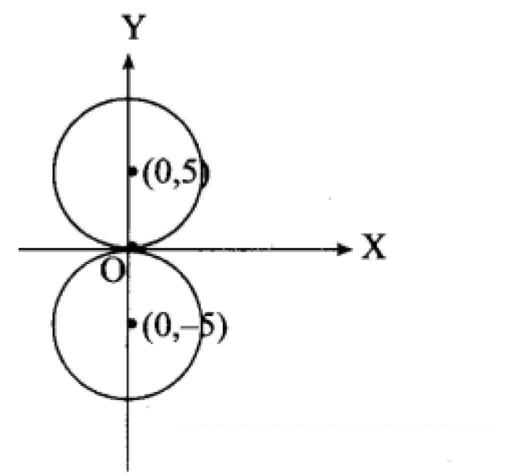
Chapter 5
இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல் – II

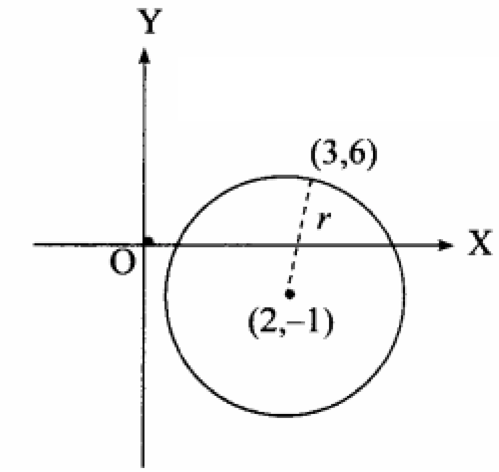
Ex 5.1

கேள்வி 1.
ஆரம் 5 செ.மீ. அலகுகள் உடையதும், x-அச்சை ஆதிப்புள்ளியில் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைத் தருவிக்க.
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்ட r = 5 செ.மீ



வட்டம் x அச்சை தொட்டுச் செல்வதால் அதனுடைய மையம் $(0, \pm 5)$
வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
$\Rightarrow (x - 0)^2 + (y \pm 5)^2 = 5^2$
$\Rightarrow \quad x^2 + y^2 + \cancel{25} \pm 10y = \cancel{25}$
$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10y = 0$

கேள்வி 2.
(2, -1) என்ற புள்ளியை மையமாகவும், (3, 6) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
தீர்வு:



கொடுக்கப்பட்ட (2, -1) மையம் மற்றும் (3, 6) புள்ளி வழிச் செல்கிறது.
∴ r = இடைப்பட்ட தூரம் (2, -1) மற்றும் (3, 6)க்கு

$= \sqrt{(2-3)^2 + (-1-6)^2}$

$= \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2}$

$= \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$

∴ வட்டத்தின் சமன்பாடு

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

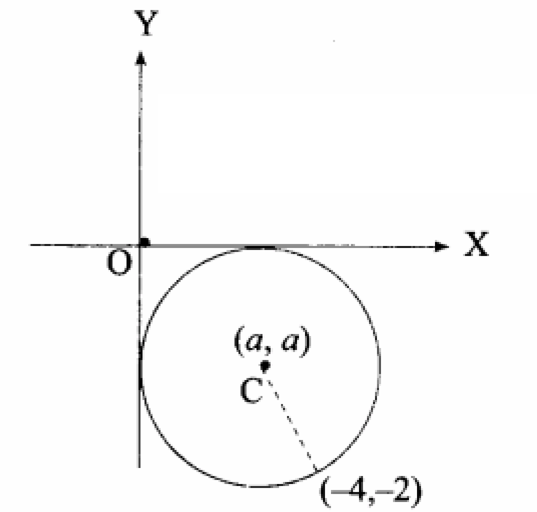
$(x-2)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{50})^2$

$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 50$

கேள்வி 3.
இரு அச்சுக்களையும் தொட்டுச் செல்வதும், (4, -2) என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
தீர்வு:
வட்டமானது இரு அச்சுகளையும் தொட்டு செல்வதால் அதனுடைய சமன்பாடு
$(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$ ... (1)
இது (-4, -2) வழிச் செல்கிறது
∴ $(-4 - a)^2 + (-2 - a)^2 = a^2$

$16 + a^2 + 8a + 4 + a^2 + 4a = a^2$

$\Rightarrow a^2 + 12a + 20 = 0$
$\Rightarrow (a + 10)(a + 2) = 0$
a = -10 அல்ல து – 2



நிலை (i)
a = -10 எனில், (1) ஆனது
$(x + 10)^2 + (y + 10)^2 = 10^2$
$$\Rightarrow \quad x^2 + 100 + 20x + y^2 + \cancel{100} + 20y = \cancel{100}$$
$\Rightarrow x^2 + y^2 + 20x + 20y + 100 = 0$
நிலை (ii)
a = -2 எனில், (1) ஆனது
$(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$
$$\Rightarrow \quad x^2 + 4x + 4 + y^2 + 4y + \cancel{4} = \cancel{4}$$
$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$
ஆகையால் வட்டங்களின் சமன்பாடுகள்
$x^2 + 4^2 + 4x + 4y + 4 = 0$
அல்லது $x^2 + y^2 + 20x + 20y + 100 = 0$

கேள்வி 4.
மையம் (2, 3) உடையதும் $3x – 2y – 1 = 0$ மற்றும் $4x + y – 27 = 0$ என்ற கோடுகள் வெட்டும் புள்ளி வழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்ட மையம் (2, 3)
தீர்க்க $3x – 2y = 1$ ….. (1)
மற்றும் $4x + y = 27$ ….. (2)

$$\begin{aligned} (1) \rightarrow \quad & 3x - 2y = 1 \\ (2) \times 2 \rightarrow \quad & 8x + 2y = 54 \\ \hline & 11x = 55 \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& \therefore 3(5) - 2y = 1 \\
\Rightarrow\quad & 15 - 2y = 1 \\
\Rightarrow\quad & 15 - 1 = 2y \\
\Rightarrow\quad & 14 = 2y \\
\Rightarrow\quad & y = 7
\end{aligned}
$$

வட்டமானது (5, 7) வழிச் செல்கிறது.

[∵ (5, 7) மற்றும் (2, 3) க்கு இடைப்பட்ட தூரம்]

$r = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

வட்டத்தின் சமன்பாடு

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 25$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 - 25 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

கேள்வி 5.

(3, 4) மற்றும் (2, -7) என்ற புள்ளிகளை விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விட்டத்தின் முனைகள் (3,4)2,-7)

∴ வட்டத்தின் சமன்பாடு

$(x - x_1)(x - x_2) = (y - y_1)(y - y_2) = 0$

$\Rightarrow (x - 3)(x - 2) + (y - 4)(y + 7) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 + y^2 + 7y - 4y - 28 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 5x + 3y - 22 = 0$

கேள்வி 6.

(1, 0), (-1, 0) மற்றும் (0, 1) என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:

வட்டத்தின் சமன்பாடானது

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ….. (1)

(1, 0) வழி (1) செல்கிறது
$\Rightarrow 1 + 0 + 2g(1) + 2f(0) + c = 0$
$\Rightarrow 2g + c = -1$ … (2)
(-1, 0) வழி (1) செல்கிறது
$\Rightarrow (-1)^2 + 0 + 2g(-1) + 2f(0) + c = 0$
$\Rightarrow -2g + c = -1$ …(3)
மேலும் (0, 1) வழி (1) செல்கிறது
$\Rightarrow 0 + 1^2 + 2g(0) + 2f(1) + c = 0$
$\Rightarrow 2f + c = -1$ …(4)
$(2) + (3) \Rightarrow 2c = -2$
$\Rightarrow c = -1$
$c = -1$ என (2) ல் பிரதியிட கிடைப்பது
$2g - 1 = -1$
$\Rightarrow 2g = 0$
$\Rightarrow g = 0$
$c = -1$ என (4) ல் பிரதியிட கிடைப்பது
$2f - 1 = -1$
$\Rightarrow 2f = 0$
$\Rightarrow f = 0$
∴ (1) லிருந்து
$x^2 + y^2 + 0 + 0 - 1 = 0$
$\Rightarrow x^2 + y^2 = 1$

கேள்வி 7.
9π சதுர அலகுகள் பரப்பு கொண்ட வட்டத்தின் விட்டங்கள், $x + y = 5$ மற்றும் $x - y = 1$ என்ற நேர்கோடுகள் மீது அமைந்துள்ளன எனில் அந்த வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
தீர்வு:
வட்டத்தின் பரப்பு = 9π சதுர அலகுகள்
$\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$
விட்டங்கள் $x + y = 5$ (1) மற்றும் $x - y = 1$ (2)
விட்டங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி மையம் என அறிவோம்.
∴ மையத்தை காண (1) மற்றும் (2) ஐ தீர்க்க.

$(1) + (2) \Rightarrow$

$$\begin{array}{rcl} x + \not{y} & = & 5 \\ x - \not{y} & = & 1 \\ \hline 2x & = & 6 \end{array}$$

$\Rightarrow x = 3$
∴ $(1) \Rightarrow 3 + y = 5$
$\Rightarrow y = 5 - 3 = 2$
∴ மையம் (3, 2)
ஆகையால் வட்டத்தின் சமன்பாடு
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 6x + \cancel{9} + y^2 - 4y + 4 = \cancel{9}$$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$

கேள்வி 8.

$y = 2\sqrt{2}x + c$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 = 16$, என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில், -ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு

$x^2 + y^2 = 16$

$\Rightarrow a^2 = 16$

மற்றும் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$y = 2\sqrt{2}x + c$

$\Rightarrow m = 2\sqrt{2}$ மற்றும் $c = c$

[தொடுகோடானது $y = mx + c$]

$y = mx + c$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்திற்கு தொடுகோடாக இருப்பதற்கான நிபந்தனை

$c^2 = a^2 (1 + m^2)$

$\Rightarrow c^2 = 16(1 + (2\sqrt{2})^2)$

$\Rightarrow c^2 = 16(1 + 8)$

$\Rightarrow c^2 = 16(9)$

$\Rightarrow c = +4(3)$

$\Rightarrow c = +12$

கேள்வி 9.

$x^2 + y^2 - 6x + 6y - 8 = 0$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகளை (2, 2) என்ற புள்ளியில் காண்க.

தீர்வு:

வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 6x + 6y - 8 = 0$.

$\therefore (x_1, y_1)$ தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$xx_1 + yy_1 - \frac{6}{2}(x + x_1) + \frac{6}{2}(y + y_1) - 8 = 0$

கொடுக்கப்பட்ட (x_1, y_1), (2, 2)

(2, 2) -ல் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$x(2) + y(2) - 3(x + 2) + 3(y + 2) - 8 = 0$

$$\Rightarrow \quad 2x - 2y - 3x + \cancel{6} + 3y + \cancel{6} - 8 = 0$$

$\Rightarrow -x + 5y - 8 = 0$

$\Rightarrow x - 5y + 8 = 0$

செங்கோட்டின் சமன்பாடு

$yx_1 - xy_1 + g(y - y_1) - f(x - x_1) = 0$

$\Rightarrow y(2) - x(2) - 3(y - 2) - 3(x - 2) = 0$

$[\because 2g = -6 \Rightarrow g = -3; 2f = 6 \Rightarrow f = 3]$

$\Rightarrow 2y – 2x – 3y + 6 – 3x + 6 = 0$
$\Rightarrow -5x – y + 12 =0$
$\Rightarrow 5x + y – 12 = 0$

கேள்வி 10.
(-2, 1), (0, 0) மற்றும் (4, -3) என்ற புள்ளிகள் $x^2 + y^2 – 5x + 2y – 5 = 0$ என்ற வட்டத்திற்கு வெளியே, வட்டத்தின் மீது அல்லது உள்ளே இவற்றில் எங்கே உள்ளன எனத் தீர்மானிக்கவும்.
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு
$x^2 + y^2 – 5x + 2y – 5 = 0$
(-2, 1) ல், (1) ஆனது
$(-2)^2 + 1^2 – 5(-2) + 2(1) – 5$
$= 4 + 1 + 10 + 2 – 5$
$= 17 – 5 = 12 > 0.$
$\therefore$ (-2, 1) வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ளது
(0, 0)-ல், (1) ஆனது $-5 < 0$
$\therefore$ (0, 0) வட்டத்தின் உள் அமைந்துள்ளது.
(4,-3) ல், (1) லிருந்து
$(-4)^2 + (-3)^2 – 5(4) + 2(-3) – 5$
$= 16 + 9 + 20 – 6 – 5$
$= 45 – 11 = 34 > 0$
(4,-3) வட்டத்தின் வெளியே அமைந்துள்ளது.

கேள்வி 11.
பின்வரும் வட்டங்களுக்கு மையத்தையும் ஆரத்தையும் காண்க.
(i) $x^2 + (y + 2)^2 = 0$
(ii) $x^2 + y^2 + 6x – 4y + 4 = 0$
(iii) $x^2 + y^2 – x + 2y – 3 = 0$
(iv) $2x^2 + 2y^2 – 6x + 4y + 2 = 0$
தீர்வு:
(i) வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + (y + 2)^2 = 0$
மையம் (0, -2) மற்றும் ஆரம் 0.
(ii) வட்டத்தின் சமன்பாடு
$x^2 + y^2 + 6x – 4y + 4 = 0.$
இங்கு $2g = 6 = g=3$
$2f = – 4$
$\Rightarrow f = -2$ மற்றும் $c = 4$
மற்றும் $(-g, -f) = (-3, 2)$

r = $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ = $\sqrt{3^2 + (-2)^2 - 4}$

= $\sqrt{9 + 4 - 4}$

= $\sqrt{9}$

= 3 அலகுகள்

(iii) வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$

இங்கு $2g = -1 \Rightarrow g = \frac{-1}{2}$

$2f = 2$

$\Rightarrow f = 1$ மற்றும் $c = -3$

மையம் $(-g, -f) = \left(\frac{1}{2}, -1\right)$

மற்றும் $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$= \sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 3}$

$= \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \sqrt{\frac{1+16}{2}}$

r = $\sqrt{\frac{17}{2}}$ அலகுகள்.

(iv) வட்டத்தின் சமன்பாடு

$2x^2 + 2y^2 - 6x + 4y + 2 = 0$

2 ஆல் வகுக்க, கிடைப்பது

$x^2 + y^2 - 3x + 2y + 1 = 0$

இங்கு $2g = -3 \Rightarrow g = \frac{-3}{2}$

$2f = 2 \Rightarrow f = 1$

மற்றும் $c = 1$

$\therefore$ மையம் $(-g, -f) = \left(\frac{3}{2}, -1\right)$

மற்றும் $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2 - 1}$

$= \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ அலகுகள்

கேள்வி 12.
$3x^2 + (3 - p)\,xy + qy^2 - 2px = 8pq$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனில் p மற்றும் புன் மதிப்பு காண்க. மேலும் அந்த வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு
$3x^2 + (3 - p)xy + qy^2 - 2px = 8pg$
வட்டத்திற்கு xy-ன் கெழு = 0
$\Rightarrow 3 - p = 0 \Rightarrow p = 3$
மேலும் , x^2 – ன் கெழு = y^2-ன் கெழு
$\Rightarrow 3 = q$
∴ வட்டத்தின் சமன்பாடு
$3x^2 + 3y^2 - 6x = 8(3)(3)$
$3x^2 + 3y^2 - 6x - 72 = 0$
3 ஆல் வகுக்க, கிடைப்பது
$x^2 + y^2 - 2x - 24 = 0$
இங்கு $2g = -2 \Rightarrow g = -1$
$f = 0$ மற்றும் $c = -24$
மையம் $(-g, -f) = (1, 0)$
மற்றும் $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$
$= \sqrt{(-1)^2 + 0 + 24}$
$= \sqrt{25} = 5$ அலகுகள்

Ex 5.3

பின்வரும் சமன்பாடுகளிலிருந்து அவற்றின் கூம்பு வளைவு வகையை கண்டறிக.

கேள்வி 1.
$2x^2 – y^2 = 7$
தீர்வு:
$2x^2 – y^2 = 7$
இங்கு A = 1, C = -1, F = -7
இங்கு A ≠ C மற்றும் A மற்றும் C ஒன்றுக் கொன்று எதிர்குறிகளை கொண்டுள்ளன. ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு அதிபர வளையத்தை குறிக்கிறது.

கேள்வி 2.
$3x^2 + 3y^2 – 4x + 3y + 10 = 0$
தீர்வு:
$3x^2 + 3y^2 – 4x + 3y + 10 = 0$
இங்கு A = 3, C = 3, D = -4, E = 3 மற்றும் F = 10
இங்கு A = C மற்றும் xy உறுப்பு இல்லை.
ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு வட்டத்தை குறிக்கிறது.

கேள்வி 3.
$3x^2 + 2y^2 = 14$
தீர்வு:
$3x^2 + 2y^2 = 14$
இங்கு A = 3, C = 2 மற்றும் F = -14
A ≠ C மற்றும் A மற்றும் C ஒரே குறியை கொண்டுள்ளன. ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு நீள்வட்டத்தை குறிக்கிறது.

கேள்வி 4.
$x^2 + y^2 + x – y = 0$
தீர்வு:
$x^2 + y^2 + x – y = 0$
இங்கு A = 1, C = 1, D = 1, E = -1
இங்கு A = C மற்றும் .xy உறுப்பு இல்லை.
ஆகையால் சமன்பாடு வட்டத்தை குறிக்கிறது.

கேள்வி 5.
$11x^2 – 25y^2 – 44x + 50y – 256 = 0$
தீர்வு:
$11x^2 – 25y^2 – 44x + 50y – 256 = 0$

$A = 11$, $C = -25$, $D = -44$, $E = 50$, மற்றும் $F = -256$
இங்கு $A \neq C$ மற்றும் A மற்றும் C ஒன்றுக் கொன்று எதிரான குறிகளை கொண்டுள்ளன. ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு அதிபர வளையத்தை குறிக்கிறது.

கேள்வி 6.
$y^2 + 4x + 3y + 4 = 0$
தீர்வு:
$y^2 + 4x + 3y + 4 = 0$
இங்கு $A = 0$, $C = 1$, $D = 4$, $E = 3$, $F = 4$ $B = 0$ மற்றும் A அல்லது C ஆனது 0 ஆகும். ஆகையால் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு பரவளையத்தை குறிக்கிறது.

Ex 5.4

கேள்வி 1.
(5,2) என்ற புள்ளியிலிருந்து $2x^2 + 7y^2 = 14$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு
வரையப்படும் தொடு
கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
தீர்வு:
நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடு $2x^2 + 7y^2 = 14$
நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடு $2x^2 + 7y^2 = 14$

÷ 14 நமக்கு கிடைப்பது $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{2} = 1$

$\therefore a^2 = 7, b^2 = 2$

y = mx + c என்ற நேர்க்கோடு நீள்வட்டத்தின் தொடுகோடாக இருக்க கட்டுப்பாடு

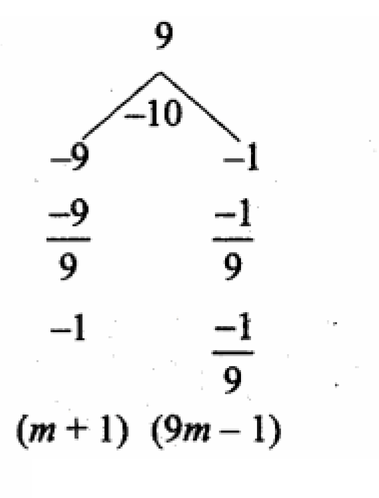
$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ .... (1)

(5, 2), (1) ன் மீதுள்ள து மற்றும் $a^2 = 7, b^2 = 2$

$\therefore 2 = m(5) \pm \sqrt{7m^2 + 2} + 2$

$2 - 5m = \pm \sqrt{7m^2 + 2}$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த கிடைப்பது
$(2 - 5m)^2 = 7m^2 + 2$
$4 + 25m^2 - 20m = 7m^2 + 2$
$18m^2 - 2m + 2 = 0$
$9m^2 - 10m + 1 = 0$ (÷2)



காரணிபடுத்த கிடைப்பது

$(m - 1)(9m - 1) = 0$

$\therefore m - 1 = 0$ (அ)

$9m - 1 = 0$

$\Rightarrow m = 1$ (அ) $\frac{1}{9}$

$m = 1$ எனில், (1) லிருந்து

$y = 1(x) \pm \sqrt{7m^2 + 2}$

$\Rightarrow y = x \pm \sqrt{7 + 2} \Rightarrow y = x \pm 3$

$y = x + 3 \Rightarrow x - y + 3 = 0$

$m = \frac{1}{9}$ எனில் (1)லிருந்து

$$y = \frac{1}{9}(x) \pm \sqrt{7\left(\frac{1}{81}\right) + 2}$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{x}{9} + \sqrt{\frac{7 + 162}{81}}$$

$$y = \frac{x}{9} + \frac{13}{9}$$

$$\Rightarrow \quad 9y = x + 13 \Rightarrow x - 9y + 13 = 0$$

ஆகையால் தொடுகோட்டின் சமன்பாடுகள் $x - y + 3 = 0$ மற்றும் $x - 9y + 13 = 0$.

கேள்வி 2.

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு, $10x - 3y + 9 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான தொடுகோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$

$y = mx + c$ என்பது தேவையான தொடுகோடு என்க.

$\Rightarrow a^2 = 16$ மற்றும் $b^2 = 64$

தொடுகோடுகள் 10x – 3y + 9 = 0 க்கு இணையானது.

∴ தொடுகோட்டின் சாய்வு (m)

= 10x – 3y + 9 = 0 கோட்டின் சாய்வு.

$$\therefore m = \frac{x \text{ -ன் கெழு}}{y \text{ -ன் கெழு}} = \frac{-10}{-3} = \frac{10}{3}$$

y = mx + c என்பது தேவையான தொடுகோடு என்க $c^2 = a^2m^2 - b^2$

$$\Rightarrow c^2 = 16\left(\frac{100}{9}\right) - 64 = \frac{1600 - 64 \times 9}{9}$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{1024}{9} \Rightarrow c = \pm\frac{32}{3}$$

∴ தேவையான தொடுகோடுகள்

y = $\frac{10}{3}$x + $\frac{32}{3}$, அல்லது y = $\frac{10x}{3}$ + $\frac{32}{3}$

⇒ 3y = 10x + 32 அல்ல து 3y = 10x – 32

⇒ 10x – 3y + 32 = 0 அல்ல து

10x – 3y – 32 = 0

கேள்வி 3.
x – y + 4 = 0 என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + 3y^2 = 12$ என்ற நீள்வட்டத்தின் தொடுகோடு என நிறுவுக.
மேலும் தொடும் புள்ளியைக் காண்க.

தீர்வு:

நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + 3y^2 = 12$

÷ 12 கிடைப்பது $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$

கோடு x – y + 4 = 0 ஐ y = x + 4 என திருத்தி எழுதலாம்.

∴ m = 1, c = 4

y = mx + 4 நீள் வட்டத்தின் தொடுகோடாக இருக்க கட்டுப்பாடு $c^2 = a^2m^2 + b^2$

∴ $(4)^2 = 12(1)^2 + 4$

⇒ 16 = 12 + 4

நிபந்தனை நிறைவு செய்யப்படுவதால், கோடு x – y + 4 = 0 நீள் வட்டம் $x^2 + 3y^2$ = 12 க்கு தொடுகோடாகும்.

மேலும் தொடுபுள்ளி $\left(-\frac{a^2m}{c}, \frac{b^2}{c}\right)$

$\left(-\frac{12(1)}{4}, \frac{4}{4}\right) \Rightarrow (-3, 1)$

∴ தொடுபுள்ளி (-3, 1).

கேள்வி 4.

$y^2 = 16x$ என்ற பரவளையத்திற்கு, $2x + 2y + 3 = 0$ என்ற கோட்டிற்குச் செங்குத்தான தொடு கோட்டுச் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:

பரவளையத்தின் சமன்பாடு $y^2 = 16x$

$\therefore 4a = 16 \Rightarrow a = 4$

$y = mx + c$ என்க. .... (1)

என்பது பரவளையத்தின் தொடுகோடு என்க. $2x + 2y + 3 = 0$, தொடுகோடுக்கு செங்குத்து

ஆதலால்

$$m = \frac{-1}{\text{கோடு } 2x + 2y + 3 = 0 \text{ ன் சாய்வு}}$$

$$\therefore m = \frac{-1}{\frac{-2}{2}} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$\left[\because \text{சாய்வு} = \frac{x \text{ -ன் கெழு}}{y \text{ -ன் கெழு}} = \frac{-2}{2} = -1\right]$$

$y = mx + c$ பரவளையத்திற்கு தொடுகோடாக இருக்க நிபந்தனை $c = \frac{a}{m}$

$\therefore c = \frac{4}{1} = 4$

(1)லிருந்து , $y = 1(x) + 4 \Rightarrow x - y + 4 = 0$

தேவையான தொடுகோடு.

கேள்வி 5.

$y^2 = 8x$ என்ற பரவளையத்திற்கு $t = 2$ இல் தொடு கோட்டுச் சமன்பாடு காண்க. (குறிப்பு : துணையலகு வடிவத்தைப் பயன்படுத்துக)

தீர்வு:

பரவளையத்திற்கான சமன்பாடு $y^2 = 8x$

$\therefore 4a = 8 \Rightarrow a = 2$

பரவளையத்திற்கான தொடுகோட்டின் துணையலகு வடிவம் $yt = x + at^2$

$t = 2$ எனில், தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$y(2) = x + 2(2)^2 \Rightarrow 2y = x + 8$
$\Rightarrow x - 2y + 8 = 0$ தேவையான தொடுகோட்டின் சமன்பாடாகும்.

கேள்வி 6.

$12x^2 - 9y^2 = 108$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு $\theta = \frac{\pi}{3}$ இல் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க. (குறிப்பு: துணையலகு வடிவத்தைப் பயன்படுத்துக)

தீர்வு:

அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு $12x^2 - 9y^2 = 108$

$\div$ 108 கிடைப்பது, $\frac{12x^2}{108} - \frac{9y^2}{108} = 1$

$\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{12} = 1$

$\therefore a^2 = 9, b^2 = 12$

அதிபரவளையத்திற்கான தொடுகோட்டின் துணையலகு சமன்பாடு $\frac{x \sec\theta}{a} - \frac{y \tan\theta}{b} = 1$

$\theta = \frac{\pi}{3}$ எனில், சமன்பாடு

$$\frac{x \sec\frac{\pi}{3}}{3} - \frac{y \tan\frac{\pi}{3}}{2\sqrt{3}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x(2)}{3} - \frac{y(\sqrt{3})}{2\sqrt{3}} = 1 \quad \Rightarrow \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1$$

$\Rightarrow \frac{4x-3y}{6} = 1 \Rightarrow 4x - 3y - 6 = 0$ தேவையான தொடுகோட்டின் சமன்பாடு. பரவளையத்திற்கான செங்கோட்டின் துணையலகுச் சமன்பாடு

$$\frac{ax}{\sec\theta} + \frac{by}{\tan\theta} = a^2 + b^2$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \text{ ல்}, \frac{3x}{\sec\frac{\pi}{3}} + \frac{2\sqrt{3}y}{\tan\frac{\pi}{3}} = 9 + 12$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{2} + \frac{2\sqrt{3}y}{\sqrt{3}} = 21$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3x}{2} + 2y = 21 \Rightarrow 3x + 4y = 42$$

$\Rightarrow 3x + 4y - 42 = 0$ தேவையான செங்கோட்டின் சமன்பாடாகும்.

கேள்வி 7.

$y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு 't_1' மற்றும் 't_2' ஆகிய புள்ளிகளில் அமையும் தொடுகோடுகள் $[at_1t_2a(t_1 + t_2)]$ என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன என நிறுவுக.

தீர்வு:

$y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு 't_1' -ல் தொடுகோட்டிற்கான துணையலகுச் சமன்பாடு $yt_1 = x + at_1^2$ .... (1)

மேலும், $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு 't_2' -ல் தொடுகோட்டிற்கான துணையலகுச் சமன்பாடு $yt_2 = x + at_2^2$ ... (2)

$$(1) \quad \rightarrow yt_1 = x + at_1^2$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$(2) \quad \rightarrow yt_2 = x + at_2^2$$

$$(1) - (2) \quad y(t_1 - t_2) = a(t_1^2 - t_2^2)$$

$$\Rightarrow \quad y(t_1 - t_2) = a(t_1 + t_2)(t_1 - t_2)$$

$\Rightarrow y = a(t_1 + t_2)$

$y = a(t_1 + t_2)$ என (1)-ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$a(t_1 + t_2)t_1 = x + at21$

$$\Rightarrow \quad at_1^2 + at_1t_2 = x + at_1^2 \Rightarrow \quad x = at_1t_2$$

இரண்டு நீளங்களின் வெட்டும் புள்ளி

$[at_1t_2, a(t_1 + t_2)]$

கேள்வி 8.

$y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு 't_1' என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் செங்கோடு, பரவளையத்தை மீண்டும் 't_2' என்ற புள்ளியில் சந்திக்குமெனில், $t_2 = -\left(t_1 + \frac{2}{t_1}\right)$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு 't_1' -ல் செங்கோட்டின் சமன்பாடு $y + xt_1 = at_1^3 + 2at_1$, ...(1)

பரவளையம் $y_2 = 4ax$ ஐ (1) 't_2ல் சந்திக்கிறது.

't_2'-ல் பரவளையத்தின் மீதுள்ள புள்ளி, $x = at^2$, $y = 2at_2$, (2) ஆனது (1) ன் மீது அடைகிறது.

∴ (2) ஐ (1) -ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$2at_2 + (at_2^2)\, t_1 = at_1^3 + 2at_1$$

$$\Rightarrow \quad 2at_2 + at_1t_2^2 = at_1^3 + 2at_1$$

$$\Rightarrow \quad 2at_2 - 2at_1 = at_1^3 - at_1t_2^2$$

$$\Rightarrow \quad 2a(t_2 - t_1) = -at_1\,[t_2^2 - t_1^2]$$

$$\Rightarrow \quad 2a(t_2 - t_1) = -at_1(t_2 + t_1)(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow \quad 2 = -t_1(t_2 + t_1)$$

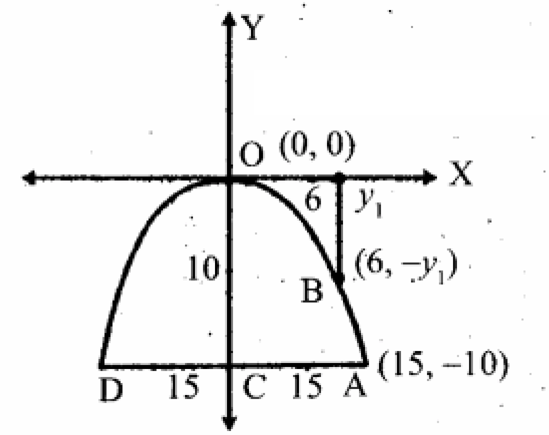
$$\Rightarrow \quad \frac{-2}{t_1} = t_2 + t_1 \Rightarrow t_2 = \frac{-2}{t_1} - t_1$$

$$\Rightarrow \quad t_2 = -\left(t_1 + \frac{2}{t_1}\right)$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

Ex 5.5

கேள்வி 1.
ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6 மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
தீர்வு:
பரவளையம் பாலம் கீழ் நோக்கி திறப்புடைய பரவளையம் என்க.
அதனுடைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$ .....(1)
ஆதலால் 10 மீ உயர மையம் (0,0) மற்றும் AD = 30 மீ.



∴ (15, -10) என்ற புள்ளி A ஆனது IV ஆம் கால்பகுதியில் உள்ள து. A(15, -10), (1)ல் அமைந்துள்ளது.

$15^2 = -4a(-10)$

$\Rightarrow \frac{225}{10} = 4a \Rightarrow 4a = \frac{45}{2}$

(1) லிருந்து $x^2 = -\frac{45}{2}y$ ...(2)

x = 6 மீ,பாலத்தின் உயரத்தை காண, $B(6, -y_1)$, (2)ல் அமைந்துள்ளது.

$6^2 = -\frac{45}{2}(-y_1)$

$$\Rightarrow 36 = \frac{45y_1}{2} \Rightarrow \frac{36\times 2}{45} = y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{8}{5} = 1.6$$

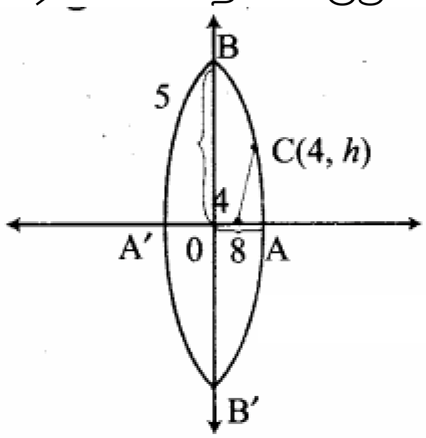
∴ இருபுறமும் பாலத்தின் உயரம் = 10 – 1.6 = 8.4 மீ

கேள்வி 2.
ஒரு நான்கு வழிச்சாலைக்கான மலைவழியே செல்லும் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு நீள்வட்டவடிவமாக உள்ளது.

நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உயரம், 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

தீர்வு:

சுரங்க பாதையின் குறுக்கு வெட்டு நீள் வட்ட வடிவில் உள்ளது என்க.



கொடுக்கப்பட்ட AA′ = 16 மீ ⇒ OA = 8 மீ மற்றும் OB = 5மீ

∴ நீள்வட்டத்தின் சமன்பாட்டு வடிவம் $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{8^2} = 1$ ... (1) திறப்பின் அகலம் 2h என்க. 4 மீ உயரம் என்ற தூரத்தில், C(4, h) என்ற புள்ளி நீள்வட்டத்தில் உள்ளது.

∴ (1) லிருந்து,

$$\frac{4^2}{5^2} + \frac{y^2}{8^2} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{16}{25} + \frac{y^2}{64} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{64} = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y^2}{64} = \frac{25-16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \quad y_2 = 64 \times \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \quad y = 8 \times \frac{3}{5}$$

$\Rightarrow y = \frac{24}{5}$
$\Rightarrow y = 4.8$
∴ சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் $2y = 2(4.8) = 9.6$ மீ.

கேள்வி 3.
ஒரு நீரூற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5மீ கிடை மட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4மீ, நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.
தீர்வு:
பரவளையத்தின் சமன்பாடு
$(x - h)^2 = -4a(y - k)$.
இங்கு முனை (0.5, 4)
பரவளையத்தின் சமன்பாடு $(x - 0.5)^2 = -4a(y - 4)$ … (1)
O(0, 0) பரவளையத்தின் மீதுள்ள புள்ளி
$(0 - 0.5)^2 = -4a\,(0 - 4)$
$\Rightarrow \frac{1}{4} = 16a \Rightarrow a = \frac{1}{64}$
∴ (1) லிருந்து $(x - 0.5)^2 = -4 \times \frac{1}{64}(y - 4)$

மேலும் $D(0.75, y_1)$ பரவளையத்தின் மீதுள்ள ஒருபுள்ளி

$$\therefore (0.75 - 0.5)^2 = \frac{-1}{16}(y_1 - 4)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{-1}{16}(y_1 - 4)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{-1}{16}(y_1 - 4)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cancel{16}} = \frac{1}{\cancel{16}}(y_1 - 4)$$

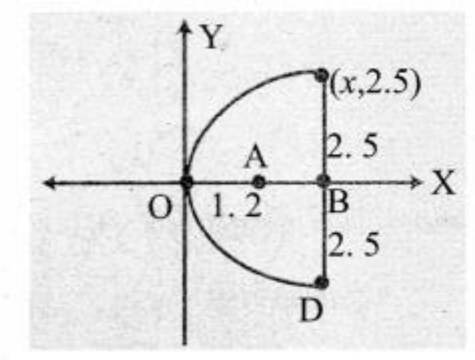
$\Rightarrow 1 = -y_1 + 4$
$\Rightarrow y_1 = -1 + 4 = 3$ மீ
0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரம் 3 மீ.

கேள்வி 4.
பொறியாளர் ஒருவர் குறுக்கு வெட்டு பரவளையமாக உள்ள ஒரு துணைக்கோள் ஏற்பியை வடிவமைக்கின்றார். ஏற்பி அதன் மேல் பக்கத்தில் 5மீ அகலமும், முனையிலிருந்து குவியம் 1.2 மீ தூரத்திலும்

உள்ளது.
(a) முனையை ஆதியாகவும், x-அச்சு பரவளையத்தின் சமச்சீர் அச்சாகவும் கொண்டு ஆய அச்சுகளைப் பொருத்தி பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.
(b) முனையிலிருந்து செயற்கைக்கோள் ஏற்பியின் ஆழம் காண்க.

தீர்வு:

துணைக்கோள் ஏற்பியின் குறுக்கு வெட்டு பரவளையம் வலது பக்க திறப்புடையது.



அதனுடைய சமன்பாடு $y^2 = 4ax$
முனையிலிருந்து குவியம் 1.2 மீ தூரத்தில் உள்ள தால் OA = 1.2 மீ மற்றும் BC = 2.5 மீ ஏற்பியின் அகலம் 5மீ.
படத்திலிருந்து, a = 1.2மீ

$\therefore y^2 = 4(1.2)x$

(a) $\Rightarrow y^2 = 4.8$ ...(1)

(b) $(x_1, , 2.5)$ (1)-ன் மீது அமைந்துள்ளதால்

$(2.5)^2 = 4.8(x_1)$

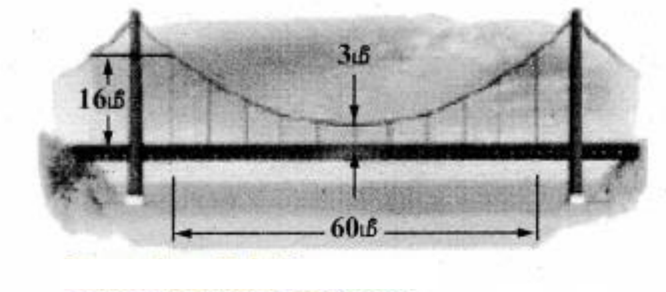
$x_1 = \frac{2.5\times2.5}{4.8}$

$x_1 = 1.3$ மீ

$\therefore$ முனையிலிருந்து செயற்கைக்கோள் ஏற்பியின் ஆழம் 1.3 மீ.

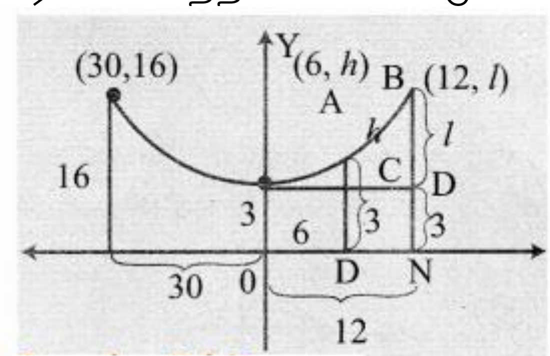
கேள்வி 5.

ஒரு தொங்கு பாலத்தின் 60மீ சாலைப்பகுதிக்கு பரவளைய கம்பி வடம் படத்தில் உள்ளவாறு பொறுத்தப்பட்டுள்ளது. செங்குத்துக் கம்பி வடங்கள் சாலைப்பகுதியில் ஒவ்வொன்றுக்கும் 6மீ இடைவெளி இருக்குமாறு அமைக்கப் பட்டுள்ளது. முனையிலிருந்து முதல் இரண்டு செங்குத்து கம்பி வடங்களுக்கான நீளத்தைக் காண்க.



தீர்வு:

பரவளையத்தின் சமன்பாடு $x^2 = 4ay$ என்க… (1)



(30, 16), (1)-ன் மீதுள்ள புள்ளி ஆதலால் கிடைப்பது, $30^2 = 4 \times a \times 16$

(30, 16), (1)-ன் மீதுள்ள புள்ளி ஆதலால் கிடைப்பது, $30^2 = 4 \times a \times 16$

$\Rightarrow a = \frac{30\times30}{4\times16} = \frac{225}{16}$

$\therefore$ (1)லிருந்து $x^2 = \frac{4\times225}{16}\ y = \frac{225}{4}y$

AC = h e மற்றும் BD = 1 மீ என்க.

$\therefore$ A(6, h)பரவளையத்தின் மீதுள்ள புள்ளி

$[\because OD = 6]$

$$\therefore 6^2 = \frac{225}{4}\times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{36\times4}{225} \Rightarrow h = 0.64$$

$\therefore AD = 3 + h = 3 + 0.64 = 3.64$ மீ

மேலும் (12, l) பரவளையத்தின் மீதுள்ள புள்ளி

$[\because ON = 6 + 6 = 12]$

$$\therefore 12^2 = \frac{225}{4} \times l$$

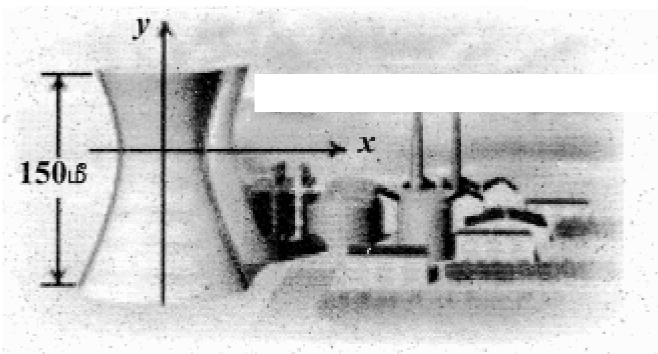
$$\Rightarrow l = \frac{12 \times 12 \times 4}{225} = \frac{576}{225} = 2.56$$

$\therefore$ BN = 3 + l = 3 + 2.56 = 5.56 மீ.

எனவே முதல் இரண்டு செங்குத்து கம்பி வடங்களுக்கான நீளம் 3.64 மீ மற்றும் 5.56 மீ.

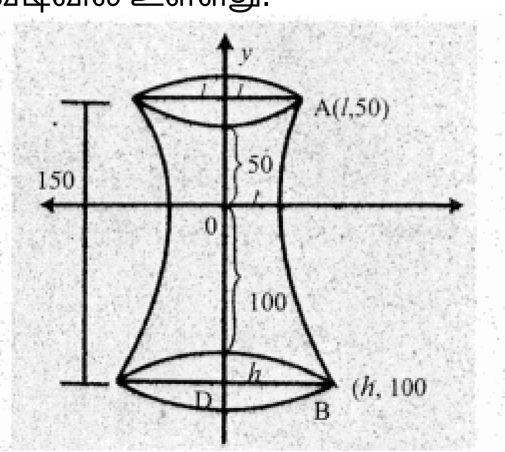
கேள்வி 6.

ஒரு அணு உலை குளிரூட்டும் தூணின் குறுக்கு வெட்டு அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது. மேலும் அதன் சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1$. தூண் 150மீ உயரமுடையது. மேலும் அதிபரவளையத்தின் மையத்திலிருந்து தூணின் மேல்பகுதிக்கான தூரம் மையத்திலிருந்து அடிப்பகுதிக்கு உள்ள தூரத்தில் பாதியாக உள்ளது. தூணின் மேற்பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியின் விட்டங்களைக் காண்க.



தீர்வு:

அணு உலை குளிரூட்டும் தூணின் குறுக்கு வெட்டு அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது.



கொடுக்கப்பட்ட OC = $\frac{1}{2}$OD மற்றும் CD = 150 மீ அதனுடைய சமன்பாடு OC = 50 மீ மற்றும் OD = 100 மீ

$\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1$ .... (1)

தூணின் உச்சியின் ஆரம் l என்க.

∴ A(l, 50) அதிபரவளையத்தின் மீதுள்ள புள்ளி

$$\therefore \frac{l^2}{30^2} - \frac{50^2}{44^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{l^2}{30^2} = 1 + \frac{50^2}{44^2} = \frac{44^2 + 50^2}{44^2}$$

$$\Rightarrow l^2 = \frac{30^2}{44^2}(1936 + 2500)$$

$$\Rightarrow l = \frac{30}{44}\sqrt{4436} = \frac{30}{44}(66.60)$$

l = 199844 = 45.40 மீ

தூணின் உச்சியின் ஆரம் 45.40 மீ. தூணின் அடிப்பகுதியின் ஆரம் h என்க.

∴ B(h, 100) அதிபரவளையத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி

∴ (1) லிருந்து

$$\frac{h^2}{30^2} - \frac{100^2}{44^2} = 1 \Rightarrow \frac{h^2}{30^2} = 1 + \frac{100^2}{44^2} = \frac{44^2 + 100^2}{44^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{30^2}{44^2}(1936 + 10000)$$

$$\Rightarrow h^2 = \frac{30}{44}\sqrt{11936} = \frac{30}{44}(109.25)$$

$$\Rightarrow h = \frac{3277.5}{44} = 74.48 \text{ மீ}$$

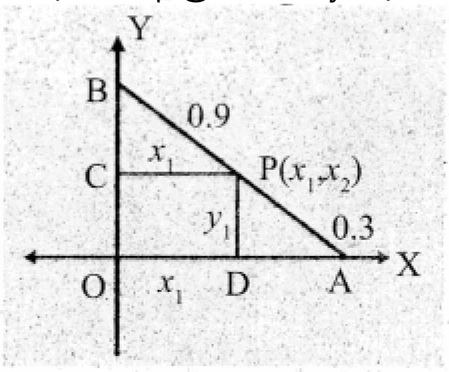
தூணின் அடிப்பகுதியின் ஆரம் 74.48 மீ.

கேள்வி 7.

1.2 மீ நீளமுள்ள தடி அதன் முனைகள் எப்போதும் ஆய அச்சுகளைத் தொட்டுச் செல்லுமாறு நகருகின்றது. தடியின் x-அச்சு முனையிலிருந்து 0.3மீ தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P-ன் நியமப்பாதை ஒரு நீள்வட்டம் என நிறுவுக, மேலும் அதன் மையத்தொலைத்தகவும் காண்க.

தீர்வு:

AB என்பது தடி என்க மற்றும் $P(x_1, y_1)$ தடியின் மீதுள்ள புள்ளி AP= 0.3 மீ.
வரைக $PD \perp$ x- அச்சு மற்றும் $PC \perp$ y-அச்சு.



$$\Delta ADP \cong \Delta PCB$$

$$\therefore \frac{PC}{DA} = \frac{PB}{AP} = \frac{BC}{PD}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1}{DA} = \frac{0.9}{0.3} = \frac{BC}{y_1}$$

$$\Rightarrow DA = \frac{0.3x_1}{0.9} = \frac{x_1}{3}$$

மற்றும் $BC = \dfrac{0.9y_1}{0.3} = \dfrac{9}{3}y_1 = 3y_1$

இங்கு $OA = OD + DA$

$$= x_1 + \frac{x_1}{3} = \frac{4x_1}{3}$$

$$OB = OC + BC = y_1 + 3y_1 = 4y_1$$

ஆனால் $OA^2 + OB^2 = AB^2$

$$\Rightarrow \left(\frac{4x_1}{3}\right)^2 + (4y_1)^2 = (1.2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16x_1^2}{9} + \frac{16y_1^2}{1} = 1.44$$

16 ஆல் வகுக்க கிடைப்பது,

$$\frac{x_1^2}{9}+\frac{y_1^2}{9} = \frac{1.44}{16} = 0.09 \cong 1$$

$\therefore (x_1, y_1)$ன் நியமப்பாதை $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1} = 1$

இங்கு $a^2 = 9, b^2 = 1$

$$\therefore e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{9-1}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{8}{9}}$$

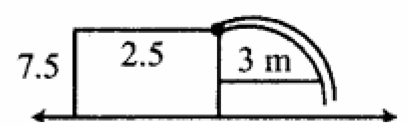
$$e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

கேள்வி 8.

தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5மீ உயரத்தில் , தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு ! குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5மீ கீழே ! நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலைகுத்துக் கோட்டிற்கு 3மீ தூரத்தில் உள்ளது. எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.

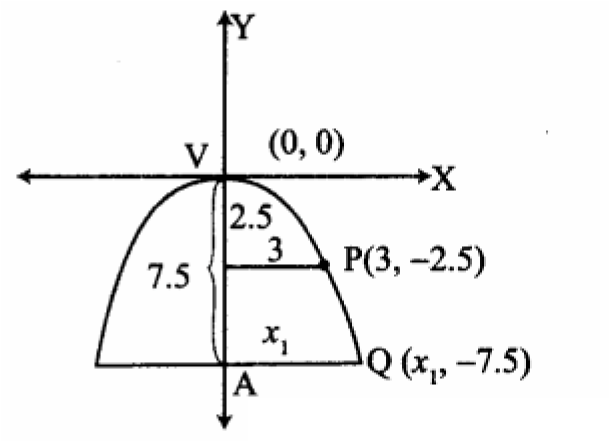
தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட தகவலை கொண்டு பரவளையம் கீழ் நோக்கி திறப்படையது என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.



∴ அதனுடைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$ … (1)

விழும் பாதையில் உள்ள புள்ளி P என்க, குழாயிலிருந்து 2.5 மீ கீழே குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் செங்குத்து கோட்டிற்கு 3மீ தூரத்தில் உள்ளது.



∴ P(3, -2.5)

∴ (1) லிருந்து $3^2 = -4a(-2.5)$

$\Rightarrow \frac{9}{2.5} = 4a$

∴ (1) லிருந்து, $x^2 = -\frac{9}{2.5}$ ... (2)

குத்துக் கோட்டிலிருந்து x_1 தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்க.

ஆனால் குழாயின் உயரமானது தரையிலிருந்து 7.5 மீ.

∴ (x_1, -7.5) அமைகிறது ... (2)

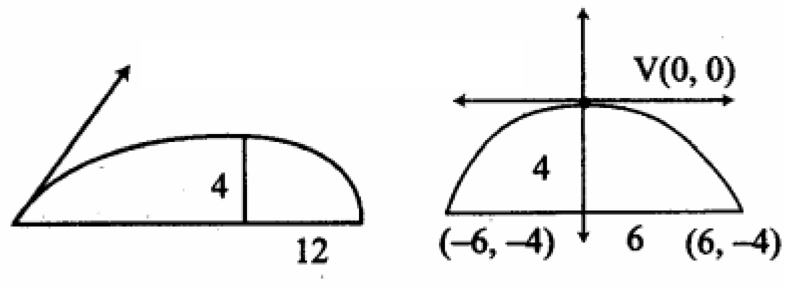
∴ (2) **லிருந்து,** $x_1^2 = \frac{-9}{2.5}(-7.5)$

$\Rightarrow \quad x_1^2 = 9(3)$

$\Rightarrow x_1 = \sqrt{9\times 3} = 3\sqrt{3}$ மீ

குத்துக்கோட்டிலிருந்து 3√3மீ தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும்.

கேள்வி 9.
ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4மீ-ஐ எட்டும் போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது. எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.
தீர்வு:
ஆதியில் முனையை கொண்டால் பரவளையம் கீழ் நோக்கிய திறப்புடையது.



அதனுடைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$

இது (6,-4) வழிச் செல்கிறது

$\therefore 36 = -4a(4) \Rightarrow 4a = \frac{36}{4} = 9$

$\therefore$ (1) லிருந்து, $x^2 = -9y$

(-6,-4)ல் சாய்வைக் காண

(1) ஐஸ் பொறுத்து வகையிட கிடைப்பது

$2x = -9\frac{dy}{dx}$

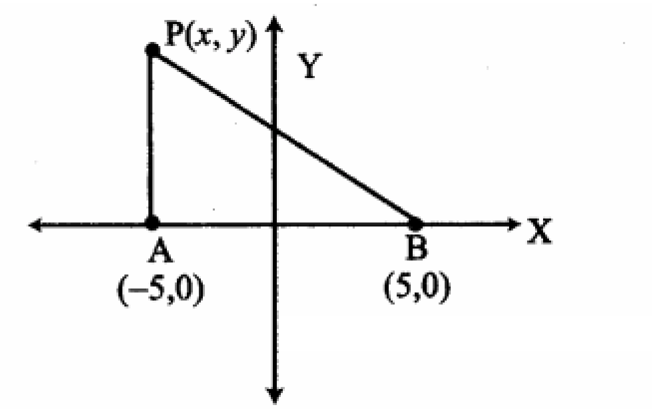
$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{9}$

$(-6, -4)$ல், $\frac{dy}{dx} = -2\frac{(-6)}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

$\therefore \tan\theta = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

$\therefore$ தரையுடன் ஏற்படுத்தும் எறிகோணம்
$\tan^{-1}(\frac{4}{3})$

கேள்வி 10.
A, B என்ற இரு புள்ளிகள் 10கி.மீ இடைவெளியில் உள்ளன. இந்தப் புள்ளிகளில் வெவ்வேறு நேரங்களில் கேட்கப்பட்ட வெடிச்சத்தத்திலிருந்து வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் A என்ற புள்ளி B என்ற புள்ளியைவிட 6 கி.மீ அருகாமையில் உள்ளது என நிர்ணயிக்கப்பட்டது. வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் ஒரு குறிப்பிட்ட வளைவரைக்கு உட்பட்டது என நிரூபித்து அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க.
தீர்வு:
வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் P(x, y) என்க.
கொடுக்கப்பட்ட PB – PA = 6



தூரத்திற்கான சமன்பாட்டை பயன்படுத்த,

$$\sqrt{(x-5)^2+(y-0)^2} - \sqrt{(x+5)^2+(y-0)^2} = 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-5)^2+(y)^2} - \sqrt{(x+5)^2+(y)^2} = 6$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த கிடைப்பது

$$(x-5)^2+y^2+(x+5)^2+y^2$$

$$-2\sqrt{\left[(x-5)^2+y^2\right]\left[(x+5)^2+y^2\right]} = 36$$

$$\Rightarrow x^2+25-10x+y^2+x^2+25+10x+y^2-36$$

$$= 2\sqrt{\left[(x-5)^2+y^2\right]\left[(x+5)^2+y^2\right]}$$

$$\Rightarrow 2x^2+2y^2+14$$

$$= 2\sqrt{(x^2-10x+25+y^2)(x^2+10x+25+y^2)}$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+7$$

$$= \sqrt{(x^2-10x+25+y^2)(x^2+10x+25+y^2)}$$

$[\because \div 2]$

மீண்டும் வர்க்கப்படுத்த,

$x^4 + y^4 + 49 + 2x^4y^4 + 14y^4 + 14x^2 = (x^2 – 10x + 25 + y^4)\ (x^2 + 10x + 25 + y^4)$

$$= (x^2-10x+25+y^2)\,(x^2+10x+25+y^2)$$

$$x^4+y^4+49+2x^2y^2+14y^2+14x^2$$

$$\Rightarrow \cancel{x^4} + 10x^3 + 25x^2 + x^2y^2 - 10x^3 - 100x^2$$
$$- \cancel{250x} - \cancel{10xy^2} + 25x^2 + \cancel{250x} + 625$$
$$+ 25y^2 + x^2y^2 + \cancel{10xy^2} + 25y^2 + \cancel{y^4}$$

$\Rightarrow 14y^2 + 14x^2 = -50x^2 + 50y^2 + 625 - 49$

$\Rightarrow 64x^2 - 36y^2 = 576$

÷ 4 கிடைப்பது,

$16x^2 - 9y^2 = 144$

÷ 144,

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

எனவே வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் அதிபரவளையத்திற்கு உட்பட்டது.

அதன் சமன்பாடு $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Ex 5.6

I. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகப் பொருத்தமான
விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க.

கேள்வி 1.
(1, 5) மற்றும் (4,1) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் -அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 + \lambda (4x + 3y = 19) = 0$ எனில், λ – ன் மதிப்பு

(1) $0, -\frac{40}{9}$

(2) 0

(3) $\frac{40}{9}$

(4) $-\frac{40}{9}$

விடை:

(1) $0, -\frac{40}{9}$

கேள்வி 2.
செவ்வகல நீளம் 8 அலகுகள் மற்றும் துணையச்சின் நீளம் குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தூரத்தில் பாதி உள்ள அதிபரவளையத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

(1) $\frac{4}{3}$

(2) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(4) $\frac{40}{9}$

விடை:

(3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

குறிப்பு:

கொடுக்கப்பட்ட $\frac{2b^2}{a}$ **மற்றும்** $2b = \frac{1}{2}(2ae)$

$$\Rightarrow \quad 2b = ae$$

$$\Rightarrow \quad b = \frac{ae}{2} \qquad \Rightarrow b^2 = \frac{a^2e^2}{4}$$

$$\Rightarrow \quad b^2 = a^2(e^2 - 1)$$

$$\frac{a^2e^2}{4} = a^2(e^2 - 1)$$

$$\Rightarrow \quad e^2 = 4(e^2 - 1)$$

$$\Rightarrow \quad e^2 = 4e^2 - 4$$

$$\Rightarrow \quad 4 = 4e^2 - e^2 \qquad \Rightarrow 4 = 3e^2$$

$$\Rightarrow \quad e^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow e = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

கேள்வி 3.
வட்டம் $x^2 + y^2 = 4x + 8y + 5$ நேர்க்கோடு $3x - 4y = m$-ஐ இரு வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது எனில்
(1) $15 < m < 65$
(2) $35 < m < 85$
(3) $-85 < m < -35$
(4) $-35 < m < 15$
விடை:
(4) $-35 < m < 15$

கேள்வி 4.
x- அச்சை (1,0) என்ற புள்ளியில் தட்டுச் செல்வதும் (2,3) என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் விட்டம்
(1) $\frac{6}{5}$
(2) $\frac{5}{3}$
(3) $\frac{10}{3}$
(4) $\frac{3}{5}$
விடை:
(3) $\frac{10}{3}$

குறிப்பு:
வட்டம் X- அச்சு (1, 0), என்ற புள்ளியில் தொட்டுச் செல்வதால் அதனுடைய

சமன்பாடு $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = a^2$
இது (2, 3) வழி செல்கிறது
$\Rightarrow (2 - 1)^2 + (3 - a)^2 = a^2$
$\Rightarrow 1 + 9 + a^2 - 6a = a^2$
$\Rightarrow 10 - 6a = 0 \Rightarrow 6a = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{6}$
$\therefore a = \frac{5}{3}$
$\therefore$ ஆரம் $= \frac{5}{3}$
$\Rightarrow$ விட்டம் $= \frac{10}{3}$

கேள்வி 5.
$3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்
(1) 1
(2) 3
(3) $\sqrt{10}$
(4) $\sqrt{11}$
விடை:
(3) $\sqrt{10}$
குறிப்பு:
x^2 – ன் கெழு =y -ன் கெழு $\Rightarrow b = 3$
சமன்பாடு $3x^2 + 3y^2 + 12x - 18y + 9 = 0$
$\div 3$, $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$
-g = -2, -f= 3, மற்றும் c = 3
$r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{4 + 9 - 3}$
$= \sqrt{13 - 3} = \sqrt{10}$

கேள்வி 6.
$x^2 - 8x - 12 = 0$ மற்றும் $y^2 - 14y + 45 = 0$ என்ற கோடுகளால் அடைபடும் சதுரத்தின் உள்ளே வரையப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் ஆரம்
(1) (4, 7)
(2) (7, 4)
(3) (9, 4)
(4) (4, 9)

விடை:
(1) (4, 7)
குறிப்பு : $x^2 – 8x + 12 = 0$ தீர்க்க கிடைப்பது
$(x – 6)(x – 2) = 0$
ஆகையால் $y^2 – 14y + 45 = 0$, கிடைப்பது $(y – 9)(y – 5) = 0$.
ஆகையால் விட்டத்தின் முனைபுள்ளிகள் (6, 9) மற்றும் (2, 5)
∴ (6, 9) மற்றும் (2, 5)ன் மையப்புள்ளி

$$= \left(\frac{6+2}{2}, \frac{9+5}{2}\right) = (4, 7)$$

கேள்வி 7.
நேர்க்கோடு $2x + 4y = 3$ -க்கு இணையாக $x^2 + y^2 – 2x 2y + 1 = 0$ என்ற வட்டத்தின் செங்கோட்டுச் சமன்பாடு
(1) $x + 2y = 3$
(2) $x + 2y + 3 = 0$
(3) $2x + 4y + 3 = 0$
(4) $x – 2y + 3 = 0$
விடை:
(1) $x + 2y = 3$
குறிப்பு:
$x^2 + y^2 – 2x – 2y + 1 = 0$
$2g = -2, 2f = -2 \Rightarrow -g = 1$ மற்றும் $–f = 1$
∴ மையம் என்பது (1, 1)
ஒரு வட்டத்திற்கான செங்கோட்டிற்கு இணையான கோடு (1, 1) வழிச் செல்கிறது. அதன் சமன்பாடு $2x + 4y + k = 0$
(1, 1)ஐ பிரதியிட, $2(1) + 4(1) + k = 0 \Rightarrow k = -6$
$2x + 4y – 6 = 0 \Rightarrow x + 2y = 3$

கேள்வி 8.
P(x, y) என்ற புள்ளி குவியங்கள் $F_1(3, 0)$ மற்றும் $F_2(-3, 0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு $16x^2 + 25y^2 = 400$ – ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் $PF^1 + PF^2$ -ன் மதிப்பு (1) 8
(2) 6
(3) 10
(4) 12
விடை:
(3) 10
குறிப்பு:
$16x^2 + 25x^2 = 400$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 25$$

$\Rightarrow a = 5$

குவி பண்பின்படி, $PF_1 + PF_2 = 2a = 2(5) = 10$

கேள்வி 9.
x + y = 6 மற்றும் x + 2y = 4 என்ற நேர்க்கோடுகளை விட்டங்களாகக் கொண்டு (6,2) புள்ளிவழிச் செல்லும் வட்டத்தின் ஆரம்

(1) 10

(2) $2\sqrt{5}$

(3) 6

(4) 4

விடை:

(2) $2\sqrt{5}$

குறிப்பு:

மையம் என்பது விட்டங்களின் வெட்டு புள்ளி

$$\begin{aligned} x + y &= 6 \\ (-)\ (-)\quad &\ (-) \\ x + 2y &= 4 \\ \hline -y &= 2 \Rightarrow y = -2 \end{aligned}$$

$\therefore x - 2 = 6 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow$ மையம் (8,-2)
r = (8, -2) மற்றும் (6, 2) க்கு இடையேயான தூரம்

$$= \sqrt{(8-6)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16}$$

$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

கேள்வி 10.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ மற்றும் $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ என்ற அதியர் வளையங்களின் குவியங்கள் ஒரு நாற்கரத்தின் முனைகள் எனில் அந்த நாற்கரத்தின் பரப்பு

(1) $4(a^2 + b^2)$

(2) $2(a^2 + b^2)$

(3) $a^2 + b^2$

(4) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

விடை:

(2) $2(a^2 + b^2)$

கேள்வி 11.
$y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகல முனை களில் வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடுகள் $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = r^2$, என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் எனில் ரீ-ன் மதிப்பு

(1) 2
(2) 3
(3) 1
(4) 4

விடை:
(1) 2

கேள்வி 12.
$x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$-இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் – ன் மதிப்பு

(1) 3
(2) -1
(3) 1
(4) 9

விடை:
(4) 91

$2y\frac{dy}{dx} = 12 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{6}{y}$

செங்கோட்டின் சாய்வு = $\frac{-y}{6}$

செங்கோட்டின் சாய்வு $x + y = k$ என்பது $\frac{-1}{1}$

$\frac{-y}{6} = -1$

$\Rightarrow y = 6$

$y = 6$ என $y^2 = 12x$ல் பிரதியிட

$\Rightarrow 36 = 12x$

$\Rightarrow x = 3$

$\therefore x + y = k$

$\Rightarrow 3 + 6 = k$

$\Rightarrow k = 9$

கேள்வி 13.
நீள்வட்டம் E_1 : $\frac{x^2}{9}$ + $\frac{y^2}{4}$ = 1 செவ்வகம் R-க்குள்
செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் நீள்வட்டத்தின் அச்சுகளுக்கு இணையாக
இருக்குமாறு அமைந்துள்ளன. அந்த செவ்வகத்தின் சுற்று வட்டமாக அமைந்த
மற்றொரு நீள்வட்டம் E_2(0, 4) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில் அந்த
நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு
(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(3) $\frac{1}{2}$
(4) $\frac{3}{4}$
விடை:
(3) $\frac{1}{2}$

கேள்வி 14.
2x – y = 1 என்ற கோட்டிற்கு இணையாக $\frac{x^2}{9}$ − $\frac{y^2}{4}$ = 1 திங்க கொடு என்ற
நீள்வட்டத்திற்கு தொடு கோடுகள் வரையப்பட்டால் தொடுபுள்ளிகளில் ஒன்று

(1) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ (2) $\left(\frac{-9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(3) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (4) $\left(3\sqrt{3}, -2\sqrt{2}\right)$

(3) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
குறிப்பு:
$\frac{x^2}{9}$ − $\frac{y^2}{4}$ = 1, a^2 = 9, b^2 = 4
தொடுகோடு 2x – y – 1 = 0 க்கு, இணை ஆதலால் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு 2x – y + k = 0
⇒ y = 2k + k.
m = 2, c = k
தொடுகோட்டின் சமன்பாடு என்பது
y = mx ± $\sqrt{a^2m^2 - b^2}$
y = 2x ± $\sqrt{9(4) - 4}$
= $\sqrt{32}$ = 4$\sqrt{2}$

ஆகையால் தொடுகோடுகள் ஆனது

$-2x + y + 4\sqrt{2} = 0$, அல்லது

$-2x + y - 4\sqrt{2} = 0$

$2x - 4 - 4\sqrt{2} = 0$ அல்லது

$2x - y + 4\sqrt{2} = 0$

$\therefore c = -4\sqrt{2}$

$$= \left(\frac{-9(2)}{-4\sqrt{2}}, \frac{-4}{-4\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

கேள்வி 15.

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் வழியாகவும் (0, 3) என்ற புள்ளியை மையமாகவும் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு

(1) $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$
(2) $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$
(3) $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$
(4) $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$

விடை:
(1) $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$

குறிப்பு:
$a^2 = 16, b^2 = 9$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

குவியம் $(ae, 0) \Rightarrow \left(4 \times \frac{\sqrt{7}}{4}, 0\right) = (\sqrt{7}, 0)$

(0, 3) மையம் உடைய வட்டத்தின் சமன்பாடு என்பது
$(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = r^2$
$\Rightarrow x^2 + (y - 3)^2 = r^2$ ...(1)
$(7-\sqrt{}, 0)$ வழி செல்கிறது
$7 + (-3)^2 = r^2$
$\Rightarrow r^2 = 7 + 9 = 16$
$\therefore (1) \rightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 16$
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6y + 9 = 16$
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6y + 9 - 16 = 0$
$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$

கேள்வி 16.
C என்ற வட்டத்தின் மையம் (1, 1) மற்றும் ஆரம் 1 அலகு என்க. T என்ற வட்டத்தின் மையம் (0, y) ஆகவும் ஆதிப்புள்ளி வழியாகவும் உள்ளது. மேலும் C என்ற வட்டத்தை வெளிப்புறமாகத் தொட்டுச் செல்கிறது எனில் வட்டம் -ன் ஆரம்

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\frac{1}{2}$

(4) $\frac{1}{4}$

விடை:

(4) $\frac{1}{4}$

குறிப்பு:

வட்டம் Cக்கு மையம் $C_1(1, 1)$, $r_1 = 1$

வட்டம் T க்கு மையம் $C_2(0, y)$ மற்றும், $r_2 = y$

$\therefore r_2$ = இடையே உள்ள தூரம் (0, 4) மற்றும் (0, 0)க்கு

$= \sqrt{(0-0)^2 + (y-0)^2} = y$

வட்டங்கள் வெளிப்புறமாகத் தொட்டுச் செல்வதால்

$C_1C_2 = r_1 + r_2$

$$\Rightarrow \sqrt{(1-0)^2 + (1-4)^2} = 1 + y$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+1+y^2-2y} = 1 + y$$

$$\Rightarrow 2 + y^2 - 2y = 1 + y^2 + 2y$$

(வர்க்கப்படுத்த)

$$\Rightarrow -4y + 2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow -4y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow -4y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$$

கேள்வி 17.
மையம் ஆதிப்புள்ளியாகவும் நெட்டச்சு x- அச்சாகவும் உள்ள நீள்வட்டத்தைக் கருத்தில் கொள்க. அதன் மையத்தொலைத் தகவு 35 மற்றும் குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 6 எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் உள்ளே நெட்டச்சு மற்றும் குற்றச்சுகளை மூலைவிட்டங்களாகக் கொண்டு வரையப்படும் நாற்கரத்தின் பரப்பு
(1) 8
(2) 32
(3) 80
(4) 40
விடை:
(4) 40
குறிப்பு:

கொடுக்கப்பட்ட $e = \frac{3}{57}$ $2ae = 6$

$\therefore 2a\left(\frac{3}{5}\right) = 6 \Rightarrow a = 5$

$b^2 = a^2(1 - e^2) = 25\left(1 - \frac{9}{25}\right) = 16$

$\therefore b = 4$

நீள்வட்டத்தின் உள்ளே நெட்டச்சு மற்றும் குற்றச்சுகளை மூலைவிட்டங்களாக கொண்டு வரையப்படும் நாற்கரத்தின் பரப்பு $2ab = 2(5)(4) = 4$

கேள்வி 18.
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு
(1) 2ab
(2) ab
(3) $\sqrt{ab}$
(4) $\frac{a}{b}$
விடை:
(1) 2ab

கேள்வி 19.
நீள்வட்டத்தின் அரைக்குற்றச்சு OB, F மற்றும் F’ மற்றும் FBF’ ஒரு செங்கோணம் எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு காண்க.

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{4}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

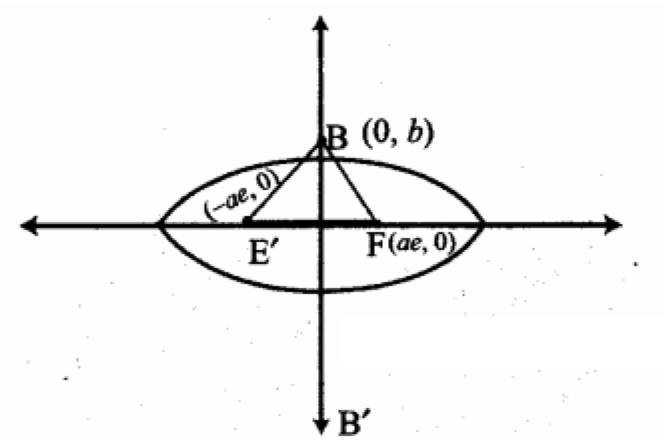
விடை:

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

குறிப்பு:

BEF செங்கோண முக்கோணம் ஆதலால்

$EF^2 = BF^2 + BF^2$



$(2ac)^2 = (ae - 0)^2 + (0 - b)^2 + (0 + ae)^2 + (b - 0)^2$ $4a^2e^2 = 2a^2e^2 + 2b^2$

$\Rightarrow 2a^2e^2 - 2b^2 = 0$

$\Rightarrow a^2e^2 = b^2$

$b^2 = a^2(1 - e^2)$ … (1)

$\Rightarrow b^2 = a^2 - a^2e^2 = a^2 - b^2$

$\Rightarrow 2b^2 = a^2$

$$\therefore (1) \Rightarrow \quad b^2 = 2b^2(1 - e^2) \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} = 1 - e^2$$

$$\Rightarrow \quad e^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad e = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

கேள்வி 20.

$(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{y^2}{9}$, என்ற நீளவட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\frac{1}{3}$

(3) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

விடை:

(2) $\frac{1}{3}$

கேள்வி 21.

P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P-ன் நியமப்பாதை

(1) 2x + 1 = 0

(2) x = -1

(3) 2x – 1 = 0

(4) x = 1

விடை:

(2) x = -11

குறிப்பு:

P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படு தொடு கோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியமப்பாதை இயக்குவரை ஆகும்.

$4a = 4 \Rightarrow a = 1$

∴ இயக்குவரையின் சமன்பாடு என்பது

x = -1.

கேள்வி 22.

(1, -2) என்ற புள்ளி வழியாகவும் (3, 0) என்ற புள்ளியில் x அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டம் பின்வரும் புள்ளிகளில் எந்தப் புள்ளி வழியாகச் செல்லும்?

(1) (-5, 2)

(2) (2, -5)

(3) (5, -2)

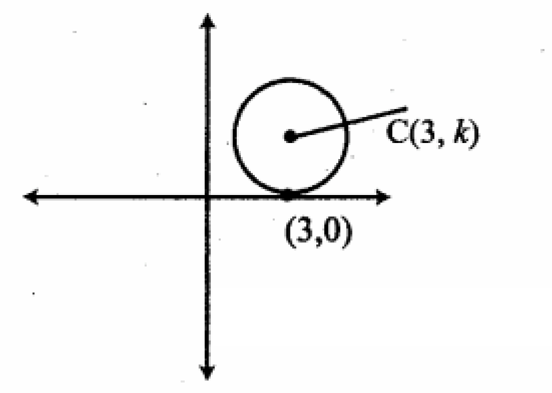
(4) (-2, 5)

விடை:

(3) (5, -2)

குறிப்பு:

x-அச்சை (3, 0) என்ற புள்ளியில் வட்டம் தொட்டு செல்வதால் வட்டத்தின் மையமானது (3, k) மற்றும் r = 3.



∴ அதனுடைய சமன்பாடு

$(x - 3)^2 + (y - k)^2 = 3^2$

இது (1, -2) வழிச் செல்கிறது

$\Rightarrow (1 - 3)^2 + (-2 - k)^2 = 9$

$\Rightarrow 4 + (k + 2)^2 = 9$

$\Rightarrow (k + 2)^2 = 5$

$\Rightarrow k + 2 = \sqrt{5}$

$k = \sqrt{5} - 2$

சமன்பாடு என்பது $(x - 3)^2 + (y - \sqrt{5} + 2)^2 = 9$.

[$\therefore (5 - 3)^2 + (-2 - \sqrt{5})^2 + 2 = 9$

$2^2 + (-\sqrt{5})^2 = 9 \Rightarrow 4 + 5 = 9$

(5,-2) மட்டும் இந்த சமன்பாட்டை நிறைவு செய்கிறது.

கேள்வி 23.

(-2, 0) – இலிருந்து ஒரு நகரும் புள்ளிக்கான தூரம் அந்தப் புள்ளிக்கும் நேர்க்கோடு $x = \frac{2}{3}$ க்கும் இடையேயான தூரத்தைப் போல் மடங்கு உள்ளது எனில் அந்தப் புள்ளியின் நியமப்பாதை

(1) பரவளையம்

(2) அதிபரவளையம்

(3) நீள்வட்டம்

(4) வட்டம்

விடை:

(3) நீள்வட்டம்

குறிப்பு:

A(-2, 0), P(x_1, y_1) மற்றும் PM = ⊥^{r}

x = $-\frac{9}{2}$ லிருந்து நிக்கான செங்குத்து தூரம்

∴ AP = $\frac{2}{3}$[PM] ⇒ $\frac{AP}{PM} = \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ = e [∵ e = $\frac{AP}{PM}$]

e = $\frac{2}{3}$ < 1

ஆதலால் P(x_1 , y_1) – ன் நியமப்பாதை நீள்வட்டம் ஆகும்.

கேள்வி 24.

$x^2 - (a + b)x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் மதிப்புகள் m-ன் மதிப்புகளாக இருக்கும் போது.$y = mx + 2\sqrt{5}$– என்ற நேர்க்கோடு $16x - 9y^2 = 144$ என்ற அதிபரவளையத்தைத் தொட்டுச் செல்கின்றது எனில் (a+b)-ன் மதிப்பு

(1) 2

(2) 4

(3) 0

(4) -2

விடை:

(3) 0

குறிப்பு:

$$y = mx + 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \quad m = m, c = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \quad 16x^2 - 9y^2 = 144$$

$$\Rightarrow \quad \frac{16x^2}{144} - \frac{9y^2}{144} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$a^2 = 9, b^2 = 16$

நிபந்தனை $c^2 = a^2m^2 - b^2$

$\Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = 9m^2 - 16$

$\Rightarrow 20 = 9m^2 - 16$

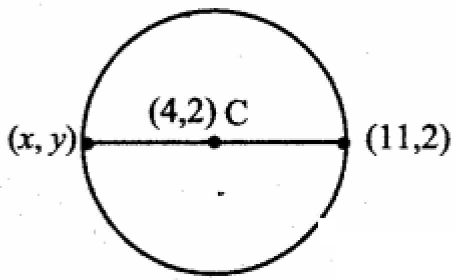
$\Rightarrow 9m^2 = 36 \Rightarrow m^2 = 4$

$\Rightarrow m = 2, -2$

∴ a = 2, b = -2

[∵ $x^2 - (a + b)x - 4 = 0$-ன் மூலங்கள் a மற்றும் b]
∴ $a + b = 2 - 2 = 0$

கேள்வி 25.
$x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஒரு முனை (11, 2) எனில் அதன் மறுமுனை (1) (-5, 2)
(2) (2,-5)
(3) (5, -2)
(4) (-2, 5)
கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து விடைகளும் தவறானது
விடை: ★
[★ சரியான விடை (-3, 2)]
குறிப்பு:
வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$



$2g = -8 \Rightarrow g = -4$
$2f = -4 \Rightarrow f = -2$
∴ மையம் $(-g, -f) = (4, 2)$
(x, y) என்பது மறு முனை என்க. (x, y) மற்றும் (11, 2)இன் நடுப்புள்ளி மையம் ஆகும்.

$$\therefore (4, 2) = \left(\frac{x+11}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{x+11}{2} = 4 \Rightarrow x + 11 = 8 \Rightarrow x = 8 - 11 = -3$$

$$\frac{y+2}{2} = 2 \Rightarrow y + 2 = 4 \Rightarrow y = 4 - 2 = 2$$

∴ (-3, 2) என்பது மறுமுனை