a) $a = 0.7x$

(b) $a = -200x^2$

(c) $a = -10x$

(d) $a = 100x^3$

14.7 সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট এটা পদাৰ্থ কণাৰ গতি তলত দিয়া সৰণ ফলনৰ দ্বাৰা বুজোৱা হৈছে ঃ

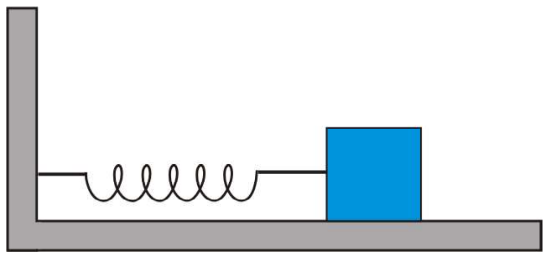
$x(t) = A \cos (wt + \phi)$.

যদি পদাৰ্থ কণাটোৰ প্ৰাৰম্ভিক ($t = 0$) অৱস্থান 1 cm আৰু প্ৰাৰম্ভিক বেগ ω cm/s^{-1} হয়, তেন্তে তাৰ বিস্তাৰ আৰু প্ৰাৰম্ভিক দশা কোণ কিমান হ'ব? কণাটোৰ কৌণিক কম্পনাংক π s^{-1}। যদি ক'ছাইন ফলনৰ পৰিৱৰ্তে ছাইন ফলনৰ দ্বাৰা গতিটো [$x = B \sin (\omega t + \alpha)$] বুজোৱা হয় তেন্তে উল্লিখিত প্ৰাৰম্ভিক চৰ্ত সাপেক্ষে কণাটোৰ বিস্তাৰ আৰু প্ৰাৰম্ভিক দশা কি হ'ব?

14.8 এখন স্প্ৰিং তুলাৰ স্কেলডালে 0 ৰ পৰা 50 kg লৈকে পাঠ দেখুৱায়। স্কেলডালৰ দীৰ্ঘ 20 cm। এই তুলাখনৰ পৰা ওলোমাই ৰখা বস্তু এটা তললৈ টানি এৰি দিলে তাৰ 0.6 s পৰ্যায়কালৰ এটা দোলন ঘটে। বস্তুটোৰ ওজন কিমান?

14.9 1200 N m^{-1} স্প্ৰিং ধ্ৰুৱকৰ এডাল স্প্ৰিং চিত্ৰ 14.24 ত দেখুওৱাৰ নিচিনাকৈ অনুভূমিক টেবুল এখনৰ

ওপৰত লগাই ৰখা হৈছে। এটা 3 kg ভৰৰ বস্তু স্প্ৰিংডালৰ মুক্ত মূৰটোত সংযোগ কৰি দিয়া হৈছে। বস্তুটো এদাঁতিলৈ 2 cm দূৰ টানি নি এৰি দিয়া হ'ল। তেতিয়া হ'লে বস্তুটোৰ (i) দোলনৰ কম্পনাংক, (ii) সৰ্বাধিক ত্বৰণ আৰু (iii) সৰ্বোচ্চ দ্ৰুতি কিমান?



চিত্ৰ 14.24

14.10 ওপৰৰ 14.9 প্ৰশ্নত স্প্ৰিংডাল নটনা অৱস্থাত ভৰটো যি অৱস্থানত থাকিব তাৰ স্থানাংক $x = 0$ ৰে বুজোৱা হওক। লগতে বাওঁফালৰ পৰা সোঁফাললৈ দিশটো x- অক্ষৰ ধনাত্মক দিশ বুলি ধৰা যাওক। ষ্টপঘড়ীটো ষ্টাৰ্ট কৰা মুহূৰ্তত ($t = 0$) ভৰটো যদি

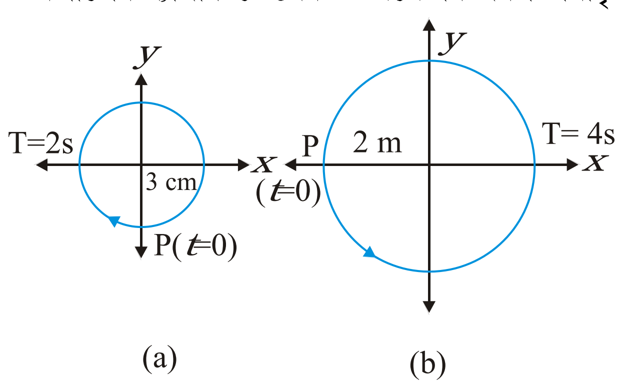
(a) মাধ্য অৱস্থানত থাকে,

(b) সৰ্বাধিক পৰিমাণে টনা অৱস্থানত থাকে,

(c) সৰ্বাধিক পৰিমাণে সংকুচিত অৱস্থানত থাকে,

তেন্তে দুলি থকা ভৰটোৰ অৱস্থান x ক সময়ৰ ফলনৰ ৰূপত লিখা। সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ এই ফলন কেইটা কম্পনাংক, নে বিস্তাৰ, নে প্ৰাৰম্ভিক দশা, কোন ক্ষেত্ৰত এটা আনটোতকৈ বেলেগ?

14.11 চিত্ৰ 14.25 ত দুটা বৃত্তীয় গতি দেখুওৱা হৈছে। বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধ, ঘূৰণৰ কাল, প্ৰাৰম্ভিক অৱস্থান আৰু ঘূৰণৰ দিশ (ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত নে বিপৰীত দিশত) উভয় চিত্ৰতে দেখুওৱা হৈছে। দুয়োটা ক্ষেত্ৰত বৃত্তৰ ওপৰেদি ঘূৰি ফুৰা P কণাটোৰ ব্যাসাৰ্ধ ভেক্টৰৰ x- প্ৰক্ষেপৰ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি নিৰূপণ কৰা।



চিত্ৰ 14.25

14.12 তলত দিয়া সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবোৰৰ প্ৰত্যেকৰ বাবে প্ৰসংগ বৃত্ত আঁকা। ঘূৰ্ণীয়মান কণাটোৰ প্ৰাৰম্ভিক অৱস্থানত (t =0) বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধ আৰু কৌণিক দ্ৰুতি দেখুওৱা। সৰলতাৰ খাতিৰত প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰতে ঘূৰ্ণৰ দিশ ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীতমুখী বুলি ধৰি ল'ব পাৰা। (x, cm ত আৰু t, s ত আছে)

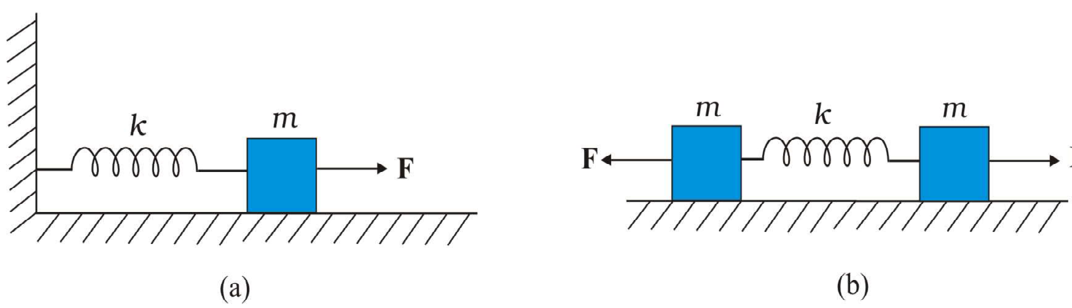
(a) $x = -2\ \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$

(b) $x = \cos\left(\frac{\pi}{6} - t\right)$

(c) $x = 3\ \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

(d) $x = 2\ \cos\ \pi t$

14.13 k বলধ্ৰুৱকৰ স্প্ৰিং এডালৰ এটা মূৰ চিত্ৰ 14.26 (a) ত দেখুওৱাৰ দৰে দৃঢ়ভাৱে ক্লেম্প কৰি ৰখা হৈছে। মুক্ত মূৰটোত প্ৰয়োগ কৰা $\vec{\mathbf{F}}$ বলটোৱে স্প্ৰিংডাল টানিছে। চিত্ৰ 14.26 (b)ত একেডাল স্প্ৰিঙৰ দুয়োটা মুক্ত মূৰত m ভৰৰ দুটা বস্তু সংলগ্ন কৰি ৰখা হৈছে আৰু স্প্ৰিংডালৰ প্ৰতিটো মূৰ সমান বল **F** এৰে টনা হৈছে।



চিত্ৰ 14.26

(a) দুয়োটা ক্ষেত্ৰত স্প্ৰিংডালৰ সৰ্বাধিক বিস্তৃতি (extension) কিমান?

(b) যদি চিত্ৰ (a) ৰ ভৰটো আৰু (b) ৰ দুয়োটা ভৰ এতিয়া এৰি দিয়া হয়, তেন্তে দুয়োটা ক্ষেত্ৰত দোলনৰ পৰ্যায়কাল কিমান হ'ব?

14.14 এখন মটৰ গাড়ীৰ চিলিণ্ডাৰৰ পিষ্টনটোৰ ষ্ট্ৰ'ক (বিস্তাৰৰ দুগুন) 1.0 m। যদি পিষ্টনটো 200 rad/min কৌণিক কম্পনাংকৰ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলি থাকে, তেন্তে তাৰ সৰ্বাধিক দ্ৰুতি কিমান হ'ব?

14.15 চন্দ্ৰপৃষ্ঠত মাধ্যাকৰ্ষণিক ত্বৰণ 1.7 m s^{-2}। যদি ভূপৃষ্ঠত এটা দোলকৰ পৰ্যায়কাল 3.5 s হয়, তেন্তে চন্দ্ৰপৃষ্ঠত তাৰ পৰ্যায়কাল কিমান হ'ব? (ভূপৃষ্ঠত g ৰ মান 9.8 m s^{-2})

14.16 তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট পদাৰ্থ কণা এটাৰ পৰ্যায়কাল, বলধ্ৰুৱক k আৰু কণাটোৰ ভৰ m ৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। পৰ্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ । সৰল দোলক এটা মোটামুটিভাৱে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থাকে। তেনেহ'লে সৰল দোলকটোৰ পৰ্যায়কাল কিয় দোলকপিণ্ডৰ ভৰৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে?

(b) দোলনৰ কৌণিক বিস্তাৰ কম হ'লে সৰল দোলকৰ গতি প্ৰায় সৰল পৰ্যাবৃত্ত হয়। অধিক বিশ্লেষণৰ পৰা পোৱা যায় যে কৌণিক বিস্তাৰ বেছি হ'লে T ৰ মান $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ তকৈ বেছি হয়। ইয়াৰ সমৰ্থনত এটা গুণগত যুক্তি দাঙি ধৰা।

(c) হাতঘড়ী এটা পিন্ধা অৱস্থাৰে এজন মানুহ এটা গম্বুজৰ ওপৰৰ পৰা পৰিল। মুক্তভাৱে পৰা সেই সময়খিনিৰ ভিতৰত হাতঘড়ীটোৱে শুদ্ধ সময় দেখুৱাবনে?

(d) এটা কেবিনৰ ভিতৰত সৰল দোলক এটা স্থিৰভাৱে ৰখা হৈছে। কেবিনটো মাধ্যাকৰ্ষণৰ প্ৰভাৱত ওপৰৰ পৰা মুক্তভাৱে পৰিবলৈ দিয়া হ'ল। পৰি থকা সময়খিনিৰ ভিতৰত দোলকটোৰ দোলনৰ কম্পনাংক কিমান হ'ব?

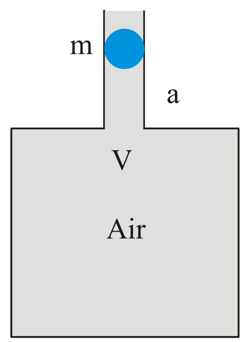
14.17 l দৈৰ্ঘ্যৰ সৰল দোলক এটাৰ পিণ্ডটোৰ ভৰ M । দোলকটো এখন গাড়ীৰ ভিতৰত ওলোমাই ৰখা হৈছে। গাড়ীখনে V সুষম দ্ৰুতিৰে R ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্তীয় পথেদি গতি কৰি আছে। যদি দোলকটোৱে তাৰ সাম্য অৱস্থান সাপেক্ষে ব্যাসাৰ্ধৰ দিশত কম বিস্তাৰৰ ভিতৰত দুলি থাকে তেন্তে তাৰ দোলন কাল কিমান হ'ব?

14.18 h উচ্চতাবিশিষ্ট চুঙাকৃতিৰ কৰ্ক এটুকুৰাৰ ভূমি ভাগৰ কালি A; টুকুৰটো ρ_l ঘনত্বৰ জুলীয়া পদাৰ্থ এটাত ওপঙি আছে। কৰ্ক টুকুৰা সামান্যভাৱে তললৈ হেঁচি এৰি দিয়া হ'ল। দেখুওৱা যে কৰ্ক টুকুৰাই সৰল পৰ্যাবৃত্তভাৱে তল-ওপৰকৈ গতি কৰে আৰু তাৰ পৰ্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{h\rho}{\rho_l g}}$, য'ত ρ হৈছে কৰ্ক টুকুৰাৰ ঘনত্ব (তৰলৰ সান্দ্ৰতাৰ কাৰণে হোৱা অৱমন্দন শূন্য বুলি ধৰিবা)

14.19 ভিতৰত আংশিকভাৱে পাৰা থকা U-নলী এটাৰ মূৰ শোষণ পাম্প এটাৰ সৈতে সংযোগ কৰা আছে আৰু আনটো মূৰ বায়ুত মুকলি হৈ আছে। দুয়োটা স্তম্ভৰ মাজত সামান্য পৰিমাণে চাপৰ পাৰ্থক্য ৰখা হৈছে। দেখুওৱা যে শোষণ পাম্পটোৰ সংযোগ আঁতৰাই দিলে U-নলীত থকা পাৰাস্তম্ভ দুটা সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থাকে।

অতিৰিক্ত অনুশীলনী

14.20 V আয়ত বিশিষ্ট বায়ুপ্ৰকোষ্ঠ এটাৰ ডিঙি অংশৰ প্ৰস্থচ্ছেদ α । এই অংশত m ভৰৰ বল এটা সঠিকভাৱে খাপ খায়। বলটো কোনো ঘৰ্ষণ নোহোৱাকৈ ডিঙি অংশত উঠা-নমা কৰি থাকিব পাৰে। (চিত্ৰ14.27)। দেখুওৱা যে বলটো যদি সামান্যভাৱে তললৈ হেঁচি দি এৰি দিয়া হয় তেন্তে সি সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থাকিব। বায়ুৰ চাপ-আয়তন পৰিৱৰ্তন সমোষ্ণী বুলি ধৰি লৈ বলটোৰ দোলন কালৰ এটা প্ৰকাশ ৰাশি উলিওৱা।



চিত্ৰ 14.27

14.21 ধৰি লোৱা, তুমি 3000 kg ভৰৰ এখন মটৰ গাড়ীত উঠি আছা। তুমি গাড়ীখনৰ ছাছপেনছন ব্যৱস্থাটোৰ দোলনৰ প্ৰকৃতি নিৰীক্ষণ কৰিছা। যেতিয়া গোটেই গাড়ীখন ছাছপেনছনৰ ওপৰত স্থিৰ কৰি ৰখা হয়, তেতিয়া ছাছপেনছন, 15 cm ওলমি পৰে। তদুপৰি এটা সম্পূৰ্ণ দোলনত বিস্তাৰ 50 শতাংশ কমি যায়। তেনেহ'লে—

(a) স্প্ৰিংধ্ৰুৱক k ৰ মান

(b) এটা চকাৰ স্প্ৰিং আৰু ছক এবজৰ্বাৰ ব্যৱস্থাটোৰ অৱমন্দন ধ্ৰুৱক b নিৰ্ণয় কৰা। ধৰি লোৱা যে প্ৰতিটো চকাই 750 kg ভৰ বহন কৰিব পাৰে।

14.22 দেখুওৱা যে এটা সম্পূৰ্ণ দোলনকালৰ ভিতৰত ৰৈখিক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিবিশিষ্ট পদাৰ্থ কণা এটাৰ গড় গতিশক্তি আৰু গড় স্থিতিশক্তি সমান।

14.23 10 kg ভৰৰ বৃত্তাকাৰ থাল এখন তাৰ কেন্দ্ৰৰ মাজেদি সুমুৱাই ৰখা তাঁৰ এডালৰ সহায়ত আনুভূমিক সমতলত ওলোমাই ৰখা হৈছে। থালখন ঘূৰাই তাঁৰডাল পকোৱা হ'ল; তাৰ পিছত তাক এৰি দিয়া হ'ল। পাকদোলনকাল 15 s পোৱা গ'ল। থালখনৰ ব্যাসাৰ্ধ 15cm। তাঁৰডালৰ পাক স্প্ৰিংধ্ৰুৱক (Torsional spring constant) নিৰ্ণয় কৰা। (পাক স্প্ৰিং ধ্ৰুৱক α ৰ সংজ্ঞা দিয়া হয় $J = -\alpha\,\theta$, এই সম্বন্ধৰ দ্বাৰা। ইয়াত J হৈছে প্ৰত্যানয়নী বলযুগ্ম (restoring couple) আৰু θ পাক কোণ (angle of twist)।

14.24 এটা বস্তু 5 cm বিস্তাৰ আৰু 0.2 ছে. পৰ্য্যায়কালেৰে সৰল পৰ্যাবৃত্তভাৱে গতি কৰি আছে। যেতিয়া বস্তুটোৰ সৰণ (ক) 5 cm (খ) 3 cm আৰু (গ) 0 cm হয় তেতিয়া বস্তুটোৰ ত্বৰণ আৰু বেগ নিৰ্ণয় কৰা।

14.25 এডাল স্প্ৰিঙৰ সৈতে সংলগ্ন কৰি ৰখা বস্তুপিণ্ড এটা আনুভূমিক তল এখনৰ ওপৰত কোনো ঘৰ্ষণ অথবা অৱমন্দন নোহোৱাকৈ মুক্তভাৱে দুলি আছে। পিণ্ডটোক x_0 দূৰত্বলৈ টানি নি $t = 0$ সময়ত v_0 বেগেৰে কেন্দ্ৰটোৰ পিনলৈ ঠেলি পঠিওৱা হ'ল। লব্ধ দোলনৰ বিস্তাৰ ω, x_0 আৰু v_0 এই তিনিটা ৰাশিৰ ৰূপত প্ৰকাশ কৰা। [ইংগিত ঃ সমীকৰণ $x = a \cos(\omega t+\theta)$ ৰ সহায়ত আগবাঢ়া। মন কৰিবা যে প্ৰাৰম্ভিক বেগ ঋণাত্মক।]