سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

اگر $\overrightarrow{PQ}$ ایک شعاع ہے۔

(a) اس کا ابتدائی نقطہ کون سا ہے؟

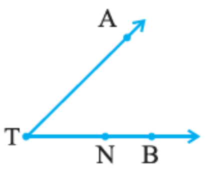
(b) نقطہ Q شعاع پر کہاں واقع ہے؟

(c) کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس شعاع کا ابتدائی نقطہ Q ہے؟

کوشش کیجیے

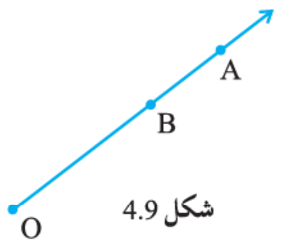
1۔ اس تصویر (شکل 4.8) میں دکھائی گئی شعاعوں کے نام بتائیے۔

2۔ کیا ہر شعاع کا ابتدائی نقطہ T ہے؟



شکل 4.8

یہاں ایک شعاع $\overrightarrow{OA}$ دی گئی ہے (شکل 4.9)۔ اس کی ابتدا O سے ہوئی ہے اور یہ نقطہ A سے گزرتی ہے۔ یہ نقطہ B سے بھی گزرتی ہے۔



شکل 4.9

کیا آپ اس کا نام $\overrightarrow{OB}$ بھی دے سکتے ہیں؟ کیوں؟

یہاں $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ ایک ہی ہے۔

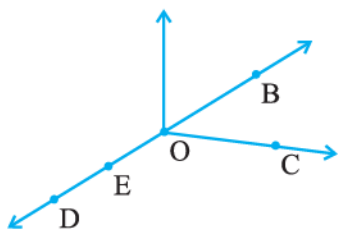
کیا ہم $\overrightarrow{OA}$ کو $\overleftarrow{AO}$ لکھ سکتے ہیں؟ اگر ہاں تو کیوں اور نہیں تو کیوں نہیں؟

پانچ شعاعیں بنائیے اور ان کو مناسب نام دیجیے۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ ہر شعاع پر لگا تیر کا نشان کیا ظاہر کر رہا ہے؟

مشق 4.1

1۔ دی گئی شکل کا استعمال کرتے ہوئے نام بتائیے:



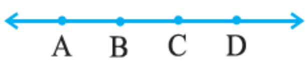
(a) پانچ نقطے

(b) ایک لائن

(c) چار شعاعیں

(d) پانچ قطعات خط

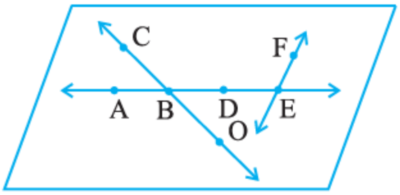
2۔ دیے گئے چار حروف میں سے ایک وقت میں کوئی دو حروف کو استعمال کرتے ہوئے دیے گئے ہیں خط کا نام تمام ممکنہ (12) طریقوں سے لکھیے۔



3۔ نام بتائیے۔

(a) وہ خط جس میں نقطہ E شامل ہو۔

(b) وہ خط جس میں نقطہ A شامل ہو۔



(c) وہ خط جس میں نقطہ O شامل ہو۔

(d) قاطع خطوط کے دو جوڑے۔

4۔ کتنے خطوط گزر سکتے ہیں؟

(a) ایک دیے گئے نقطہ سے

(b) دو دیے گئے نقطوں سے

5۔ درج ذیل ہر حالت کے لیے ایک رف شکل بنائیے۔ اور اس کو مناسب نام دیجیے۔

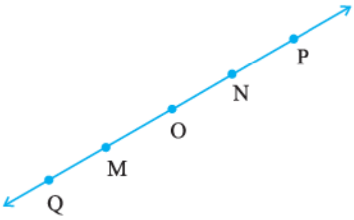
(a) $\overline{AB}$ پر واقع نقطہ P

(b) $\overleftrightarrow{XY}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ ایک دوسرے کو نقطہ M پر کاٹیں۔

(c) خط L جس پر نقطے E اور F تو ہوں مگر D نہ ہو۔

(d) $\overline{OP}$ اور $\overline{OQ}$ جو نقطے O پر ملیں۔

6۔ $\overleftrightarrow{MN}$ کی دی گئی شکل کا مشاہدہ کیجیے اور بتائیے کہ درج ذیل بیانات اس شکل کے لیے درست ہیں یا نہیں؟



(a) $\overleftrightarrow{MN}$ پر نقطے Q،M،O،N،P واقع ہیں۔

(b) $\overline{MN}$ پر نقطے M،N،O واقع ہیں۔

(c) M اور N ، $\overline{MN}$ کے دوسرے کے نقطے ہیں۔

(d) O اور N ، $\overline{OP}$ کے دوسرے کے نقطے ہیں۔

(e) $\overline{QO}$ کے دوسرے کے نقطوں میں سے ایک نقطہ M ہے۔

(f) $\overrightarrow{OP}$ پر نقطہ M ہے۔

(g) $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{QP}$ دو مختلف شعاعیں ہیں۔

(h) $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OM}$ ایک ہی شعاع ہیں۔

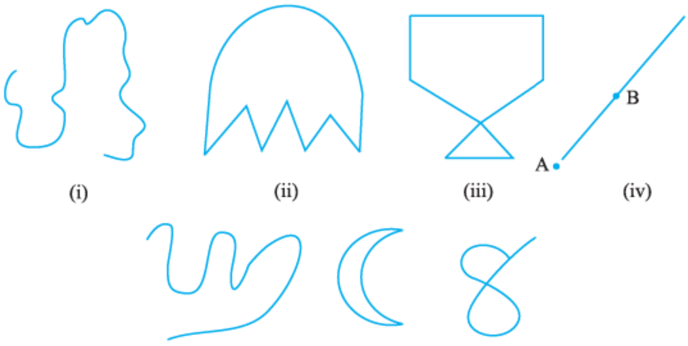
(i) $\overrightarrow{OM}$، $\overrightarrow{OP}$ کی مخالف شعاع نہیں ہے۔

(j) O، $\overrightarrow{OP}$ کا ابتدائی نقطہ نہیں ہے۔

(k) N، $\overrightarrow{NP}$ اور $\overrightarrow{NM}$ کے ابتدائی نقطہ ہے۔

4.8 منحنیاں (Curves)

کیا آپ نے کبھی ایک کاغذ کو لے کر اس کو توڑا مروڑا ہے؟ اس کاغذ کو مروڑنے کے نتیجہ میں جو اشکال بنتی ہیں ان کو منحنی کہتے ہیں۔



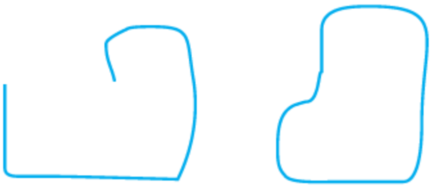
شکل 4.10

ان اشکال میں سے کچھ کو آپ کاغذ پر بغیر پنسل اٹھائے اور بغیر اسکیل کا استعمال کیے بناسکتے ہیں۔ یہ تمام منحنی ہیں۔ (شکل 4.10)

روزمرّہ کی زبان میں منحنی کا مطلب سیدھا نہ ہونا ہوتا ہے۔ مگر ریاضی کی زبان میں منحنی کا مطلب سیدھا بھی ہوسکتا ہے۔ جیسا کہ اوپر شکل (iv)4.10 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 4.10 میں (iii) اور (vii) میں دی گئی منحنیوں کا مشاہدہ کیجیے۔ یہ اپنے آپ کو کاٹ رہے ہیں۔ جب کہ شکل 4.10 میں (i)، (ii)، (v) اور (vi) کے منحنی اپنے آپ کو نہیں کاٹ رہے ہیں۔

اگر ایک منحنی اپنے آپ کو نہیں کاٹتا ہے تو اس کو سادہ منحنی (Simple Curve) کہتے ہیں۔



شکل 4.11

پانچ سادہ منحنی اور بنائیے اور پانچ ایسے منحنی بنائیے جو سادہ نہ ہوں۔

اب ان پر دھیان دیجیے (شکل 4.11)۔

ان دونوں میں کیا فرق ہے ؟ پہلی یعنی (شکل (i)4.11) ایک کھلی منحنی ہے اور دوسری یعنی (شکل (ii)4.11) ایک بند منحنی ہے۔

کیا آپ اوپر دی گئی شکل 4.10 (i)، (ii)، (v)، (vi) میں سے بند اور کھلی منحنیوں کو پہچان سکتے ہیں؟ پانچ کھلے اور پانچ بند منحنی بنائیے۔

شکل کے حصّے (Position in a figure)

ٹینس کورٹ میں کورٹ کا خط اس کو تین حصوں میں بانٹتا ہے : خط کے اندر والا حصّہ، خط کے اوپر اور خط کے باہر والا حصّہ آپ خط کو پار کیے بغیر اندورن میں نہیں جاسکتے ہیں۔

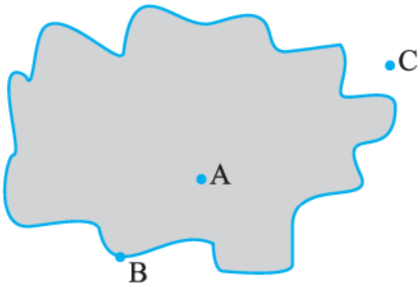
ایک چہار دیواری (احاطہ) آپ کے گھر کو سڑک سے الگ کرتی ہے۔ احاطہ کا اندر، احاطہ پر اور احاطہ کے باہر کی بات آپ کر سکتے ہیں۔

اسی طرح ایک بند منحنی میں بھی تین الگ الگ حصہ ہوتے ہیں۔

(i) منحنی کا 'اندرون' (اندر)

(ii) منحنی کی باؤنڈری (پر)

(iii) منحنی کا بیرون ('باہر')



شکل 4.12

شکل 4.12 میں نقطہ A منحنی کے اندرون میں ہے اور نقطہ C بیرون میں جب کہ نقطہ B منحنی پر ہی واقع ہے۔ منحنی کے اندرون اور باؤنڈری ملا کر منحنی کا خطّہ کہتے ہیں۔

4.9 کثیر ضلعی (Polygons)

درج ذیل اشکال 4.13(i)، (ii)، (iii)، (iv) اور (v) کو دیکھیے۔

شکل 4.13

آپ کیا کہہ سکتے ہیں؟ کیا یہ بند ہیں؟ یہ ایک دوسرے سے کیسے الگ ہیں؟ اشکال (i)، (ii)، (iii) اور (iv) خاص قسم کی ہیں۔ کیونکہ یہ پوری طرح سے قطعہ خط سے بنی ہیں۔ ان میں سے (i)، (ii)، (iii) اور (iv) بھی سادہ بند منحنی ہیں۔ ان کو کثیر ضلعی کہتے ہیں۔

اس طرح ایک ایسی بند شکل جو پوری طرح سے قطعہ خط سے بنی ہو کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔ دس مختلف بناوٹوں کے کثیر ضلعی بنائیے۔

اسے کیجیے

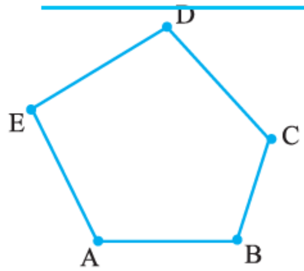
ایک کثیر ضلعی بنانے کی کوشش کیجیے۔

1۔ 5 ماچس کی تیلیوں سے۔

2۔ 4 ماچس کی تیلیوں سے۔

3۔ 3 ماچس کی تیلیوں سے۔

4۔ 2 ماچس کی تیلیوں سے۔



شکل 4.14

کون سی صورت میں یہ بنانا ممکن نہیں ہے؟ کیوں؟

ضلع، راس اور وتر(Side,Vertices and Diagonals)

دی گئی شکل 4.14 کا معائنہ کیجیے۔

اس کو کثیر ضلعی کہنے کی وجہ بتائیے۔

ایک کثیر ضلعی کو بنانے والے قطعات خط اس کے اضلاع یا ضلع (Sides) کہلاتے ہیں۔

کثیر ضلعی ABCDE کے اضلاع کے نام بتائیے ؟(اس بات پر دھیان دیجیے کہ اس کے کونوں کے نام کس ترتیب میں دیے گئے ہیں۔)

اس کے اضلاع ہیں۔ $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$ ، $\overline{DE}$ اور $\overline{EA}$ جس نقطہ پر دو اضلاع ملتے ہیں وہ اس کا راس (Vertex) کہلاتا ہے۔

اضلاع $\overline{AE}$ اور $\overline{ED}$ نقطہ E پر مل رہے ہیں۔ اس لیے کثیر ضلعی ABCDE کا ایک راس E ہے۔

B اور C اس کے دوسرے راس ہیں۔ کیا آپ ان نقطوں پر ملنے والے اضلاع کے نام بتا سکتے ہیں؟

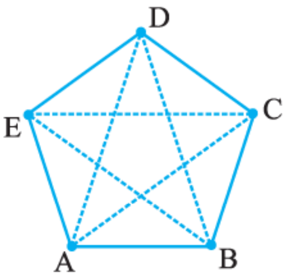
کیا آپ اوپر دیے گئے کثیر ضلعی ABCDE کے اور دوسرے راسوں کے نام بتا سکتے ہیں؟

کثیر ضلعی کے کوئی بھی دو اضلاع جن میں ایک مشترک ابتدائی نقطہ ہو متصل اضلاع کہلاتے ہیں۔

کیا $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ متصل اضلاع ہیں؟ $\overline{AE}$ اور $\overline{DC}$ کے بارے میں کیا خیال ہے؟

کثیر ضلعی کے ایک ضلع کے دونوں سرے کے نقطوں (End Points) کو اس کے متصل راس کہتے ہیں۔ E اور D متصل راس ہیں۔ جب کہ A اور D متصل راس نہیں ہیں۔ کیا آپ جانتے ہیں ایسا کیوں ہے؟

راس کے ایسے جوڑوں پر دھیان دیجیے جو متصل نہ ہوں۔ ایسے راسوں کو ملانے والے خط کو کثیر ضلعی کا وتر (Diagonal) کہتے ہیں۔



شکل 4.15

شکل 4.15 میں $\overline{AC}$ ، $\overline{AD}$ ، $\overline{BD}$ ، $\overline{BE}$ اور $\overline{CE}$ وتر ہیں۔

کیا $\overline{BC}$ ایک وتر ہے۔ اگر ہے تو کیوں ہے اور نہیں تو کیوں نہیں؟

اگر آپ دو متصل راسوں کو ملا کر وتر بنانے کی کوشش کریں تو کیا آپ کو ایک وتر حاصل ہوگا؟

شکل 4.15 میں بنی شکل ABCDE کے تمام اضلاع متصل اضلاع، متصل راس کے نام بتائیے۔

ایک کثیر ضلعی ABCDEFGH بنائیے اور اس کے تمام اضلاع متصل اضلاع، راس اور وتروں کے نام لکھیے۔

مشق 4.2

1۔ مندرجہ ذیل کی درجہ بندی کھلی یا بند منحنیوں کے طور پر کیجیے :

(a) (b) (c) (d) (e)

2۔ درج ذیل کو واضح کرنے کے لیے رف ڈائیگرام بنائیے :

(a) کھلی منحنی(Open Curve) (b) بند منحنی(Close Curve)

3۔ ایک کثیر ضلعی بنائیے اور اس کے اندرون میں شیڈ کیجیے۔

4۔ دی گئی شکل پر غور کیجیے اور درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

(a) کیا یہ ایک منحنی ہے؟

(b) کیا یہ بند ہے؟

5۔ اگر ممکن ہو تو مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کو ایک رف ڈائیگرام کے ذریعے واضح کیجیے :

(a) ایک بند منحنی جو کہ کثیر ضلعی ہو۔

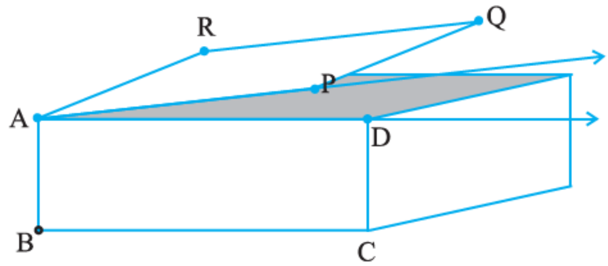
(b) ایک کھلا منحنی جو کہ کثیر ضلعی نہ ہو۔

(c) ایک ایسا کثیر ضلعی جس کے صرف دو اضلاع ہوں۔

4.10 زاویے (Angles)

زاویے تب ہی بنتے ہیں جب کونے بنتے ہیں۔

یہاں پر ایک تصویر دی گئی ہے (شکل 4.16)۔ جہاں ایک ڈبہ کی اوپری سطح ایک کھلے دروازے کی طرح ہیں۔ ڈبہ کے کنارے AD اور دروازے کے کنارے



شکل 4.16

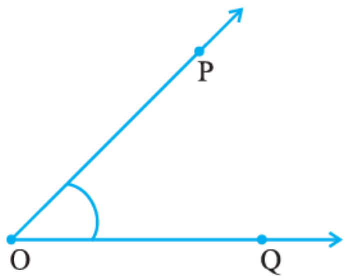
AP کو $\overrightarrow{AD}$ اور $\overrightarrow{AP}$ کی طرح تصور کیجیے۔ ان دونوں شعاعوں کا ایک مشترک ابتدائی نقطہ A ہے۔ یہ دونوں شعاعیں ایک ساتھ مل کر ایک زاویہ بناتی ہیں۔

دو شعاعوں جن کا ابتدائی نقطہ ایک ہی ہو ایک زاویہ بناتی ہو۔

ابتدائی نقطہ زاویہ کا راس(Vertex) کہلاتا ہے۔ اور دو شعاعیں زاویہ کے بازو (Arms) یا اضلاع (Sides) کہلاتے ہیں۔

یہ ایک زاویہ ہے جو شعاع $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OQ}$ سے بنا ہے (شکل 4.17)۔ اس کو ہم راس کے نزدیک ایک چھوٹے دائرۂ قوس کے ذریعے دکھاتے ہیں۔ شکل دیکھیے O راس ہے۔ اس کے اضلاع کیا ہیں؟ کیا یہ $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OQ}$ نہیں ہے؟

اس زاویہ کو ہم کیا نام دیں گے؟ آسان الفاظ میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ O پر بنا ایک زاویہ ہے زیادہ بہتر اور مخصوص طریقہ سے لکھنے کے لیے ہم راس کے ساتھ ساتھ دو نقطوں کا بھی استعمال کرتے ہیں جن میں سے ہر ایک، ایک زاویہ کے دونوں بازوؤں پر اس طرح سے زاویہ POQ ایک زیادہ بہتر طریقہ ہے۔ اس کو ہم $\angle$POQ سے ظاہر کریں گے۔



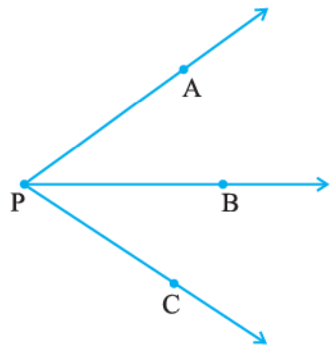
شکل 4.17

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

ڈائیگرام کو دیکھیے (شکل 4.18)۔ اس زاویہ کا کیا نام ہے؟ کیا ہم اس کو $\angle$P کہیں گے؟ لیکن اس سے ہماری مراد کون سا زاویہ ہے؟

$\angle$P سے ہماری مراد کیا ہے؟

کیا یہاں پر راس کی مدد سے زاویہ کا نام بتانا ہمارے لیے مددگار ثابت ہوگا؟ کیوں نہیں؟



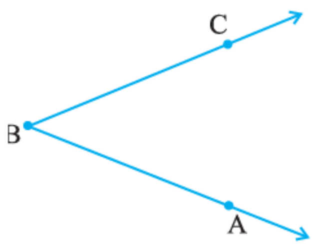
شکل 4.18

یہاں پر $\angle$P سے ہماری مراد $\angle$APB یا $\angle$CPB یا $\angle$APC ہوسکتی ہے۔ اس لیے ہم کو اور مزید معلومات کی ضرورت ہوتی ہے۔

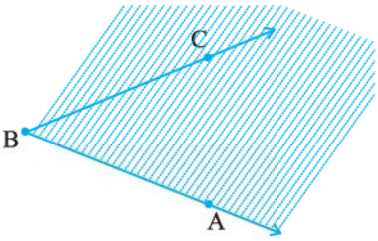
غور کیجیے کہ کسی زاویہ مخصوص طور سے بتانے کے لیے راس کو ہمیشہ درمیانی حرف کے طور پر لکھا جاتا ہے۔

اسے کیجیے

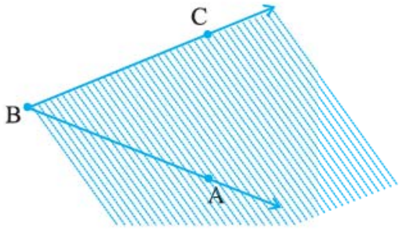
کوئی زاویہ لیجیے مان لیا $\angle$ABC



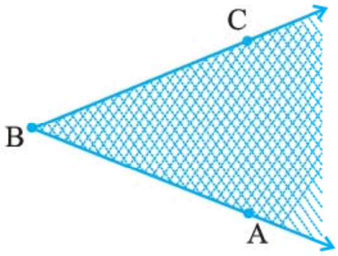
اب زاویہ کے اس حصہ کو شیڈ کیجیے جس میں $\overrightarrow{BC}$ ہو اور اس کا بارڈر $\overrightarrow{BA}$ ہو۔



اب زاویہ کے اس حصہ کو دوسرے رنگ سے شیڈ کیجیے جس میں ہو $\overrightarrow{BA}$ اور اس کا بارڈر $\overrightarrow{BC}$ ہو۔

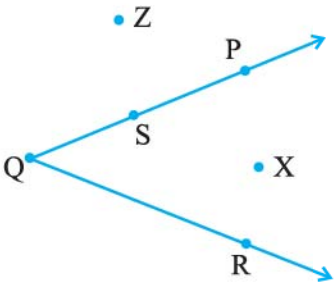


زاویہ کا وہ حصہ جو دونوں رنگوں میں مشترک ہو $\angle ABC$ (شکل 4.19) کا اندرون کہلاتا ہے (نوٹ کیجیے کہ زاویہ کا اندرون کوئی محدود حصہ نہیں ہے بلکہ یہ لامحدود حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔ کیونکہ اسی کے دونوں بازو یا اضلاع کو لا محدود حد تک بڑھایا جاسکتا ہے؟



شکل 4.19

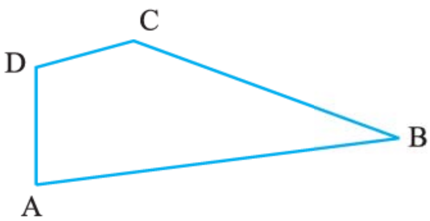
اس ڈائیگرام (شکل 4.20) میں نقطہ X زاویہ کے اندرون میں ہے اور نقطہ Z زاویہ کے اندرون میں نہ ہو کر بیرون میں ہے۔ اور نقطہ S، $\angle PQR$ پر ہے۔ اس طرح ایک زاویہ کے بھی تین حصّے ہوتے ہیں۔

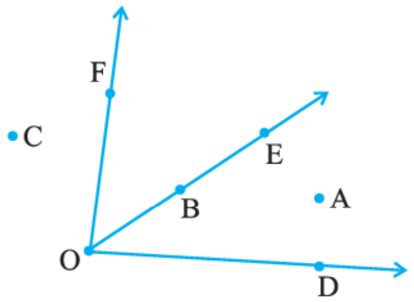


شکل 4.20

مشق 4.3

1۔ دی گئی شکل کے زاویوں کا نام بتائیے۔





2۔ دیے گئے ڈائیگرام میں ان نقطوں کے نام بتائیے جو

(a) ∠DOE کے اندرون میں ہوں۔

(b) ∠EOF کے بیرون میں ہوں۔

(c) ∠EOF پر ہوں۔

3۔ دو زاویوں کے رف ڈائیگرام کچھ اس طرح بنائیے کہ ان کا

(a) ایک نقطہ مشترک ہو۔

(b) دو نقطے مشترک ہوں۔

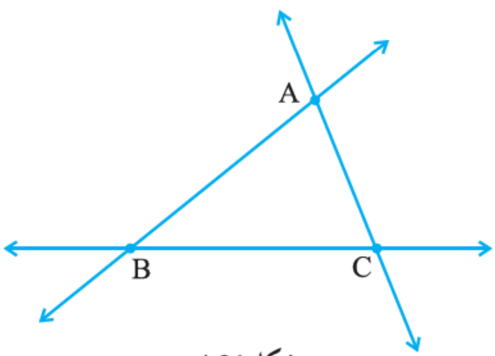
(c) تین نقطے مشترک ہوں۔

(d) چار نقطے مشترک ہوں۔

(e) ایک شعاع مشترک ہو۔

4.11 مثلثیں (Triangles)

مثلث ایک تین اضلاع والا کثیر ضلعی ہے۔ در اصل یہ وہ کثیر ضلعی ہے جو اضلاع کی کم ترین تعداد سے مل کر بنتا ہے۔



شکل 4.21

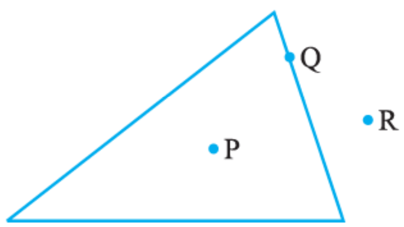
ڈائیگرام میں بنے مثلث کو دیکھیے (شکل 4.21)۔

ہم مثلث ABC کو ΔABC لکھتے ہیں ΔABC کے کتنے اضلاع ہیں؟ اور اس میں کتنے زاویے ہیں؟

مثلث کے تین اضلاع $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CA}$ ہیں۔

اور تین زاویے ∠BCA ، ∠BAC اور ∠ABC ہیں نقطے A ، B اور C مثلث کے راس کہلاتے ہیں۔

ایک کثیر ضلعی ہونے کے ناطے ہر مثلث کا اندرون اور بیرون ہوتا ہے۔ شکل 4.22 میں نقطہ P مثلث کے اندرون میں ہے اور R بیرون میں جب کہ Q مثلث پر ہے۔



شکل 4.22

مشق 4.4

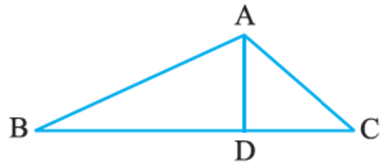
1۔ مثلث ABC کا ایک رف خاکہ بنائیے۔ اس کے اندرون میں ایک نقطہ P لگائیے اور بیرون میں Q لگائیے۔ کیا نقطہ اس کے اندرون میں ہے یا بیرون میں۔

2۔ (a) تصویروں میں بنے تین مثلثوں کی شناخت کیجیے۔

(b) سات زاویوں کے نام لکھیے۔

(c) چھ قطعات خط کے نام لکھیے۔

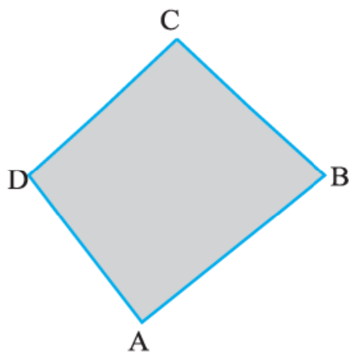
(d) کون سے دو مثلثوں میں $\angle B$ مشترک ہے؟



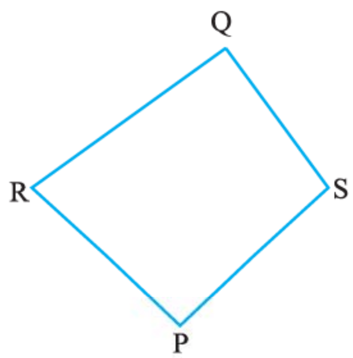
4.12 چوکور (Quadrilaterals)

ایک چار اضلاع والے کثیر ضلعی کو چوکور کہتے ہیں۔ اس میں چار ضلع اور چار زاویے ہوتے ہیں۔ مثلث کی طرح ہی آپ اس کا اندرون بھی دکھا سکتے ہیں اس کے راسوں کی ترتیب پر غور کیجیے۔

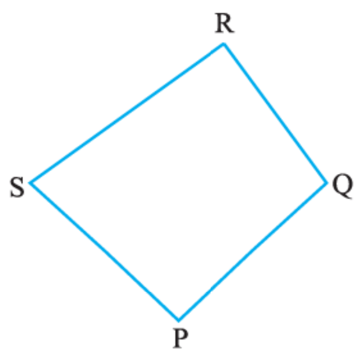
اس چار ضلعی ABCD (شکل 4.23) کے چار بازو یا اضلاع $\overline{AB}$، $\overline{BC}$، $\overline{CA}$ اور $\overline{DA}$ ہیں اور اس کے چار زاویے $\angle A$، $\angle B$، $\angle C$ اور $\angle D$ ہیں۔



شکل 4.23

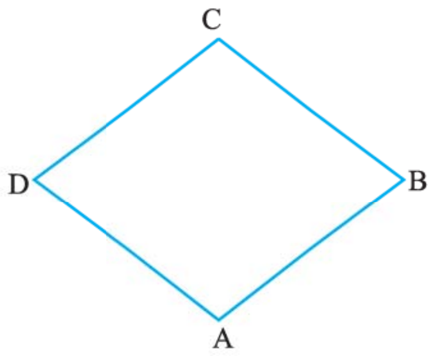


یہ چار ضلعی PQRS ہے۔



کیا یہ چار ضلعی PQRS ہے؟

چار ضلعی ABCD میں $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ اس کے متصل ضلع ہیں کیا آپ اس کے اور دوسرے متصل ضلعوں کے نام بتا سکتے ہیں؟

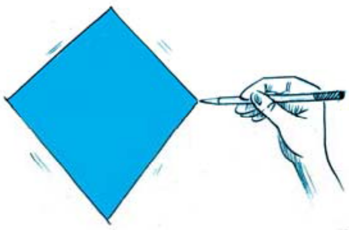


$\overline{AB}$ اور $\overline{DC}$ مقابل ضلعے (Opposite Sides) ہیں۔اس کے اور دوسرے مقابل ضلعوں کے جوڑوں کے نام بتائیے۔

$\angle A$ اور $\angle C$ مقابل زاویے (Opposite Angles) ہیں اسی طرح $\angle D$، $\angle B$ بھی مقابل زاویے ہیں۔ صاف ظاہر ہے کہ $\angle A$ اور $\angle B$ متصل زاویے ہیں۔ اب آپ دوسرے متصل زاویوں کے جوڑوں کی فہرست بنائیے۔

مشق 4.5

1۔ چار ضلعی PQRS کا ایک رف خاکہ بنائیے۔ اس کے وتر بنائیے۔ ان کے کچھ نام رکھیے۔ ان وتروں کا مشترک نقطہ چار ضلعی کے اندرون میں ہے یا بیرون میں۔



2۔ ایک چار ضلعی KLMN کا ایک رف خاکہ بنائیے اور بتائیے:

(a) مقابل ضلعوں کے دو جوڑے

(b) مقابل زاویوں کے دو جوڑے

(c) متصل ضلعوں کے دو جوڑے

(d) متصل زاویوں کے دو جوڑے

3۔ تحقیق کیجیے:

پٹیوں کو میں باندھ کر ایک مثلث اور چار ضلعی بنائیے۔

مثلث کے ایک راس کو اندر کی طرف ڈھکیلیے۔چار ضلعی کے ساتھ بھی ایسا ہی کیجیے۔

کیا مثلث ٹوٹ گیا ؟ کیا چار ضلعی ٹوٹ گیا؟ کیا مثلث بے لوچ یا سخت ہے؟

اس لیے بڑے بڑے بجلی کے کھمبوں کا ڈھانچہ مثلث نما ہوتا ہے، چوکورنہیں ہوتا۔

4.13 دائرے (Circles)

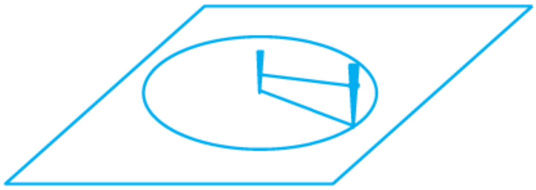
آپ کو اپنے آس پاس ایسی بہت سی چیزیں مل جائیں گی جو کہ گول ہوں جیسے پہیہ، چوڑی، سکہ، وغیرہ ہم گول چیزوں کا استعمال کئی طرح سے کرتے ہیں۔اسٹیل کے ایک بھاری پائپ کو لڑھکانا اس کو اٹھانے کے بہ نسبت آسان ہے۔

دائرہ ایک سادہ بند منحنی ہے۔یہ ایک کثیر ضلعی نہیں ہے۔ اور اس کی کچھ نمایاں خصوصیات ہیں۔

اسے کیجیے

- ایک چوڑی یا کسی بھی گول چیز کو رکھیے اور اس کو ٹریس کیجیے (چھاپیے)۔ آپ کو ایک گول شکل ملے گی۔
- اگر آپ کو ایک گول باغیچہ بنانا ہے تو آپ کیسے بنائیں گے؟

دو ڈنڈیاں لیجیے اور ایک دھاگہ لیجیے۔ دھاگہ کے دونوں کناروں پر پھندہ بنا کر ایک ایک ڈنڈی سے باندھ دیجیے۔ ایک ڈنڈی کو زمین میں گاڑ دیجیے۔ یہ بنائے جانے والے دائرہ کا مرکز ہوگا۔ دونوں ڈنڈیوں کو زمین پر سیدھا رکھیے اور دھاگے کو مستقل کھینچ کر رکھتے ہوئے راستہ کا احاطہ بنائیے۔ آپ کو ایک دائرہ ملے گا۔ یہ صاف ظاہر ہے کہ دائرہ کا ہر نقطہ مرکز سے برابر دوری پر ہوگا۔



دائرے کے حصے (Parts of a Circle)

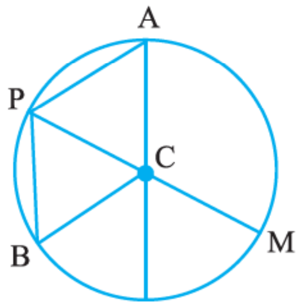
یہاں پر ایک دائرہ ہے جس کا مرکز C ہے (شکل 4.24)۔

دائرے پر نقطے A،P،B،M دیے گئے ہیں آپ دیکھیں گے کہ CA = CP = CB = CM میں سے ہر قطعہ دائرہ کا نصف قطر ہے۔

مرکز کو دائرے کے کسی بھی نقطہ سے ملانے والے قطعہ خط کو نصف قطر کہتے ہیں۔ $\overline{CP}$ اور $\overline{CM}$ ایسے دو نصف قطر ہیں جن کے نقطے M،P اور C ایک ہی خط پر ہیں۔ $\overline{PM}$ دائرہ کا قطر کہلاتا ہے۔

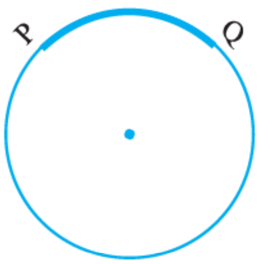
کیا قطر کی لمبائی نصف قطر کی دوگنی ہے؟ جی ہاں۔

دائرہ پر واقع دو نقطوں کو ملانے والا ایک قطعہ خط $\overline{PB}$ دائرہ کا وتر (Chord) ہے۔ کیا $\overline{PM}$ بھی ایک وتر ہے؟



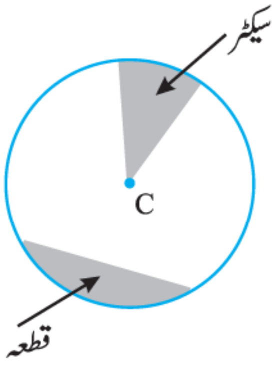
شکل 4.24

قوس دائرہ کا ہی ایک حصہ ہے۔ اگر آپ دائرہ پر دو نقطے P اور Q لیں تو آپ کو قوس PQ ملے گا۔ اس کو ہم PQ لکھتے ہیں (شکل 4.25)۔



شکل 4.25

کسی بھی سادہ بند منحنی کی طرح آپ دائرے کے اندرون اور بیرون کے بارے میں سوچ سکتے ہیں۔ دائرے کے اندرون کا ایک حصہ جو کہ ایک طرف سے تو قوس سے گھرا ہے اور دوسری طرف سے نصف قطر کے ایک جوڑے سے گھرا دائرے کا سیکٹر کہلاتا ہے۔



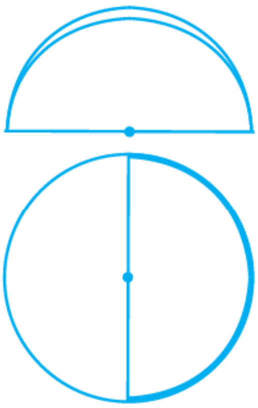
شکل 4.26

دائرے کے اندر کا وہ حصہ جو ایک طرف سے وتر اور دوسری طرف سے قوس سے گھرا ہو قطعہ (Segment) کہلاتا ہے۔

کوئی ایک گول چیز لیجیے اور ایک دھاگا لیجیے اور اس گول چیز کے چاروں طرف گھمائیے۔ دھاگہ کی لمبائی، اس گول چیز کے چاروں طرف ایک بار طے کیے گئے فاصلہ کے برابر ہے۔ یہ لمبائی کیا ظاہر کرتی ہے؟

ایک دائرہ کی لمبائی یا اس کے چاروں طرف کا فاصلہ دائرہ کا محیط کہلاتا ہے۔

اسے کیجیے

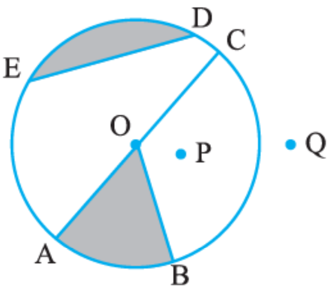


ایک دائرہ نما کاغذ لیجیے۔ اس کے دو آدھے حصے کرتے ہوئے موڑیے۔ اس کو دبائیے اور پھر کھول دیجیے۔

کیا آپ کو یہ پتہ چلا کہ اس دائرہ نما خط کو قطر نے دو آدھے حصوں میں بانٹا؟

ایک دائرے کا قطر اس کو دو برابر کے حصوں میں بانٹا ہے۔ اس میں سے ہر حصہ کو نصف دائرہ (Semi-Circle) کہتے ہیں۔ ایک نصف دائرہ، آدھا دائرہ ہوتا ہے جس میں اس کا قطر اس کی باؤنڈری کا ہی ایک حصہ ہوتا ہے۔

مشق 4.6



1۔ شکل کی مدد سے بتایئے

(a) دائرہ کا مرکز (b) تین نصف قطر

(c) ایک قطر (d) ایک وتر

(e) اندرون میں دو نقطے (f) بیرون میں ایک نقطہ

(g) ایک سیکٹر (h) ایک قطعہ

2۔ (a) کیا دائرہ کا ہر قطر ایک وتر ہے؟

(b) کیا دائرہ کا ہر وتر ایک قطر ہے؟

3۔ ایک دائرہ بنایئے اور اس میں نشان لگایئے۔

(a) اس کا مرکز
(b) ایک نصف قطر
(c) ایک قطر
(d) ایک سیکٹر
(e) ایک قطعہ
(f) اندرون میں ایک قطعہ
(g) بیرون میں ایک قطعہ
(h) ایک قوس

4۔ صحیح یا غلط بتایئے۔

(a) ایک دائرہ کے دو قطر ایک دوسرے کو ضرور کاٹتے ہیں۔
(b) دائرہ کا مرکز ہمیشہ اس کے اندرون میں واقع ہوتا ہے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ نقطہ ایک مقام کا پتہ دیتا ہے اس کو عام طور پر انگریزی کے بڑے حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

2۔ دو نقطوں کے درمیان کا کم ترین فاصلہ ایک قطعہ خط کہلاتا ہے۔ نقطہ A اور B ملانے والے قطعہ خط کو $\overline{AB}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ $\overline{AB}$ اور $\overline{BA}$ ایک ہی قطعہ خط کو ظاہر کرتے ہیں۔

3۔ اگر کسی قطعہ خط کو دونوں طرف لامحدود حد تک بڑھایا جائے تو ایک خط ملتا ہے اس کو $\overleftrightarrow{AB}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے یا کبھی ایک انگریزی کے چھوٹے حرف l سے بھی ظاہر کرتے ہیں۔

4۔ دو مختلف خطوط جو ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں قاطع خطوط کہلاتے ہیں۔

5۔ ایک مستوی میں دو مختلف خطوط متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔ اگر وہ ایک دوسرے کو نہیں کاٹتے۔

6۔ شعاع، خط ہی کا ایک حصہ ہوتی ہے جو کہ ایک نقطہ سے شروع ہوتی ہے اور ایک سمت میں لامحدود حد تک بڑھتی ہے۔

7۔ کوئی ڈرائنگ (سیدھی یا ٹیڑھی میڑھی) جو کہ بغیر پنسل اٹھائے بنائی جاتی ہے منحنی کہلاتی ہے۔ اس طرح سے خط بھی ایک منحنی ہے۔

8۔ ایک ایسی منحنی جو اپنے آپ کو قطع نہیں کرتی سادہ منحنی کہلاتی ہے۔

9۔ ایک منحنی بند منحنی کہلاتی ہے۔ اگر اس کے کنارے جڑے ہوئے ہوں نہیں تو وہ ایک کھلا منحنی ہوگا۔

10۔ قطعات خط سے بننے والے بند منحنیوں کو کثیر ضلع (Polygon) کہا جاتا ہے۔ یہاں

(i) قطعات خط کثیر ضلع کے اضلاع کہلاتے ہیں۔
(ii) کوئی دو ضلعے جن کا ایک مشترک ابتدائی نقطہ ہو متصل ضلع کہلاتے ہیں۔
(iii) دو ضلعوں کے مشترکہ نقطہ کو راس کہتے ہیں۔
(iv) ایک ہی ضلع کے سرے کے نقطوں کو متصل راس کہتے ہیں۔

(v) کوئی بھی دو غیر متصل راسوں کو ملانے والے خط کو وتر کہتے ہیں۔

11۔ زاویہ دو شعاعوں سے بنی شکل ہے جس کا ایک مشترکہ نقطۂ آغاز یا ابتدائی نقطہ ہو۔ $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ زاویہ $\angle AOB$ بناتی ہیں (یا اس کو $\angle BOA$ کہتے ہیں)۔

زاویہ کسی خطّہ کو تین الگ الگ حصّوں میں بانٹتا ہے۔

زاویہ پر، زاویہ کا اندرون اور زاویہ کا بیرون

12۔ تین ضلعوں والا کثیر ضلعی مثلث کہلاتا ہے۔

13۔ چار ضلعوں والا کثیر ضلعی چار ضلعی کہلاتا ہے۔ (اس کے نام ترتیب وار ہوتے ہیں)

ایک چار ضلعی ABCD میں $\overline{AB}$ اور $\overline{DC}$، اور $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ مقابل ضلعوں کے جوڑے ہیں۔ اسی طرح $\angle A$، $\angle C$ اور $\angle B$ اور $\angle D$ مقابل زاویوں کے جوڑے ہیں۔ $\angle A$، $\angle B$ اور $\angle D$ کا متصل زاویہ ہے: اس طرح کے رشتہ باقی تینوں زاویوں میں بھی ہیں۔

14۔ دائرہ کسی نقطہ کا وہ راستہ ہے جو کسی خاص متعینہ نقطہ سے برابر دوری پر بنایا جاتا ہے۔ یہ متعینہ نقطہ دائرہ کا مرکز کہلاتا ہے۔ اور یہ برابر دوری دائرہ کا نصف قطر کہلاتی ہے۔ اور دائرہ کے چاروں طرف کا فاصلہ دائرہ کا محیط کہلاتا ہے۔

دائرہ کے محیط پر کوئی دو نقطوں کو ملانے والا قطعہ دائرہ کا وتر کہلاتا ہے۔

قطر دائرہ کا وہ وتر ہے جو مرکز سے گزرتا ہے۔

دائرہ کے اندرون کا ایک حصہ جو کہ ایک طرف راس سے اور دوسری طرف نصف قطر کے ایک جوڑے سے گھرا ہو، سیکٹر کہلاتا ہے۔

دائرے کے اندرون کا وہ حصہ جو ایک طرف سے وتر اور دوسری طرف سے قوس سے گھرا ہو قطعہ کہلاتا ہے۔

دائرہ کا قطر اس کو برابر کے حصوں میں بانٹتا ہے۔

باب 5

بنیادی اشکال کو سمجھنا
(Understanding Elementary Shapes)

4618CH05

5.1 تعارف (Introduction)

ہمارے آس پاس جو شکلیں نظر آتی ہیں وہ یا تو بند خطوط سے بنی ہوئی ہوتی ہیں یا منحنی سے۔ ہم اپنے چاروں طرف مختلف کونے، کنارے، مستوی، کھلے منحنی اور بند منحنی وغیرہ دیکھتے ہیں۔ ہم ان کی درجہ بندی بھی کرتے ہیں۔ قطعات خط، زاویوں، مثلثوں، کثیر ضلعی اور دائرے وغیرہ میں ہم دیکھتے ہیں کہ یہ مختلف سائز اور مختلف پیمائش کے ہوتے ہیں۔ آیئے اب ہم ان کے سائز کا موازنہ کرنے کے لیے مختلف طریقے نکالتے ہیں۔

5.2 قطعات خط کی پیمائش (Measuring Line Segments)

ہم نے بہت سے قطعات خط دیکھے اور بنائے ہیں۔ مثلث تین قطعات خط سے بنتا ہے جب کہ چار ضلعی چار قطعات خط سے۔

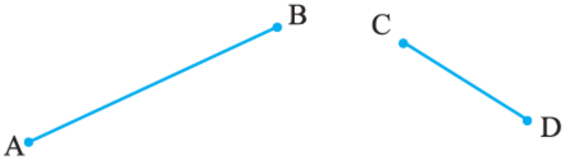
ایک قطعہ خط، خط کا ایک طے شدہ حصہ ہے اس لیے قطعہ خط کو ناپنا ممکن ہو جاتا ہے۔ ہر قطعہ خط کی پیمائش ایک منفرد عدد ہوتا ہے جس کو اس کی لمبائی کہتے ہیں۔ ہم اس تصور کو قطعہ خط کا موازنہ کرنے کے لیے استعمال کریں گے۔

دو قطعات خط کا موازنہ کرنے سے ہم ان کی لمبائیوں میں ایک تعلق معلوم کریں گے۔ یہ کئی طریقوں سے کیا جاسکتا ہے۔

(i) مشاہدہ کے ذریعے موازنہ کرنا (Comparison by Observation)

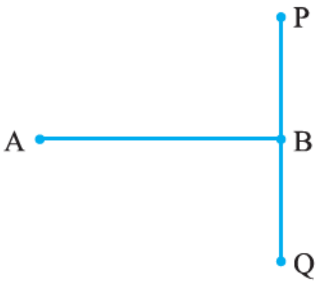
کیا آپ ان کو صرف دیکھ کر بتا سکتے ہیں کہ کون سا قطعہ خط لمبا ہے؟

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\overline{AB}$ لمبا ہے۔



لیکن آپ ہمیشہ اپنے اس فیصلے کے بارے میں یقینی طور پر کچھ نہیں کہہ سکتے۔
مثال کے طور پر درج ذیل قطعات خط کے دوسرے جوڑوں پر نظر ڈالیے۔

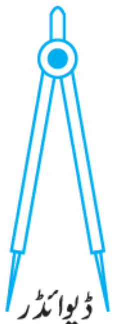
ظاہری طور پر ان دونوں کی لمبائیوں کا فرق واضح نہیں۔ اس لیے موازنہ کرنے کے دوسرے طریقوں کی ضرورت پڑتی ہے۔



حقیقت میں اس تصویر میں $\overline{AB}$ اور $\overline{PQ}$ کی لمبائی یکساں ہے جو کہ ظاہری طور پر لگتی نہیں ہے۔
اس لیے ہمیں قطعات خط کا موازنہ کرنے کے لیے بہتر طریقوں کی ضرورت ہوگی۔

(ii) عکس کے ذریعے موازنہ کرنا (Comparison by Tracing)

قطعات خط $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ کی لمبائیوں کا موازنہ کرنے کے لیے ہم عکس اتارنے والا کاغذ (Tracing Paper) لیتے ہیں اور قطعہ خط $\overline{CD}$ پر دیکھتے ہیں اور کاغذ پر پنسل کی مدد سے قطعہ خط کا عکس اتار لیتے ہیں۔ اب ہم عکس اتارنے والے کاغذ کو قطعہ خط $\overline{AB}$ پر رکھتے ہیں۔
کیا اب آپ یہ طے کر سکتے ہیں کہ قطعات $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ میں سے کس کی لمبائی زیادہ ہے۔ یہ ایک مشکل کام ہے کیوں کہ آپ موازنہ کرنے کے لیے بار بار قطعات خط کا عکس نہیں اتار سکتے۔ اس طریقہ کا انحصار اس بات پر ہے کہ کتنی صفائی اور درستگی سے قطعہ خط کو کاغذ پر اتارا گیا ہے۔
اس کے علاوہ، اگر آپ کسی دوسری لمبائی کا موازنہ کرنا چاہتے ہیں تو آپ کو یہ دوسرا قطعہ Tracing Paper پر اتارنا ہوگا۔

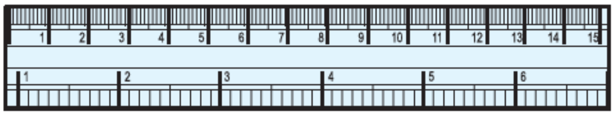


ڈیوائڈر

(iii) پیمانہ اور ڈیوائڈر کی مدد سے موازنہ کرنا

(Comparison using Ruler and a Divider)

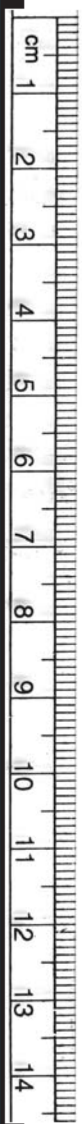
کیا آپ نے اپنے جیومیٹری باکس میں رکھے سبھی آلات کو دیکھا ہے اور کیا آپ ان کو پہچانتے بھی ہیں؟ دوسری چیزوں کے ساتھ ساتھ آپ کے پاس جیومیٹری باکس میں ایک اسکیل یا پیمانہ اور ایک ڈیوائڈر بھی ہے۔



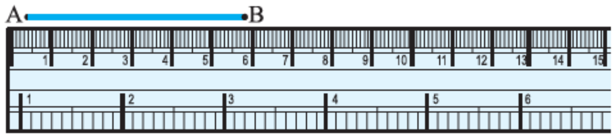
پیمانہ

ذرا دیکھیے تو اسکیل کے کنارے پر یہ کیسے نشانات بنے ہوئے ہیں؟ اس کو ایک ایک سینٹی میٹر کے 15 حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے؟ ان تقسیم شدہ چھوٹے حصوں میں ہر ایک کی لمبائی 1 ملی میٹر ہے۔

1 ملی میٹر=0.1 سینٹی میٹر
2 ملی میٹر=0.2 سینٹی میٹر
2.3 سینٹی میٹر کا مطلب 2 سینٹی میٹر اور 3 ملی میٹر ہے۔



کتنے ملی میٹر مل کر ایک سینٹی میٹر بناتے ہیں؟ چونکہ 1 سینٹی میٹر=10 ملی میٹر ہم 2 سینٹی میٹر کو کیسے لکھ سکتے ہیں؟ اور 3 ملی میٹر کو؟ 7.7 سینٹی میٹر سے ہمارا مطلب کیا ہے؟



پیمانے کے صفر (0) کے نشان کو حرف A پر رکھیے اور حرف B جس نشان پر آئے گا اس کو پڑھیے۔ حرف B پر آنے والا نشان قطعہ خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کو ظاہر کرے گا۔ مان لیجیے کہ لمبائی 5.8 سینٹی میٹر ہے اس کو ہم لکھ سکتے ہیں کہ AB کی لمبائی =5.8 سینٹی میٹر۔ اس کو اور زیادہ آسان طریقہ سے $AB = 5.8$ سینٹی میٹر لکھا جاسکتا ہے۔

اس طریقہ کار میں کچھ غلطیاں ہونے کا امکان ہے۔ پیمانہ کی موٹائی کی وجہ سے بھی نشانات کو پڑھنے میں دشواری پیش آسکتی ہے۔

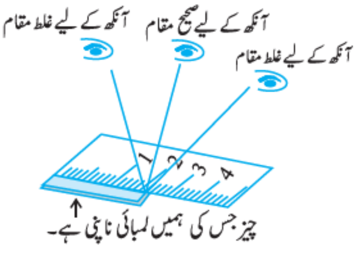
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

1۔ ہمیں اور کس کس طرح کی خامیاں اور دشواریاں پیش آسکتی ہیں؟

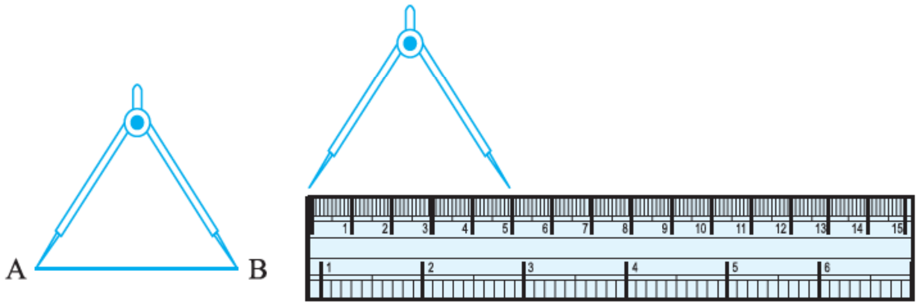
2۔ اگر پیمانہ پر بنے ہوئے نشان کو صحیح طریقہ سے نہ دیکھا جارہا ہو تو کس طرح کی غلطیوں کے امکان ہیں؟ اور اس سے کیسے بچا جاسکتا ہے؟

Positioning Error

درست ناپ حاصل کرنے کے لیے ضروری ہے کہ دیکھتے وقت آنکھ کو درست پوزیشن میں رکھا جائے۔ نشان کی سیدھ میں ٹھیک اوپر، چیز جس کی ہمیں لمبائی ناپنی ہے یعنی نشان کے ٹھیک اوپر ایک دم سیدھ میں، ورنہ ترچھا دیکھنے پر غلطیاں ہوسکتی ہیں۔



کیا ہم اس مشکل کو دور کر سکتے ہیں؟ کیا اس کا اور کوئی بہتر طریقہ ہے؟
آیئے اب ہم لمبائی ناپنے کے لیے ڈیوائڈر کا استعمال کرتے ہیں۔



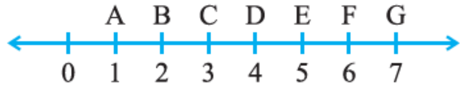
ڈیوائڈر کو کھولیے اور اس کے ایک ضلع کے سرے کو قطعہ خط کے نقطہ A پر رکھیے اور دوسرے ضلع کے سرے کو نقطہ B پر لائیے۔ اب ڈیوائڈر کے پھیلاؤ میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر اس کو قطعہ خط سے اٹھا کر پیمانہ پر اس طرح رکھیے کہ اس کے ایک ضلع کا سرا پیمانہ کے صفر (0) کے نشان پر ہو۔ اب پیمانہ کا وہ نشان پڑھیے جس پر ڈیوائڈر کے دوسرے ضلع کا سرا پہنچا۔ اب یہی اس قطعہ خط کی لمبائی ہے۔

کوشش کیجیے

1۔ ایک پوسٹ کارڈ لیجیے۔ اوپر بتائے گئے طریقہ سے اس کے متصل ضلعوں کو ناپیے۔
2۔ تین ایسی چیزیں لیجیے جن کی اوپری سطح ہموار ہو۔ ان کے سبھی ضلع پیمانہ اور ڈیوائڈر کی مدد سے ناپیے۔

مشق 5.1

1۔ صرف مشاہدہ کے ذریعے دو قطعات خط کا موازنہ کرنے میں کیا خرابیاں ہیں؟
2۔ پیمانہ کے مقابلہ میں ڈیوائڈر کو استعمال کر کے کسی قطعہ خط کی لمبائی معلوم کرنا کیوں بہتر ہے؟
3۔ ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ کھینچیے۔ AB کے درمیان واقع کوئی نقطہ C لیجیے۔ $\overline{AB}$، $\overline{AC}$ اور $\overline{BC}$ کی لمبائیاں معلوم کیجیے۔ کیا $AB = AC + CB$؟
[نوٹ: اگر کسی خط پر تین نقطے A، B اور C اس طرح ہیں کہ $AC + CB = AB$ تو ہم یقینی طور پر یہ کہہ سکتے ہیں کہ نقطہ C نقطہ A اور B کے درمیان میں واقع ہے۔]
4۔ اگر ایک خط پر تین نقطے A، B اور C اس طرح ہیں کہ $AC = 8$ سینٹی میٹر، $BC = 3$ سینٹی میٹر اور $AB = 5$ سینٹی میٹر۔ تو ان میں سے کون سا نقطہ باقی دو نقطوں کے درمیان واقع ہے۔
5۔ تصدیق کیجیے کہ نقطہ D، $\overline{AG}$ کا وسطی نقطہ ہے۔



6۔ اگر $\overline{AC}$ کا وسطی نقطہ B ہے اور $\overline{BD}$ کا وسطی نقطہ C ہے اور A, B, C, D ایک خط مستقیم پر واقع ہیں۔ بتائیے AB = CD کیوں ہے؟

7۔ پانچ مثلث بنائیے اور ان کے ضلع ناپیے۔ ہر ایک کے بارے میں معلوم کیجیے کہ کیا ان کے تینوں ضلعوں میں سے کسی دو کی لمبائیوں کا جمع تیسرے ضلع کی لمبائی سے کم ہے۔

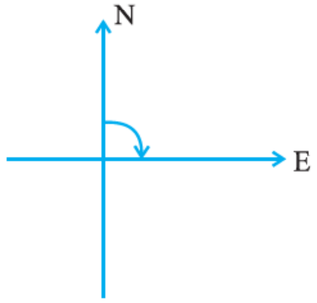
5.3 زاویے — 'قائمہ' اور 'مستقیم' (Angles —'Right' and 'Straight')

آپ نے جغرافیہ میں سمتوں کے بارے میں سنا ہوگا۔ ہم جانتے ہیں کہ چین ہندوستان کے شمال میں ہے اور سری لنکا جنوب میں ہے۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ سورج مشرق سے نکلتا ہے اور مغرب میں ڈوبتا ہے خاص طور پر کل چار سمتیں ہوتی ہیں۔ یہ ہیں : شمال (N) جنوب (S)، مشرق (E) اور مغرب (W)۔

کیا آپ جانتے ہیں کہ شمال کی مخالف سمت کون سی ہے اور مغرب کی مخالف سمت کون سی ہے؟ جو کچھ آپ جانتے ہیں ان کو دہرا لیجیے کیوں کہ ہم ان معلومات کا استعمال زاویے کی مختلف خصوصیات کو پڑھنے میں کریں گے۔

اسے کیجیے

شمال کی طرف رخ کرکے کھڑے ہو جائیے۔



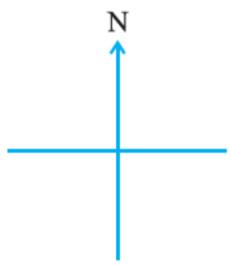
اب گھڑی کی سوئیوں کے مطابق (یعنی دائیں جانب) مشرق کی طرف مڑیے ۔ اب ہم کہہ سکتے ہیں کہ آپ زاویہ قائمہ پر مڑے ہیں۔

اب آپ گھڑی کی سوئیوں کے مطابق زوایہ قائمہ پر مڑیے ۔

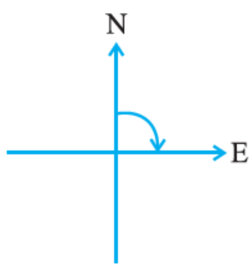
اب آپ کا رخ جنوب کی طرف ہے۔

اگر آپ گھڑی کی سوئیوں کی مخالف سمت میں زاویہ قائمہ سے مڑیں تو آپ کا رخ کس سمت میں ہوگا؟ یہ پھر مشرق کی طرف ہوگا (کیوں؟)

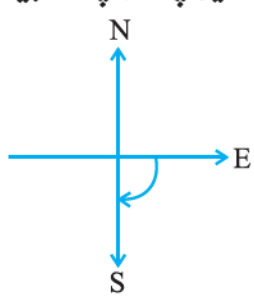
درج ذیل پوزیشن پر غور کیجیے:



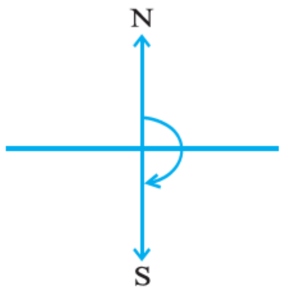
آپ شمال کی طرف رخ کرکے کھڑے ہیں



گھڑی کی سوئیوں کے مطابق زاویہ قائمہ پر مڑیے۔ اب آپ کا رخ مشرق کی طرف ہے

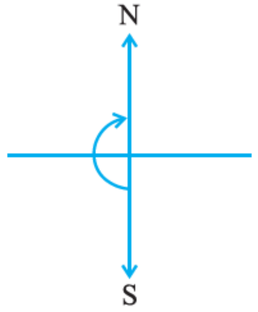


ایک اور زاویہ قائمہ مڑ لینے پر اب آپ کا رخ جنوب کی طرف ہو گیا



شمال سے جنوب کی طرف رخ کرنے کے لیے آپ کا زاویہ قائمہ پر دو موڑ مڑنے پڑے، کیا یہ ایک ایسے موڑ جیسا ہی نہیں ہے جو دو زاویہ قائمہ کے موڑوں کے برابر ہوں؟

شمال سے مشرق کی طرف جو موڑ آپ مڑے ہیں وہ زاویہ قائمہ ہے۔
شمال سے جنوب کی طرف جو دو موڑ آپ مڑے ہیں اس کو زاویہ مستقیم کہتے ہیں (NS ایک سیدھی لائن ہے) !



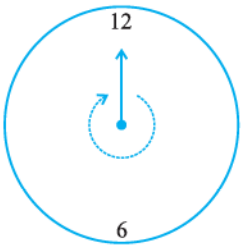
جنوب کی طرف رخ کرکے کھڑے ہو جائیے۔
ایک زاویہ مستقیم پر مڑیے ۔
اب آپ کا رخ کس طرف ہے؟
آپ کا منہ شمال کی طرف ہے۔

شمال سے جنوب کی طرف مڑنے کے لیے آپ کو زاویہ مستقیم کا ایک موڑ مڑنا ہوگا۔ پھر جنوب سے شمال کی طرف مڑنے کے لیے ایک زاویہ مستقیم کا موڑ اسی سمت میں مڑنا ہوگا۔ اسی طرح دو زاویہ مستقیم کے موڑ مڑنے سے آپ اپنی اصلی جگہ (جہاں سے شروع کیا تھا) پر پہنچ جائیں گے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

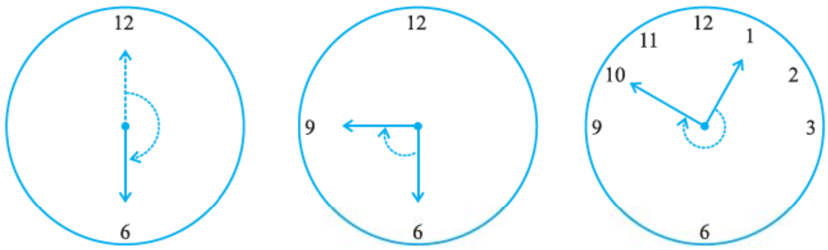
زاویہ قائمہ کے کتنے موڑ مڑنے کے بعد آپ اپنی اصلی یا شروعاتی جگہ پر پہنچ جائیں گے؟

دو زاویہ مستقیم (یا چار زاویہ قائمہ) سے ایک ہی سمت میں مڑنے پر ایک چکر پورا ہو جاتا ہے۔ اس پورے چکر کو ایک گردش کہتے ہیں۔ ایک گردش سے بننے والے زاویہ کو مکمل زاویہ کہتے ہیں۔



ہم اس طرح کی گردش کو گھڑی پر دیکھ سکتے ہیں جب گھڑی کی سوئی ایک جگہ سے دوسری جگہ پر پہنچتی ہے تو یہ ایک زاویہ کے ذریعہ ہی مڑتی ہے۔

مان لیجیے کہ گھڑی کی سوئی 12 پر ہے اور یہ گھومتے گھومتے پھر 12 پر پہنچ گئی کیا اس نے ایک گردش پوری نہیں کی؟ تو یہ کتنے زاویہ قائمہ پر چلی؟ درج ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔



1 سے 10 تک
ایک گردش کا $\frac{3}{4}$ یا 3 زاویہ قائمہ

6 سے 9 تک
ایک گردش کا $\frac{1}{4}$ یا ایک زاویہ قائمہ

12 سے 6 تک
ایک گردش کا $\frac{1}{2}$ یا دو زاویہ قائمہ

کوشش کیجیے

1۔ آدھی گردش میں بنے زاویے کا نام کیا ہے؟
2۔ چوتھائی گردش میں بنے زاویے کا نام کیا ہے؟
3۔ گھڑی میں ایک چوتھائی، آدھے یا تین چوتھائی گردش دکھانے کے لیے 5 الگ الگ صورتیں دکھایئے۔

غور کیجیے کہ تین چوتھائی گردش کے حصہ کا کوئی خاص نام نہیں ہے۔

مشق 5.2

1۔ گھڑی کے گھنٹے کی سوئی درج ذیل اعداد کے درمیان سے گزرنے کے لیے ایک گردش کا کتنا حصہ طے کرتی ہے۔

(a) 3 سے 9 (b) 4 سے 7 (c) 7 سے 10
(d) 12 سے 9 (e) 1 سے 10 (f) 6 سے 3

2۔ گھڑی کی سوئی کہاں رہے گی اگر وہ

(a) 12 سے شروع کرے اور ایک گردش کا $\frac{1}{2}$ حصہ چلے۔
(b) 2 سے شروع کرے اور ایک گردش کا $\frac{1}{2}$ حصہ چلے۔
(c) 5 سے شروع کرے اور ایک گردش کا $\frac{1}{4}$ حصہ چلے۔
(d) 5 سے شروع کرے اور ایک گردش کا $\frac{3}{4}$ حصہ چلے۔

3۔ آپ کا رخ کس سمت ہو جائے گا اگر ابھی آپ کا رخ

(a) مشرق کی طرف ہو اور آپ گھڑی کی سوئیوں کی طرح چلتی ہوئی آدھی گردش مکمل کریں۔
(b) مشرق کی طرف ہو اور آپ گھڑی کی سوئیوں کی طرح چلتی ہوئی $1\frac{1}{2}$ گردش مکمل کریں۔

(c) مغرب کی طرف ہو اور آپ گھڑی کی سوئیوں کی طرح چلتی ہوئی $\frac{3}{4}$ گردش پوری کریں۔

(d) جنوب کی طرف ہو اور آپ ایک پوری گردش مکمل کریں۔

(کیا ہمیں آخری سوال میں گھڑی کی سوئیوں کی طرح یا گھڑی کی سوئیوں کے مخالف سمت کا تعین کرنا چاہیے تھا؟ کیوں نہیں؟)

4۔ آپ ایک گردش کا کتنا حصہ گھومیں گے اگر آپ کا رخ

(a) مشرق کی طرف ہو اور آپ گھڑی کی سوئیوں کی طرح چلتے ہوئے گھوم کر شمال کی طرف رخ کرلیں۔

(b) جنوب کی طرف ہو اور آپ گھڑی کی سوئیوں کی طرح چلتے ہوئے گھوم کر مشرق کی طرف رخ کرلیں۔

(c) مغرب کی طرف ہو اور آپ گھڑی کی سوئیوں کی طرح چلتے ہوئے گھوم کر مشرق کی طرف رخ کرلیں۔

5۔ ایک گھڑی کے گھنٹے کی سوئی کتنے زاویہ قائمہ پر چلے گی اگر وہ:

(a) 3 سے 6 تک جائے (b) 2 سے 8 تک جائے

(c) 5 سے 11 تک جائے (d) 10 سے 1 تک جائے

(e) 12 سے 9 تک جائے (f) 12 سے 6 تک جائے

6۔ آپ کتنے زاویہ قائمہ پر چلیں گے اگر آپ کا رخ

(a) جنوب کی طرف ہو اور گھڑی کی سوئیوں کی طرح چلتے ہوئے آپ مغرب کی طرف پہنچ جائیں۔

(b) شمال کی طرف ہو اور گھوم کر مغرب کی طرف ہی آجائیں۔

(c) مغرب کی طرف ہو اور مغرب طرف ہی گھوم جائیں۔

(d) جنوب کی طرف ہو اور گھوم کر مشرق کی طرف آجائیں۔

7۔ ایک گھڑی کے گھنٹے کی سوئی کہاں جاکر رکے گی اگر یہ شروع ہو۔

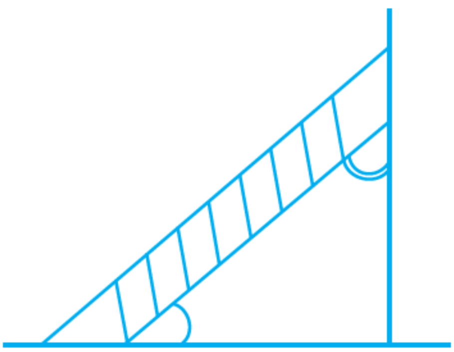
(a) 6 سے اور ایک زاویہ قائمہ پر گھومے۔

(b) 8 سے اور دو زاویہ قائم پر مڑیں۔

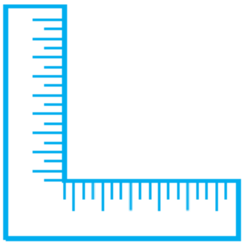
(c) 10 سے اور تین زاویہ قائمہ پر مڑیں۔

(d) 7 سے اور زاویہ مستقیم پر مڑیں۔

5.4 زاویے — 'حادہ'، 'منفرجہ' اور 'معکوس' (Angles; —'Acute', 'Obtuse' and 'Reflex')



ہم نے دیکھا کہ زاویہ قائمہ اور زاویہ مستقیم سے ہمارا کیا مطلب ہے جب کہ ہم اپنے اردگرد جو مختلف زاویے دیکھتے ہیں وہ صرف دو طرح کے ہی نہیں ہوتے ہیں۔ ایک سیڑھی جو زاویہ دیوار یا فرش کے ساتھ بناتی ہے وہ نہ تو زاویہ قائمہ ہے اور نہ ہی زاویہ مستقیم۔



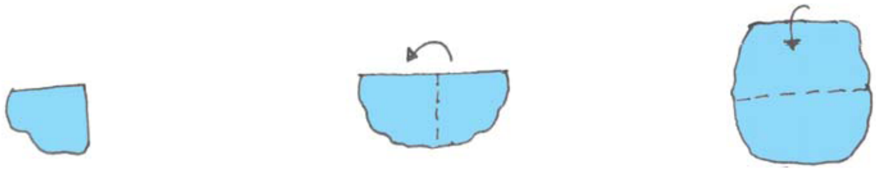
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

کیا یہ زاویے، زاویہ قائمہ سے چھوٹے ہوتے ہیں؟

کیا یہ زاویے زاویہ قائمہ سے بڑے ہوتے ہیں؟

کیا آپ نے کبھی کسی بڑھئی کی گُنیا دیکھی ہے یہ انگریزی حرف 'L' کی طرح ہوتی ہے۔ وہ اس کو زاویہ قائمہ کی جانچ کرنے کے لیے استعمال کرتا ہے۔ زاویہ قائمہ کو ناپنے کے لیے ایک ایسا ہی آلہ آپ بھی بنائیے۔

اسے کیجیے



مرحلہ 1 ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجیے	مرحلہ 2 اس کو بیچ میں موڑیے	مرحلہ 3 اس کو پھر سیدھے کنارے سے موڑیے

آپ کا آلہ تیار ہے۔ آپ اپنا بنایا ہوا زاویہ قائمہ کا آلہ (Right angle Tester) دیکھیے (کیا ہم اس کو زاویہ قائمہ آلہ (R. A. Tester) کہہ سکتے ہیں۔) کیا ایک کنارہ دوسرے کنارے پر سیدھا ختم ہوتا ہے۔

مان لیجیے آپ کو ایک کثیر کونوں والی شکل دی گئی ہے آپ ہر کونے کے زاویے کو اپنے RA آلہ سے ناپ سکتے ہیں۔

کیا یہ کنارے ایک کاغذ کے زاویوں سے ملتے ہیں؟ اگر ہاں تو اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ یہ سبھی زاویہ قائمہ ہی ہیں۔

کوشش کیجیے

1۔ ایک گھڑی کے گھنٹے کی سوئی 12 سے 5 تک جاتی ہے۔ کیا گھنٹے کی اس سوئی کا چکر ایک زاویہ قائمہ سے زیادہ ہے؟

2۔ جب گھڑی کی سوئی 5 سے 7 پر جاتی ہے تو اس سے بننے والا زاویہ کیسا دکھتا ہے۔ کیا طے کیا ہوا زاویہ ایک زاویہ قائمہ سے زیادہ ہے۔

3۔ مندرجہ ذیل زاویے بنایے اور ان کو اپنے R.A.tester سے ناپیے:

(a) 12 سے 2 تک جاتے ہوئے۔ (b) 6 سے 7 تک جاتے ہوئے۔

(c) 4 سے 8 تک جاتے ہوئے۔ (d) 2 سے 5 تک جاتے ہوئے۔

4۔ کونے والی پانچ مختلف شکلیں لیجیے۔ کونوں کو کچھ نام لکھیے۔ اپنے ٹیسٹر (Tester) سے اس کا معائنہ کیجیے اور اپنے نتیجوں کو جدول میں ہر شکل کے لیے بھریے۔

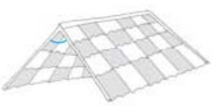
بڑا ہے	چھوٹا ہے	کونے
....	....	A
....	....	B
....	....	C
		⋮

دوسرے نام (Other Names)

- زاویہ قائمہ سے چھوٹے زاویہ کو زاویہ حادہ کہتے ہیں۔ درج ذیل زاویہ حادہ ہیں۔

کھلی ہوئی کتاب

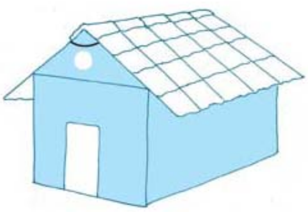
جھولا (See - Saw)


چھت کا اوپری سرا

کیا آپ نے دیکھا کہ ان میں ہر شکل مکمل گردش کے ایک چوتھائی حصہ سے کم ہے۔ اس کا معائنہ اپنے ز۔ق آلہ سے کیجیے۔

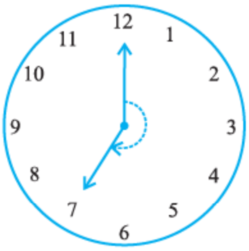
- اگر ایک زاویہ، زاویہ قائمہ سے بڑا ہو لیکن زاویہ مستقیم سے چھوٹا ہو تو اس کو زاویہ منفرجہ کہتے ہیں۔ یہ زاویہ منفرجہ ہیں۔

کتاب پڑھنے کی میز


گھر

کیا آپ نے دیکھا کہ ان میں سے ہر ایک، مکمل 'گردش' کی ایک چوتھائی سے تو بڑا ہے مگر آدھے سے کم ہے؟ آپ کا آر۔اے۔ ٹیسٹر (R.A.Tester) اس کو جانچنے میں آپ کی مدد کرے گا۔

پہلے دی گئی مثالوں میں بھی زاویہ منفرجہ کو پہچانیے۔



- زاویہ معکوس مستقیم سے بڑا ہوتا ہے۔
یہ کچھ اس طرح کا ہوتا ہے۔ (زاویہ کے نشان کو دیکھیے)
پہلے بنائی ہوئی شکلوں میں کیا کوئی زاویہ معکوس ہے؟
آپ ان کی جانچ کیسے کریں گے؟

کوشش کیجیے

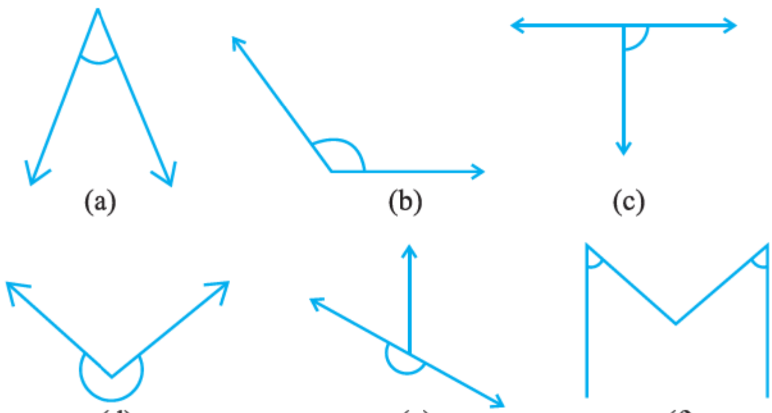
1۔ اپنے ارد گرد دیکھیے اور کونوں کے ان کناروں کو پہچانیے جن کو بڑھانے سے زاویے بنتے ہیں۔ ایسی دس صورتیں لکھیے۔
2۔ ایسی دس صورتیں لکھیے جہاں زاویہ حادہ بنتے ہوں۔
3۔ ایسی دس صورتیں لکھیے جہاں زاویہ قائمہ بنتے ہوں۔
4۔ ایسی پانچ صورتیں لکھیے جہاں زاویہ منفرجہ بنتے ہوں۔
5۔ ایسی پانچ صورتیں لکھیے جہاں زاویہ معکوس بنتے ہوں۔

مشق 5.3

1۔ درج ذیل سے مناسب جوڑے ملائیے:

(i) زاویہ مستقیم	(a) ایک گردش کے ایک چوتھائی سے کم
(ii) زاویہ قائمہ	(b) آدھی گردش سے زیادہ
(iii) زاویہ حادہ	(c) ایک گردش کا آدھا
(iv) زاویہ منفرجہ	(d) ایک گردش کا ایک چوتھائی
(v) زاویہ معکوس	(e) ایک گردش کے $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{2}$ کے درمیان کا
	(f) ایک مکمل گردش

2۔ درج ذیل میں ہر ایک زاویہ کی درجہ بندی زاویہ منفرجہ، زاویہ قائمہ، زاویہ مستقیم یا زاویہ معکوس کے تحت کیجیے۔



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

5.5 زاویوں کی پیمائش کرنا (Measuring Angles)

اپنے بنائے گئے زاویہ، قائمہ کے آلہ سے ہم دوسرے زاویوں سے قائمہ کا موازنہ کرسکتے ہیں۔ ہم زاویوں کی درجہ بندی زاویہ حادہ، زاویہ منفرجہ یا زاویہ معکوس کے طور پر کرسکتے ہیں۔

لیکن یہ موازنہ ہمیشہ ٹھیک نہیں ہوتا اس سے یہ نہیں معلوم کیا جاسکتا کہ دو زاویہ منفرجہ میں کون سا زاویہ بڑا ہے۔ اس لیے زیادہ بہتر موازنے کے لیے ہمیں ان زاویوں کو ناپنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ یہ کام ہم چاندے کی مدد سے کرتے ہیں۔

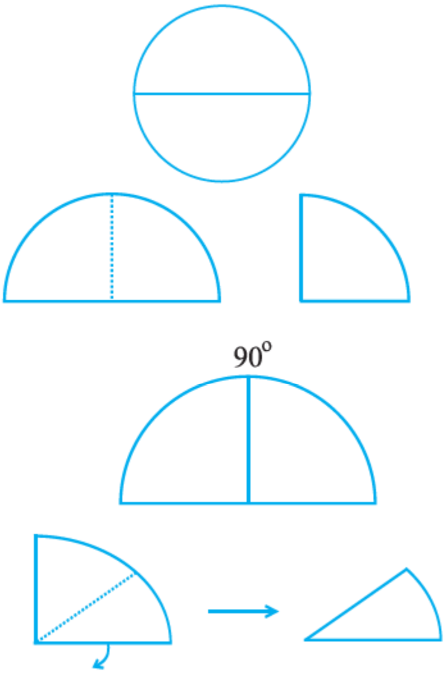
زاویے کی پیمائش (The measure of angle)

ہم اپنی پیمائش کو ڈگری پیمائش کہتے ہیں۔ ایک مکمل گردش کو 360° حصوں میں بٹی ہے۔ ہر حصہ ایک ڈگری ہے۔ ہم تین سو ساٹھ ڈگری کو 360° لکھتے ہیں۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

آدھی گردش میں کتنی ڈگری ہوتی ہیں؟ ایک زاویہ قائمہ میں کتنی ڈگری ہوتی ہیں؟ اور ایک زاویہ مستقیم میں کتنے زاویے قائمہ مل کر 180° بناتے ہیں؟ اور کتنے زاویہ قائمہ مل کر 360° بناتے ہیں۔

اسے کیجیے



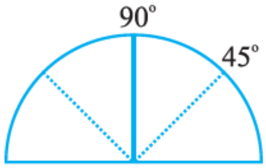
1۔ ایک گول کاغذ لیجیے یا ایک بڑی چوڑی لیکر اس کے مطابق کاغذ کاٹ لیجیے۔

2۔ اس کاغذ کو دوبار موڑیے جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

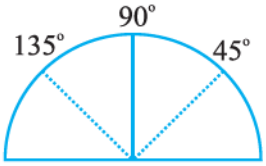
3۔ اب آپ اسے کھولیے آپ کو دائرہ کے دو برابر حصے نظر آئیں گے۔ اسے نصف دائرہ کہتے ہیں یہ وسط میں مڑا ہوا ہوگا۔ اس شکن پر 90° کا نشان لگائیے۔

4۔ نصف دائرہ کو موڑ کر ربع بنائیے۔ اب اس ربع کو ایک بار پھر موڑیے جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔ اب جو زاویہ بنا وہ 90° کا آدھا ہے یعنی 45°۔

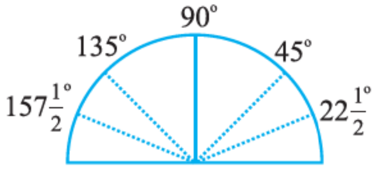
5۔ اب اسے کھولیے۔ دونوں طرف ایک ایک شکن نظر آئے گی۔ پہلی نئی شکن پر کون سا زاویہ بنا۔ خط قاعدہ پر داہنی طرف والے شکن پر 45° لکھیے۔



6۔ دوسری طرف کے شکن تک بنے والا زاویہ 90° + 45° = 135° کا ہوگا۔



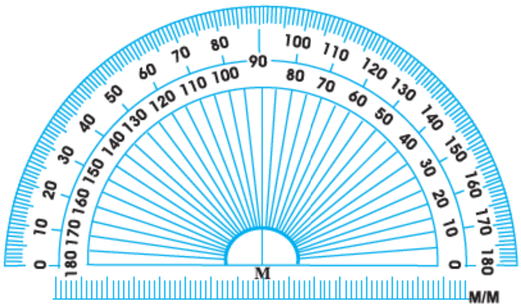
7۔ کاغذ کو پھر 45° کا آدھا کیجیے۔ اس طرح دائیں جانب کا زاویہ 45° کا آدھا یعنی $22\frac{1}{2}^\circ$ کا ہے اور 135° کے بائیں جانب والا زاویہ $157\frac{1}{2}^\circ$ کا ہوگا۔



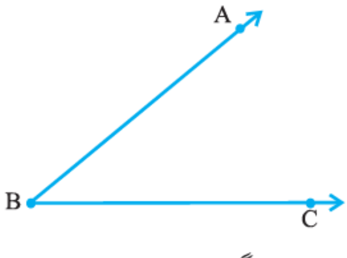
زاویوں کو ناپنے کے لیے آپ کے پاس اپنا آلہ تیار ہوگیا۔ یہ تقریباً چاندے جیسا ہی ہے۔

چاندہ (The Protractor)

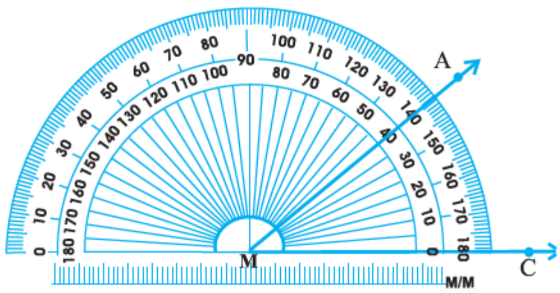
آپ کے جیومیٹری باکس میں ایک تیار شدہ 'چاندہ' موجود ہے۔ گولائی والا کنارہ 180° برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ ہر حصہ ایک ڈگری کے برابر ہے۔ یہ نشانات دائیں طرف 0° سے شروع ہو کر بائیں طرف 180° پر ختم ہوں گے۔ اور اس کے برعکس دوسری طرف بھی۔



مان لیجیے آپ ایک زاویہ ABC کی پیمائش کرنا چاہتے ہیں۔



دیا گیا زاویہ ABC



زاویہ ABC کی پیمائش

1۔ چاندے کو زاویہ پر اس طرح رکھتے ہیں کہ اس کے سیدھے کنارے کا وسطی نقطہ (شکل میں M) دیے گئے زاویہ کے راس B پر رہے۔

2۔ چاندے کو اس طرح رکھئے کہ چاندے کا سیدھا کنارہ $\overrightarrow{BC}$ پر پوری طرح منطبق ہو جائے۔

3۔ چاندے پر دو 'پیمانے' بنے ہوئے ہوتے ہیں۔ آپ کو وہ پیمانہ پڑھنا ہے جس میں $0°$ کا نشان زاویہ کے ایک ضلع پر پڑتا ہے (یعنی $\overrightarrow{BC}$ کے ساتھ)

4۔ چاندے کے گولائی والے کنارے پر بنے ہوئے نشانات میں سے جس نشان پر شعاع $\overline{BA}$ پڑے گی وہی اس زاویے کی پیمائش ہوگی۔

اس کو ہم اس طرح لکھتے ہیں $m\angle ABC = 40°$ یا صرف $\angle ABC=40°$۔

مشق 5.4

1۔ درج ذیل زاویوں کی پیمائش بتایئے:

(a) زاویہ قائمہ (b) زاویہ مستقیم

2۔ بتایئے مندرجہ ذیل کون سے بیانات درست ہیں اور کون سے غلط؟

(a) زاویہ حادہ کی پیمائش $90°$ سے کم ہوتی ہے۔

(b) زاویہ منفرجہ کی پیمائش $90°$ سے کم ہوتی ہے۔

(c) زاویہ معکوس کی پیمائش $180°$ سے زیادہ ہوتی ہے۔

(d) ایک مکمل گردش کی پیمائش $360°$ کے برابر ہے۔

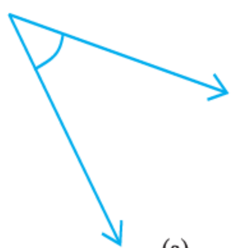
(e) اگر $m\angle A = 53°$ اور $m\angle B = 35°$ تو $m\angle A > m\angle B$

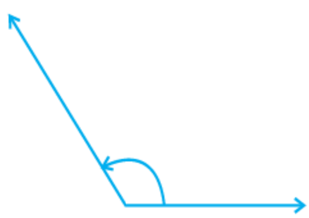
3۔ پیمائش کیجیے۔

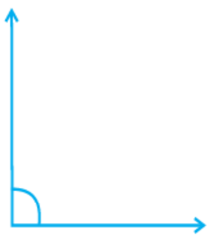
(a) کچھ زاویہ حادہ کی (b) کچھ زاویہ منفرجہ کی

(دونوں کی دو دو مثالیں دیجیے)

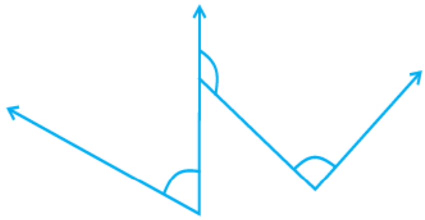
4۔ چاندے کے استعمال سے درج ذیل زاویوں کی پیمائش لکھیے۔


(a)

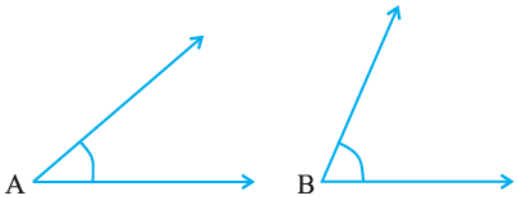

(b)



(c)



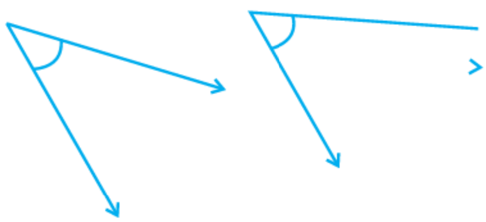
(d)



5۔ مندرجہ ذیل زاویوں میں سے کس کی پیمائش زیادہ ہے پہلے اندازہ لگایئے اور پھر ناپیے۔

زاویہ A کی پیمائش=

زاویہ B کی پیمائش=



6۔ ان دو زاویوں میں کون سے زاویہ کی پیمائش زیادہ ہے؟ پہلے اندازہ لگایئے اور پھر ناپ کر ان کی تصدیق کیجیے۔

7۔ مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو زاویہ حادہ، زاویہ منفرجہ، زاویہ قائمہ یا زاویہ مستقیم سے پر کیجیے۔

(a) ایسا زاویہ جس کی پیمائش زاویہ قائمہ سے کم ہو ____________ کہلاتا ہے۔

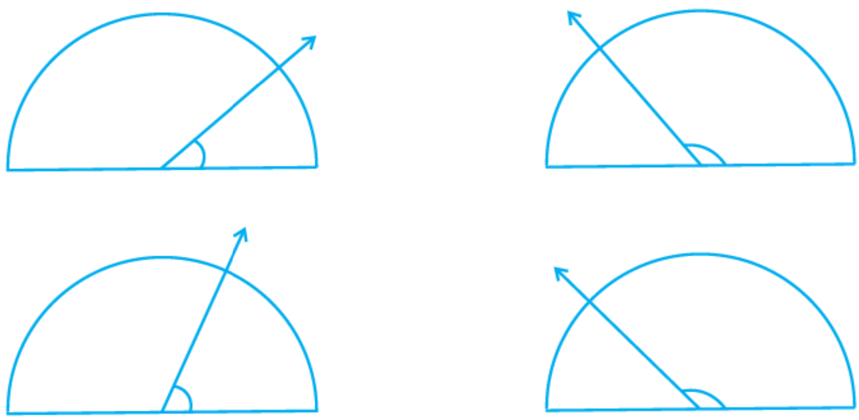
(b) ایسا زاویہ جس کی پیمائش زاویہ قائمہ سے زیادہ ہو ____________ کہلاتا ہے۔

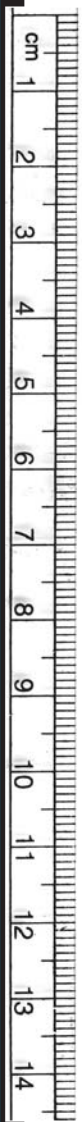
(c) ایسا زاویہ جس کی پیمائش دو زاویہ قائمہ کے جمع کے برابر ہو ____________ کہلاتا ہے۔

(d) اگر دو زاویوں کی پیمائش کا جمع ایک زاویہ قائمہ کے برابر ہے تو ان میں سے ہر ایک زاویہ ____________ کہلاتا ہے۔

(e) اگر دو زاویوں کی پیمائش کا جمع ایک زاویہ مستقیم کے برابر ہے تو ان میں سے ایک ____________۔

8۔ مندرجہ ذیل ہر شکل میں دکھائے گئے زاویہ کی پیمائش بتایئے (پہلے دیکھ کر اندازہ لگایئے اور پھر چاندے کی مدد سے اصل پیمائش معلوم کیجیے۔





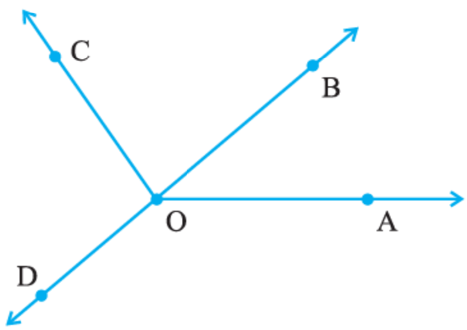
9۔ مندرجہ ذیل ہر شکل میں گھڑی کی دونوں سوئیوں کے درمیان بنے زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے :

6.00 شام	1.00 بجے دوپہر	9..00 بجے صبح

10۔ تلاش کیجیے:

دی گی شکل میں چاند °30 ظاہر کر رہا ہے۔ اس شکل کو ایک تکبیری شیشہ (Magnifying Glass) (کسی چیز کی ظاہر جسامت کو بڑھا کر دکھانے والا آلہ) کی مدد سے دیکھئے۔کیا یہ زاویہ بڑا ہو جاتا ہے؟ کیا اس کی پیمائش بدل جاتی ہے؟

11۔ درج ذیل ہر زاویہ کی پیمائش کیجیے اور ان کی درجہ بندی کیجیے۔



زاویہ	پیمائش	قسم
$\angle AOB$		
$\angle AOC$		
$\angle BOC$		
$\angle DOC$		
$\angle DOA$		
$\angle DOB$		

5.6 عمودی خطوط (Perpendicular Lines)

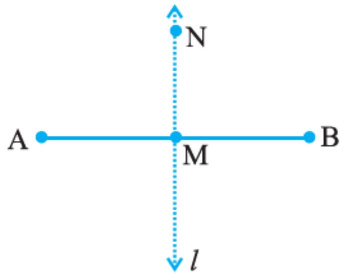
جب دو خطوط ایک دوسرے کو اس طرح کاٹیں کہ ان کے درمیان بننے والا زاویہ، زاویہ قائمہ ہو تو یہ دونوں خطوط 'عمودی خطوط' کہلاتے ہیں۔ اگر خط AB خط CD پر 'عمود' ہے تو ہم اس کو لکھتے ہیں $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ ۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

اگر $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ تو کیا ہم اس کو $CD \perp AB$ بھی کہہ سکتے ہیں؟

ہمارے اردگرد کے عمود! (Perpendiculars around us!)

آپ اپنے اردگرد سے عمودی خطوط کی بہت سی مثالیں دے سکتے ہیں۔ ان میں سے ایک مثال انگریزی حرف T ہے۔ کیا انگریزی کا کوئی اور حرف بھی عمودی خطوط کی مثال پیش کرسکتا ہے؟



پوسٹ کارڈ کے کناروں کو دھیان سے دیکھیے کیا یہ کنارے عمودی خطوط ہیں؟

ایک $\overline{AB}$ بنائیے۔ اس کے وسطی نقطہ کو M سے ظاہر کیجیے۔ $\overline{AB}$ کے نقطہ M پر ایک عمودی خط بنائیے۔

کیا $\overleftrightarrow{MN}$، $\overline{AB}$ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کر رہا ہے؟

کیا $\overleftrightarrow{MN}$، $\overline{AB}$ پر عمود ہے؟

($\overleftrightarrow{MN}$، $\overline{AB}$ کا ناصف ہے یعنی اس کو دو برابر حصوں میں تقسیم کر رہا ہے اور یہ $\overline{AB}$ پر عمود بھی ہے۔)

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ $\overleftrightarrow{MN}$، $\overline{AB}$ کا 'عمودی ناصف' (Perpendicular bisector) ہے۔ ان کو بنانے کے طریقے آپ آگے سیکھیں گے۔

مشق 5.5

1۔ مندرجہ ذیل میں سے کون سے عمودی خطوط کی مثالیں ہیں:

(a) میز کی سطح کے متصل کنارے۔

(b) ریل کی پٹری کی لائنیں۔

(c) حرف 'L' کو بنانے والے قطعات

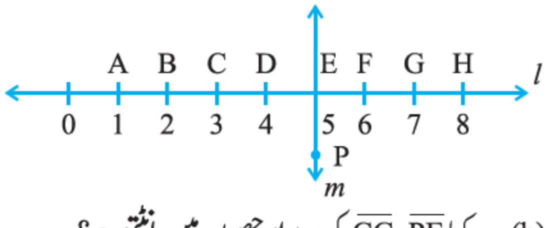
(d) حرف V

2۔ اگر $\overline{PQ}$، $\overline{XY}$ پر عمود ہے۔ اور اگر $\overline{PQ}$ اور $\overline{XY}$ ایک دوسرے کو نقطہ A پر کاٹتے ہوں تو $\angle PAY$ کی پیمائش کیا ہے؟

3۔ آپ کے جیومیٹری بکس میں دو سیٹ اسکوائر ہیں۔ ان کے کونوں پر بننے والے زاویوں کی پیمائش کیا ہے؟ کیا ان میں سے کسی زاویہ کی پیمائش ایسی ہے جو دونوں میں مشترک ہو؟

4۔ ڈائیگرام کو پڑھیے۔ خط l خط m پر عمود ہے۔

(a) کیا $CE = EG$ ہے؟



(b) کیا $\overline{PE}$، $\overline{CG}$ کو دو برابر حصوں میں بانٹتی ہے؟

(c) ایسے دو قطعہ خط بتائیے جن کے لیے PE عمودی ناصف ہو۔

(d) کیا درج ذیل درست ہیں؟

(i) AC > FG

(ii) CD = GH

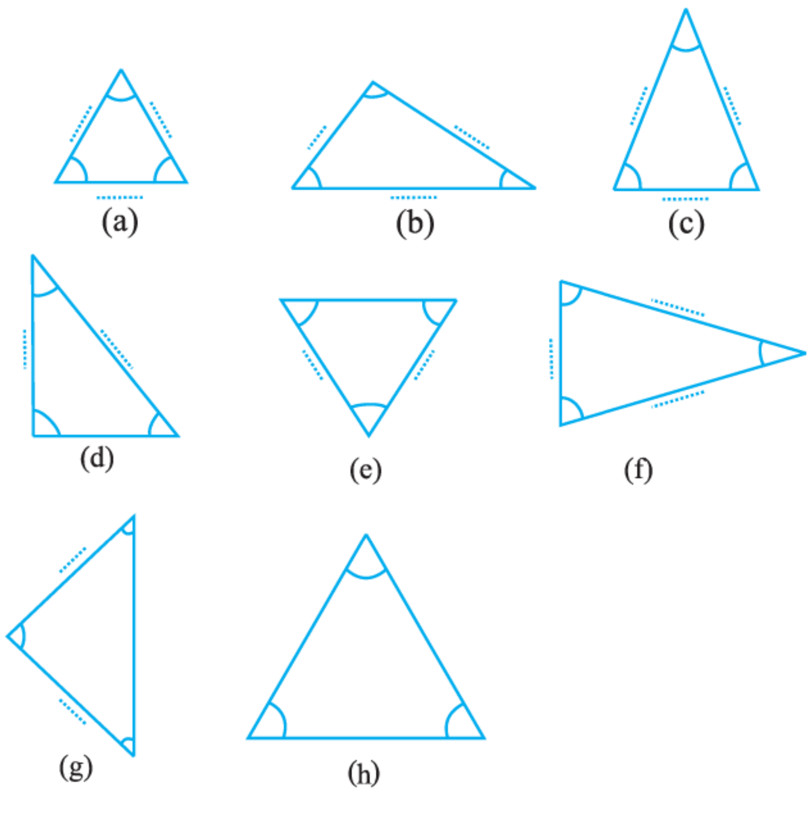
(iii) BC < EH

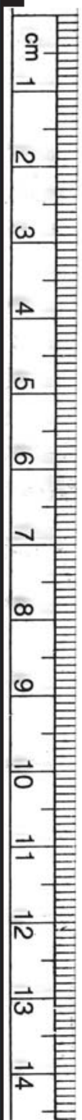
5.7 مثلث کی درجہ بندی (Classification of Triangles)

کیا آپ کو سب سے کم ضلعوں والا کثیر ضلعی یاد ہے؟ یہ ایک مثلث ہے۔ آیئے اب ہم مختلف قسم کے مثلث پر غور کریں۔

اسے کیجیے

آپ زاویے کی پیمائش لکھنے کے لیے چاندہ کا استعمال اور مثلث کے اضلاع کی لمبائیوں کو ناپنے کے لیے پیمانہ کا استعمال کیسے کرتے ہیں۔ نیچے دی گئی جدول میں خالی جگہوں میں پیمائش لکھیے۔



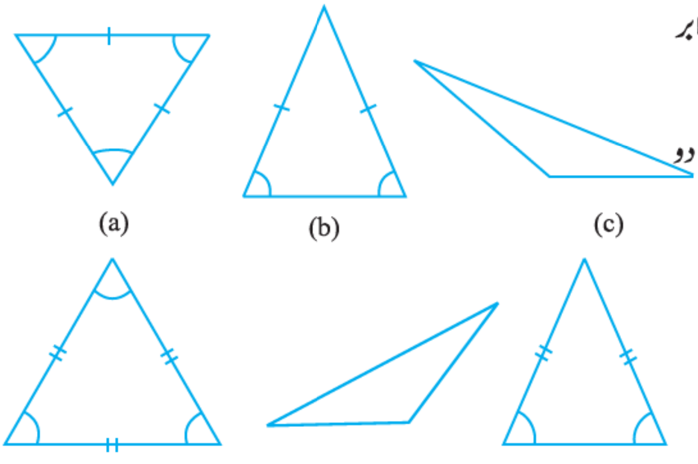


مثلث کے زاویوں کی پیمائش	آپ زاویوں کے بارے میں کیا کہیں گے؟ تمام زاویہ برابر ہیں	ضلعوں کی پیمائش
(a) 60°، .....60°، .....60°	سبھی زاویے برابر ہیں	
(b) ....، ....،	.........زاویہ ....،	
(c) ....، ....،	.........زاویہ ....،	
(d) ....، ....،	.........زاویہ ....،	
(e) ....، ....،	.........زاویہ ....،	
(f) ....، ....،	.........زاویہ ....،	
(g) ....، ....،	.........زاویہ ....،	
(h) ....، ....،	.........زاویہ ....،	

زاویوں ،مثلثوں اور ان کے ساتھ ساتھ ضلعوں کی پیمائش کا مشاہدہ کیجیے۔ کیا ان میں کچھ خاص بات ہے؟

آپ نے کیا پایا؟ (What do you find?)

- مثلث جن میں تمام زاویے برابر ہوں۔
  اگر مثلث کے تمام زاویے برابر ہوں تو ان کے ضلعے بھی.......................
- مثلث جن میں تمام اضلاع برابر ہوں۔
  اگر مثلث کے تمام اضلاع برابر ہیں تو ان کے زاویے بھی.......................
- مثلث جن کے دو زاویے اور دو ضلعے برابر ہوتے ہیں۔
  اگر مثلث کے دو ضلعے برابر ہیں تو اس کے ....زاویے بھی برابر ہوتے ہیں۔
- مثلث جن کے کوئی دو ضلع برابر نہیں ہوتے ہیں۔
  اگر مثلث کے کوئی بھی دو زاویے برابر نہیں تو ان کے کوئی بھی دو ضلعے برابر نہیں ہوں گے۔
  اگر مثلث کے تینوں ضلع برابر نہیں ہیں تو اس کے تینوں زاویے بھی......



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

کچھ اور مثلث لیجیے اور ان کی تصدیق کیجیے۔ اس کے لیے ہم کو پھر سے سبھی ضلعوں کی لمبائی ناپنے اور سبھی زاویوں کی پیمائش کرنے کی ضرورت ہوگی۔

اضلاع کی لمبائی اور زاویوں کی پیمائش کے مطابق۔

مثلثوں کی درجہ بندی کی گئی ہے اور ان کو خاص نام دیے گئے ہیں۔

اضلاع کی بنیاد پر مثلثوں کے نام (Naming Triangles Based on Sides)

مثلث جن کے تینوں اضلاع غیر مساوی ہوں **مختلف ضلعی مثلث** (Scalene Triangle) کہلاتے ہیں۔

مثلث جن کے دو اضلاع مساوی ہوں **مساوی الساقین مثلث** (Isosceles Triangle) کہلاتے ہیں۔

مثلث جن کے تینوں اضلاع مساوی ہوں **مساوی ضلعی مثلث** (Equilateral Triangle) کہلاتے ہیں۔

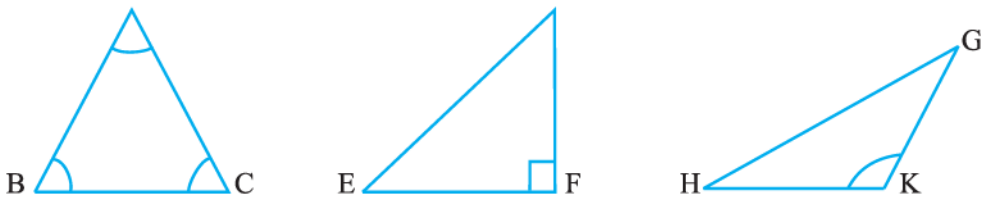
اب تک آپ نے جتنے بھی مثلثوں کے اضلاع کو ناپا ہے ان کی درجہ بندی ان تعریفوں کا استعمال کرتے ہوئے کیجیے۔

زاویوں کی بنیاد پر مثلثوں کے نام (Naming Triangles Based on Angles)

اگر ایک مثلث کے سبھی زاویے 90° سے کم ہوں تو حادہ زاوی مثلث (Acute angled triangle) کہلاتا ہے۔

اگر ایک مثلث کا کوئی ایک زاویہ، زاویہ قائمہ ہو، تو یہ قائمہ زاوی مثلث (Right angled triangle) کہلاتا ہے۔

اگر ایک مثلث کا کوئی ایک زاویہ 90° سے بڑا ہو تو یہ منفرجہ زاوی مثلث (Obtuse angled triangle) کہلاتا ہے۔



حادہ زاوی مثلث   قائمہ زاوی مثلث   منفرجہ زاوی مثلث

اب تک آپ نے جتنے بھی مثلثوں کے زاویے کو ناپا ہے ان کی درجہ بندی ان تعریفوں کا استعمال کرتے ہوئے کیجیے۔ ان میں سے کتنے قائمہ مثلث ہیں؟

اسے کیجیے

درج ذیل کے خاکے بنانے کی کوشش کیجیے:

(a) حادہ زاوی مختلف ضلعی مثلث۔

(b) منفرجہ زاوی مساوی الساقین مثلث۔

(c) قائمہ زاوی مساوی الساقین مثلث۔

(d) قائمہ زاوی مختلف ضلعی مثلث۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ مندرجہ ذیل کا خاکہ بنانا ممکن ہے:

(a) منفرجہ زاوی مساوی الاضلاع مثلث؟

(b) قائمہ زاویہ مساوی الاضلاع مثلث؟

(c) مثلث جس میں دو زاویہ قائمہ ہوں؟

سوچیے، بحث کیجیے اور اپنے نتائج لکھیے۔

مشق 5.6

1۔ مندرجہ ذیل مثلث کی قسمیں لکھیے:

(a) ایک مثلث جس کے ضلعوں کی لمبائی 7 سینٹی میٹر، 8 سینٹی میٹر اور 9 سینٹی میٹر ہوں۔

(b) ΔABC جس میں $AB = 8.7$ سینٹی میٹر، $AC = 7$ سینٹی میٹر اور $BC = 6$ سینٹی میٹر۔

(c) ΔPQR جس میں $PQ = QR = PR = 5$ سینٹی میٹر ہوں۔

(d) ΔDEF جس میں $m\angle D = 90^\circ$

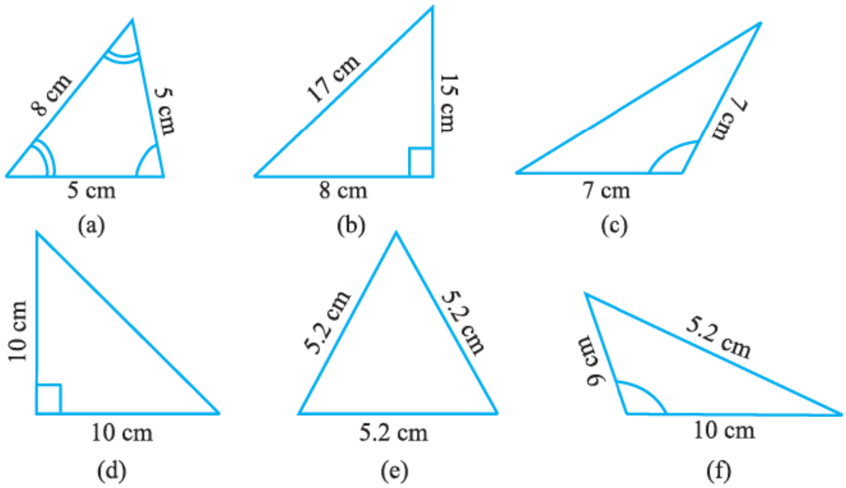
(e) ΔXYZ جس میں $m\angle Y = 90^\circ$ اور $XY = YZ$

(f) ΔLMN جس میں $m\angle L = 30^\circ$، $m\angle M = 70^\circ$ اور $m\angle N = 80^\circ$۔

2۔ مندرجہ ذیل میں جوڑے ملائیے:

مثلث کی پیمائش	**مثلث کی قسم**
(i) تینوں ضلعے برابر لمبائی کے ہوں	(a) مختلف ضلعی مثلث
(ii) دو ضلعے برابر لمبائی کے ہوں	(b) قائمہ زاوی مساوی الساقین مثلث
(iii) تمام ضلعے مختلف لمبائی کے ہوں	(c) منفرجہ زاوی مثلث
(iv) تینوں زاویے، زاویہ حادہ ہوں	(d) قائمہ زاوی مثلث
(v) ایک زاویہ قائمہ ہو	(e) مساوی ضلعی مثلث
(vi) ایک زاویہ منفرجہ ہو	(f) حادہ زاوی مثلث
(vii) ایک زاویہ قائمہ اور دو ضلعے برابر لمبائی کے ہوں۔	(g) مساوی الساقین مثلث

3۔ مندرجہ ذیل مثلث کے نام دو مختلف طریقوں سے لکھیے (آپ زاویہ کی قسم کا صرف دیکھ کر بھی اندازہ لگا سکتے ہیں؟)



4۔ ماچس کی تیلیوں کا استعمال کرتے ہوئے مثلث بنانے کی کوشش کیجیے۔ کچھ نمونے یہاں دکھائے گئے ہیں۔

کیا آپ ایک مثلث بنا سکتے ہیں؟

(a) 3 ماچس کی تیلیوں کی مدد سے

(b) 4 ماچس کی تیلیوں کی مدد سے

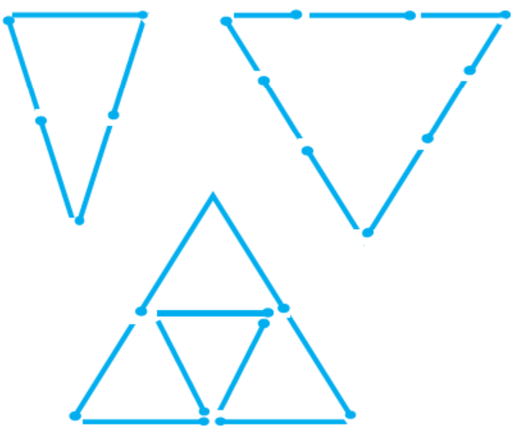
(c) 5 ماچس کی تیلیوں کی مدد سے

(d) 6 ماچس کی تیلیوں کی مدد سے

(یاد رکھیے آپ کو ہر بار مثلث بنانے میں دی گئی ماچس کی تمام تیلیاں استعمال کرنی ہوں گی)۔

ہر مثلث کی قسم بھی بتائیے۔

اگر آپ مثلث نہیں بنا پاتے تو اس کی وجہ بھی سوچیے۔

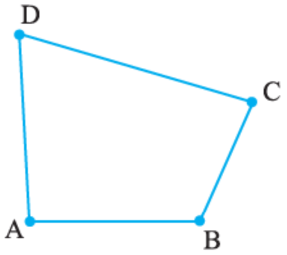


5.8 چار ضلعی (Quadrilateral)

اگر آپ کو یاد ہو تو چوکور ایک ایسا کثیر ضلع ہوتا ہے جس کے چار ضلع ہوتے ہیں۔

اسے کیجیے

1۔ دو تیلیوں کو ایسے رکھیے کہ ان کے آخری سرے ایک دوسرے سے جڑیں۔
اب آپ ایسی ہی دو تیلیوں کے جوڑے کے کھلے سروں کو پہلی جوڑی کی تیلیوں کے کھلے سرے سے ملائیے۔



یہ گھری ہوئی شکل کیا ہے؟

یہ ایک چوکور ہے جیسا کہ آپ یہاں دیکھ رہے ہیں۔

اس چوکور کے چار زاویے ہیں۔ $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، ______ ، ______

انھیں ہم $\angle DCB$ ، $\angle ADC$ ، $\angle BAD$ کہتے ہیں۔

ایک وتر $\overline{BD}$ ہے تو دوسرا کون سا ہے؟

ضلعوں اور وتروں کی لمبائی معلوم کیجیے اور اس کے سبھی زاویوں کو بھی ناپیے ۔

2۔ چار مختلف لمبائی کی تیلیوں کو اسی طرح استعمال کرتے ہوئے جیسا کہ آپ اوپر کر چکے ہیں کیا آپ ایک ایسا چوکور بنا سکتے ہیں جس میں:

(a) چاروں زاویے، زاویہ حادہ ہوں۔

(b) ایک زاویہ، زاویہ منفرجہ ہو۔

(c) ایک زاویہ، زاویہ قائمہ ہو۔

(d) دو زاویہ، زاویہ منفرجہ ہوں۔

(e) دو زاویہ، زاویہ قائمہ ہوں۔

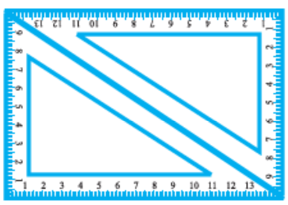
(f) جس کے دونوں وتر ایک دوسرے پر عمودی ہوں۔

اسے کیجیے

آپ کے جیومیٹری باکس میں دو سیٹ اسکوائر ہیں۔ ایک $90° - 60° - 30°$ سیٹ اسکوائر ، اور دوسرا $90° - 45° - 45°$ سیٹ اسکوائر۔

آپ اور آپ کا دوست دونوں یہ عمل کر سکتے ہیں۔

(a) آپ دونوں کے پاس $90° - 60° - 30°$ سیٹ اسکوائر کا ایک جوڑا ہے، شکل میں دکھائے گئے طریقے سے اس کو رکھیے۔

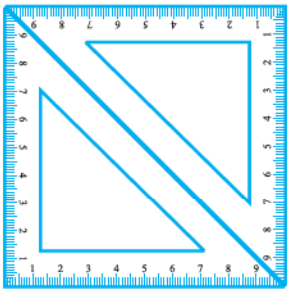


کیا آپ اس چار ضلعی کا نام بتا سکتے ہیں؟

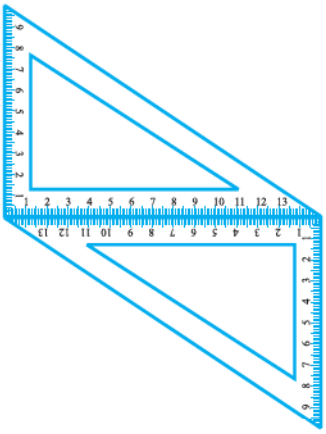
اس کے ہر زاویے کی پیمائش بتائیے؟

یہ چار ضلعی ایک مستطیل ہے۔

مستطیل کی ایک خصوصیت جو آپ دیکھ بھی سکتے ہیں، یہ ہے کہ اس کے بالمقابل ضلعے آپس میں برابر ہوتے ہیں۔ آپ اس کی اور کون سی دوسری خصوصیات معلوم کر سکتے ہیں؟

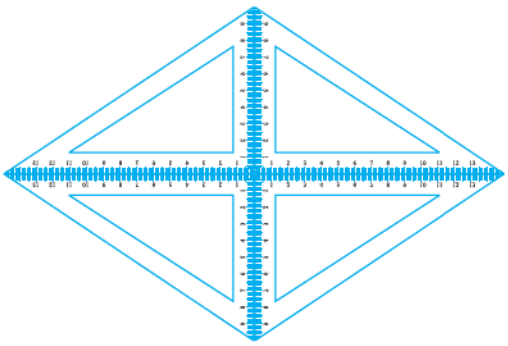


(b) اگر آپ °90–°45 –°45 کے سیٹ اسکوائر کے جوڑے کا استعمال کریں تو آپ کو ایک اور دوسرا چارضلعی بنا سکتے ہیں۔ یہ ایک مربع ہے کیا آپ دیکھ رہے ہیں کہ اس کے چاروں اضلاع برابر لمبائی کے ہیں؟ اس کے زاویوں اور وتر کے بارے میں کیا کہیں گے؟
مربع کی کچھ اور خصوصیات معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

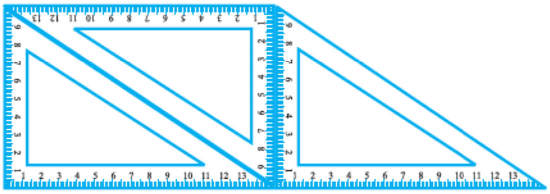


(c) اگر آپ °90 – °60 – °30 کے سیٹ اسکوائر کے ایک جوڑے کو مختلف حالت میں رکھیں گے تو آپ کو ایک **متوازی الاضلاع** (Parallelogram) ملے گا۔ کیا آپ نے دیکھا کہ اس کے
بالمقابل اضلاع متوازی ہیں؟
کیا بالمقابل ضلعے برابر بھی ہیں؟
کیا وتر بھی برابر ہیں؟

(d) اگر آپ چار °90 – °60 – °30 کے سیٹ اسکوائر کا استعمال کریں تو آپ کو ایک **معین** ملے گا۔



(e) اگر آپ کئی سیٹ اسکوائر کا استعمال کریں تو آپ کو کچھ اس طرح کی شکل ملے گی۔



اس میں ایک چارضلعی ہے جس کے دو مقابل ضلعوں کا جوڑا متوازی ہے۔
یہ ایک **منحرف** (Trapezium) ہے۔
مندرجہ ذیل خاکہ اپنی حاصل شدہ جانکاریوں کی مدد سے مکمل کیجیے۔

چار ضلعی	بالمقابل		تمام ضلعے برابر	بالمقابل زاویے برابر	وتر	
	ضلعے متوازی	برابر			برابر	عمودی
متوازی الاضلاع	ہاں	ہاں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں
مستطیل			نہیں			
مربع						ہاں
معین				ہاں		
منحرف		نہیں				

مشق 5.7

1۔ بتائیے مندرجہ ذیل کون سے بیانات درست ہیں اور کون سے غلط:

(a) مستطیل کا ہر زاویہ ایک زاویہ قائمہ ہے۔

(b) مستطیل کے بالمقابل ضلعوں کی لمبائی برابر ہوتی ہیں۔

(c) مربع کے وتر ایک دوسرے پر عمودی ہوتے ہیں۔

(d) معین کے تمام ضلعوں کی لمبائیاں آپس میں برابر ہوتی ہیں۔

(e) متوازی ضلاع کے تمام ضلعوں کی لمبائیاں آپس میں برابر ہوتی ہیں۔

(f) منحرف کے تمام ضلعے متوازی ہوتے ہیں۔

2۔ مندرجہ ذیل کی وجوہات بتائیے:

(a) مربع کو ایک خاص قسم کا مستطیل سمجھا جاسکتا ہے۔

(b) مستطیل ایک خاص قسم کا متوازی الاضلاع ہے۔

(c) مربع ایک خاص قسم کا معین ہے۔

(d) مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع سب چار ضلعی ہیں۔

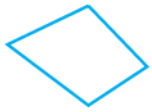
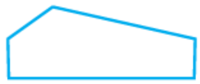
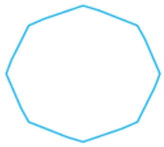
(e) مربع ایک متوازی الاضلاع ہے۔

3۔ اگر کسی شکل کے تمام اضلاع کی لمبائی آپس میں برابر ہو اور سبھی زاویوں کی پیائش آپس میں برابر ہو تو اس شکل کو منظّم (Regular) کہتے ہیں کیا آپ منظّم چار ضلعی کو پہچان سکتے ہیں۔

5.9 کثیر ضلع (Polygons)

ابھی تک آپ نے 3 یا 4 ضلع (جن کو بالترتیب مثلث یا چار ضلعی کے نام سے جانا جاتا ہے) کے بارے میں پڑھا ہے۔ آیئے اب ہم کثیر ضلعی کے تصور کو آگے بڑھاتے ہوئے اس میں اور زیادہ ضلعوں

کی تعداد والی شکلوں پر غور کرتے ہیں۔ ہم کثیر ضلعی کی ان کے ضلعوں کی تعداد کی بنیا د پر درجہ بندی کر سکتے ہیں

اشکال	نام	ضلعوں کی تعداد
	مثلث	3
	چار ضلعی	4
	پانچ ضلعی	5
	چھ ضلعی	6
	آٹھ ضلعی	8

آپ ان میں سے بہت شکلیں روزمرہ زندگی میں دیکھ سکتے ہیں۔ کھڑکیاں، دروازے، دیواریں، الماریاں، تختہ سیاہ، کاپیاں وغیرہ عام طور پر مستطیل نما ہوتی ہیں۔ زمین پر لگنے والی ٹائل بھی مستطیل نما ہوتے ہیں۔ مثلث اپنی خصوصی بناوٹ کی وجہ سے انجینئر نگ میں بہت مددگار ثابت ہوتے ہیں۔

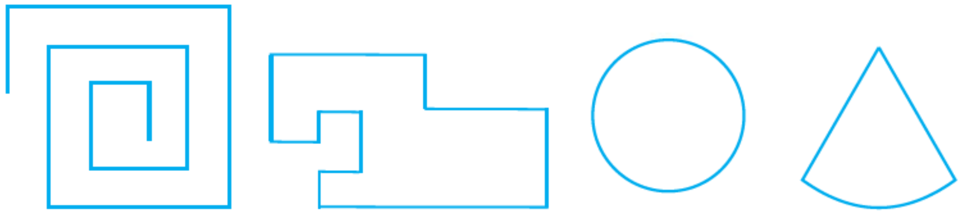
بناوٹوں میں مثلث کا استعمال

شہد کی مکھی اپنا گھر بنانے میں
چھ ضلعی کی اہمیت جانتی ہے

اپنے اردگرد ایک نظر ڈالیے اور معلوم کیجیے کہ یہ تمام شکلیں آپ کہاں دیکھ سکتے ہیں۔

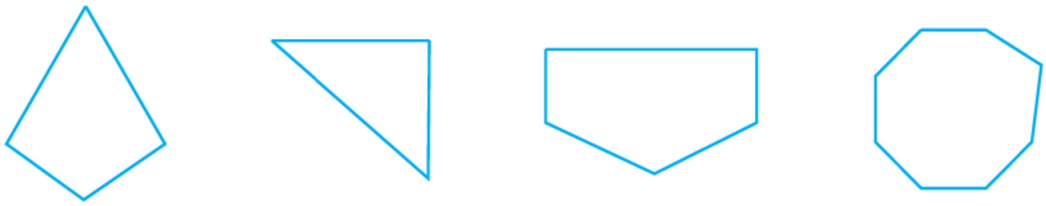
مشق 5.8

1۔ کیا مندرجہ ذیل کثیر ضلعی ہیں۔ اگر ان میں سے کوئی کثیر ضلعی نہیں ہے تو بتائیے کہ وہ کیوں نہیں ہے۔



(a) (b) (c) (d)

2۔ ہر ایک کثیر ضلعی کا نام بتائیے۔



(a) (b) (c) (d)

انھیں سے ہر ایک کے لیے دو دو مثالیں تیار کریں۔

3۔ ایک منظّم کثیر ضلعی کا رف خاکہ بنائیے۔ اس کی کوئی سی بھی تین راسوں کو ملا کر ایک مثلث بنائیے۔ اپنے بنائے گئے مثلث کی قسم بتائیے۔

4۔ منظّم آٹھ ضلعی کا ایک رف خاکہ بنائیے (آپ اگر چاہیں تو گراف پیپر استعمال کر سکتے ہیں) اور اس آٹھ ضلعی کے کوئی بھی چار راس کو ملا کر ایک مستطیل بنائیے۔

5۔ کثیر ضلعی کی کسی دو چوٹیوں کو ملانے والا قطع خط وتر ہوتا ہے اور یہ کثیر ضلعی کا ایک ضلع نہیں ہوتا ہے۔ ایک پانچ ضلعی کا رف (Rough) خاکہ بنائیے اور اس کے وتر بھی بنائیے۔

5.10 سہ ابعادی شکلیں (Three Dimensional Shapes)

یہاں کچھ شکلیں دی جا رہی ہیں جو آپ اپنی روز مرہ کی زندگی میں دیکھتے رہتے ہیں۔ یہ سبھی شکلیں ٹھوس (Solid) ہیں۔ یہ شکلیں 'سپاٹ' (Flat) نہیں ہیں۔

یہ ڈبہ ایک استوانہ ہے — آئس کریم ایک مخروط کی شکل میں ہے — گیند ایک کرہ ہے

یہ ایک ہرم (جمع اہرام) کی شکل ہے

لوڈو کا پانسا مکعب ہے

باکس ایک مکعب ہے

کرّہ (Sphere) سے ملتی جلتی پانچ چیزوں کے نام بتائیے۔

مخروط (Cone) سے ملتی جلتی پانچ چیزوں کے نام بتائیے۔

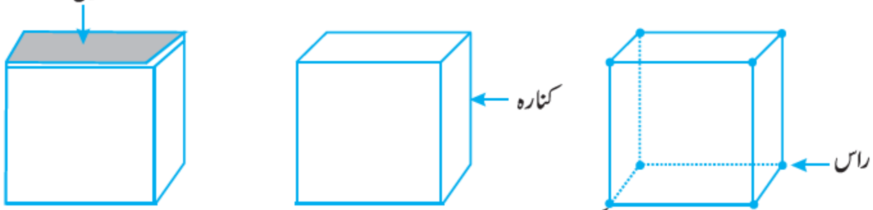
رخ، کنارے اور راس (Faces, Edges and Vertices)

سہ ابعادی شکلوں کو آپ اس وقت زیادہ بہتر طریقہ سے ظاہر کر سکتے ہیں جب آپ اس کے رخ، کنارے اور راسوں کو جانتے ہوں۔ رخ، کنارہ اور اس سے ہم کیا مراد لیتے ہیں؟

مثال کے طور پر ایک کعب کا مشاہدہ کیجیے۔

کعب کا ہر ضلع ایک سطح ہے جو رخ کہلاتا ہے۔

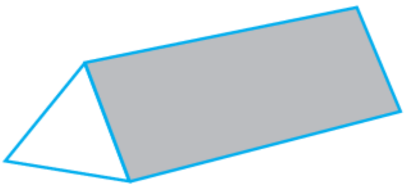
جب دو رخ ایک قطعہ خط پر ملتے ہیں تو اس کو کنارہ کہتے ہیں اور جس نقطہ پر تین کنارے ملتے ہیں اس کو راس کہتے ہیں۔



یہاں ایک منشور (Prism) کی تصویر دی گئی ہے۔

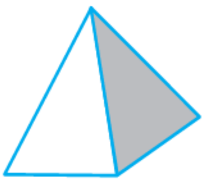
کیا آپ نے اس کو لیباریٹری میں دیکھا ہے؟

اس کا ایک رخ مثلث ہے اس لیے اس کو مثلثی منشور (Triangular Prism) کہتے ہیں۔



منشور کے مثلثی رخ کو اس کا قاعدہ بھی کہتے ہیں۔ ایک منشور کے دو مماثل قاعدے (Identical Bases) ہوتے ہیں اور باقی رخ متوازی الاضلاع ہوتے ہیں۔

اگر منشور کا قاعدہ مستطیل ہے تو وہ مستطیل نما منشور ہوگا۔ کیا آپ مستطیل نما منشور کا کوئی اور بھی نام بتا سکتے ہیں۔



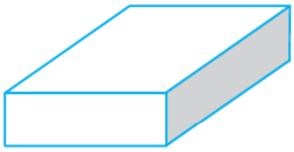
ہرم ایک ایسی شکل ہے جس کا صرف ایک ہی قاعدہ (Base) ہوتا ہے اور دوسرے سبھی رخ مثلث (Triangles) ہوتے ہیں۔

یہاں ایک مربع نما ہرم دیا گیا ہے۔ اس کا قاعدہ ایک مربع ہے۔ کیا آپ ایک مثلث نما ہرم کا تصور کرسکتے ہیں؟ اس کا ایک رف خاکہ بنانے کی کوشش کیجیے۔

استوانہ، مخروط اور کرہ کے کنارے سیدھے نہیں ہوتے۔ مخروط کا قاعدہ کیا ہوتا ہے؟ کیا یہ ایک دائرہ ہوتا ہے؟ استوانہ کے دو قاعدہ ہوتے ہیں۔ ان کی بناوٹ کیسی ہوتی ہے؟ کرہ کا کوئی رخ نہیں ہوتا ہے۔ اس کے بارے میں سوچیے۔

اسے کیجیے

1۔ کعب نما ایک مستطیل نما ڈبہ ہوتا ہے۔



اس کے چھ رخ ہوتے ہیں۔ ہر رخ کے 4 کنارے ہوتے ہیں۔

ہر رخ کے چار کونے ہوتے ہیں (جن کو راس کہتے ہیں)۔

2۔ کعب، ایک کعب نما کی طرح ہی ہوتا ہے۔

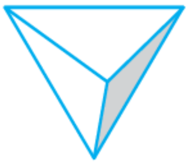
جس کے تمام ضلع برابر لمبائی کے ہوتے ہیں۔

اس کے __________ رخ ہوتے ہیں۔

ہر رخ کے __________ کنارے ہوتے ہیں

ہر رخ کے __________ راس ہوتے ہیں۔

3۔ مثلثی ہرم (Triangular Pyramid) کا قاعدہ مثلث ہوتا ہے۔ اس کو چار سطحی مجسم بھی کہتے ہیں۔

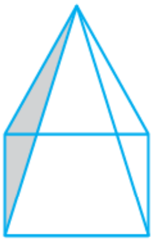


رخ : __________

کنارے : __________

کونے : __________

4۔ مربع ہرم (Square Pyramid) کا قاعدہ مربع ہوتا ہے۔

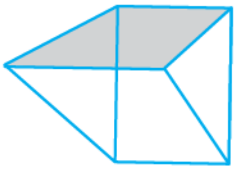


رخ : ____________

کنارے : ____________

کونے : ____________

5۔ مثلث نما منشور کی شکل عام طور پر عکس نما اور رخ مستطیل نما ہوتے ہیں۔ اس کا بیس اور اوپری سرا مثلث کی شکل کے ہوتے ہیں۔



رخ : ____________

کنارے : ____________

کونے : ____________

مشق 5.9

1۔ مندرجہ ذیل کو ملائیے:

(a) مخروط (i)

(b) کرّہ (ii)

(c) استوانہ (iii)

(d) کعب نما (iv)

(e) ہرم (v)

ہر شکل کی دو نئی مثالیں دیجیے:

2۔ درج ذیل کی بناوٹ کیسی ہے؟

(a) آپ کا جیومیٹری باکس؟ (b) ایک اینٹ؟

(c) ایک ماچس کی ڈبیہ؟ (d) ایک روڈ رولر؟ (e) ایک لڈو؟

ہم نے سیکھا؟

1۔ ایک قطعہ خط کے دو آخری نقطوں کے درمیان کا فاصلہ ہی اس قطعہ خط کی لمبائی کہلاتا ہے۔

2۔ قطعات خط کا موازنہ کرنے کے لیے پیمانہ اور ڈیوائڈر کا استعمال کارگر ہوتا ہے۔

3۔ جب گھڑی کی سوئی ایک ہندسہ سے دوسرے ہندسہ پر جاتی ہے تو یہ ایک زاویہ کی مثال پیش کرتی ہے۔ گھڑی میں سوئی کا ایک پورا چکر ایک مکمل گردش کہلاتا ہے۔

مکمل گردش کا $\frac{1}{4}$ حصہ زاویہ قائمہ کہلاتا ہے اور گردش کا $\frac{1}{2}$ حصہ زاویہ مستقیم۔

زاویہ کی پیمائش ہم چاندے کی مدد سے 'ڈگری' میں کرتے ہیں۔ زاویہ قائمہ کی پیمائش $90°$ ہے جب کہ زاویہ مستقیم کی پیمائش $180°$۔

اگر کسی زاویہ کی پیمائش زاویہ قائمہ سے کم ہو تو اس زاویہ کو زاویہ حادہ کہتے ہیں۔

اگر کسی زاویہ کی پیمائش زاویہ قائمہ سے زیادہ اور زاویہ مستقیم سے کم ہے تو اس زاویہ کو زاویہ منفرجہ کہتے ہیں۔

معکوس زاویہ، زاویہ مستقیم سے بڑا ہوتا ہے۔

4۔ دو قطع کرنے والے خطوط **عمودی خطوط** کہلاتے ہیں اگر ان کے درمیان کا زاویہ $90°$ ہے۔

5۔ کسی قطعہ خطہ کا عمودی ناصف اس قطعہ خط پر نہ صرف عمودی ہوتا ہے بلکہ اس کو دو برابر کے حصوں میں بھی بانٹتا ہے۔

6۔ مثلث کے زاویوں کی قسم کے مطابق مثلث کی درجہ بندی حسب ذیل طریقہ سے کی جاسکتی ہے:

مثلث کے زاویوں کی قسم	نام
ہر زاویہ، زاویہ حادہ ہو	حادہ زاوی مثلث
ایک زاویہ، زاویہ قائمہ ہو	قائمہ زاوی مثلث
ایک زاویہ، زاویہ منفرجہ ہو	منفرجہ زاوی مثلث

7۔ ضلعوں کی لمبائی کے مطابق مثلث کی درجہ بندی حسب ذیل طریقہ سے کی جاسکتی ہے:

ضلعوں کی خاصیت	نام
سبھی اضلاع غیر مساوی ہوں	مختلف ضلعی مثلث
کوئی دو اضلاع مساوی ہوں	مساوی الساقین مثلث
سبھی اضلاع مساوی ہوں	مساوی ضلعی مثلث

8۔ ضلعوں کی تعداد کے مطابق کثیر الاضلاع کے نام

ضلعوں کی تعداد	کثیر ضلعی نام
3	مثلث
4	چار ضلعی
5	پانچ ضلعی
6	چھ ضلعی
8	آٹھ ضلعی

9۔ خصوصیات کی بنا پر چار ضلعی کی درجہ بندی:

خصوصیات	چوکور کے نام
متوازی خطوں کے دو جوڑے	متوازی زاویہ قائمہ
متوازی الاضلاع جس کے چاروں زاویہ زاویہ قائمہ ہوں	مستطیل
متوازی الاضلاع جس کے چاروں ضلعے برابر ہوں	معین
ایک معین جس کے چاروں زاویہ، زاویہ قائمہ ہوں	مربع

10۔ ہم اپنے اردگرد بہت سی سہ ابعادی شکلیں دیکھتے ہیں ان میں سے کچھ کعب، کرّہ، استوانہ، مخروط اور اہرام ہیں۔

باب 6

صحیح اعداد

(Integers)

4618CH06

6.1 تعارف (Introduction)

سنیتا کی ماں کے پاس 8 کیلے ہیں سنیتا اپنی دوستوں کے ساتھ پکنک پر جارہی ہے وہ اپنے ساتھ 10 کیلے لے کر جانا چاہتی ہے۔کیا اس کی ماں اس کو 10 کیلے دے سکتی ہے؟ اس کے پاس تو اتنے کیلے نہیں ہیں وہ اپنے پڑوسی سے 2 کیلے ادھار لیتی ہے یہ کہہ کر کہ جلدی ہی لوٹا دے گی۔ سنیتا کو دس کیلے دینے کے بعد اس کی ماں کے پاس کتنے کیلے بچے؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس کے پاس صفر (Zero) کیلے بچے؟ اب اس کے پاس ایک بھی کیلا نہیں ہے مگر اس کو 2 کیلے اپنے پڑوسی کو واپس بھی کرنے ہیں۔ اس لیے جب وہ اور کیلے لائے گی یہ مان لیجیے 6 کیلے اور لاتی ہے تو 2 کیلے واپس کرنے کے بعد اس کے پاس 4 کیلے باقی بچ جائیں گے۔

رونالڈ ایک پین خریدنے کے لیے بازار گیا اس کے پاس کل 12 روپے ہیں مگر ایک پین کی قیمت 15 روپے ہے دکاندار نے پین تو اس کو دے دیا لیکن باقی 3 روپے رونالڈ کے نام کے آگے یادداشت کے طور پر لکھ لیے مگر وہ یہ کیسے یاد رکھے گا کہ 3 روپے رونالڈ سے لینے ہیں یا اس کو دینے ہیں کیا وہ اس رقم کو کسی خاص رنگ یا خاص علامت کے ذریعہ ظاہر کرسکتا ہے؟

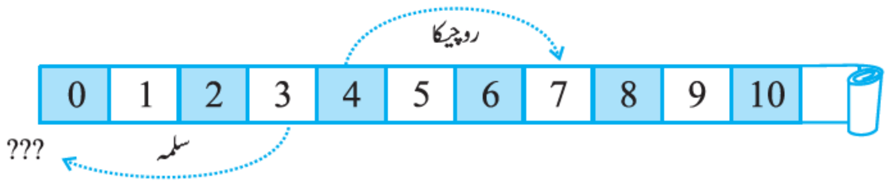
روچیکا اور سلمہ ایک کھیل کھیل رہی ہیں۔ اس کھیل میں ان کے پاس گنتی لکھی ہوئی ایک پٹی ہے جس پر برابر برابر فاصلہ سے 0 سے لے کر 25 تک گنتی لکھی ہوئی ہے۔

کھیل کی شروعات کرتے ہوئے دونوں نے ایک رنگین ٹوکن صفر پر رکھ دیا۔ ایک تھیلے میں دو رنگ کے پانسے رکھے ہوئے ہیں۔ دونوں ایک ایک کرکے پانسہ نکالیں گی اگر پانسہ لال رنگ کا ہے تو پانسہ پھینکنے پر جو گنتی آتی ہے تو اتنے ہی خانے ٹوکن کو آگے لے جایا جائے گا اور اگر پانسہ نیلے رنگ کا ہے تو پھینکنے پر آنے والی گنتی کے برابر خانے ٹوکن پیچھے لے جانا پڑے گا۔ ہر چال کے بعد پانسہ کو بیگ میں واپس رکھ دیا جائے گا جس سے کہ دونوں لڑکیوں کو برابر کا موقع ملے۔ دونوں میں سے جو بھی 25 کے عدد پر پہلے پہنچے گا وہی جیتے گا۔ اس طرح دونوں کھیل کو شروع کرتی ہیں۔

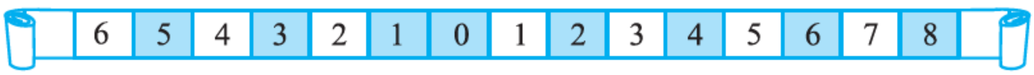
روچیکا کے پاس لال پانسہ آتا ہے اور جب وہ اس کو پھینکتی ہے تو چار آتا ہے پھر وہ ٹوکن کو فیتہ پر چار خانے آگے چلتی ہے پھر سلمہ اپنی باری چلتی ہے اور اس کے پاس بھی لال پانسہ آتا ہے جب وہ پانسہ پھینکتی ہے تو تین آنے پر اپنے ٹوکن کو 3 خانے آگے چلتی ہے۔

دوسری باری میں روبی کا لال پانسہ نکلتا ہے اور پھینکنے پر 3 آتا ہے۔ جبکہ سلمہ کا نیلا پانسہ نکلتا ہے اور پھینکنے پر 4 آتا ہے۔ آپ کیا سوچتے ہیں کہ دونوں کے ٹوکن کہاں کہاں ہونے چاہئیں ؟

روبی آگے بڑھتی ہے اور 3 + 4 یعنی 7 کے عدد پر پہنچتی ہے۔



جب کہ سلمہ اپنا ٹوکن صفر کے خانے پر رکھتی ہے مگر اس پر روچیکا کو اعتراض ہوتا ہے اس کا کہنا ہے کہ سلمہ کو ٹوکن صفر سے بھی پیچھے جانا چاہیئے۔ سلمہ مان جاتی ہے مگر صفر سے پہلے تو کچھ ہے ہی نہیں اب وہ کیا کریں؟ سلمہ اور روچیکا فیتہ کو دوسری طرف بھی بڑھاتی ہیں وہ صفر سے پہلے ایک اور فیتہ جوڑ دیتی ہیں اور دونوں فیتوں میں فرق کرنے کے لیے سوچتی ہیں کہ اس دوسرے والے فیتہ کو نیلے رنگ سے ظاہر کردیتے ہیں۔



اب سلمہ کہتی ہے کہ وہ صفر سے ایک پیچھے والے خانے پر جو نیلے رنگ کا ہے اگر ٹوکن نیلے رنگ کے ایک پر ہے تو نیلے رنگ کے ایک سے پہلے نیلے رنگ کا دو ہے اور اسی طرح نیلے رنگ کا تین نیلے رنگ کے دو سے پہلے ہے وہ دونوں طے کرتی ہیں کہ ہم لوگ اسی طرح پیچھے کی طرف جائیں گے۔ مگر ان لوگوں کو نیلے

رنگ کا کاغذ نہیں مل پاتا ہے تو روچیکا کہتی ہے کہ ہم لوگ مخالف سمت جانے والے اعداد پر ایک نشان لگادیتے ہیں۔ اس طرح آپ نے دیکھا کہ صفر سے چھوٹے اعداد کے لیے ہم لوگوں کو ایک نشان یا علامت کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ استعمال ہونے والا نشان منفی (Negative) کا ہوتا ہے۔

اسے کیجیے

(کون کہاں ہیں؟)

مان لیجیے ڈیوڈ اور موہن نے صفر کے مقام سے مخالف سمتوں میں چلنا شروع کیا مان لیا کہ نقطہ صفر کے طرف جانے والے قدموں کو جمع کی علامت + سے ظاہر کیا جائے گا اور بائیں طرف جانے والے قدموں کو نفی علامت – سے ظاہر کئے جائیں گے اگر موہن صفر کے داہنی طرف پانچ قدم جاتا ہے تو اس کو 5+ سے ظاہر کیا جائے گا۔ اور اگر ڈیوڈ صفر کے بائیں طرف پانچ قدم جاتا ہے تو اس کو 5– سے ظاہر کیا جائے گا۔

مندرجہ ذیل حالتوں کو + یا – علامتوں کے ساتھ ظاہر کیجیے۔

(a) صفر سے بائیں طرف 8 قدم　　(b) صفر سے دائیں طرف 7 قدم

(c) صفر سے دائیں طرف 11 قدم　　(d) صفر سے بائیں طرف 6 قدم

اسے کیجیے

(میری پیروی کون کرتا ہے؟)

پچھلی مثالوں سے ہم نے دیکھا کہ داہنی طرف جانے کے لیے اگر صرف ایک ہی حرکت (Movement) کی جائے تو عدد کا جانشین (Successor) حاصل ہوتا ہے۔

مندرجہ ذیل اعداد کے جانشین بنائیے:

عدد	جانشین
10	
8	
–5	
–3	
0	

اگر ٹوکن کو حرکت دینے والا عدد منفی ہے تو حرکت بائیں طرف کی جائے گی۔
اگر بائیں طرف کی جانے والی حرکت صرف ایک ہے تو ہمیں عدد کا پیش رو (Predecessor) حاصل ہوگا۔

–8	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

مندرجہ ذیل اعداد کے پیش رو اعداد لکھیے :

عدد	پیش رو
10	
8	
5	
3	
0	

6.1.1 مجھے ایک علامت سے جوڑیے (Tag me with a sign)

ہم نے دیکھا کہ کچھ اعداد کے ساتھ منفی علامت ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر رونالڈ کی واجب الادا رقم دکاندار کے لیے ہم 3 – لکھ کر ظاہر کریں گے۔

درج ذیل دکاندار کا کھاتا ہے جس میں بعض چیزوں کی فروخت سے ہونے والا نفع اور نقصان دکھایا گیا ہے۔ کیونکہ نفع اور نقصان برعکس حالتیں ہیں اگر نفع کو مثبت علامت '+' سے ظاہر کیا جاتا ہے تو نقصان کو منفی علامت '–' سے ظاہر کیا جائے گا۔

کچھ ایسی صورت حال جن میں ہم یہ علامتیں استعمال کرسکتے ہیں:

اشیا کے نام	نفع	نقصان	مناسب علامت سے اظہار
سرسوں کا تیل	150 روپے		....
چاول		250 روپے	....
کالی مرچ	225 روپے		....
گیہوں	200 روپے		....
مونگ پھلی کا تیل		330 روپے	....

سطحِ سمندر سے اونچی جگہوں کو مثبت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ جیسے جیسے ہم نیچے جاتے ہیں اونچائی کم اور کم ہوتی جاتی ہے اس لیے سطحِ سمندر سے نیچے والی اونچائی کو منفی عدد سے ظاہر کرتے ہیں۔

اگر آمدنی کو مثبت علامت '+' سے ظاہر کرتے ہیں تو خرچ کو منفی علامت '-' سے ظاہر کریں گے۔ مثال کے طور پر اگر کسی جگہ کا درجہ حرارت 0°C سے 10°C کم ہے تو اس کو ہم –10°C سے ظاہر کریں گے۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کو مناسب علامتوں کے ساتھ لکھیے۔

(a) سطحِ سمندر سے 100 میٹر نیچے

(b) 0°C درجۂ حرارت سے 25°C زیادہ

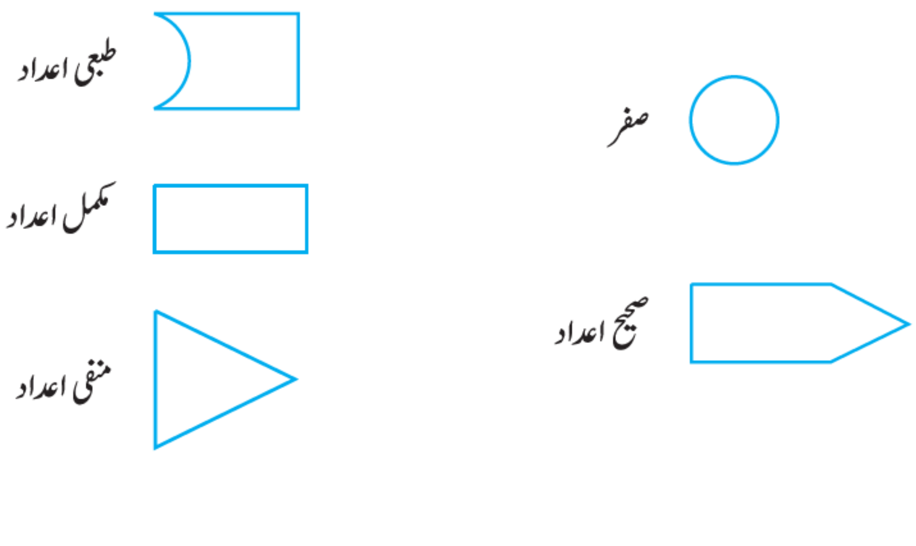
(c) 0°C سے 15°C کم

(d) 0 سے 5 کم

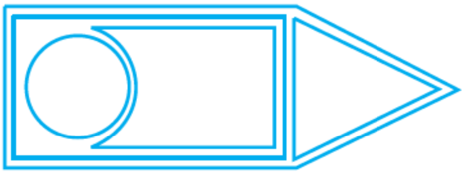
6.2 صحیح اعداد (Integers)

سب سے پہلے دریافت ہونے والے اعداد 'طبعی اعداد' (Natural Numbers) ہیں یعنی ,1, 2, 3, 4 صفر عدد کو اگر طبعی اعداد کے مجموعہ میں شامل کرلیا جائے تو ہم کو اعداد کا ایک نیا مجموعہ حاصل ہوتا ہے۔ جس کو مکمل اعداد (Whole Numbers) کہتے ہیں۔ یعنی ...,0, 1, 2, 3 پچھلے باب میں ہم نے ان دونوں طرح کے اعداد کے بارے میں مطالعہ کیا ہے اب ہم نے دیکھا کہ منفی اعداد بھی ہوتے ہیں۔ اگر ہم مکمل اعداد اور منفی اعداد کو ایک ساتھ ملادیں تو حاصل ہونے والے اعداد کا ایک نیا مجموعہ کچھ اس طرح ہوگا۔ ...,0, 1, 2, 3, 4 ...,–1,–2,–3 اعداد کے اس مجموعہ کو 'صحیح اعداد' کہتے ہیں اس مجموعہ میں ...,1, 2, 3 کو مثبت صحیح اعداد (Positive Integers) اور ...,–1, –2, –3 کو منفی صحیح اعداد (Negative Integers) کہتے ہیں۔

مندرجہ ذیل شکل کی مدد سے ہم اس کو کچھ اس طرح سمجھ سکتے ہیں۔ مان لیتے ہیں کہ ہر شکل اپنے سامنے لکھے گئے اعداد کے مجموعہ کو ظاہر کرتی ہے۔



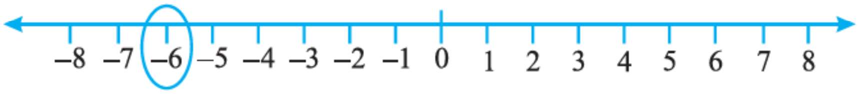
مندرجہ ذیل شکل صحیح اعداد کے مجموعہ کو ظاہر کردیتی ہے جس کے اندر شروعاتی تمام مجموعے شامل ہیں۔



6.2.1 صحیح اعداد کا عددی خط پر اظہار

ایک خط بنائیے اور پھر اس خط پر برابر فاصلے سے کچھ نقطوں پر نشان لگائیے جیسا کہ نیچے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے کسی ایک نقطہ کو صفر سے ظاہر کیجیے ۔ 0 کے داہنی طرف مثبت صحیح اعداد 1+,2+,3+ وغیرہ کے نشانات لگائیے اور '0' کے بائیں طرف منفی صحیح اعداد 3–,2–,1–, وغیرہ کے نشانات لگائیے۔

اس عددی خط پر 6– کا نشان لگانے کے لیے ہم صفر سے بائیں طرف 6 نقطے تک جائیں گے (شکل 6.1)۔



شکل 6.1

عددی خط پر 2+ کا نشان لگانے کے لیے ہم صفر سے داہنی طرف 2 نقطے جائیں گے۔ (شکل 6.2)

شکل 6.2

کوشش کیجیے

عددی خط پر 1–, 8–, 4–, 7, 3 اور 3– کے نشانات لگائیے۔

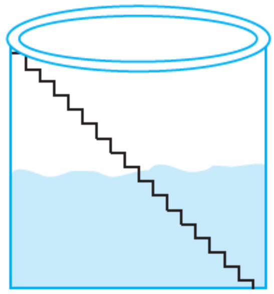
6.2.2 صحیح اعداد کو ترتیب دینا (Ordering of Integers)

رمن اور عمران ایک گاؤں میں رہتے ہیں جہاں پر ایک ایسا کنواں ہے جس میں نیچے جانے کے لیے سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں۔ کنویں کی سطح تک پہنچنے کے لیے کل 25 سیڑھیاں ہیں۔

ایک دن رمن اور عمران دونوں کنویں پر گئے اور انہوں نے دیکھا کہ 8 سیڑھیوں کے بعد پانی کی سطح شروع ہوتی ہے۔ انہوں نے سوچا کہ بارش کے زمانے میں کنویں میں کتنا پانی بھرتا ہے، اس کو ناپتے ہیں ابھی جہاں پانی کی سطح ہے اس سیڑھی پر ان دونوں نے عدد صفر لکھ دیا اور اوپر جانے والی ہر سیڑھی

پر ..4,3,2,1، ... کے نشان لگائے۔ بارش کے بعد انھوں نے دیکھا کہ کنویں کے پانی کی سطح 6 سیڑھی اوپر تک چڑھ گیا ہے۔ مگر کچھ مہینوں کے بعد انھوں نے دیکھا کہ پانی کی سطح صفر سے تین سیڑھی نیچے چلا گیا ہے وہ دونوں چاہتے تھے کہ صفر سے نیچے والی سیڑھیوں پر بھی کچھ نشان لگایا جائے تاکہ پانی کی سطح میں واقع کمی کو بھی نوٹ کیا جاسکے۔ کیا آپ ان کی کچھ مدد کرسکتے ہیں؟

اچانک رمن کو یاد آیا کہ اس نے ایک بہت بڑے سے ڈیم پر دیکھا تھا کہ صفر کے بعد بھی نیچے اعداد لکھے گئے ہیں۔ عمران نے کہا کہ ضرور کوئی ایسا طریقہ ہوتا ہوگا جس کی مدد سے ہم صفر کے اوپر اور نیچے دونوں طرف والے اعداد میں فرق واضح کرسکیں۔ تب رمن کو یاد آیا کہ صفر کے نیچے والے اعداد کے پہلے منفی نشان '–' لگا ہوا تھا۔ اس لیے ان دونوں نے بھی صفر سے ایک نیچے والی سیڑھی پر 1– اور دوسری سیڑھی پر 2– کا نشان لگایا اور اسی طریقے سے نیچے والی سیڑھیوں پر نشان لگاتے ہیں۔

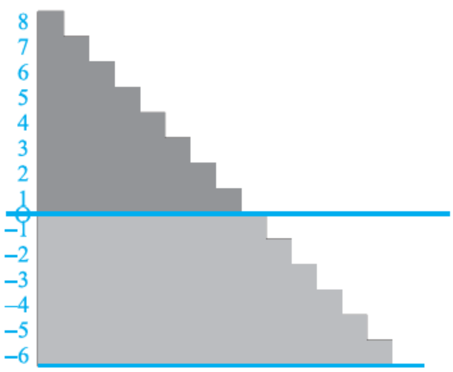


اس طرح کنویں میں اب پانی کی سطح 3– (صفر سے 3 سیڑھی نیچے) ہے۔

اس کے بعد پانی کا استعمال ہونے کی وجہ سے پانی کی سطح ایک اور سیڑھی نیچے ہوگی۔ یعنی اب وہ 4– پر ہے

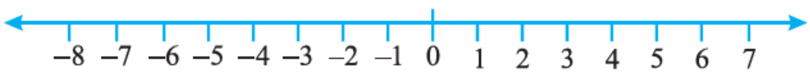
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $-3 > -4$

اوپر دی گئی مثال کو دھیان میں رکھتے ہوئے دیے گئے باکس میں '>' اور '<' کے نشان لگائیے۔



0	☐	– 1	– 100	☐	–101
– 50	☐	– 70	50	☐	–51
– 53	☐	– 5	–7	☐	1

آئیے ایک بار پھر عددی خط پر صحیح اعداد کے اظہار پر دھیان دیجیے۔



شکل 6.3

ہم جانتے ہیں کہ 4 > 7 اور اوپر دیئے گئے عددی خط سے ہم نے یہ دیکھا کہ 7 > 4 کے طرف ہے ٹھیک اسی طرح 0 > 4 ہے اور 4، صفر کے داہنی طرف ہے اب جب کہ 3–، 0 کے داہنی طرف ہے اس لئے 3– > 0 –ایک بار پھر 8 –، 3– کے داہنی طرف ہے تو 8 – > 3 –

اس طرح ہم نے دیکھا کہ عددی خط پر داہنی طرف جانے پر اعداد کی قیمت بڑھتی جاتی ہے جبکہ بائیں طرف جانے پر گھٹتی جاتی ہے۔ اس لیے 1 > 0، 2 > 1، 2– > 3 – 3، 2 > 3، 1 – > 2–، 0 > 1 – وغیرہ۔

صحیح اعداد کے مجموعہ کو ہم اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$...,-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5...$$

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کا موازنہ (چھوٹے یا بڑے) > یا < کے نشانات لگا کر کیجیے۔

– 15	☐	– 1	;	– 8	☐	0
15	☐	11	;	– 5	☐	5
2	☐	– 20	;	6	☐	0

اوپر کی گئی مشق سے روہنی مندرجہ ذیل نتائج پر پہنچتی ہے:

(a) ہر مثبت صحیح عدد منفی صحیح عدد سے بڑا ہوتا ہے۔
(b) صفر ہر ایک مثبت صحیح عدد سے چھوٹا ہوتا ہے۔
(c) صفر ہر ایک منفی عدد سے بڑا ہوتا ہے۔
(d) صفر نہ ہی منفی صحیح عدد ہے اور نہ ہی مثبت صحیح عدد ہے۔
(e) صفر کے داہنی طرف جانے والے اعداد کی قیمت زیادہ ہوتی ہے۔
(f) صفر کے بائیں جانب والے اعداد کی قیمت کم ہوتی ہے۔

مثال نمبر 1: عددی خط کو ذہن میں رکھتے ہوئے مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔ اگر آپ اس سے متفق ہیں؟ مثال دیجیے۔

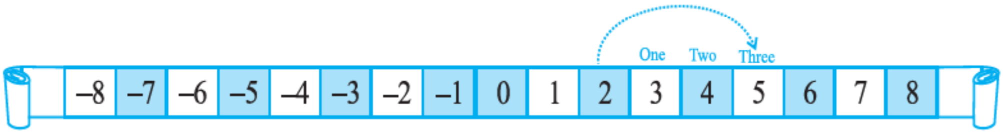
8– اور 2– کے درمیان کون سے اعداد آئیں گے؟ ان اعداد میں سے سب سے بڑا اور سب سے چھوٹا اعداد کون سا ہے؟

حل: 8– اور 2– کے درمیان کے اعداد ہیں: 3 –، 4 –، 5 –، 6 –، 7 – ان اعداد میں 3– سب سے بڑا اور 7– سب سے چھوٹا عدد ہے۔

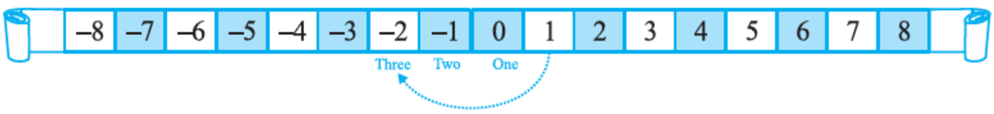
اگر میں صفر پر نہیں ہوں تب میں چلوں تو کیا ہوگا؟

سلمٰی اور روچیکا کے کھیل کو یاد کیجیے۔

مان لیجیے روچیکا کا ٹوکن 2 پر ہے۔ اگلی باری میں اس کے پاس لال پانسہ نکلا جس کو پھینکنے پر عدد 3 آیا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ وہ 2 کے داہنی جانب 3 خانے چلے گی۔
اس طرح وہ 5 پر پہنچے گی۔



مان لیجیے سلمہ 1 کے اوپر تھی۔ اگلی باری میں اس نے تھیلے سے نیلے رنگ کا پانسہ نکالا جس کو پھینکنے پر 3 آیا اور اس کا مطلب ہے کہ وہ 3 کے بائیں جانب 3 خانے چلے گی اور عدد 2– پر پہنچے گی۔



عددی خط کو ذہن میں رکھتے ہوئے مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

مثال نمبر 2: (a): 3– پر ایک بٹن رکھا ہے۔ 9– پر پہنچنے کے لیے ہم کس سمت میں اور کتنے خانے چلیں گے؟

(b) 6– سے داہنی طرف 4 (خانے) جانے پر ہم کون سے عدد پر پہنچیں گے؟

حل: (a): 3– سے ہم کو بائیں طرف 6 خانے جانا پڑے گا۔

(b) 6– سے داہنی طرف چوتھا نمبر 2– ہوگا۔

مشق 6.1

1۔ مندرجہ ذیل کے متضاد لکھیے :

(a) وزن میں اضافہ (b) 30 کلومیٹر شمال (c) 80 میٹر مشرق

(d) 700 روپے کا نقصان (e) سطح سمندر سے 100 میٹر اوپر

2۔ مناسب علامتوں کے ساتھ صحیح اعداد کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کو ظاہر کیجیے :

(a) ایک ہوائی جہاز سطح زمین سے دو ہزار میٹر کی اونچائی پر اڑ رہا ہے۔

(b) ایک پن ڈبّی سطح سمندر سے آٹھ سو میٹر نیچے تیر رہی ہے۔

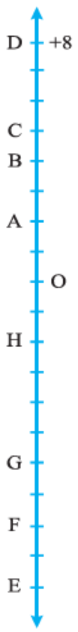
(c) دوسو روپے جمع کرنا

(d) سات سو روپے نکالنا

3۔ مندرجہ ذیل اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے :

(a) 5 + (b) 10 – (c) 8 +

(d) 1 – (e) 6 –



4۔ متصل شکل میں ایک انتصابی عددی خط پر کچھ صحیح اعداد دکھائے گئے ہیں۔ان کو دھیان سے دیکھئے اور مندرجہ ذیل نقطوں کا مقام بتائے:

(a) اگر نقطہ D,8+ کو ظاہر کرتا ہے تو 8– کس نقطہ کو ظاہر کرے گا؟

(b) کیا نقطہ G منفی صحیح عدد ہے یا مثبت صحیح عدد؟

(c) نقطے B اور E کے لیے صحیح اعداد لکھیے ۔

(d) دیے گئے عددی خط پر کون سا نقطہ سب سے کم قیمت کا ہے؟

(e) دیے گئے تمام نقطوں کو گھٹتی ترتیب میں لکھیے ۔

5۔ سال کے کس ایک خاص دن میں ہندوستان کی پانچ جگہوں کے درجہ حرارت کی فہرست نیچے دی گئی ہے۔

جگہ	درجۂ حرارت	
سیاچن	0°C سے 10°C کم	....
شملہ	0°C سے 2°C کم	....
احمد آباد	0°C سے 30°C زیادہ	....
دہلی	0°C سے 20°C زیادہ	....
سری نگر	0°C سے 5°C کم	....

(a) خالی جگہوں میں صحیح عدد کا استعمال کرتے ہوئے ان جگہوں کے درجۂ حرارت لکھیے ۔

(b) مندرجہ ذیل عددی خط پر درجۂ حرارت کو ڈگری سیلسیس (0°C) میں ظاہر کیا گیا ہے۔

درجۂ حرارت کے حساب سے عددی خط پر مختلف جگہوں کے نام لکھیے ۔

(c) سب سے ٹھنڈی جگہ کون سی ہے؟

(d) 10°C سے زیادہ درجۂ حرارت والی جگہیں کون سی ہیں ان کے نام لکھیے ۔

6۔ مندرجہ ذیل عددی جوڑوں میں کون سا عدد، عددی خط پر دوسرے عدد کے جانب واقع ہے؟

(a) 2, 9 (b) – 3, – 8 (c) 0, – 1

(d) – 11, 10 (e) – 6, 6 (f) 1, – 100

7۔ دیئے گئے عددی جوڑوں کے درمیان میں آنے والے سبھی صحیح اعداد لکھیے (بڑھتی ترتیب میں لکھیے)

(a) 0 اور 7– (b) 4– اور 4

(c) 8– اور 15– (d) 30– اور 23–

8۔ (a) 20– سے بڑے چار منفی صحیح اعداد۔

(b) 10– سے چھوٹے چار صحیح اعداد۔

9۔ مندرجہ ذیل بیانات کے لیے درست (T) یا غلط (F) لکھیے ۔اگر بیان غلط ہے تو اس کو درست بھی کیجیے ۔

(a) ایک عددی خط پر 8– ،10– کے داہنی طرف واقع ہوگا۔

(b) ایک عددی خط پر 100–، 50– کے طرف واقع ہوگا۔

(c) سب سے چھوٹا صحیح عدد 1– ہے۔

(d) 26– بڑا ہے 25– سے۔

10۔ ایک عددی خط بنایئے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب لکھیے :

(a) اگر ہم 2– کے داہنی طرف 4 عدد آگے بڑھیں تو ہم کون سے عدد پر پہنچیں گے؟

(b) اگر ہم 1 کے بائیں طرف 5 عدد آگے بڑھیں تو ہم کون سے عدد پر ہوں گے؟

(c) اگر ہم عددی خط پر 8– پر ہیں تو 13– پر پہنچنے کے لیے ہم کو کس سمت جانا ہوگا؟

(d) اگر ہم عددی خط پر 6– پر ہیں تو 1– پر پہنچنے کے لیے ہم کو کس سمت میں جانا ہوگا؟

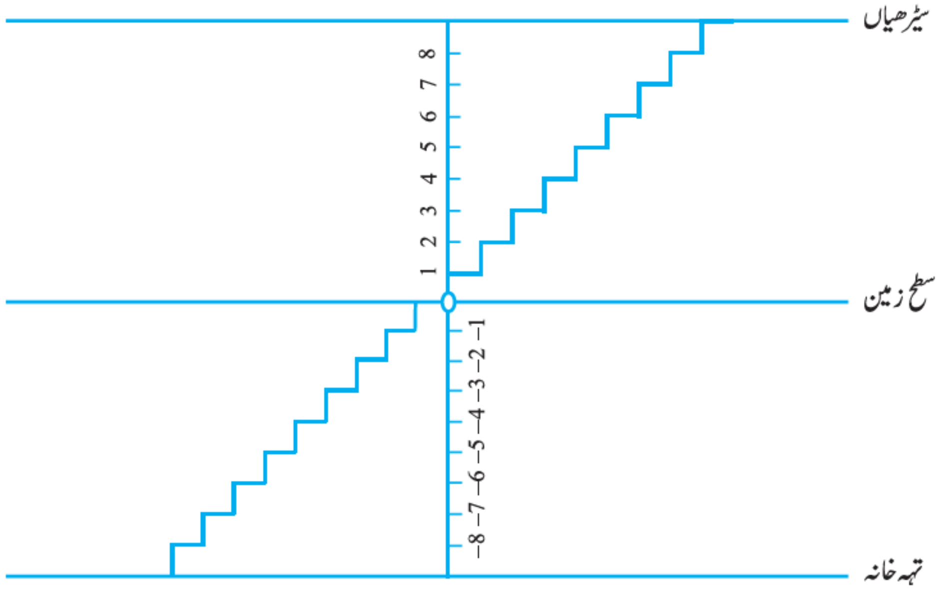
6.3 صحیح اعداد کی جمع (Addition of Integers)

اسے کیجیے

(اوپر اور نیچے جانا)

موہن کے گھر میں اوپر چھت پر چڑھنے کے لیے اور نیچے تہہ خانے میں اترنے کے لیے سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں۔

مان لیجیے اوپر چھت پر جانے والی سیڑھیاں مثبت صحیح عدد اور نیچے تہہ خانے میں جانے والی سیڑھیاں منفی صحیح اعداد کو ظاہر کرتی ہیں۔ جب کہ سطح زمین کو ظاہر کرنے والا عدد صفر ہوگا۔



مندرجہ ذیل مشق کیجیے اور جوابات کو صحیح عدد کی شکل میں لکھیے :

(a) سطح زمین سے 6 سیڑھیاں اوپر جائیے۔

(b) سطح زمین سے 4 سیڑھیاں نیچے جائیے۔

(c) سطح زمین سے 5 سیڑھیاں اوپر جائیے اور پھر وہاں سے 3 سیڑھیاں اور اوپر جائیے۔

(d) سطح زمین سے 6 سیڑھیاں نیچے جائیے اور پھر وہاں سے 2 سیڑھیاں اور نیچے جائیے۔

(e) سطح زمین سے 5 سیڑھیاں نیچے جائیے اور پھر وہاں سے 12 سیڑھیاں اوپر چڑھیے۔

(f) سطح زمین سے 8 سیڑھیاں نیچے جائیے اور وہاں سے 5 سیڑھیاں اوپر چڑھیے۔

(g) سطح زمین سے 7 سیڑھیاں اوپر جائیے اور پھر وہاں سے 10 سیڑھیاں نیچے اتریے۔

امینہ نے جوابات کچھ اس طرح لکھے:

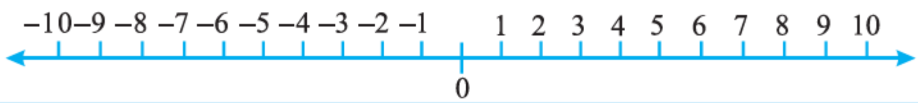
(a) $+6$ (b) -4 (c) $(+5)+(+3)=+8$ (d) $(-6)+(-2)=-4$

(e) $(-5)+(+12)=+7$ (f) $(-8)+(+5)=-3$ (g) $(+7)+(-10)=17$

امینہ سے کچھ غلطیاں ہوئی ہیں۔کیا آپ اس کے جوابات کو چیک کرسکتے ہیں اور جو غلط ہیں ان کو درست کرسکتے ہیں؟

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل شکل کو عددی خط کی شکل میں زمین پر بنائیے اور مندرجہ بالا مشق کی طرح کچھ سوالات بنا کر اپنے دوستوں سے پوچھیے۔

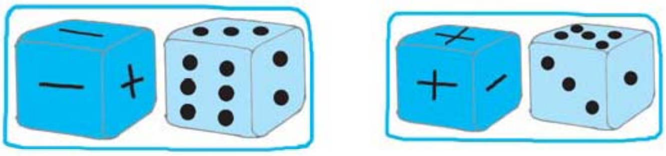


ایک کھیل

ایک ایسا فیتہ لیجیے جس پر 25+ سے 25– تک صحیح دکھائے گئے ہوں۔

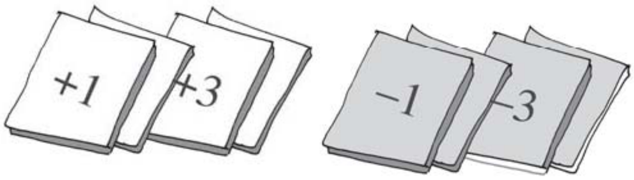
دو ایسے پانسے لیجیے جس میں ایک پانسہ پر 1 سے 6 تک کے اعداد لکھے ہوں اور دوسرے پانسہ پر تین طرف '+' کے نشان اور تین طرف '–' کے نشان لگے ہوں۔

نمبروں والے فیتہ کے صفر کے نشان پر کھلاڑی مختلف رنگوں والے بٹن رکھیں گے۔ پھر ہر کھلاڑی دونوں پانسوں کو پھینکے گا اور دیکھے گا کہ کیا آیا۔ اگر ایک پانسہ پر 3 اور دوسرے پر منفی کا نشان یعنی '–' آیا تو



اس کھلاڑی کا عدد ہوگا '3–'اور اگر ایک پانسہ پر 5اور دوسرے پر مثبت کا نشان یعنی'+' آیا تو کھلاڑی کا عدد ہوا 5+۔

جب بھی کھلاڑی کے پاس مثبت کا نشان '+' آئے گا تو وہ آگے کی طرف (یعنی 25+ کی سمت) بڑھے گا اور اگر منفی نشان یعنی '–' آیا تو وہ پیچھے کی طرف (یعنی 25– کی سمت) جائے گا۔



ہر کھلاڑی دونوں پانسوں کو ایک ساتھ پھینکے گا وہ کھلاڑی جو 25– پر پہنچے گا،کھیل سے باہر ہوجائے گا اور وہ کھلاڑی جو 25+ پر پہلے پہنچے گا وہ کھیل جیت جائے گا۔

آپ اسی طرح کا کھیل 12 کارڈوں کی مدد سے بھی کھیل سکتے ہیں جن پر 1 + ,2 + ,3 + ,4 + ,5 + اور 6 + اور 1 – ,2 – ,3 – ,4 – ,5 – اور6– کے عدد لکھے ہوئے ہوں ہر باری کے بعد کارڈس کو اچھی طرح ملا دیا جائے گا۔

کملا، ریشما اور مینو یہ کھیل کھیل رہی ہیں۔

کملا نے تین لگاتار باریوں میں 3+،2+اور 6+ حاصل کیا اور اپنا بٹن 11+ پر رکھ دیا۔

ریشما نے اپنی تین باریوں میں 1+،3+اور 5– حاصل کیا اور اس سے اپنا بٹن 1– پر رکھ دیا۔ جب کہ مینو کا 2–،3–،اور4+ آیا تو اس کا بٹن کہاں پہنچے گا؟ 1– پر یا 1+ پر۔

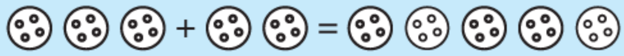
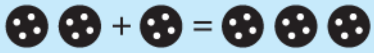
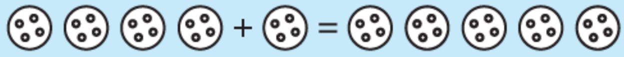
اسے کیجیے

دو رنگین بٹن لیجیے جیسے سفید اور کالا۔ ہم مان لیتے ہیں کہ سفید بٹن (1+)اور کالا بٹن (1–) کو ظاہر کرے گا سفید بٹن (1+)اور کالے بٹن (1–) کا جوڑا صفر کو ظاہر کرے گا یعنی [1+(–1)=0]۔

مندرجہ ذیل جدول میں رنگین بٹنوں کی مدد سے مختلف صحیح اعداد کو دکھایا گیا ہے۔

صحیح اعداد	رنگین بٹن
5	
– 3	
0	

چلیے ان رنگین بٹنوں کی مدد سے جمع کرتے ہیں۔
مندرجہ ذیل جدول کو دھیان سے دیکھیے اور پھر اس کو مکمل کیجیے۔

	(+ 3) + (+ 2) = +5
	(– 2) + (– 1) = –3
	....
=	....

جب دو مثبت صحیح اعداد ہوتے ہیں تو آپ ان کو جمع کردیتے ہیں جیسے (+3) + (+2) = +5 [= 3 + 2]
جب دو منفی صحیح اعداد ہوتے ہیں تو آپ ان اعداد کو جوڑ دیتے ہیں مگر جواب (یا حاصل ہونے والے عدد) کے ساتھ منفی نشان (–) لگادیتے ہیں یعنی 3– = (2+1) – (1–) + (2–)
چلیے اب ایک منفی صحیح عدد اور ایک مثبت صحیح عدد کو ان بٹنوں کی مدد سے جوڑیے۔ بٹنوں کے جوڑے میں سے

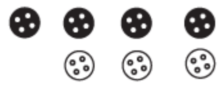
کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل اعداد کو جمع کرکے ان کے جوابات دیجیے۔

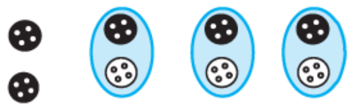
(a) (– 11) + (– 12)
(b) (+ 10) + (+ 4)
(c) (– 32) + (– 25)
(d) (+ 23) + (+ 40)

ایک سفید بٹن کے ساتھ کالا بٹن ہٹائیے [کیونکہ 0 = (1 –) + (1 +)] باقی بچے بٹنوں کو جانچیے۔

(a) (– 4) + (+ 3)



= (– 1) + (– 3) + (+ 3)
= (– 1) + 0 = – 1



(b) (+ 4) + (– 3)

= (+ 1) + (+ 3) + (– 3)
= (+ 1) + 0 = + 1

آپ نے دیکھا کہ 3 – 4 کا جواب 1+ ہے اور 3+4– کا جواب 1– ہے۔

اس لیے جب آپ ایک منفی اور ایک مثبت صحیح عدد لیتے ہیں تو ان دونوں صحیح اعداد کو گھٹا نا چاہیے۔ لیکن جواب کے ساتھ بڑی قیمت والے عدد کا نشان (یا علامت) لگادیتے ہیں۔ کچھ اور مثالوں سے مدد لیتے ہیں۔

کوشش کیجیے

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(a) (– 7) + (+ 8)
(b) (– 9) + (+13)
(c) (+ 7) + (– 10)
(d) (+12) + (– 7)

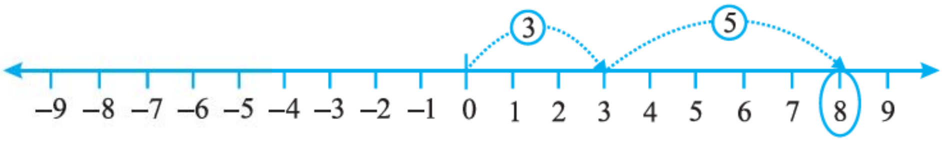
(c) $(+5) + (-8) = (+5) + (-5) + (-3) = 0 + (-3)$
$= (-3)$

(d) $(+6) + (-4) = (+2) + (+4) + (-4) = (+2) + 0$
$= +2$

6.3.1 عددی خط پر صحیح اعداد کی جمع
(Addition of Integers on a Number Line)

رنگین بٹنوں کا استعمال کرکے صحیح اعداد کو جوڑنا ہمیشہ آسان کام نہیں ہوتا ہے۔ کیا ہم عددی خط کو جمع کرنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں؟

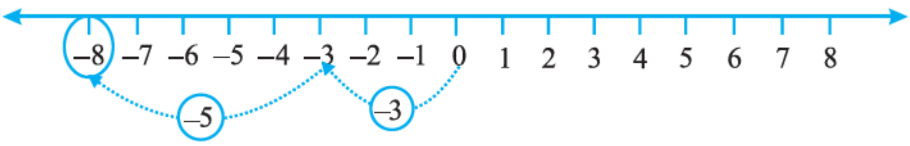
(i) مان لیجیے کہ ہمیں 3 اور 5 کو عددی خط پر جمع کرنا ہے۔



شکل 6.4

پہلے ہم عددی خط پر صفر کے داہنی طرف 3 قدم چل کر 3 پر پہنچے گے۔ پھر 3 کے داہنی طرف 5 قدم چل کر 8 پر پہنچیں گے۔ اس طرح ہم کو حاصل ہوا 3+5=8 (شکل 6.4)

(ii) اب مان لیجیے کہ ہمیں 3– اور 5– کو عددی خط پر جمع کرنا ہے۔



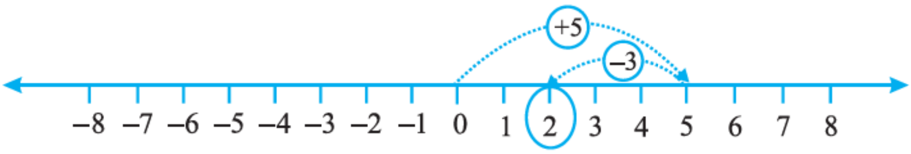
شکل 6.5

پہلے ہم عددی خطر پر 0 کے بائیں طرف 3 قدم چل کر 3– پر پہنچیں گے پھر 3– کے بائیں طرف 5 قدم چل کر 8– پر پہنچیں گے۔ (شکل 6.5)

اس طرح $(-3) + (-5) = -8$

ہم نے دیکھا کہ جب ہم دو مثبت صحیح اعداد کو جمع کرتے ہیں تو حاصل جمع مثبت صحیح عدد آتا ہے اور جب دو منفی صحیح اعدا کو جمع کرتے ہیں تو حاصل جمع منفی صحیح عدد آتا ہے۔

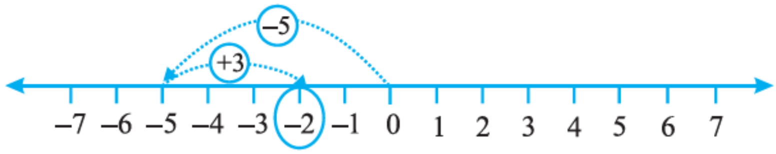
(iii) مان لیجئے ہم عددی خط پر (3–) اور (5+) کو جمع کرنا چاہتے ہیں۔ پہلے ہم عدی خط پر 0 کے داہنی طرف 5 قدم چل کر 5+ پر اور پھر 5+ کے بائیں طرف 3 قدم چل کر 2 پر پہنچتے ہیں (شکل 6.6)۔



شکل 6.6

اس طرح $(+5) + (-3) = 2$

(iv) اس طرح ہم عددی خط پر (-5) اور $(+3)$ کی حاصل جمع معلوم کرسکتے ہیں۔
پہلے ہم عددی خط پر 0 کے بائیں طرف 5 قدم چل کر 5– پر اور پھر 5– کے داہنی طرف 3 قدم چلتے ہیں اور نقطہ 2– پر پہنچتے ہیں (شکل 6.7)۔ اس طرح $(-2) = (+3) + (-5)$



شکل 6.7

کوشش کیجیے

1۔ عددی خط کا استعمال کرکے مندرجہ ذیل حاصل جمع معلوم کیجیے۔

(a) $(-2) + 6$ (b) $(-6) + 2$

اس طرح کے دو اور سوال بنائیے اور ان کو عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے حل کیجیے ۔

2۔ بغیر عددی خط کا استعمال کیے مندرجہ ذیل کا حل بتائیے:

(a) $(+7) + (-11)$

(b) $(-13) + (+10)$

(c) $(-7) + (+9)$

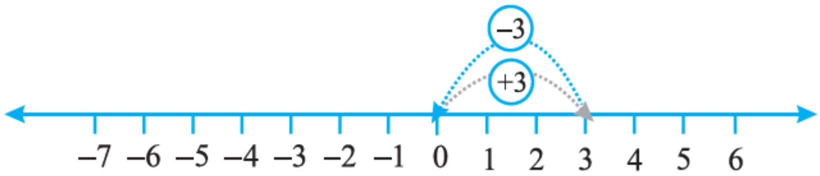
(d) $(+10) + (-5)$

اس طرح کے پانچ سوالات بنائیے اور ان کو حل کیجیے ۔

اس سے یہ بھی ظاہر ہوتا ہے کہ جب ہم ایک مثبت صحیح عدد کو کسی عدد میں جمع کرتے ہیں تو اس عدد کی قیمت میں اضافہ کرنے پر اس عدد کی قیمت بڑھ جاتی ہے۔ جب کہ کسی منفی صحیح عدد کی قیمت میں اضافہ کرنے پر اس عدد کی قیمت کم ہوجاتی ہے۔ اس کی جانچ ہم عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کو جمع کرکے کرسکتے ہیں۔

اب ہم 3 اور 3– کو جوڑتے ہیں۔ ہم پہلے 0 سے 3 + کی طرف چلتے ہیں اور پھر 3+ سے ہم 3 قدم بائیں جانب چلیں گے۔ ہم کہاں پہنچیں گے؟

شکل 6.8 سے ظاہر ہے کہ $3 + (-3) = 0$ اس طرح اگر ہم 2 اور 2– کو جوڑتے ہیں تو حاصل جمع صفر آئے گا مختلف اعداد جیسے 3 اور 3–، 2 اور 2– کو جمع کرنے پر حاصل جمع صفر آتا ہے اس طرح کے اعداد ایک دوسرے کے **جمعی معکوس** (Additive Inverse) کہلاتے ہیں۔



شکل 6.8

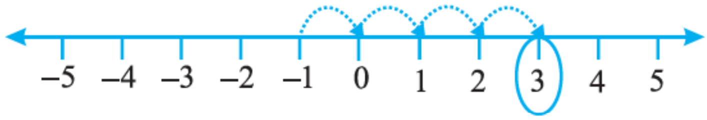
6 کا جمعی معکوس کیا ہوگا؟ 7– کا جمعی معکوس کیا ہوگا؟

مثال 3: عددی خط کا استعمال کر کے وہ صحیح عدد معلوم کیجیے جو

(a) 1– سے 4 زیادہ ہے۔

(b) 3 سے 5 کم ہے۔

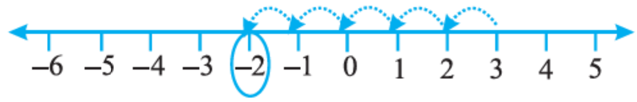
حل: (a) ہم ایک ایسا صحیح عدد معلوم کرنا چاہتے ہیں جو 1– سے 4 زیادہ ہے۔ اس لیے ہم 1– سے شروع کریں گے اور 1– کے داہنی طرف 4 قدم چل کر 3 پر پہنچ جائیں گے جیسا کہ مندرجہ ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.9

اس لئے 1– سے 4 زیادہ 3 ہوگا (شکل 6.9)

(b) ہم ایک ایسا صحیح عدد معلوم کرنا چاہتے ہیں جو 3 سے 5 کم ہو اس لیے ہم 3 سے شروع کریں گے اور 3 کے بائیں طرف 5 قدم چلیں گے اور 2– پر پہنچ جائیں گے جیسا کہ مندرجہ ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.10

اس لیے 3 سے 5 کم 2– ہے (شکل 6.10)

مثال 4: حاصل جمع معلوم کیجیے $(-9) + (+4) + (-6) + (+3)$۔

حل: ان اعداد کو پہلے ہم دوبارہ اس طریقہ سے ترتیب دیں گے کہ تمام مثبت صحیح اعداد اور منفی صحیح اعداد اپنے اپنے مجموعہ میں آجائیں جیسے

$$(-9)+(+4)+(-6)+(+3)=(-9)+(-6)+(+4)+(+3)=(-15)+(+7)=-8$$

مثال 5: قیمت معلوم کیجیے $-(30) + (-23) + (-63) + (+55)$

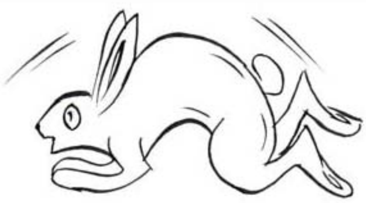
حل: $(30) + (+55) + (-23) + (-63) = 85 + (-86) = -1$

مثال 6: حاصل جمع معلوم کیجیے $(84), (92), (-10)$ اور (-15)

حل: $(-10) + (92) + (84) + (-15) = (-10) + (-15) + 92 + 84$

$= (-25) + 176 = 151$

مشق 6.2



1۔ عددی خط کا استعمال کر کے وہ صحیح عدد معلوم کیجیے جو

(a) 5 سے 3 زیادہ

(b) –5 سے 5 زیادہ

(c) 2 سے 6 کم

(d) –2 سے 3 کم

2۔ عددی خط کا استعمال کر کے مندرجہ ذیل صحیح اعداد کو جمع کیجیے:

(a) $9 + (-6)$

(b) $5 + (-11)$

(c) $(-1) + (-7)$

(d) $(-5) + 10$

(e) $(-1) + (-2) + (-3)$

(f) $(-2) + 8 + (-4)$

3۔ عدد خط کا استعمال کیے بنا حاصل جمع معلوم کیجیے:

(a) $11 + (-7)$ (b) $(-13) + (+18)$

(c) $(-10) + (+19)$ (d) $(-250) + (+150)$

(e) $(-380) + (-270)$ (f) $(-217) + (-100)$

4۔ جمع کیجیے:

(a) 137 اور -354 (b) -52 اور 52

(c) $-312, 39$ اور 192 (d) $-50, -200$ اور 300

5۔ حاصل جمع معلوم کیجیے:

(a) $(-7) + (-9) + 4 + 16$

(b) $(37) + (-2) + (-65) + (-8)$

6.4 عددی خط کی مدد سے صحیح اعداد کی تفریق

(Subtraction of integers with the help of a Number line)

ہم ایک عددی خط پر مثبت صحیح اعداد کو جمع کر چکے ہیں مثال کے طور پر $6+2$ ہم 6 سے شروع کرتے ہیں اور 2 قدم داہنی طرف چلتے ہیں۔ اس طرح 8 پر ہم پہنچتے ہیں۔ اس لیے $6+2=8$

شکل 6.11

ہمیں 6 اور 2– کو عددی خط پر جمع کرنا ہے۔ ہم 6 سے شروع کرتے ہیں اور 2 قدم بائیں طرف چلتے ہیں اس طرح ہم 4 پر پہنچتے ہیں اس لیے $6+(-2)=4$

شکل 6.12

اس طرح معلوم ہوتا ہے کہ مثبت صحیح اعداد کو جوڑنے کے لیے دائیں طرف چلتے ہیں اور منفی صحیح اعداد کو جوڑنے کے لیے بائیں طرف چلتے ہیں۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ جب مکمل عدد 6 سے 2 کو گھٹاتے ہیں تو عددی خط پر بائیں طرف چلتے ہیں یعنی

$6-2=4$

شکل 6.13

$6-(-2)$ کے لیے ہم کیا کرتے ہیں؟ کیا عددی خط پر بائیں طرف یا دائیں طرف چلتے ہیں۔

اگر ہم بائیں طرف چلتے ہیں تو 4 پر پہنچتے ہیں تب ہم کہتے ہیں $6-(-2)=4$ پر صحیح نہیں ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں $6-(-2) \neq 6-2$۔

اس لیے ہم دائیں طرف حرکت کرتے ہیں۔ (شکل 6.14)

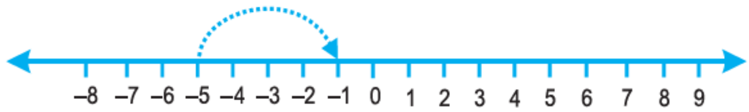
شکل 6.14

یعنی $8 = (-2) - 6$ جب ہم کسی منفی صحیح عدد کو گھٹاتے ہیں تو عدد کی قیمت میں اضافہ ہو جاتا ہے، ہم جانتے ہیں کہ (-2) کا جمعی معکوس 2 ہے۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ (-2) کے جمع معکوس کو 6 میں جمع کرنا، 6 عدد 6 سے (-2) کو گھٹانے کے برابر ہے۔

ہم لکھتے ہیں $6 + 2 = (-2) - 6$۔

اب ہم $(-4)-5-$ کی قدر عددی خط پر معلوم کرتے ہیں۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ $-5+(4)$ کی طرح ہے کیونکہ -4 کا جمعی معکوس 4 ہے

ہم عددی خط پر -5 سے 4 قدم داہنی طرف چلتے ہیں (شکل 6.15)۔



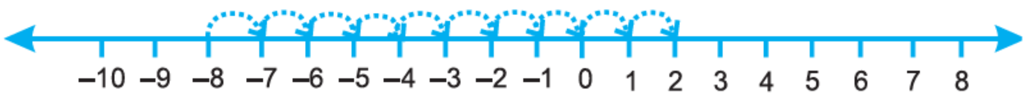
شکل 6.15

ہم پہنچتے ہیں -1 پر

یعنی $-5 + 4 = -1$ اس لیے $-5 - (-4) = -1$

مثال 7: $(-10) - (-8)$ کی قدر عددی خط کا استعمال کر کے معلوم کیجیے

حل: $= (-10) - (-8)$ کا مطلب ہے $-8 + 10$ کیونکہ -10 کا جمعی معکوس 10 ہے۔ عدد خط پر -8 سے شروع کر کے 10 قدم دائیں طرف چلیں گے۔



شکل 6.16

ہم پہنچتے ہیں 2 پر اس لیے $-8 - (-10) = 2$

صحیح عدد کے جمعی معکوس کو دوسرے صحیح عدد میں جوڑا جائے۔

مثال 8: (-10) میں سے (-4) کو گھٹائیں۔

حل: $(-10) - (-4) = (-10) + 4$ (-4 کا جمعی معکوس)

$= (-10) + 4 = (-6)$

مثال 9: (-3) میں سے $(+3)$ کو گھٹائیں۔

حل: $(-3) - (+3) = (-3) +$ ($+3$ کا جمعی معکوس)

$= (-3) + (-3) = -6$

مشق 6.3

1۔ معلوم کیجیے۔

(a) $35-(20)$ (b) $72-(90)$

(c) $(-15)-(-18)$ (d) $(-20)-(13)$

(e) $23-(-12)$ (f) $(-32)-(-40)$

2۔ خالی جگہوں پر > , < یا = کے نشان لگائیے۔

(a) $(-3)-(-6)$ ______ $(-3)+(-6)$

(b) $(-31)+(-11)$ ______ $(-21)-(-10)$

(c) $57+(-4)$ ______ $45-(-11)$

(d) $(-42)-(-25)$ ______ $(-25)-(-42)$

3۔ خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(a) $(-8)+$ ______ $=0$

(b) $13+$ ______ $=0$

(c) $12+(-12)=$ ______

(d) $(-4)+$ ______ $=-12$

(e) ______ $-15=-10$

4۔ قدر معلوم کیجیے۔

(a) $(-7)-8-(-25)$

(b) $(-13)+32-8-1$

(c) $(-7)+(-8)+(-90)$

(d) $50-(-40)-(-2)$

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ ہم نے دیکھا کہ کئی بار جب ہم اعداد کا استعمال کرتے ہیں تو ان پر منفی نشان ہوتا ہے جب ہم کسی عمودی خط پر صفر کے نیچے جانے کی کوشش کرتے ہیں تو ایسے اعداد منفی اعداد کہلاتے ہیں۔ اس کی کچھ مثالیں درجۂ حرارت کی پیمائش، ندی یا جھیل میں پانی کی سطح، ٹنکی میں تیل کی سطح وغیرہ۔ ان کا استعمال کسی اہم کھاتے میں جمع کی علامت کے طور پر بھی کرتے ہیں۔

2۔ ... ، 4 ، 3 ، 2 ، 0 ، 1– ، 2– ، 3– ، 4– ، ... وغیرہ اعداد کے ذخیرہ کو مکمل اعداد کہتے ہیں۔ اس لیے اعداد ... ، 4– ، 3– ، 2– ، 1– ، منفی صحیح اعداد کہلاتے ہیں اور ... 4+ ، 3+ ، 2 + ، 1+ مثبت اعداد کہلاتے ہیں۔

3۔ ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ کسی دیے گئے عدد کے یا اس سے زیادہ جانشین اعداد اور ایک سے کم کتنے پیش رو حاصل ہوتے ہیں۔

4۔ ہم مشاہدہ کرتے ہیں

(a) جب علامتیں یکساں ہوتی ہیں تو جمع کیجیے اور وہی علامت دیجیے۔

(i) جب ہم دو مثبت صحیح اعداد کو جمع کریں تو ہمیں مثبت صحیح اعداد حاصل ہوتے ہیں جیسے

مثال کے طور پر $[(+3) + (+2) = +5]$

(ii) اگر دو منفی صحیح اعداد کو جمع کریں تو منفی صحیح اعداد حاصل ہوتے ہیں جیسے

$[(-2) + (-1) = -3]$

(b) جب ایک منفی اور ایک مثبت صحیح عدد کو جمع کیا جاتا ہے تو ہم ان کو گھٹا دیتے ہیں اور حاصل فرق پر بڑے عدد کی علامت لگا دیتے ہیں۔

مثال کے طور پر $[(-4) + (-3) = +1]$ اور $[(-4)+3 = -1]$

(c) کسی صحیح عدد کی تفریق اور اس عدد کے جمعی معکوس کی جمع یکساں ہیں۔

5۔ ہم دکھا چکے ہیں کہ صحیح اعداد کی جمع اور تفریق کو عددی خط پر بھی دکھایا جاسکتا ہے۔

باب ۷

کسور (Fractions)

4618CH07

7.1 تعارف (Introduction)

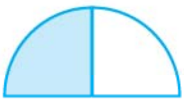
سبھاش نے چوتھی اور پانچویں کلاس میں کسر کے بارے میں پڑھا تھا لیکن وہ بہت زیادہ پراعتماد نہیں تھا، اس لیے جہاں تک ممکن ہوتا وہ کسر کا استعمال کرتا رہتا تھا۔ ایک بار وہ اسکول آتے وقت اپنا کھانا گھر ہی بھول آیا۔ اس کی دوست فریدہ نے اس کو اپنے ساتھ کھانا کھلایا۔ وہ پانچ روٹیاں لائی تھی۔ پہلے دونوں نے دو دو روٹیاں لے لیں۔ پھر فریدہ نے باقی بچی ایک روٹی کے دو برابر کے حصے کئے اور ایک حصہ یعنی آدھی روٹی سبھاش کو دے دی اور آدھی روٹی خود لے لی۔

2 روٹیاں + آدھی روٹی – سبھاش

2 روٹیاں + آدھی روٹی – فریدہ

اس طرح سبھاش اور فریدہ دونوں کو دو دو پوری روٹیاں اور ایک ایک آدھی روٹی ملی۔

آپ کو اپنی زندگی میں کسر کا استعمال کہاں کرنا پڑتا ہے؟



شکل 7.1

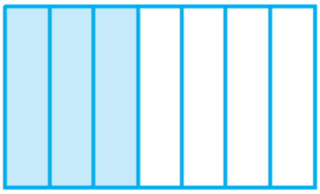
سبھاش کو یہ معلوم ہے کہ آدھے کو $\frac{1}{2}$ لکھتے ہیں۔ کھاتے کھاتے اس نے اپنی آدھی روٹی کو پھر دو برابر کے حصوں میں بانٹ لیا اور فریدہ سے پوچھا کہ یہ ٹکڑا پوری روٹی کا کتنا حصہ ہے؟

شکل 7.2

فریدہ نے جواب دیے بغیر اپنی آدھی روٹی کے بھی دو برابر برابر حصے کیے اور ان کو سبھاش کے حصوں کے ساتھ ملا کر رکھ دیا۔ اس نے کہا کہ یہ چاروں

حصہ ملا کر ایک پوری روٹی بناتے ہیں۔ اس لیے ہر ایک حصہ پوری روٹی کا ایک چوتھائی ہوا اور چار برابر حصے ملا کر $\frac{4}{4}$ یا ایک مکمل روٹی بناتے ہیں۔

جو کچھ وہ پڑھ چکے تھے اس کے بارے میں دونوں کھاتے کھاتے باتیں بھی کرتے رہے۔



شکل 7.3

شکل 7.4

اگر چار برابر کے حصوں میں سے 3 حصے لے لیں تو اس کو $\frac{3}{4}$ کہیں گے۔ اسی طرح جب ہم ایک چیز کے 7 برابر کے حصے کریں گے اور اس میں سے 3 لے لیں گے تو ہم کو $\frac{3}{7}$ حاصل ہوگا (شکل 7.3)۔ $\frac{1}{8}$ کے لیے ہم ایک مکمل چیز کو آٹھ برابر کے حصوں میں بانٹیں گے اور اس میں سے ایک حصہ لے لیں گے۔ (شکل 7.4)۔ فریدہ نے کہا کہ ہم نے پڑھا ہے کہ کسری اعداد وہ اعداد ہیں جو ایک مکمل چیز کے کسی ایک حصے کو ظاہر کرتا ہے۔ یہ مکمل چیز صرف ایک چیز بھی ہوسکتی ہے یا چیزوں کا ایک مجموعہ بھی ہوسکتا ہے۔ سہاش نے کہا کہ یہ تمام حصے آپس میں برابر ہونے چاہئیں۔

7.2 کسر (Fraction)

آیئے! اوپر ہوئی بات چیت کا اعادہ کرتے ہیں

کسر سے مراد کسی گروپ یا خطّہ کا ایک حصہ ہے۔

$\frac{5}{12}$ ایک کسر ہے اس کو ہم ''پانچ بارواں'' پڑھتے ہیں۔

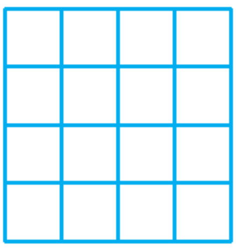
یہاں 12 کس چیز کو ظاہر کررہا ہے ؟ یہ اس عدد کو ظاہر کرتا ہے جو بتاتا ہے کہ ایک مکمل چیز کو کل کتنے حصوں میں بانٹا گیا ہے۔

''5'' کیا ظاہر کرتا ہے؟ یہ اس عدد کو ظاہر کرتا ہے جو بتاتا ہے کہ کتنے حصوں کو لیا گیا ہے۔

یہاں پر 5 کو شمار کنندہ اور 12 کو نسب نما کہتے ہیں۔

$\frac{3}{7}$ کا شمار کنندہ بتایئے۔ $\frac{4}{15}$ کا نسب نما کیا ہے؟

اس کھیل کو کھیلیے (Play this game)



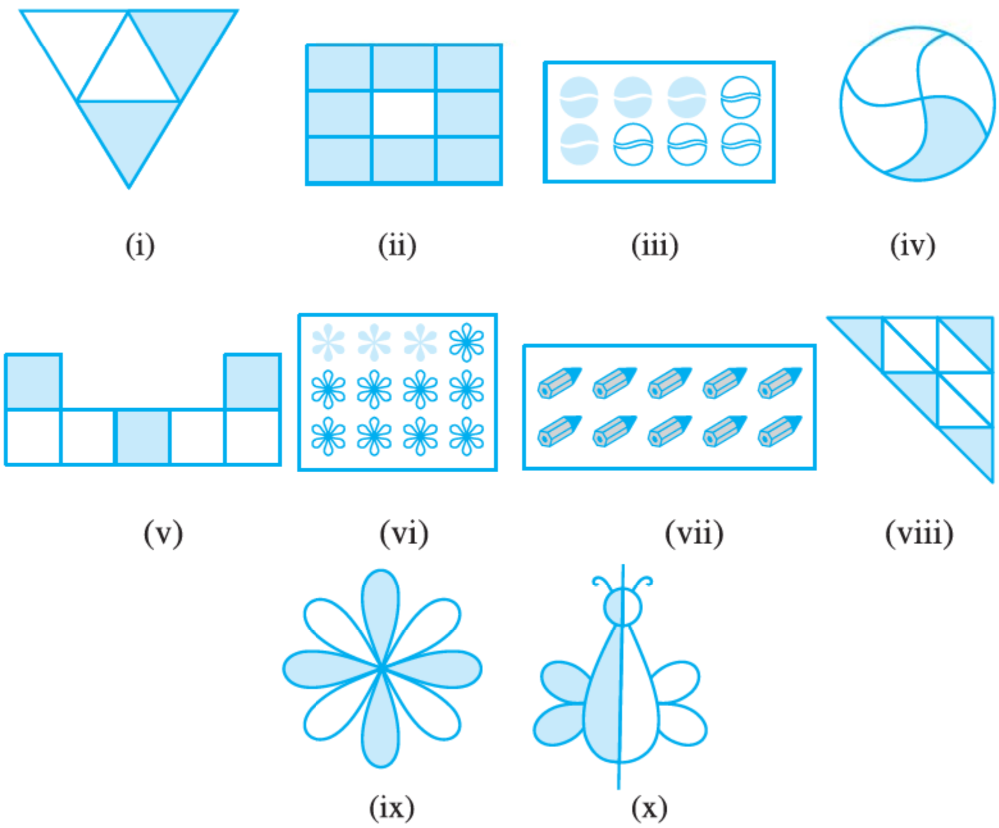
یہ کھیل آپ اپنے دوستوں کے ساتھ کھیل سکتے ہیں۔

دکھائے گئے گرڈ کی بہت سی کاپیاں لیں لیجیے کسی کسر جیسے $\frac{1}{2}$ پر غور کیجیے

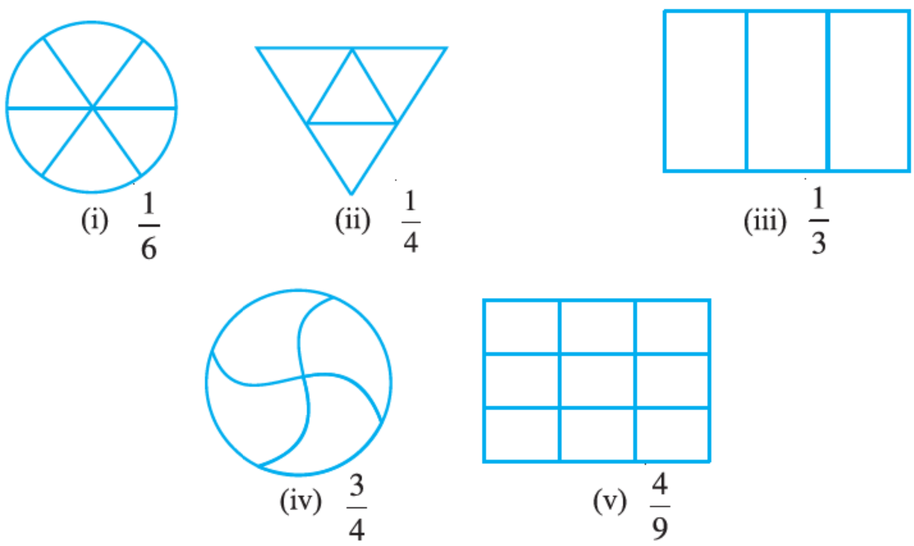
آپ میں سے ہر ایک کو $\frac{1}{2}$ گرڈ کو شیڈ کرنا ہے۔

مشق 7.1

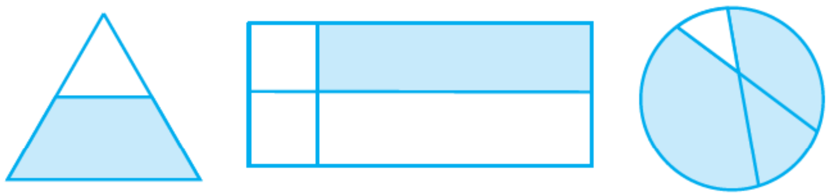
1۔ شیڈ کیے گئے حصّہ کو ظاہر کرنے والی کسر لکھیے۔



2۔ دی گئی کسر کے مطابق حصّوں کو شیڈ کیجیے۔



3۔ اگر درج ذیل میں کوئی غلطی ہے تو بتائیے:



یہ $\frac{3}{4}$ ہے　　یہ $\frac{1}{4}$ ہے　　یہ $\frac{1}{2}$ ہے

4۔ 8 گھنٹے دن کی کون سی کسر ہے؟

5۔ 40 منٹ ایک گھنٹہ کی کون سی کسر ہے؟

6۔ آریہ، ابھیمنیو اور وویک تینوں اپنا کھانا مل بانٹ کر کھاتے ہیں۔ آریہ دو سینڈوچ لایا تھا۔ ایک سبزیوں کا اور ایک جیم کا۔ باقی دونوں بچے اپنا کھانا گھر بھول آئے۔ آریہ نے اس بات پر راضی ہو گیا کہ دونوں سینڈوچوں کا برابر حصّہ تینوں کو ملے ہیں۔

(a) آریہ اپنے سینڈوچوں کو کیسے بانٹے کہ ہر ایک کو برابر برابر حصہ ملے؟

(b) ایک سینڈوچ کا کتنا حصہ ہر بچہ کو ملے گا؟

7۔ کنچن کے پاس تین فراکیں ہیں جو وہ کھیلتے وقت پہنتی ہے۔ فراکوں کا کپڑا تو اچھا ہے مگر ان کا رنگ خراب ہوگیا۔ اس کی امی نیلا رنگ خرید کر لائیں اور اس کی دو فراکوں کو نیلا رنگ دیا۔ اس کی کھیلنے والی فراکوں کا کتنا حصہ اس کی امی نے رنگ دیا؟

8۔ 2 سے 12 تک کے طبعی اعداد لکھیے۔ اس کا کتنا حصہ مفرد اعداد ہے؟

9۔ 102 سے 113 تک کے طبعی اعداد لکھیے۔ ان کا کتنا حصہ مفرد اعداد ہیں؟

10۔ وہ دائرے جن کے اندر X بنا ہوا ہے۔ کل دائروں کا کتنا حصہ ہے؟

11۔ کرسٹین کو اپنی سالگرہ پر ایک سی ڈی پلیئر ملا اس نے تین سی ڈی خریدیں اور 5 اس کو تحفوں میں ملیں۔ اس نے اپنے پاس جمع ہوئی کل سی ڈی کا کتنا حصہ خریدا — اور کتنا اسے تحفہ میں ملا؟

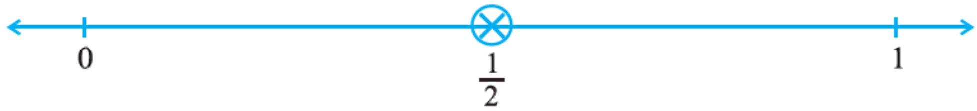
7.3 عددی خط پر کسر (Fraction on the Number Line)

عددی خط پر مکمل اعداد جیسے ...0,1,2 کا اظہار آپ سیکھ چکے ہیں۔

ہم کسر کو عددی خط پر ظاہر کر سکتے ہیں۔ ایک عددی خط بنائیے اور $\frac{1}{2}$ کو اُس پر ظاہر کرنے کوشش کیجیے۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{1}{2}$ صفر سے بڑا اور ایک سے چھوٹا ہوتا ہے اس لیے اس کو 0 اور 1 کے درمیان ہونا چاہیے۔

کیونکہ ہم کو $\frac{1}{2}$ ظاہر کرنا ہے اس لیے ہم 0 سے 1 تک کے فاصلے کو دو برابر حصوں میں بانٹ لیں گے اور پھر ایک حصہ کو $\frac{1}{2}$ کہیں گے (جیسا کہ شکل 7.5 میں دکھایا گیا ہے)۔



شکل 7.5

عددی خط پر $\frac{1}{3}$ کو دکھانے کے لیے 0 سے 1 تک کے فاصلہ کو کتنے برابر حصوں میں بانٹا جائے گا؟ 0 سے 1 کے درمیان کے فاصلے کو ہم تین برابر کے حصوں میں بانٹیں گے اور ان میں سے ایک حصے کو $\frac{1}{3}$ کہیں گے۔ (جیسا کہ شکل 7.6 میں دکھایا گیا ہے)۔

شکل 7.6

کیا ہم اس عددی خط پر $\frac{2}{3}$ کو دکھا سکتے ہیں؟ $\frac{2}{3}$ کا مطلب ہے کہ 3 حصوں میں سے 2 حصے جیسا کہ شکل 7.7 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 7.7

کوشش کیجیے

1۔ $\frac{3}{5}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

2۔ $\frac{5}{10}$، $\frac{0}{10}$، $\frac{1}{10}$ اور $\frac{10}{10}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

3۔ 0 اور 1 کے درمیان کیا آپ کوئی اور کسر ظاہر کرسکتے ہیں؟ ایسے ہی 5 کسور لکھیے اور ان کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

4۔ 0 اور 1 کے درمیان کتنے کسری اعداد پائے جاتے ہیں؟ سوچیے بحث کیجیے اور اپنا جواب لکھیے؟

اس طرح آپ عددی خط پر $\frac{0}{3}$ اور $\frac{3}{3}$ کو کیسے دکھائیں گے؟ $\frac{0}{3}$ تو نقطہ صفر ہی ہے جب کہ $\frac{3}{3}$ ایک مکمل ہوتا ہے۔ جو کہ نقطہ 1 سے ظاہر کیا جاسکتا ہے (جیسا کہ شکل 7.7 دکھایا گیا ہے)۔

اگر ہم کو عددی خط پر $\frac{3}{7}$ دکھانا ہے تو 0 اور 1 کے درمیان کے فاصلے کو کتنے حصوں میں بانٹا جائے گا؟ اگر P، $\frac{3}{7}$ کو ظاہر کرتا ہے تو صفر اور P کے درمیان کتنے برابر برابر حصے ہوں گے؟ $\frac{0}{7}$ اور $\frac{7}{7}$ کہاں واقع ہوں گے؟

7.4 واجب کسریں (Proper Fractions)

آپ نے عددی خط پر مختلف کسور کو ظاہر کرنا سیکھ لیا ہے۔ کسری اعداد $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{0}{3}, \frac{5}{8}$ کو الگ الگ عددی خطوط پر ظاہر کیجیے ۔ ان میں سے کیا کوئی کسر 1 کے بعد آئے گی؟

یہ تمام کسریں 1 سے چھوٹی ہیں۔

اس لیے یہ سب عددی خط پر عدد 1 کے بائیں طرف ہوں گی۔ کیوں؟

واجب کسر میں شمار کنندہ، نسب نما سے چھوٹا ہوتا ہے۔

حقیقت میں ابھی تک ہمارے ذریعہ پڑھائی گئی کسر ایک چھوٹی ہی کسر ہے۔ یہ واجب کسر ہے جیسا کہ فریدہ نے کہا ہے (سیکشن 7.1)، واجب کسر وہ عدد ہے جو ایک مکمل عدد (Whole) کے حصہ کو ظاہر کرتا ہے۔ اس میں نسب نما یہ بتاتا ہے کہ مکمل عدد کو کتنے برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اور شمار کنندہ یہ ظاہر کرتا ہے کہ اس میں سے کتنے حصے لیے گئے ہیں۔ اس لیے ایک واجب کسر میں شمار کنندہ ہمیشہ نسب نما سے چھوٹا ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے

1۔ ایک واجب کسر بتائیے:

(a) جس کا شمار کنندہ 5 اور نسب نما 7 ہے۔

(b) جس کا نسب نما 9 اور شمار کنندہ 5 ہے۔

(c) جس کے شمار کنندہ اور نسب نما کا حاصل جمع 10 ہو اس طرح کی کتنی کسور آپ بنا سکتے ہیں؟

(d) جس کا نسب نما، اس کے شمار کنندہ سے 4 زیادہ ہے۔

(کوئی پانچ کسریں بنائیے، آپ ایسی اور کتنی کسریں بنا سکتے ہیں؟)

2۔ ایک کسر دی گئی ہے۔

اس کو صرف دیکھ کر آپ یہ کیسے طے کر سکتے ہیں کہ وہ ایک ایسی کسر ہے جو:

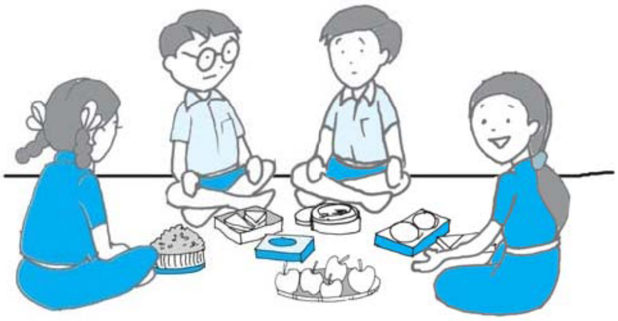
(a) 1 سے چھوٹی ہے؟

(b) 1 کے برابر ہے؟

3۔ '<'، '>' یا '=' میں سے کسی ایک کا استعمال کرتے ہوئے۔ خالی جگہوں کو بھریے:

(a) $\frac{1}{2} \square 1$　(b) $\frac{3}{5} \square 1$　(c) $1 \square \frac{7}{8}$　(d) $\frac{4}{4} \square 1$　(e) $\frac{2005}{2005} \square 1$

7.5 غیر واجب اور مخلوط کسریں (Improper and Mixed Fractions)



انا گھا، روی، ریشما اور جون اپنا کھانا مل بانٹ کر کھاتے ہیں۔ انا گھا پوریاں لائی، روی روٹیاں لایا، ریشما سبزی اور جون سینڈوچ لایا۔ ان لوگوں نے یہ چاروں چیزیں آپس میں بانٹی، اس کے علاوہ ان کے پاس پانچ سیب بھی تھے، باقی چیزیں کھانے کے بعد یہ چاروں دوست سیب کھانا چاہتے تھے۔

وہ چاروں ان پانچ سیبوں کو آپس میں کیسے بانٹیں؟

انا گھا نے کہا کہ ہم چاروں ایک ایک پورا سیب لے لیتے ہیں اور ایک سیب کا چوتھائی حصہ ہر بچہ لے لے۔

ریشما نے کہا کہ ہاں یہ ٹھیک ہے مگر ہم ان پانچ سیبوں میں سے ہر ایک سیب کو بھی چار برابر کے حصوں میں بانٹ سکتے ہیں اور پھر ہر سیب کا ایک ایک چوتھائی حصہ ہر بچہ لے لے۔

روی نے کہا کہ ہاں سیب بانٹنے کے یہ دونوں طریقے ایک سے ہیں۔ ہر حصہ کو ہم پانچ تقسیم چار لکھ سکتے ہیں۔ روی نے کہا تمہارا مطلب ہے $5 \div 4$؟ جون نے کہا ہاں، اس کو ہم $\frac{5}{4}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

ریشما نے کہا $\frac{5}{4}$ میں شمار کنندہ، نسب نما سے بڑا ہے، وہ کسریں جن کا شمار کنندہ اس کے نسب نما سے بڑا ہوتا ہے غیر واجب کسریں کہلاتے ہیں۔

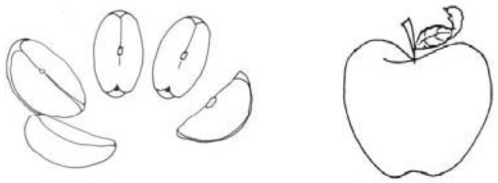
اس طرح $\frac{3}{2}, \frac{12}{7}, \frac{18}{5}$ جیسے کسریں غیر واجب کسریں ہیں۔

1۔ پانچ ایسی غیر واجب کسریں لکھئے جن کا نسب نما 7 ہیں۔

2۔ پانچ ایسی غیر واجب کسریں لکھئے جن کا نسب نما 11 ہیں۔

روی نے جون کو یاد دلایا، اس حصہ کو لکھنے کا دوسرا طریقہ کیا ہے؟ کیا یہ سیبوں کو انا گھا کے ذریعہ تقسیم کرنے کے طریقہ سے حاصل ہو جاتا ہے؟

جون نے کہا، ہاں، حقیقت میں یہ انا گھا کے کے طریقے سے ہی حاصل ہوتا ہے۔ اس طریقے کے مطابق ایک کا حصہ ایک مکمل اور ایک چوتھائی سے مل کر بنا ہے۔

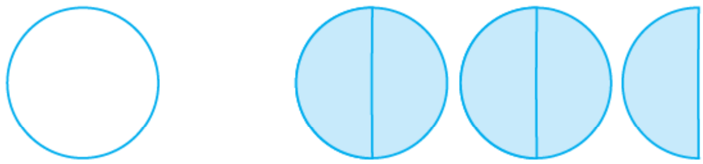


یہ 1 ہے(ایک) — ان میں سے ایک ہے $\frac{1}{4}$

شکل 7.8

اس طرح $1+\frac{1}{4}$ کو ہم $1\frac{1}{4}$ لکھ سکتے ہیں۔ اور یہ $\frac{5}{4}$ کے برابر ہی ہے۔

یاد کیجیے فریدہ نے جو روٹیاں کھائیں تھیں۔ اس کو $2\frac{1}{2}$ روٹیاں ملی تھیں (شکل 7.9) یعنی شکل 7.10



یہ $2\frac{1}{2}$ ہے — یہ 1 ہے۔

شکل 7.9

$2\frac{1}{2}$ میں کتنے شیڈ کیے گئے کتنے آدھے حصے ہیں؟ اس میں 5 شیڈ کیے گئے آدھے حصے ہیں: تو کسر $\frac{5}{2}$ کو $2\frac{1}{2}$ بھی لکھا جا سکتا ہے جو $\frac{5}{2}$ کے مساوی ہے۔

$1\frac{1}{4}$ اور $2\frac{1}{2}$ جیسی کسریں، مخلوط کسر کہلاتی ہیں۔

ایک مخلوط کسر، ایک مکمل عدد اور واجب کسر کے اختلاط میں لکھی جاتی ہے۔ مخلوط کسر آپ نے کہاں استعمال کی ہے؟ کچھ مثالیں دیجیے:

کیا آپ جانتے ہیں؟

ٹینس کے بلے کو پکڑنے والا حصہ عام طور پر مخلوط عدد ہوتا ہے مثال کے طور پر ایک سائز $3\frac{7}{8}$ انچ ہے اور دوسرا $4\frac{3}{8}$ انچ ہے۔

مثال 1: درج ذیل میں ہر ایک کو مخلوط کسر میں تبدیل کیجیے:

(a) $\frac{17}{4}$ (b) $\frac{11}{3}$ (c) $\frac{27}{5}$ (d) $\frac{7}{3}$

حل: (a) $\frac{17}{4}$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4\,\overline{)17} \\ -\ 16 \\ \hline 1 \end{array}$$

یعنی 4 مکمل اور $\frac{1}{4}$ مزید یا $4\frac{1}{4}$

(b) $\frac{11}{3}$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3\overline{)11} \\ -\;9 \\ \hline 2 \end{array}$$

یعنی 3 مکمل اور $\frac{2}{3}$ مزید یا $3\frac{2}{3}$

[متبادل کے طور پر $\frac{11}{3}=\frac{9+2}{3}=\frac{9}{3}+\frac{2}{3}=3+\frac{2}{3}=3\frac{2}{3}$]

سوال (c) اور (d) کے لیے آپ دونوں طریقے استعمال کر سکتے ہیں۔

اس طرح ہم کسی غیر واجب کسر کے شمار کنندہ کو نسب نما سے تقسیم کر کے خارج قسمت اور باقی حاصل کر کے اس غیر واجب کسر کو مخلوط کسر میں لکھتے ہیں اس طرح مخلوط کسر کو $\text{خارج قسمت}\frac{\text{باقی}}{\text{قاسم}}$ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

مثال 2: درج ذیل مخلوط کسروں کو غیر واجب کسر میں بدلیے۔

(a) $2\frac{3}{4}$ (b) $7\frac{1}{9}$ (c) $5\frac{3}{7}$

حل

(a) $2\frac{3}{4}=\frac{2\times4+3}{4}=\frac{11}{4}$

(b) $7\frac{1}{9}=\frac{(7\times9)+1}{9}=\frac{64}{9}$

(c) $5\frac{3}{7}=\frac{(5\times7)+3}{7}=\frac{38}{7}$

اس طرح ہم کسی غیر واجب کسر کو مخلوط کسر میں تبدیل کر سکتے ہیں۔

$$\frac{(\text{مکمل عدد}\times\text{نسب نما})+\text{شمار کنندہ}}{\text{نسب نما}}$$

کی شکل میں لکھتے ہیں۔

مشق 7.2

1۔ عددی خط بنائیے اور اس پر درج ذیل نقطوں (Points) کی نشاندہی کیجیے :

(a) $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{3}{4},\frac{4}{4}$ (b) $\frac{1}{8},\frac{2}{8},\frac{3}{8},\frac{7}{8}$ (c) $\frac{2}{5},\frac{3}{5},\frac{8}{5},\frac{4}{5}$

2۔ درج ذیل میں ہر ایک کو مخلوط کسر میں تبدیل کیجیے :

(a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{11}{5}$ (c) $\frac{17}{7}$

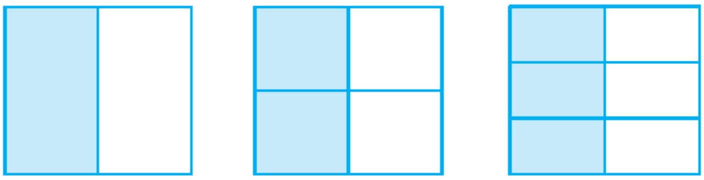
(d) $\frac{28}{5}$ (e) $\frac{19}{6}$ (f) $\frac{35}{9}$

3۔ درج ذیل میں ہر ایک کو غیر واجب کسر میں تبدیل کیجیے :

(a) $7\frac{3}{4}$ (b) $5\frac{6}{7}$ (c) $2\frac{5}{6}$ (d) $10\frac{3}{5}$ (e) $9\frac{3}{7}$ (f) $8\frac{4}{9}$

7.6 معادل کسریں (Equivalent Fractions)

ان تمام کسری اعداد کے اظہار کو دیکھیے (شکل 7.10)



شکل 7.10

یہ کسری اعداد $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ ہیں جو ظاہر کرتے ہیں کہ کل حصوں میں سے کتنے حصے لیے گئے ہیں۔ اگر ہم ان تینوں تصویری اظہار کو ایک کے اوپر ایک رکھیں تو ہم دیکھیں گے کہ یہ سب آپس میں برابر ہیں۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟

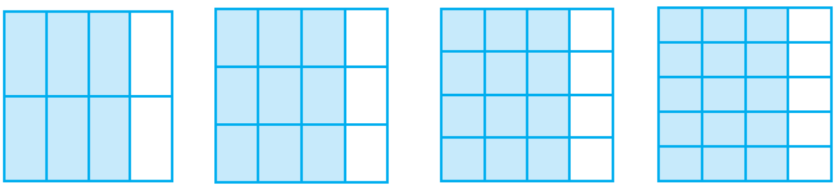
ان کسروں کو معادل کسریں کہتے ہیں اوپر دی گئی کسر کی تین اور معادل کسریں سوچیے۔

کوشش کیجیے

1۔ کیا $\frac{1}{3}$ اور $\frac{2}{7}$ ؛ $\frac{2}{5}$ اور $\frac{2}{7}$ ؛ $\frac{2}{9}$ اور $\frac{6}{27}$ معادل ہیں؟ وجہ بتایے۔

2۔ چار معادل کسروں کی ایک اور مثال دیجیے۔

3۔ درج ذیل ہر ایک کسر کو پہچانیے۔ کیا یہ معادل کسریں ہیں۔



معادل کسروں کی تفہیم (Understanding Equivalcut Fractions)

$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, ..., \frac{36}{72}, ...$ معادل کسریں ہیں۔ یہ ایک مکمل چیز کے ایک ہی حصہ کو ظاہر کرتی ہیں۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

معادل کسریں ایک مکمل چیز کے ایک ہی حصہ کو کیوں ظاہر کرتی ہیں؟ ایک سے دوسری کو ہم کیسے حاصل کر سکتے ہیں؟ ایک سے دوسری کو کیسے حاصل کرتے ہیں؟

$\frac{1}{2}$ اور $\frac{2}{4}$ پر غور کیجیے۔ دوسری کسر کا شمار کنندہ پہلی کسر کے شمار کنندہ کا دوگنا ہے اور اور دوسری کسری کا نسب نما بھی پہلی کسر کے نسب نما کا دوگنا ہے۔

اس کا کیا مطلب ہے $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{1\times2}{2\times2}$ اسی طرح $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1\times3}{2\times3}$ اور $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{1\times4}{2\times4}$

کسی دی گئی کسر کی معادل کسر معلوم کرنے کے لئے، آپ دی گئی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی ایک ھی عدد سے ضرب کرسکتے ھیں.

رجنی نے کہا کہ $\frac{1}{3}$ کی معادل کسریں ہیں:

$\frac{1\times4}{3\times4}=\frac{4}{12}$، $\frac{1\times3}{3\times3}=\frac{3}{9}$، $\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$ اور ایسی ہی بہت ساری

کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ وضاحت کیجیے ؟

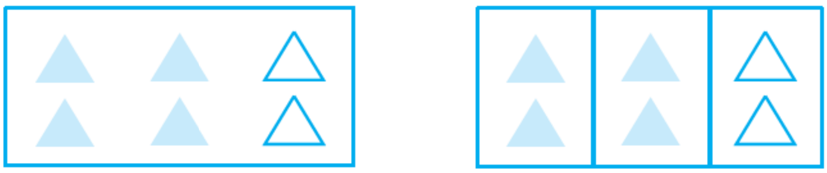
کوشش کیجیے

1۔ درج ذیل میں ہر ایک کی پانچ معادل کسریں لکھیے:

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{9}$

دوسرا طریقہ (Another Way)

معادل کسریں حاصل کرنے کا کیا کوئی اور بھی طریقہ ہے؟ (شکل 7.11) کو دیکھیے۔



یہاں $\frac{4}{6}$ کو شیڈ کیا گیا ہے

یہاں $\frac{2}{3}$ کو شیڈ کیا گیا ہے۔

شکل 7.11

ان میں شیڈ کی گئی چیزوں کی تعداد برابر ہے۔یعنی $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=\frac{4\div2}{6\div2}$

کسی دی گئی کسر کی معادل کسر حاصل کرنے کے لیے ہم کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ھی عدد سے تقسیم کرسکتے ھیں.

$\frac{12}{15}$ کی ایک معادل کسر ہے $\frac{12\div3}{15\div3}=\frac{4}{5}$

کیا آپ $\frac{9}{15}$ کی کوئی ایسی معادل کسر بتا سکتے ہیں جس کا نسب نما 5 ہے۔

مثال 3: $\frac{2}{5}$ کی ایک ایسی معادل کسر بتائیے جس کا شمار کنندہ 6 ہے۔

حل: دی گئی کسر $\frac{2}{5}$ ہے۔ مطلوبہ کسر کا شمار کنندہ 6 ہے ہم جانتے ہیں کہ $2 \times 3 = 6$ اس کا مطلب ہے کہ معادل کسر حاصل کرنے کے لیے دی گئی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو 3 سے ضرب کریں گے۔

یعنی $\frac{2}{5} = \frac{2\times3}{5\times3} = \frac{6}{15}$، اس طرح، ہم کو حاصل ہوگا $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

کیا آپ اس کو تصویر کے ذریعہ ظاہر کر سکتے ہیں؟

مثال 4: $\frac{15}{35}$ کی معادل کسر معلوم کیجیے جس کا نسب نما 7 ہو؟

حل: ہمارے پاس ہے۔ $\frac{15}{35} = \frac{\square}{7}$

ہم نسب نما کو دیکھیں تو کیونکہ $35 \div 5 = 7$ ہے تو ہم $\frac{15}{35}$ کو شمار کنندہ کو بھی 5 سے تقسیم کریں گے۔

ہمارے پاس ہے $\frac{15}{35} = \frac{15\div5}{35\div5} = \frac{3}{7}$

اس طرح خالی جگہ پر 3 آئے گا ہم کو حاصل ہوگا $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

ایک دلچسپ حقیقت (An Interesting Fact)

معادل کسروں کے کچھ دلچسپ پہلو بھی ہیں۔ دیے گئے جدول کو مکمل کیجیے۔ پہلی دو لائن حل کر دی گئیں ہیں۔

معادل کسریں	پہلی کسر کے شمار کنندہ اور دوسری کسر کے نسب نما کے حاصل ضرب	دوسری کسر کے نسب نما اور پہلی کسر کے شمار کنندہ کے حاصل ضرب	کیا دونوں حاصل ضرب برابر ہیں
$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$	$1 \times 9 = 9$	$3 \times 3 = 9$	ہاں
$\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$	$4 \times 35 = 140$	$5 \times 28 = 140$	ہاں
$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$			
$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$			
$\frac{3}{7} = \frac{24}{56}$			

ہم کو کیا معلوم ہوا؟ یہاں ہر کیس میں پہلی کسر کے شمار کنندہ اور دوسری کسر کے نسب نما کی حاصل ضرب، پہلی کسر کے نسب نما اور دوسری کسر کے شمار کنندہ کی حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے، اس کو ہم دوسری کسروں کے ساتھ بھی کر کے دیکھ سکتے ہیں۔ کیا آپ کو کوئی دو کسروں کا ایسا جوڑ بھی ملا جہاں پر یہ نہ ہوا ہو؟ یہ اصول کبھی کبھی معادل کسریں معلوم کرنے میں مددگار ثابت ہوتا ہے۔

مثال 5: $\frac{2}{9}$ کی ایسی معادل کسر بتائیے جس کا نسب نما 63 ہیں۔

حل : $\frac{2}{9} = \frac{\square}{63}$

ہمارے پاس ہونا چاہیے۔ $9 \times \square = 2 \times 63$

لیکن $63 = 7 \times 9$, so $9 \times \square = 2 \times 7 \times 9 = 14 \times 9 = 9 \times 14$

یا $9 \times \square = 9 \times 14$

$\square = 14.$ اس لیے $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$

7.7 کسر کی کم ترین شکل (Simplest Form of a Fraction)

کسر $\frac{36}{54}$ دی گئی ہے، ایک ایسی معادل کسر معلوم کرنے کی کوشش کیجیے جس کے شمار کنندہ اور نسب نما کا ایک کے علاوہ کوئی اور مشترک جزو ضربی نہ ہو۔

ہم یہ کیسے کرسکتے ہیں؟ ہم دیکھتے ہیں کہ 36 اور 54 دونوں ہی 2 سے تقسیم ہوسکتے ہیں

$$\frac{36}{54} = \frac{36 \div 2}{54 \div 2} = \frac{18}{27}$$

لیکن 18 اور 27 کے ایک کے علاوہ اور بھی مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

مشترک اجزائے ضربی 3,1 اور 9 ہیں۔

اس لیے $\frac{18}{27} = \frac{18 \div 9}{27 \div 9} = \frac{2}{3}$

کیونکہ 2 اور 3 کا کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہے اس لیے ہم کو $\frac{36}{54}$ کی آسان ترین شکل $\frac{2}{3}$ حاصل ہوئی۔

ایک کسر اپنی آسان ترین شکل (کم ترین ارکان میں) میں کہلاتی ہے اگر اس کے شمار کنندہ اور نسب نما کا ایک کے علاوہ اور کوئی مشترک جزو ضربی نہ ہو۔

ایک چھوٹا طریقہ (The Shortest Way)

آسان ترین شکل میں معادل کسر معلوم کرنے کا ایک آسان اور چھوٹا طریقہ یہ ہے کہ کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کا HCF (عادہ اعظم مشترک) نکال لیجئے اور دونوں کو HCF سے تقسیم کر دیجیے۔

ایک کھیل

یہاں دی گئی معادل کسریں کافی دلچسپ ہیں۔ ان میں سے ہر ایک میں 1 سے 9 تک کے تمام ہندسہ ایک مرتبہ استعمال ہوتے ہیں۔

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$$

ایسی اور معادل کسریں معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

$\frac{36}{24}$ پر غور کیجیے

36 اور 24 کا HCF 12 ہے

اس لیے $\frac{36 \div 12}{24 \div 12} = \frac{3}{2}$ اس طرح HCF کا تصور ایک کسر کو اس کی آسان ترین شکل لکھنے میں مددگار ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے

1۔ درج ذیل میں ہر ایک کسر کو آسان ترین شکل میں لکھیے۔

(i) $\frac{15}{75}$ (ii) $\frac{16}{72}$

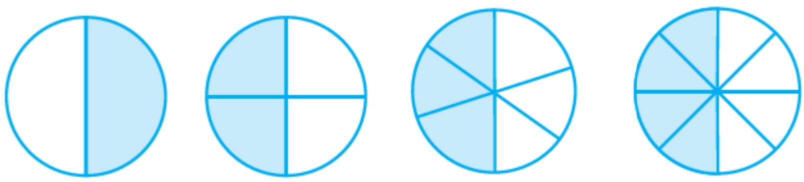
(iii) $\frac{17}{51}$ (iv) $\frac{42}{28}$ (v)

2۔ کیا $\frac{49}{64}$ اپنی آسان ترین شکل میں ہے؟۔

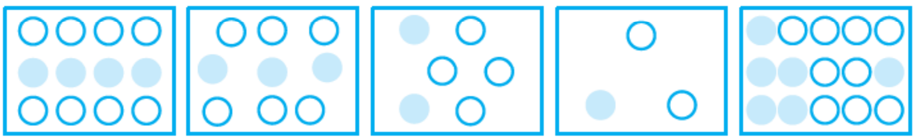
مشق 7.3

1۔ کسریں لکھیے کیا یہ تمام کسریں معادل ہیں۔

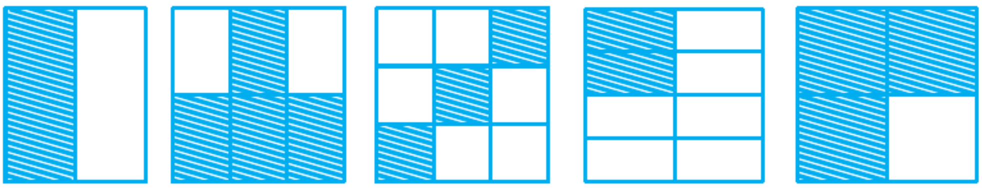
(a)



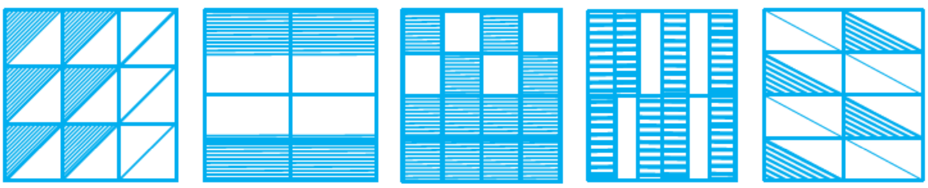
(b)



2۔ کسریں لکھیے اور درج ذیل دی گئی ہر قطار کی کسروں میں سے معادل کسروں کے جوڑے بنائیے۔



(a) (b) (c) (d) (e)



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

3۔ درست عدد کی مدد سے خالی جگہ .... پر کیجیے۔

(a) $\frac{2}{7} = \frac{8}{\square}$ (b) $\frac{5}{8} = \frac{10}{\square}$ (c) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$ (d) $\frac{45}{60} = \frac{15}{\square}$ (e) $\frac{18}{24} = \frac{\square}{4}$

4۔ $\frac{3}{5}$ کی معادل کسر معلوم کیجیے جس کا

(a) نسب نما 20 ہو (b) شمار کنندہ 9 ہو

(c) نسب نما 30 ہو (d) شمار کنندہ 27 ہو

5۔ $\frac{36}{48}$ کی معادل کسریں بتایئے جس کا

(a) شمار کنندہ 9 ہو (b) نسب نما 4 ہو۔

6۔ جانچ کیجیے کہ کیا مندرجہ ذیل معادل کسریں ہیں:

(a) $\frac{5}{9}, \frac{30}{54}$ (b) $\frac{3}{10}, \frac{12}{50}$ (c) $\frac{7}{13}, \frac{5}{11}$

7۔ درج ذیل کسری اعداد کو ان کی کمتر ترین شکل میں لکھیے:

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{150}{60}$ (c) $\frac{84}{98}$ (d) $\frac{12}{52}$ (e) $\frac{7}{28}$

8۔ رمیش کے پاس 20 پینسلیں ہیں، شیلو کے پاس 50 اور جمال کے پاس 80 پینسلیں ہیں۔ 4 مہینے بعد رمیش نے 10 پینسلیں استعمال کرلیں، شیلو نے 25 اور جمال نے 40 پینسلیں استعمال کرلیں۔ ہر بچہ نے کتنا حصہ استعمال کیا؟

جانچ کیجیے کہ کیا سب نے اپنی اپنی پنسلوں کا برابر حصہ استعمال کیا ہے؟

9۔ معادل کسروں کے جوڑے ملایئے اور ہر ایک کے لیے دو اور معادل کسریں لکھیے۔

(i) $\frac{250}{400}$ (a) $\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{180}{200}$ (b) $\frac{2}{5}$

(iii) $\frac{660}{990}$ (c) $\frac{1}{2}$

(iv) $\frac{180}{360}$ (d) $\frac{5}{8}$

(v) $\frac{220}{550}$ (e) $\frac{9}{10}$

7.8 یکساں کسریں (Like Fractions)

ایسی کسریں جن کے نسب نما برابر ہوتے ہیں **یکساں کسریں** کہلاتی ہیں۔

اس طرح $\frac{8}{15}, \frac{3}{15}, \frac{2}{15}, \frac{1}{15}$ یکساں کسریں ہیں؟ کیا $\frac{7}{27}$ اور $\frac{7}{28}$ یکساں کسریں ہیں؟

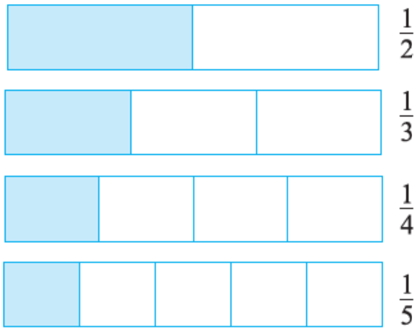
ان کے نسب نما مختلف ہیں اس لیے یہ یکساں کسریں نہیں ہیں۔ یہ **غیر یکساں کسریں** کہلاتی ہیں۔

پانچ یکساں کسروں کے جوڑے اور پانچ غیر یکساں کسروں کے جوڑے لکھیے۔

7.9 کسروں کا موازنہ (Comparing Fractions)

سوہنی کی تھالی میں $3\frac{1}{2}$ روٹیاں ہیں اور ریتا کی تھالی میں $2\frac{2}{4}$ روٹیاں ہیں۔ کس کی تھالی میں زیادہ روٹیاں ہیں؟ واضح رہے کہ سوہنی کے پاس 3 روٹیاں مکمل میں ہیں اور ریتا کے پاس 3 سے کم روٹیاں ہیں۔ اس لیے سوہنی کے پاس زیادہ روٹیاں ہیں۔

اب شکل 7.12 میں دکھائی گئی کسروں $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ پر غور کیجیے۔ مکمل عدد کے $\frac{1}{2}$ کا حصہ اسی مکمل عدد کے $\frac{1}{3}$ کے حصہ سے واضح طور پر بڑا ہے۔ اس لیے کہ $\frac{1}{2}$، کسر $\frac{1}{3}$ سے بڑی ہے۔



شکل 7.12

کوشش کیجیے

1۔ آپ کو جوس کی بوتل کا $\frac{1}{5}$ حصہ ملا جب کہ آپ کی بہن کو بوتل کا $\frac{1}{3}$ حصہ ملا۔ کس کو زیادہ ملا؟

لیکن اکثر کسروں میں یہ بتانا اتنا آسان نہیں ہوتا کہ ان میں کون سی کسر بڑی ہے۔ مثال کے طور پر $\frac{1}{4}$ بڑی ہے یا $\frac{3}{10}$؟ اس کے لیے ہم کسروں کو شکلوں سے ظاہر کر سکتے ہیں (جیسے شکل 7.12 میں ہے) لیکن شکلیں بنانا ہمیشہ آسان نہیں ہوتا۔ خاص کر جب نسب نما 13 ہو۔ اس لیے ہمیں کسروں کا موازنہ کرنے کا کوئی طریقہ معلوم کرنا چاہیے خاص طور پر یکساں کسروں کا موازنہ کرنا آسان ہے۔ اس لیے ہم پہلے یکساں کسروں کا موازنہ کرتے ہیں۔

7.9.1 یکساں کسروں کا موازنہ (Comparing Like Fractions)

یکساں نسب نما کی کسریں، یکساں کسریں ہوتی ہیں، درج ذیل میں کون سی یکساں کسریں ہیں؟

$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}$

آیئے دو یکساں کسروں $\frac{3}{8}$ اور $\frac{5}{8}$ کا موازنہ کریں:

دونوں کسروں کا 8 برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ ان برابر حصوں میں سے ہم $\frac{3}{8}$ اور $\frac{5}{8}$ کے لیے بتدریج 3 اور 5 حصے لیتے ہیں۔ واضح رہے کہ 5 حصوں کا نظیری حصہ 3 حصوں کے نظیری سے بڑا ہے۔ اس

لیے $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$ ہے۔غور کیجیے کہ لیے گئے حصے شمار کنندہ سے حاصہ ہوتے ہیں۔ اس لیے واضح رہے کہ یکساں نسب نما والی دو کسروں کے لیے بڑے شمار کنندہ والی کسر بڑی ہوتی ہے۔ $\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ بڑی کسر ہے۔ $\frac{11}{20}$ اور $\frac{13}{20}$ میں $\frac{13}{20}$ بڑی کسر ہے وغیرہ۔

کوشش کیجیے

1۔ کون سی کسر بڑی ہے۔

(i) $\frac{7}{10}$ یا $\frac{8}{10}$ (ii) $\frac{11}{24}$ یا $\frac{13}{24}$ (iii) $\frac{17}{102}$ یا $\frac{12}{102}$

کسور کا موازنہ کرنے کا یہ طریقہ آسان کیوں ہے؟

2۔ درج ذیل اعداد کو گھٹتی اور بڑھتی ترتیب میں لکھیے۔

(a) $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}$ (b) $\frac{1}{5}, \frac{11}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}$ (c) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{7}{7}$

7.9.2 غیر یکساں کسری اعداد کا موازنہ (Comparing Unlike Fractions)

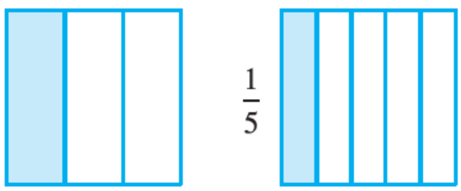
دو کسریں غیر یکساں کہلاتی ہیں اگر ان کے نسب نما مختلف ہوں۔ مثال کے طور پر $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{5}$ غیر یکساں کسریں ہیں ایسے ہی $\frac{2}{3}$ اور $\frac{3}{5}$ بھی۔

غیر یکساں کسریں جن کے شمار کنندہ یکساں ہوں

کسریں $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{5}$ جن کہ شمار کنندہ یکساں ہیں پر غور کیجیے۔

ان کسروں میں کون سی کسر بڑی $\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{5}$۔

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$



$\frac{1}{3}$ میں ہم نے مکمل کو 3 ماساوی حصّوں میں بانٹا اور اس میں سے ایک حصّہ کو لیا، $\frac{1}{5}$ میں ہم نے مکمل کو 5 مساوی حصّوں میں بانٹا اور ان میں سے ایک حصّہ کو لیا۔ یہ بات غور طلب ہے کہ $\frac{1}{5}$ کے بہ نسبت $\frac{1}{3}$ کو کم حصّوں میں بانٹا گیا۔ اس لیے $\frac{1}{3}$ کا ایک مساوی حصہ $\frac{1}{5}$ کے ایک مساوی حصّہ سے بڑا ہے کیونکہ دونوں حالتوں میں مکمل ہے جن کہ مساوی حصّہ کیے گئے ہیں اس لیے $\frac{1}{3}$ کے ذریعہ دکھایا گیا حصّہ $\frac{1}{5}$ سے بڑا ہے۔ اور اس لیے $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$۔ اسی طرح سے ہم کہہ سکتے ہیں $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$۔ اس حالت میں بھی صورت حال ویسی ہی ہے جیسی اوپر دی گئی ہے بس فرق اتنا ہے یہاں مشترک شمار کنندہ 2 ہے۔ یہاں $\frac{2}{5}$ کے $\frac{2}{3}$ کی بہ نسبت زیادہ

تعداد میں مساوی حصّہ کیے گئے ہیں۔ اس لیے $\frac{2}{3}$ میں مکمل کا مساوی حصہ $\frac{2}{5}$ کے مساوی حصہ سے بڑا ہے۔ اس لیے $\frac{2}{3}$ کے ذریعہ دکھایا گیا حصّہ $\frac{2}{5}$ کے دکھائے گئے حصّہ سے بڑا ہے۔ اس لیے $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$ مذکورہ بالا مثالوں سے ہمیں پتہ چلتا ہے کہ **اگر دو کسروں میں شمار کنندہ یکساں ہو تو اس میں چھوٹے نسب نما والی کسر بڑے نسب نما والی کسر سے بڑی ہوتی ہے۔** اس طرح سے $\frac{4}{9} > \frac{4}{11}$، $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$، $\frac{1}{8} > \frac{1}{10}$ اور اسی طرح آگے بھی۔

اسے $\frac{2}{1}, \frac{2}{13}, \frac{2}{9}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$ کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھیے۔ یہ تمام کسریں غیر یکساں ہیں لیکن ان کے شمار کنندہ یکساں ہیں، اس طرح سے وہ کسر جس کا نسب نما بڑا ہوگا وہ کسر چھوٹی ہوگی۔ یہاں پر $\frac{2}{13}$ سب سے چھوٹی کسر ہے کیونکہ اس کا شمار کنندہ سب سے بڑا ہے۔ اسی ترتیب میں اگلی تین کسریں $\frac{2}{9}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}$ میں سب سے بڑی کسر $\frac{2}{1}$، ہے (کیونکہ اس کا نسب نما سب سے چھوٹا ہے)۔ اس طرح سے بڑھتی ہوئی ترتیب ہوگی $\frac{2}{13}, \frac{2}{9}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{1}$

کوشش کیجیے

1۔ درج ذیل کسروں کو بڑھتی اور گھٹتی ترتیب میں لکھیے :

(a) $\frac{1}{12}, \frac{1}{23}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{50}, \frac{1}{9}, \frac{1}{17}$

(b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{11}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{3}{13}, \frac{3}{4}, \frac{3}{17}$

(c) ایسی ہی تین اور مثالیں لیجیے اور ان کو گھٹتی اور بڑھتی ترتیب میں لکھیے۔

مان لیجیے ہم دو غیر یکساں کسروں، جیسے $\frac{2}{3}$ اور $\frac{3}{4}$ کا موازنہ کرنا چاہتے ہیں۔ یہ موازنہ اس وقت ہی ممکن ہے جب ہم کسی طرح ان دونوں کسروں کے نسب نما برابر کرلیں یعنی دونوں ہی حالتوں میں لیے جانے والے حصوں کو برابر کرلیں۔ اگر ہم ایسا کریں تو شمار کنندہ میں حصوں کی تعداد کا موازنہ ہم بہ آسانی کرسکتے ہیں۔ $\frac{2}{3}$ اور $\frac{3}{4}$ پر غور کیجیے اس میں کون بڑا ہے؟ ہم نسب نما کو کیسے برابر بنائیں؟

ہم ان دونوں کسری اعداد کی معادل کسریں معلوم کرتے ہیں۔

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}$ اسی طرح $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \ldots$

$\frac{2}{3}$ اور $\frac{3}{4}$ کی دو معادل کسریں جس کا یکساں نسب نما 12 ہے بالترتیب $\frac{8}{12}$ اور $\frac{9}{12}$ ہیں۔

یعنی $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ اور $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ کیونکہ $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$ اس لئے $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

مثال 6: $\frac{4}{5}$ اور $\frac{5}{6}$ کا موازنہ کیجیے۔

حل: یہ غیر یکساں کسریں ہیں۔ ان کے شمار کنندہ مختلف ہیں۔ آیئے اس کی معادل کسروں کو لکھتے ہیں۔

$$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=\frac{12}{15}=\frac{16}{20}=\frac{20}{25}=\frac{24}{30}=\frac{28}{35}=\ldots\ldots$$

اور $$\frac{5}{6}=\frac{10}{12}=\frac{15}{18}=\frac{20}{24}=\frac{25}{30}=\frac{30}{36}=\ldots\ldots$$

یکساں نسب نما والی معادل کسریں ہیں:

$\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$ اور $\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$

کیونکہ $\frac{25}{30}>\frac{24}{30}$ اس لیے $\frac{5}{6}>\frac{4}{5}$ ہے۔

غور کیجیے کہ معادل کسروں کا یکساں نسب نما 30 ہے جو 6×5 کے برابر ہے۔ یہ 5 اور 6 کا مشترک ضعف ہے۔ اس لیے دو غیر یکساں کسروں کا موازنہ کرتے وقت ہم پہلے ان کسروں کی ایسی معادل کسریں معلوم کرتے ہیں جن میں ان کے نسب نما مشترک ضعف ہوں۔

مثال 7: $\frac{5}{6}$ اور $\frac{13}{15}$ کا موازنہ کیجیے:

حل: یہ غیر یکساں کسریں ہیں۔ پہلے ہمیں 15 اور 6 کے مشترک ضعف والی معادل کسریں معلوم کرنی چاہئیں۔

اب $\frac{5\times5}{6\times5}=\frac{25}{30}$ ، $\frac{13\times2}{15\times2}=\frac{26}{30}$

کیونکہ $\frac{26}{30}>\frac{25}{30}$ ہے اس لیے $\frac{13}{15}>\frac{5}{6}$ ہے۔

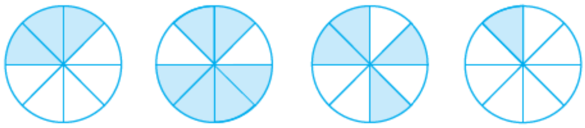
LCM کیوں؟

6 اور 15 کا حاصل ضرب 90 ہے۔ واضح طور پر 90، 6 اور 15 کا ایک مشترک ضعف ہے۔ ہم 30 کی جگہ پر 90 کا بھی استعمال کر سکتے ہیں اس میں کوئی غلطی نہیں ہوگی۔ لیکن ہم جانتے ہیں کہ چھوٹے اعداد کے ساتھ کام کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ اس لیے ہم مشترک ضعف کو زیادہ سے زیادہ چھوٹا لینا چاہیں گے۔ اس لیے یکساں نسب نما بنانے کے لیے نسب نما کے LCM کو ترجیح دی جاتی ہے۔

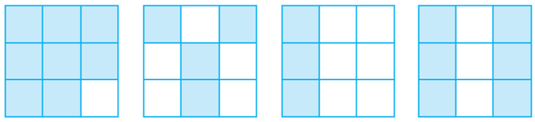
مشق 7.4

1۔ درج ذیل میں شیڈ کیے گئے حصّہ کو کسر کے طور پر لکھیے۔ کسری عدد لکھیے درست نشان '$<$'، '$=$'، '$>$' کا استعمال کرتے ہوئے ان کسری اعداد کو بڑھتی اور گھٹتی ترتیب میں لکھیے۔

(a)



(b)



(c) $\frac{2}{6}$، $\frac{4}{6}$، $\frac{8}{6}$، اور $\frac{6}{6}$ کو عددی خط پر دکھایئے:

دیئے گئے کسور کے درمیان مناسب علامتیں لگایئے۔

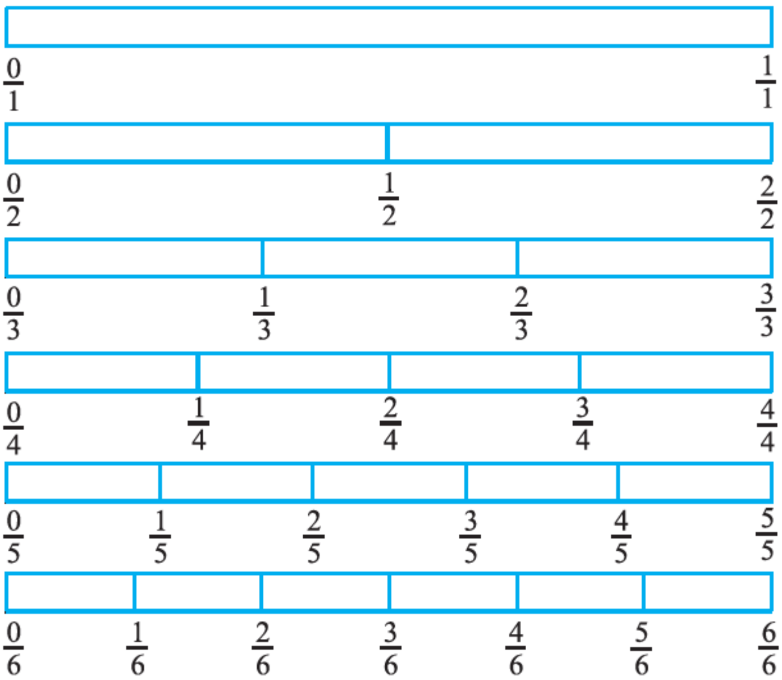
$\frac{8}{6}\ \square\ \frac{5}{6}$، $\frac{1}{6}\ \square\ \frac{6}{6}$، $\frac{3}{6}\ \square\ 0$، $\frac{5}{6}\ \square\ \frac{2}{6}$

2۔ درج ذیل کسروں کا موازنہ کیجیے اور مناسب علامت لگایئے۔

(a) $\frac{3}{6}\ \square\ \frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7}\ \square\ \frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5}\ \square\ \frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5}\ \square\ \frac{3}{7}$

3۔ ایسے ہی پانچ اور جوڑے بنایئے اور ان کے درمیان مناسب علامتیں لگایئے۔

4۔ درج ذیل تصاویر کو دیکھیے اور کسروں کے جوڑوں کے درمیان '='، '>' یا '<' کی علامت لگایئے۔



(a) $\frac{1}{6}\ \square\ \frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4}\ \square\ \frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3}\ \square\ \frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6}\ \square\ \frac{3}{3}$ (e) $\frac{0}{1}\ \square\ \frac{0}{6}$ (f) $\frac{5}{6}\ \square\ \frac{5}{5}$

ایسے ہی پانچ سوالات اور بنایئے اور اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر ان کو حل کیجیے۔

5۔ آپ اس کو کتنی جلدی کر سکتے ہیں؟ مناسب علامت لگائیے۔(‘<’، ‘=’، ‘>’)

(a) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

(d) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ (e) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

(g) $\frac{1}{4} \square \frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (i) $\frac{3}{4} \square \frac{7}{8}$

(j) $\frac{6}{10} \square \frac{4}{5}$ (k) $\frac{5}{7} \square \frac{15}{21}$

6۔ درج ذیل کسور صرف تین مختلف اعداد کو ظاہر کر رہے ہیں۔ ہر کسر کو آسان ترین شکل میں تبدیل کر کے، معادل کسروں کے تین گروپوں میں رکھیے۔

(a) $\frac{2}{12}$ (b) $\frac{3}{15}$ (c) $\frac{8}{50}$ (d) $\frac{16}{100}$ (e) $\frac{10}{60}$ (f) $\frac{15}{75}$

(g) $\frac{12}{60}$ (h) $\frac{16}{96}$ (i) $\frac{12}{75}$ (j) $\frac{12}{72}$ (k) $\frac{3}{18}$ (l) $\frac{4}{25}$

7۔ مندرجہ ذیل کے جوابات معلوم کیجیے۔انھیں لکھیے اور وضاحت بھی کیجیے کہ آپ نے ان کو کیسے حل کیا۔

(a) کیا $\frac{5}{9}$ اور $\frac{4}{5}$ برابر ہیں؟ (b) کیا $\frac{9}{16}$ اور $\frac{5}{9}$ برابر ہیں؟

(c) کیا $\frac{4}{5}$ اور $\frac{16}{20}$ برابر ہیں؟ (d) کیا $\frac{1}{15}$ اور $\frac{4}{30}$ برابر ہیں؟

8۔ ایلا نے 100 صفحوں والی ایک کتاب کے 25 صفحہ پڑھ لیے۔للیتا نے اسی کتاب کا آدھا حصہ پڑھ لیا۔کس نے کم پڑھا؟

9۔ رفیق ایک گھنٹہ کا $\frac{3}{6}$ حصہ کسرت کرتا ہے جب کہ روہت ایک گھنٹہ کا $\frac{3}{4}$ حصہ کسرت کرتا ہے۔کون زیادہ دیر کسرت کرتا ہے؟

10۔ 25 طلبا کی ایک کلاس A میں 20 طلبا 60% یا اس سے زیادہ نمبروں سے پاس ہوئے، ایک دوسری کلاس B میں 30 طلبا میں سے 24 کی 60% اور اس سے زیادہ نمبروں سے پاس ہوئے۔کون سی کلاس میں زیادہ بچوں کے نمبر 60% یا اس سے زیادہ آئے۔

7.10 کسور کی جمع اور تفریق (Addition and Subtraction of Fractions)

ابھی تک اپنے مطالعہ میں ہم طبعی مکمل اور صحیح اعداد کے بارے میں سیکھ چکے ہیں موجود باب میں ہم کسروں کے بارے میں سیکھ رہے ہیں۔

جب کبھی بھی ہمارے سامنے نئی قسم کے اعداد آتے ہیں تو ہماری کوشش ہوتی ہے کہ ہم یہ جانیں کہ ان اعداد پر ریاضی کے مختلف عمل کیسے کیے جائیں گے۔کیا ہم ان کو ملا اور جمع کر سکتے ہیں؟ اگر ہاں، تو کیسے؟ کیا ہم ان اعداد میں سے کسی دوسرے عدد کو گھٹا سکتے ہیں؟ اور اسی طرح آگے بھی۔ اب تک مختلف قسم کے

کوشش کیجیے

1۔ میری ماں نے ایک سیب کو چار برابر حصوں میں بانٹا۔ اس نے مجھ کو 2 حصے اور میرے بھائی کو ایک حصہ دیا۔ اس نے ہم دونوں کو کل سیب کا کتنا حصہ دیا؟

2۔ ماں نے نیلو اور اس کے بھائی سے گیہوں میں سے کنکریاں نکالنے کے لیے کہا، نیلو نے کل کنکریوں کا ایک چوتھائی حصہ نکالا اور اس کے بھائی نے بھی ایک چوتھائی حصہ نکالا۔ دونوں نے مل کر کل کتنا حصہ نکالا؟

3۔ سوہن ایک میز بنا رہا تھا۔ پیر کے دن اس نے میز کا ایک چوتھائی حصہ مکمل کیا۔ منگل اور بدھ میں بھی اس نے ایک چوتھائی حصہ مکمل کیا۔ بدھ کی شام کو میز کا کتنا حصہ مکمل ہوگیا؟

اعداد کی جو خصوصیات ہم پڑھ چکے ہیں کیا وہ یہاں بھی لاگو ہوتی ہیں؟ کون سی خصوصیات نئی ہیں؟ ہم یہ بھی جاننے کی کوشش کرتے ہیں کہ ہماری روز مرہ کی زندگی میں یہ اعداد ہماری مدد کیسے کرتے ہیں۔

درج ذیل مثالوں کو دیکھیے۔ ایک چائے کی دکان والا $2\frac{1}{2}$ لیٹر دودھ صبح اور $1\frac{1}{2}$ لیٹر دودھ شام کو چائے بنانے میں استعمال کرتا ہے، وہ اپنی دکان پر کل کتنا دودھ استعمال کرتا ہے۔

یا شیکھر دوپہر کے کھانے میں 2 روٹیاں اور رات کے کھانے میں $1\frac{1}{2}$ روٹی کھاتا ہے۔ وہ کل کتنی روٹیاں کھاتا ہے؟

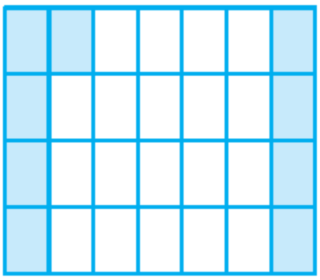
دونوں ہی صورتوں میں کسروں کو جوڑنا ہوگا ان میں سے کچھ زبانی کیے جاسکتے ہیں جن کا جواب بہت آسانی سے نکل آئے گا۔

اسے کیجیے

اسی طرح کے دس اور سوالات بنائیے اور ان کو اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر حل کیجیے۔

7.10.1 یکساں کسروں کی جمع یا تفریق (Adding or Subtracting like Fractions)

تمام کسریں زبانی نہیں جمع کی جاسکتی ہیں، ہمیں یہ جاننا ضروری ہے کہ مختلف حالتوں میں کسور کو کیسے جمع کیا جاتا ہے اور اس کا طریقہ کیا ہے اس کی شروعات ہم یکساں کسروں کی جمع سے کریں۔



شکل 7.13

ایک 4×7 کا خانوں والا کاغذ ہے (شکل 7.13) اس کاغذ کی ہر قطار (Row) میں سات خانے اور کالم میں چار خانے ہیں۔

کل کتنے خانے ہیں؟

ان میں سے 5 خانوں کو ہرا رنگ بھریے

مکمل کا کتنا حصہ ہرے رنگ کا ہے؟

اب باقی بچے خانوں میں سے 4 کو پیلا رنگیے۔

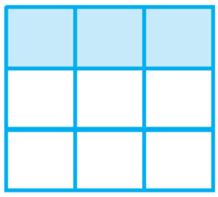
کل کا کتنا حصہ پیلے رنگ کا ہے؟

کل کا کتنا حصہ رنگا ہوا ہے؟

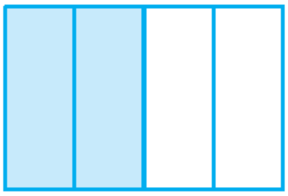
کیا اس سے یہ ظاہر ہو رہا ہے کہ $\frac{5}{28}+\frac{4}{28}=\frac{9}{28}$ ؟

کچھ اور مثالیں دیکھیے (Look at more examples)

شکل (i) 7.14 میں تصویر کا 2 چوتھائی حصہ رنگا ہوا ہے، اس کا مطلب ہے کہ 4 حصوں میں سے 2 حصے رنگے ہوئے ہیں۔ یا شکل کا $\frac{1}{2}$ حصہ رنگا ہوا ہے۔



شکل (ii)7.14



شکل (i)7.14

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$$

شکل (ii) 7.14 کو دیکھیے

شکل (ii) 7.14 میں دکھایا گیا ہے کہ $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1+1+1}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

کوشش کیجیے

1۔ ڈائیگرام کی مدد سے جمع کیجیے۔

(i) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$

2۔ $\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$ کو حل کرنے پر ہم کو کیا حاصل ہوگا؟ اس کو ہم تصویر کے ذریعہ کیسے دکھا سکتے ہیں؟ کاغذ کو موڑ کر؟

3۔ اوپر دیے گئے سوال نمبر 1 اور 2 اور جیسی 5 اور مثالیں بنائیے اور اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر ان کو حل کیجیے۔

اوپر دی گئی مثالوں سے ہم نے کیا سیکھا؟ دو یا دو سے زیادہ یکساں کسروں کو ہم حسب ذیل طریقہ سے جمع کر سکتے ہیں:

مرحلہ 1: شمار کنندوں کو جمع کیجیے۔

مرحلہ 2: (مشترک) نسب نما کو ایسے ہی رہنے دیجیے

مرحلہ 3: کسر کو اس طرح لکھیے :

$$\frac{\text{مرحلہ 1 کا نتیجہ}}{\text{مرحلہ 2 کا نتیجہ}}$$

آیئے $\frac{3}{5}$ اور $\frac{1}{5}$ کو جمع کرتے ہیں۔ ہمارے پاس ہے $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3+1}{5}=\frac{4}{5}$

تو $\frac{7}{12}$ اور $\frac{3}{12}$ کا حاصل جمع کیا ہوگا؟

توازن معلوم کرنا (Finding the Balance)

شرمیلا کے پاس کیک کا $\frac{5}{6}$ حصہ ہے۔ اس نے اپنے حصہ میں سے $\frac{2}{6}$ حصہ اپنے چھوٹے بھائی کو دے دیا تو اس کے پاس کتنا کیک بچا؟

اس صورت حال کو ایک ڈائیگرام کے ذریعہ سمجھا جاسکتا ہے۔ (نوٹ کیجیے کہ یہاں دیے گئے کسور،

یکساں کسور ہیں) (شکل 7.15)۔

ہم نے معلوم کیا کہ $\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\frac{5-2}{6}=\frac{3}{6}$ یا $\frac{1}{2}$

(کیا یہ کسور کی جمع کرنے کے طریقہ جیسا ہی نہیں ہے؟)

شکل 7.15

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ دو یکساں کسور کو گھٹا ہم مندرجہ ذیل طریقہ سے حاصل کر سکتے ہیں۔

مرحلہ 1: چھوٹے شمار کنندہ کو بڑے شمار کنندہ میں سے گھٹائیے۔

مرحلہ 2: مشترک نسب نما کو ایسے ہی لکھیے۔

مرحلہ 3: کسر کو اس شکل میں لکھیے۔ $\frac{\text{مرحلہ 1 کا نتیجہ}}{\text{مرحلہ 2 کا نتیجہ}}$

کیا اب ہم $\frac{3}{10}$ کو $\frac{8}{10}$ میں سے گھٹا سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے

1۔ $\frac{7}{8}$ اور $\frac{3}{8}$ کے درمیان کا فرق بتائیے۔

2۔ ماں نے ایک گول شکل کی گڑ پٹی بنائی۔ اس نے اس کو 5 برابر حصوں میں بانٹا۔ سیما نے اس میں سے ایک حصہ کھالیا اگر میں نے بھی ایک ٹکڑا کھالیا تو باقی کیا بچا؟

3۔ میری بڑی بہن نے تربوز کو 18 برابر حصوں میں بانٹا میں نے اس میں سے 7 ٹکڑے کھالیے اور میری دوست نے 4 ٹکڑے کھائے۔ ہم دونوں نے کتنا حصہ کھایا؟ میں نے اپنی دوست کے مقابلے کتنا زیادہ حصہ کھایا؟ اور کتنا حصہ باقی بچا؟

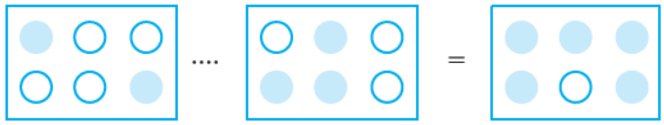
4۔ اسی طرح کے پانچ سوال اور بنائیے اور ان کو اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر حل کیجیے۔

مشق 7.5

1۔ جمع یا گھٹا کر کے مندرجہ ذیل کسروں کو مناسب طریقے سے لکھیے:

(a)

(b)

(c) 

2۔ حل کیجیے:

(a) $\frac{1}{18}+\frac{1}{18}$ (b) $\frac{8}{15}+\frac{3}{15}$ (c) $\frac{7}{7}-\frac{5}{7}$ (d) $\frac{1}{22}+\frac{21}{22}$ (e) $\frac{12}{15}-\frac{7}{15}$

(f) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$ (g) $1-\frac{2}{3}\left(1=\frac{3}{3}\right)$ (h) $\frac{1}{4}+\frac{0}{4}$ (i) $3-\frac{12}{5}$

3۔ شبنم نے اپنے کمرے کی دیوار کا $\frac{2}{3}$ حصہ رنگا۔ اس کی بہن مادھوی نے اس کی مدد کی اور دیوار کا $\frac{1}{3}$ حصہ رنگ دیا۔
دونوں نے مل کر دیوار کا کتنا حصہ رنگا؟

4۔ خالی جگہ بھریے۔

(a) $\frac{7}{10}-\square=\frac{3}{10}$ (b) $\square-\frac{3}{21}=\frac{5}{21}$ (c) $\square \; \frac{3}{6}=\frac{3}{6}$ (d) $\square+\frac{5}{27}=\frac{12}{27}$

5۔ جاوید نے سنتروں کی ٹوکری میں سے $\frac{5}{7}$ حصہ دے دیا ٹوکری میں کتنا حصہ باقی بچا؟

7.10.2 کسری اعداد کی جمع اور تفریق (Adding and Subtracting Fractions)

ہم یکساں کسری اعداد کی جمع اور تفریق سیکھ چکے ہیں۔ مختلف نسب نما والے کسر کو جوڑنا بھی زیادہ مشکل نہیں ہے۔ یاد رکھیے، کہ یکساں کسری اعداد کا موازنہ کرتے وقت ہم ان کو یکساں نسب نما والے معادل کسروں میں تبدیل کر لیتے ہیں۔ ایسا ہم اس لیے کرتے ہیں تاکہ ہم دو کسروں کے درمیان برابر حصوں کی تعداد کا موازنہ کر سکیں۔ کسور کی جمع اور گھٹا کے وقت بھی ہم کو ایسا ہی کرنا ہوگا۔ پہلے یکساں نسب نما والی معادل کسریں معلوم کیجیے پھر آگے بڑھیے۔

$\frac{1}{5}$ میں کیا جمع کریں کہ $\frac{1}{2}$ حاصل ہو؟ اس کا مطلب ہے کہ $\frac{1}{5}$ میں سے $\frac{1}{2}$ کو گھٹانے پر ہم کو مطلوبہ عدد حاصل ہو جائے گا۔

$\frac{1}{5}$ اور $\frac{1}{2}$ کی یکساں نسب نما والی معادل کسریں بالترتیب $\frac{2}{10}$ اور $\frac{5}{10}$ ہیں۔

ایسا اس لیے ہے کیونکہ $\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}$ اور $\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}$

اس لیے $\frac{1}{2} - \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$

مثال 8: اب ذرا $\frac{3}{4}$ میں سے $\frac{5}{6}$ کو گھٹایے؟

حل: ہم جانتے ہیں کہ 4 اور 6 کا LCM 12 ہے۔

یاد کیجیے کہ معادل کسریں نکالنے کے لیے ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔

اس لیے $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{5\times2}{6\times2} - \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

مثال 9: $\frac{2}{5}$ اور $\frac{1}{3}$ کو جمع کیجیے۔

حل: 5 اور 3 کا LCM 15 ہے۔

اس لیے $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2\times3}{5\times3} + \frac{1\times5}{3\times5} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$ ∴

کوشش کیجیے

1- $\frac{2}{5}$ اور $\frac{3}{7}$ کو جمع کیجیے۔

2- $\frac{2}{5}$ میں سے $\frac{5}{7}$ گھٹایے۔

مثال 10: حل کیجیے $\frac{3}{5} - \frac{7}{20}$

حل: 5 اور 20 کا LCM 20 ہے۔

اس لیے $\frac{3}{5} - \frac{7}{20} = \frac{3\times4}{5\times4} - \frac{7}{20} = \frac{12}{20} - \frac{7}{20}$ ∴

$= \frac{12-7}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

مخلوط کسروں کی جمع اور گھٹا ہم کیسے کریں گے؟

مخلوط کسروں کو یا تو مکمل حصّہ جمع واجب کسر کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے یا پھر پوری طرح سے غیر واجب کسر کی شکل میں۔ مخلوط کسروں کو جمع (اور گھٹا) کرنے کا ایک طریقہ یہ ہے کہ مکمل حصّوں کو الگ جمع کریں اور کسر والے حصّہ کو الگ جمع یا گھٹا کریں۔ اور دوسرا طریقہ یہ ہے کہ مخلوط کسروں کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کریں اور سیدھے جمع (یا گھٹا) کریں۔

مثال 11: $2\frac{4}{5}$ اور $3\frac{5}{6}$ کو جمع کیجیے۔

حل: $2\frac{4}{5} + 3\frac{5}{6} = 2 + \frac{4}{5} + 3 + \frac{5}{6} = 5 + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}$

اب $\frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{4\times6}{5\times6} + \frac{5\times5}{6\times5}$ (کیونکہ 5 اور 6 کا 30 LCM ہے)

$= \frac{24}{30} + \frac{25}{30} = \frac{49}{30} = \frac{30+19}{30} = 1 + \frac{19}{30}$

اس لیے $5 + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = 5 + 1 + \frac{19}{30} = 6 + \frac{19}{30} = 6\frac{19}{30}$