அலகு

2

இயக்கவியல் (Kinematics)

இயற்கையின் அனைத்து விதிகளும் கணித மொழியில் எழுதப்பட்டுள்ளன.– கலிலியோ

கற்றலின் நோக்கங்கள்:

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

- இயக்கங்களின் பல்வேறு வகைகள் (நேர்க்கோட்டு இயக்கம், சுழற்சி இயக்கம் மற்றும் அலைவியக்கம்)
- பொருட்களின் இயக்கத்தினை விளக்குவதில் குறிப்பாயங்களின் பங்கு
- வெக்டர்கள், ஸ்கேலர்கள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகள்
- இயற்பியலில் வெக்டர் மற்றும் ஸ்கேலர் பெருக்கல்களின் முக்கியத்துவம்
- வகைநுண்கணிதம் மற்றும் தொகை நுண்கணிதங்களின் அடிப்படை
- இடப்பெயர்ச்சி, கடந்த தொலைவு மற்றும் நேரத்தைப் பொறுத்து அவற்றில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் பற்றிய கருத்துகள்
- வேகம், திசைவேகம், முடுக்கம் மற்றும் அவற்றின் வரைபடங்கள் பற்றிய கருத்துகள்
- சார்புத் திசைவேகம்
- சீரான முடுக்கத்தில் இயங்கும் பொருள்களின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்
- புவியீர்ப்பு விசையினால் பொருளில் ஏற்படும் பல்வேறு இயக்கங்கள் பற்றிய பகுப்பாய்வு
- ரேடியன் மற்றும் டிகிரி
- சீரான வட்ட இயக்கம், மையநோக்கு முடுக்கம் மற்றும் மையநோக்கு விசை

32NRJ5

2.1 அறிமுகம்

இயற்பியல், அடிப்படையில் ஒரு சோதனை அடிப்படையிலான அறிவியல் (Experimental Science) ஆகும். இது சோதனை மற்றும் கணிதம் என்ற இரண்டு தூண்களின் மீது நிலை நிறுத்தப்பட்டுள்ளது. இரண்டாயிரத்து முன்னூறு ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் கிரேக்க நூலகர் இராட்டோஸ்தெனிஸ் (Eratosthenes) என்பவர் புவியின் ஆரத்தை அளவீடு செய்தார். மிக நீண்ட இடைவெளிக்குப் பின்னர், 20ஆம் நூற்றாண்டின் துவக்கத்தில்தான் அணுவின் அளவு அளவீடு செய்யப்பட்டது. இயற்பியலின் மையக்கருத்தாக இயக்கம் உள்ளது. அணுத்துகள்களின் இயக்கத்திலிருந்து, பிரபஞ்சத்தில் உள்ள கோள்களின் இயக்கம் வரை இயற்கையின் அனைத்து நிலைகளிலும் இயக்கம் இருக்கிறது. சுருங்கக்கூறின் முழு பிரபஞ்சமே பல்வேறு வகையான இயக்கங்களின் தொகுப்பாக உள்ளது. இந்த பல்வேறு வகையான இயக்கங்களும் கணித மொழியில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

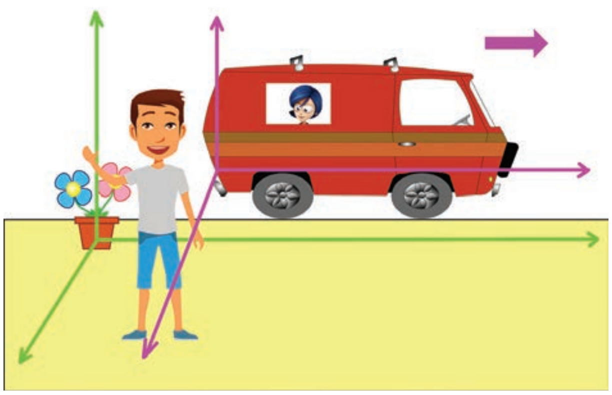
பொருள் எவ்வாறு இயங்குகிறது? எவ்வளவு வேகமாக அல்லது மெதுவாக இயங்குகிறது? எடுத்துக்காட்டாக, பத்து தடகளவீரர்கள் ஓர் ஓட்டப்பந்தயத்தில் ஓடுகின்றனர் ஆனால், அனைவரும் ஒரே வேகத்தில் ஓடுவதில்லை. அவர்களின் ஓட்டத்தினை நாம் நடைமுறையில் பயன்படுத்தும் வார்த்தைகளான மிக வேகமாக,

வேகமாக, மெதுவாக, மிக மெதுவாக என்பன போன்ற வார்த்தைகளைக் கொண்டு அளவீடு செய்ய இயலாது. அளவீடு செய்வது என்றால் ஒவ்வொரு வீரரின் ஓட்டத்திற்கும் எண்களை வழங்கி, அவ்வெண்களை ஒப்பீடு செய்வதன் மூலம் ஒரு வீரரின் ஓட்டத்தினை மற்ற வீரர்களின் ஓட்டத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்க முடியும்.

இந்த அலகில், இயக்கத்தினை எண்மதிப்பு மற்றும் திசையின் அடிப்படையில் பகுத்துப் பார்ப்பதற்குத் தேவையான அடிப்படை கணிதவியல் முறைகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. இயக்கத்தினை ஏற்படுத்தும் விசையைக் கருத்தில் கொள்ளாமல் இயக்கத்தைப் பற்றி மட்டும் கூறுவது இயக்கவியல் (Kinematics) ஆகும். கினமா (Kinema) என்ற கிரேக்க வார்த்தையின் பொருள் இயக்கமாகும். இயக்கவியலை இயங்கியல் என்றும் அழைக்கலாம்.

2.2 ஓய்வு மற்றும் இயக்கம் பற்றிய கருத்து

ஓய்வு மற்றும் இயக்கம் பற்றிய கருத்தை, பின்வரும் விளக்கத்திலிருந்து நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம். (படம் 2.1). ஓடும் பேருந்தின் உள்ளே அமர்ந்திருக்கும் நபர், அவரின் அருகே உள்ளவரைப் பொறுத்து ஓய்வு நிலையிலும், பேருந்திற்கு வெளியே நின்று கொண்டிருப்பவரைப் பொறுத்து இயக்கநிலையிலும் உள்ளார். ஓய்வுநிலை மற்றும் இயக்க நிலை பற்றிய கருத்துகள், குறிப்பாயத்தை பொறுத்து வேறுபடும். ஓய்வு அல்லது இயக்கத்தினைப் புரிந்து கொள்வதற்கு நமக்குத் தகுந்த நிலையான குறிப்பாயம் தேவை.

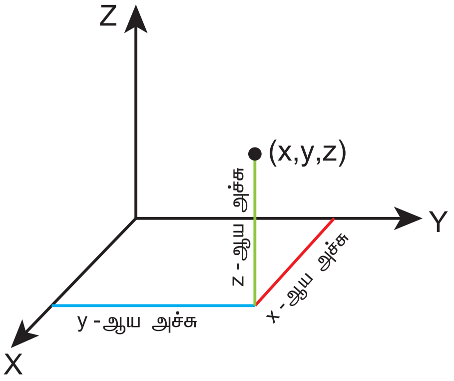


படம் 2.1 குறிப்பாயம்

குறிப்பாயம்

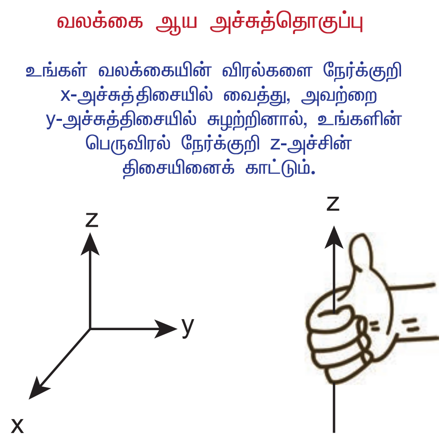
எந்த ஒரு ஆய அச்சுத்தொகுப்பினைப் பொறுத்து பொருளொன்றின் நிலை குறிப்பிடப்படுகிறதோ, அந்த ஆய அச்சுத் தொகுப்பிற்கு குறிப்பாயம் என்று பெயர்.

எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் ஒரு பொருளின் நிலையினை விவரிக்கப் பயன்படும், ஆய அச்சுக்கள் (x, y, z) (அதாவது x,y மற்றும் z அச்சுகளில் பொருளின் தொலைவு) கொண்ட குறிப்பாயமே கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பு எனப்படும். இது படம் 2.2 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.2 கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

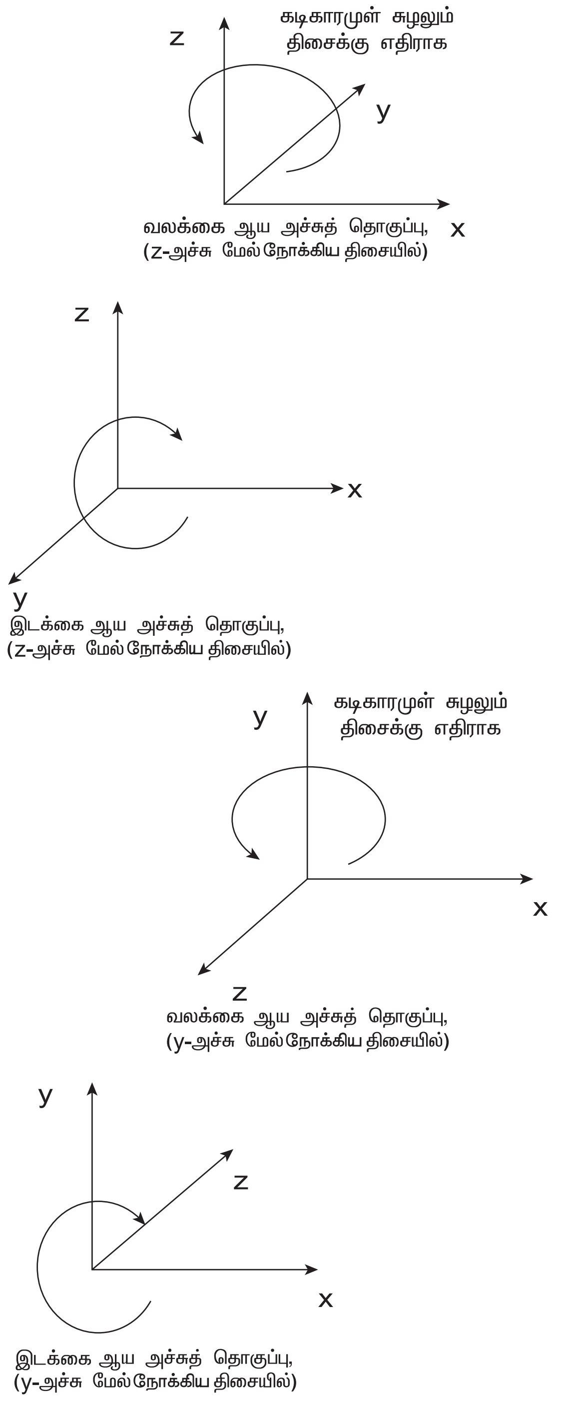
x, y மற்றும் z அச்சுக்கள் வரிசைப்படி கடிகாரமுள் சுழலும் திசைக்கு எதிர்திசையில் உள்ளவாறு வரையப்படும் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும். மேலும் அவற்றை வலக்கை கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு என அழைக்கலாம். வெவ்வேறு ஆய அச்சுத்தொகுப்புகள் இயற்பியலில் உள்ளபோதும், மரபுப்படி நாம் வலக்கை ஆய அச்சுத் தொகுப்பினையே பின்பற்றுகிறோம். வலக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்பு படம் 2.3 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.3 வலக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 43 28-01-2020 14:30:35

பின்வரும் படம் 2.4 வலக்கை மற்றும் இடக்கை ஆய அச்சுத் தொகுப்புகளின் வேறுபாடுகளை எடுத்துக்காட்டுகிறது.



படம் 2.4 வலக்கை மற்றும் இடக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்புகள்

புள்ளி நிறை (Point mass)

ஒரு குறிப்பிட்ட நிறை கொண்ட பொருளின் இயக்கத்தினை விளக்க, "புள்ளி நிறை" என்ற கருத்து தேவைப்படுகிறது. மேலும் புள்ளி நிறை என்ற கருத்து மிகவும் பயனுள்ளதாகவும் இருக்கிறது. பொருளின் நிறை முழுவதும் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் செறிந்திருப்பதாகக் கருதினால், இப்படிப்பட்ட நிறையே "புள்ளி நிறை" என அழைக்கப்படுகிறது. புள்ளி நிறைக்கு வடிவமோ, அமைப்போ இல்லை. கணிதவியல்படி புள்ளி நிறை என்பது சுழி பரிமாணமுடையது. ஆனால் வரம்புக்குட்பட்ட நிறை உள்ளது. இருப்பினும் புள்ளி நிறை என்பது நடைமுறையில் சாத்தியமில்லை. சில நேரங்களில் இக்கருத்து நமது கணக்கீடுகளை எளிமைப்படுத்தும். புள்ளி நிறை என்பது ஒன்றினைச் சார்ந்த கருத்து, அது நாம் பகுப்பாய்வு செய்யும் பொருளின் இயக்கம் மற்றும் பொருள் இயங்கும் குறிப்பாயம் இவற்றைப் பொறுத்து மட்டுமே அர்த்தமுடையதாகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- சூரியனைப் பொறுத்து புவியின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்யும்போது, புவி ஒரு புள்ளி நிறையாகக் கருதப்படும். ஏனெனில் புவியின் அளவுடன் ஒப்பிடும் போது, புவிக்கும் சூரியனுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு மிக அதிகம்.
- காற்றில் வீசி எறியப்பட்ட சிறிய கல் போன்ற ஒழுங்கற்ற வடிவமுடைய பொருளின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்யும் போது, இந்தக் கல்லினை ஒரு புள்ளி நிறையாகக் கருதலாம். ஏனென்றால், கல் கடந்த தொலைவுடன் ஒப்பிடும் போது, கல்லின் அளவு மிகச்சிறியது.

இயக்கத்தின் வகைகள்

அன்றாட வாழ்வில் கீழ்க்கண்ட வகையான இயக்கங்களை நாம் காணலாம்.

அ) நேர்க்கோட்டு இயக்கம்

ஒரு பொருள் நேர்க்கோட்டில் இயங்கினால் அவ்வியக்கம் நேர்க்கோட்டு இயக்கம் என அழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- நேரான ஓடுபாதையில் ஓடும் தடகள வீரர்
- புவியினை நோக்கி விழும் பொருள்

ஆ) வட்ட இயக்கம்

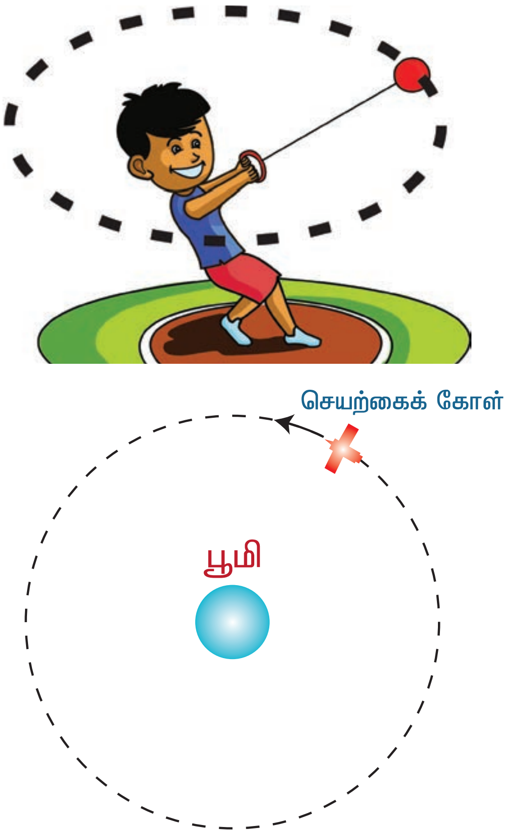
வட்டப்பாதையில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கம், வட்ட இயக்கம் என அழைக்கப்படும்.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 44 28-01-2020 14:30:36

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கயிற்றில் கட்டப்பட்டு சுழற்றப்படும் கல்.
- புவியினைச் சுற்றிவரும் செயற்கைக் கோளின் இயக்கம்.

இவை படம் 2.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



படம் 2.5 வட்ட இயக்கத்தின் எடுத்துக்காட்டுகள்

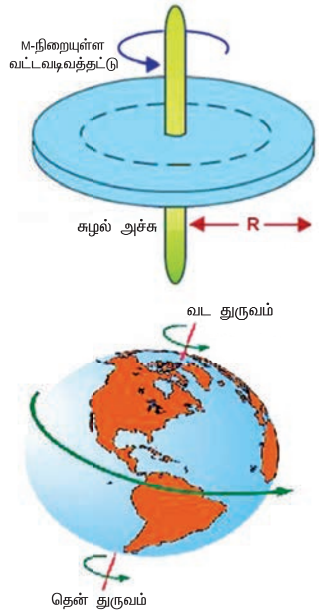
இ) சுழற்சி இயக்கம்

எந்த ஒரு திண்மப்பொருளும் ஒரு அச்சினைப் பொறுத்து சுழலும் போது, அவ்வியக்கம் சுழற்சி இயக்கம் என அழைக்கப்படும். அச்சுழற்சியின் போது திண்மப்பொருளில் உள்ள எந்த ஒரு புள்ளியும் அவ்வச்சினை பொறுத்து வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும். (சுழல் அச்சில் உள்ள புள்ளியைத் தவிர்த்து)

எடுத்துக்காட்டுகள்

- அச்சினைப் பொறுத்து சுழலும் வட்ட வடிவத்தட்டு
- அச்சினைப் பொறுத்து தன்னைத்தானே சுற்றும் புவி.

இவைகள் படம் 2.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



படம் 2.6 சுழற்சி இயக்கத்தின் எடுத்துக்காட்டுகள்

ஈ) அதிர்வு இயக்கம்

பொருளொன்று நிலையான ஒரு புள்ளியைப் பொறுத்து முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தினை மேற்கொண்டால், அவ்வியக்கம் அதிர்வியக்கம் எனப்படும். சில நேரங்களில் இவ்வியக்கம் அலைவு இயக்கம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கிட்டார் (Guitar) இசைக்கருவியில் உள்ள அதிர்வடையும் கம்பி
- ஊஞ்சலின் இயக்கம்

இவை படம் 2.7 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன

படம் 2.7 அதிர்வியக்கத்தின் எடுத்துக்காட்டுகள்

மேலே கூறப்பட்ட இயக்கங்கள் மட்டுமல்லாமல் நீள்வட்ட இயக்கம் மற்றும் வரிச்சுருள் இயக்கம் (Helical) போன்ற வேறு இயக்கங்களும் நடைமுறையில் சாத்தியமாகும்.

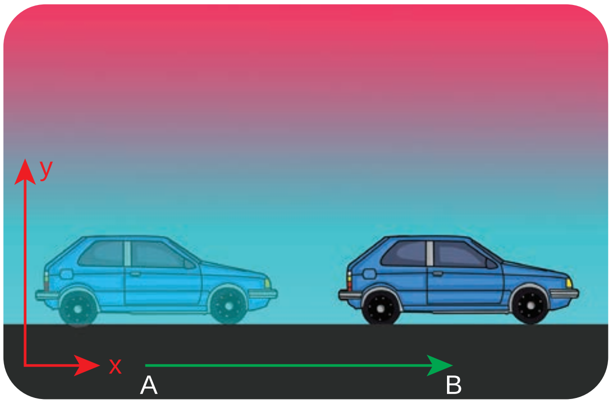
ஒருபரிமாண, இருபரிமாண மற்றும் முப்பரிமாண இயக்கம்

வெளியில் (Space) உள்ள துகள் ஒன்றின் நிலையானது x, y மற்றும் z செங்குத்து ஆய அச்சுகளின் அடிப்படையில் வரையறை செய்யப்படுகிறது எனக்கருதுக. இந்த ஆய அச்சு எண்கள் நேரத்தைப் பொறுத்து மாற்றமடையும் போது, துகள் இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கூறலாம். இருப்பினும் மூன்று ஆய அச்சுக்கூறு எண்களும் நேரத்தைப் பொறுத்து மாற்றமடைய வேண்டிய அவசியமில்லை. ஏதேனும் ஒன்று அல்லது இரண்டு ஆய அச்சுக்கூறு எண்கள் நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றம் அடைந்தாலும், துகள் இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கூறலாம். எனவே ஒரு பொருளின் இயக்கம் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப்படுகிறது.

(i) ஒருபரிமாண இயக்கம்

துகள் ஒன்று நேர்க்கோட்டில் இயங்கினால் அவ்வியக்கம் ஒருபரிமாண இயக்கம் எனப்படும். சில நேரங்களில் இவ்வியக்கம் நேர்க்கோட்டு இயக்கம் (Linear motion / Rectilinear motion) எனவும் அழைக்கப்படும். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று செங்குத்து ஆய அச்சுகளில் ஏதேனும் ஒரு ஆய அச்சுக்கூறு எண் மட்டுமே நேரத்தைப் பொறுத்து மாற்றமடையும்.

எடுத்துக்காட்டாக, A புள்ளியில் இருந்து B புள்ளிக்கு x திசையில் நகரும் பொருளின் இயக்கம் படம் 2.8 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு x ஆய அச்சில் மட்டுமே மாற்றம் ஏற்படுகிறது என்பதை கவனிக்கவும்.



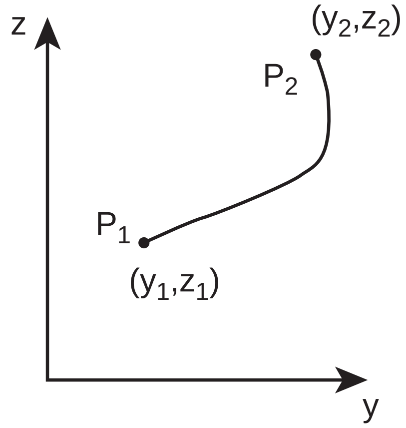
படம் 2.8 பொருளின் ஒருபரிமாண இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- நேரான இருப்புப்பாதையில் இயங்கும் இரயில் வண்டி
- புவிஈர்ப்பு விசையால் தடையின்றி தானே விழும் பொருள்

(ii) இருபரிமாண இயக்கம்

தளம் ஒன்றில் வளைவு பாதையில் இயங்கும் துகளின் இயக்கத்தினை, இருபரிமாண இயக்கம் என்று அழைக்கலாம். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று செங்குத்து ஆய அச்சுகளில் இரண்டு ஆய அச்சுகள் மட்டுமே நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றமடையும். துகள் ஒன்று y–z தளத்தில் இயங்கும்போது x– ஆய அச்சு எண்ணில் எவ்வித மாற்றமும் இல்லை ஆனால் y மற்றும் z ஆய அச்சு எண்களில் மாற்றம் ஏற்படுகிறது. இது படம் 2.9 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.9 துகள் ஒன்றின் இருபரிமாண இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கேரம் பலகையில் (Carrom board) இயங்கும் வில்லை.
- அறை ஒன்றின் தளத்தில் அல்லது சுவற்றில் ஊர்ந்து செல்லும் பூச்சி.

(iii) முப்பரிமாண இயக்கம்

முப்பரிமாண வெளியில் இயங்கும் துகளின் இயக்கம், முப்பரிமாண இயக்கம் எனப்படும். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று ஆய அச்சுக்கூறுகளும், நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றமடையும். துகளின் முப்பரிமாண இயக்கத்தில், ஆய அச்சுக்கூறுகள் x, y மற்றும் z ஆகிய மூன்றும் மாற்றமடையும்.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 46 28-01-2020 14:30:37

எடுத்துக்காட்டுகள்

- வானில் பறக்கும் பறவை
- ஒழுங்கற்ற முறையில் இயங்கும் வாயு மூலக்கூறுகள்
- வானில் பறக்கும் பட்டம்

2.3 வெக்டர் இயற்கணிதம் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துக்கள்

இயற்பியலில், சில அளவுகள் எண்மதிப்பை மட்டுமே பெற்றுள்ளன. வேறு சில அளவுகள் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இரண்டையும் பெற்றுள்ளன. இந்த இயற்பியல் அளவுகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கு, வெக்டர் மற்றும் ஸ்கேலரின் பண்புகளைப் பற்றி அறிந்து கொள்வது அவசியமாகும்.

ஸ்கேலர்

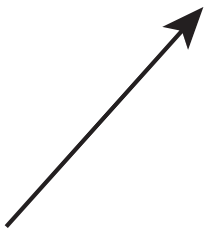
எண்மதிப்பினால் மட்டுமே குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள் ஸ்கேலர் எனப்படும். இயற்பியலில் பல்வேறு அளவுகள் ஸ்கேலரால் குறிப்பிடப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டுகள்

கடந்த தொலைவு, நிறை, வெப்பநிலை, வேகம் மற்றும் ஆற்றல்

வெக்டர்

எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவை இரண்டினாலும் குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள் வெக்டர் எனப்படும். வடிவகணித முறையில் வெக்டர் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட திசையைக் காட்டும் கோட்டுத்துண்டு ஆகும். இது படம் 2.10 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலில் சில அளவுகள் வெக்டரால் மட்டுமே குறிப்பிட இயலும்.



படம் 2.10 வடிவகணித முறையில் குறிப்பிடப்பட்ட வெக்டர்

எடுத்துக்காட்டுகள்

விசை, திசைவேகம், இடப்பெயர்ச்சி, நிலை வெக்டர், முடுக்கம், நேர்க்கோட்டு உந்தம் மற்றும் கோண உந்தம்

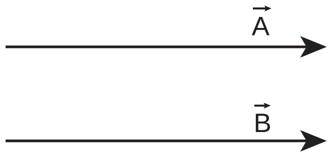
2.3.1 வெக்டரின் எண்மதிப்பு

ஒரு வெக்டரின் நீளம் அதன் எண்மதிப்பு எனப்படும். இது எப்போதும் நேர்க்குறி மதிப்பு பெற்றிருக்கும். சில நேரங்களில் வெக்டரின் எண்மதிப்பு வெக்டரின் தரம் (Norm of the vector) எனவும் அழைக்கப்படும். $\vec{A}$ என்ற வெக்டரின் எண்மதிப்பு $|\vec{A}|$ அல்லது எளிமையாக $'A'$ எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது. (படம் 2.11)

படம் 2.11 வெக்டரின் எண்மதிப்பு

2.3.2 வெக்டரின் வகைகள்

(1) **சம வெக்டர்கள்:** $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒரே எண்மதிப்பையும், ஒரே திசையிலும் செயல்பட்டு ஒரே இயற்பியல் அளவினைக் குறிப்பிட்டால், அவ்வெக்டர்கள் சமவெக்டர்கள் என்று அழைக்கப்படும். (படம் 2.12)

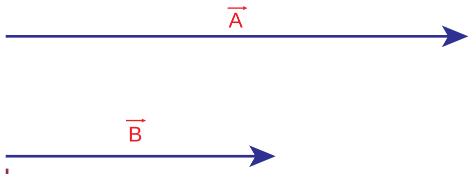


படம் 2.12 வடிவகணித முறையில் சமவெக்டர்கள்

(அ) **ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள்:** ஒரே கோட்டின் வழியே செயல்படும் வெக்டர்கள் ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. அவ்வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $0°$ அல்லது $180°$ ஆகும். ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள் இரண்டு வகைப்படும்.

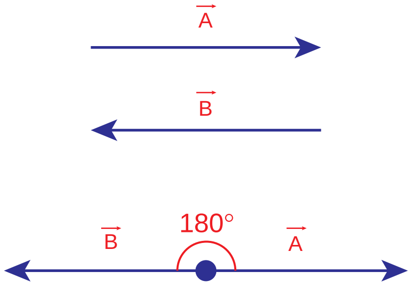
(i) **இணைவெக்டர்கள்:** $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள், ஒரே திசையிலும் இணைகோடுகள் வழியாகவும் செயல்பட்டால் அவற்றை இணை வெக்டர்கள் என்று

அழைக்கலாம். இணைகோடுகள் வழியே செயல்படுவதால் அவற்றுக்கு இடையே உள்ள கோணம் 0° ஆகும். (படம் 2.13)



படம் 2.13 வடிவகணித முறையில் இணை வெக்டர்கள்

(ii) **எதிர் – இணை வெக்டர்கள்:** $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள், எதிரெதிர் திசையில் ஒரே கோட்டில் அல்லது இணைகோடுகள் வழியாக செயல்பட்டால் அவற்றை எதிர்–இணை வெக்டர்கள் என்று அழைக்கலாம். (படம் 2.14)



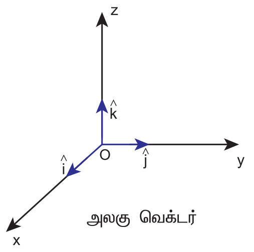
படம் 2.14 வடிவகணித முறையில் எதிர் இணை வெக்டர்கள்

(2) **ஓரலகு வெக்டர்:** ஒரு வெக்டரை அதன் எண்மதிப்பால் வகுக்கக்கிடைப்பது ஓரலகு வெக்டர் ஆகும். $\vec{A}$ வெக்டரின் ஓரலகு வெக்டர் $\hat{A}$ எனக் குறிப்பிடப்படும் (A கேப் அல்லது A ஹேட் (hat) எனப் படிக்கவும்) இதன் எண்மதிப்பு ஒன்று அல்லது ஓரலகு ஆகும்.

$\hat{A} = \dfrac{\vec{A}}{A}$ எனவே $\vec{A} = A\hat{A}$ எனவும் எழுதலாம்.

எனவே, ஓரலகு வெக்டர், வெக்டரின் திசையினை மட்டுமே காட்டும்.

(3) **செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள்:** மூன்று ஓரலகு வெக்டர்கள் $\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ ஆகியவற்றைக் கருதுக. இந்த மூன்று ஓரலகு வெக்டர்களும் x, y மற்றும் z அச்சின் நேர்குறி திசையினைக் காட்டுகின்றன. இவற்றில், எந்த இரண்டு ஓரலகு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம் 90° ஆகும். இவ்வாறு ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகச் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள் என்றும் பெயர். இங்கு $\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ என்பவை செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் குறிக்கிறது. இது படம் 2.15 ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



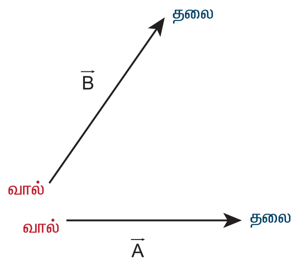
படம் 2.15 செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள்

2.3.3 வெக்டர்களின் கூடுதல்

வெக்டர்கள், எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவ்விரண்டையும் பெற்றுள்ளதால், சாதாரண இயற்கணித முறையில் அவற்றின் கூடுதலைக் காண இயலாது. எனவே, வெக்டர்களை வடிவியல் முறையிலோ அல்லது பகுப்பு முறையிலோ சில விதிகளைப்பயன்படுத்தி அவற்றின் கூடுதலைக் காண வேண்டும். இம்முறைக்கு வெக்டர் இயற்கணிதம் என்று பெயர். ஒன்றுக்கொன்று சாய்ந்த நிலையில் உள்ள இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதலை (தொகுபயன்) (i) வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதி (ii) வெக்டர்களின் இணைகரவிதி ஆகிய இரண்டு விதிகளைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

வெக்டர்களின் முக்கோணவிதி:

படம் 2.16 யில் காட்டப்பட்டுள்ள $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களின் தொகுபயனை வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தி காணலாம்.



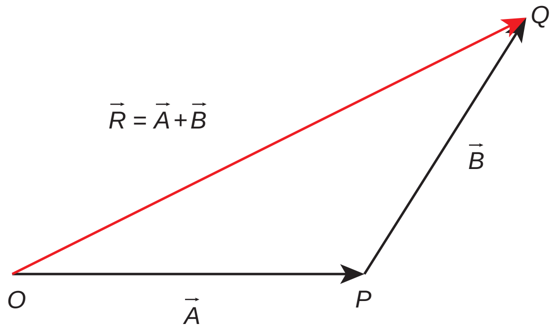
படம் 2.16 வெக்டர்களின் தலை மற்றும் வால் பகுதிகள்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 48 28-01-2020 14:30:39

இரண்டு வெக்டர்களின் தொகுபயனை, வெக்டர்களின் முக்கோண விதியினை பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம். $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்கள் வரிசைபடி ஒரு முக்கோணத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதப்பட்டால், அவற்றின் தொகுபயன், எதிர்வரிசையில் எடுக்கப்பட்ட அம்முக்கோணத்தின் மூன்றாவது பக்கத்தினால் குறிப்பிடப்படும். இது படம் 2.17 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது பின்வருமாறு விளக்கப்பட்டுள்ளது.

$\vec{A}$ வெக்டரின் தலைப்பகுதி $\vec{B}$ வெக்டரின் வால்பகுதியோடு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. $\vec{A}$ வெக்டர் மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம் θ என்க. $\vec{A}$ வெக்டரின் வால்பகுதியையும், $\vec{B}$ இன் தலைப்பகுதியையும் இணைத்தால் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ கிடைக்கும். வடிவியல் முறையில் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ இன் எண்மதிப்பு அதன் நீளம் OQ க்குச் சமம். மேலும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ மற்றும் $\vec{A}$ வெக்டருக்கு இடையே உள்ள கோணம், தொகுபயன் வெக்டரின் திசையைக் கொடுக்கும். எனவே $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ என எழுதலாம். ஏனெனில்

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ}$$

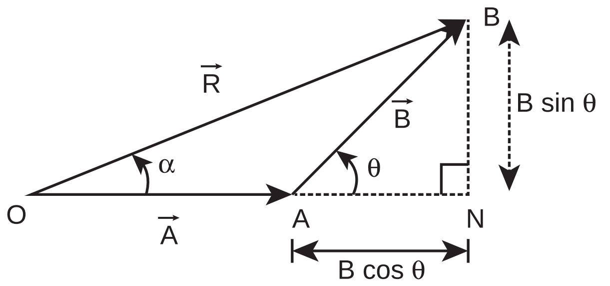


படம் 2.17 வெக்டர்களின் முக்கோணக்கூட்டல் விதி

(1) **தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு:**

தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

படம் 2.18 இல் ABN என்ற செங்கோண முக்கோணத்தைக் கருதுக. படத்தில் OA என்ற பக்கத்தை ON வரை நீட்டுவதன் மூலம் ABN என்ற செங்கோண முக்கோணம் கிடைக்கிறது.



படம் 2.18 வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதிப்படி தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை

$$\cos\theta = \frac{AN}{B} \quad \therefore AN = B\cos\theta \text{ மற்றும்}$$

$$\sin\theta = \frac{BN}{B} \quad \therefore BN = B\sin\theta$$

ΔOBN ல் $OB^2 = ON^2 + BN^2$

$$\Rightarrow R^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\ \sin\theta)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2\cos^2\theta + 2AB\cos\theta + B^2\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right) + 2AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

இச்சமன்பாடு $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பைத் தருகிறது.

(2) **தொகுபயன் வெக்டரின் திசை:**

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர் இடையே உள்ள கோணம் θ எனில்

$$\left|\vec{A} + \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} \qquad (2.1)$$

$\vec{R}$ வெக்டர் $\vec{A}$ வெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் α எனில் ΔOBN ல்

$$\tan\alpha = \frac{BN}{ON} = \frac{BN}{OA + AN}$$

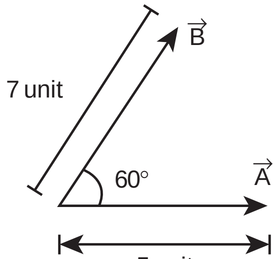
$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}\right)$$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 49 28-01-2020 14:30:42

எடுத்துக்காட்டு 2.1

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று 60° கோணத்தில் சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் $\vec{A}$ யைப் பொருத்து தொகுபயன் வெக்டரின் திசை ஆகியவற்றைக் காண்க.

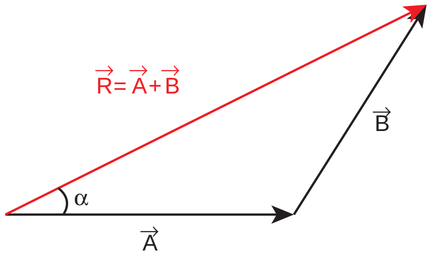


தீர்வு

வெக்டர்களின் முக்கோணவிதிப்படி

தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ என எழுதலாம்.

கீழ்க்கண்ட படம் வெக்டர்களின் கூடுதலை எவ்வாறு முக்கோணவிதியின் அடிப்படையில் காணலாம் என்பதை விளக்குகிறது.



தொகுபயன் வெக்டரின் $(\vec{R})$ எண்மதிப்பு

$$R = \left|\vec{R}\right| = \sqrt{5^2 + 7^2 + 2 \times 5 \times 7 \cos 60^{\circ}}$$

$$R = \sqrt{25 + 49 + \frac{70 \times 1}{2}} = \sqrt{109} \text{ அலகுகள்}$$

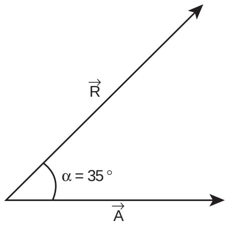
$\vec{R}$ மற்றும் $\vec{A}$ க்கு இடையே உள்ள கோணம் α (தொகுபயன் வெக்டரின் திசை) கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} \qquad (2.2)$$

எனவே,

$$\tan\alpha = \frac{7 \times \sin 60^{\circ}}{5 + 7\cos 60^{\circ}} = \frac{7\sqrt{3}}{10+7} = \frac{7\sqrt{3}}{17} \cong 0.713$$

$$\therefore \alpha \cong 35^{\circ}$$

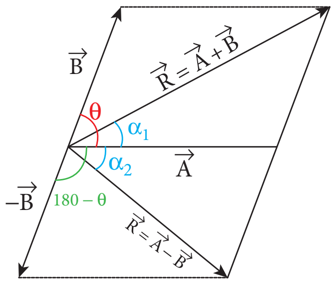


குறிப்பு தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசையை வெக்டர்களின் இணைகர விதியைப் பயன்படுத்தியும் காணலாம். இது பின் இணைப்பு 2 (A 2.1) இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

2.3.4 வெக்டர்களின் கழித்தல்

வெக்டர்கள் எண்மதிப்பையும், திசையையும் பெற்றிருப்பதால் அவற்றை சாதாரண இயற்கணித விதிகளைப் பயன்படுத்திக் கழிக்க முடியாது. எனவே வெக்டர் கழித்தலை வடிவியல் முறை அல்லது பகுப்பு முறையில் காண வேண்டும். வடிவியல் முறையில் இரண்டு வெக்டர்களை எவ்வாறு கழிக்க வேண்டும் என்பது படம் 2.19 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்கள் θ கோணத்தில் ஒன்றுக்கொன்று சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. $\vec{A} - \vec{B}$ இன் தொகுபயன் மதிப்பு கீழ்க்காணுமாறு பெறப்படுகிறது. முதலில் படம் 2.19 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு $-\vec{B}$ ஐப் பெற வேண்டும். $\vec{A}$ மற்றும் $-\vec{B}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் $180^{\circ} - \theta$ ஆகும்.



படம் 2.19 வெக்டர்களின் கழித்தல்

$\vec{A}, \vec{B}$ இன் வேறுபாடு $\vec{A} - \vec{B}$ என்பதை, $\vec{A} + (-\vec{B})$ என்றும் எழுதலாம்.

சமன்பாடு (2.1) லிருந்து

$$\left|\vec{A} - \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(180^\circ - \theta)} \quad (2.3)$$

இங்கு $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$

$$\Rightarrow \left|\vec{A} - \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta} \quad (2.4)$$

படம் 2.19 மற்றும் சமன்பாடு 2.2 ஐப் போன்ற மற்றொரு சமன்பாட்டிலிருந்து

$$\tan\alpha_2 = \frac{B\sin(180^\circ - \theta)}{A + B\cos(180^\circ - \theta)} \quad (2.5)$$

ஆனால் $\sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$

$$\Rightarrow \tan\alpha_2 = \frac{B\sin\theta}{A - B\cos\theta} \quad (2.6)$$

$\vec{A}$, $\vec{B}$ வெக்டர்களின் வேறுபாடு $(\vec{A} - \vec{B})$ ஒரு வெக்டராகும். மேலும் அதன் எண்மதிப்பு மற்றும் திசையை சமன்பாடுகள் (2.4) மற்றும் (2.6) ஆகியவை கொடுக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று 60° கோணத்தில் சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{A} - \vec{B}$ இன் எண்மதிப்பையும், $\vec{A}$ வெக்டரைப் பொருத்து தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{A} - \vec{B}$ திசையையும் காண்க.

தீர்வு

சமன்பாடு (2.4) லிருந்து

$$\left|\vec{A} - \vec{B}\right| = \sqrt{5^2 + 7^2 - 2 \times 5 \times 7\cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{25 + 49 - 35} = \sqrt{39} \text{ அலகுகள்}$$

$\vec{A}$ வெக்டரைப் பொருத்து $\vec{A} - \vec{B}$ ஏற்படுத்தும் திசை

$$\tan\alpha_2 = \frac{7\sin 60^\circ}{5 - 7\cos 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{10 - 7} = \frac{7}{\sqrt{3}} = 4.041$$

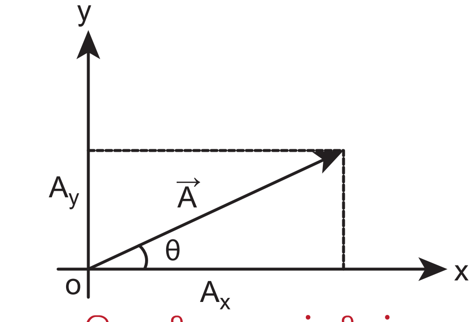
$$\alpha_2 = \tan^{-1}(4.041) \cong 76^\circ$$

2.4 வெக்டர் கூறுகள் (COMPONENTS OF A VECTOR)

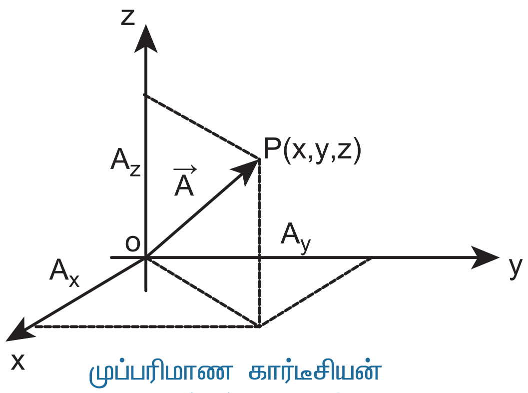
கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில், எந்த ஒரு வெக்டரையும் $(\vec{A})$ x, y, மற்றும் z அச்சின் திசையில் செயல்படும் மூன்று கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம். இது படம் 2.20 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

முப்பரிமாண ஆய அச்சுத்தொகுப்பின்படி வெக்டர் ஒன்றை $(\vec{A})$ அதன் கூறுகளாக கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$



இரு பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு



முப்பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பு

படம் 2.20 இருபரிமாண மற்றும் முப்பரிமாண வெக்டர் கூறுகள்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 51 28-01-2020 14:30:47

இங்கு A_x என்பது x – அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு

A_y என்பது y – அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு

மற்றும்

A_z என்பது z – அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு

இருபரிமாண ஆய அச்சுத் தொகுப்பின் படி வெக்டர் $\vec{A}$ இன் கூறுகளை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம். (படம் 2.20 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது)

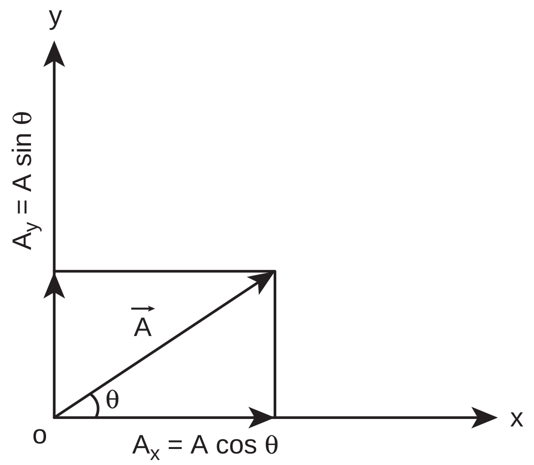
$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$

$\vec{A}$ ஆனது, x அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் θ, மேலும் A_x மற்றும் A_y என்பவை x அச்சு மற்றும் y அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறுகள் எனில், படம் (2.21) லிருந்து

$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\sin\theta$$

இங்கு 'A' என்பது $\vec{A}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு (நீளம்) ஆகும்.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



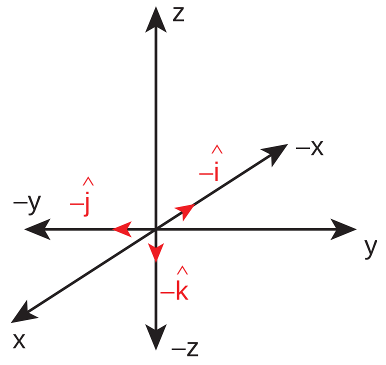
படம் 2.21 வெக்டர் பகுப்பு

எடுத்துக்காட்டு 2.3

எதிர்க்குறி x, y மற்றும் z அச்சுத் திசையில் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்கள் யாவை?

தீர்வு

பின்வரும் படம், எதிர்க்குறி x, y மற்றும் z அச்சு திசையில் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்களைக் காட்டுகிறது.



படத்திலிருந்து, எதிர்க்குறி x அச்சு, y அச்சு மற்றும் z அச்சு திசைகளில் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்கள் முறையே $-\hat{i}$, $-\hat{j}$, மற்றும் $-\hat{k}$ ஆகும்.

2.4.1 வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில் வெக்டர்களின் கூடுதல்

இதுவரை வடிவியல் முறையில் இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தல் ஆகியவற்றைப் பற்றிப் படித்தோம். தற்போது ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் அவற்றின் கழித்தலை எளிமையாகக் காணலாம் என்பதைப் பற்றிப் படிக்கலாம்.

கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில் உள்ள இரண்டு வெக்டர்களை ($\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$) கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு வெக்டர்களின் x, y மற்றும் z அச்சுகளின் எண்களின் கூடுதலானது, இவ்விரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அதாவது

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

இதேபோன்று வெக்டர்களின் கழித்தலையும் காணலாம்

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 52 28-01-2020 14:30:50

மேற்கண்ட இரண்டு விதிகளும், பகுப்பு முறையில் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தலைக் காண்பதற்கான வழிமுறையைக் கொடுக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் அவற்றின் கூறுகள் வடிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $\vec{A} = 5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

$$\vec{A} + \vec{B}, \quad \vec{B} + \vec{A}, \quad \vec{A} - \vec{B}, \quad \vec{B} - \vec{A}$$

தீர்வு

$$\vec{A} + \vec{B} = (5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}) + (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$
$$= 11\hat{i} + 10\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{B} + \vec{A} = (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) + (5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k})$$
$$= (6+5)\hat{i} + (3+7)\hat{j} + (2-4)\hat{k}$$
$$= 11\hat{i} + 10\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{A} - \vec{B} = (5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}) - (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$
$$= -\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$$
$$\vec{B} - \vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} + 6\hat{k}$$

$\vec{A} + \vec{B}$ மற்றும் $\vec{B} + \vec{A}$ ஒன்றுக்கொன்று சமம், ஆனால் $\vec{A} - \vec{B}$ மற்றும் $\vec{B} - \vec{A}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று எதிராக உள்ளதை கவனிக்கவும்.

குறிப்பு

இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதலை கூறுகள் முறையில் காண்பது, ஆய அச்சுத்தொகுப்புகளைத் தேர்வு செய்வதைப் பொருத்தது. ஆனால் வடிவியல் முறையில் வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தலைக் காண்பதற்கு ஆய அச்சுத்தொகுப்பு அவசியமில்லை.

2.5 ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்குதல்

ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்கும் போது, மற்றொரு வெக்டர் கிடைக்கும். λ என்ற ஒரு நேர்க்குறி எண்ணை $\vec{A}$ வெக்டருடன் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் வெக்டர் $\lambda\vec{A}$ ஆகும். இதன் திசை $\vec{A}$ இன் திசையிலேயே இருக்கும். ஆனால் λ ஒரு எதிர்க்குறி எண் எனில் $\lambda\vec{A}$ இன் திசை $\vec{A}$ வெக்டரின் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5

$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, எனில் $3\vec{A}$ ஐக் காண்க

தீர்வு

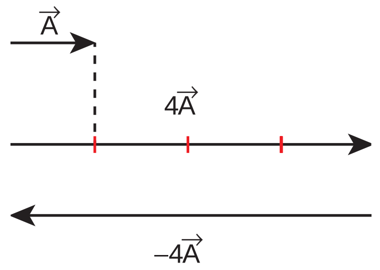
$$3\vec{A} = 3\left(2\hat{i} + 3\hat{j}\right) = 6\hat{i} + 9\hat{j}$$

$3\vec{A}$ வெக்டரின் திசை $\vec{A}$ வெக்டரின் திசையிலேயே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள $\vec{A}$ வெக்டரிலிருந்து $4\vec{A}$ மற்றும் $-4\vec{A}$ ஐ க் காண்க.

தீர்வு



இயற்பியலில் சில வெக்டர் அளவுகள், மற்றொரு வெக்டரின் ஸ்கேலர் மடங்காக இருப்பதைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக

(1) விசை $\vec{F} = m\vec{a}$ இங்கு நிறை 'm' ஒரு நேர்க்குறி ஸ்கேலர் மற்றும் முடுக்கம் $\vec{a}$ ஒரு வெக்டர் ஆகும். இங்கு விசையின் திசையிலேயே பொருள் முடுக்கமடைகிறது.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 53 28-01-2020 14:30:52

(2) உந்தம் $\vec{p} = m\vec{v}$ இங்கு $\vec{v}$ என்பது பொருளின் திசைவேகம். எனவே, இங்கு பொருள் இயங்கும் திசையிலேயே நேர்கோட்டு உந்தமும் செயல்படுகிறது.

(3) ஒரு மின்புலத்தால், மின்னூட்டமுள்ள ஒரு துகளின் மீது செயல்படும் விசை $\vec{F} = q\vec{E}$, இங்கு 'q' என்பது மின்னூட்டம், ஒரு ஸ்கேலர் மற்றும் மின்புலம் $\vec{E}$ ஒரு வெக்டர். விசை $\vec{F}$ இன் திசை மின்னூட்டம் நேர்க்குறி எனில் $\vec{E}$ இன் திசையிலும், மின்னூட்டம் எதிர்க்குறி எனில் $\vec{E}$ திசைக்கு எதிர்த்திசையிலும் இருக்கும்.

2.5.1 இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்)

வரையறை

இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்) என்பது, அவ்விரண்டு வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் மற்றும் அவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் கொசைன் மதிப்பு ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும்.

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் θ எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் கீழ்க்காணுமாறு வரையறை செய்யப்படுகிறது.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$ இங்கு A மற்றும் B ஆகியவை $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் ஆகும்.

பண்புகள்

(i) ஸ்கேலர் பெருக்கலின் தொகுபயன் மதிப்பு எப்போதும் ஒரு ஸ்கேலர் ஆகும். இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம் குறுங்கோணம் எனில் ($\theta < 90^\circ$) ஸ்கேலர் பெருக்கலின் எண்மதிப்பு நேர்குறியுடனும், விரிகோணம் எனில் ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) எதிர்குறியுடனும் இருக்கும்.

(ii) ஸ்கேலர் பெருக்கல் பரிமாற்று விதிக்கு உட்பட்டது. அதாவது $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$

(iii) ஸ்கேலர் பெருக்கல் பங்கீட்டு விதிக்கு உட்பட்டது அதாவது

$$\vec{A}.\left(\vec{B}+\vec{C}\right) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$$

(iv) ஸ்கேலர் பெருக்கலின் படி இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB}\right]$$

(v) இரண்டு வெக்டர்கள் இணையாக உள்ளபோது அதாவது $\theta = 0^\circ$, எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் பெருமம் ஆகும். ஏனெனில் $\cos 0^\circ = 1$

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})_{\text{பெருமம்}} = AB$$

(vi) இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று எதிராக உள்ளபோது அதாவது $\theta = 180^\circ$ எனில், அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சிறுமம் ஆகும். ஏனெனில் $\cos 180^\circ = -1$

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})_{\text{சிறுமம்}} = -AB$$

(vii) இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளபோது, அதாவது $\theta = 90^\circ$ எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சுழியாகும். ஏனெனில் $\cos 90^\circ = 0$ எனவே அந்த வெக்டர்களை, செங்குத்து வெக்டர்கள் (orthogonal vectors) என அழைக்கலாம்

(viii) ஒரு வெக்டர், அதே வெக்டருடன் ஸ்கேலர் பெருக்கல் செய்யப்பட்டால், அதற்கு தற்சார்பு ஸ்கேலர் பெருக்கல் என்று பெயர். $\left(\vec{A}\right)^2 = \vec{A}\cdot\vec{A} = AA\cos\theta = A^2$. இங்கு கோணம் $\theta = 0^\circ$

A -இன் எண்மதிப்பு $\left|\vec{A}\right| = A = \sqrt{\vec{A}\cdot\vec{A}}$

(ix) ஓரலகு வெக்டர் $\hat{n}$ ஐக் கருதும்போது

$$\hat{n}\cdot\hat{n} = 1 \times 1 \times \cos 0^\circ = 1$$

எடுத்துக்காட்டாக $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

(x) செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் கருதும்போது ($\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$)

$$\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 1\cdot 1\cos 90^\circ = 0$$

(xi) வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கலைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\cdot\left(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}\right)$$

$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$, மற்ற அனைத்துப் பெருக்கற்பலன்களும் சுழியாகும்.

$\vec{A}$ – இன் எண் மதிப்பு $\left|\vec{A}\right| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

எடுத்துக்காட்டு 2.7

கொடுக்கப்பட்ட $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் $\vec{A}.\vec{B}$,மற்றும் $\vec{A}, \vec{B}$ இன் எண்மதிப்புகளையும் காண்க. மேலும் கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

தீர்வு

$$\vec{A}.\vec{B} = 2 + 12 + 30 = 44$$

$\vec{A}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$$A = \sqrt{4 + 16 + 25} = \sqrt{45} \text{ அலகுகள்}$$

$\vec{B}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$$B = \sqrt{1 + 9 + 36} = \sqrt{46} \text{ அலகுகள்}$$

இரண்டு வெக்டர்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{44}{\sqrt{45\times 46}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{44}{45.49}\right)$$

$$= \cos^{-1}(0.967)$$

$$\therefore \theta \cong 15^\circ$$

எடுத்துக்காட்டு 2.8

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்களா என ஆராய்க.

i) $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ மற்றும் $\vec{B} = 4\hat{i} - 5\hat{j}$

ii) $\vec{C} = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ மற்றும் $\vec{D} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$

தீர்வு

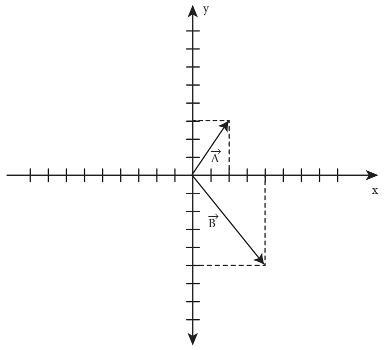
(i) $\vec{A}.\vec{B} = 8 - 15 = -7 \neq 0$

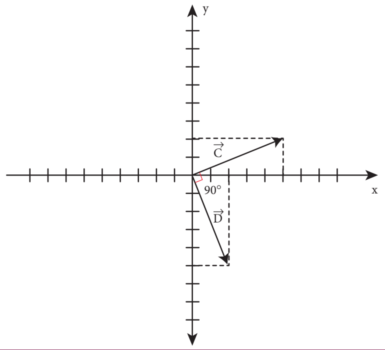
எனவே $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்கள் அல்ல.

(ii) $\vec{C}.\vec{D} = 10 - 10 = 0$

எனவே $\vec{C}$ மற்றும் $\vec{D}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்கள் ஆகும்.

கீழ்க்காணும் படம் வடிவியல் முறையில் எவ்வாறு $\vec{C}$ மற்றும் $\vec{D}$ வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்கள் என்பதைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.





இயற்பியலில், $\vec{F}$ என்ற விசையினால் பொருளொன்று $d\vec{r}$ தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி அடையும்போது, அவ்விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையை பின்வருமாறு வரையறை செய்யலாம்.

$$W = \vec{F}.d\vec{r}$$

$$W = F\ dr\ \cos\theta$$

விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை என்பது, விசை வெக்டருக்கும், இடப்பெயர்ச்சி வெக்டருக்கும்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 55 28-01-2020 14:30:59

இடையேயான ஸ்கேலர் பெருக்கல் ஆகும். வேலையைப் போலவே, மேலும் பல்வேறு இயற்பியல் அளவுகளும் ஸ்கேலர் பெருக்கலினால் வரையறை செய்யப்பட்டுள்ளன என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.

குறிப்பு

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் மையநோக்கு விசை, பொருளின் இடப்பெயர்ச்சிக்குச் செங்குத்தாக செயல்படுவதால், மையநோக்கு விசையினால் பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட வேலை சுழியாகும்.

2.5.2 இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல்

வரையறை

இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் அல்லது குறுக்கு பெருக்கல் செய்யும்போது கிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பானது, அவ்விரு வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் மற்றும் அவ்வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன்மதிப்பு ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும். மேலும் வலதுகை திருகுவிதி அல்லது வலதுகை பெருவிரல் விதியின் அடிப்படையில், தொகுபயன் வெக்டரின் திசையானது, இரண்டு வெக்டர்களின் தளத்திற்குச் செங்குத்துத் திசையில் இருக்கும். (படம் 2.22)

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கலினால் கிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{C}$ஐ கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (AB \sin\theta)\hat{n}$$

$\vec{A} \times \vec{B}$ இன் அலகு வெக்டர் $\hat{n}$ ன் திசை, அதாவது $\vec{C}$ இன் திசை, $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களினாலான தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும் வலதுகை திருகு ஒன்றை $\vec{A}$ வெக்டரில் இருந்து (முதல் வெக்டர்) $\vec{B}$ வெக்டரை நோக்கி (இரண்டாவது வெக்டர்) அவற்றின் சிறிய கோணத்தின் வழியே சுழற்றும் போது திருகு முன்னேறும் திசையில் $\vec{C}$ வெக்டரின் திசை இருக்கும். இது படம் 2.22 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

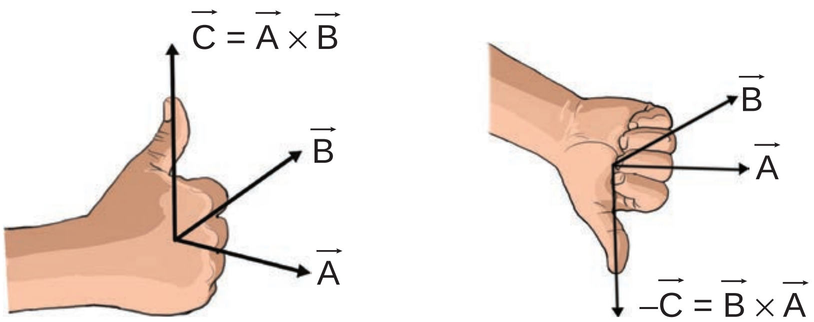
வெக்டர் பெருக்கலின் (குறுக்குப் பெருக்கல்) பண்புகள்

(i) இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் மற்றொரு வெக்டரையே தரும். அவ்வெக்டரின்

வெக்டர் பெருக்கல் (குறுக்குப் பெருக்கல்)

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ ஆகியவற்றின் வெக்டர் பெருக்கலினால் $\vec{A} \times \vec{B}$ கிடைக்கும் மூன்றாவது வெக்டர் $\vec{C}$ ஆனது.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta\,\hat{n} \qquad -\vec{C} = \vec{B} \times \vec{A}$$



$$\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$$

படம் 2.22 இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 56 28-01-2020 14:31:00

குறிப்பு வலதுகை விதியின்படி, வலதுகையின் விரல்கள் வளையும் திசையில் பொருளின் சுழற்சியைக் கருதினால், மடக்கப்பட்ட விரல்களுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள பெருவிரல், தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{C}$ இன் திசையைக் குறிக்கும்.

32TZHV

திசை, அவ்விரண்டு வெக்டர்களினாலான தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருந்தாலும், இல்லையென்றாலும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{C}$ இவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கும் செங்குத்தாக இருக்கும்.

(ii) இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்கு உட்படாது அதாவது $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$ ஆனால் $\vec{A}\times\vec{B} = -[\vec{B}\times\vec{A}]$ மேலும் $|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{B}\times\vec{A}| = AB\sin\theta$, அதாவது $\vec{A}\times\vec{B}$ மற்றும் $\vec{B}\times\vec{A}$ இவற்றின் எண்மதிப்புகள் சமம். ஆனால் இவையிரண்டும் எதிரெதிர்திசையில் செயல்படும்.

(iii) இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் $\sin\theta = 1$ என்ற நிபந்தனையில் $(\theta = 90°)$ பெரும மதிப்பைப் பெறும். அதாவது கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்கள் எனில் வெக்டர் பெருக்கல் பெரும மதிப்பைப் பெறும்.

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)_{\text{பெருமம்}} = AB\hat{n}$$

(iv) இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் $\sin\theta = 0$, என்ற நிபந்தனையில் $(\theta = 0°$ அல்லது $180°)$ சிறும மதிப்பைப் பெறும்.

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)_{\text{சிறுமம்}} = 0$$

அதாவது கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள், ஒன்றுக்கொன்று இணையாகவோ அல்லது எதிராகவோ உள்ளபோது, அவற்றின் வெக்டர் பெருக்கல் பலன் சுழியாகும்.

(v) தற்சார்பு வெக்டர் பெருக்கல் அதாவது ஒரு வெக்டரை அதே வெக்டருடன் குறுக்கு பெருக்கல் செய்யும்போது அது சுழிமதிப்பைப் பெறும். அதனை சுழிவெக்டர் என்று அழைக்கலாம்.

$$\vec{A}\times\vec{A} = AA\sin 0°\hat{n} = \vec{0}.$$

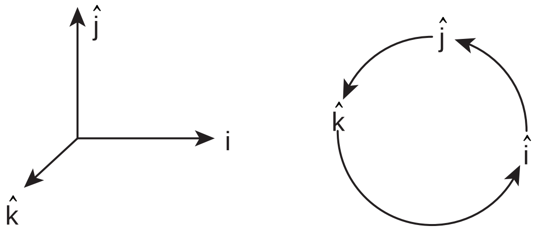
இயற்பியலில் சுழி வெக்டர் எளிமையாக சுழி என்றே குறிக்கப்படுகிறது.

(vi) ஓரலகு வெக்டர்களின் தற்சார்பு வெக்டர் பெருக்கலும் சுழியாகும்.

$$\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = \vec{0}$$

(vii) வலதுகை திருகு விதியின்படி, செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் கீழ்க்கண்டவாறு காணப்படும்.

$$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k},\ \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i} \text{ மற்றும் } \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$$



மேலும், வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்று விதிக்கு உட்படாததால், கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k}, \hat{k}\times\hat{j} = -\hat{i} \text{ மற்றும் } \hat{i}\times\hat{k} = -\hat{j}$$

(viii) வெக்டர் கூறு முறையில் இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கலை கீழ்க்கண்டவாறு கண்டறியலாம்.

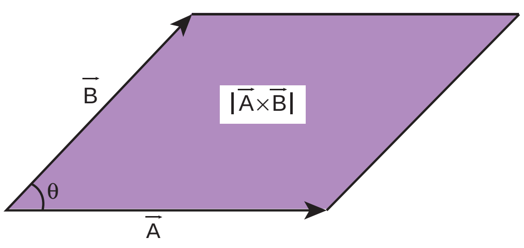
$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 57 28-01-2020 14:31:03

$$= \hat{i}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) + \hat{j}\left(A_zB_x - A_xB_z\right) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)$$

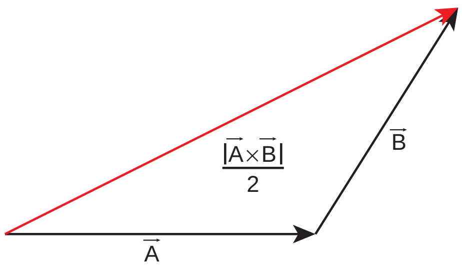
குறிப்பு: $\hat{j}$ கூறின் பெருக்கலின் வரிசையானது $\hat{i}^{th}$ கூறு மற்றும் $\hat{k}^{th}$ கூறுகளின் பெருக்கலின் வரிசையிலிருந்து மாறுபட்டு உள்ளதைக் கவனிக்கவும்.

(ix) $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களை இணைகரம் ஒன்றின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதினால், $\vec{A}\times\vec{B}$ – இன் எண்மதிப்பு $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ அவ்விணைகரத்தின் பரப்பளவைக் கொடுக்கும். இதனை படம் 2.23 காட்டுகிறது.



படம் 2.23 இணைகரம் ஒன்றின் பரப்பளவு

ஒரு இணைகரத்தை நாம் இரண்டு சம அளவுள்ள முக்கோணமாகப் பிரிக்க முடியும். வெக்டர் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ இருபக்கமாகக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்பது $\frac{1}{2}\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$க்குச் சமமாக இருக்கும். இது படம் 2.24 – யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. [இந்த வழிமுறை அலகு – 6 இல் கெப்ளரின் விதிகளைப் பயிலும் போது பயன்படுத்தப்படவிருக்கிறது என்பதை மனதிற் கொள்க].



படம் 2.24 முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறு அளவுகள் வெக்டர் பெருக்கலின் வாயிலாக வரையறை செய்யப்படுகின்றன. குறிப்பாகச் சுழற்சியின் விளைவுகளை, எடுத்துக்காட்டும் திருப்புவிசை, கோணஉந்தம் போன்ற அளவுகளை வரையறை செய்யும் போது வெக்டர் பெருக்கல் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்

(i) திருப்பு விசை $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$.

இங்கு $\vec{F}$ என்பது விசை மற்றும் $\vec{r}$ என்பது பொருளின் நிலைவெக்டர் ஆகும்.

(ii) கோண உந்தம் $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$

இங்கு $\vec{p}$ என்பது நேர்க்கோட்டு உந்தமாகும்.

(iii) நேர்க்கோட்டுத் திசை வேகம் $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$ இங்கு $\vec{\omega}$ என்பது கோணத்திசைவேகமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ மற்றும் வெக்டர் $\vec{F} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$.ஆகியவற்றின் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ ஐக் காண்க

தீர்வு

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau} = (12-(-10))\hat{i} + (15-8)\hat{j} + (-4-9)\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = 22\hat{i} + 7\hat{j} - 13\hat{k}$$

2.5.3. வெக்டர் கூறுகளின் பண்புகள்

இரண்டு வெக்டர்கள் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருப்பின், அவற்றின் கூறுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும்.

$\vec{A} = \vec{B}$ என்க

கூறுமுறையில்

$$A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

எனவே $A_x = B_x$, $A_y = B_y$, $A_z = B_z$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 58 28-01-2020 14:31:06

எடுத்துக்காட்டு 2.10

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாடுகளின் கூறுகளை ஒப்பிடுக

அ) $\vec{F} = m\vec{a}$ இங்கு

m ஒரு நேர்க்குறி எண்

ஆ) $\vec{p} = 0$

தீர்வு

நேர்வு: அ)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = ma_x\hat{i} + ma_y\hat{j} + ma_z\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும் போது

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, \; F_z = ma_z$$

இது நமக்கு உணர்த்துவது, ஒரு வெக்டர் சமன்பாடு, மூன்று ஸ்கேலர் சமன்பாடுகளுக்கு இணையானதாகும்.

நேர்வு: ஆ)

$$\vec{p} = 0$$

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும் போது

$$p_x = 0, \quad p_y = 0, \quad p_z = 0$$

எடுத்துக்காட்டு 2.11

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டிலிருந்து 'T' ன் மதிப்பைக்காண்க.

$$5\hat{j} - T\hat{j} = 6\hat{j} + 3T\hat{j}$$

தீர்வு

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$5 - 6 = 3T + T$$

$$-1 = 4T$$

$$T = -\frac{1}{4}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டின் கூறுகளை ஒப்பிடுக $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_4$

தீர்வு

கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டை x, y மற்றும் z கூறுகளாகப் பகுத்து அதன் கூறுகளை ஒப்பிட வேண்டும்.

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = F_{4x}$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = F_{4y}$$

$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = F_{4z}$$

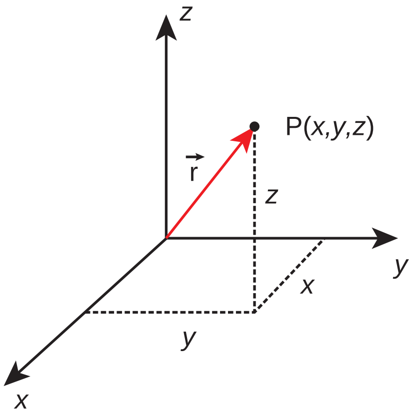
2.6 நிலை வெக்டர் (POSITION VECTOR)

எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும், துகள் ஒன்றின் நிலையினைக் குறிப்பாயம் அல்லது ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பொருத்து குறிப்பிடும் வெக்டர், நிலைவெக்டர் ஆகும்.

P என்ற புள்ளியில் உள்ள துகள் ஒன்றின் நிலை வெக்டரை $\vec{r}$ கீழ்க்காணுமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

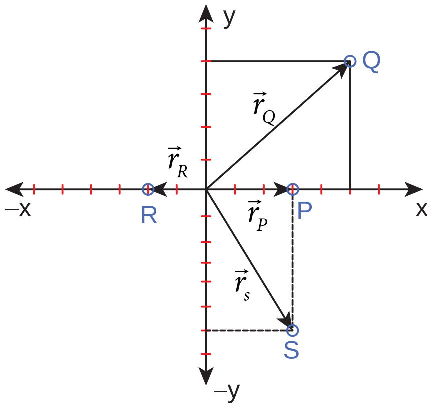
இங்கு x, y மற்றும் z ஆகியவை நிலை வெக்டர் $\vec{r}$ இன் கூறுகள் ஆகும். மேலும் $\hat{i}, \hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ ஆகியவை செங்குத்து அச்சுகளான x, y மற்றும் z அச்சில் செயல்படும் செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள் ஆகும். படம் 2.25 செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் காட்டுகிறது.



படம் 2.25 கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில் உள்ள நிலை வெக்டர்

எடுத்துக்காட்டு 2.13

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள P,Q,R,S புள்ளிகளில் உள்ள துகள்களின் நிலை வெக்டர்களைக் காண்க.



தீர்வு

P புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

$$\vec{r}_P = 3\hat{i}$$

Q புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

$$\vec{r}_Q = 5\hat{i} + 4\hat{j}$$

R புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

$$\vec{r}_R = -2\hat{i}$$

S புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

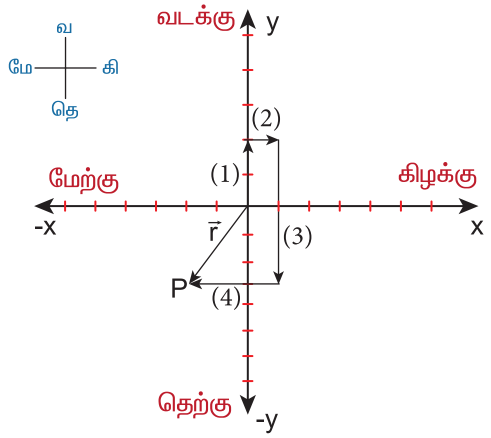
$$\vec{r}_s = 3\hat{i} - 6\hat{j}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

தொடக்கத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ள மனிதர் ஒருவர், (1) வடக்கு நோக்கி 2 மீட்டரும், (2) கிழக்கு நோக்கி 1 மீட்டரும், பின்பு (3) தெற்கு நோக்கி 5 மீட்டரும் நடக்கிறார். இறுதியாக (4) மேற்கு நோக்கி 3 m நடந்து ஓய்வு நிலைக்கு வருகிறார். இறுதி நிலையில் அம்மனிதரின் நிலை வெக்டரைக் காண்க.

தீர்வு

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நேர்குறி x அச்சை கிழக்கு திசையாகவும், நேர்குறி y அச்சை வடக்கு திசையாகவும் கருதுக.



பயணமுடிவில் P புள்ளியை அடைந்த மனிதரின் நிலை வெக்டர் $\vec{r} = -2\hat{i} - 3\hat{j}$ ஆகும். மேலும் இடப்பெயர்ச்சியின் திசை தென் மேற்கு ஆகும்.

2.7 கடந்த தொலைவு மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி

கடந்த தொலைவு

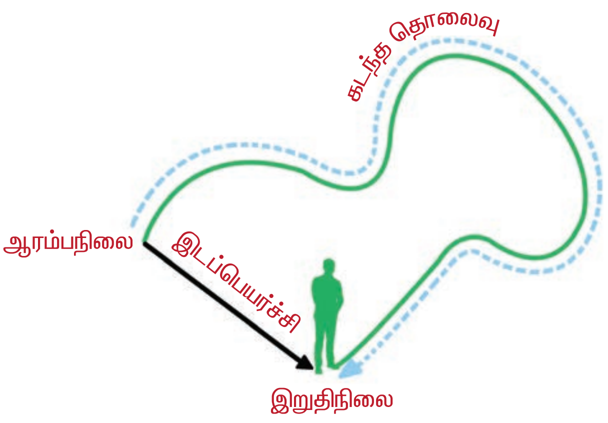
கொடுக்கப்பட்ட கால இடைவெளியில், பொருள் கடந்து சென்ற பாதையின் மொத்த நீளம் கடந்த தொலைவு எனப்படும். இது ஒரு நேர்குறி ஸ்கேலர் அளவு ஆகும்.

இடப்பெயர்ச்சி

கொடுக்கப்பட்ட கால இடைவெளியில் பொருளின் இறுதி நிலைக்கும், அதன் ஆரம்ப நிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடு இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும். மேலும் பொருளின் இருநிலைகளுக்கு இடையே உள்ள மிகக்குறைந்த தொலைவு எனவும் வரையறை

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 60 28-01-2020 14:31:11

செய்யலாம். இடப்பெயர்ச்சியின் திசையானது தொடக்கப்புள்ளியிலிருந்து இறுதிநிலைப் புள்ளியை நோக்கி இருக்கும். இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும். படம் 2.26 இடப்பெயர்ச்சிக்கும், கடந்த தொலைவிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டினைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.

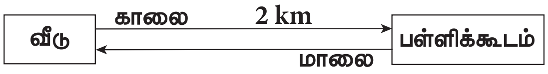


படம் 2.26 இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கடந்த தொலைவு

எடுத்துக்காட்டு 2.15

உங்கள் பள்ளிக்கூடம், உங்கள் வீட்டிலிருந்து 2 km தொலைவில் உள்ளது எனக்கருதுக. வீட்டிலிருந்து பள்ளிக்கூடத்திற்கும், பின்னர் மாலை பள்ளிக்கூடத்திலிருந்து வீட்டிற்கும் வருகிறீர்கள் எனில், இந்நிகழ்ச்சியில் நீங்கள் கடந்து சென்ற தொலைவு மற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி என்ன?

தீர்வு

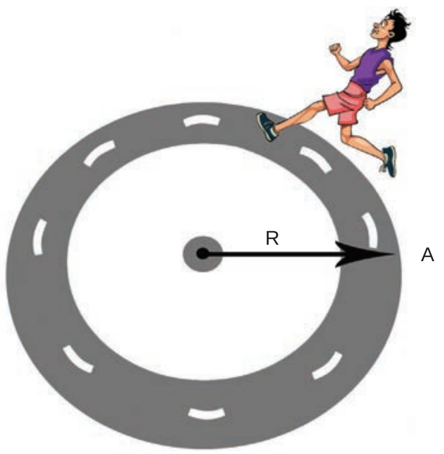


இந்தப் பயணத்தில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி சுழி. ஏனெனில் ஆரம்பநிலை மற்றும் இறுதிநிலை ஆகிய இரண்டும் ஒரே புள்ளியாகும். ஆனால் கடந்த தொலைவு 4 km ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

ஒரு தடகள வீரர் 50 m ஆரமுடைய வட்டவடிவ ஓடுபாதையில் மூன்று முறை சுற்றி வருகிறார், அவர் கடந்த தொலைவு மற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் காண்க.

தீர்வு



தடகள வீரர் கடந்த தொலைவு

$= 3 \times$ ஓடுபாதையின் சுற்றளவு

$= 3 \times 2\pi \times 50\ m = 300\pi\ m$

(அல்லது)

கடந்த தொலைவு $\approx 300 \times 3.14 \approx 942\ m$

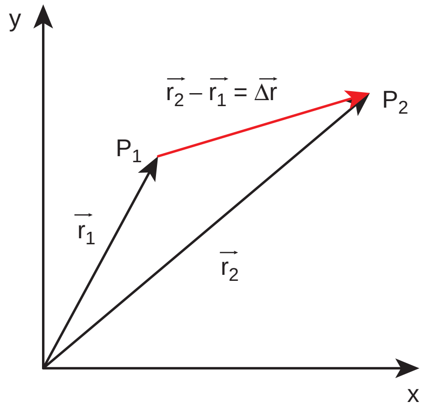
தடகளவீரர் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி சுழி. ஏனெனில் தடகள வீரரின் தொடக்கநிலை மற்றும் இறுதிநிலை ஆகியவை ஒரே புள்ளியில் உள்ளன.

2.7.1 கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்

நிலைவெக்டரை அடிப்படையாகக் கொண்டு இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரை எவ்வாறு அமைப்பது என்பது பின்வருமாறு விளக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஒன்று நிலை வெக்டர் $\vec{r}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$ கொண்ட P_1 புள்ளியிலிருந்து, நிலை வெக்டர் $\vec{r}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$ கொண்ட P_2 புள்ளிக்கு நகர்கின்றது என்க. இத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$
$$= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

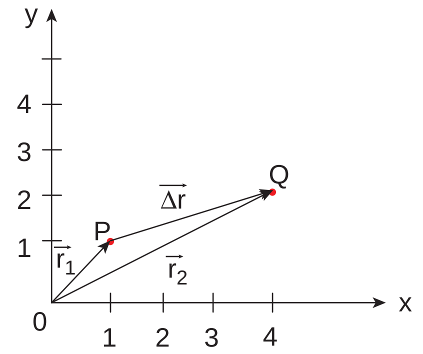
[இவ்விடப்பெயர்ச்சி படம் 2.27 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.]



படம் 2.27 இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்

எடுத்துக்காட்டு 2.17

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு துகள் ஒன்று P புள்ளியிலிருந்து Q புள்ளிக்கு நகர்கின்றது எனில், அத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சியின் எண்மதிப்பையும் காண்க.



தீர்வு

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$,

இங்கு

$$\vec{r}_1 = \hat{i} + \hat{j} \text{ மற்றும் } \vec{r}_2 = 4\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\therefore \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \left(4\hat{i} + 2\hat{j}\right) - \left(\hat{i} + \hat{j}\right)$$

$$= \left(4-1\right)\hat{i} + \left(2-1\right)\hat{j}$$

$$\therefore \Delta\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j}$$

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் எண்மதிப்பு $\Delta r = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ அலகு.

குறிப்பு

(1) கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் இயங்கும் பொருள் கடந்த தொலைவு எப்போதும் நேர்க்குறி மதிப்பை மட்டுமே பெற்றிருக்கும். சுழி அல்லது எதிர்க்குறி மதிப்பினைப் பெறாது.

(2) கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் பொருள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி நேர்க்குறி, சுழி அல்லது எதிர்க்குறி மதிப்பினைப் பெற்றிருக்கலாம்.

(3) பொருள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி, பொருள் கடந்த தொலைவிற்குச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கும். ஆனால் ஒரு போதும் கடந்த தொலைவைவிட அதிகமாக இருக்காது.

(4) இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே பொருள் கடந்த தொலைவு, பல்வேறு மதிப்புகளைப் பெற்றிருக்கும். ஆனால் அப்புள்ளிகளுக்கு இடையேயான இடப்பெயர்ச்சி ஒரே ஒரு மதிப்பினை மட்டுமே பெற்றிருக்கும் (எண் மதிப்பில்)

2.8 வகை நுண்கணிதம் (Differential Calculus)

சார்பு பற்றிய கருத்து (Concept of a function)

(i) எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவும், கணிதவியலின் ஒரு சார்பாக (function) குறிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக வெப்பநிலை T ஐக் கருதுவோம். சுற்றுச்சூழலின் வெப்பம் நாள் முழுவதும் ஒரே சீராக இருப்பதில்லை. அது நண்பகலில் அதிகரிக்கவும், மாலை வேளையில் குறையவும் செய்கிறது.

நாம் கருதும் எந்தவொரு "t" நேரத்திலும் வெப்பநிலை T ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பினைப் பெற்றிருக்கும். கணிதவிதிகளின் அடிப்படையில் இதனை 'T (t)' எனக் குறிப்பிடலாம். மேலும் இதனை "நேரத்தைச் சார்ந்த வெப்பநிலை" என அழைக்கலாம். இதிலிருந்து நாம்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 62 28-01-2020 14:31:14

அறிந்துகொள்வது என்னவெனில், நேரம் 't' கொடுக்கப்பட்டால், அந்த குறிப்பிட்ட நேரத்தில் உள்ள வெப்பநிலையை சார்பு 'T (t)' கொடுக்கும். இதேபோன்று x அச்சின் திசையில் செல்லும் பேருந்து ஒன்றின் இயக்கத்தினை x(t) எனக் குறிப்பிடலாம். அதாவது x என்பது நேரத்தைச் சார்ந்த ஒரு சார்பு ஆகும். இங்கு x என்பது அந்த பேருந்தின் x ஆய அச்சினைக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு

f(x) = x^2 என்ற சார்பைக் கருதுக. சில நேரங்களில் இதனை y = x^2 எனவும் குறிப்பிடலாம் இங்கு y என்பது x ஐச் சார்ந்த மாறி, ஆனால் x என்பது சார்பற்ற மாறி ஆகும். x இல் மாற்றம் ஏற்படும் போதெல்லாம் y யிலும் மாற்றம் ஏற்படும் என்பதை இது உணர்த்துகிறது.

இயற்பியல் அளவு ஒன்றினைச் சார்பு வடிவில் குறிப்பிட்ட பின்பு, அந்த சார்பு நேரத்தைப் பொருத்து எவ்வாறு மாறுபடுகிறது (அல்லது) இயற்பியல் அளவு சார்பற்ற மாறிகளைப் பொருத்து எவ்வாறு மாறுபடுகிறது என்பதை அறியலாம். எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவில் ஏற்படும் மாற்றத்தையும் பகுத்து ஆராய நுண்கணிதம் (Calculus) என்ற கணிதவியலின் பிரிவு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

y = f(x) என்பது ஒரு சார்பு எனில், x ஐப் பொருத்து y இன் முதல் வகைக்கெழுவை $\frac{dy}{dx}$ எனக் குறிப்பிடலாம். கணிதவியலின்படி y = f(x) என்பது

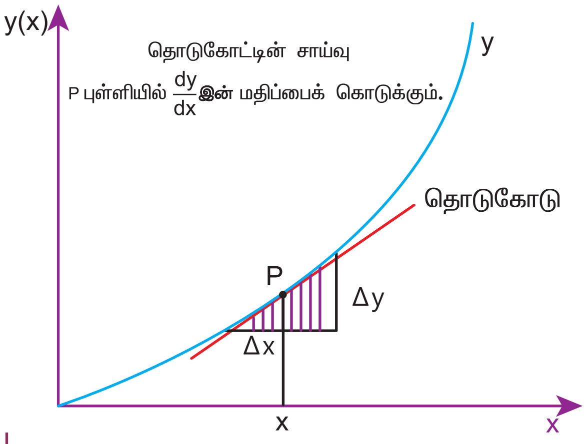
x–இன் பல்வேறு மதிப்புகளுக்கு y – இல் ஏற்படும் மாற்றத்தை எடுத்துக் காட்டுகிறது.

கணித கோட்பாட்டின்படி வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ கீழ்க்கண்டவாறு வரையறை செய்யப்படுகிறது.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Δx சுழியினை நெருங்கும்போது ($\Delta x \to 0$) $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ அடையும் எல்லையை $\frac{dy}{dx}$ காட்டுகிறது.



படம் 2.28 சார்பின் வகைக்கெழு

எடுத்துக்காட்டு 2.18

$y = x^2$ என்ற சார்பினைக் கருதுக. "சார்பு எல்லை" கருத்தைப் பயன்படுத்தி $x = 2$ என்ற புள்ளியில் அதன் வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

தீர்வு

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 3$ என்ற இரண்டு புள்ளிகளைக் கருதினால் $y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = 9$ என்ற இரண்டு புள்ளிகள் கிடைக்கும்.

இங்கு $\Delta x = 1$ மற்றும் $\Delta y = 5$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-4}{3-2} = 5$

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 2.5$ எனில்
$y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = (2.5)^2 = 6.25$ எனக் கிடைக்கும்

இங்கு $\Delta x = 0.5 = \frac{1}{2}$ மற்றும் $\Delta y = 2.25$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6.25-4}{0.5} = 4.5$

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 2.25$ எனில்
$y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = 5.0625$ எனக் கிடைக்கும்

இங்கு $\Delta x = 0.25 = \frac{1}{4}$ மற்றும் $\Delta y = 1.0625$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5.0625-4}{0.25} = \frac{(5.0625-4)}{\frac{1}{4}}$

$= 4(5.0625-4) = 4.25$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 63 28-01-2020 14:31:17

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 2.1$ எனில்
$y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = 4.41$ எனக் கிடைக்கும்.

இங்கு $\Delta x = 0.1 = \frac{1}{10}$ மற்றும் $\Delta y = 0.41$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(4.41-4)}{\frac{1}{10}} = 10(4.41-4) = 4.1$$

முடிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளன.

x_1	x_2	Δx	y_1	y_2	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
2	2.25	0.25	4	5.0625	4.25
2	2.1	0.1	4	4.41	4.1
2	2.01	0.01	4	4.0401	4.01
2	2.001	0.001	4	4.004001	4.001
2	2.0001	0.0001	4	4.00040001	4.0001

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து பின்வரும் முடிவுகளைப் பெறலாம்.

- Δx சுழியினை நெருங்கும்போது $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ எண்மதிப்பு 4 என்ற எல்லையை நெருங்குகிறது
- x = 2 என்ற புள்ளியில், வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx} = 4$ ஆகும்.
- மற்றொரு கவனிக்க வேண்டிய அம்சம் என்னவெனில், $\Delta x \rightarrow 0$ என்பதை $\Delta x = 0$ எனக் கருதக்கூடாது. ஏனெனில் $\Delta x = 0$ என்று பிரதியிட்டால் $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ஐ வரையறுக்க முடியாது.

பொதுவாக, சார்பு $y = x^2$ இன் வகைக்கெழுவைக் கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம்.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x}$$

$$= \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x = 2x$$

பின்வரும் அட்டவணை இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் சில பொதுவான சார்புகளையும், அவற்றின் வகைக் கெழுக்களையும் காட்டுகிறது.

சார்பு	வகைக்கெழு
y = x	dy/dx = 1
$y = x^2$	dy/dx = 2x
$y = x^3$	$dy/dx = 3x^2$
$y = x^n$	$dy/dx = nx^{n-1}$
y = sinx	dy/dx = cosx
y=cosx	dy/dx = –sinx
y = மாறிலி	dy/dx = 0
$y = AB$	$dy/dx = A\left(\frac{dB}{dx}\right) + \left(\frac{dA}{dx}\right)B$

இயற்பியலில், திசைவேகம், வேகம் மற்றும் முடுக்கம் ஆகியவை நேரம் t ஐப் பொருத்த வகைக்கெழுக்கள் ஆகும். அவற்றைப்பற்றி அடுத்த பகுதியில் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.19

கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $x = A_0 + A_1 t + A_2 t^2$ இன் வகைக்கெழுவினை t ஐ பொறுத்துக் காண்க. இங்கு A_0, A_1 மற்றும் A_2 ஆகியவை மாறிலிகள் ஆகும்.

தீர்வு

இங்கு சார்பற்ற மாறி 't' மற்றும் சார்புடைய மாறி 'x' ஆகும்.

நமக்குத் தேவையான வகைக்கெழு

$$dx/dt = 0 + A_1 + 2A_2 t$$

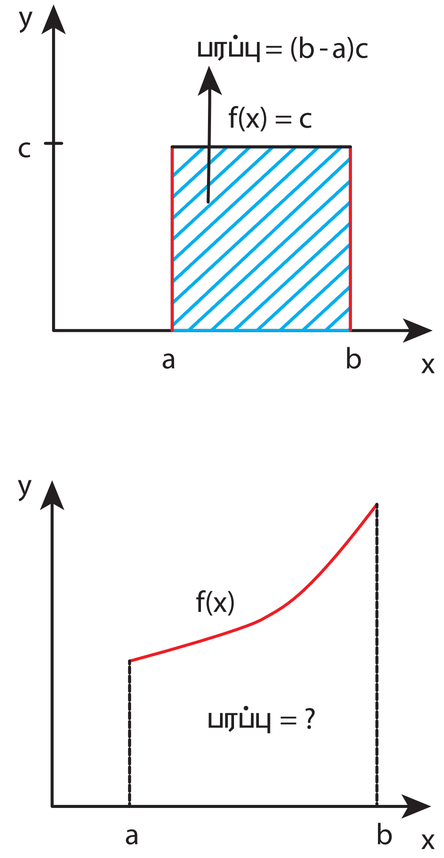
இரண்டாம்படி வகைக்கெழு $\frac{d^2x}{dt^2} = 2A_2$ ஆகும்.

2.9 தொகை நுண்கணிதம் (Integral Calculus)

தொகையிடல் என்பது பரப்பினைக் கண்டறியும் ஒரு செயலாகும். சில ஒழுங்கான வடிவங்களுக்கு எளிதாக பரப்பினைக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்ற வடிவங்களின் பரப்பினை அவ்வாறு காணமுடியாது. இத்தகைய நேர்வுகளில் தொகை நுண்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி எளிமையாக

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 64 28-01-2020 14:31:19

பரப்பினைக் காணலாம். எடுத்துக்காட்டாக படம் 2.29 யில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்ற வளைகோடு ஆகியவற்றைக் கருதுக. செவ்வகத்தின் பரப்பு A= நீளம் x அகலம் = (b–a) c என எளிதாகக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டின் கீழே அமையும் பரப்பை அவ்வாறு காண முடியாது.

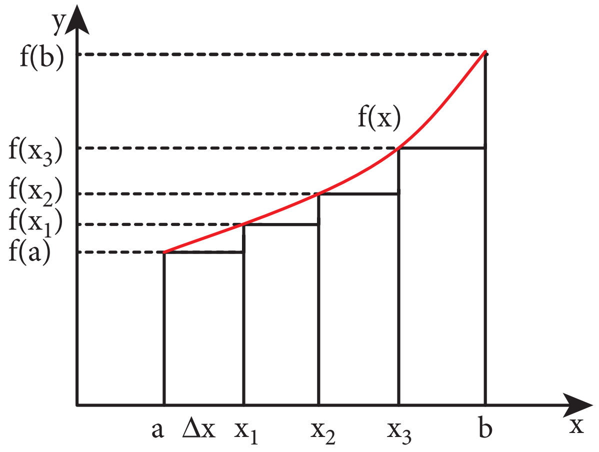


படம் 2.29 செவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டின் கீழே ஏற்படும் பரப்பு

f(x) என்ற சார்பாகக் கருதப்படும் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைப் படம் 2.30 யில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு செவ்வகப் பட்டைகளாகப் பிரித்து, அவற்றின் கூடுதலை ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பின் தோராயமாகக் கொள்ளலாம்.

$$A \approx f(a)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + f(x_3)\Delta x$$

இங்கு $f(a)$ என்பது $x = a$ என்ற நிலையில் $f(x)$ இன் மதிப்பாகும், மேலும் $f(x_1)$ என்பது $x = x_1$ என்ற நிலையில் $f(x)$ இன் மதிப்பாகும். இவ்வாறே மற்ற மதிப்புகளையும் காண வேண்டும். செவ்வகப்பட்டைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது, பரப்பை அளவிடுதலின் துல்லியத்தன்மை மென்மேலும் அதிகரிக்கும்.



படம் 2.30 வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு செவ்வகப்பட்டைகளின் மொத்தப்பரப்பினால் குறிக்கப்படுகிறது

வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பினை N பட்டைகளாகப் பகுக்கும்போது, வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பை

$$A \approx \sum_{n=1}^{N} f(x_n)\Delta x_n$$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

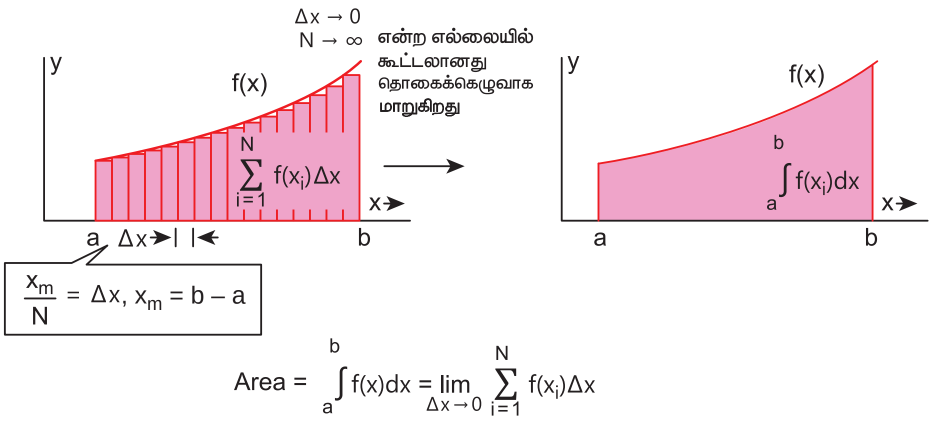
செவ்வகப் பட்டைகளின் எண்ணிக்கை ஈறிலா மதிப்பினை நெருங்கும்போது $N \to \infty$ அவற்றின் கூடுதல், தொகையிடலாக மாறுகிறது.

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

(குறிப்பு : $N \to \infty$, எனில் $\Delta x \to 0$)

இந்தத் தொகையிடல், வளைகோடு $f(x)$ க்கு கீழே உள்ள மொத்தப் பரப்பினைக் கொடுக்கிறது. இது படம் 2.31 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 65 28-01-2020 14:31:21



$$\text{Area} = \int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=1}^{N} f(x_i)\Delta x$$

படம் 2.31 கூடுதலுக்கும் தொகையிடலுக்கும் உள்ள தொடர்பு

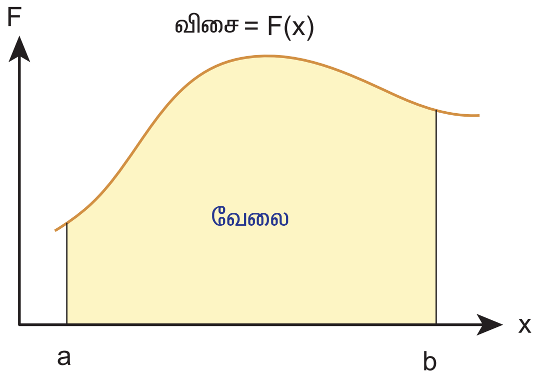
எடுத்துக்காட்டுகள்

பொருளொன்று a புள்ளியிலிருந்து b புள்ளிக்கு ஒரு பரிமாண இயக்கத்தில் நகரும்போது விசை $F(x)$ ஆல் செய்யப்பட்ட வேலையை கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

$$W = \int_a^b F(x)dx$$

(இங்கு ஸ்கேலர் பெருக்கல் அவசியமில்லை. ஏனெனில் பொருள் ஒரு பரிமாண இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது.)

(1) விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, விசை – இடப்பெயர்ச்சி வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பிற்குச் சமம் என்பதை படம் 2.32 காட்டுகிறது.

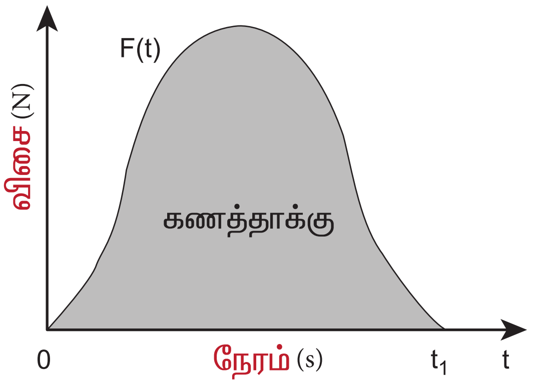


படம் 2.32 விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

(2) t = 0 மற்றும் $t = t_1$ என்ற சிறிய கால இடைவெளியில் விசையினால் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கை தொகையிடல் மூலம் கணக்கிடலாம்.

$$\text{கணத்தாக்கு } I = \int_0^{t_1} F dt$$

விசைச் சார்பு $F(t)$ மற்றும் நேரம் (t) வரைபடத்தின் பரப்பு, கணத்தாக்கிற்குச் சமம். இது படம் 2.33 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது



படம் 2.33 விசையினால் ஏற்படும் கணத்தாக்கு

சராசரித் திசைவேகம்

தொடக்கத்தில் P என்ற புள்ளியில் உள்ள துகள் ஒன்றைக் கருதுக. அதன் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1$ ஆகும். Δt என்ற சிறிய கால இடைவெளியில் அத்துகள் Q என்ற புள்ளியை அடைகிறது அதன் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_2$ ஆகும். துகளின் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர்

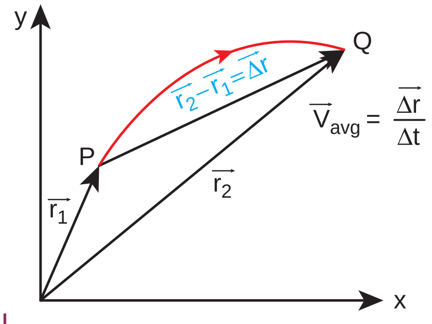
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் மற்றும் அதற்கான கால இடைவெளி ஆகியவற்றின் விகிதம், சராசரி திசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும்.

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும். சராசரித் திசைவேகத்தின் திசை, இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் திசையில் ($\Delta \vec{r}$) அமையும்.

இது படம் 2.34 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது



படம் 2.34 சராசரித் திசைவேகம்

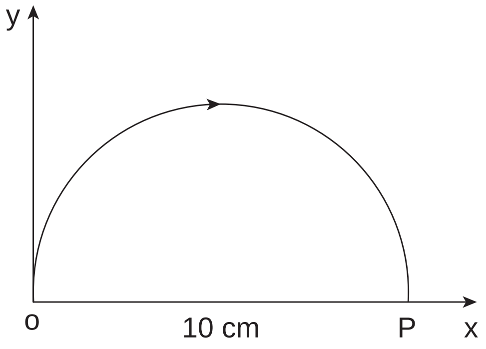
சராசரி வேகம்

துகள் கடந்து சென்ற பாதையின் மொத்த நீளத்திற்கும், எடுத்துக் கொண்ட கால இடைவெளிக்கும் உள்ள தகவு, சராசரி வேகமாகும்.

சராசரி வேகம் = பாதையின் மொத்த நீளம் / மொத்த நேரம்

எடுத்துக்காட்டு 2.20

படத்தில் உள்ளவாறு பொருளொன்று O புள்ளியிலிருந்து P புள்ளிக்கு 5 வினாடியில் கடந்து செல்கிறது. அப்பொருளின் சராசரித் திசைவேகம் மற்றும் சராசரி வேகம் ஆகியவற்றைக் காண்க.



சராசரித் திசைவேகம் $\vec{v}_{avg} = \frac{\vec{r}_P - \vec{r}_O}{\Delta t}$

இங்கு $\Delta t = 5\ s$

$$\vec{r}_O = 0$$

$$\vec{r}_P = 10\hat{i}$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{10\hat{i}}{5} = 2\hat{i}\, cm\, s^{-1}$$

சராசரித் திசைவேகம், நேர்க்குறி x அச்சு திசையில் உள்ளது.

சராசரி வேகம் = $\frac{\text{பாதையின் மொத்த நீளம்}}{\text{மொத்த நேரம்}}$

$$= \frac{5\pi\, cm}{5} = \pi\, cm\, s^{-1} \approx 3.14\, cm\, s^{-1}$$

இங்கு சராசரி வேகம், சராசரித் திசை வேகத்தை விட அதிகம் என்பதைப் புரிந்து கொள்ள வேண்டும்.

உடனடித் திசைவேகம் (அல்லது) திசைவேகம்

t நேரத்தில் இருக்கும் உடனடித் திசைவேகம் அல்லது எளிமையாக t நேரத்தில் திசைவேகம் என்பது, $\Delta t \to 0$, என்ற நிபந்தனையில் கிடைக்கப்பெறும் சராசரித் திசைவேகம் ஆகும்.

மேலும், திசைவேகம் என்பது, நேரத்தைப் பொருத்து நிலைவெக்டர் மாறும் வீதமாகும். இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும்.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

வெக்டர் கூறுமுறையில் துகள் ஒன்றின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$
$$= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}.$$

இங்கு $\frac{dx}{dt} = v_x$ = திசைவேகத்தின் x கூறு

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 67 28-01-2020 14:31:26

$$\frac{dy}{dt} = v_y = \text{ திசைவேகத்தின் } y \text{ கூறு}$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z = \text{ திசைவேகத்தின் } z \text{ கூறு}$$

திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு வேகம் எனப்படும். அதனை v என குறிப்பிடலாம்.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

வேகம் எப்போதும் ஒரு நேர்க்குறி ஸ்கேலர் ஆகும். வேகத்தின் அலகு $m\,s^{-1}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.21

துகளொன்றின் நிலை வெக்டர்

$\vec{r} = 2t\,\hat{i} + 3\,t^2\,\hat{j} - 5\,\hat{k}$.

அ) t என்ற எந்தவொரு நேரத்திலும் உள்ள திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக.

ஆ) $t = 2$ வினாடி என்ற நேரத்தில் உள்ள திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

திசைவேகம் $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{i} + 6t\hat{j}$

வேகம் $v(t) = \sqrt{2^2 + (6t)^2}\; m s^{-1}$

$t = 2$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்

$$\vec{v}\ (2\text{ s}) = 2\hat{i} + 12\hat{j}$$

$t = 2$ வினாடியில் துகளின் வேகம்

$$v\ (2\text{ s}) = \sqrt{2^2 + 12^2} = \sqrt{4 + 144}$$
$$= \sqrt{148} \approx 12.16\, m\, s^{-1}$$

துகளானது x, y திசைகளில் திசைவேகத்தின் கூறுகளைப் பெற்றுள்ளது. z திசையில் நிலைவெக்டர் (–5) என்ற மாறாத மதிப்பினைப் பெற்றுள்ளது. இது நேரத்தைச் சார்ந்ததல்ல. எனவே z– திசையில் திசைவேகத்தின் கூறு சுழியாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.22

A, B மற்றும் C என்ற மூன்று துகள்களின் திசைவேகங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றுள் எந்தத் துகள் அதிக வேகத்தில் செல்லும்.

$$\vec{v_A} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{v_B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$
$$\vec{v_C} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

தீர்வு

நாம் அறிந்தபடி வேகம் என்பது, திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு ஆகும். எனவே,

$$\text{A துகளின் வேகம்} = \left|\vec{v_A}\right| = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2 + (2)^2}$$
$$= \sqrt{9 + 25 + 4} = \sqrt{38}\ \text{m s}^{-1}$$

$$\text{B துகளின் வேகம்} = \left|\vec{v_B}\right| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2}$$
$$= \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}\ \text{m s}^{-1}$$

$$\text{C துகளின் வேகம்} = \left|\vec{v_C}\right| = \sqrt{(5)^2 + (3)^2 + (4)^2}$$
$$= \sqrt{25 + 9 + 16} = \sqrt{50}\ \text{m s}^{-1}$$

C துகள் மற்ற துகள்களைவிட வேகமாகச் செல்லும்.

$$\sqrt{50} > \sqrt{38} > \sqrt{14}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.23

இரண்டு கார்களில் ஒன்று $\vec{v}_1 = 10\,m\,s^{-1}$ என்ற திசை வேகத்தில் கிழக்காகவும் மற்றொன்று $\vec{v}_2 = 10\,m\,s^{-1}$ என்ற திசைவேகத்தில் மேற்காகவும் செல்கின்றன. அவற்றின் வேகங்களைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

இரண்டு கார்களும் வெவ்வேறான திசையில் ஒரே எண்மதிப்புடைய திசைவேகத்தில் செல்கின்றன.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 68 28-01-2020 14:31:30

எனவே இரண்டு கார்களும் வெவ்வேறு திசைவேகத்தில் செல்கின்றன எனக் கருதலாம். ஆனால், திசை வேகத்தின் எண்மதிப்பு வேகம் ஆகும். இதற்குத் திசை இல்லை. எனவே இரண்டு கார்களும் வெவ்வேறு திசைகளில் சென்றாலும் சம வேகத்தில் செல்கின்றன என்பதை அறியலாம்.

வேகம் காட்டும் கருவி

உந்தம்

துகள் ஒன்றின் நேர்க்கோட்டு உந்தம் அல்லது உந்தம் என்பது அத்துகளின் நிறைக்கும், அதன் திசைவேகத்திற்கும் உள்ள பெருக்கற்பலன் ஆகும். இதனை $\vec{p}$ எனக் குறிப்பிடலாம். இது ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகும்.

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

திசைவேகத்தின் திசையிலேயே உந்தத்தின் திசையும் இருக்கும். உந்தத்தின் எண்மதிப்பு துகளின் நிறை மற்றும் வேகத்தின் பெருக்கல் பலனுக்குச்சமம்.

$$p = mv$$

கூறுமுறையில் உந்தத்தினை பின் வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = mv_x\hat{i} + mv_y\hat{j} + mv_z\hat{k}$$

இங்கு

p_x = உந்தத்தின் x-கூறு, இது mv_x க்குச் சமம்.

p_y = உந்தத்தின் y-கூறு, இது mv_y க்குச் சமம்.

p_z = உந்தத்தின் z–கூறு, இது mv_z க்குச் சமம்.

நியூட்டன் விதிகளில் உந்தத்தின் பங்கு மிக முக்கியமானதாகும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டிலிருந்து உந்தத்தின் இயற்பியல் முக்கியத்துவத்தினை அறியலாம்.

ஒரு வண்ணத்துப்பூச்சி, சிறிய கல் ஆகிய இரண்டும் 5 m s^{-1} என்ற திசைவேகத்தில் உங்கள் மீது மோதுகிறது என்க. மோதலின் விளைவுகள் இரண்டும் சமமாக இருப்பதில்லை. ஏனெனில் விளைவு திசை வேகத்தினை மட்டும் பொருத்ததில்லை, நிறையையும் பொருத்தது.

சிறிய கல்லின் நிறை, வண்ணத்துப்பூச்சியின் நிறையைவிட அதிகம். எனவே, சிறிய கல்லின் உந்தம் வண்ணத்துப் பூச்சியின் உந்தத்தைவிட அதிகம். ஆகவே இயக்கத்தில் உள்ள பொருளின் நிலையை விளக்குவதில் உந்தத்தின் பங்கு மிக அதிகமாகும்.

உந்தத்தின் அலகு kg m s^{-1} ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.24

10 g மற்றும் 1 kg நிறை கொண்ட இரண்டு பொருட்கள் 10 m s^{-1} என்ற ஒரே வேகத்தில் செல்கின்றன. அவற்றின் உந்தங்களின் எண்மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

$p = mv$ என்க

10 g நிறையுடைய பொருளின் உந்தம்

$$p = 0.01 \times 10 = 0.1 \text{ kg m s}^{-1}$$

1 kg நிறையுடைய பொருளின் உந்தம்

$$p = 1 \times 10 = 10 \text{ kg m s}^{-1}$$

இரண்டும் ஒரே வேகத்தில் சென்றாலும் கனமான பொருளின் உந்தம், லேசான பொருளின் உந்தத்தை விட 100 மடங்கு அதிகம் என்பதை இந்த எடுத்துக்காட்டிலிருந்து அறியலாம்.

2.10 ஒரு பரிமாண இயக்கம்

2.10.1 சராசரித் திசைவேகம்

துகளொன்று ஒரு பரிமாணத்தில் இயங்குகிறது என்க. எடுத்துக்காட்டாக x திசையில் இயங்குகிறது என்று எடுத்துக்கொண்டால் அத்துகளின் சராசரித் திசைவேகம்

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 69 28-01-2020 14:31:32

சராசரித் திசைவேகம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். ஆனால் ஒரு பரிமாணத்தில், நமக்கு இரண்டு திசைகள் மட்டுமே சாத்தியம் (நேர்க்குறி மற்றும் எதிர்க்குறி x திசை) எனவே திசையினைக் குறிக்க நேர்க்குறி மற்றும் எதிர்க்குறி இரண்டினையும் பயன்படுத்தலாம்.

உடனடித் திசைவேகம் அல்லது திசைவேகத்தினைப்பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம்.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

வரைபடமுறையில், துகளின் இடப்பெயர்ச்சி–நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு, துகளின் திசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும். அதே நேரத்தில் துகளின் திசைவேகம்–நேரம் வரைபடத்தின் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கடந்த தொலைவினைக் கொடுக்கும். அதனைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

நாமறிந்தபடி, திசைவேகம் $= \frac{dx}{dt} = v$

எனவே, $dx = vdt$ என எழுதலாம்.

இரண்டு பக்கமும் தொகைப்படுத்த

$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt$ எனக்கிடைக்கும்.

முற்பகுதியில் கூறப்பட்டபடி தொகையிடல் என்பது வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைக் காண்பதற்குச் சமம். எனவே, $\int_{t_1}^{t_2} v\,dt$ என்ற பதம் திசைவேகம், காலத்தின் சார்பாக உள்ளபோது ஏற்படும் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைக் குறிக்கிறது.

இடதுகைப் பக்கமுள்ள தொகையிடல் t_1 நேரத்திலிருந்து t_2 நேரத்தில் துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் குறிக்கிறது. திசைவேகம்–நேரம் வளை கோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் குறிக்கிறது. பரப்பு எதிர்க்குறியாக இருப்பின், இடப்பெயர்ச்சி எதிர்க்குறி ஆகும். எனவே, துகள் எதிர்த்திசையில் செல்கிறது. இது படம் 2.35 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 2.25

துகள் ஒன்று x–அச்சுத் திசையில் நகர்கிறது என்க. அவ்வாறு அது நகரும் போது அதன் x– ஆய அச்சு நேரத்தைப் பொருத்து $x = 2 - 5t + 6t^2$ என்ற சமன்பாட்டின்படி மாறுகிறது எனில் துகளின் ஆரம்பத் திசைவேகம் என்ன?

தீர்வு

$$x = 2 - 5t + 6t^2$$

திசைவேகம், $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2 - 5t + 6t^2)$

(அல்லது) $v = -5 + 12t$

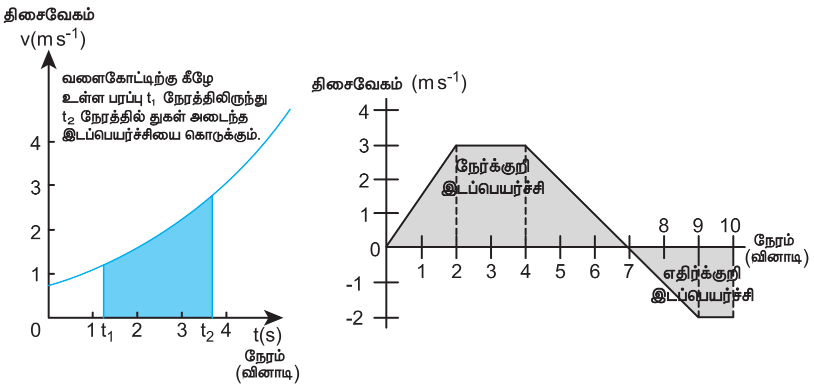
ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்கு $t = 0$ என்க

எனவே, ஆரம்பத் திசைவேகம் $= -5\ m\ s^{-1}$

ஆரம்பத் திசைவேகத்தில் உள்ள எதிர்க்குறி என்பது, பொருளானது ஆரம்பத்தில் எதிர் x –அச்சு திசையில் திசைவேகத்தைக் கொண்டிருந்தது என்று குறிக்கிறது.

துகள் கடந்த மொத்த பாதையின் நீளத்திற்கும், எடுத்துக் கொண்ட நேரத்திற்கும் உள்ள தகவு சராசரி வேகம் எனப்படும்.

$$\text{சராசரி வேகம்} = \frac{\text{பாதையின் மொத்த நீளம்}}{\text{எடுத்துக் கொண்டநேரம்}}$$



படம் 2.35 திசைவேகம் – நேரம் வரைபடத்தில் இடப்பெயர்ச்சி

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 70 28-01-2020 14:31:34

2.10.2 ஒரு பரிமாண மற்றும் இருபரிமாண இயக்கத்தில் சார்புத் திசைவேகம்

A மற்றும் B என்ற இரண்டு பொருட்கள் வெவ்வேறு திசை வேகங்களில் செல்கின்றன என்க, B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் திசைவேகம் என்பது, B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம் எனப்படும் .

நேர்வு –1

A, B என்ற இரண்டு பொருள்கள் படத்தில் உள்ளவாறு V_A மற்றும் V_B, என்ற சீரான திசைவேகங்களில் நேர்க்கோட்டுப்பாதையில் தரையைப் பொருத்து ஒரே திசையில் செல்கின்றன.

$$\overrightarrow{V_A}, \overrightarrow{V_B}$$

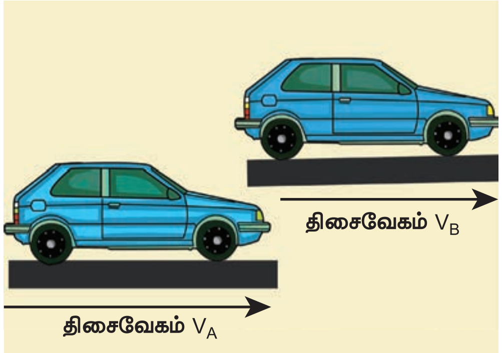
B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத்திசைவேகம் $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

A பொருளைப் பொருத்து B பொருளின் சார்புத்திசைவேகம் $\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

எனவே, இரண்டு பொருட்கள் ஒரே திசையில் இயங்கும் போது, ஒரு பொருளைப் பொருத்து மற்றொன்றின் சார்புத்திசை வேகத்தின் எண்மதிப்பு, இவ்விரண்டு பொருள்களின் திசைவேகங்களின் எண் மதிப்புகளின் வேறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.26

A மற்றும் B என்ற இரண்டு கார்கள் இணையான பாதையில் ஒரே திசையில் தரையைப் பொருத்து சீரான திசைவேகத்தில் செல்கின்றன. A மற்றும் B கார்களின் திசைவேகங்கள் முறையே 35 km h^{-1} மற்றும் 40 km h^{-1} கிழக்காக செல்கின்றன. A காரினைப் பொருத்து B காரின் சார்புத் திசைவேகம் என்ன?



தீர்வு

A காரினைப் பொருத்து B காரின் சார்புத் திசைவேகம்

$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 5 \text{ km h}^{-1}$ கிழக்கு திசையில்

இதே போன்று B காரினைப் பொருத்து A காரின் சார்புத் திசைவேகம்

$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = 5 \text{ km h}^{-1}$ மேற்குத்திசையில்

A காரில் உள்ள பயணிக்கு B காரானது கிழக்கு நோக்கி 5 km h^{-1} என்ற திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும். B காரில் உள்ள பயணிக்கு A காரானது மேற்கு நோக்கி 5 km h^{-1} என்ற திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும்.

நேர்வு –2

A, B என்ற இரண்டு பொருட்கள் V_A மற்றும் V_B என்ற சீரான திசைவேகங்களில் ஒன்றுக்கொன்று எதிர் திசையில் நேரான பாதையில் செல்கின்றன.

$$\overrightarrow{\longrightarrow} \quad \overleftarrow{\longleftarrow}$$
$$\vec{V}_A \qquad \vec{V}_B$$

B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - (-\vec{V}_B) = \vec{V}_A + \vec{V}_B$$

A பொருளைப் பொருத்து B பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{V}_{BA} = -\vec{V}_B - \vec{V}_A = -(\vec{V}_A + \vec{V}_B)$$

எனவே, இரண்டு பொருட்கள் ஒன்றுக்கொன்று எதிர் திசையில் இயங்கும் போது, ஒரு பொருளைப் பொருத்து மற்றொரு பொருளின் சார்புத் திசைவேகமானது, இரண்டு பொருட்களின் திசைவேகங்களின் எண் மதிப்புகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

நேர்வு –3

$\vec{v}_A$ மற்றும் $\vec{v}_B$ திசைவேகத்தில் இரண்டு பொருட்கள் θ கோணத்தில் இயங்கும் போது, B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 71 28-01-2020 14:31:36

சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை கீழ்கண்டவாறு வழங்கப்படுகிறது.

$$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2\,v_A v_B \cos\theta}$$ மற்றும்

$$\tan\beta = \frac{v_B \sin\theta}{v_A - v_B\cos\theta}$$

(இங்கு β என்பது $\vec{v}_{AB}$ மற்றும் $\vec{v}_B$ க்கு இடைப்பட்ட கோணமாகும்.)

(அ) இரு பொருட்களும், நேரான இணை பாதையில் ஒரே திசையில் இயங்கும் போது $\theta = 0°$ எனவே,

$$v_{AB} = (v_A - v_B)$$

மேலும் v_{AB} இன் திசை $\vec{v}_A$ இன் திசையில் இருக்கும். இதே போன்று,

$$v_{BA} = (v_B - v_A)$$

மேலும் v_{BA} இன் திசை $\vec{v}_B$ இன் திசையில் இருக்கும்.

(ஆ) இரு பொருட்களும் நேரான இணைப் பாதையில் ஒன்றுக் கொன்று எதிர்திசையில் இயங்கும் போது $\theta = 180°$. எனவே,

$$v_{AB} = (v_A + v_B)$$

மேலும் இதன் திசை $\vec{v}_A$ இன் திசையில் இருக்கும்.

இதேபோன்று

$$v_{BA} = (v_B + v_A)$$

மேலும் இதன் திசை $\vec{v}_B$ இன் திசையில் இருக்கும்.

(இ) இரு பொருட்களும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக செல்லும் போது $\theta = 90°$

B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு

$$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2}.$$

(ஈ) குடை பிடித்தபடி கிடைத்தளப் பாதையில் நடந்து செல்லும் மனிதரின் திசைவேகம் $\vec{V}_M$ என்க. அவரின் மீது செங்குத்தாக $\vec{V}_R$ திசைவேகத்தில் மழை பொழிகிறது எனில், மனிதரைப் பொருத்து, மழையின் சார்புத் திசைவேகம் (படம் 2.36)

$$\vec{V}_{RM} = \vec{V}_R - \vec{V}_M$$

மேலும், $\vec{V}_{RM}$ இன் எண்மதிப்பு

$$V_{RM} = \sqrt{V_R^2 + V_M^2}$$

மற்றும் செங்குத்து அச்சைப் பொறுத்து

$$\text{திசை } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_M}{V_R}\right)$$

இது படம் (2.36) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

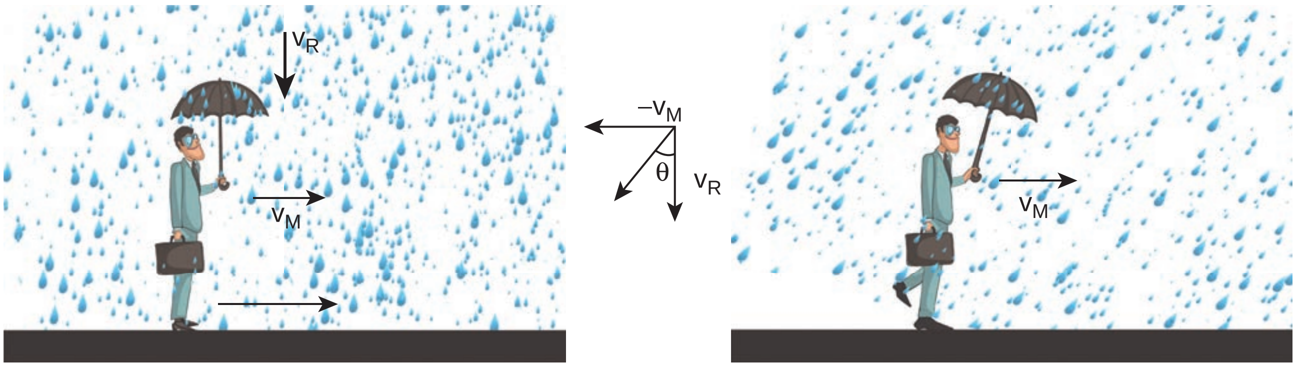
மழையிலிருந்து தன்னைப் பாதுகாத்துக் கொள்ள மனிதர் செங்குத்து அச்சைப் பொறுத்து θ கோணத்தில் குடையினை சாய்த்துப் பிடிக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.27

A மற்றும் B என்ற இரண்டு ரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒன்றுக் கொன்று எதிர் திசையில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டி A இன் திசைவேகம் கிழக்கு நோக்கி 40 km h^{-1} மற்றும் இரயில் வண்டி B இன் திசைவேகம் மேற்கு நோக்கி 40 km h^{-1}. இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

இரயில் வண்டி B ஐப் பொருத்து, இரயில்வண்டி A இன் சார்புத் திசைவேகம்,



படம் 2.36 மழையைப் பொருத்து குடையின் கோணம்

$V_{AB} = 80\ \text{km h}^{-1}$ கிழக்கு நோக்கி, அதாவது இரயில் வண்டி B இல் உள்ள பயணிக்கு, இரயில்வண்டி A கிழக்கு நோக்கி 80 km h^{-1} திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும்.

இரயில் வண்டி A ஐப் பொருத்து, இரயில்வண்டி B இன் சார்புத் திசைவேகம்,

$V_{BA} = 80\ \text{km h}^{-1}$ மேற்கு நோக்கி, அதாவது இரயில் வண்டி A இல் உள்ள பயணிக்கு, இரயில்வண்டி B மேற்கு நோக்கி 80 km h^{-1} திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.28

A மற்றும் B என்ற இரண்டு இரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒரே திசையில் கிழக்கு நோக்கி 50 km h^{-1} என்ற திசைவேகத்தில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

இரயில் வண்டி A வைப் பொருத்து இரயில் வண்டி B இன் சார்புத் திசைவேகம்,

$$v_{BA} = v_B - v_A$$

$$= 50\ \text{km h}^{-1} + (-50)\ \text{km h}^{-1}$$

$$= 0\ \text{km h}^{-1}$$

இவ்வாறே, இரயில் வண்டி B ஐப்பொருத்து, இரயில் வண்டி A இன் சார்புத் திசைவேகம் v_{AB} சுழியாகும்.

எனவே இந்த இரு இரயில் வண்டியும் ஒன்று மற்றொன்றைப் பொருத்து ஓய்வு நிலையில் இருப்பது போன்று தோன்றும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.29

36 km h^{-1} வேகத்தில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் ஜன்னல் ஓரம் அமர்ந்திருக்கும் சிறுவன், எதிர் திசையில் 18 km h^{-1} வேகத்தில் செல்லும் 90 m நீளமுள்ள இரயிலை எவ்வளவு நேரத்திற்குப் பார்க்க முடியும்.

தீர்வு:

சிறுவனைப் பொருத்து எதிர்திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் சார்புத் திசைவேகம்

$$= (36 + 18)\ \text{km h}^{-1} = 54\ \text{km h}^{-1}$$

$$= 54 \times \frac{5}{18}\ \text{m s}^{-1} \quad = 15\ \text{m s}^{-1}$$

சிறுவன் எதிர் திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியை முழுவதும் பார்ப்பதற்கான நேரத்தினைக் கணக்கிட வேண்டும்.

$$15 = \frac{90}{t} \quad \text{(அல்லது)} \quad t = \frac{90}{15} = 6\,\text{s}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.30

ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசையில் நீந்தும் நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம் 12 km h^{-1}. ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசைக்கு எதிர்திசையில் அவரின் நீச்சல் திசைவேகம் 6 km h^{-1} எனில், அமைதி நிலையில் இருக்கும் நீரினைப் பொருத்து நீச்சல் வீரரின் வேகத்தையும் மற்றும் ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசைவேகத்தையும் காண்க.

தீர்வு

தரையைப் பொருத்து நீச்சல் வீரர் மற்றும் ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசை வேகங்கள் முறையே v_s மற்றும் v_r என்க

$$v_s + v_r = 12 \qquad (1)$$

மற்றும்

$$v_s - v_r = 6 \qquad (2)$$

இரண்டு சமன்பாடுகளையும் கூட்டும் போது,

$$2v_s = 12 + 6 = 18\ \text{km h}^{-1} \quad \text{(அல்லது)}$$

$$v_s = 9\ \text{km h}^{-1}$$

சமன்பாடு (1) இல் இருந்து

$$9 + v_r = 12 \quad \text{(அல்லது)} \quad v_r = 3\ \text{km h}^{-1}$$

நீச்சல் வீரர் ஆற்று நீரோட்டம் பாய்ந்து கொண்டிருக்கும் அதே திசையில் நீந்தும் போது அவரின் தொகுபயன் திசைவேகம் 12 km h^{-1}.

முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம்:

சீரற்ற இயக்கத்தில் உள்ள பொருளின் திசைவேகம் ஒவ்வொரு நேரத்திலும் மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும். அதாவது திசைவேகம் நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும்.

இவ்வகையான இயக்கத்திற்கு முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம் என்று பெயர்.

i) முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில், ஓரலகு நேரத்தில் மாற்றமடைந்த பொருளின் திசைவேகம் சமமாக (மாறிலியாக) இருப்பின், அப்பொருள் சீராக முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கருதலாம்.

ii) ஓரலகு நேரத்தில் மாற்றமடைந்த பொருளின் திசைவேகம் வெவ்வேறு நேரத்தில் வெவ்வேறாக இருப்பின் அப்பொருள் சீரற்ற முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கருதலாம்.

சராசரி முடுக்கம்:

$\Delta t = (t_2 - t_1)$ கால இடைவெளியில், திசைவேகம் $\vec{v}_1$ லிருந்து $\vec{v}_2$ க்கு மாற்றமடைந்த பொருளின் சராசரி முடுக்கத்தை, திசைவேக மாறுபாடு மற்றும் எடுத்துக்கொண்ட கால இடைவெளி $\Delta t = (t_2 - t_1)$ இவற்றின் தகவு என வரையறை செய்யலாம்.

$$\text{எனவே, } \vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

சராசரி முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும் அதன் திசை $\Delta \vec{v}$ இன் திசையில் இருக்கும்.

உடனடி முடுக்கம்:

பொதுவாக சராசரி முடுக்கம், முழு கால இடைவெளியில் பொருளின் திசைவேகத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டைக் கொடுக்கும். ஆனால் இது ஒரு குறிப்பிட்ட கணநேரத்தில் (t) திசைவேகத்தில் ஏற்பட்ட மாற்றத்தைக் கொடுக்காது.

Δt சுழியை நெருங்கும்போது, நேரத்தைப் பொருத்து திசைவேகத்தில் ஏற்பட்ட மாறுபாடு உடனடி முடுக்கம் அல்லது முடுக்கம் என அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{முடுக்கம் } \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

வேறுவகையில் கூறின், t நேரத்தில் பொருளின் முடுக்கமானது அந்நேரத்தில் ஏற்பட்ட திசைவேக மாறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

(i) முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகும். இதன் SI அலகு ms^{-2} பரிமாண வாய்ப்பாடு $M^0L^1T^{-2}$

ii) திசைவேகம் அதிகரிக்கும் போது ஏற்படும் முடுக்கத்தை நேர்க்குறி முடுக்கம் எனவும் திசைவேகம் குறையும் போது ஏற்படும் முடுக்கத்தை எதிர்க்குறி முடுக்கம் எனவும் அழைக்கிறோம். இதனை எதிர்முடுக்கம் என்றும் அழைக்கலாம். கூறுமுறையில் முடுக்கத்தினை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம். இதிலிருந்து,

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

எனவே,

$a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt}$, $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ என அறியலாம், இவைகள் உடனடி முடுக்கத்தின் கூறுகள் ஆகும்.

திசைவேகத்தின் அனைத்து கூறுகளும், அதற்குத் தொடர்புடைய ஆய அச்சுக் கூறுகளின் வகைக்கெழுக்களாகும். இதே போன்று முடுக்க வெக்டர் a_x, a_y, மற்றும் a_z, ஆகியவற்றை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

எனவே, முடுக்க வெக்டர் $\vec{a}$ ஐ கீழ்க்கண்டவாறும் எழுதலாம்.

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

மேற்கண்ட தொடர்பிலிருந்து முடுக்கம், நிலைவெக்டரின் நேரத்தைப் பொருத்த இரண்டாம் வகைக்கெழு என்று அறியலாம்.

வரைபட முறையில் முடுக்கம் என்பது திசைவேகம் – நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு ஆகும்.

மேலும், வரைபட முறையில் முடுக்கம் – நேரம் வரைபடம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு திசைவேகத்தைக் கொடுக்கும்.

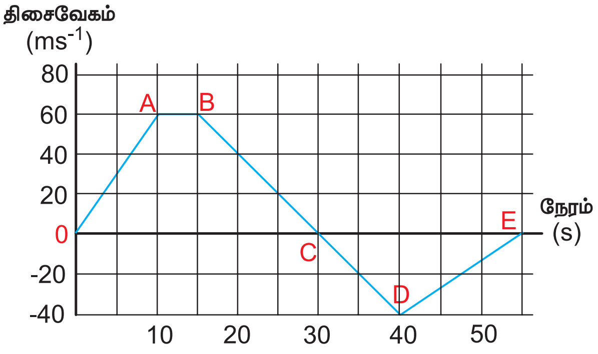
$\frac{dv}{dt} = a$ இதிலிருந்து $dv = a\,dt$ என எழுதலாம்,

$$\text{எனவே } v = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt$$

இங்கு t_1 மற்றும் t_2 தொடக்க மற்றும் இறுதி நேரத்தைக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.31

x- அச்சுத் திசையில் இயங்கும் துகளொன்றின் திசைவேகம் – நேரம் வரைபடம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.



அ) 0 முதல் 55 வினாடி கால இடைவெளியில் துகளின் இயக்கத்தினை விளக்கவும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடி கால இடைவெளியில் துகள் கடந்த தொலைவு மற்றும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கணக்கிடவும்.

இ) $t = 5$ வினாடி மற்றும் $t = 20$ வினாடியில் துகளின் முடுக்கத்தினைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

அ) **O முதல் A வரை: (0 வினாடி முதல் 10 வினாடி வரை)**

$t = 0$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழி அதன் பின்பு துகள் நேர்க்குறி திசை வேகத்தைப் பெறும். எனவே துகள் நேர்க்குறி x திசையில் இயங்கும். 0 வினாடியிலிருந்து 10 வினாடி வரை வளைகோட்டின் சாய்வு $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ நேர்க்குறி ஆகும்.

இது துகளின் நேர்க்குறி முடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் 0 வினாடியிலிருந்து 10 வினாடி வரை துகளின் திசைவேகம் அதிகரிப்பதைக் காணலாம்.

A முதல் B வரை: (10 வினாடியிலிருந்து 15 வினாடி வரை)

10 வினாடி முதல் 15 வினாடி வரை $60\ m\ s^{-1}$ என்ற மாறாத திசை வேகத்தில் துகள் உள்ளது. இது துகளின் சுழி முடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் துகள் தொடர்ந்து நேர்க்குறி திசையில் இயங்குவதை இது காட்டுகிறது.

B முதல் C வரை: (15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடி வரை)

15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடி வரை வளைகோட்டின் சாய்வு எதிர்க்குறி ஆகும். இது 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை துகளின் திசைவேகம் குறைவதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் துகள் நேர்க்குறி x அச்சு திசையிலேயே தொடர்ந்து இயங்குகின்றது. 30 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியாகிறது. துகள் நேர்க்குறி x திசையில் பெரும தூரத்தைக் கடந்து பின்பு கண நேர ஓய்வினை அடைகிறது.

C யிலிருந்து D வரை: (30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடிவரை)

30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடி வரை துகள் எதிர்க்குறி திசைவேகத்தினை அடையும். இது துகள் எதிர்க்குறி x அச்சு திசையில் இயங்கத் தொடங்குவதைக் காட்டுகிறது. திசை வேகத்தின் எண்மதிப்பு $40\ m\ s^{-1}$ என்ற பெரும மதிப்பினை அடைகிறது.

D யிலிருந்து E வரை (40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடி வரை):

40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடிவரை திசைவேகம் எதிர்க்குறியில்தான் இருக்கிறது. அது மட்டுமின்றி குறையத் தொடங்குகிறது. $t = 55$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியினை அடைந்து துகள் ஓய்வுநிலைக்கு வரும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடி வரை கொடுக்கப்பட்ட வளைகோட்டின் கீழே உள்ள பரப்பு துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கொடுக்கும். இங்கு O முதல் C வரை உள்ள பரப்பு துகள் நேர்க்குறி x திசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியையும், C முதல் D உள்ள பரப்பு துகள் எதிர்க்குறி x திசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியையும் கொடுக்கும்.

0 வினாடி முதல் 10 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 60 = 300\ m$$

10 வினாடி முதல் 15 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= 60 \times 5 = 300\ m$$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 75 28-01-2020 14:31:43

15 வினாடி முதல் 30 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 60 = 450\,m$$

30 வினாடி முதல் 40 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times (-40) = -200\ m.$$

இங்கு எதிர்க்குறியானது, துகள் எதிர்க்குறி x அச்சு திசையில் 200 m சென்றதைக் காட்டுகிறது.

0 வினாடி முதல் 40 வினாடி வரை துகள் அடைந்த மொத்த இடப்பெயர்ச்சி

$$300\text{ m} + 300\text{ m} + 450\text{ m} - 200\text{ m}$$
$$= +850\text{ m}.$$

இங்கு நேர்க்குறியானது துகளின் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி நேர்க்குறி அச்சின் திசையில் உள்ளது என்பதைக் காட்டுகிறது.

0 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடி வரை துகள் கடந்த மொத்த தூரம் (பாதையின் நீளம்)

$$= 300 + 300 + 450 + 200 = 1250\text{ m}.$$

(இ) திசைவேகம் – நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு துகளின் முடுக்கத்தைக் கொடுக்கும். முதல் 10 வினாடிகளுக்கு திசை வேகம் மாறாத சாய்வினைக் கொண்டுள்ளது (மாறாத முடுக்கம்)

எனவே, முடுக்கம் $= \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ இங்கு

$v_2 = 60\text{ m s}^{-1}$ மற்றும் $v_1 = 0$

$$a = \frac{60-0}{10-0} = 6\,m\,s^{-2}$$

மேலும் துகள் 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை மாறாத எதிர்க்குறி சாய்வினைக் கொண்டுள்ளது. இந்நிகழ்வில் $v_2 = 0$ மற்றும் $v_1 = 60\,m\,s^{-1}$. எனவே $t = 20$ வினாடியில் முடுக்கமானது $a = \dfrac{0-60}{30-15} = -4\ m\ s^{-2}$. எதிர்க்குறி சாய்வானது துகளின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காட்டுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.32

துகளின் நிலை வெக்டர் $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 5t\hat{j} + 4\hat{k}$, இதிலிருந்து கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க

அ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின் திசை வேகம்

ஆ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின் வேகம்

இ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின் முடுக்கம்

தீர்வு:

(அ) திசைவேகம் $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\hat{i} + \dfrac{dy}{dt}\hat{j} + \dfrac{dz}{dt}\hat{k}$

இங்கு, $\vec{v}(t) = 6t\hat{i} + 5\hat{j}$

திசைவேகம் இரண்டு கூறுகளை மட்டுமே பெற்றுள்ளது. அதாவது $v_x = 6t$ (நேரத்தைச் சார்ந்துள்ளது) மற்றும் $v_y = 5$ (நேரத்தைச் சாராதது).

$t = 3$ வினாடியில் திசைவேகம்

$$\vec{v}(3) = 18\hat{i} + 5\hat{j}$$

(ஆ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின்வேகம்

$$v = \sqrt{18^2 + 5^2} = \sqrt{349} \approx 18.68\,m\,s^{-1}$$

(இ) முடுக்கம் = $\vec{a} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 6\hat{i}$

முடுக்கம் x– கூறினை மட்டுமே பெற்றுள்ளது. மேலும் இது நேரத்தைச் சாராதது. $t = 3$ வினாடியிலும் முடுக்கம் மாறாத மதிப்பான $\vec{a} = 6\hat{i}$ ஐ பெற்றிருக்கும் என்பதை கவனிக்க வேண்டும். மேலும் இந்நிகழ்வில் துகள் சீரற்ற திசை வேகத்தையும் சீரான முடுக்கத்தையும் பெற்றுள்ளது.

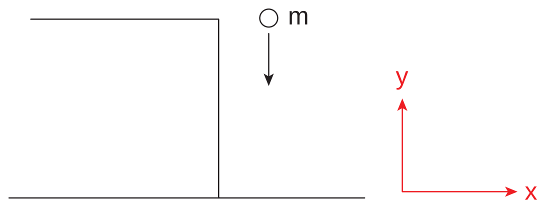
எடுத்துக்காட்டு 2.33

பொருளொன்றை செங்குத்தாக கீழ் நோக்கி எறியும்போது அது எவ்வகையான முடுக்கத்தினைப் பெறும்?

தீர்வு:

நாம் அறிந்தபடி, தடையின்றித் தானே புவியை நோக்கி விழும் பொருள் புவியீர்ப்பு விசையினால் ஒரு முடுக்கத்தைப்பெறும் அது புவியீர்ப்பு முடுக்கமாகும். $g = 9.8\ m\ s^{-2}$ படத்தில் உள்ளபடி நாம் தகுந்த ஆய அச்சுத் தொகுப்பினை தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 76 28-01-2020 14:31:45



தரை

இதிலிருந்து முடுக்கமானது எதிர்க்குறி y திசையில் செயல்படும் என அறியலாம்.

$$\vec{a} = g\left(-\hat{j}\right) = -g\hat{j}$$

குறிப்பு

சில நேரங்களில் கீழ்நோக்கிய திசையினை நேர்க்குறி y அச்சு என்றும் கருதுவதுண்டு. தடையின்றி தானே செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி விழும் பொருளின் முடுக்கம் 'g' ஐ, இந்நிகழ்வில் நேர்க்குறியாக கருத வேண்டும். (a = g)

2.10.3 நுண்கணித முறையில் சீரான முடுக்கமடைந்த பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

நேர்கோட்டில் இயங்கும் பொருள் ஒன்றினைக் கருதுக. அதன் சீரான முடுக்கம் 'a' என்க. இங்கு சீரான முடுக்கம் என்பது முடுக்கம் ஒரு மாறிலி; அது நேரத்தைச் சாராதது என்று பொருள்.

நேரம் $t = 0$ வினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் u என்க; நேரம் t வினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் v என்க.

திசைவேகம் – நேரம் தொடர்பு

(i) எந்த ஒரு நேரத்திலும் பொருளின் முடுக்கம் என்பது நேரத்தைப் பொருத்து, திசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ (அல்லது) } dv = a\,dt$$

இயக்க நிபந்தனையின்படி (அதாவது நேரம் 0 விலிருந்து t வரை மாறும்போது, திசைவேகம் u விலிருந்து v க்கு மாறும்) இரண்டுபக்கமும் தொகைப்படுத்துக.

$$\int_u^v dv = \int_0^t a\,dt = a\int_0^t dt \Rightarrow [v]_u^v = a[t]_0^t$$

$$v - u = at \quad (or) \quad v = u + at \qquad \rightarrow (2.7)$$

குறிப்பு

இங்கு a நேரத்தை சார்ந்து இருப்பின் இதனை தொகையீட்டிலிருந்து வெளியே எடுக்க முடியாது.

இடப்பெயர்ச்சி – நேரம் தொடர்பு

(ii) பொருளின் திசைவேகம் என்பது, நேரத்தைப் பொருத்து பொருளின் இடப்பெயர்ச்சியின் முதல் வகைக் கெழுவாகும்.

$$v = \frac{ds}{dt} \text{ (அல்லது) } ds = vdt$$

இங்கு $v = u + at,$

எனவே, $ds = \left(u + at\right)dt$

நேரம் $t = 0$ வினாடியில் பொருள் தொடக்கப்புள்ளியில் உள்ளது எனவும், 't' கால இடைவெளியில் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி 's' எனவும் கருதுக. மேலும் பொருளின் முடுக்கம் நேரத்தைச் சார்ந்ததல்ல எனக் கருதுக.

$$\int_0^s ds = \int_0^t u\,dt + \int_o^t at\,dt \text{ (அல்லது) } s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2.8)$$

திசைவேகம் – இடப்பெயர்ச்சி தொடர்பு

(iii) பொருளின் முடுக்கமென்பது, நேரத்தைப் பொருத்து திசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds}v$$

[ds/dt = v] இங்கு s என்பது கடந்த தொலைவு ஆகும்.

$$a = \frac{1}{2}\frac{d\left(v^2\right)}{ds} \text{ அல்லது}$$

$$ds = \frac{1}{2a}d(v^2)$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டை தொகைப்படுத்த, அதாவது திசைவேகம் u விலிருந்து v க்கு மாறும்போது துகள் 0 விலிருந்து s வரை இடப்பெயர்ச்சி அடையும்.

$$\int_0^s ds = \int_u^v \frac{1}{2a} d\left(v^2\right)$$

$$\therefore s = \frac{1}{2a}\left(v^2 - u^2\right)$$

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as \qquad (2.9)$$

ஆரம்ப திசைவேகம் 'u' மற்றும் இறுதித் திசைவேகம் 'v' இவற்றைப் பொருத்தும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை வருவிக்கலாம்.

சமன்பாடு (2.7) லிருந்து

$$at = v - u$$

இதனைச் சமன்பாடு (2.8) இல் பிரதியிடும்போது,

$$s = ut + \frac{1}{2}(v - u)t$$

$$s = \frac{(u + v)t}{2} \qquad (2.10)$$

எனக் கிடைக்கும்.

சமன்பாடுகள் (2.7), (2.8), (2.9) மற்றும் (2.10) ஆகியவை இயக்கச் சமன்பாடுகள் எனப்படும். இவை நடைமுறையில் பல்வேறு இடங்களில் நமக்குப் பயன்படுகின்றன.

இயக்கச் சமன்பாடுகள்

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

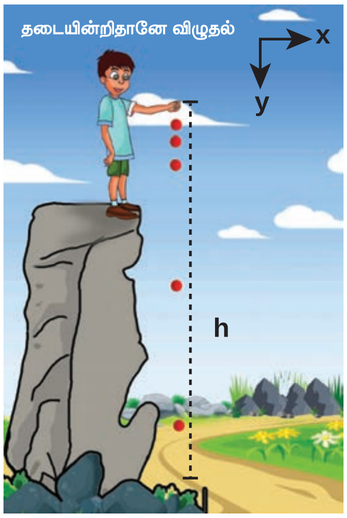
$$s = \frac{(u + v)t}{2}$$

இயக்கச் சமன்பாடுகள் அனைத்தும், நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் சீரான முடுக்கம் பெற்ற பொருட்களுக்கு மட்டுமே பொருந்தும் இவை வட்டஇயக்கம் மற்றும் அலைவியக்கத்தில் உள்ள பொருட்களுக்குப் பொருந்தாது.

புவியீர்ப்பினால் இயங்கும் பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்:

நடைமுறையில் புவிப்பரப்பிற்கு சற்றே மேலே இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினை சீரான முடுக்கம்பெற்ற நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் அறிந்தபடி புவிப்பரப்பிற்கு அருகில் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் 'g' ஒரு மாறிலி ஆகும். இந்த புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தினால் நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினை, இயக்கச் சமன்பாடுகளின் துணையுடன் நன்கு புரிந்து கொள்ள இயலும்.

நிகழ்வு (1): h உயரத்திலிருந்து தானே விழும் பொருள்:



படம் 2.37 தடையின்றி தானே விழும் பொருள்

'm' நிறையுடைய பொருளொன்று 'h' உயரத்திலிருந்து விழுகின்றது எனக் கருதுக. இங்கு காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்கவும். (neglect) படம் 2.37 யில் காட்டியுள்ளவாறு கீழ் நோக்கிய திசையை நேர்க்குறி y அச்சாகக் கருதுக. பொருள் புவிப்பரப்பிற்கு அருகே விழுவதால் அது சீரான புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தைப் பெறும். நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு இவ்வியக்கத்தினை விளக்கலாம்.

முடுக்கம் $\vec{a} = g\hat{j}$

கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$a_x = 0, a_z = 0, a_y = g$$

எளிமையாக $a_y = a = g$ எனக் கொள்க.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 78 28-01-2020 14:31:51

'u' ஆரம்ப திசைவேகத்துடன் நேர்க்குறி y அச்சு திசையில் பொருளை கீழ்நோக்கி எறிவதாகக் கருதுக.

t என்ற எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் இறுதித்திசைவேகம்

$$v = u + gt \qquad (2.11)$$

t என்ற எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = ut + \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.12)$$

பொருள் 'y' புள்ளியில் உள்ளபோது பொருளின் இருமடி வேகம்

$$v^2 = u^2 + 2gy \qquad (2.13)$$

(y என்பது மலையின் உச்சியிலிருந்து உள்ள தொலைவு)

பொருள் ஓய்வு நிலையிலிருந்து விழத்துவங்கினால் $u = 0$

எனவே, எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்

$$v = gt \qquad (2.14)$$

எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.15)$$

பொருள் 'y' புள்ளியில் உள்ளபோது அதன் இருமடி வேகம்

$$v^2 = 2gy \qquad (2.16)$$

பொருள் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (t=T) எனில்

(2.15) லிருந்து

$$h = \frac{1}{2}gT^2 \qquad (2.17)$$

இங்கு y = h என்க.

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (2.18)$$

சமன்பாடு (2.18) லிருந்து h இன் மதிப்பு அதிகரிக்கும்போது பொருள் தரையை அடைய அதிகநேரம் எடுத்துக்கொள்ளும் என்பதை அறியலாம். மேலும் h –இன் மதிப்பு குறைவு எனில் பொருள் தரையை அடைய குறைந்த நேரமாகும் என்பதை அறியலாம்.

சமன்பாடு (2.16) லிருந்து, தரையை அடையும் போது (y = h) பொருளின் வேகத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

$$v_{ground} = \sqrt{2gh} \qquad (2.19)$$

சமன்பாடு (2.19) லிருந்து h இன் மதிப்பு அதிகரிக்கும்போது பொருள் மிக அதிக வேகத்துடன் தரையை அடையும் மேலும் h இன் மதிப்பு குறையும் போது பொருள் குறைவான வேகத்துடன் தரையை அடையும் என்பதை அறியலாம்.

குறைந்த செங்குத்து உயரத்திலிருந்து (h << R) புவியீர்ப்பு விசையினால் மட்டுமே புவியினை நோக்கி விழும் பொருளின் இயக்கத்தினை, தடையின்றித் தானே விழும் பொருளின் இயக்கம் என அழைக்கலாம். (இங்கு R என்பது புவியின் ஆரமாகும்.)

எடுத்துக்காட்டு 2.34

10 m உயரத்திலிருந்து இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் விழுகின்றன. இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?

அ) இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் தரையை அடையும்போது அவற்றின் திசை வேகங்கள் எவ்வளவு?

(காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மேலும் $g = 10\ m\ s^{-2}$ என்க)

தீர்வு:

இயக்கச் சமன்பாடுகள் நிறையைச் சார்ந்ததல்ல. சமன்பாடு (2.18) இலிருந்து, இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும். இதனைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

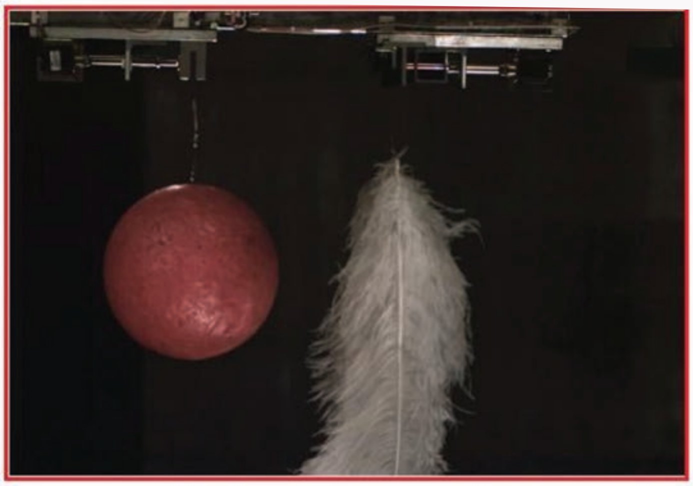
$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 10}{10}} = \sqrt{2}\, s \approx 1.414\, s$$

எனவே, இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும் சமன்பாடு (2.19) இலிருந்து இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு தரையை அடையும்போது அவற்றின் திசைவேகங்கள் சமம். இதனைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times10\times10}$$
$$= \sqrt{200}\, m\, s^{-1} \approx 14.14\, m\, s^{-1}$$

32XHKS

வெற்றிடத்தில் அனைத்துப் பொருட்களும் 'g' என்ற சம முடுக்கத்துடன் கீழே விழும் என்பதைக் கலிலியோ கண்டறிந்தார்



https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs&t=5s

2.21 ICT இறகு மற்றும் இரும்புப்பந்து சோதனை

எடுத்துக்காட்டு 2.35

இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி கிணற்றின் ஆழத்தை அளக்கமுடியுமா?

தண்ணீர் இல்லாத கிணறு ஒன்றைக் கருதுக. அதன் ஆழம் d என்க. ஒரு சிறிய எலுமிச்சம்பழம் மற்றும் நிறுத்து கடிகாரத்தை எடுத்துக்கொள்க. எலுமிச்சம்பழத்தை கிணற்றின் விளிம்பிலிருந்து போடும்போது கடிகாரத்தை இயக்கவும். அது கிணற்றின் தரையை அடையும்போது கடிகாரத்தை நிறுத்தி தரையை அடைய எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும். அதனை 't' என்க.

எலுமிச்சம்பழத்தின் ஆரம்ப திசைவேகம் $u = 0$ மேலும் கிணறு முழுவதும் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் 'g' மாறிலி. எனவே சீரான முடுக்கம் பெற்ற பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை இங்கு பயன்படுத்தலாம்.

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$u = 0, s = d, a = g$ (கீழ் நோக்கிய இடப்பெயர்ச்சியை நேர்க்குறி y அச்சு திசையில் கருதுக)

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 80 28-01-2020 14:31:54

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

$g = 9.8 \text{m s}^{-2}$ எனப் பிரதியிட்டு கிணற்றின் ஆழத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

கணக்கீட்டில் ஏற்பட்ட பிழையினைக் கண்டறிய நமக்குக் கிணற்றின் சரியான ஆழம் தெரிய வேண்டும். இதனை ஒரு கயிற்றினைப் பயன்படுத்தி அறியலாம். ஒரு கயிற்றினை எடுத்து அதைக் கிணற்றின் தரையைத்தொடும் அளவுக்கு தொங்கவிட வேண்டும். இப்போது கயிற்றின் நீளம் $d_{correct}$ குறிக்கப்படுகிறது.

$$\text{பிழை} = d_{correct} - d$$

$$\text{சார்புப்பிழை} = \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}}$$

$$\text{சார்புப்பிழை சதவீதம்} = \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}} \times 100$$

பிழைக்கான காரணம் என்ன?

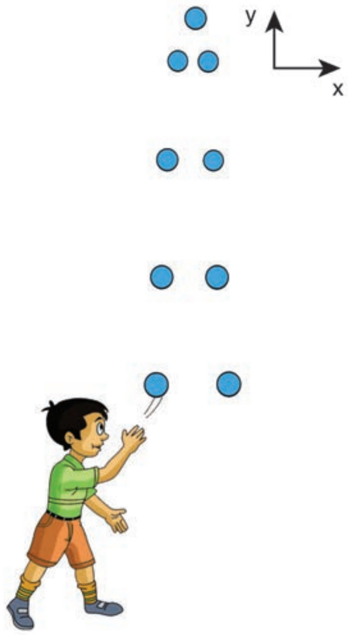
சோதனையை வெவ்வேறு நிறைகளுக்கு மீண்டும் நிகழ்த்தி அதன் முடிவினை $d_{correct}$ உடன் ஒவ்வொரு முறையும் ஒப்பிடவும்.

குறிப்பு

நீருள்ள கிணறு எனில் இம்முறையினைக் கொண்டு தண்ணீர் எவ்வளவு ஆழத்தில் உள்ளது என்பதனைக் கண்டறியலாம். அதாவது தண்ணீர் உள்ள மட்டம் வரை கிணற்றின் ஆழத்தைக் காணலாம்.

நேர்வு (ii): பொருளொன்றை செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறிதல்

'm' நிறையுடைய பொருளொன்றை 'u' என்ற ஆரம்ப திசைவேகத்துடன் செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறிக. காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும். படம் 2.38 யின்படி மேல் நோக்கிய செங்குத்து திசை y அச்சின் திசை எனக் கருதுக.



படம் 2.38 பொருள் ஒன்றினை செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறிதல்

இந்நிகழ்வில் முடுக்கம் a = −g, ஏனெனில் 'g' எதிர்க்குறி 'y' அச்சின் திசையில் செயல்படுகிறது. இவ்வகையான இயக்கத்திற்கான இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வருமாறு.

எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்

$$v = u - gt \qquad (2.20)$$

எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$s = ut - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.21)$$

எந்தவொரு நிலையிலும் y பொருளின் திசைவேகம்

$$v^2 = u^2 - 2gy \qquad (2.22)$$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 81 28-01-2020 14:31:55

எடுத்துக்காட்டு 2.36

இரயில் வண்டியொன்று 54 km h^{-1} என்ற சராசரி வேகத்தில் சென்று கொண்டிருக்கிறது. தடையை செலுத்திய பின்பு அவ்வண்டி 225 m சென்று நிற்கிறது எனில் இரயில் வண்டியின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

இரயில் வண்டியின் இறுதித் திசைவேகம் v = 0

இரயில் வண்டியின் ஆரம்பத்திசைவேகம்

$$u = 54 \times \frac{5}{18} m s^{-1} = 15\ m s^{-1}$$

$$s = 225\ m$$

எதிர் முடுக்கம் எப்போதும் திசைவேகத்திற்கு எதிராக இருக்கும் எனவே,

$$v^2 = u^2 - 2as$$

$$0 = (15)^2 - 2a\,(225)$$

$$450\,a = 225$$

$$a = \frac{1}{2} m s^{-2}$$

எனவே, எதிர்முடுக்கம் $= 0.5\ m\ s^{-2}$

2.11 எறிபொருளின் இயக்கம் (PROJECTILE MOTION)

2.11.1 அறிமுகம்

தொடக்கத் திசைவேகம் மட்டும் கொடுக்கப்பட்ட பின்பு புவியீர்ப்பு விசையினால் மட்டும் காற்றில் இயங்கும் பொருள் எறிபொருள் எனப்படும். எறிபொருள் மேற்கொள்ளும் பாதை எறிபாதை (trajectory) எனப்படும்.

எறிபொருளுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள் 1. ஓடும் இரயிலின் ஜன்னலிலிருந்து கீழே போடப்படும் பொருள் 2. துப்பாக்கியிலிருந்து வெளியேறும் குண்டு 3. ஏதேனும் ஒரு திசையில் வீசி எறியப்படும் பந்து 4. தடகள வீரர் எறியும் ஈட்டி அல்லது குண்டு. 5. தண்ணீர் தொட்டியின் அடிப்பக்கத்தில் உள்ள குழாய் வழியாக பீச்சி அடிக்கும் தண்ணீர். எறிபொருளின் இயக்கமானது இரண்டு திசைவேகங்களின் கூட்டு விளைவு எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது.

(i) காற்றுத்தடை இல்லாத நிலையில், கிடைத்தளத் திசையில் உள்ள மாறாத்திசைவேகம்.

(ii) புவியீர்ப்பு விசையினால் சீராக மாறும் (அதாவது அதிகரிப்பு அல்லது குறைவு) செங்குத்துத் திசைவேகம்.

எறிபொருளின் இயக்கம் இரண்டு வகைப்படும்.

(i) கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

(ii) கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

எறிபொருள் இயக்கத்தினை அறிந்துகொள்ள கீழ்க்கண்ட கருத்துக்களை நினைவில் நிறுத்த வேண்டும்.

(i) காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்க வேண்டும்.

(ii) புவியின் சுழற்சி விளைவு மற்றும் புவியின் வளைவு ஆரப் பண்புகளைப் புறக்கணிக்க வேண்டும்.

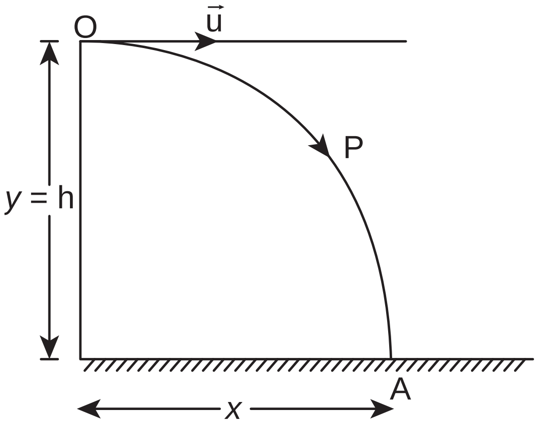
(iii) எறிபொருளின் இயக்கம் முழுவதிலும் புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை மாறாது.

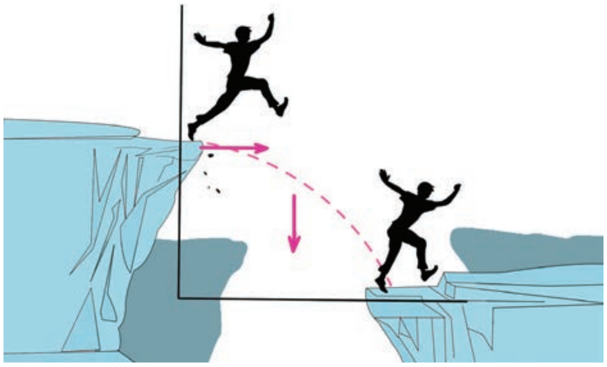
2.11.2 கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

எறிபொருள் ஒன்றைக் கருதுக, அதாவது h உயரமுள்ள கட்டிடம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து (படம் 2.39) $\vec{u}$ என்ற தொடக்கத் திசைவேகத்துடன் கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் பந்து ஒன்றினைக் கருதுக.

பந்து இயங்கும் போது $\vec{u}$ என்ற மாறாத கிடைத்தள திசைவேகத்தினால் கடக்கும் கிடைத்தளத் தொலைவையும் சீரான புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தினால் கடக்கும் கீழ்நோக்கிய செங்குத்துத் தொலைவையும்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 82 28-01-2020 14:31:55





படம் 2.39 கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

பெற்றிருக்கும். எனவே, இவ்விரண்டு விளைவுகளினால் பந்து OPA என்ற பாதையில் இயங்கும். இவ்வியக்கம் இருபரிமாணத் தளத்தில் உள்ளது. பந்து தரையில் உள்ள A புள்ளியை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் t என்க.

பந்து கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு, $x(t) = x$

பந்து கடந்த செங்குத்துத் தொலைவு, $y(t) = y$

நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளை தனித்தனியே x அச்சுத் திசையிலும் மற்றும் y அச்சுத் திசையிலும் பயன்படுத்த வேண்டும். இங்கு எறிபொருளின் இயக்கம் இருபரிமாணமுடையது. எனவே திசைவேகம், கிடைத்தளக் கூறு u_x மற்றும் செங்குத்துக் கூறு u_y ஆகிய இரு கூறுகளையும் பெற்றிருக்கும்.

கிடைத்தளத்திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம்

பந்து 'x' அச்சுத் திசையில் எவ்வித முடுக்கத்தினையும் பெற்றிருக்கவில்லை. எனவே இயக்கம் முழுவதும் தொடக்கத் திசைவேகம் மாறாத மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும்.

't' நேரத்தில் எறிபொருள் கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு $x = u_x t + \frac{1}{2}at^2$.

இங்கு x இன் திசையில் $a = 0$, எனவே

$$x = u_x t \qquad (2.23)$$

கீழ்நோக்கியத்திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம்

இங்கு $u_y = 0$ (ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்கு கீழ் நோக்கியக் கூறு இல்லை) $a = g$ (கீழ்நோக்கிய இயக்கத்தை நேர்க்குறி y அச்சு வழியே குறிப்பிடவும்), மேலும் $s = y$

∴ சமன்பாட்டிலிருந்து $y = u_y t + \frac{1}{2}at^2$, இதிலிருந்து

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.24)$$

சமன்பாடு (2.23) லிருந்து 't' இன் மதிப்பை சமன்பாடு (2.24) இல் பிரதியிட்டால்

$$y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u_x^2} = \left(\frac{g}{2u_x^2}\right)x^2$$

$$y = Kx^2 \qquad (2.25)$$

இங்கு $K = \frac{g}{2u_x^2}$ ஒரு மாறிலி

சமன்பாடு (2.25) ஒரு பரவளையச் சமன்பாடு எனவே எறிபொருளின் பாதை ஒரு பரவளையம் ஆகும்.

(1) **பறக்கும் நேரம் :** *எறிபொருள் தன்னுடைய பாதையை நிறைவு செய்ய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் அல்லது எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து, தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் பறக்கும் நேரம் எனப்படும்.*

எடுத்துக்காட்டாக, கட்டிடத்தின் உயரம் h என்க. எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து அதன் பாதை வழியே தரையை அடைய எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தை T என்க.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 83 28-01-2020 14:31:58

நாம் அறிந்தபடி செங்குத்து இயக்கத்திற்கு

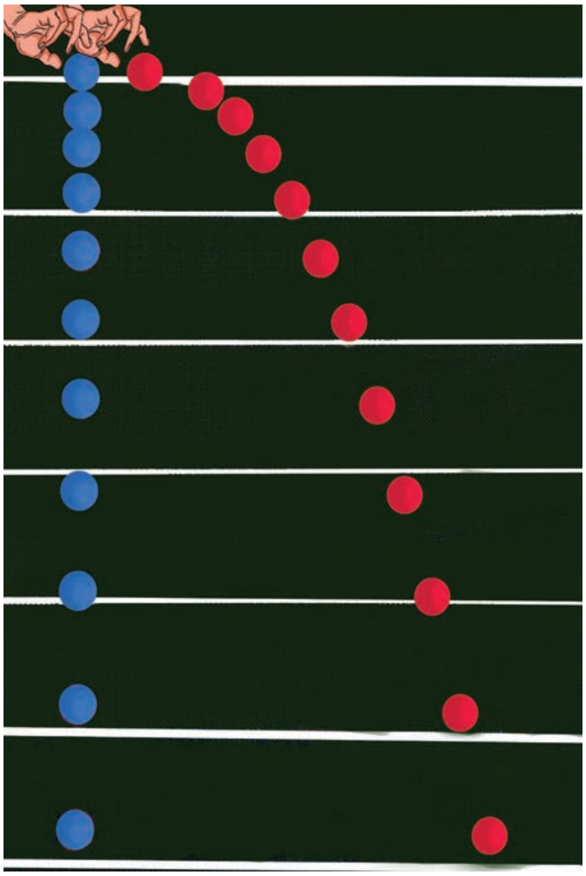
$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a t^2$$

இங்கு $s_y = h$, $t = T$, $u_y = 0$ (ஆரம்ப செங்குத்துத் திசைவேகம் சுழி)

a = g (எறிபொருள் புவி ஈர்ப்பு விசையின் காரணமாக கீழே விழுகிறது)

$$h = \frac{1}{2} g T^2 \text{ அல்லது } T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

எனவே, பறக்கும் நேரம் கட்டிடத்தின் உயரத்தைச் சார்ந்துள்ளது, ஆனால் அது கிடைத்தளத் திசைவேகத்தைச் சார்ந்ததல்ல. ஒரு பந்து செங்குத்தாக மேலிருந்து கீழ் நோக்கி விழுகிறது, அதே நேரத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட திசைவேகத்தில் பந்து ஒன்று கிடைத்தளத்தில் வீசி எறியப்படுகிறது . இவ்விரண்டு பந்துகளும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும். இது படம் 2.40 இல் சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.40 சம கால இடைவெளியில் சம செங்குத்துத் தொலைவைக் கடக்கும் இரு பொருட்கள்

(2) கிடைத்தள நெடுக்கம்: எறியப்பட்ட புள்ளிக்கு நேர் கீழே கட்டிடத்தின் தரையிலிருந்து எறிபொருள் தரையை அடைந்த புள்ளி வரை உள்ள தொலைவு, கிடைத்தள நெடுக்கம் எனப்படும்.

நாம் அறிந்தபடி கிடைத்தள இயக்கத்தில்

$$s_x = u_x t + \frac{1}{2} a t^2$$

இங்கு, s_x = R (கிடைத்தள நெடுக்கம்), $u_x = u$, a = 0 (கிடைத்தளத்திசையில் முடுக்கம் இல்லை), பறக்கும் நேரம் 'T', **எனவே கிடைத்தள நெடுக்கம் = uT.**

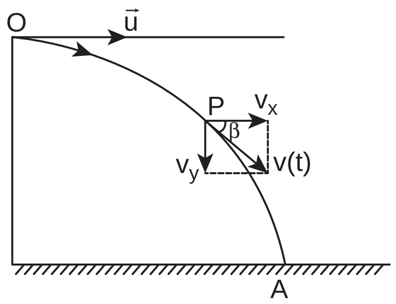
நாம் அறிந்தபடி பறக்கும் நேரம் $= \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

எனவே கிடைத்தள நெடுக்கம் $R = u\sqrt{\frac{2h}{g}}$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து கிடைத்தள நெடுக்கம் ஆரம்பத் திசை வேகத்திற்கு (u) நேர்த்தகவிலும், புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தின் (g) இருமடி மூலத்திற்கு எதிர்த்தகவிலும் உள்ளதைக் காட்டுகிறது.

(3) தொகுபயன் திசைவேகம் (ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் எறிபொருளின் திசைவேகம்)

ஒரு குறிப்பிட்ட நேரம் t யிலும் எறிபொருளுக்கு x–அச்சு மற்றும் y–அச்சு ஆகிய இரண்டு அச்சுகளிலும் திசைவேகக் கூறுகள் உள்ளன. இவ்விரண்டு கூறுகளின் தொகுபயன், எறிபொருளின் தொகுபயன் திசைவேகத்தைக்கொடுக்கும்.



படம் 2.41 திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

படம் 2.41 லிருந்து கீழ்க்கண்டவாறு சமன்பாடுகளை எழுதலாம்.

கிடைத்தளத்திசையில் (x–அச்சில்) திசைவேகக்கூறு $v_x = u_x + a_x t$

இங்கு, $u_x = u$, $a_x = 0$ எனவே

$$v_x = u \qquad \rightarrow (2.26)$$

செங்குத்துத்திசையில் (y அச்சில்) திசைவேகக்கூறு $v_y = u_y + a_y t$

இங்கு, $u_y = 0$, $a_y = g$ எனவே

$$v_y = gt \qquad \rightarrow (2.27)$$

எந்தவொரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் எறி பொருளின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = u\hat{i} + gt\hat{j}$$

எந்தவொரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் எறிபொருளின் வேகம்

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

எறிபொருள் தரையைத் தொடும்போது அதன் வேகம்

$$v = \sqrt{u^2 + g^2t^2}$$

எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து, தரையை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

எறிபொருளின் கிடைத்தளத்திசை–வேகக்கூறு மாறாதது அதாவது

$$v_x = u$$

T நேரத்தில் எறிபொருளின் செங்குத்துத் திசைவேகக்கூறு

$$v_y = gT = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

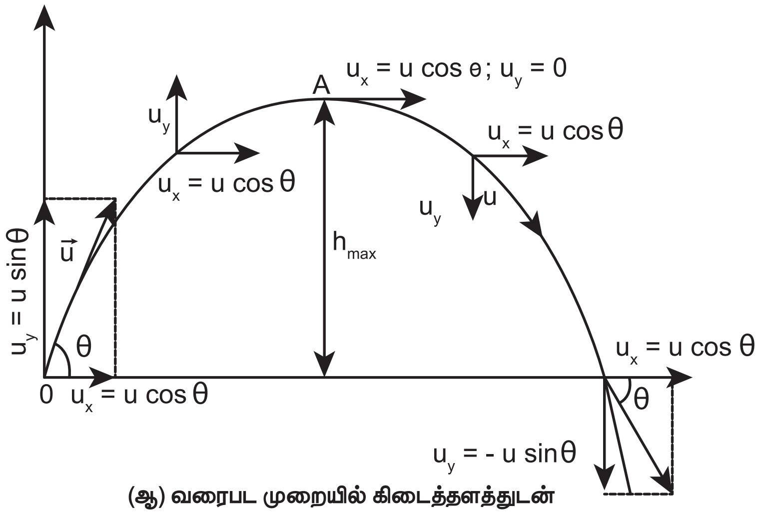
எனவே எறிபொருள் தரையைத் தொடும் போது அதன் வேகம்

$$v = \sqrt{u^2 + 2gh}$$

2.11.3 கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

எறிபொருள் ஒன்று, கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படுகிறது. இது படம் 2.42 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. (சாய்நிலையில் எறியப்பட்ட எறிபொருள்). (படம் 2.42)

(அ) சாய்ந்த நிலையில் பிடிக்கப்பட்ட தண்ணீர் குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர்



(ஆ) வரைபட முறையில் கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

படம் 2.42 எறிபொருளின் இயக்கம்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 85 28-01-2020 14:32:01

எடுத்துக்காட்டுகள்

- சாய்நிலையில் பிடிக்கப்பட்ட தண்ணீர் குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர்
- பீரங்கியிலிருந்து சுடப்பட்ட குண்டு.

கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் ஆரம்ப திசைவேகம் $\vec{u}$ என்க இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்,

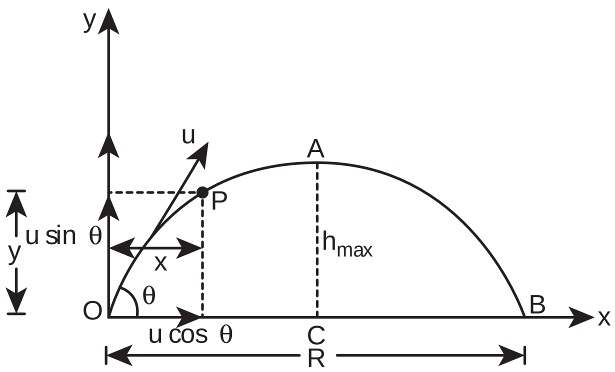
$$\vec{u} = u_x\hat{i} + u_y\hat{j}$$

ஆரம்ப திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக்கூறு $u_x = u\cos\theta$ மற்றும் அதன் செங்குத்துக்கூறு $u_y = u\sin\theta$. இங்கு புவியீர்ப்பு விசை செங்குத்துக்கூறுக்கு u_y எதிர்திசையில் செயல்படுகிறது, இது செங்குத்துக் கூறினை படிப்படியாகக் குறைத்து எறிபொருளின் பெரும உயரத்தில் அதனை சுழியாக்கும், $u_y = 0$. இதே புவியீர்ப்பு விசை எறிபொருளை கீழ்நோக்கி இயங்கவைத்து தரையை அடையச் செய்யும். எறிபொருளின் இயக்கம் முழுமைக்கும் x–அச்சுத்திசையில் எவ்விதமான முடுக்கமும் இல்லை. எனவே திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு ($u_x = u\cos\theta$) எறிபொருள் தரையை அடையும் வரை மாறாது.

t காலத்திற்கு பின்பு கிடைத்தளத்திசைவேகம் , $v_x = u_x + a_x t$

இங்கு $a_x = 0$ எனவே $v_x = u_x = u\cos\theta$

t நேரத்தில் எறிபொருள் கிடைத்தளத்தில் கடந்த தொலைவு $s_x = u_x t + \frac{1}{2}a_x t^2$



படம் 2.43 ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

இங்கு, $s_x = x,\ u_x = u\cos\theta,\ a_x = 0$

எனவே,

$$x = u\cos\theta . t \text{ அல்லது } t = \frac{x}{u\cos\theta} \qquad (2.28)$$

t நேரத்திற்கு பின்பு செங்குத்துத்திசைவேகம் $v_y = u_y + a_y t$

இங்கு $u_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$ (புவியீர்ப்பு முடுக்கம் இயக்கத்திற்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது)

$$\text{எனவே, } v_y = u\sin\theta - gt \qquad (2.29)$$

எறிபொருள் அதே t நேரத்தில் அடைந்த செங்குத்துத் தொலைவு $s_y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

இங்கு, $s_y = y,\ u_y = u\sin\theta,\ a_y = -g$ எனவே,

$$y = u\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.30)$$

சமன்பாடு (2.28) லிருந்து t இன் மதிப்பை சமன்பாடு (2.30) இல் பிரதியிடும் போது,

$$y = u\sin\theta \frac{x}{u\cos\theta} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\theta}$$

$$y = x\tan\theta - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\theta} \qquad (2.31)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டை உற்று நோக்கும் போது எறிபொருள் மேற்கொண்ட பாதை ஒரு தலைகீழான பரவளையம் என அறியலாம்.

பெரும உயரம் (h_{max})

எறிபொருள் தன்னுடைய பயணத்தில் அடையும் அதிகபட்ச செங்குத்து உயரம், பெரும உயரம் (h_{max}) எனப்படும். அதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s$$

இங்கு, $v_y = u\sin\theta,\ a_y = -g,\ s = h_{max}$, மேலும் பெரும உயரத்தில் $v_y = 0$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 86 28-01-2020 14:32:05

எனவே,

$$(0)^2 = u^2 \sin^2\theta - 2gh_{max}$$

$$(\text{அல்லது})\ h_{max} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} \qquad (2.32)$$

பறக்கும் நேரம்: (T_f)

எறியப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து, எறியப்பட்ட புள்ளி உள்ள கிடைத்தளத் தரையை அடைய எறிபொருள் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம், பறக்கும் நேரம் எனப்படும். இங்கு பறக்கும் நேரம் என்பது எறிபொருள் O புள்ளியிலிருந்து A புள்ளி வழியாக B புள்ளியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமாகும். (படம் 2.43)

நாம் அறிந்தபடி $s_y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

இங்கு, $s_y = y = 0$ (y–அச்சு திசையில் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி சுழி), $u_y = u\ sin\theta$, $a_y = -g$, $t = T_f$

$$0 = u\sin\theta\, T_f - \frac{1}{2} g T_f^2$$

$$T_f = 2u\frac{\sin\theta}{g}$$

கிடைத்தள நெடுக்கம் (R)

எறியப்பட்ட புள்ளிக்கும், எறியப்பட்ட புள்ளி உள்ள கிடைத்தளத்தில் எறிபொருள் விழுந்த இடத்திற்கும் இடையே உள்ள தொலைவு எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கம் எனப்படும். ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறில் எவ்வித மாற்றமும் இல்லை எனவே,

கிடைத்தள நெடுக்கம் $R =$ திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு $\times$ பறக்கும் நேரம்

$$R = u\cos\theta \times T_f$$

$$R = u\ \cos\theta \times \frac{2u\ \sin\theta}{g} = \frac{2u^2 \sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$\therefore R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} \qquad (2.33)$$

கிடைத்தள நெடுக்கமானது ஆரம்பத்திசைவேகம் (u), எறிகோணத்தின் இருமடங்கின் சைன் மதிப்பு ($\sin 2\theta$) இவற்றிற்கு நேர்த்தகவிலும் புவியிர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு (g) எதிர்த்தகவிலும் இருக்கும்.

பெரும கிடைத்தள நெடுக்கத்திற்கு $\sin 2\theta$ பெருமமாக இருக்க வேண்டும். $\sin 2\theta = 1$ இதிலிருந்து $2\theta = \pi/2$ எனக் கிடைக்கும்.

எனவே, $\theta = \frac{\pi}{4}$

எனவே கிடைத்தளத்துடன் 45° கோணத்தில் எறிபொருளினை எறிந்தால், அது பெரும கிடைத்தள நெடுக்கத்தை அடையும் என்பதை அறியலாம்.

$$R_{max} = \frac{u^2}{g} \qquad (2.34)$$

எறிபொருள் இயக்கம்

தமிழகத்தில் ஆர்வமூட்டும் ஒரு பாரம்பரியமான விளையாட்டு உள்ளது. அதற்கு "கிட்டிபுள்" என்று பெயர். கிட்டியினால் புள்ளை அடிக்கும்போது புள் பரவளைய பாதையில் (parabolic path) செல்லும்.

333VYI

எடுத்துக்காட்டு 2.37

எறிபொருள் ஒன்று 10 m s^{-1} என்ற ஆரம்பத் திசைவேகத்துடன், கிடைத்தளத்துடன் $\frac{\pi}{4}$ கோண அளவில் எறியப்படுகிறது. அதன் கிடைத்தளத் நெடுக்கத்தைக் கண்டுபிடி, அதே எறிபொருளை முன்னர் எறிந்தவாறே நிலவில் எறியும் போது அதன் கிடைத்தள நெடுக்கத்தில் ஏதேனும் மாற்றம் நிகழுமா? நிகழும் எனில் எவ்வகையான மாற்றம் என்று விளக்குக.

(நிலவின் ஈர்ப்பு முடுக்கம் $g_{நிலவு} = \frac{1}{6}g$)

தீர்வு

எறிபொருள் இயக்கத்தில் கிடைத்தள நெடுக்கம்

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\theta = \pi/4$$

$$u = v_0 = 10\, m\, s^{-1}$$

$$R_{புவி} = \frac{(10)^2 \sin \pi/2}{9.8} = 100/9.8$$

$$R_{புவி} = 10.20\ m$$ (தோராயமாக 10 m)

இதே எறிபொருளை நிலவில் எறியும் போது அதன் கிடைத்தள நெடுக்கம் அதிகரிக்கும் ஏனெனில் நிலவின் ஈர்ப்பு முடுக்கம், புவியின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தைவிடக் குறைவு.

$$g_{நிலவு} = \frac{g}{6}$$

$$R_{நிலவு} = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g_{நிலவு}}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g/6}$$

$$R_{நிலவு} = 6R_{புவி}$$

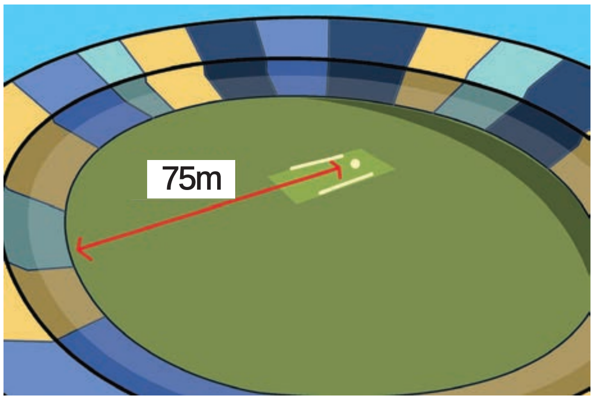
$$R_{நிலவு} = 6 \times 10.20 = 61.20$$

(தோராயமாக 60 m)

நிலவில் எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கம், புவியில் எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கத்தை விட ஆறுமடங்கு அதிகம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.38

படத்தில் காட்டியவாறு கிரிக்கெட் வீரர் பந்து ஒன்றினை மட்டையால் அடித்த பின்பு, அப்பந்து 30 m s^{-1} என்ற திசைவேகத்துடனும், 30^0 கோணத்திலும் பறந்து செல்கிறது. மைதானத்தின் எல்லையானது பந்தினை அடித்த கிரிக்கெட் வீரரிலிருந்து 75 m தொலைவில் உள்ளது. அப்பந்து மைதானத்தின் எல்லையை பறந்து சென்று கிரிக்கெட் வீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தருமா? (காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மற்றும் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் g = 10 m s^{-2} எனக் கருதுக).



தீர்வு

கிரிக்கெட் பந்தின் இயக்கத்தை எறிபொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் முன்னர் பார்த்தபடி கிடைத்தளத் தொலைவு

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

ஆரம்பத்திசை வேகம் $u = 30\, m\, s^{-1}$

எறிகோணம் $\theta = 30°$

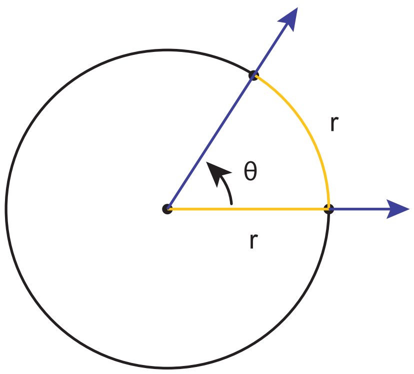
UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 88 28-01-2020 14:32:11

கிரிக்கெட் பந்தின் கிடைத்தள நெடுக்கம்

$$R = \frac{(30)^2 \times sin60°}{10} = \frac{900 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 77.94\,m$$

கிடைத்தள நெடுக்கம் மைதானத்தின் எல்லையான 75 மீட்டரை விட அதிகமாக உள்ளது. எனவே, பந்து எல்லையைக் கடந்து பறந்து வீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தரும்.

2.11.4 டிகிரி மற்றும் ரேடியன்கள் அறிமுகம்



படம் 2.44 ஒரு ரேடியன் (மஞ்சள் நிறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது)

கோணங்களை அளவீடு செய்வதற்கு பல்வேறு அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றுள் பொதுவாக அனைவராலும் பயன்படுத்தப்படும் அலகு டிகிரி மற்றும் ரேடியன் ஆகும். பரப்பு, பருமன், சுற்றளவு போன்றவற்றை அளப்பதற்கு ரேடியன் பயன்படுகிறது.

ரேடியன்: வட்டவில் வட்டமையத்தில் ஒரு தளக் கோணத்தை உருவாக்குகிறது. வட்டவில்லின் நீளத்தை, வட்டத்தின் ஆரத்தால் வகுக்கக்கிடைக்கும் மதிப்பே ரேடியன் ஆகும். வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமமான நீளமுள்ள வட்டவில், வட்டமையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் ஒரு ரேடியன் ஆகும். இது படம் 2.44 யில் காட்டப்படுள்ளது.

கோணத்தின் அளவினை அளப்பதற்குப் பயன்படும் ஒரு அலகு டிகிரி எனப்படும். இது கோணத் திசையினைக் காட்டுகிறது. ஒரு கோணம், வட்டத்தை ஒரு முழுசுற்று சுற்றும் போது அதன் மொத்தக் கோணம் $360°$. எனவே ஒரு முழு வட்டம் $360°$ யைப்பெற்றுள்ளது. ஒரு முழுவட்டம் என்பது 2π ரேடியனை குறிக்கிறது.

எனவே $360° = 2\pi$ rad

அல்லது $1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi}$ degree

$1 \text{ rad} \cong 57.27°$

எடுத்துக்காட்டு 2.39

படத்தில் உள்ள வட்டச்சக்கரத்தின் அருகருகே உள்ள இரண்டு ஆரச்சட்டங்களுக்கு (SPOKES) இடையே உள்ள கோணம் θ வை காண்க. உங்களின் விடையை ரேடியன் மற்றும் டிகிரி இரண்டிலும் குறிப்பிடவும்.

தீர்வு

முழுச்சக்கரம் மையத்தில் 2π ரேடியன்களை ஏற்படுத்தும் சக்கரம் 12 பிரிவுகளாகப் (வட்டவில்) பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, ஒரு பிரிவு ஏற்படுத்தும் கோணம்

$$\theta = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

நாம் அறிந்தபடி, = $\pi\ rad = 180°$, $\frac{\pi}{6}$ rad $= 30°$

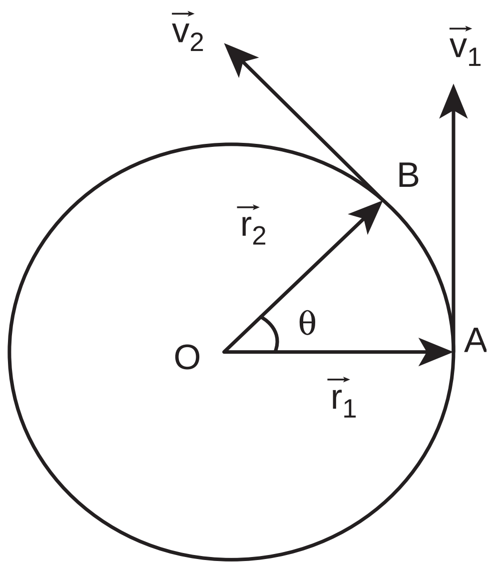
∴ எனவே, 2 ஆரச்சட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $= 30°$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 89 28-01-2020 14:32:12

> **குறிப்பு**
>
> இயற்பியல் மற்றும் கணிதத்தில் π என்ற எண் அதிமுக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. இது ஒரு பகா எண். இருப்பினும் π யினைத் தோராயமாக ≈ 3.14. அல்லது $\frac{22}{7}$ என கணக்கீடுகளில் நாம் பயன்படுத்துகிறோம். இந்த இரண்டுமே π இன் உண்மையான மதிப்பு இல்லை அது ஒரு தோராயமே.

2.11.5 கோண இடப்பெயர்ச்சி

துகளொன்று, O என்ற புள்ளியை மையமாக கொண்டு r ஆரமுடைய வட்டப்பாதையை சுற்றி வருகிறது என்க (படம் 2.45). $t = 0$ என்ற நேரத்தில் துகள் A புள்ளியிலும், t நேரத்திற்கு பின்பு அத்துகள் B புள்ளியிலும் உள்ளது என்க. எனவே, சுழற்சி மையத்தைப் பொருத்து (அல்லது வட்டமையம் O) கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் துகள் ஏற்படுத்தும் கோணம், கோண இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும்.



படம் 2.45 கோண இடப்பெயர்ச்சி

அதாவது கோண இடப்பெயர்ச்சி = $\angle AOB = \theta$

கோண இடப்பெயர்ச்சியின் அலகு ரேடியன் ஆகும்.

கோண இடப்பெயர்ச்சி (θ), வட்டவில்லின் நீளம் s (AB) மற்றும் ஆரம் r இவற்றுக்கு இடையே உள்ளத் தொடர்பு

$$\theta = \frac{s}{r}, \quad \text{அல்லது} \quad s = r\theta$$

கோணத்திசைவேகம் $(\vec{\omega})$

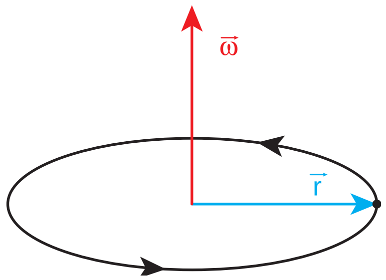
கோண இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதமே, கோணத்திசை வேகம் எனப்படும்.

t நேரத்தில் ஏற்பட்ட கோண இடப்பெயர்ச்சி θ எனில், கோணத்திசைவேகம்

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

கோணத்திசைவேகத்தின் அலகு ரேடியன்/ வினாடி (rad s^{-1}).

கோணத்திசைவேகத்தின் திசை வலது கை பெருவிரல் விதியின் படி சுழல் அச்சின் திசையில் இருக்கும். இது படம் 2.46 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.46 கோணத் திசைவேகத்தின் திசை

கோண முடுக்கம் $(\vec{\alpha})$

கோணத் திசைவேகம் மாறும் வீதம், கோண முடுக்கம் எனப்படும்.

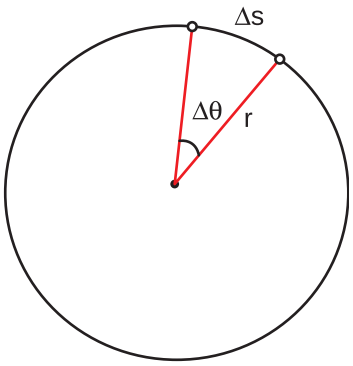
$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

கோண முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். இதன் திசை கோணத்திசைவேகத்தின் திசையிலேயே இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 90 28-01-2020 14:32:13

தொடுகோட்டு முடுக்கம்

பொருளொன்று r ஆரமுடைய வட்டப்பாதையில் இயங்குகிறது என்க. Δt, என்ற கால இடைவெளியில் பொருள் Δs என்ற வட்டவில் தொலைவைக் கடக்கிறது. இது படம் 2.47 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. அது ஏற்படுத்தும் கோணம் $\Delta\theta$ ஆகும்.



படம் 2.47 வட்ட இயக்கம்

$\Delta\theta$ வைப் பயன்படுத்தி Δs ஐ பின்வருமாறு எழுதலாம்

$$\Delta s = r\Delta\theta \qquad (2.35)$$

Δt என்ற கால இடைவெளியில்

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (2.36)$$

$\Delta t \to 0,$ என்ற எல்லையில் மேற்கண்ட சமன்பாட்டினை

$$\frac{ds}{dt} = r\omega \qquad (2.37)$$

என எழுதலாம். இங்கு $\frac{ds}{dt}$ என்பது நேர்க்கோட்டு வேகமாகும் (v). இது வட்டத்தின் தொடுகோட்டின் வழியே செயல்படும். மேலும் ω என்பது கோண வேகமாகும்.

எனவே சமன்பாடு (2.37) ஐ

$$v = r\omega \qquad (2.38)$$

என எழுதலாம். இச்சமன்பாடு, நேர்கோட்டு வேகத்திற்கும், கோண வேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்டுகிறது.

குறிப்பு

நேர்க்கோட்டுத்திசைவேகத்தின் $(\vec{v})$ திசை வட்டத்தின் தொடுகோட்டின் வழியாகவும் , கேணத்திசை வேகத்தின் $(\vec{\omega})$ திசை, சுழல் அச்சின் வழியாகவும் உள்ளது. மேலும் ஆரமும் $(\vec{r})$ வட்டமையத்திலிருந்து ஆரம் வழியாக வெளிநோக்கிச் செயல்படும் ஒரு வெக்டராக குறிப்பிடப்படுகிறது.

இச்சமன்பாடு (2.38) வட்ட இயக்கத்திற்கு மட்டுமே பொருந்தும். பொதுவாக நேர்க்கோட்டு திசை வேகத்திற்கும், கோணத்திசைவேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பு

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad (2.39)$$

வட்டப்பாதை இயக்கத்தில் சமன்பாடு (2.39), சமன்பாடு (2.38) ஆக மாறும். ஏனெனில் $\vec{\omega}$ மற்றும் $\vec{r}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.

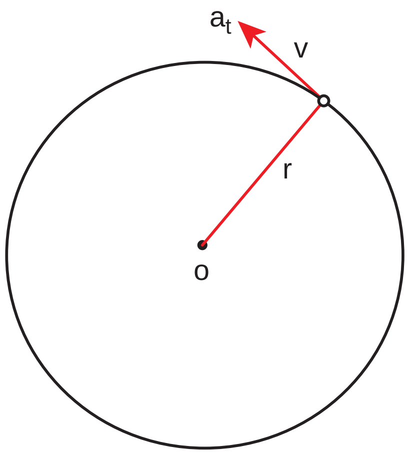
நேரத்தைப்பொருத்து சமன்பாடு (2.38) ஐ வகைப்படுத்தினால் (இங்கு r என்பது மாறிலி)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{rd\omega}{dt} = r\alpha \qquad (2.40)$$

இங்கு $\frac{dv}{dt}$ என்பது தொடுகோட்டு முடுக்கமாகும்; இதனை a_t எனவும். $\frac{d\omega}{dt}$ என்பது கோண முடுக்கம். இதனை (α) எனவும் எழுதலாம். எனவே சமன்பாடு, (2.40) ஆனது

$$a_t = r\alpha \qquad (2.41)$$

இங்கு a_t என்பது பொருள் பெறும் தொடுகோட்டு முடுக்கமாகும், இது படம் 2.48 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

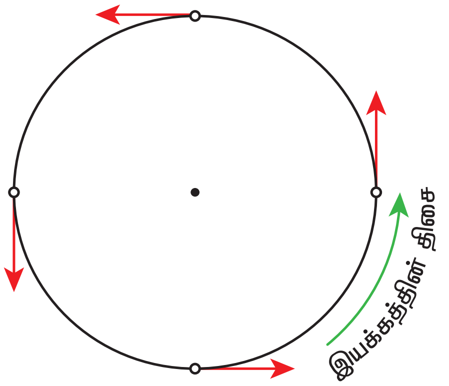


படம் 2.48 தொடுகோட்டு முடுக்கம்

தொடுகோட்டு முடுக்கம், நேர்க்கோட்டுத்திசை வேகத்தின் திசையில் செயல்படுவதை இங்கு நினைவில் கொள்ளவும்.

2.11.6 வட்ட இயக்கம் (Cirular Motion)

ஒரு புள்ளிப்பொருள் மாறாத வேகத்தில் ஒரு வட்டப்பாதை வழியே சுற்றி வருகிறது. அப்பொருள் சம கால இடைவெளிகளில் வட்டப்பாதையின் சம தூரத்தைக் கடக்கிறது எனில், அப்பொருள் சீரான வட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக் கூறலாம். இது படம் (2.49) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



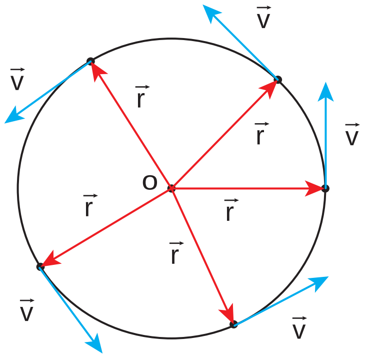
படம் 2.49 சீரான வட்ட இயக்கம்

சீரான வட்ட இயக்கத்தில், திசைவேகம் எப்போதும் மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும். ஆனால் வேகம் மாறாது இயற்பியல்படி திசைவேக வெக்டரின் எண்மதிப்பு நிலையாகவும், அதன்திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைவதை இது காட்டுகிறது.

வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவ்விரண்டும் மாற்றமடைந்தால் நமக்கு சீரற்ற வட்ட இயக்கம் கிடைக்கும்.

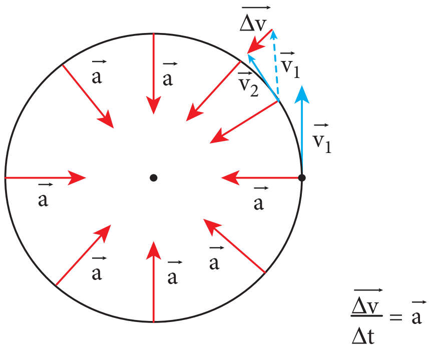
மையநோக்கு முடுக்கம் :

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேக வெக்டரின் எண் மதிப்பு (வேகம்) மாறாமல் அதன் திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைந்து கொண்டே வரும் என்பதை நாம் முன்னர் பார்த்தோம். இது படம் (2.50) யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.50 சீரான வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகம்

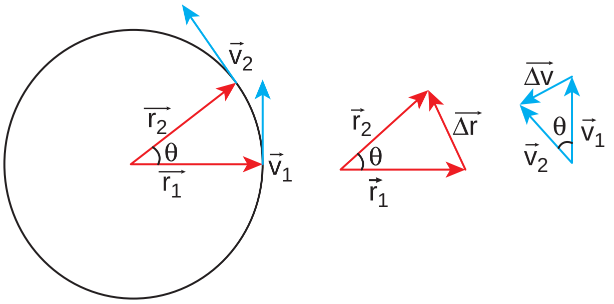
சீரான வட்ட இயக்கம் நடைபெறும் போது திசைவேக வெக்டரின் (நீல வண்ணம்) நீளம் மாற்றமடையாமல் உள்ளதை கவனிக்கவும், இது வேகம் மாறாமல் உள்ளதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் திசைவேகம் வட்டத்தின் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தொடு கோட்டுத்திசையில் செயல்படுகிறது. மேலும், முடுக்கம் வட்டத்தின் ஆரத்தின் வழியே மையத்தை நோக்கி செயல்படுகிறது. இம்முடுக்கத்தை மைய நோக்குமுடுக்கம் என அழைக்கலாம். இது எப்போதும் வட்டமையத்தை நோக்கியே செயல்படும். இது படம் (2.51) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.51 மையநோக்கு முடுக்கம்

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 92 28-01-2020 14:32:16

நிலை வெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் எளிய வடிவியல் தொடர்பிலிருந்து, மைய நோக்கு முடுக்கச் சமன்பாட்டை வருவிக்கலாம்.



படம் 2.52 நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் வடிவியல் தொடர்பு

நிலை வெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டர் இரண்டும் Δt என்ற சிறிய கால இடைவெளியில் θ கோணம் இடப்பெயர்ச்சி அடைவதை படம் (2.52) காட்டுகிறது. சீரான வட்ட இயக்கத்தில் $r = |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$ மற்றும் $v = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$. துகளின் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1$ லிருந்து $\vec{r}_2$க்கு மாறும்போது ஏற்படும் இடப்பெயர்ச்சியை $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ எனவும் அதன் திசைவேகம் $\vec{v}_1$ லிருந்து $\vec{v}_2$ க்கு மாற்றமடைவதை $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ எனவும் குறிப்பிடலாம். இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் எண்மதிப்பு இரண்டும் பின்வரும் தொடர்பினை நிறைவேற்ற வேண்டும்.

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\Delta v}{v} = \theta$$

இங்கு எதிர்க்குறி, Δv வட்ட மையத்தை நோக்கி (ஆரம் வழியே உள்நோக்கி) செயல்படுவதைக் காட்டுகிறது.

$$\Delta v = -v\left(\frac{\Delta r}{r}\right)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{v}{r}\left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right) = -\frac{v^2}{r}$$

சீரான வட்ட இயக்கத்திலிருந்து $v = \omega r$, இங்கு ω என்பது மையத்தைப் பொருத்து துகளின் கோணத்திசைவேகமாகும். எனவே மைய நோக்கு முடுக்கத்தை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

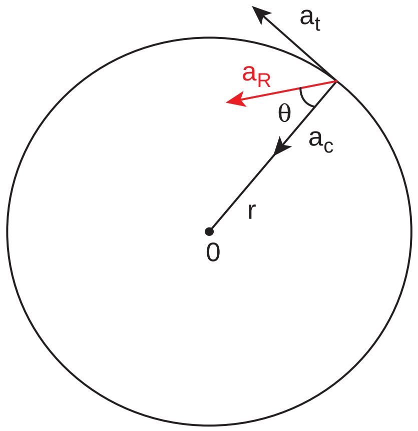
$$a = -\omega^2 r$$

குறிப்பு

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் மைய நோக்கு முடுக்கத்தின் எண் மதிப்பு மாறிலி. ஆனால் மைய நோக்கு முடுக்கம் மாறிலிஅல்ல. அதன் திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும்.

சீரற்ற வட்ட இயக்கம்

வட்ட இயக்கத்தில் வேகம் மாற்றமடைந்து கொண்டே இருந்தால். அதனை சீரற்ற வட்ட இயக்கம் என அழைக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஊசல் குண்டு கட்டப்பட்ட கயிறு செங்குத்து வட்டத்தில் சுற்றிவரும்போது குண்டின் வேகம் எல்லா நேரங்களிலும் சமமாக இருப்பதில்லை. வட்ட இயக்கத்தின் வேகம் மாற்றமடையும் போதெல்லாம் துகள், படம் (2.53) இல் உள்ளவாறு மையநோக்கு முடுக்கம் (a_c) மற்றும் தொடுகோட்டு முடுக்கம் (a_t) இரண்டையும் பெறும்.



படம் 2.53 சீரற்ற வட்ட இயக்கத்தில் தொகுபயன் முடுக்கம் a_R

மைய நோக்கு முடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டு முடுக்கம் இவற்றின் வெக்டர் கூடுதலின் வழியே தொகுபயன் முடுக்கத்தினை (a_R) பெறலாம்.

மைய நோக்கு முடுக்கம் $\frac{v^2}{r}$ எனில், தொகுபயன் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$a_R = \sqrt{a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}$$

இந்தத் தொகுபயன் முடுக்கம், ஆரவெக்டருடன் θ கோணத்தை ஏற்படுத்துவதை படம் (2.53) காட்டுகிறது. மேலும் கோணம் θ வை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\tan\theta = \frac{a_t}{\left(v^2/r\right)} \quad \text{ஆகும்}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.40

துகளொன்று 10 m ஆரமுடைய வட்டப்பாதையில் சுற்றுகிறது. அதன் நேர்க்கோட்டு வேகம் $v = 3t$. இங்கு t வினாடியிலும் மற்றும் v ஆனது $m\ s^{-1}$ லும் உள்ளது.

(அ) t = 2 வினாடியில் துகளின் மையநோக்கு முடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டு முடுக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ஆ) தொகுபயன்வெக்டர், ஆரவெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைக் காண்க.

தீர்வு

t = 2 வினாடியில் துகளின் வேகம்

$$v = 3t = 6\,m\,s^{-1}$$

t = 2 வினாடியில் துகளின் மைய நோக்கு முடுக்கம்

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(6)^2}{10} = 3.6\,m\,s^{-2}$$

தொடுகோட்டு முடுக்கம் $a_t = \frac{dv}{dt} = 3\,m\,s^{-2}$

ஆர வெக்டருக்கும், தொகுபயன் வெக்டருக்கும் உள்ள கோணம்

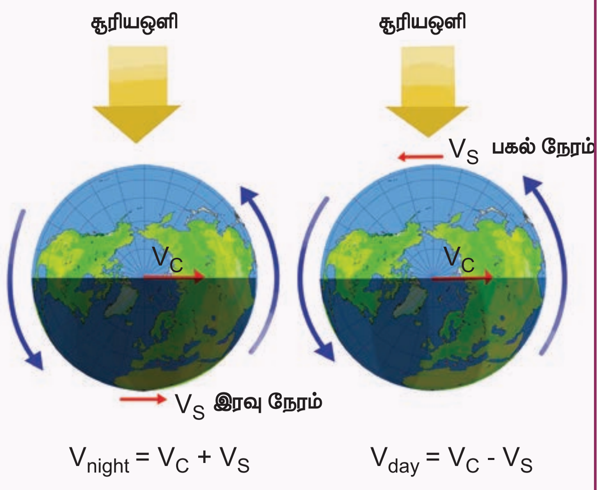
$$\tan\theta = \frac{a_t}{a_c} = \frac{3}{3.6} = 0.833$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.833) = 0.69 \text{ ரேடியன்}$$

டிகிரியில் $\theta = 0.69 \times 57.27° \approx 40°$

இரவு பகல் இரு வேளைகளிலும் சூரியனைப் பொறுத்து நாம் ஒரே வேகத்தில் செல்கிறோமா?

புவி, சூரியனை நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது. சூரியனைப் பொறுத்து புவிமையத்தின் திசைவேகத்தை $\vec{v}_c$ என்க. இந்த $\vec{v}_c$ சூரியனைப் பொறுத்து புவி நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருவதால் ஏற்படுகிறது. அதே நேரத்தில் புவி தன் அச்சினைப் பொறுத்து தற்சுழற்சி இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள அனைத்துப் பொருட்களும் புவியின் தற்சுழற்சி அச்சினை மையமாகக் கொண்டு $\vec{v}_s$ என்ற திசைவேகத்தில் வட்டப்பாதை இயக்கத்தை மேற்கொள்கின்றன. இரவு நேரங்களில் $\vec{v}_c$ மற்றும் $\vec{v}_s$ இரண்டும் ஒரே திசையில் அல்லது ஒன்றுக்கொன்று குறுங்கோண வேறுபாட்டு திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே, இரவில் சூரியனைப்பொருத்து புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள பொருளின் திசைவேகம். $\vec{v}_{\text{இரவு}} = \vec{v}_c + \vec{v}_s$ ஆகும். ஆனால் பகல் நேரங்களில் $\vec{v}_c$ மற்றும் $\vec{v}_s$ இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்திசையில் அல்லது விரிகோண வேறுபாட்டு திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே, பகற்பொழுதில் சூரியனைப் பொறுத்து புவிப்பரப்பில் உள்ள பொருட்களின் திசைவேகம் $\vec{v}_{\text{பகல்}} = \vec{v}_c - \vec{v}_s$ ஆகும். இதிலிருந்து புவியின் பரப்பில் எந்த ஒரு பொருளும் பகலைவிட இரவு நேரத்தில் சூரியனைப் பொறுத்து வேகமாகச் செல்லும் என அறியலாம். இது புவியின் சுழற்சியால் ஏற்படுகிறது. இதனை பின்வரும் படத்தின் மூலம் அறியலாம்.



வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

மாறாத கோண முடுக்கத்துடன் α, பொருளொன்று வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொண்டால் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தைப் போன்றே வட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளை தருவிக்கலாம்.

வட்ட இயக்கத்திலுள்ள துகளொன்றின் ஆரம்பக்கோணத் திசைவேகம் ω_0 என்க. t காலத்திற்குப் பின்பு அத்துகள் அடையும் இறுதி கோணத்திசைவேகம் ω. இக்கால இடைவெளியில் துகள் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சி θ என்க. கோணத்திசை வேகத்தில் மாற்றம் உள்ளதால் துகள் α என்ற கோண முடுக்கத்தைப் பெற்றிருக்கும்.

பிரிவு (2.4.3) இல் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்திற்கு உள்ளதைப் போன்றே வட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதலாம்.

நேர்க்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி (s) ஐ கோண இடப்பெயர்ச்சி θ எனவும்

திசைவேகம் (v) ஐ கோணத்திசைவேகம் (ω) எனவும்

முடுக்கம் (a) வை, கோண முடுக்கம் (α) எனவும்

ஆரம்ப திசைவேகம் (u) ஐ ஆரம்பக்கோணத்திசைவேகம் (ω_0) எனவும் மாற்றவும்.

இம்மரபினை பின்பற்றிய பின்பு கிடைக்கும் வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்	வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
$s = \frac{(v+u)t}{2}$	$\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$

குறிப்பு

நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தின் இயக்கச்சமன்பாடுகள் மாறாத நேர்க்கோட்டு முடுக்கம் உடைய பொருட்களுக்கு மட்டுமே பொருந்தும். அதே போன்று கோண இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள் மாறாத கோண முடுக்கம் உடைய பொருட்களுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.41

வட்டப்பாதை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் கோண முடுக்கம் $\alpha = 0.2\, rad\, s^{-2}$.

(அ) இத்துகள் 5 வினாடிகளுக்குப் பின்னர் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சி மற்றும்

(ஆ) நேரம் t = 5 வினாடியில் இத்துகளின் கோணத்திசை வேகம் ஆகியவற்றைக் காண்க. (துகளின் ஆரம்பக்கோணத்திசைவேகம் சுழி எனக் கருதுக).

தீர்வு

துகளின் ஆரம்பக் கோணத்திசைவேகம் ($\omega_0 = 0$)

துகளின் கோண இடப்பெயர்ச்சி

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times 25 = 2.5\, rad$$

டிகிரியில் $\theta = 2.5 \times 57.27^\circ \approx 143^\circ$

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 95 28-01-2020 14:32:25

பாடச்சுருக்கம்

- குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து ஓய்வு நிலை அல்லது இயக்க நிலையை வரையறுக்க முடியும்.
- இயற்பியலில் மரபுப்படி பொருளின் இயக்கத்தினை விளக்க வலக்கை கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பு முறையைப் பின்பற்றுகிறோம்.
- பொருளின் இயக்கத்தினை விளக்க புள்ளிநிறைக் கருத்து பயன்படுகிறது.
- வெக்டர் என்பது எண்மதிப்பு மற்றும் திசை கொண்ட ஒரு அளவாகும். ஆனால் ஸ்கேலர் என்பது எண்மதிப்பை மட்டும் பெற்றிருக்கும்.
- வெக்டரின் நீளம் அதன் எண்மதிப்பினைக் குறிக்கும்.
- கார்ட்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில் ஓரலகு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும்.
- வெக்டர்களின் முக்கோணவிதி அல்லது இணைகர விதியைப் பயன்படுத்தி வெக்டர்களின் கூடுதலைக் காண இயலும்.
- கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு வெக்டரையும் அவற்றின் மூன்று கூறுகளாகப் பகுக்க முடியும்.
- ஒரு வெக்டரின் எண்மதிப்பினை பின்வருமாறு எழுதலாம். $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
- இரண்டு வெக்டர்கள் சமமெனில், அவற்றின் தனித்தனிக் கூறுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாகும்.
- கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பினைப் பொறுத்து துகள் ஒன்றின் நிலைவெக்டர் $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ என வழங்கப்படும்.
- வெக்டர்களின், ஸ்கேலர் பெருக்கலை $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$ என வரையறுக்கலாம். (இங்கு θ என்பது $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம்)
- வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கலை $\vec{A} \times \vec{B} = (AB\sin\theta)\hat{n}$ என வரையறுக்கலாம். ஓரலகு வெக்டர் $\hat{n}$ இன் திசையை, வலதுகை பெருவிரல் விதி அல்லது வலது கை திருகு விதியினைப் பயன்படுத்தி அறியலாம்.
- இயற்பியலில் பல்வேறு கருத்துக்களை ஸ்கேலர் மற்றும் வெக்டர் பெருக்கல்களை பயன்படுத்தி விளக்க முடியும்.
- துகள் கடந்த மொத்தப் பாதையின் நீளம் கடந்த தொலைவு எனவும், அத்துகளின் இறுதி நிலை மற்றும் ஆரம்ப நிலைகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு இடப்பெயர்ச்சி எனவும் அழைக்கப்படும். கடந்த தொலைவு ஒரு ஸ்கேலர் அளவாகும் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி ஒரு வெக்டர் அளவாகும்.
- சராசரித்திசை வேகம் $\vec{v}_{\text{சராசரி}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ எனவும் உடனடித்திசை வேகம் $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.
- உந்தம் $\vec{p} = m\vec{v}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 96 28-01-2020 14:32:26

பாடச்சுருக்கம் (தொடர்ச்சி)

- சராசரி முடுக்கம் $\vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ எனவும், உடனடி முடுக்கம் $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.
- சீராக முடுக்கம் பெற்ற துகளின் இயக்கத்தை, இயக்கச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு பகுப்பாய்வு செய்ய இயலும்.
- எறிபொருள் இயக்கத்தில், சீராக முடுக்கம் பெற்ற துகளின் பாதை ஒரு பரவளையமாகும்.
- எறிபொருள் இயக்கத்தில் துகள் ஒன்றின் பெரும உயரம் மற்றும் கிடைத்தள நெடுக்கம், புவியீர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு எதிர்விகிதத் தொடர்புடையது.
- துகளொன்றின் கோணஇடப்பெயர்ச்சியை $\theta = \frac{s}{r}$ என்றும் அதன் கோணத்திசைவேகத்தை $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$ எனவும் வரையறுக்கலாம்.
- நேர்க்கோட்டுத் திசைவேகத்திற்கும், கோணத்திசை வேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பு $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ஆகும்.
- மைய நோக்கு முடுக்கம் $a_c = -\frac{v^2}{r}$ அல்லது $-\omega^2 r$ என வரையறுக்கலாம். மேலும் மைய நோக்கு முடுக்கம் எப்போதும் வட்ட மையத்தை நோக்கியே செயல்படும்.

கருத்து வரைபடம்

இயக்கத்தை அளவிடல்

↓

குறிப்பாயம் → வெக்டர், ஸ்கேலர்

↓

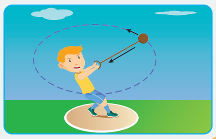
நிலை வெக்டர், கடந்த தொலைவு மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் → நுண்கணிதம்

↓

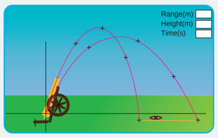
திசைவேகம், சராசரித் திசைவேகம், வேகம், சராசரி வேகம்

↓

முடுக்கம் → சராசரி முடுக்கம்



- வட்ட இயக்கம்
  - சீரான வட்ட இயக்கம்
  - சீரற்ற வட்ட இயக்கம்
  - → இயக்கச் சமன்பாடுகள்
- சீரான முடுக்கம் பெற்ற பொருளின் இயக்கம்
  - → இயக்கச் சமன்பாடுகள்
  - → எறிபொருளின் இயக்கம்

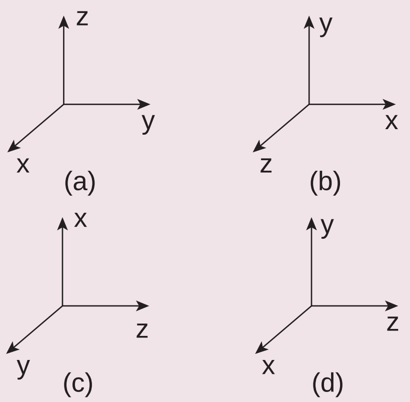


UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 98 28-01-2020 14:32:28

மதிப்பீடு

I. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. பின்வரும் எந்த கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.



2. பின்வருவனவற்றுள் எது ஓரலகு வெக்டர்?

(a) $\hat{i}+\hat{j}$ (b) $\dfrac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$

(c) $\hat{k}-\dfrac{\hat{j}}{\sqrt{2}}$ (d) $\dfrac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}$

3. பின்வருவனவற்றுள் எந்த இயற்பியல் அளவு ஸ்கேலரால் குறிப்பிட இயலாது?

(a) நிறை

(b) நீளம்

(c) உந்தம்

(d) முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு

4. m_1 மற்றும் m_2 நிறை கொண்ட இரண்டு பொருட்கள் h_1 மற்றும் h_2 உயரத்திலிருந்து விழுகின்றன. அவை தரையை அடையும்போது அவற்றின் உந்தங்களின் எண்மதிப்புகளின் விகிதம் என்ன?

(a) $\sqrt{\dfrac{h_1}{h_2}}$ (b) $\sqrt{\dfrac{m_1h_1}{m_2h_2}}$

(c) $\dfrac{m_1}{m_2}\sqrt{\dfrac{h_1}{h_2}}$ (d) $\dfrac{m_1}{m_2}$

5. துகளொன்று எதிர்குறி திசைவேகத்தையும், எதிர்குறி முடுக்கத்தையும் பெற்றுள்ளது எனில், அத்துகளின் வேகம்

(a) அதிகரிக்கும்

(b) குறையும்

(c) மாறாது

(d) சுழி

337IMF

6. துகளொன்றின் திசைவேகம் $\vec{v}=2\hat{i}+t^2\hat{j}-9\vec{k}$ எனில், $t = 0.5$ வினாடியில் அத்துகளின் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு யாது?

(a) 1m s^{-2} (b) 2 m s^{-2}

(c) சுழி (d) -1 m s^{-2}

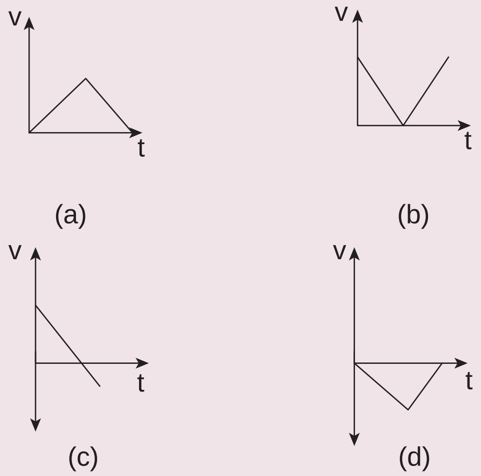
7. பொருளொன்று கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து கீழே விழுகிறது, அப்பொருள் 4 வினாடியில் தரையை அடைந்தால் கட்டிடத்தின் உயரமென்ன? (காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்க)

(a) 77.3 m (b) 78.4 m

(c) 80.5 m (d) 79.2 m

8. v என்ற திசைவேகத்துடன் பந்து ஒன்று செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது அது t நேரத்தில் தரையை அடைகிறது. பின்வரும் எந்த v – t வரைபடம் இவ்வியக்கத்தினை சரியாக விளங்குகிறது.

(NSEP 2000–2001)



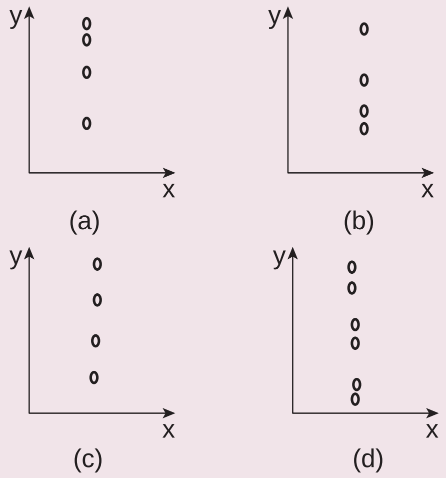
UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 99 28-01-2020 14:32:30

9. சமஉயரத்தில் உள்ள இரு பொருட்களில் ஒன்று தானாக கீழ்நோக்கி விழுகிறது. மற்றொன்று கிடைத்தளத்தில் எறியப்படுகிறது. 't' வினாடியில் அவை கடந்த செங்குத்து தொலைவுகளின் விகிதம் என்ன?

(a) 1 (b) 2

(c) 4 (d) 0.5

10. குறிப்பிட்ட உயரத்திலிருந்து பந்து ஒன்று கீழே விழுகிறது. பின்வருவனவற்றுள் எப்படம் பந்தின் இயக்கத்தினைச் சரியாக விளக்குகிறது?



11. xy தளம் ஒன்றில் துகளொன்று கடிகாரமுள் சுழலும் திசையில் சீரான வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. அத்துகளின் கோணத் திசைவேகத்தின் திசை

(a) +y திசையில்

(b) +z திசையில்

(c) –z திசையில்

(d) –x திசையில்

12. துகளொன்று சீரான வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. இதற்கான சரியான கூற்றை தேர்வு செய்க.

(NEET 2016)

(a) துகளின் திசைவேகம் மற்றும் வேகம் மாறிலி

(b) துகளின் முடுக்கம் மற்றும் வேகம் மாறிலி

(c) துகளின் திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கம் மாறிலி

(d) துகளின் வேகம் மற்றும் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு மாறிலி

13. பொருளொன்று u ஆரம்பத்திசை வேகத்துடன் தரையிலிருந்து செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. அப்பொருள் மீண்டும் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

(a) $\frac{u^2}{2g}$ (b) $\frac{u^2}{g}$

(c) $\frac{u}{2g}$ (d) $\frac{2u}{g}$

14. கிடைத்தளத்தைப் பொருத்து 30° மற்றும் 60° கோணத்தில் இரண்டு பொருட்கள் எறியப்படுகின்றன. அவற்றின் கிடைத்தள நெடுக்கம் முறையே R_{30^0} மற்றும் R_{60^0} எனக்கருதினால், பின்வருவனவற்றுள் பொருத்தமான இணையை தேர்வு செய்க.

(a) $R_{30^0} = R_{60^0}$

(b) $R_{30^0} = 4R_{60^0}$

(c) $R_{30^0} = \frac{R_{60^0}}{2}$

(d) $R_{30^0} = 2\,R_{60^0}$

15. கோள் ஒன்றில், 50 m உயரத்திலிருந்து பொருளொன்று கீழே விழுகிறது. அது தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் 2 வினாடி எனில், கோளின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தின் மதிப்பு என்ன ?

(a) $g = 20\ m\ s^{-2}$ (b) $g = 25\ m\ s^{-2}$

(c) $g = 15\ m\ s^{-2}$ (d) $g = 30\ m\ s^{-2}$

விடைகள்

1) d	2) d	3) c	4) c	5) a
6) a	7) b	8) c	9) a	10) a
11) c	12) d	13) d	14) a	15) b

II. சிறு வினாக்கள்:

1. கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு என்றால் என்ன?

2. வெக்டர் – வரையறு. எடுத்துக்காட்டுகள் தருக

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 100 28-01-2020 14:32:33

3. ஸ்கேலர் – வரையறு. எடுத்துக்காட்டுகள் தருக
4. இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் பற்றி சிறுகுறிப்பு வரைக.
5. இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் பற்றி சிறுகுறிப்பு வரைக.
6. இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளனவா என எவ்வாறு கண்டறிவாய்?
7. இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கடந்தத் தொலைவை வரையறு.
8. திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தை வரையறு.
9. முடுக்கம் – வரையறு.
10. திசைவேகம் மற்றும் சராசரித் திசைவேகம் இவற்றிக்கிடையேயான வேறுபாடுகள் யாவை?
11. ஒரு ரேடியன் – வரையறு.
12. கோண இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கோணத்திசை வேகம் இவற்றை வரையறு.
13. சீரற்ற வட்ட இயக்கம் என்றால் என்ன?
14. கோண இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.
15. சீரற்ற வட்ட இயக்கத்தில் தொகுபயன் முடுக்கம் ஆர வெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணத்திற்கான கோவையை எழுதுக.

III. நெடு வினாக்கள்

1. வெக்டர் கூடுதலின் முக்கோண விதியை விரிவாக விளக்கவும்.
2. ஸ்கேலார் மற்றும் வெக்டர் பெருக்கல்களின் பண்புகளை விவரி.
3. மாறாத முடுக்கம் பெற்ற பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை வருவிக்கவும்.
4. பின்வரும் பொருட்களின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை வருவிக்கவும்
(அ) செங்குத்தாக கீழே விழும் பொருள்
(ஆ) செங்குத்தாக எறியப்பட்ட பொருள்.
5. கிடைத்தளத்துடன் θ கோணம் சாய்வாக எறியப்பட்ட எறிபொருள் ஒன்றின் கிடைத்தள நெடுக்கம் மற்றும் பெரும உயரம் ஆகியவற்றிற்கான சமன்பாடுகளைப் பெறுக.
6. மைய நோக்கு முடுக்கத்திற்கான கோவையைப் பெறுக.
7. சீரற்ற வட்ட இயக்கத்தின் தொகுபயன் முடுக்கத்திற்கான கோவையைப் பெறுக.

IV. பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. துகளொன்றின் நிலை வெக்டரின் நீளம் 1m. அது x அச்சுடன் 30° கோணத்தில் உள்ளது எனில், நிலைவெக்டரின் x மற்றும் y கூறுகளின் நீளங்களைக் காண்க.

(விடை: $l_x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, l_y = 0.5$)

2. துகளொன்று நிலை $\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ லிருந்து $\vec{r}_2 = \hat{i} + 2\hat{j}$ க்கு இடம்பெயர்கிறது எனில், அத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரைக் $(\Delta\vec{r})$ காண்க. மேலும் இரு பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில் $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ மற்றும் $\Delta\vec{r}$ இன் நிலையினை வரைந்து காட்டவும்.

(விடை: $\Delta\vec{r} = -2\hat{i} - 2\hat{j}$)

3. துகள் ஒன்று 5 வினாடிகளில் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1 = 5\hat{i} + 6\hat{j}$ லிருந்து நிலைவெக்டர் $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ க்கு மாறுகிறது அத்துகளின் சராசரி திசைவேகம் என்ன?

(விடை: $\vec{v}_{avg} = -\dfrac{3}{5}\left(\hat{i} + \hat{j}\right)$)

4. கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் $\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ இவ்வெக்டரை ஓரலகு வெக்டராக மாற்றுக.

(விடை: $\hat{r} = \dfrac{\left(3\hat{i} + 2\hat{j}\right)}{\sqrt{13}}$)

5. கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கலின் தொகுபயன் வெக்டரைக் காண்க.

$\vec{A} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$

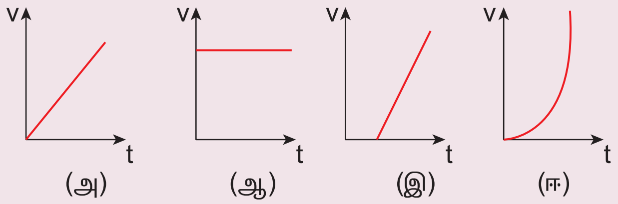
(விடை: $5\hat{i} + 21\hat{j} + 22\hat{k}$)

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 101 28-01-2020 14:32:35

6. பொருளொன்றை கிடைத்தளத்துடன் எக்கோணத்தில் எறிந்தால், அப்பொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கம் பெரும உயரத்தைப் போன்று நான்கு மடங்காக இருக்கும்?

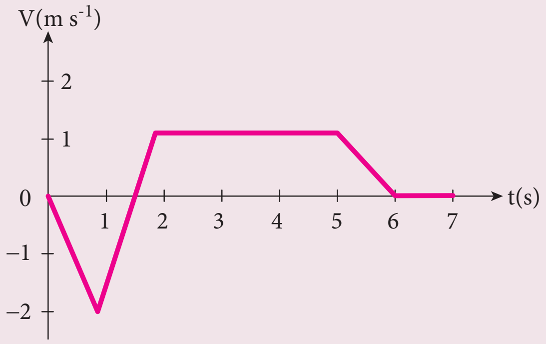
(விடை: $\theta = 45°$)

7. பின்வரும் திசைவேகம்–நேரம் வரைபடங்களினால் குறிப்பிடப்படும் துகளின் இயக்க வகையினைக் காண்க.



(விடை: அ) $\vec{a}$ = மாறிலி, ஆ) $\vec{v}$ = மாறிலி, இ) $\vec{a}$ = மாறிலி ஆனால் முதல் வரைபடத்தில் உள்ளதைவிட அதிகம், ஈ) $\vec{a}$ = மாறி

8. நேர்குறி x அச்சுத்திசையில் இயங்கும் துகளொன்றின் திசைவேகம் – நேரம் வரைபடம் காட்டப்பட்டுள்ளது. 0 விலிருந்து 7 வினாடி வரை உள்ள கால இடைவெளியில் அத்துகளின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்க. மேலும் 0 முதல் 2 வினாடிவரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் அத்துகள் கடந்த தொலைவு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.



(விடை: கடந்த தொலைவு = 1.75 m, இடப்பெயர்ச்சி = –1.25 m)

9. பொருளொன்று கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் எறியப்படுகின்றது. இந்நிகழ்வினை அடிப்படையாகக் கொண்டு கீழ்க்கண்டவற்றைப் பொருத்துக.

v_x	– குறையும் மற்றும் அதிகரிக்கும்
v_y	– மாறாது
முடுக்கம்	– மாற்றமடையும்
நிலைவெக்டர்	– எப்போதும் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும்.

(விடை)

v_x	– மாறாது
v_y	– குறையும் மற்றும் அதிகரிக்கும்
முடுக்கம்	– எப்போதும் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும்
நிலைவெக்டர்	– மாற்றமடையும்.

10. தரையிலுள்ள நீர்த்தெளிப்பான் ஒன்று அதனைச்சுற்றியுள்ள பகுதி முழுவதும் நீரினைத் தெளிக்கிறது. நீர்த்தெளிப்பானிலிருந்து வெளியேறும் நீரின் வேகம் v எனில் நீர் தெளிக்கப்பட்ட பரப்பினைக் காண்க.

(விடை: பரப்பு = $\frac{\pi v^4}{g^2}$)

11. பின்வரும் அட்டவணை வெவ்வேறு கோள்களில் எறியப்பட்ட எறிபொருள் அடைந்த கிடைத்தள நெடுக்கத்தைக் காட்டுகிறது. அனைத்து பொருட்களும் ஒரே கிடைத்தள கோணத்துடனும் சம ஆரம்பத்திசைவேகத்துடனும் எறியப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களிலிருந்து மிக அதிக மற்றும் மிகக் குறைந்த ஈர்ப்பு முடுக்கமுடைய கோள்களைக் கண்டுபிடி. மேலும் கோள்களை அவற்றின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தின் (g) அடிப்படையில் ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும்.

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 102 28-01-2020 14:32:36

கோள்	கிடைத்தள வீச்சு
வியாழன்	50 m
புவி	75 m
செவ்வாய்	90 m
புதன்	95 m

(விடை: வியாழனின் ஈர்ப்பு முடுக்கம் மிக அதிகம் புதனின் ஈர்ப்பு முடுக்கம் மிக குறைவு)

12. A மற்றும் B வெக்டர்களின் தொகுபயன் வெக்டர், A வெக்டருக்கு செங்குத்தாக உள்ளது. மேலும் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு B வெக்டரின் எண்மதிப்பில் பாதியாக உள்ளது எனில், A மற்றும் B வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

a) 30° b) 45°
c) 150° d) 120°

(விடை: $\theta = 150°$)

13. கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்களின் கூறுகளை ஒப்பிடுக

a) $T\hat{j} - mg\hat{j} = ma\hat{j}$

b) $\vec{T} + \vec{F} = \vec{A} + \vec{B}$

c) $\vec{T} - \vec{F} = \vec{A} - \vec{B}$

d) $T\hat{j} + mg\hat{j} = ma\hat{j}$

(விடை: (a) $T - mg = ma$
(b) $T_x + F_x = A_x + B_x$; $T_y + F_y = A_y + B_y$; $T_z + F_z = A_z + B_z$)

14. $\vec{A} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$, $\vec{B} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$, வெக்டர்களை பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பினைக் கணக்கிடுக.

(விடை: பரப்பு = 21 பரப்பு அலகுகள்)

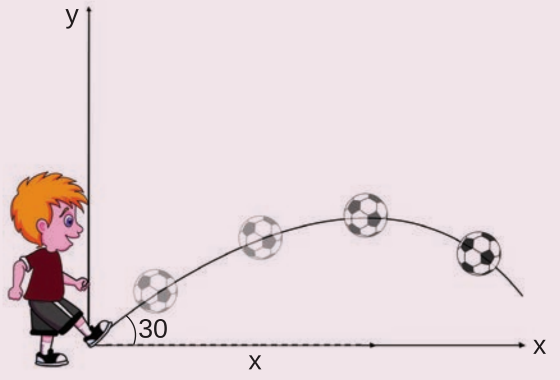
15. ஒரு முழுசுற்றினை நிறைவு செய்ய புவி எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் 24 மணிநேரமாகும். இந்நிலையில் புவி ஒரு மணி நேரத்தில் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சியைக் கணக்கிடு. விடையை ரேடியன் மற்றும் டிகிரி இரண்டிலும் தருக.

(விடை: $\theta = 15°$ அல்லது $\frac{\pi}{12}$)

16. எறிபொருளொன்று 30° எறிகோணத்தில் எறியப்படுகிறது. அதன் ஆரம்பத்திசை வேகம் $5\ m\ s^{-1}$ எனில் எறிபொருள் அடைந்த பெரும உயரம் மற்றும் கிடைத்தள நெடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

(விடை: உயரம் = 0.318 m
நெடுக்கம் = 2.21 m

17. ஒரு கால்பந்துவீரர் $20\ m\ s^{-1}$ திசைவேகத்தில் கிடைத்தளத்துடன் 30° கோணத்தில் பந்து ஒன்றினை உதைக்கிறார். பந்தின் இயக்கம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இலக்குக் கம்பங்கள் (goal post) அவரிடமிருந்து 40 m தொலைவில் உள்ளன, பந்து இலக்கினை அடையுமா?



(விடை: பந்து இலக்கினை அடையாது. ஏனெனில் கிடைத்தள நெடுக்கம் = 35.3 m)

18. 100 m உயரம் உள்ள கட்டிடம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து, $10\ m\ s^{-1}$ திசைவேகத்துடன் எறிபொருளொன்று கிடைத்தளத்தில் வீசி எறியப்படுகிறது. எறிபொருள் அடைந்த கிடைத்தள நெடுக்கம் என்ன?

(விடை: R = 45 m)

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 103 28-01-2020 14:32:38

19. பொருளொன்று $\frac{\pi}{12}$ rad s^{-1} என்ற கோண வேகத்துடன் சீரான வட்ட இயக்கத்தினை மேற்கொள்கிறது. $t = 0$ வினாடியில் அப்பொருள் A புள்ளியிலிருந்து வட்ட இயக்கத்தினை மேற்கொள்கிறது எனக் கருதுக. 4 வினாடிகளுக்குப் பிறகு அப்பொருள் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சி என்ன?

(விடை: 60°)

20. x அச்சினை கிழக்குத் திசையாகவும் y அச்சினை வடக்குத்திசையாகவும் மேலும் z அச்சினை செங்குத்தான மேல் நோக்கிய திசையாகவும் கருதி கீழ்க்கண்டவற்றை வெக்டர் முறையில் குறிப்பிடுக.

a) 5 மீட்டர் வட கிழக்கு மற்றும் 2 மீட்டர் மேல் நோக்கியத்திசையில்

b) 4 மீட்டர் தென்கிழக்கு மற்றும் 3 மீட்டர் மேல் நோக்கியத்திசையில்

c) 2 மீட்டர் வடமேற்கு மற்றும் 4 மீட்டர் மேல்நோக்கியத் திசையில்

(விடை: (a) $\frac{5(\hat{i}+\hat{j})}{\sqrt{2}}+2\hat{k}$ (b) $\frac{4(\hat{i}-\hat{j})}{\sqrt{2}}+3\hat{k}$

(c) $(-\hat{i}+\hat{j})\sqrt{2}+4\hat{k}$)

21. நிலவு, புவியை தோராயமாக 27 நாட்களுக்கு ஒரு முறை முழு சுற்று சுற்றி வருகிறது. இந்நிலையில் நிலவு ஒரு நாளில் பூமியை சுற்றும் கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

(விடை: $13^{\circ}3'$)

22. m நிறையுடைய பொருளொன்றின் கோண முடுக்கம் $\alpha = 0.2\, rad\, s^{-2}$. 3 வினாடிகளில் அப்பொருள் எவ்வளவு கோண இடப்பெயர்ச்சியை அடையும்? (பொருள் சுழி திசை வேகத்துடன் சுழி கோணத்தில் தன்னுடைய இயக்கத்தை துவக்குகிறது எனக் கருதுக).

(விடை: 0.9 rad (அல்லது) 51°)

மேற்கோள் நூல்கள்

1. Charles Kittel, Walter Knight, Malvin Ruderman, Carl Helmholtz and Moyer, *Mechanics,* 2nd edition, Mc Graw Hill Pvt Ltd,
2. A.P.French, *Newtonian Mechanics,* Viva-Norton Student edition
3. SomnathDatta, *Mechanics,* Pearson Publication
4. H.C.Verma, *Concepts of physics* volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Serway and Jewett, *Physics for scientist and Engineers with modern physics*, Brook/ Coole publishers, Eighth edition
6. Halliday, Resnick & Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley Publishers, 10th edition

இணையச் செயல்பாடு

எறிபொருள் இயக்கம்

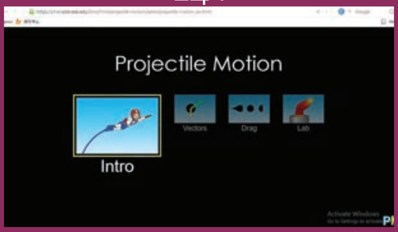
குறி பார்த்து எறி

இந்தச் செயல்பாட்டின் மூலம் எறிபொருளின் திசைவேகம், எறிகோணம் மற்றும் கிடைத்தள நெடுக்கம் ஆகியவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பினை அறியலாம்.

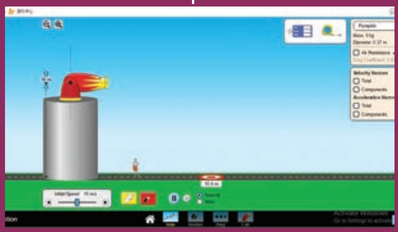
படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி PhET – projectile–motion என்னும் இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்லவும். 'Intro' என்பதைச் சொடுக்கிச் செயல்பாட்டைத் துவங்கவும்.
- சிவப்பு நிறத்தில் இருக்கும் சுடும் பொத்தானை (shoot button) அழுத்தவும். பீரங்கியிலிருந்து வெளிவரும் பந்தானது அதன் இலக்கை அடைய வேண்டும்.
- உருளையின் (cylinder) உயரத்தை மாற்ற 'up & down' என்பதைச் சொடுக்கவும். பந்தின் வேகத்தைக் கூட்ட (அ) குறைக்க இடப்புற வலப்புற பொத்தான்களை அழுத்தவும்.
- இலக்குப் பெட்டியைச் (target box) சரி செய்து இலக்கை அடையும் நேரம், நெடுக்கம் மற்றும் உயரத்தை அளக்கலாம். பீரங்கியிலிருந்து வெளிவரும் பந்தின் நெடுக்கத்தை மீட்டர் நாடாவைப் பயன்படுத்தி அளக்கலாம். திசைவேகத்தையும் முடுக்கத்தையும் தெரிந்துகொள்ள வலப்பக்க மேல்பகுதியில் உள்ள பெட்டிகளைச் சொடுக்கவும்.

படி 1



படி 2



படி 3

படி 4

உரலி:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_en.html

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* Flash Player or Java Script தேவையெனில் அனுமதிக்க.

B126_11_PHY_TM

UNIT-2(XI-Physics_Vol-1)_Tamil.indd 105 28-01-2020 14:32:41