8
कोण (ANGLE)

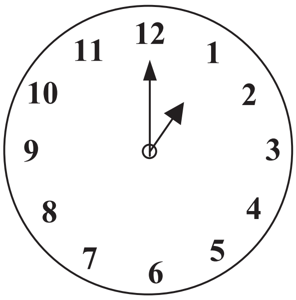
2N8A8X

जब आप दरवाजा खोलते अथवा बन्द करते हैं तो दरवाजा अलग–अलग स्थितियों में दीवार के साथ अलग–अलग कोण बनाता है। यदि शरीर को एक सीधी रेखा मान लें और हाथ को दूसरी सीधी रेखा तो हाथ को जैसे–जैसे घुमाते हैं शरीर के साथ हाथ अलग–अलग कोण बनाता है।

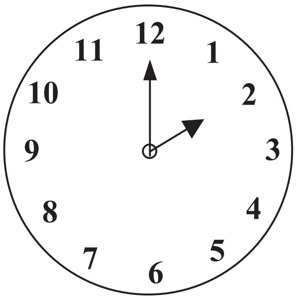
दैनिक जीवन में और कई स्थानों पर भी आपने कोणों को बनते हुए देखा है। जैसे घड़ी की दो सुईयों के बीच बना कोण, कैंची की दो भुजाओं के बीच बना कोण... इत्यादि।

और कहाँ–कहाँ आपने कोणों को बनते देखा है, अपनी कॉपी में लिखिए।

आइए, कुछ उदाहरणों को देखें जिनमें कोण बन रहे हैं :–



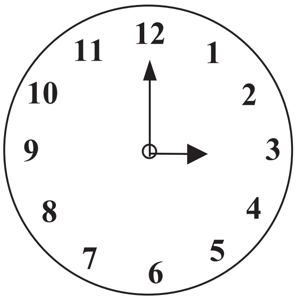
चित्र 1



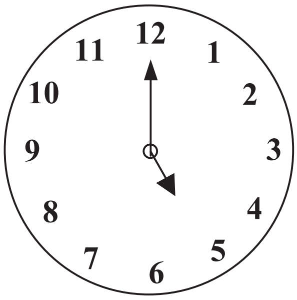
चित्र 2

The angles between two hands of a clock.

घड़ी के सूईंयों से बनते कोण



चित्र 3



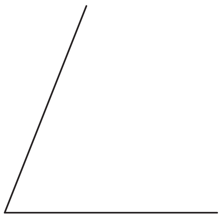
चित्र 4

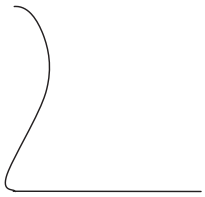
घड़ी के सभी चित्रों में बड़ी सुई 12 पर है तथा छोटी सुई की स्थिति अलग–अलग है, चित्र 1 में दोनों सुईयों के बीच का झुकाव या घुमाव कम है, चित्र 2, 3 एवं 4 में दोनों सुईयों के बीच झुकाव/घुमाव बढ़ता जाता है। इसी प्रकार कैंची का उपयोग करते समय उसकी दोनों भुजाओं के बीच झुकाव या घुमाव बदलता रहता है। डिवाइडर की दोनों भुजाओं के बीच भी उपयोग के अनुसार घुमाव बदलता है। भोजन करते समय आपने अनुभव किया होगा कि कोहनी पर बदलते घुमाव या झुकाव के कारण ही खाना थाली से मुंह तक पहुंचता है।

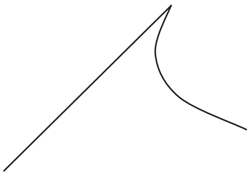
''किसी बिन्दु पर दो भुजाओं के बीच बनने वाले ऐसे ही घुमाव या झुकाव को कोण कहते हैं।''

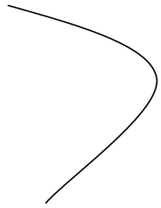
इसी प्रकार जब दो रेखाएँ अथवा किरणें एक दूसरे को काटती हैं अथवा मिलती हैं तो उन रेखाओं के बीच के घुमाव अथवा झुकाव को कोण कहते हैं।

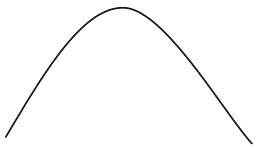
नीचे दिए गए चित्रों में किस चित्र में कोण बन रहे हैं और किस चित्र में कोण नहीं बन रहे हैं।

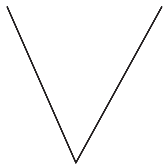

चित्र 5
______

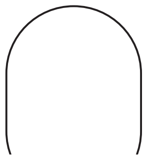

चित्र 6
______

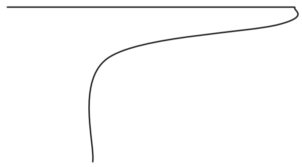

चित्र 7
______


चित्र 8
______


चित्र 9
______


चित्र 10
______


चित्र 11
______

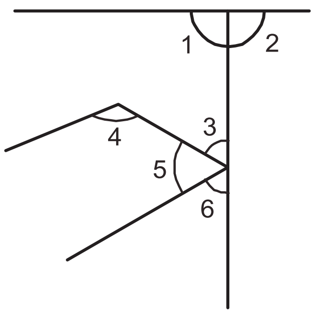

चित्र 12
______

उपरोक्त चित्रों में आपने देखा कि चित्र 5 में कोण बन रहा है, परंतु चित्र 8 में कोण नहीं बन रहा हैं, क्योंकि दो भुजाओं में से एक सीधी रेखा नहीं है अर्थात् **दो सरल रेखाओं अथवा रेखाखण्डों से ही कोण बन सकता है।**

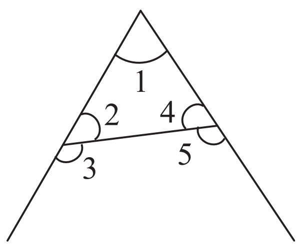
शिक्षक व अपने साथियों के साथ अपने आसपास के वातावरण व वस्तुओं में बनने वाले कोणों के बारे में चर्चा करें। अपने आस पास बनने वाले कोणों की सूची को और बड़ा बनाएँ।

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 1.

जिस प्रकार हिन्दी के अक्षर 'त्र' में तथा अंग्रेजी के अक्षर **'A'** में नीचे दिखाए अनुसार कोण बन रहे हैं उसी प्रकार हिन्दी और अंग्रेजी के अक्षरों को लिखकर उनमें बनने वाले कोणों को चिह्नांकित कीजिए। किन अक्षरों में कोई भी कोण नहीं बनता।

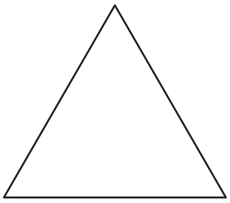


चित्र 13

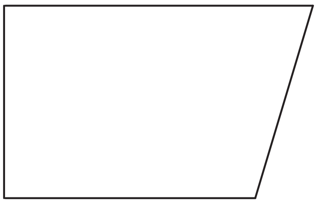


चित्र 14

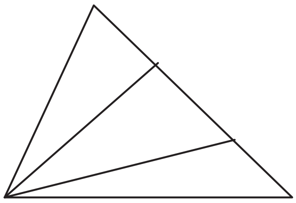
क्रियाकलाप (ACTIVITY) 2.



चित्र 15



चित्र 16



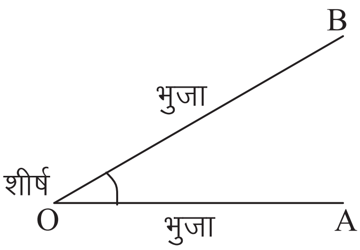
चित्र 17

उपरोक्त चित्रों को देखें और बताइए कि प्रत्येक में कितने कोण हैं?

चित्र	कोणों की संख्या
(15)	....
(16)	....
(17)	....

अब आप कोणों को पहचानने लगे हैं तथा कोण किस तरह बनते हैं यह भी जानने लगे हैं। क्या आप बता सकते हैं कि एक कोण बनने के लिए क्या–क्या जरूरी है?

प्रत्येक कोण में दो भुजाएँ होती हैं ये दोनों किसी बिन्दु पर मिलती हैं। जिस बिन्दु पर मिलती हैं उसे कोण का **शीर्ष** कहते हैं।

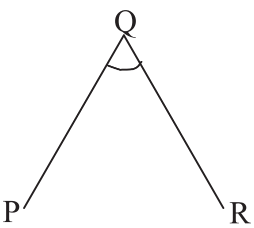


चित्र 18

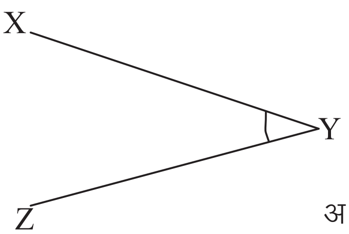
जैसे चित्र 18 में कोण AOB को देखें। OA और OB भुजाएँ हैं। जो कोण के शीर्ष 'O' पर मिलती हैं। इसमें OA की दिशा से OB की दिशा जाने में कितना घुमाव हुआ है यह कोण AOB बताता है।

कोण को संकेत $\angle$ से दर्शाते हैं।

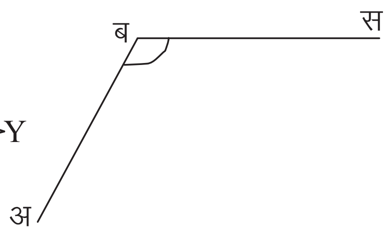
कोणों को उनके नाम से पढ़ना (Reading Angles by their Names)



चित्र 19



चित्र 20



चित्र 21

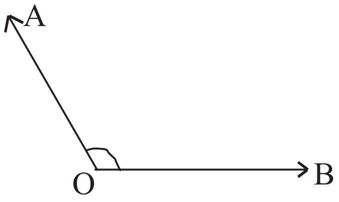
चित्र 19 में कोण को ∠PQR या ∠RQP के नाम से पढ़ते हैं या लिखते हैं। चित्र 20 में कोण को ∠XYZ या ∠ZYX के नाम से पढ़ते हैं।

याद रखें :– जिस बिन्दु पर कोण बनता है उसे शीर्ष कहते हैं। शीर्ष का स्थान लिखते या बोलते समय हमेशा बीच में होता है।

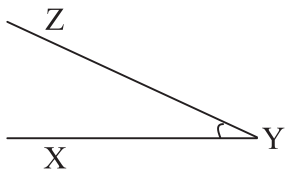
इसी प्रकार चित्र 21 में कोण को ∠अ ब स या ∠स ब अ पढ़ते या लिखते है।

क्रियाकलाप 3.

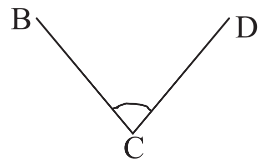
निम्न चित्रों में बने कोणों के नाम दिये गये स्थान पर दोनों प्रकार से लिखिए :–



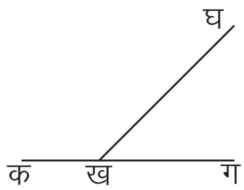
चित्र 22



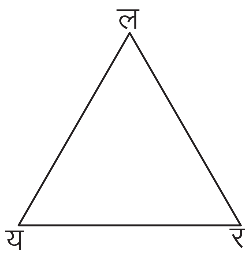
चित्र 23



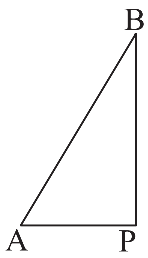
चित्र 24



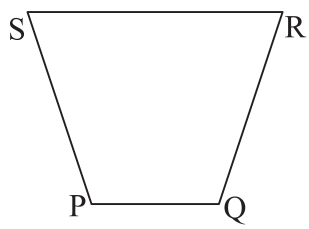
चित्र 25



चित्र 26



चित्र 27

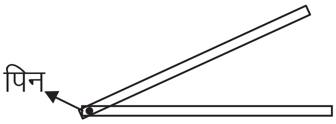


चित्र 28

चित्र क्रमांक	कोणों के नाम
जैसे– 22	∠AOB या ∠BOA
23	....
24	....
25	....
26	....
27	....
28	....

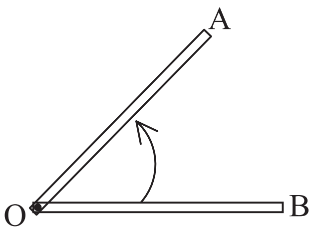
कोण की माप (Measuring the Angle)

✍ क्रियाकलाप 4.

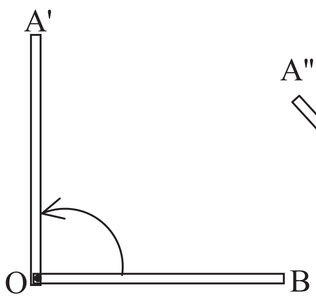


चित्र 29

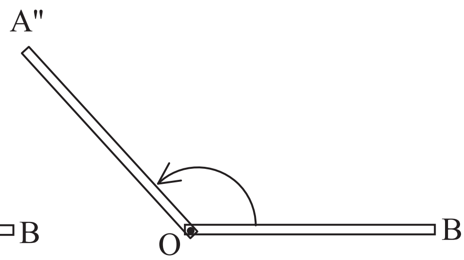
दो झाड़ू की सींक या बाँस की कमची लीजिए। उनके एक–एक सिरे को मिलाकर उस पर एक पिन चित्रानुसार लगा दीजिए। आपका कोण बनाने वाला यंत्र अब तैयार है। अब आप एक सींक को स्थिर रखकर दूसरे सींक को घूमाने पर आपको अलग–अलग मान के कोण मिलेंगे। आइए, इसकी कुछ स्थितियों पर विचार करें –



चित्र 30



चित्र 31

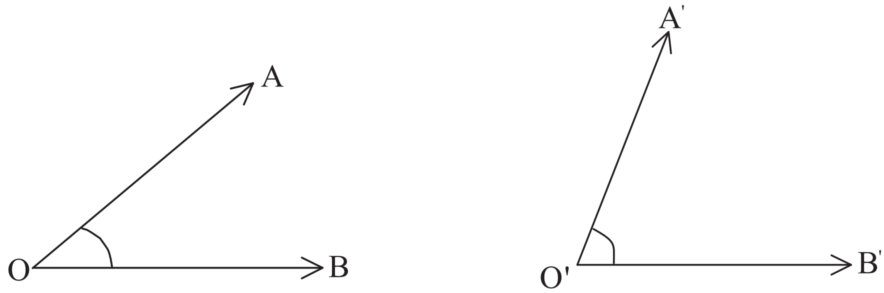


चित्र 32

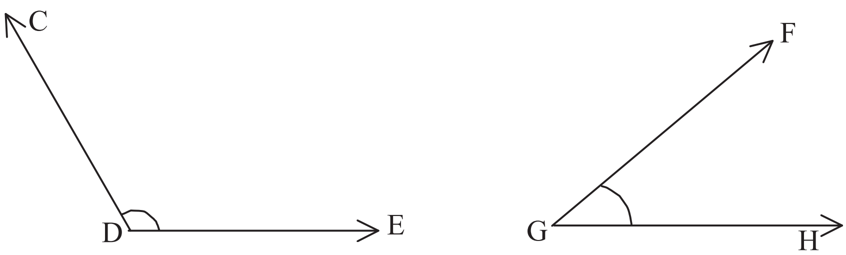
OB को स्थिर रखकर OA को घुमाते है जैसे–जैसे घुमाव बढ़ता है तो कोण का मान भी बढ़ता है या $\angle AOB < \angle A'OB < \angle A''OB$

कोण बनाने वाले यंत्र से अब आप सबसे बड़ा व सबसे छोटा कोण बनाकर अपने अध्यापक को बताएं।

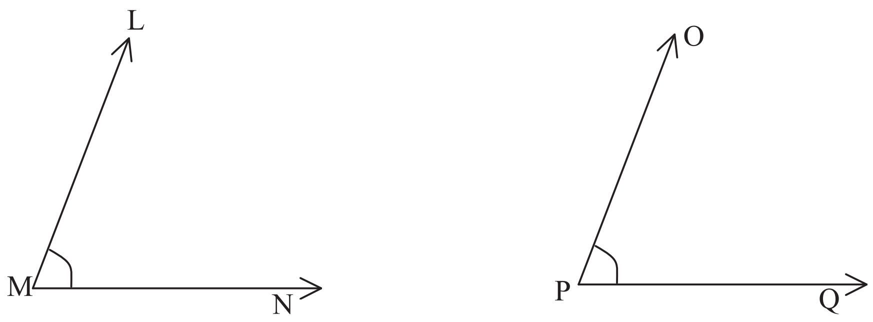
नीचे दिए गए कोणों में से बड़ा कोण बताइए।



चित्र 33



चित्र 34



चित्र 35

क्या ∠LMN > ∠OPQ है? कारण बताइए?

ऐसी स्थिति जब दो कोणों को देखकर छोटा या बड़ा नहीं बताया जा सके तब हम ऐसे कोणों के माप को चाँदे से नाप कर पता लगाएँगे।

आप अपने चाँदे को देखें। इसके घुमावदार सतह पर समान दूरी पर निशान लगे हैं। इन्हें गिनकर पता लगाएं कि इस पर कुल कितने निशान बने हैं। अलग–अलग मान के अंशों को पहचाने तथा उसकी स्थिति देखें।

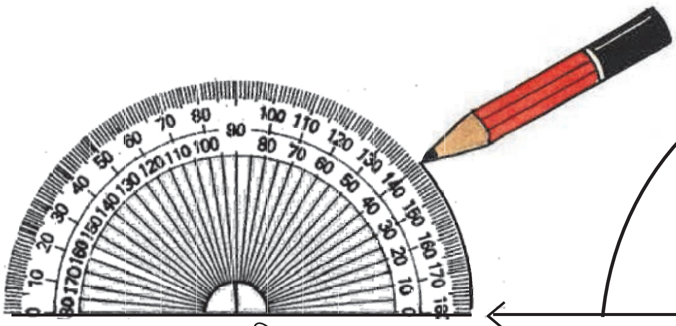
आइए, अब किसी एक निश्चित माप का कोण बनाते हैं। आपने कक्षा–5 में कोण तो बनाया ही होगा। कोण बनाने के लिए स्केल और चाँदा की आवश्यकता पड़ती है। अपने कम्पास बाक्स में रखे चाँदा को देखिए और इसके किनारे तथा इनमें बने कुल खण्डों के बारे में अपने कॉपी पर लिखिए।

जिस प्रकार लम्बाई नापने के लिए मीटर, सेमी. इत्यादि इकाइयों का उपयोग किया जाता है, उसी प्रकार दो रेखाओं के बीच कोण को मापने के लिए जिस इकाई का उपयोग किया जाता है, उसे ''अंश''(^{0}) कहते है।

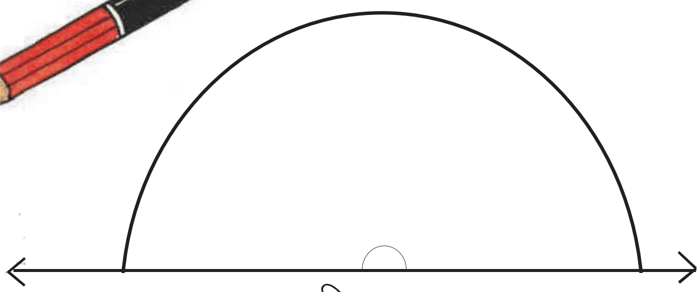
जैसे :–	45 अंश	=	45°
	22.5 अंश	=	22.5°

क्रियाकलाप 5.

आइये, अंशों के बारे में जानने का प्रयास करें। अपने कॉपी के कोरे पन्ने पर स्केल की सहायता से एक लम्बी रेखा खींचिए तथा इस रेखा के बीचों बीच चाँदे की आधार रेखा को रखिए। चाँदे के बाहरी सीमा पर पेन्सिल की सहायता से 0 से 180° (अंश) तक चित्रानुसार रेखा खींचिए (चित्र 36)।

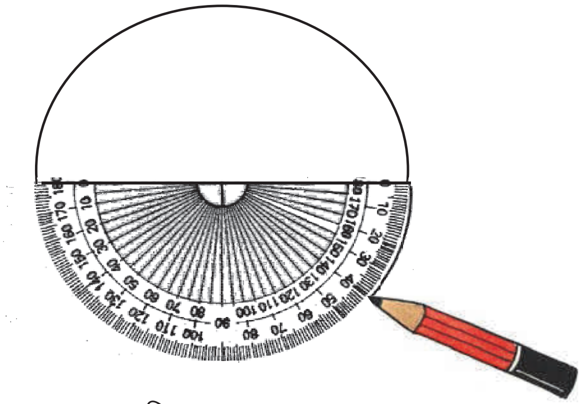


चित्र 36

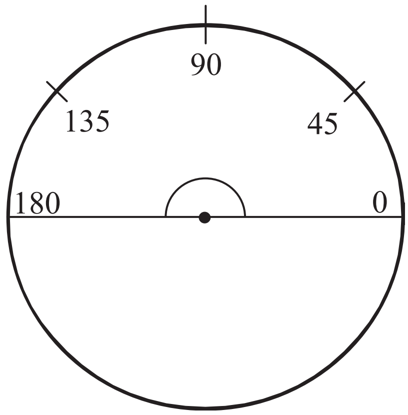


चित्र 37

चित्र 37 की तरह चाँदा हटाने पर वहाँ एक अर्धवृत्त का आकार बनता है। अब चाँदे को पूर्व आधार रेखा पर इस प्रकार रखें कि घुमावदार छोर नीचे की ओर ठीक विपरीत दिशा में रहे। (चित्र 38) अब चाँदे के घुमावदार सीमा में 0 से 180° तक पेंसिल पूर्वानुसार घुमाएँ। चाँदा हटाने पर आपको एक वृत्ताकार रचना मिलेगी (चित्र 39)



चित्र 38



चित्र 39

इस चित्र के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

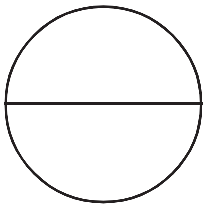
1. एक अर्द्धवृत्त के केन्द्र पर बना कोण (चित्र 37) = 180°
2. दूसरे अर्द्धवृत्त के केन्द्र पर बना कोण (चित्र 38) = ?
3. दोनों अर्द्धवृत्तो द्वारा संयुक्त रूप से केन्द्र पर कुल बना कोण = ?

आप पाते हैं कि पहले 180° और बाद में 180° का कोण बना इस प्रकार 360° का कोण एक बिन्दु पर बनता है। यह बिन्दु इस प्रकार बनने वाले वृत्त का केन्द्र बिन्दु भी है।

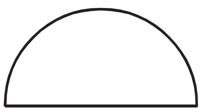
वृत्ताकार कागज़ के टुकड़े को काटकर बीच से ऐसे मोड़िए जिससे वृत्त दो बराबर भागों में बँट जाए। आप पाएंगे कि O से होकर एक सरल रेखा प्राप्त होती है जिस पर 180° का कोण बना है। इस कोण को सरल कोण भी कहते हैं।

इसी प्रकार एक वृत्त के केन्द्र पर कितने सरल कोण बन सकते हैं?

आपने वृत्ताकार कागज़ को दो भागों में मोड़कर सरल कोण प्राप्त किया है। अब उसे पुनः दो भागों में इस प्रकार मोड़े कि वृत्त चार बराबर भागों में बँट जाए। (नीचे चित्रानुसार)

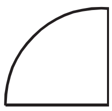


चित्र 40



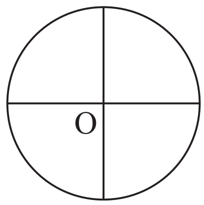
कागज एक बार मोड़ने पर

चित्र 41



दो बार मोड़ने पर

चित्र 42

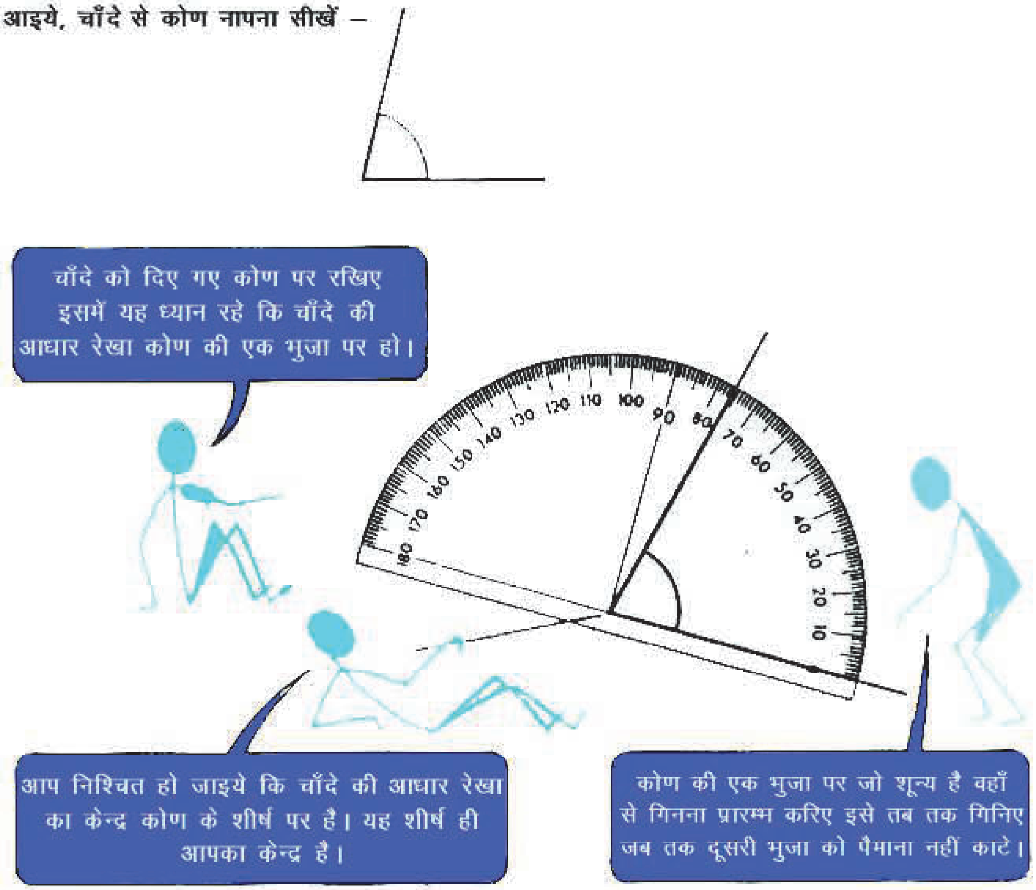


कागज खोलने पर

चित्र 43

अब वृत्त बिन्दु O पर चार समान भागों में बंट गया है। आप बताएं कि बिन्दु O पर बने चारों कोणों का माप अलग–अलग कितने अंश का है?

आइये, चाँदे से कोण नापना सीखें –



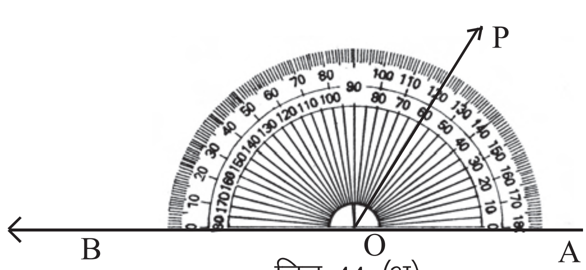
दूसरी भुजा पैमाने को 76° पर काटती है।

इस प्रकार दिए गए कोण का मान 76° हुआ।

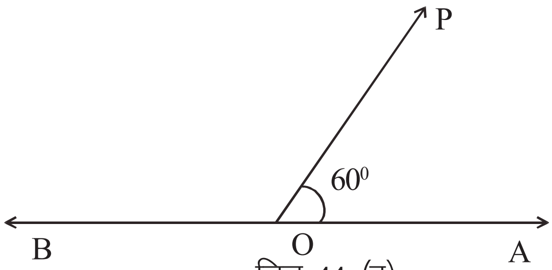
अभ्यास (Practice) 1

आप अपनी कॉपी में विभिन्न नाप के 5–5 कोण बनाइये उन्हें नापिये एवं अपने साथियों व अध्यापक से जाँच कराइए।

चाँदे की सहायता से कोण बनाने के लिए सर्वप्रथम एक सरल रेखा AB खींचते हैं। इस सरल रेखा के जिस बिन्दु O पर कोण बनाना है, वहां चाँदें के मध्य बिन्दु को इस प्रकार रखेंगे कि चाँदें के आधार पर बनी सरल रेखा और कॉपी पर बनी सरल रेखा एक सीध में रहें। अब चाँदा के 0° से ऊपर लिखे गए अंक को पढ़ते चलें। जिस माप का कोण बनाना है वहाँ एक बिन्दु लगाएं। मान लीजिए आपको 60° का कोण बनाना है, तब चाँदा के शून्य से 60° तक ऊपर बढ़ें और एक बिन्दु P लगाएं। चाँदा हटाकर इस बिन्दु को सरल रेखा के बिन्दु से मिलाएं। अब $\angle POB = 60°$ का बन गया है।



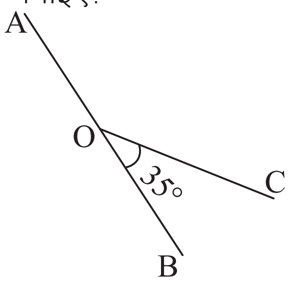
चित्र 44 (अ)



चित्र 44 (ब)

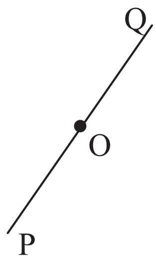
क्रियाकलाप 6.

आपको कुछ रेखाएँ दी गई है। प्रत्येक रेखा में दिए हुए बिन्दु पर आप दिए हुए माप का (चित्र 44 की तरह) कोण बनाइए?



$\angle BOC = 35°$

चित्र 45



$\angle POR = 130°$

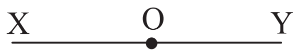
चित्र 46

$\angle AOB = 180°$

चित्र 47

$\angle MRQ = 170°$

चित्र 48



$\angle YOZ = 70°$

चित्र 49

उपरोक्त चित्रों में आपने किन बिन्दुओं पर कोण बनाया तथा कोणों को किस ओर से शून्य से नापना शुरू किया।

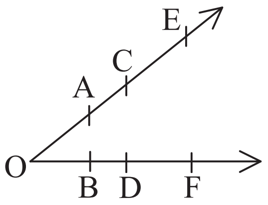
सारणी संख्या 1

चित्र क्रं.	बिन्दु जिस पर कोण बना है।	बिन्दु जिस ओर के शून्य से कोण को नापना प्रारम्भ किया
45	O	B
46		
47		
48		
49		

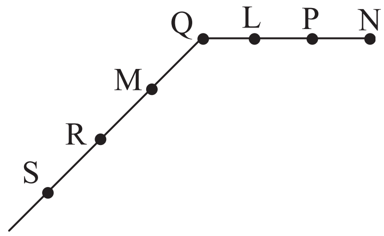
एक बात : *क्या आप जानते हैं कि* व्यक्ति के व्यायाम के समय सावधान की मुद्रा में दोनों एड़ियों के बीच 30° का कोण बनना चाहिए। ऐसी और भी बातें पता करिए।

क्रियाकलाप 7.

चित्र में कोणों के माप तथा भुजाओं की लम्बाई नापकर दी गई सारणी में लिखिए तथा नीचे लिखे प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



चित्र 50



चित्र 51

सारणी संख्या 2

चित्र संख्या	कोण का नाम	कोण का माप	कोण बनाने वाली भुजाओं के नाम		भुजाओं का माप	
50	∠AOB	43^{O}	OA	OB		
50	∠COD		OC	OD		
50	∠EOF		OE	OF		
50	∠AOF		OA	OF		
50	∠EOB		OE	OB		
51	∠LQM		QL	QM		
51	∠PQR		QP	QR		
51	∠PQS		QP	QS		
51	∠LQR		QL	QR		

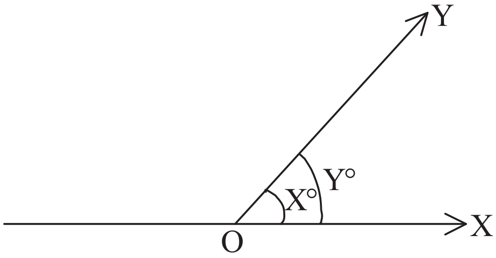
(1) क्या ∠COD > ∠AOF, ∠EOF > ∠COD यदि नहीं तो क्यों नहीं?

(2) क्या कोणों का माप भुजाओं की लम्बाई पर निर्भर है?

(3) दो भुजाओं के बीच बने कोणों का अधिक या कम होना किस बात पर निर्भर करता है?

क्रियाकलाप 8.

चित्र 52 में कोण X° व Y° का मान चाँदे की सहायता से मापिये? क्या X° = Y° है? अपनी कॉपी में लिखिए।



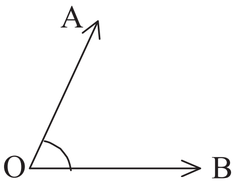
चित्र 52

क्रियाकलापों से स्पष्ट होता है कि कोणों के माप, कोण बनाने वाली भुजाओं की लम्बाई (चाप) पर निर्भर नहीं करते क्योंकि कोण सरल रेखाओं अथवा किरणों से मिलकर बने हो सकते हैं जिनका विस्तार असीमित होता है। दोनों रेखाएँ असंख्य बिन्दुओं से मिलकर बनी होती हैं। **अतः दो सरल रेखाओं के बीच किन्हीं दो बिन्दुओं की दूरी कोण की माप नहीं है।**

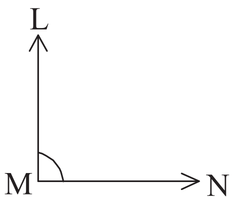
प्रश्नावली (EXERCISE) 8.1

1. कोणों के नाम लिखिए –

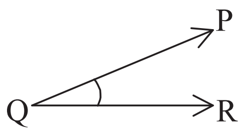
(i)



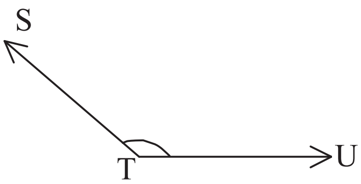
(ii)



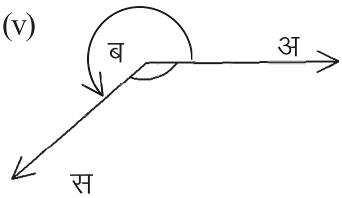
(iii)



(iv)

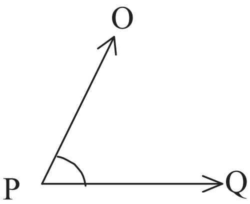


(v)



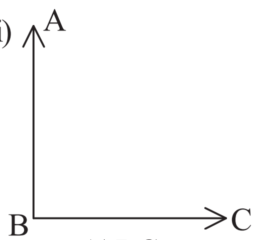
2. चाँदे की सहायता से कोण माप कर लिखिए तथा अपने साथी से उत्तर का मिलान करिए–

(i)



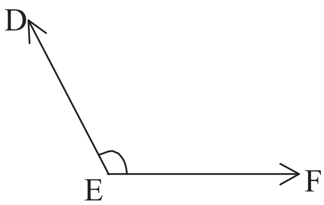
$\angle OPQ =$ ....

(ii)



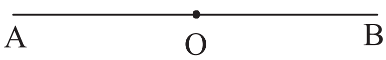
$\angle ABC =$ ....

(iii)



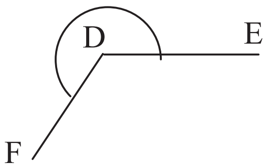
$\angle DEF =$ ....

(iv)



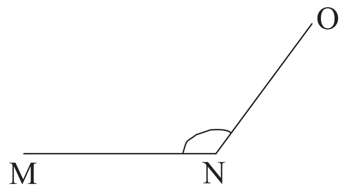
$\angle AOB =$ ....

(v)



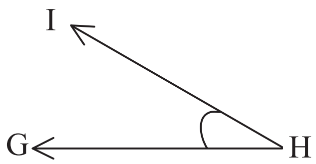
$\angle$ EDF = ...

(vi)



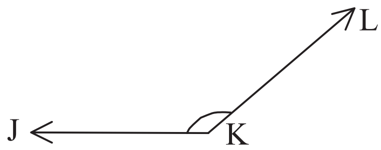
$\angle$MNO = ...

(vii)



$\angle$GHI = ...

(viii)



$\angle$JKL = ...

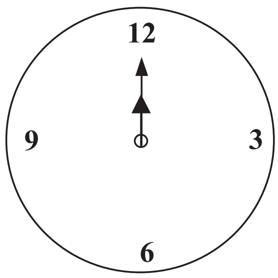
3. चाँदे की सहायता से निम्न कोण बनाएं –

(i) 45° (ii) 75° (iii) 90° (iv) 120° (v) 155°
(vi) 210°

4. 6 बजे घड़ी की दोनों सुईयों (घंटा एवं मिनट) के बीच कितना कोण बनेगा।

कोणों के प्रकार (Types of Angles)

क्या आप बता सकते हैं कि घड़ी में जब ठीक 12 बज रहे हों तो घंटा और मिनट सुई के बीच कितने अंश का कोण बनता है?



कोण का माप ....

चित्र 53

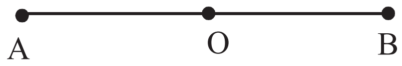
क्या आप बता सकते हैं कि 12 घंटे में कितनी बार घड़ी की बड़ी सुई (मिनट) छोटी सुई (घंटा) को ढंक लेगी?

क्या आप बता सकते हैं जब एक सुई दूसरी सुई को ढंक लेगी तब उनके बीच झुकाव कितने अंश का होगा?

इसी प्रकार जब एक रेखा दूसरी रेखा को ढंक ले तो उनके बीच शून्य अंश का कोण बनता है। अब घड़ी में 2 बज कर 45 मिनट की स्थिति को देखिए तथा बताइए कि दोनों सुईयों के बीच कितने अंश का कोण बनेगा?

चित्र 54 में $\angle AOB = 0°$ अर्थात् OA रेखा खण्ड के ठीक ऊपर OB रेखाखण्ड है जिससे उनके बीच का झुकाव शून्य अंश का है। चित्र 55 में $\angle BAO$ का मान क्या होगा?

चित्र 54



चित्र 55

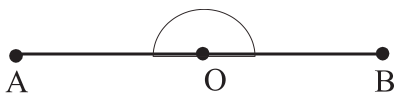
1. **शून्य कोण (Zero Angle)** : वह कोण जिसका माप 0° हो शून्य कोण कहलाता है

$\angle AOB = 0°$

चित्र 56

परन्तु चित्र 55 में OA और OB दोनों रेखाखण्ड विपरीत दिशा में हैं और मिलकर एक बड़ा रेखाखण्ड बना रहे हैं, ऐसी स्थिति में $\angle AOB = 180°$ इसे **सरल कोण** के नाम से जानते हैं।

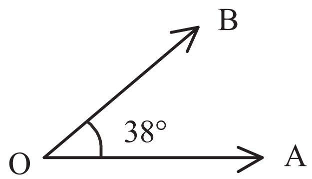
(2) **सरल कोण (Straight Angle)** : वह कोण जिसका माप 180° हो सरल कोण कहलाता है।



$\angle AOB = 180°$

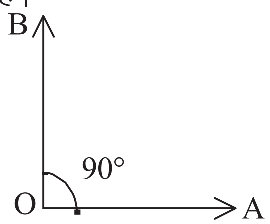
चित्र 57

(3) **न्यूनकोण (Acute Angle)** : वह कोण जो 0° से बड़ा तथा 90° से छोटा हो, न्यूनकोण कहलाता है।



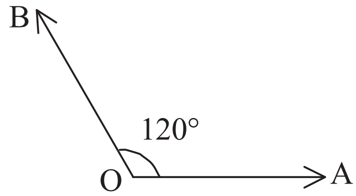
चित्र 58

(4) **समकोण (Right Angle)** : वह कोण जिसकी माप 90° हो समकोण कहलाता है। समकोण में एक भुजा दूसरी भुजा पर लम्ब होती है।



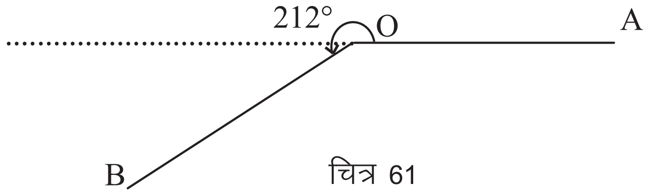
चित्र 59

(5) **अधिक कोण (Obtuse Angle)** : एक कोण जिसका माप 90° से अधिक परन्तु 180° से कम हो अधिक कोण कहलाता है।



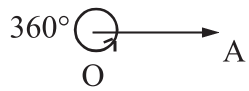
चित्र 60

(6) **प्रतिवर्ती कोण (वृहत् कोण) Reflex Angle (wide angle)** : वह कोण जिसका माप समकोण 180° से अधिक तथा 360° से कम हो, प्रतिवर्ती कोण कहलाता है।



चित्र 61

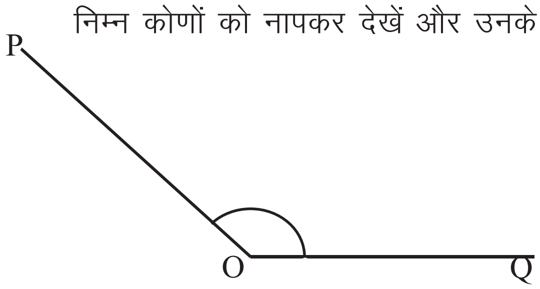
(7) **सम्पूर्ण कोण (Complete Angle)** : यदि कोई किरण अपने प्रारम्भिक बिन्दु के चारों ओर एक पूरा चक्कर लगाने के बाद अपने प्रारम्भिक स्थिति से सम्पाती हो जाए तो इस प्रकार बना कोण सम्पूर्ण कोण कहलाता है। यह कोण 360° का होता है।



चित्र 62

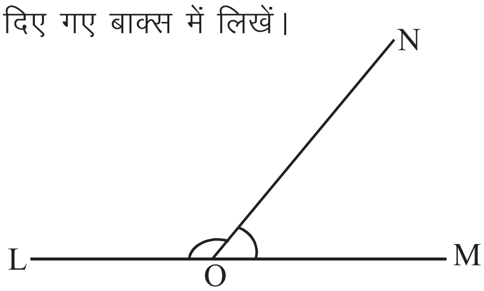
क्रियाकलाप (ACTIVITY) 9.

निम्न कोणों को नापकर देखें और उनके प्रकारों को दिए गए बाक्स में लिखें।



जैसे : ∠ POQ = अधिक कोण

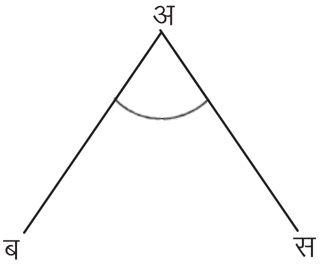
चित्र 63



∠ LON = ______

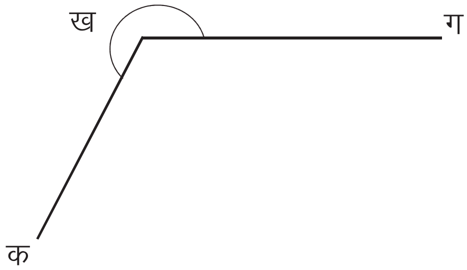
∠ MON = ______

चित्र 64



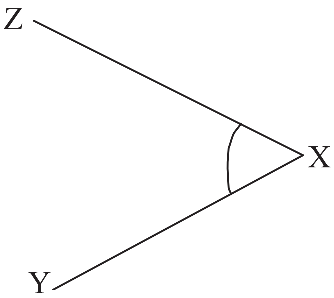
∠ ब अ स = ______

चित्र 65



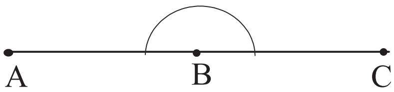
∠ क ख ग = ______

चित्र 66



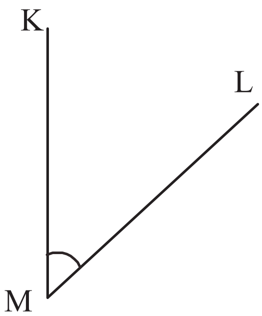
∠ZXY = ______

चित्र 67



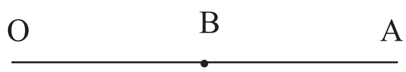
∠ABC = ______

चित्र 68



∠KML = ______

चित्र 69



∠ABO = ______

चित्र 70

प्रश्नावली (EXERCISE) 8.2

प्रश्न 1. सत्य कथन को छाँटिए। असत्य को सुधार कर लिखिए।

(i) सरल कोण 180° का होता है।

(ii) अधिक कोण 180° से अधिक का होता है।

(iii) न्यूनकोण 90° के कम का होता है।

(iv) तीन बजे घड़ी की घंटा एवं मिनट दोनों सुईयों के मध्य समकोण बनेगा।

(v) $\frac{2}{3}$ समकोण बराबर 60° का कोण होता है।

(vi) कोण जिसका माप 90° से अधिक किन्तु 180° से कम हो, अधिक कोण है।

(vii) चाँदा में कुल 180° के कोणों को दर्शाया जाता है।

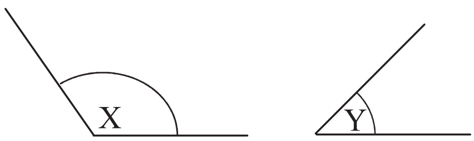
2NH6AK

प्रश्न 2. नीचे दिए कोणों में से न्यूनकोण, समकोण, अधिक कोण, सरल कोण छाँटिए –

(i)	120°	(ii)	30°	(iii)	90°
(iv)	180°	(v)	70°	(vi)	105°
(vii)	72°	(viii)	36°	(ix)	15°
(x)	75°				

प्रश्न 3. निम्न कोण–युग्मों की तुलना कोणों को माप कर कीजिए –

(1)



∠X ☐ ∠Y

(2)

∠X ☐ ∠Y

(3)

∠X ☐ ∠Y

(4)

∠X ☐ ∠Y

हमने सीखा (We Learnt)

1. दो भुजाओं के बीच फैलाव या झुकाव को कोण का माप कहते हैं।
2. किसी कोण को मापने की इकाई अंश या डिग्री है। इसे किसी संख्या के ऊपर "°" से दर्शाया जाता है। जैसे – 30°, 45°, 90°, 180°, 360°
3. एक कोण जिसका मान

   0° हो शून्य कोण कहलाता है।

   0° और 90° के बीच हो न्यूनकोण कहलाता है।

   90° के बराबर हो समकोण कहलाता है।

   90° और 180° के बीच हो अधिक कोण कहलाता है।

   180° हो तो वह सरल कोण कहलाता है।

   180° और 360° के बीच हो प्रतिवर्ती कोण कहलाता है।

   360° हो तो वह सम्पूर्ण कोण कहलाता है।