ଦଶମ ଅଧ୍ୟାୟ

ବୀଜଗଣିତ ସହିତ ପରିଚିତି

10.1 ବୀଜଗଣିତର ସ୍ୱରୂପ

ଆମେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛୁ । ସଂଖ୍ୟା ଗଠନର ମୂଳପିଣ୍ଡ ହେଉଛି ଅଙ୍କ । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ସଂଖ୍ୟାକୁ କିପରି ଆମ କାର୍ଯ୍ୟରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ତାହା ଶିଖିଛୁ ।

ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସଙ୍କେତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇପାରେ ତାହା ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଶିଖିବା । a, b, c .... ଆଦି ଅକ୍ଷରକୁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାର ସଙ୍କେତ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରିବା । ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସଙ୍କେତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଷୟ ବସ୍ତୁକୁ **ବୀଜଗଣିତ** କୁହାଯାଏ ।

10.1.1 ବୀଜଗଣିତ କ'ଣ ?

ଆମେ ଜାଣୁ, $5 + 5 = 5 \times 2 = 2 \times 5$

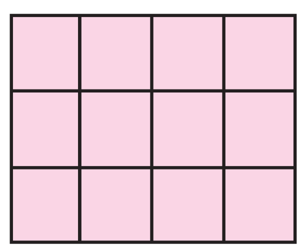
$3 + 3 = 3 \times 2 = 2 \times 3$

ସେହିପରି, $a + a = a \times 2 = 2 \times a$

$3(4+5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$

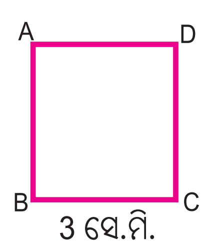
$2(6+4) = 2 \times 6 + 2 \times 4$

ସେହିପରି, $a(b + c) = a \times b + a \times c$



- ଏକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 3 ଏକକ ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (4 x 3) ବର୍ଗ ଏକକ ।
  ସେହିପରି, ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ p ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ q ଏକକ ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (p x q) ବର୍ଗ ଏକକ

ଉଦାହରଣ - 1

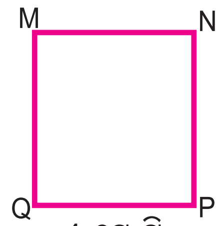


(କ) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ABCD ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଯାହାର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି.

ଏହାର ପରିସୀମା = AB+BC+CD+DA = (3 + 3 + 3+ 3) ସେ.ମି.

= (4 x 3) ସେ.ମି. = 12 ସେ.ମି.

(ଖ) ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହେଲେ,



4 ସେ.ମି.

MNPQ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = MN + NP + PQ + QM

= (4 + 4 + 4 + 4) ସେ.ମି.

= (4 x 4) ସେ.ମି. = 16 ସେ.ମି. ,

(ଗ) ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି., ତା'ର ପରିସୀମା = (6 + 6 + 6 + 6) ସେ.ମି.

= (4 x 6) ସେ.ମି. = 24 ସେ.ମି.

ଆଲୋଚିତ ତିନୋଟି ଉଦାହରଣରୁ ପାଇଥିବା ଫଳାଫଳକୁ ସାରଣୀରେ ଲେଖିବା ।

ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ	ପରିସୀମା
3 ସେ.ମି.	12 ସେ.ମି.
4 ସେ.ମି.	16 ସେ.ମି.
6 ସେ. ମି.	24 ସେ.ମି.

ଲକ୍ଷ୍ୟକର

ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା, ତା'ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 4 ଗୁଣ ।

ଅର୍ଥାତ, ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

ଯଦି ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ସେ.ମି. ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ପରିସୀମାକୁ P ସେ.ମି. ବୋଲି ନିଆଯାଏ, ତେବେ **P = 4 x a** ସେ.ମି. ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଏହି ଉକ୍ତିଟି ଏକ ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏହାର ପରିସୀମା ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ।

- ବର୍ତ୍ତମାନ a = 3 ନେଲେ, ପରିସୀମା P = 4 x a ସେ.ମି.

  = 4 x 3 = 12 ସେ.ମି. ହେବ ।

- ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁ a= 4 ନେଲେ, ପରିସୀମା P = 4 x a

  = 4 x 4

  = 16 ସେ.ମି.

ଏଣୁ ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତି P = 4 x a ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ଗାଣିତିକ ନିୟମକୁ **ସାଧାରଣ ଭାବରେ** ବା **ବ୍ୟାପକ ଭାବରେ** ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି ।

ସଂଖ୍ୟା ଗଣିତର ସାଧାରଣ ବା ବ୍ୟାପକ ପରିପ୍ରକାଶ ଧାରାକୁ ହିଁ ବୀଜଗଣିତ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

10.2. ଚଳରାଶି

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଆଲୋଚନାରେ ଆମେ ଦେଖିଥିଲେ ଯେ P= 4 x a

ଏହି ଉକ୍ତିରେ 'a' ଓ 'P' ଉଭୟର ମାନ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ । ଅର୍ଥାତ୍ 'a' ଲାଗି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାନ ନେଲେ, ତଦନୁଯାୟୀ 'P' ଲାଗି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମାନ ମିଳିବ । ଏଣୁ ଆମେ କହିଥିଲେ, 'a' ଓ 'P' ଉଭୟେ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ।

ଯେଉଁ ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 'ଚଳ ରାଶି' ବା 'ଚଳ' କୁହାଯାଏ ।

ଏଠାରେ 'a' ଓ 'P' ଉଭୟେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ଚଳରାଶି** ବା ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ଚଳ** ।

ସେହିପରି ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଉଦାହରଣ - 2

ଜଣେ ଲୋକ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 30 କି.ମି. ବେଗରେ ସ୍କୁଟର ଚଳାଇଲେ, ସେ 4 ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବେ ?

ଲୋକଟି 1 ଘଣ୍ଟାରେ 30 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରନ୍ତି ।

4 ଘଣ୍ଟାରେ ସେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = 30 କି.ମି. x 4 = 120 କି.ମି.

ଏଥିରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = 30 କି.ମି. ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି x 4 ଘଣ୍ଟା

ଅନ୍ୟ କଥାରେ, **ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ଦୂରତା = ବେଗ x ସମୟ**

ବେଗ ଲାଗି 's', ସମୟ ଲାଗି 't' ଓ ଦୂରତା ଲାଗି 'd' ସଙ୍କେତକୁ ବ୍ୟବହାର କଲେ, ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତି ବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଆମେ କିପରି ଲେଖିପାରିବା ?

$$d = s \times t$$

ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କର ସାଧାରଣ ବା ବ୍ୟାପକ ରୂପ । ଏଠାରେ 's', 't' ଓ 'd' ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସୂତ୍ର ପାଇଲେ ।

P (ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା) = 4 x a (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

d (ଦୂରତା) = s (ବେଗ) x t (ସମୟ)

ଆସ, ଚଳରାଶିକୁ ବୁଝିବା

ଜାଣିଛ କି ?

ଚଳ ରାଶିର କୌଣସି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନଥାଏ । ଉକ୍ତ ରାଶି ଲାଗି 1, 2, 3, 4 ଆଦି ଯେ କୌଣସି ମାନ ଦିଆଯାଇପାରେ । ଚଳ ରାଶିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଯେକୌଣସି ଅକ୍ଷର ଯଥା m, n, l, p, q, r .... ଇତ୍ୟାଦି ନିଆଯାଇ ପାରେ ।

ଉଦାହରଣ - 3

ଅମିନା ଓ ସରିତା ଗୋଟିଏ ଧାରାରେ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଜାଇ 'L' ଆକୃତି ଗଠନ କରିବାକୁ ଲାଗିଲେ । 'L' ଆକୃତି ଗଢ଼ିବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଦିଆସିଲି କାଠିର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା ।

ପ୍ରଥମେ ଅମିନା ଦୁଇଟି କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ଗୋଟିଏ 'L' ଆକୃତି ଗଠନ କଲା । (ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର)

ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର

ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର

ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର

ସେହିପରି ସରିତା ଆଉ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ 'L' ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ର ସହ ଯୋଡ଼ି ରଖିଲା (ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର)

ପରେ ସରିତାର ଏକ ସାଙ୍ଗ ଆପୁ ପୁନଶ୍ଚ ଆଉ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ର ସହ 'L' ଟିଏ ଯୋଡ଼ିଲା (ତୃତୀୟ ଚିତ୍ର)

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ କହିପାରିବ କି, ସାତଟି 'L' ଚିତ୍ର ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଦରକାର ହେବ ?

ଅମିନା, ସରିତା ଓ ଆପୁ ମିଶି ଦୁଇ ଦୁଇଟି କାଠି ନେଇ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ 'L' ଚିତ୍ର ଗଢ଼ିବାକୁ ଲାଗିଲେ । ଆସ, ଗୋଟିଏ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତହିଁରେ ଗଠନ କରିଥିବା 'L' ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେଥିରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିବା ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ପୂରଣ କରିବା ।

'L' ସଂଖ୍ୟା	1	2	3	4	5	6	7			
ବ୍ୟବହୃତ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା	2	4	6	8	10	12	14			

- ଉପର ସାରଣୀରୁ 'L' ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହା ତିଆରି ହେବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ କାଠି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସଂପର୍କ ଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ?

ଯଦି ବ୍ୟବହୃତ କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ S ଏବଂ ପ୍ରସ୍ତୁତ L ସଂଖ୍ୟାକୁ n ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ତେବେ ଏହି ସଂପର୍କକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ?

ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ $S = 2n$ ଉକ୍ତିଟି ପାଇବ ।

'n' ର ମାନ ଲାଗି 1,2,3,4....... ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସିକୁ ନେଇ 'S' ର ମାନ ଅନୁରୂପ ଭାବେ ସ୍ଥିର କରିପାରିବ ।

କହିଲ ଦେଖି :
50 ଟି L ସୃଷ୍ଟି ପାଇଁ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ଦରକାର ହେବ ?

ଏଠାରେ n ର କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନାହିଁ କିମ୍ବା S ର ମଧ୍ୟ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନାହିଁ । n ଲାଗି ଯେ କୌଣସି ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନିଆଯାଇପାରେ ଓ ତଦନୁଯାୟୀ S ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ । ଏଣୁ ଏଠାରେ 'n' ଓ 'S' ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି ବା ଚଳ ।

ଏବେ ଆମେ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରେ କୁହାଯାଇଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା :

ଉଦାହରଣ - 1	$P = 4 \times a$	[4 x a କୁ 4a ଲେଖାଯାଏ]
ଉଦାହରଣ - 2	$d = s \times t$	[s x t କୁ st ଲେଖାଯାଏ]
ଉଦାହରଣ - 3	$S = 2 \times n$	[2 x n କୁ 2n ଲେଖାଯାଏ]

ଏଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସୂତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

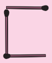
ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉଦାହରଣରେ ଥିବା ଚଳ ରାଶିକୁ ଏକ ସଂଖ୍ୟାସହ ଗୁଣନ କରାଯାଇଛି, ଯଥା- 4 x a ।

ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଉତ୍ତର ଲେଖ -

(କ) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ହେଲେ, P = 4 x a ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) ଜଣେ ସାଇକେଲ ଚାଳକ ମିନିଟ୍ ପ୍ରତି 220 ମିଟର ସାଇକେଲ୍ ଚଳାଇ ପାରନ୍ତି । ତେବେ 8 ମିନିଟ୍ ସମୟରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିପାରିବେ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

-  ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଏକ ସୂତ୍ର ଗଠନ କର, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ଚିତ୍ର ସୃଷ୍ଟିପାଇଁ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ କାଠି ଦରକାର ସ୍ଥିର କରିହେବ । (ଚିତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି 'n' ଓ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି 's' ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କର ।)
- ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ଗଠନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଚାରକୁ ନେଇ ଏକ ସୂତ୍ର ଗଠନ କର, ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ଚିତ୍ର ଗଠନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ?

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ କେତେକ ଉଦାହରଣରେ ଚଳ ରାଶିଟି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଗୁଣି ହୋଇ ରହିଛି । ଯଥା : - 4 x a, 2 x n ଇତ୍ୟାଦି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହା ବ୍ୟତୀତ, ଅନ୍ୟ ଏକ ଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି କୁ ନେଇ 'ଚଳ ରାଶି' କୁ ବୁଝିବା ।

ଉଦାହରଣ - 4

ସରିତା କହିଲା, ଅମିନା ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କା ଠାରୁ ତା' ପାଖରେ ଅଧିକ 10 ଟଙ୍କା ଅଛି ।

ଅର୍ଥାତ ଅମିନା ପାଖରେ ଯଦି 5 ଟଙ୍କା ଥାଏ, ତେବେ ସରିତା ପାଖରେ 15 ଟଙ୍କା ରହିଥିବ ।

ସେହିପରି ଅମିନା ପାଖରେ ଯଦି 20 ଟଙ୍କା ରହିଥାଏ, ତେବେ ସରିତା ପାଖରେ କେତେଟଙ୍କା ରହିବ ?

ପ୍ରକୃତରେ ଅମିନା ପାଖରେ କେତେ ଟଙ୍କା ରହିଛି ଆମେ ଜାଣିନାହୁଁ । ଯଦି ଅମିନା ପାଖରେ 'x' ଟଙ୍କା ଅଛି ବୋଲି ଧରିନେବା, ତେବେ ସରିତା ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ହେବ '$x + 10$' ।

ଏଠାରେ 'x' ଏକ ଚଳରାଶି । 'x' ର ମାନ 1, 2, 3...... ଆଦି ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏଠାରେ '$x + 10$' ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯେଉଁଥିରେ 'x' ଏକ ଚଳ ରାଶି ।

'$x + 10$' କୁ କିପରି ପଢାଯିବ ?

ଜାଣିଛ କି ?

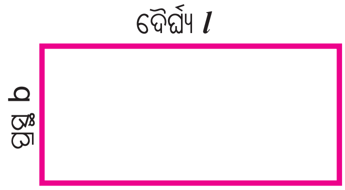
- '$x + 10$' ଅଧିକ ସରଳୀକୃତ ଅବସ୍ଥାକୁ ଆସି ପାରିବ ନାହିଁ । ଯଦି 'x' ର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ଥାଏ, ତେବେ ଉକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ଲାଗି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ମିଳିବ ।
- '$x + 10$' ଓ $10 \times x$ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ । କାରଣ x ସହ 10 ମିଶିଲେ $x + 10$ ହୁଏ, କିନ୍ତୁ x କୁ 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ $10 \times x$ ବା $10x$ ହେବ ।

✍ **ଉତ୍ତର ଲେଖ -**

କୌଣସି ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା, ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 35 ଅଧିକ । ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଯଦି 'x' (ଚଳରାଶି) ହୁଏ, ତେବେ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ?

- ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- ଯଦି ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା 75 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଛାତ୍ରୀସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10.3. ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ଗଠନ କରିବାରେ ଚଳ ରାଶିର ବ୍ୟବହାର



(କ) ଜ୍ୟାମିତି :

ଆୟତଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 2 x ଦୈର୍ଘ୍ୟ + 2 x ପ୍ରସ୍ଥ

ଯଦି ପରିସୀମା ଲାଗି P , ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଲାଗି ଯଥାକ୍ରମେ l ଓ b ନିଆଯାଏ, ତେବେ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି କ'ଣ ହେବ ?

$P = 2l + 2b$

ଏଠାରେ l, b ଓ P ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଚଳରାଶି, ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ଲିଖନ ସମ୍ଭବ ହେଲା ।

(ଖ) ପାଟୀ ଗଣିତ

- ତୁମ୍ଭେମାନେ ପୂର୍ବରୁ ଯୋଗର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ସଂପର୍କରେ ଜାଣିଛ ।

ଏହି ଧର୍ମ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସତ୍ୟ, ଅର୍ଥାତ୍ 8 + 12 = 12 + 8, 25 + 27 = 27 + 25 ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉକ୍ତ ଧର୍ମକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି a ଓ b ର ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ହେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ ସାଧାରଣ ଧର୍ମଟି ହେଲା ।

$$a + b = b + a$$

ଯେଉଁଠି a ଓ b ଯେ କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ସୂତ୍ରଟିକୁ ଏହିଭଳି ଲେଖିବା ଦ୍ୱାରା ଏହା ଯେ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ା ଲାଗି ସତ୍ୟ ତାହା ସୂଚିତ ହୋଇ ପାରିଲା ।

- ସେହିପରି ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମକୁ a x b = b x a ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।
- ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ ଗୁଣନର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଜାଣିଛ, ତଳେ ଏହାର ଏକ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି -

3 x (4 x 5) = (3 x 4) x 5 = 4 x (3 x 5),

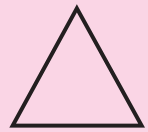
ଏଠାରେ 3 ପାଇଁ a , 4 ପାଇଁ b ଓ 5 ପାଇଁ c ବ୍ୟବହାର କରି ସହଯୋଗୀ ନିୟମକୁ ନିମ୍ନ ଭାବେ ଲେଖିପାରିବା ।

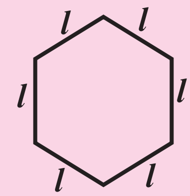
$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c = b \times (a \times c)$$

- a + b = b + a ଏବଂ a x b = b x a ନିୟମଦ୍ୱୟକୁ ସାଧାରଣ ଓ ବ୍ୟାପକ ଅର୍ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

- ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଲାଗି ଚଳରାଶି 'l' ନେଇ ଏହାର ପରିସୀମାକୁ ଚଳରାଶି 'l' ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର।
- ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ଷଡଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଲାଗି ଚଳରାଶି 'l' ନେଇ ଏହାର ପରିସୀମାକୁ 'l' ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର।





ବୀଜଗଣିତର ଇତିହାସ

ଆମ ଭାରତବର୍ଷର ପଣ୍ଡିତ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ (ତାଙ୍କର ଜନ୍ମ 598 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ) **'ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ'** ନାମକ ପୁସ୍ତକ ରଚନା କରିଥିଲେ। ଏହାକୁ ପୃଥିବୀର ପ୍ରଥମ ବୀଜଗଣିତ ପୁସ୍ତକ ବୋଲି କୁହାଯାଇପାରେ। ଏହି ପୁସ୍ତକରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଲାଗି ଅଜ୍ଞାତ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲା।

ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପୂର୍ବରୁ ମଧ୍ୟ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତମାନେ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ। ସେମାନେ ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ 'ବର୍ଣ୍ଣ' ବା 'ବୀଜ' ବ୍ୟବହାର କରି ଗାଣିତିକ ତଥ୍ୟମାନ ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ।

ଉଜ୍ଜୟିନୀର 'କାଙ୍କ' ନାମକ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି, ପଣ୍ଡିତ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପୁସ୍ତକଟିକୁ ଆରବ ଦେଶର ବାଗଦାଦ୍‌ର ରାଜାଙ୍କୁ ଭେଟି ଦେଇଥିଲେ।

ଏହାପରେ ବାଗଦାଦ୍‌ର ଆରବୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ମହମ୍ମଦ ଇବନ୍ ଆଲଖୋୱାରିଜ୍ମି **'ଆଲ୍‌ଜେବାର୍ ଉଅଲ୍ ଆଲ୍‌ମୁଗାବାଲାଃ'** ନାମକ ଗୋଟିଏ ଗଣିତ ପୁସ୍ତକ ରଚନା କରିଥିଲେ। ସେଥିରେ ସେ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଅକ୍ଷର ସଙ୍କେତ ବା ବୀଜର ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ। ଉପରୋକ୍ତ ନାମରୁ Algebra ଶବ୍ଦର ଉତ୍ପତ୍ତି ହୋଇଛି। ବୀଜର ବ୍ୟବହାରରେ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିକୁ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଉଥିବାରୁ ଏହି ବିଷୟର ନାମକରଣ ହୋଇଛି ବୀଜଗଣିତ।

ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ୟୁରୋପୀୟମାନେ ଆରବୀୟମାନଙ୍କ ଠାରୁ ବୀଜଗଣିତ ଶିକ୍ଷା କଲେ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.1

1. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ, ତା'ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୁଇ ଗୁଣ। ବ୍ୟାସ ପାଇଁ d ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପାଇଁ r ନେଇ ସୂତ୍ରଟି ଲେଖ।
   ଉତ୍ତରଟି ହେଲା,

   ବ୍ୟାସ = 2 x ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

   $\therefore d = 2 \times r$

   ଏଠାରେ ଚଳଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ?

2. ବୀଜ ବା ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କର । କେଉଁଥିପାଇଁ କେଉଁ ବୀଜ ବ୍ୟବହାର କଲ ଲେଖ ।

(କ) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ତା'ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ତିନିଗୁଣ ।

(ଖ) ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲା ସଂଖ୍ୟା, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ ବସିଥିବା ପିଲାସଂଖ୍ୟା ଓ ଧାଡ଼ିସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

(ଗ) ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକାର କୋଠରିର ଘନଫଳ ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସମାନ ।

10.4. ବୀଜଗଣିତରେ ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ଯେପରି ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରାଯାଏ, ଠିକ୍ ସେହିପରି ବୀଜ ଓ ସଂଖ୍ୟା ଉଭୟକୁ ନେଇ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ କରାଯାଇଥାଏ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକର ସମସ୍ତ ଧର୍ମ ଓ ନିୟମ ବୀଜଗାଣିତିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ସତ୍ୟ ହୁଏ ।

10.4.1 ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

3 ଓ 2 ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ବେଳେ $3 + 2 = 5$ ବୋଲି ଲେଖୁ । କିନ୍ତୁ $a + 5$ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ଯଦି a ର ମାନ 4 ହୁଏ, ତେବେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ $a + 5 = 4 + 5 = 9$ ହେବ ।

ଯଦି a ର ମାନ 6 ହୁଏ, ତେବେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ $a + 5 = 6 + 5 = 11$ ହେବ ।

ତେଣୁ a ର ମାନ କେତେ ଜାଣିଲେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ ।

ଯଦି a ର ମାନ ଜଣା ନ ଥାଏ, ତେବେ a ଓ 5 ର ଯୋଗଫଳ $a + 5$ ର ଅର୍ଥ ହେଲା ''a ଠାରୁ 5 ଅଧିକ'' । ସେହିପରି ''a ଠାରୁ b ଅଧିକ''କୁ $a + b$ ଲେଖାଯାଏ ।

ସେହିପରି '(a + b) ଠାରୁ c ଅଧିକ' କୁ କିପରି ଲେଖାଯିବ କହ ।

ଯେପରି ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ସହ 0 କୁ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ,

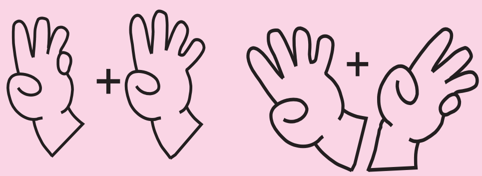
$3 + 0 = 3$, $7 + 0 = 7$, ସେହିପରି $a + 0 = a$ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଲେଖାଯିବ ?

- a ଓ 4 ର ଯୋଗଫଳ
- 5 ଅପେକ୍ଷା x ଅଧିକ
- x ଠାରୁ y ଅଧିକ
- $(x + y)$ ଠାରୁ 6 ଅଧିକ

ଜାଣିଛ କି ?

ଆମେ ଜାଣିଛୁ $3 + 4 = 4 + 3$ ଏହାକୁ ଯୋଗର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।



ଯଦି a ଓ b ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି ହୁଏ, ତେବେ $a + b = b + a$

10.4.2 ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

6 ରୁ 4 ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ ଆମେ $6 - 4 = 2$ ଲେଖୁ । ବିୟୋଗ ଫଳ 2 ହୁଏ ।

କିନ୍ତୁ x ରୁ 4 ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗ ଫଳକୁ ଆମେ $x - 4$ ଲେଖିବା ।

x ର ମାନ ଜାଣିଲେ ଆମେ $x - 4$ କେତେ ହେବ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା । କିନ୍ତୁ x ର ମାନ ଦିଆଯାଇ ନ ଥିଲେ "x ବିୟୋଗ 4" ପାଇଁ $x - 4$ ଲେଖାଯାଏ । $x - 4$ ର ଅର୍ଥ "x ଠାରୁ 4 ଊଣା ବା କମ୍'' ।

କହିଲ ଦେଖି :

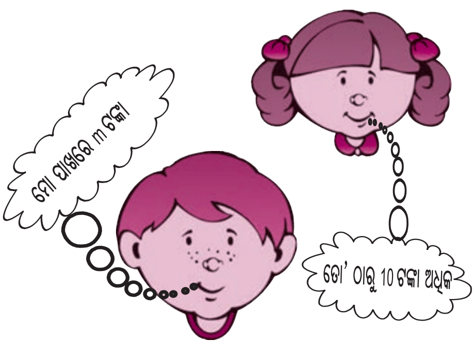
a - b ଓ b - a ସମାନ ହେବ କି ? କାହିଁକି ?

ସେହିପରି a ରୁ b ବିୟୋଗ କଲେ, ବିୟୋଗ ଫଳକୁ a - b ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ ।

(a - b)-c ଲେଖିଲେ ଜଣାଯାଏ ଯେ a ରୁ b ବିୟୋଗ କରି, ବିୟୋଗ ଫଳରୁ ପୁଣି c ବିୟୋଗ କରାହୋଇଛି ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10.2

1. ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
   (କ) 10 ଠାରୁ t ଊଣା
   (ଖ) m ଓ n ର ଅନ୍ତର ଫଳ (m > n)
   (ଗ) z ଅପେକ୍ଷା w କମ୍
   (ଘ) p ଠାରୁ q ଅଧିକ ଓ ତା'ଠାରୁ r ଅଧିକ
   (ଙ) b ଠାରୁ 3 ଊଣା ଓ ତା'ଠାରୁ c ଅଧିକ
   (ଚ) m ଠାରୁ l କମ୍ ଓ ତା'ଠାରୁ k ବେଶି
   (ଛ) x ଅପେକ୍ଷା y ଊଣା ଓ ତା'ଠାରୁ z କମ୍ ।
2. ବାବୁ ପାଖରେ m ଟଙ୍କା ଅଛି । ବେବି ପାଖରେ ତା' ଅପେକ୍ଷା 10 ଟଙ୍କା ଅଧିକ ଅଛି । ତେବେ ବେବି ପାଖରେ କେତେ ଟଙ୍କା ଅଛି ?
   m = 7 ହେଲେ, ବେବି ପାଖରେ ଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ କେତେ ?



3. ସୀତାର ବୟସ 15 ବର୍ଷ । ଗୀତା ତା'ଠାରୁ y ବର୍ଷ ବଡ଼ ।
   ରୀତାର ବୟସ, ସେ ଦୁହିଁଙ୍କ ମୋଟ ବୟସ ଅପେକ୍ଷା z ବର୍ଷ କମ୍ ।
   ତେବେ ରୀତାର ବୟସ ଲାଗି ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।
   y ର ମାନ 5 ଓ z ର ମାନ 2 ହେଲେ, ରୀତାର ବୟସ କେତେ ହେବ ?

10.4.3 ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ତୁମେ ଜାଣ, ଗୁଣନ ହେଉଛି କ୍ରମିକ ଯୋଗକ୍ରିୟା । 3 +3+3+3 ବା 4 ଟି 3 ର ଯୋଗଫଳ = 4 x 3

ସେହିପରି, a+a+a+a ବା 4 ଟି a ର ଯୋଗଫଳ = 4 x a ।

କିନ୍ତୁ ''4 x a'' ଲେଖିଲେ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନ ବୀଜ 'x' ସହିତ ଭ୍ରମ ହେବାର ସମ୍ଭାବନା ଥିବାରୁ "4 x a" କୁ 4a ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ ।

ଠିକ୍ ସେହିପରି - $b+b+b+b = 4b$

$c+c+c = 3c$

$x+x+x+x+x = 5x$

ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କ୍ରିୟାରେ ଯେପରି ବୀଜର ମାନ ଜାଣିଲେ ଯୋଗଫଳ ବା ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହୁଏ, ସେହିପରି ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ବୀଜର ମାନ ଜାଣିଲେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଯଥା :- $a = 5$ ହେଲେ, $4a = 4 \times 5 = 20$

$y = 2$ ହେଲେ, $11y = 11 \times 2 = 22$

$p = 10$ ହେଲେ, $8p = 8 \times 10 = 80$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୋଟିଏ ବୀଜର ଗୁଣଫଳ କିପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ ତାହା ଆମେ ଆଲୋଚନା କଲେ । ଗୁଣ୍ୟ ଓ ଗୁଣକ ଉଭୟ ବୀଜ ହୋଇଥିଲେ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ କିପରି ପ୍ରକାଶ କରାଯିବ ?

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳ କେତେ ?

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳକୁ xy ବା yx ଭାବେ ଲେଖାଯାଏ ।

xy ରେ ଉଭୟ x ଓ y ହେଉଛନ୍ତି xy ର ଉତ୍ପାଦକ ବା ଗୁଣନୀୟକ ।

x ଓ y ର ଗୁଣଫଳକୁ xy ବା yx ରୂପରେ ଲେଖାଯାଉଥିଲେ ହେଁ a ଓ 4 ର ଗୁଣଫଳକୁ କେବଳ 4a ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

4a କୁ a4 ରୂପରେ ଲେଖିବାର ଚଳଣି ନାହିଁ । ସେହିପରି 1x x କୁ $1x$ ବୋଲି ଲେଖିବା ପ୍ରଚଳିତ ନୁହେଁ । ତାହାକୁ ଖାଲି x ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ । x କହିଲେ $1x$ ହିଁ ବୁଝାଯାଏ ।

10.4.4. ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ଭାଗକ୍ରିୟା, ଗୁଣନର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅଟେ ।

ଯେହେତୁ $6 = 2 \times 3$, ବିପରୀତ ଭାବରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା, $6 \div 2 = 3$ ଓ $6 \div 3 = 2$

ସେହିପରି $2 \times x = 2x$ କୁ ବିପରୀତ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା $2x \div 2 = x$ ଏବଂ $2x \div x = 2$

$xy \div x = y$ ଏବଂ $xy \div y = x$

ଆମେ $2 \div 3$ କୁ $\frac{2}{3}$ ବୋଲି ଲେଖୁ ଓ ''2 ବିଭକ୍ତ 3'' ବୋଲି ପଢୁ । ସେହିପରି $a \div 3$ କୁ ମଧ୍ୟ $\frac{a}{3}$ ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ । $\frac{a}{3}$ କୁ "a ବିଭକ୍ତ 3" ବା ''a ର ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ'' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ । ତେଣୁ $\frac{x}{4}$ କୁ x ର ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ, $\frac{b}{9}$ କୁ b ର ଏକ ନବମାଂଶ ଓ $\frac{2}{3}a$ କୁ a ର ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ସେହିପରି $x \div y$ କୁ $\frac{x}{y}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଏବଂ ''x ବିଭକ୍ତ y'' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

10.4.5. ରାଶି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନ :

ଉଦାହରଣ - 1

ତୁମ ପାଖରେ m ଟଙ୍କା ଅଛି । ତୁମ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ ତା'ର 5 ଗୁଣଠାରୁ n ଟଙ୍କା ଅଧିକ ଅଛି । ତେବେ ତୁମ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ କେତେ ଟଙ୍କା ଅଛି ? ସେଥିରୁ ସେ p ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରିଦେଲେ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଆଉ କେତେ ଟଙ୍କା ବଳକା ରହିବ ?

ସମାଧାନ - ତୁମ ପାଖରେ m ଟଙ୍କା ଅଛି ।

ତା'ର 5 ଗୁଣ = m x 5 ଟଙ୍କା = 5m ଟଙ୍କା ।

ତୁମ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ ତା'ଠାରୁ n ଟଙ୍କା ଅଧିକ ଅଛି ।

ତେବେ ଭାଇଙ୍କ ପାଖରେ (5m + n) ଟଙ୍କା ଅଛି ।

ସେଥିରୁ ସେ p ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରିଦେଲେ,

ତାଙ୍କ ପାଖରେ ବଳକା ରହିବ (5m + n - p) ଟଙ୍କା ।

ଉଦାହରଣ -2

ସଂକ୍ଷେପରେ ପ୍ରକାଶ କର, a ର ତିନି-ପଞ୍ଚମାଂଶଠାରୁ b ର ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ଊଣା ।

ସମାଧାନ -

a ର ତିନି-ପଞ୍ଚମାଂଶ $= \frac{3a}{5}$

b ର ଦୁଇ-ତୃତୀୟାଂଶ $= \frac{2b}{3}$

a ର ତିନି-ପଞ୍ଚମାଂଶଠାରୁ b ର ଦୁଇ-ତୃତୀୟାଂଶ ଊଣା $= \frac{3a}{5} - \frac{2b}{3}$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 3

1. ବୀଜ ଜରିଆରେ ପ୍ରକାଶ କର । କେଉଁଥି ପାଇଁ କି ବୀଜ ବ୍ୟବହାର କଲ ଲେଖ ।

(କ) ଗୋଟିଏ ଜିନିଷର ବିକ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ତା'ର କ୍ରୟ ମୂଲ୍ୟ ଓ ଲାଭର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

(ଖ) ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଦୁଇ ଗୁଣ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇ ଗୁଣର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

(ଗ) ଏକ ଆୟତ ଘନର ଘନଫଳ ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ସୂତ୍ରଟି ଲେଖ । ଏହି ସୂତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ 4 ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 3 ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 2 ମି. ଉଚ୍ଚତାବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତ ଘନର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

2. ବୀଜ ଓ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ) b ର ଦୁଇ ଗୁଣଠାରୁ c ର ପାଞ୍ଚ ଗୁଣ ଅଧିକ ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

(ଖ) x ର ତିନି ଗୁଣଠାରୁ p ର ଏକ-ଚତୁର୍ଥାଂଶ ଊଣା ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

(ଗ) p ର ପାଞ୍ଚ-ଷଷ୍ଠାଂଶ ଅପେକ୍ଷା 7 ବେଶି ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

(ଘ) m ଓ n ର ଯୋଗଫଳଠାରୁ z ର ତିନି ଗୁଣ କମ୍ ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

(ଙ) b ଓ 4 ର ଭାଗଫଳଠାରୁ c ର ତିନି ଚତୁର୍ଥାଂଶ କମ୍ ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି କେତେ ?

3. ବୀଜ ମାଧ୍ୟମରେ ଲିଖିତ ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକୁ ଭାଷାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $3x + 2y$ (ଖ) $2a - 7$ (ଗ) $2p + 3q - r$ (ଗ) $\frac{3c}{5} + d$

4. ଗୋଟିଏ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଆକୃତିର ଚଟାଣର ପ୍ରସ୍ଥ b ମିଟର ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇ ଗୁଣ । ତେବେ ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ? ସେହି ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି 8 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥବିଶିଷ୍ଟ ଚଟାଣର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

ଚିନୁ ଓ ମିନୁ ଗୋଟିଏ ଖେଳ ଖେଳିଲେ ।

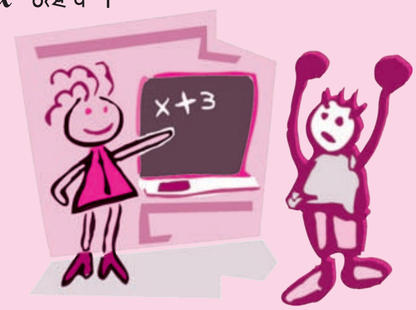
- ସେମାନେ ଗୋଟିଏ ଚଳ x ଓ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 3 ନେଇ ପରିପ୍ରକାଶ (ଯେତୋଟି ସମ୍ଭବ) ତିଆରି କରିବାକୁ ଚିନ୍ତା କଲେ । ଖେଳର ନିୟମ ହେଲା ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତିଥର କେବଳ ଗୋଟିକର ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ x ରହିବ ।

  ତୁମେ ସେମାନଙ୍କୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିପାରିବ କି ?

  ଚିନୁ ଚିନ୍ତାକଲା $(x + 3)$, ମିନୁ ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ $(x - 3)$ କହିଲା ।

  ଚିନୁ ପୁଣି କହିଲା $3x$, ମିନୁ କହିଲା $\frac{x}{3}$

  ଏହିଭଳି କେବଳ ଚାରୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ଭବ କି ?



- ଏହାପରେ ସେମାନେ x ,3 ଓ 5 କୁ ନେଇ ଖେଳିଲେ । ଏଥର ନିୟମ କରାଗଲା ଯେ, ପ୍ରତିଥର ସେମାନେ ମିଶାଣ ଓ ଫେଡାଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ କିମ୍ବା ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏକୁ ନେବେ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ନିଶ୍ଚିତ ରୂପେ x ରହିବ, ଯଥା– x+ 5, $3x$+ 5 ଇତ୍ୟାଦି ।

  ଏହି ନିୟମରେ ଆଉ କେତୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ଭବ ଲେଖ ।

10.5. ବୀଜମାନଙ୍କର ଘାତ

ତୁମେ ଜାଣ $3 \times 3 = 3^2$ ଓ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ । 3^2 କୁ ''3 ର ବର୍ଗ '' ବା ''3 ର ଦ୍ୱିତୀୟ ଘାତ'' ଏବଂ 4^3 କୁ ''4 ର ତୃତୀୟ ଘାତ'' କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି,

$a \times a = a^2$

$a \times a \times a = a^3$

$a \times a \times a \times a = a^4$

$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$

$a \times a \times a \times$ .... (20 ଥର) $= a^{20}$

ଜାଣିରଖ

a^2, a^3, a^4 , ଆଦିକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଘାତାନ୍ୱିତ ବୀଜ କୁହାଯାଏ ।
a^2 ରେ a କୁ ଆଧାର ଓ 2 କୁ ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ
a^3 ରେ a କୁ ଆଧାର ଓ 3 କୁ ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ
ଏବଂ a^{20} ରେ a କୁ ଆଧାର ଓ 20 କୁ ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ କହନ୍ତି ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର

- x^a ରେ x ହେଉଛି ଆଧାର ଏବଂ a ହେଉଛି ଘାତାଙ୍କ ବା ସୂଚକ ।
- $a^1 = a$, କୌଣସି ବୀଜର ଘାତ 1 ହୋଇଥିଲେ ସେହି 1 ଟିକୁ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ ।

ଉଦାହରଣ - 1

କେଉଁଟି ଆଧାର ଓ କେଉଁଟି ଘାତାଙ୍କ ଲେଖ ।

(କ) y^7 (ଖ) $2x^3$ (ଗ) $\frac{3}{5}b^m$

ସମାଧାନ :

(କ) y^7 ରେ ଆଧାର y ଓ ଘାତାଙ୍କ 7

(ଖ) $2x^3$ ରେ ଆଧାର x ଓ ଘାତାଙ୍କ 3

(ଗ) $\frac{3}{5}b^m$ ରେ ଆଧାର b ଓ ଘାତାଙ୍କ m

> **କହିଲ ଦେଖି :**
> ଆଧାର a ଓ ଘାତାଙ୍କ 8 ବିଶିଷ୍ଟ ଘାତାନ୍ୱିତ ବୀଜଟି କେତେ ?

ଉଦାହରଣ - 2

ଘାତାନ୍ୱିତ ବୀଜରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $x \times x \times x \times z \times z$

(ଖ) $7 \times a \times a \times a \times a \times p \times p \times p \times q \times q$

(ଗ) $4 \times m \times m \times$ .... 15 ଥର $\times n \times n \times$ ..... a ଥର

ସମାଧାନ :

(କ) ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $x \times x \times x = x^3$

ଏବଂ $z \times z = z^2$

$\therefore x \times x \times x \times z \times z = x^3 \times z^2 = x^3z^2$

> **କହିଲ ଦେଖି :**
> x^3z^2 ଓ z^2x^3 ସମାନ କି ?
> କାରଣ କହ ।

(ଖ) ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $a \times a \times a \times a = a^4$

$p \times p \times p = p^3$

ଏବଂ $q \times q = q^2$

$\therefore 7 \times a \times a \times a \times a \times p \times p \times p \times q \times q = 7 \times a^4 \times p^3 \times q^2 = 7a^4p^3q^2$

(ଗ) ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $m \times m \times$ ....15 ଥର $= m^{15}$

ଏବଂ $n \times n \times$ ...... a ଥର $= n^a$

$\therefore 4 \times m \times m \times$ ..... 15 ଥର $\times n \times n \times$ ...... a ଥର

$= 4 \times m^{15} \times n^a = 4m^{15}n^a$

ଉଦାହରଣ - 3

ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କ ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) $3x^4$ (ଖ) $7a^8$ (ଗ) $5p^2q^3$

ସମାଧାନ :

(କ) $3x^4 = 3 \times x \times x \times x \times x$

(ଖ) $7a^8 = 7 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$

(ଗ) $5p^2q^3 = 5 \times p \times p \times q \times q \times q$

ଉଦାହରଣ - 4

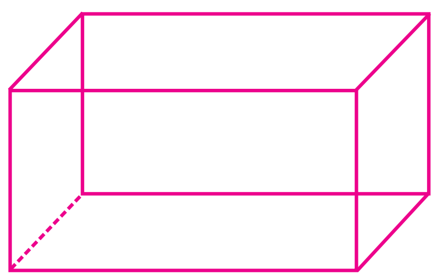
ଆୟତଘନର ଘନଫଳ ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ। ଯେଉଁ ଆୟତଘନର ପ୍ରସ୍ଥ x ସେ.ମି., ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର 3 ଗୁଣ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରସ୍ଥର ଅଧା ତାର ଘନଫଳ କେତେ ?

ସମାଧାନ :

ଦତ୍ତ ଆୟତଘନର ପ୍ରସ୍ଥ = x ସେ.ମି.

ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3 x ପ୍ରସ୍ଥ = $3 \times x$ ସେ.ମି. = $3x$ ସେ.ମି.

ଉଚ୍ଚତା = $\frac{1}{2}$ x ପ୍ରସ୍ଥ = $\frac{1}{2} \times x$ ସେ.ମି. = $\frac{x}{2}$ ସେ.ମି.



$\therefore$ ତା'ର ଘନଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା

= $(3x \times x \times \frac{x}{2})$ ଘନ ସେ.ମି.

= $\frac{3x^3}{2}$ ଘନ ସେ.ମି.

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 4

1. ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର।

(କ) x^4 ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____ ।

(ଖ) $3y^{10}$ ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____ ।

(ଗ) m^n ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____ ।

(ଘ) $\frac{2}{5}p^4q^3$ ରେ ଆଧାର _____ ଓ ଘାତାଙ୍କ _____

ଏବଂ ଆଧାର _____ ର ଘାତାଙ୍କ _____ ।

କହିଲ ଦେଖି :
x^5 ଗୋଟିଏ ଘାତାନ୍ୱିତ ରାଶି ହେଲେ ଏହାର ଆଧାର କେତେ ଓ ଘାତାଙ୍କ କେତେ ?

2. ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କ ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

(କ) $8a^3$ (ଖ) a^5x^3 (ଗ) $9xy^3$ (ଘ) $25a^2x^4y^2$

3. ଘାତାନ୍ୱିତ ରାଶିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(କ) $x \times x \times x \times x$

(ଖ) $a \times a \times a \times b \times b \times b$

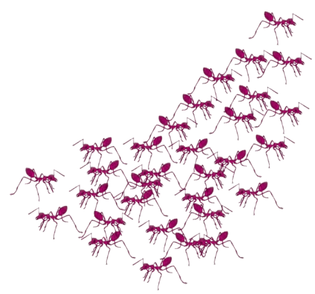
(ଗ) $p \times p \times p \times$...... 10 ଥର

(ଘ) $20 \times (m \times m \times$...... 7 ଥର) x ($n \times n \times$..... 25 ଥର)

(ଙ) $32 \times (x \times x$ x........ 5 ଥର) $\times$ ($y \times y \times$.....8 ଥର) $\times z$

4. $4a^3$ ଓ $3a^4$ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଦର୍ଶାଅ ।

5. ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ପ୍ରକାର କୀଟଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା x । ସପ୍ତାହକ ପରେ ସେମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା y ଗୁଣ ହୋଇଯାଏ । ସେହି ହାରରେ ସେମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲେ, ତିନି ସପ୍ତାହ ଶେଷବେଳକୁ କୀଟଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ?



10.6 . ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଓ ତା'ର ପଦ

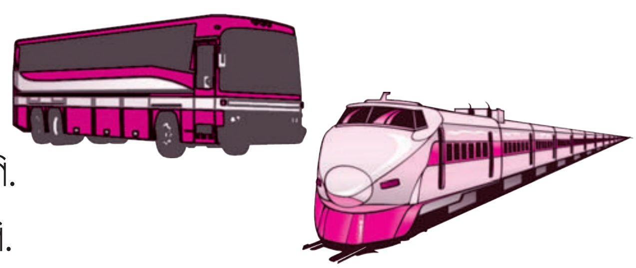
ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନେ ନିଜ ବିଦ୍ୟାଳୟରୁ ବାହାରି ଦିଲ୍ଲୀ ପରିଭ୍ରମଣରେ ଗଲେ । ସେମାନେ 4 କି.ମି. ଚାଲିଲେ; 3y କି.ମି. ବସ୍‌ରେ ଓ $2x$ କି.ମି. ରେଳଗାଡ଼ିରେ ଗଲେ । ସେମାନଙ୍କୁ ମୋଟ କେତେ ବାଟ ଯାତ୍ରା କରିବାକୁ ପଡ଼ିଲା ?

ଚାଲିବା ବାଟ = 4 କି. ମି.

ବସ୍‌ରେ ଯିବା ବାଟ = 3y କି. ମି.

ରେଳଗାଡ଼ିରେ ଯିବା ବାଟ = $2x$ କି.ମି.

ମୋଟ ବାଟ = $(4 + 3y + 2x)$ କି.ମି.



ଏଠାରେ $4 + 3y + 2x$ କୁ ଗୋଟିଏ **ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

4, 3y, $2x$ ଏ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସେହି ରାଶିର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ପଦ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ $4 + 3y + 2x$ ଏକ ରାଶି । ଏଥିରେ ତିନୋଟି ପଦ ଅଛି ।

3a + b ଏକ ରାଶି । ଏଥିରେ ଦୁଇଟି ପଦ ଅଛି ।

c ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ରାଶି । ଏଥିରେ ଗୋଟିଏ ପଦ ଅଛି । ଏହାକୁ ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରୁ ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି , ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି ଓ ବହୁପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର :

ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି	ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି	ବହୁପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି
a	a + b	a + b + c
$4x$	$4 + 3x$	$4 + 3x + 7y$
3m	3m + p	3m + p - q

✎ ତୁମେ ସେହିପରି ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି, ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶି, ବହୁପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିର ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଉଦାହରଣ ଦିଅ।

ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଓ ତା'ର ପଦ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତୋଟି ଜାଣିବା କଥା

- ଗୋଟିଏ ରାଶିରେ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ପଦ ରହିପାରେ। ଏହି ପଦଟି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା (ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା) ବା ଏକ ବୀଜ ହୋଇପାରେ। 1, 2, 3, 4 ଇତ୍ୟାଦି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା। କାରଣ ଏମାନଙ୍କର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ।
- ଗୋଟିଏ ରାଶିରେ ଏକାଧିକ ପଦ ଥିଲେ ସେଗୁଡ଼ିକ କେବଳ '+' ବା '–' ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ପରସ୍ପରଠାରୁ ବିଚ୍ଛିନ୍ନ ହୋଇପାରନ୍ତି।
- ଗୋଟିଏ ରାଶି କେବଳ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇପାରେ।
- ଗୋଟିଏ ରାଶି କେବଳ ବୀଜମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇପାରେ।
- ଗୋଟିଏ ରାଶି ଉଭୟ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ବୀଜମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୋଇପାରେ।
- $3, a, a^2, \frac{a}{2}$ (ବା $a \div 2$), ab (ବା $a \times b$), $\frac{1}{a}$ (ବା $1 \div a$) ଆଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ଅଟନ୍ତି। $a \times b$ ବା $a \div 2$ କୁ ଦୁଇଟି ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ନାହିଁ।
- ପଦ ସଂଖ୍ୟା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ରାଶିମାନଙ୍କୁ ଏକପଦୀ ରାଶି, ଦ୍ୱିପଦୀ ରାଶି, ତ୍ରିପଦୀ ରାଶି, ଚତୁଷ୍ପଦୀ ରାଶି ଆଦି ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଏ।
- a-b ରେ a ହେଉଛି ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ -b ହେଉଛି ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ। ଅର୍ଥାତ୍ ପଦ ସହିତ ତା'ର ଚିହ୍ନ (+ ବା –) କୁ ନିଆଯାଏ। a+ c ରେ ପ୍ରଥମ ପଦ a ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ +c ବା c କୁହାଯାଏ। ଅର୍ଥାତ୍ ପଦର ଚିହ୍ନ + ଥିଲେ + ଚିହ୍ନ ଛାଡ଼ି ପଦକୁ କୁହାଯାଇ ପାରେ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 5

1. କେଉଁ ଉକ୍ତିଟି ଠିକ୍ ଓ କେଉଁଟି ଭୁଲ୍ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଲେଖ।

(କ) $a \times b + c$ ରେ
- $a \times b$ ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- b ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- c ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- $a \times b + c$ ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]

(ଖ) $a \div b - p$ ରେ
- $a \div b$ ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- $b - p$ ଗୋଟିଏ ପଦ [ ]
- a ଗୋଟିଏ ପଦ ଓ -p ଅନ୍ୟ ପଦ [ ]
- $a \div b$ ଗୋଟିଏ ପଦ ଓ -p ଅନ୍ୟ ପଦ [ ]
- $a \div b$ ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ p ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ [ ]

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ପୃଥକ୍ କରି ଲେଖ।

(କ) $p + q$ (ଗ) $-p + r$ (ଙ) $p \times b + c$

(ଖ) $p + q \div r$ (ଘ) $a \div x \times b - c \times d \div y$ (ଚ) $a^2b + 2xy - bc^2$

10.7. ପଦର ସହଗ

- ଆମେ 2ab ପଦଟି କଥା ବିଚାର କରିବା ।

  2ab = 2 x a x b

  2ab ପଦରେ

  2, ab ର ସହଗ [2ab = 2 x ab]

  a, 2b ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = a x 2b]

  b, 2a ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = b x 2a]

  2a, b ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = 2a x b]

  2b, a ର ସହଗ [କାରଣ 2ab = 2b x a]

- ସେହିପରି, $-8xy$ ପଦଟିରେ $-$ 8y, x ର ସହଗ

  $-8, xy$ ର ସହଗ

  $-8x$, y ର ସହଗ

ଅନେକ ସମୟରେ ପଦଟିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ଉତ୍ପାଦକଟିକୁ ପଦର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ବା ସହଗ ବୋଲି ଧରାଯାଏ । ଏହି ଦୃଷ୍ଟିରୁ 2ab ପଦର ସହଗ 2 ଏବଂ $-8xy$ ପଦର ସହଗ -8 ବୋଲି କୁହାଯାଇଥାଏ ।

ଜାଣିଛ କି ?

କୌଣସି ପଦର ସହଗ ଯଦି 1ବା -1ହୋଇଥାଏ, ତେବେ 1କୁ ପଦ ସାଙ୍ଗରେ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ। ଯଥା, 1aକୁ a ଭାବରେ ଓ-1b କୁ -b ଭାବରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ପଦକୁ ଦୁଇଟି ଉତ୍ପାଦକର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟିର ସହଗ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 1

$8x^4y - 7x^3yz + \frac{4}{3}x^2yz^2 - 5xyz$

ଏହି ରାଶିରେ ଥିବା $\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦଟିର ସହଗ କେତେ ?

ପୁଣି $\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦରେ x^2 ର ସହଗ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣୁ $\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦର ସହଗ $\frac{4}{3}$ । (ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ଉତ୍ପାଦକ)

$\frac{4}{3}x^2yz^2$ ପଦରେ x^2 ର ସହଗ $\frac{4}{3}yz^2$ । କାରଣ $\frac{4}{3}x^2yz^2$ କୁ $\frac{4}{3}yz^2 \times x^2$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

$3x$ - y + 5b ରେ ଥିବା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପଦମାନଙ୍କର ସହଗ ଲେଖ ।

10.8 ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ

ବୀଜଗଣିତରେ ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ ଚିହ୍ନିବା ଅତି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ତଳ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ -

(କ) 2a, 5a, $\frac{2}{7}$a ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକପ୍ରକାର ବୀଜ ଅଛି ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ ଘାତ 1 ଅଟେ । ଏପରି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଏ ।

(ଖ) $xy,\ 10xy,\ \frac{5}{11}xy$ ଏ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ, କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଏକା ପ୍ରକାରର ବୀଜ x ଓ y ଅଛି । x ଓ y, ପ୍ରତ୍ୟେକର ଘାତ ସବୁ ପଦରେ 1 ଅଟେ ।

(ଗ) $3a^2b,\ \frac{2}{3}a^2b,\ a^2b$ ଏ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ, କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଏକା ପ୍ରକାରର ବୀଜ a ଓ b ଅଛି । ସବୁ ପଦରେ a ର ଘାତ 2 ଓ b ର ଘାତ 1 ଅଟେ ।

ପଦମାନଙ୍କରେ ଦୁଇ ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବୀଜ ଥାଇ ସେମାନଙ୍କର କ୍ରମ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ସେଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି ।

(କ) $ab,\ -3ba,\ \frac{1}{5}ba$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି ।

(ଖ) $2pqr,\ 15qrp, \frac{5}{3}rpq$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି ।

(ଗ) $x^2yz,\ 3yzx^2,\ -5yx^2z$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି ।

ଜାଣିରଖ

ଯେଉଁ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାରର ବୀଜ ବା ଏକା ବୀଜର ଏକା ଘାତ ରହିଥାଏ, ସେହି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ କହନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହୋଇପାରେ ।

। ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଅସଦୃଶ ପଦ	କାରଣ
$x,\ 2a,\ \frac{3}{5}p,\ -4m$	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ନାହାନ୍ତି
ab, bc, ca	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ନାହାନ୍ତି
$xyz.\ 2axy, 5ayz$	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ନାହାନ୍ତି
x^2, x^3, x^4	ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଏକା ପ୍ରକାର ବୀଜ ଥିଲେ ମଧ୍ୟ ସେମାନଙ୍କର ଘାତଙ୍କ ଭିନ୍ନ

ଯେଉଁ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ବୀଜ ବା ଏକା ବୀଜର ବିଭିନ୍ନ ଘାତ ଥାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଏ ।

ଆସ, ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ ଚିହ୍ନିବା ପାଇଁ କେତେକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ -1

ନିମ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛି ପ୍ରତ୍ୟେକର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଲେଖ ।

$2x - xy + 3yx + 8x - 3x + xyz$

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିରେ

$2x,\ 8x,\ -3x$ ସଦୃଶ ପଦ, ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଯଥାକ୍ରମେ 2, 8 ଓ -3 ।

ପୁଣି $-xy,\ 3yx$ ସଦୃଶ ପଦ । ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଯଥାକ୍ରମେ -1 ଓ 3 ।

ଏହି ରାଶିଟିରେ $2x,\ -xy$ ଅସଦୃଶ ଏବଂ xyz ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ପଦ ସହିତ ଅସଦୃଶ ।

ଉଦାହରଣ -2 : ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିର ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସଜାଇ ଲେଖ।

$$a + 2b - ab - \frac{1}{2}a + 3ba + 5a - b$$

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଟିରେ

$a, -\frac{1}{2}a, 5a$ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ

$2b, -b$ ପଦ ଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ

ଏବଂ $-ab, 3ba$ ପଦ ଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ

ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ସଜାଇ ଲେଖିଲେ, ରାଶିଟି ହେବ $a + 5a - \frac{1}{2}a + 2b - b - ab + 3ba$

> **ଜାଣିଛ କି ?**
>
> ab ଓ ba ପଦଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ।
>
> abc, bca ଓ cab ପଦ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସଦୃଶ।

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 6

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପଦଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଲେଖ।

   $3y, \quad \frac{5}{7}p, \quad -4ab, \quad y^2, \quad -abc, \quad 23x^3y^2$

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପଦମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ସହଗ ଲେଖ।

   (କ) $ab - 2bc + 7ca$ (ଖ) $x - \frac{xy}{3} + \frac{3yz}{4}$

3. କାରଣ ସହ କେଉଁ ଯୋଡ଼ା ପଦ ସଦୃଶ ବା ଅସଦୃଶ ଲେଖ।

   (କ) $3x, 7x$ (ଖ) $5y, 5z$ (ଗ) $2ab, \frac{2}{3}ba$

   (ଘ) $6pq, 6q$ (ଙ) $\frac{1}{2}a^3, a^3$

4. ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ରାଶିକୁ ସଜାଇ ଲେଖ।

   (କ) $a-3b-4a+2b+7a$

   (ଖ) $5p + 2pq - 4p + 7qr - 3pq + 5rq - \frac{1}{2}qp$

   (ଗ) $xyz - xy + yz + zxy - 35yzx - 3zy$

10. 9 ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

ଗୋଟିଏ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିରେ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ବୀଜ ରହିଥାଏ। ତେଣୁ ରାଶିଟିର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ବା ମୂଲ୍ୟ ପାଇବାକୁ ହେଲେ, ସେଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ। ତା'ପରେ ରାଶିଟିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜ ବଦଳରେ ସେହି ବୀଜର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥାପନ କଲେ ରାଶିଟି କେବଳ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ହୁଏ। ଏହି ରାଶିଟିକୁ ସରଳ କରିଦେଲେ ତା'ର ମାନ ମିଳିଯାଏ।

ବୀଜଗୁଡ଼ିକ ବଦଳରେ ସେମାନଙ୍କ ସ୍ଥାନରେ ତାଙ୍କର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ସ୍ଥାପନ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀକୁ **ବିସ୍ଥାପନ ପ୍ରଣାଳୀ** ବା କେବଳ **ବିସ୍ଥାପନ** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ -1

$x = 4,\ y = 2,\ z = 5$ ହେଲେ ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $2x + 5y - 3z$ (b) $x^2 - 3xy + z^2$

ସମାଧାନ :

(କ) $2x + 5y - 3z$

$= 2 \times 4 + 5 \times 2 - 3 \times 5$ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜର ମାନ ବସାଇ)

$= 8 + 10 - 15$

$= 18 - 15 = 3$

(ଖ) $x^2 - 3xy + z^2$

$= 4^2 - 3 \times 4 \times 2 + 5^2$ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୀଜର ମାନ ବସାଇ)

$= 16 - 24 + 25$

$= 16 + 25 - 24$ (ଏକା ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି)

$= 41 - 24 = 17$

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ 10. 7

1. $a = 3$ ଓ $b = 5$ ହେଲେ ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) $2a + b$ (ii) $2b - 3a$ (iii) $1 + ab$ (iv) $\frac{a + 3b}{6}$

2. $x = 8,\ y = 3$ ଓ $z = 4$ ହେଲେ ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

   (i) $x + 2y + 3z$ (ii) $2x + 3y - 5z$ (iv) $7z - 4y - 2x$

3. $x = 2$ ଓ $y = 3$

   ଜଣେ ପିଲାକୁ xy ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ କୁହାଗଲା ।

   ସେ xy ର ମାନ 23 ଲେଖିଲା । ସେ ଠିକ୍ କରି ଲେଖିଥିଲା କି ? କାହିଁକି ?

4. $a = 4,\ b = 3$ ଓ $c = 5$

   $2a + 3b + 6c$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଯାଇ ଗୀତା $24 + 33 + 45$ ଲେଖିଲା । ତାର ଉତ୍ତର ଠିକ୍ କି ? କାରଣ ଲେଖ ।