6J9DU3

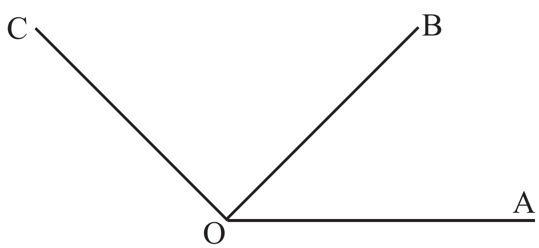
अध्याय बारह

कोण, रेखीय युग्म एवं तिर्यक रेखाएँ
(Angle, Pair of Straight lines & Transversals)

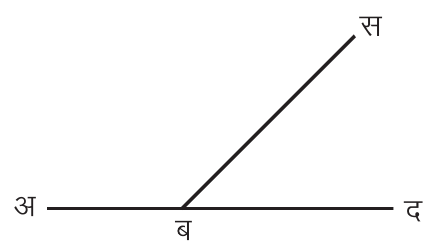
आपने पूर्व कक्षा में कोण, कोण की माप एवं कोणों के कुछ प्रकारों के बारे में जाना है। आइए अब कोण युग्मों की चर्चा करें।

कोणों के युग्म (Pairs of Angles)

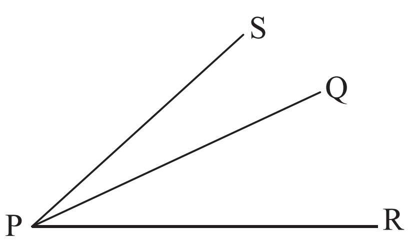
आपने प्रायः देखा होगा कि हर बिन्दु पर एक से ज्यादा कोण बनते हैं। आइए, इस के बारे में कुछ सोचें। जब उभयनिष्ठ भुजा के दोनों ओर एक ही शीर्ष पर बने दो कोणों को लेते हैं तो इस प्रकार के कोण को आसन्न कोण कहते हैं।



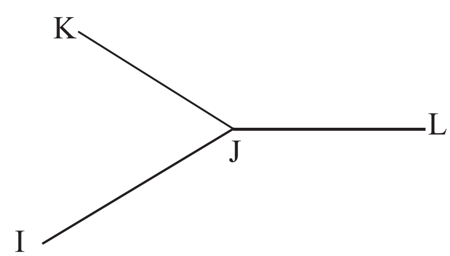
चित्र 12.1



चित्र 12.2



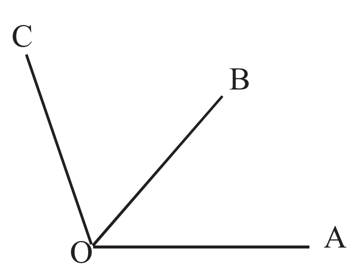
चित्र 12.3



चित्र 12.4

उपरोक्त चित्र 12.1 में ∠COB एवं ∠BOA आसन्न कोण हैं। चित्र 12.2 में ∠अ ब स एवं ∠स ब द आसन्न कोण हैं। चित्र 12.3 में ∠SPQ एवं ∠QPR आसन्न कोण है। चित्र 12.4 में ∠IJK एवं ∠KJL आसन्न कोण हैं।

आइए, आसन्न कोणों के बारे में कुछ और जानकारियाँ प्राप्त करें –



चित्र 12.5

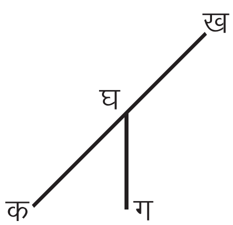
उपरोक्त चित्र 12.5 में यदि O शीर्ष और OA एक उभयनिष्ठ भुजा है तो क्या ∠AOC और ∠AOB आसन्न कोण हैं? यदि नहीं तो क्यों?

उपरोक्त चित्र 12.5 में आप देख रहे है कि ∠AOB तथा ∠AOC उभयनिष्ठ रेखा OA के एक ही ओर बन रहे हैं इसलिए वे आसन्न कोण नहीं है। ∠AOB और ∠BOC आसन्न कोण हैं क्योंकि वे उभयनिष्ठ भुजा OB के दोनों ओर बने हैं।

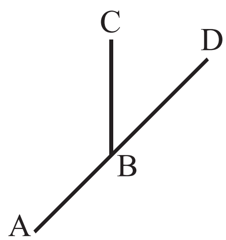
रैखिक युग्म (Linear Pair)

आसन्न कोणों की वे भुजाएं जो उभयनिष्ठ नहीं है एक सरल रेखा में हों तो उनसे बने आसन्न कोण रैखिक युग्म कहलाते हैं अर्थात् **जब दो आसन्न कोणों के मापों का योग 180° होता है तब उसे रैखिक युग्म कहते हैं।** इन्हे सरल रेखीय आसन्न कोण या रेखीय कोण भी कहते है। जैसे–

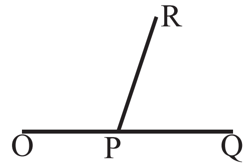
(सरल रेखीय आसन्न कोण)



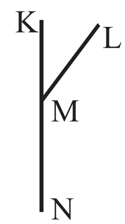
चित्र 12.6



चित्र 12.7



चित्र 12.8



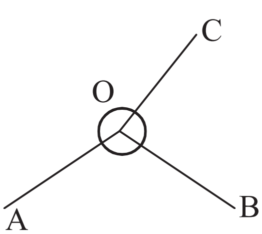
चित्र 12.9

उपरोक्त चित्र 12.6, 12.7, 12.8, 12.9 को देखें। इनमें आसन्न कोण एवं उनका योग निम्नानुसार हैं :–

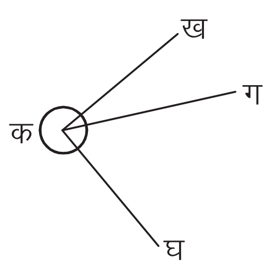
चित्र 12.6	–	∠क घ ग + ∠ख घ ग	= 180°
चित्र 12.7	–	∠ABC + ∠CBD	= 180°
चित्र 12.8	–	∠OPR + ∠RPQ	= ?
चित्र 12.9	–	∠KML + ∠LMN	= ?

क्रियाकलाप 1 (Activity 1)

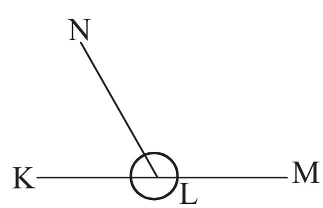
नीचे दिए गए चित्रों में आसन्न कोण एवं रेखीय कोणों के युग्मों को पहचान कर सारणी में लिखिए।



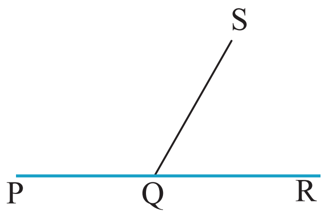
चित्र 12.10



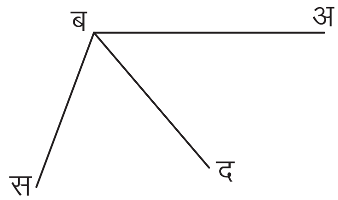
चित्र 12.11



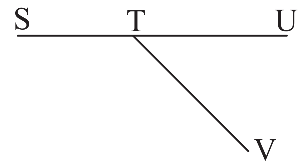
चित्र 12.12



चित्र 12.13



चित्र 12.14

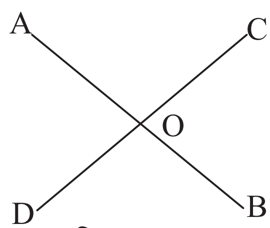


चित्र 12.15

सारणी (Table) 1

चित्र संख्या	आसन्न कोण	रेखीय कोण
12.10	....	....
12.11	....	....
12.13	....	....
12.14	....	....
12.15	....	....

शीर्षाभिमुख कोण (Vertically Opposite Angles)



चित्र 12.16

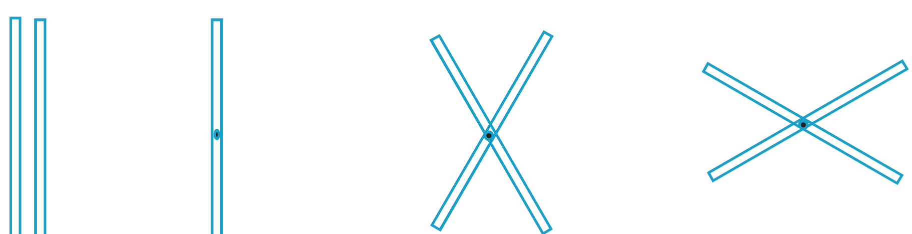
उपरोक्त चित्र में ∠AOC के विपरीत कौनसा कोण है? ....

इसी प्रकार ∠AOD के विपरीत कौनसा कोण है? ....

आपने देखा कि जब दो सरल रेखायें या रेखा खण्ड एक दूसरे को किसी बिन्दु पर काटते हैं तो कटान बिन्दु पर चार कोण बनते हैं जिनमें से विपरीत दिशा के दो कोणों को शीर्षाभिमुख कोण कहते हैं तथा वे माप में एक दूसरे के समान (equal) होते हैं।

क्रियाकलाप 2.

झाड़ू की दो सींक लेकर उनके बीचों–बीच एक पिन लगाएं। इससे सींक घुमायी जा सकेगी। अलग–अलग स्थितियों में घुमाकर सींकों के बीच बनने वाली सम्मुख कोणों को मापकर लिखें।

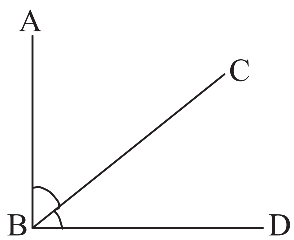


चित्र 12.17

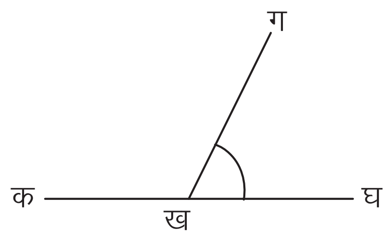
अपनी कॉपी पर दो सरल रेखाखण्ड इस प्रकार खींचे कि वे एक बिन्दु पर काटते हों। इनसे बनने वाले सम्मुख कोणों को नापें।

पूरक कोण तथा सम्पूरक कोण (Supplementary and Complementory Angles)

नीचे दो प्रकार के आसन्न कोण दिए गए हैं। इन्हें सावधानी से मापकर लिखे।



चित्र 12.18



चित्र 12.19

चित्र 12.18 आसन्न कोण $\angle ABC + \angle CBD =$

चित्र 12.19 आसन्न कोण $\angle$ क ख ग + $\angle$ ग ख घ =

चित्र 12.18 के दोनों आसन्न कोणों के मापों का योग 90° है।

चित्र 12.19 के आसन्न कोणों के मापों का योग 180° है।

पूरक कोण (Complementory Angles)

जब दो कोणों की मापों का योग एक समकोण या 90° हो तो प्रत्येक कोण एक दूसरे का पूरक कोण कहलाता है।

जैसे :– चित्र 12.18 में $\angle ABC + \angle CBD = 90°$

इसलिए $\angle$ ABC और $\angle$ CBD परस्पर पूरक कोण हैं।

यदि $\angle ABC = 40°$ हो तो पूरक कोण $\angle CBD = 90^0 - 40^0 = 50^0$ होगा।

सम्पूरक कोण (Supplementary Angles)

जब दो कोणों की मापों का योग दो समकोण या 180° हो तो प्रत्येक कोण एक दूसरे का संपूरक कोण कहलाता है।

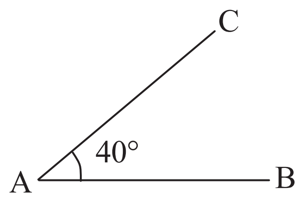
जैसे – चित्र 12.19 में $\angle$ क ख ग + $\angle$ ग ख घ = 180°

इसलिए $\angle$ क ख ग और $\angle$ ग ख घ परस्पर सम्पूरक कोण हैं।

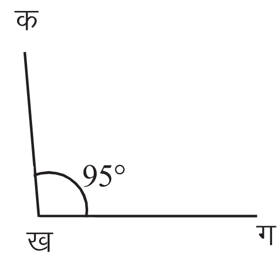
यदि $\angle$ क ख ग = 125° हो तो सम्पूरक $\angle$ ग ख घ 180° – 125° = 55° होगा।

क्रियाकलाप 3.

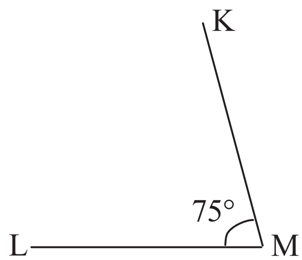
दिए गए चित्रों में कोणों के माप दिए हुए हैं। सारणी में दिए गए कोणों के पूरक और सम्पूरक कोणों की माप लिखिए। यदि पूरक अथवा सम्पूरक कोण नहीं बन सकता तो वह भी लिखिए।



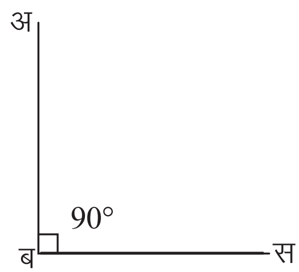
चित्र 12.20



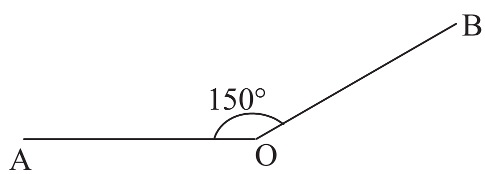
चित्र 12.21



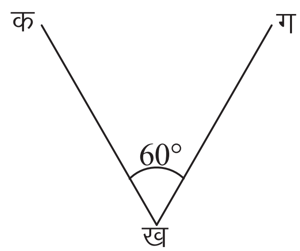
चित्र 12.22



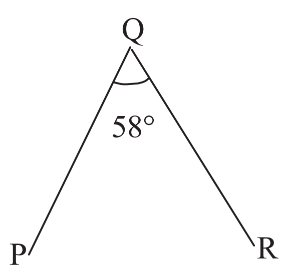
चित्र 12.23



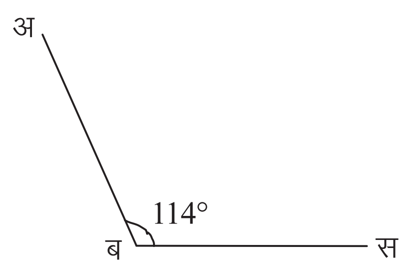
चित्र 12.24



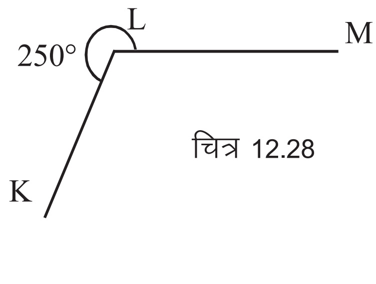
चित्र 12.25



चित्र 12.26



चित्र 12.27



चित्र 12.28

सारणी (Table) 2

चित्र.क्र.	कोण	पूरक कोण की माप	संपूरक कोण की माप	यदि संभव नहीं तो क्यों?
12.20	∠CAB	$90° - 40° = 50°$	$180° - 40° = 140°$	संभव है।
12.21	∠क ख ग			
12.22	∠KML			
12.23	∠अ ब स			
12.24	∠AOB			
12.25	∠क ख ग			
12.26	∠PQR			
12.27	∠अ ब स			
12.28	∠MLK			

प्रश्नावली 12.1 (Exercise 12.1)

प्रश्न 1. निम्नलिखित कोणों की परिभाषा लिखिए –

(1) आसन्न कोण (2) सम्पूरक कोण (3) शीर्षाभिमुख कोण

प्रश्न 2. निम्नलिखित कोणों के पूरक कोण बताइए –

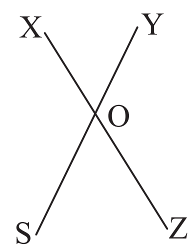
(1) 40° (2) 50° (3) 60° (4) 75° (5) 0° (6) 70°

प्रश्न 3. निम्नलिखित कोणों के सम्पूरक कोण बताइए –

(1) 110° (2) 70° (3) 0° (4) 120° (5) 45° (6) 50°

प्रश्न 4. एक कोण अपने पूरक कोण का दुगुना है। दोनों कोणों के माप बताइए।

प्रश्न 5. एक कोण अपने सम्पूरक का आधा है, वह कोण ज्ञात कीजिए।



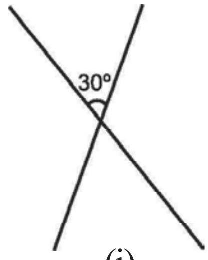
प्रश्न 6. XOZ व SOY दो सरल रेखा हैं। यदि $\angle XOY = 40°$ हो तो $\angle SOZ$ व $\angle XOS$ का मान बताइए।

प्रश्न 7. यदि दो आसन्न कोणों का योग 180° हो, तो वे कैसे कोण हैं।

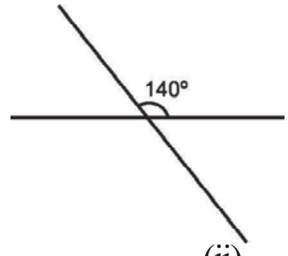
प्रश्न 8. रैखिक युग्म का एक कोण नीचे दिया गया है। दूसरा कोण ज्ञात कीजिए।

(i) 35^o (ii) 105^o (iii) 72^o (iv) 140^o (v) 125^o (vi) 54^o

प्रश्न 9. नीचे दिए गए चित्रों में एक कोण का मान दिया गया है। दूसरे शीर्षाभिमुख कोण का मान ज्ञात कीजिए।

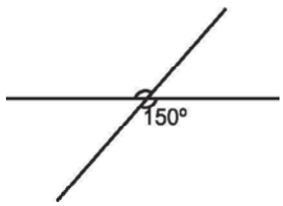


(i)

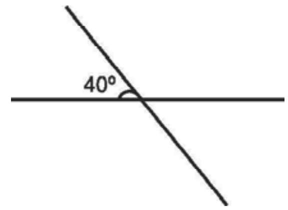


(ii)

प्रश्न 10. नीचे दिए गए चित्रों में एक कोण का मान दिया गया है। शेष तीनों कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

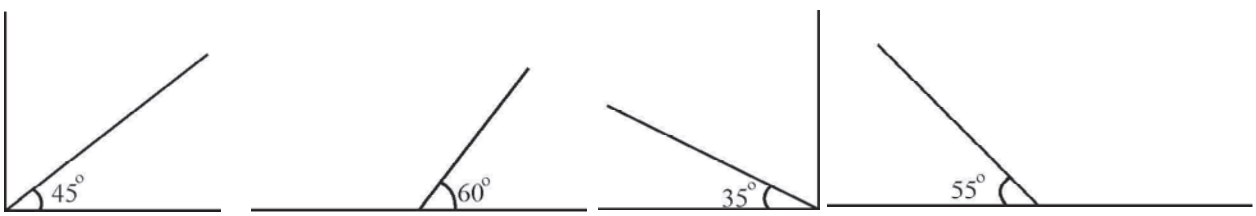


(i)



(ii)

प्रश्न 11. नीचे दिए गए चित्र में आसन्न कोणों में एक कोण का मान दिया गया है। दूसरा आसन्न कोण ज्ञात कीजिए।



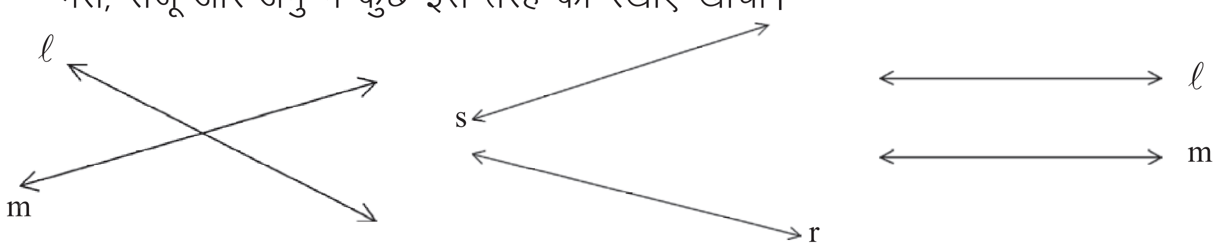
(i) 45^o (ii) 60^o (iii) 35^o (iv) 55^o

क्रियाकलाप–4

अपनी कॉपी में दो सरल रेखाएं खींचिए। इन सरल रेखाओं को ध्यान से देखिए और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर ढूँढिए–

1. क्या आपके द्वारा खींची गई रेखाएँ एक दूसरे को काट रही हैं? यदि नहीं काट रही है तो क्या इन रेखाओं को आगे बढ़ाने पर वे एक दूसरे को काटेंगी?
2. यदि दोनों स्थितियों में आपका उत्तर नहीं है तो ये किस तरह की रेखाएँ हैं?

मेरी, राजू और अनु ने कुछ इस तरह की रेखाएँ खींची।



मेरी द्वारा खींची रेखाएँ। राजू द्वारा खींची रेखाएँ अनु द्वारा खींची रेखाएँ

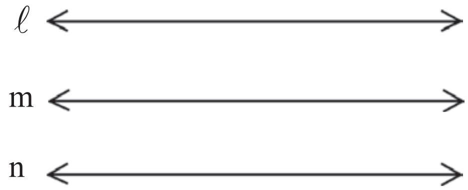
चित्र–12.29

यहाँ अनु द्वारा खींची गयी रेखाएँ एक दूसरे को कभी नहीं काटती है। अतः ये समान्तर रेखाएँ हैं। मेरी और राजू द्वारा खींची गई रेखाएँ एक दूसरे को काट रही है अथवा आगे बढ़ाने पर काटेगी, ये प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं।

ऊपर आपने देखा कि दो सरल रेखाएँ कितनी तरह से खींची जा सकती हैं, उसी प्रकार आप अपनी कॉपी में तीन सरल रेखाएँ बनाइये और देखिए कि उन्हें कितनी तरह से खींच सकते हैं।

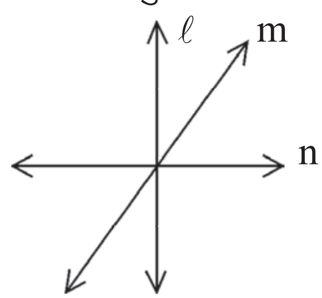
आइए, संभावित स्थितियों को देखें–

1. जब तीनों रेखाएँ समान्तर हों जैसे–



चित्र 12.30 (a)

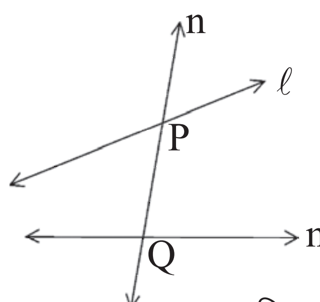
2. जब तीनों रेखाएँ एक दूसरे को एक ही बिन्दु पर काट रही हों, जैसे



चित्र–12.30 (b)

यहाँ ℓ, m और n संगामी रेखाएँ हैं।

3. जब एक सरल रेखा अन्य दो सरल रेखाओं को दो अलग–अलग बिन्दुओं पर काटती हों, जैसे–



चित्र–12.30 (c)

यहाँ सरल रेखाएं n, सरल रेखा ℓ और m को अलग–अलग बिन्दुओं P और Q पर काटती है। इसलिए रेखा n, रेखा ℓ और m पर तिर्यक या प्रतिच्छेदी रेखा है।

ऊपर चित्र में ℓ और m को आगे बढ़ाने पर वे एक दूसरे को काटेंगी तो क्या रेखा m रेखा ℓ और रेखा n की तिर्यक रेखा होगी?

क्या रेखा ℓ रेखा m और रेखा n पर तिर्यक रेखा होगी? यदि तिर्यक रेखा होगी तो क्यों? कारण लिखिए।

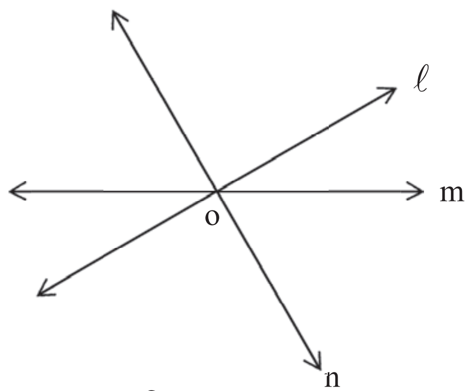
चूंकि रेखा m, रेखा ℓ और n को अलग–अलग बिन्दुओं पर काटती है, उसी प्रकार रेखा ℓ रेखा m और n को अलग–अलग बिन्दुओं पर काटती है, इसलिए रेखा m और ℓ तिर्यक रेखाएँ होंगी।

अतः **"वह रेखा जो एक ही तल में स्थित दो या दो से अधिक रेखाओं को अलग–अलग बिन्दुओं पर काटती हो, तिर्यक रेखा कहलाती है।"**

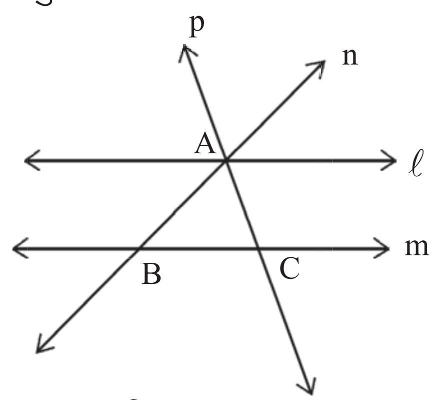
संगामी रेखाएँ (Concurrent Lines)

क्या चित्र–12.31 व 12.32 में दी गई रेखाएँ तिर्यक रेखाएँ हैं?

चित्र–12.31 में रेखा n, ℓ व m परस्पर एक ही बिन्दु पर काटती है, अतः ये संगामी रेखाएँ हैं।



चित्र–12.31

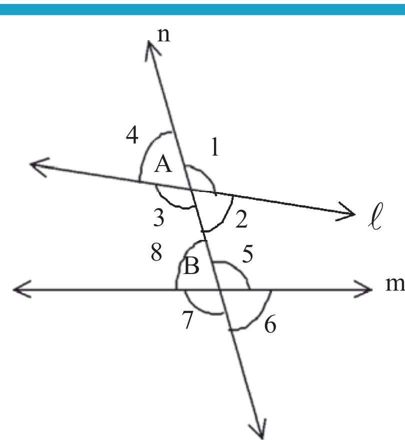


चित्र–12.32

चित्र–12.32 में रेखा p, रेखाओं ℓ, m व n को तीन अलग–अलग बिन्दुओं पर नहीं काटती हैं, अतः यह रेखा p, रेखाओं ℓ, m व n की तिर्यक रेखा नहीं है। परन्तु रेखा p रेखा ℓ व m की तिर्यक रेखा है। उसी प्रकार रेखा n भी रेखा ℓ व m की तिर्यक रेखा है।

चित्र–12.32 में संगामी रेखाओं का नाम बताइये?

दो रेखाओं के साथ तिर्यक रेखा द्वारा बनाए गए कोण :– (Angles made by Transversal line on two lines)



चित्र–12.33

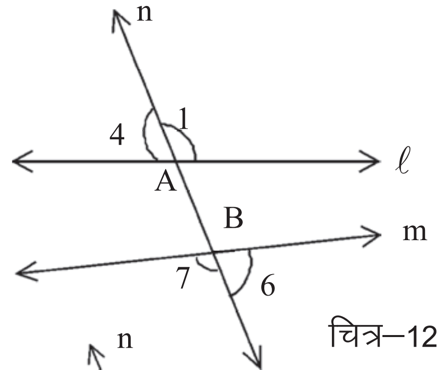
चित्र–12.33 में ℓ और m दो रेखाएँ तथा n तिर्यक रेखा है क्योंकि यह रेखाओं ℓ व m को दो अलग–अलग बिन्दुओं क्रमशः A व B पर काटती हैं।

चित्र–12.33 में रेखा n, रेखा ℓ के साथ बिन्दु A पर 4 कोण तथा रेखा m के साथ बिन्दु B पर भी 4 कोण बनाती हैं। अतः कोई भी तिर्यक रेखा किन्हीं दो रेखाओं पर कुल 8 कोण बनाती हैं। कोंणो को क्रमशः $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ व $\angle 8$ द्वारा दर्शाया गया है।

बाह्य कोण एवं अन्तःकोण
(Exterior angles and Interior Angles)

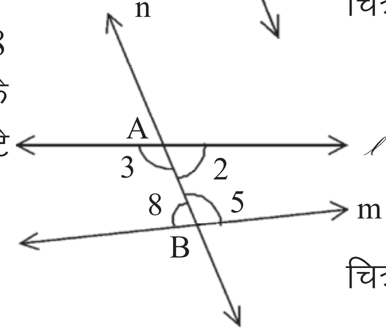
चित्र–12.34(a) में $\angle 1, \angle 4, \angle 6$ व $\angle 7$ बाह्य कोण हैं क्योंकि ये सभी कोण रेखाओं ℓ व m के बाहर की ओर बनते हैं।

बाह्य कोण तिर्यक रेखा के कटे हुए भाग AB के साथ नहीं बनते हैं।



चित्र–12.34(a)

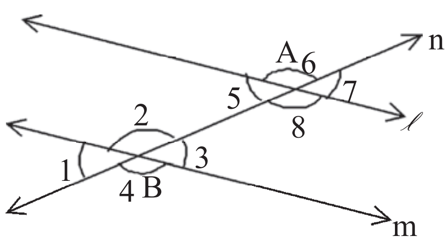
चित्र–12.34(b)में $\angle 2, \angle 3, \angle 5$ व $\angle 8$ अन्तःकोण हैं क्योंकि ये सभी कोण रेखाओं ℓ व m के अन्दर की ओर बने है। अन्तःकोण तिर्यक रेखा के कटे हुए भाग AB के साथ बनते है।



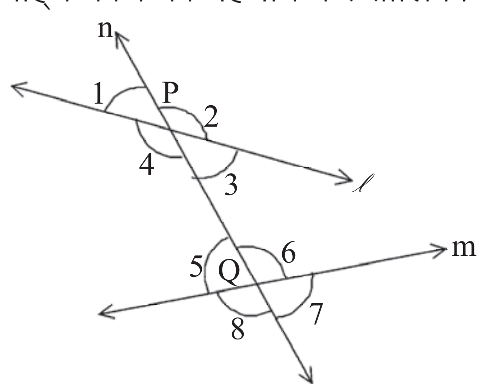
चित्र–12.34(b)

क्रियाकलाप–5

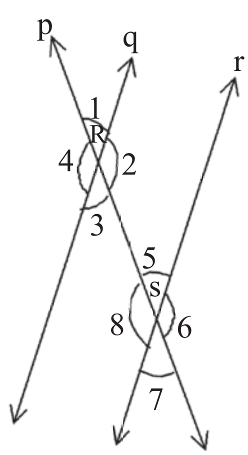
निम्न चित्रों में तिर्यक रेखा, अन्तःकोण एवं बाह्य कोण को पहचान कर तालिका में भरिये।



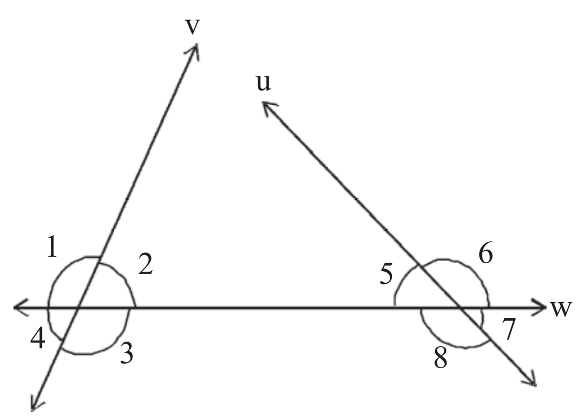
चित्र 12.35



चित्र 12.36



चित्र 12.37



चित्र 12.38

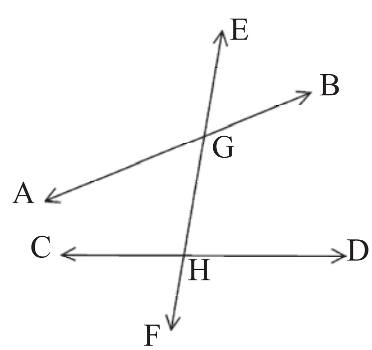
सारणी–3

चित्र क्रमांक	तिर्यक रेखा का नाम	बाह्य कोण क्रमांक	अन्त:कोण क्रमांक
12.35	रेखा n व ℓ तथा n व m	$\angle 1, \angle 4, \angle 6, \angle 7$	$\angle 2, \angle 3, \angle 5, \angle 8$
12.36	....	....	....
12.37	....	....	....
12.38	....	....	....

ऊपर सभी उदाहरणों में आपने देखा है कि तिर्यक रेखा के एक ओर दो बाह्य कोण तथा दो अन्त:कोण बनते हैं, उसी प्रकार दूसरी ओर भी दो बाह्य कोण और दो अन्त:कोण बनते हैं।

क्रियाकलाप–6

नीचे दिए गए चित्र को देखिए और पूछे गये प्रश्नों के हल ढूँढिये–



चित्र 12.39

प्र.1 EF के दाहिने ओर के बाह्य कोणों को लिखिए–

(i) $\angle$EGB .... (ii) $\angle$DHF ....

प्र.2 EF के दाहिने ओर के अन्त: कोणों को लिखिए–

(i) .... (ii) ....

प्र.3 EF के बायीं ओर के बाह्य कोणों को लिखिए–

(i) .... (ii) ....

प्र.4 EF के बायीं ओर के अन्त: कोणों को लिखिए–

(i) .... (ii) ....

प्रश्न 5 EF के दायीं और बायीं ओर के उन बाह्य कोणों के जोड़े बनाइये जो तिर्यक रेखा के विपरीत ओर हो तथा एक दूसरे से सटे हुए ना हो। जैसे– $\angle EGB$ और $\angle CHF$ दोनों बाह्य कोण है तथा तिर्यक रेखा के विपरीत ओर बन रहे हैं और एक दूसरे से सटे हुए भी नहीं हैं। इसी प्रकार $\angle AGE$ और $\angle$.......

प्र.6 EF के दायीं तथा बायीं ओर के उन अन्तःकोणों के जोड़े बनायें जो एक दूसरे से सटे हुए ना हो एवं विपरीत ओर हो।

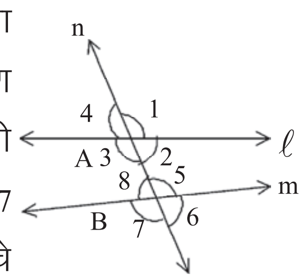
(i) $\angle$....... और $\angle$......... (ii) $\angle$....... और $\angle$.........

इस प्रकार **बाह्य कोणों का वह जोड़ा जो तिर्यक रेखा के विपरीत ओर स्थित हो तथा एक दूसरे से सटा हुआ न हो, बाह्य एकान्तर कोण कहलाता है तथा उसी प्रकार अन्तःकोणों का वह जोड़ा जो तिर्यक रेखा के विपरीत ओर स्थित हो तथा एक दूसरे से सटे हुए न हो, अन्तः एकान्तर कोण कहलाता है।**

क्रियाकलाप 2 के चित्रों में बाह्य एकांतर कोण तथा अन्तः एकांतर कोणों को छांटकर लिखिए।

संगत कोण (Corresponding Angles)

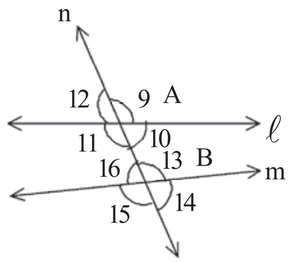
आप जानते हैं कि दो सरल रेखाओं को जब एक तिर्यक रेखा काटती है, तो कुल 8 कोण बनते हैं– तिर्यक रेखा के एक ओर चार कोण व दूसरी ओर चार कोण। जैसे चित्र 12.40 में तिर्यक रेखा के दाहिनी ओर $\angle 1, \angle 2, \angle 5$ और $\angle 6$ तथा बायीं ओर $\angle 4$, $\angle 3$, $\angle 8$ और $\angle 7$ कोण बन रहे हैं। उसी प्रकार प्रत्येक रेखा के ऊपर दो कोण तथा नीचे दो कोण बन रहे हैं। जैसे– रेखा ℓ के ऊपर $\angle 1$ और $\angle 4$ तथा नीचे $\angle 2$ और $\angle 3$ बन रहे हैं। ऐसे ही कोण रेखा m के ऊपर $\angle 5$ और $\angle 8$ तथा रेखा के नीचे $\angle 6$ और $\angle 7$ बन रहे हैं।



चित्र 12.40

तिर्यक रेखा के एक तरफ और दोनों रेखाओं के ऊपर तथा नीचे की ओर बनने वाले कोणों को संगत कोण कहते हैं। चित्र 12.40 में तिर्यक रेखा n की दायीं ओर रेखा ℓ और m के ऊपर बनने वाले कोण $\angle 1$ और $\angle 5$ संगत कोण है। उसी प्रकार रेखा n की दायीं ओर रेखा ℓ और m के नीचे बनने वाले कोण $\angle 2$ और $\angle 6$ संगत कोण हैं। रेखा n की बायीं ओर बनने वाले संगत कोणों के जोड़ों को लिखिए– ----------, ------------ ।

क्रियाकलाप–7



चित्र 12.41

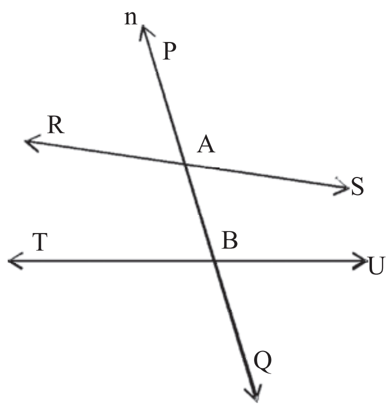
चित्र 12.41 में संगत कोण के चार जोड़ों को लिखिए–

(i) .... और ....

(ii) .... और ....

(iii) .... और ....

(iv) .... और ....



चित्र 12.42

चित्र 12.42 में संगत कोण के चार जोड़ों को लिखिए–

(i) ∠PAS और ∠ABU

(ii) ∠...... और ∠........

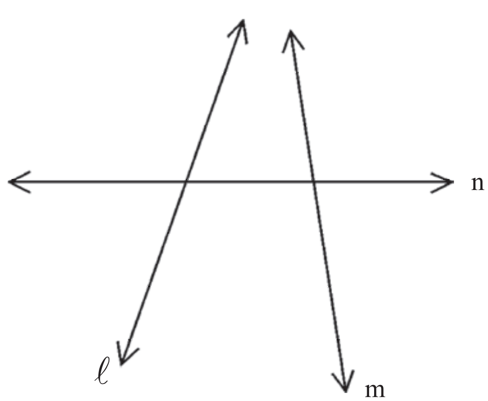
(iii) ∠...... और ∠........

(iv) ∠...... और ∠........

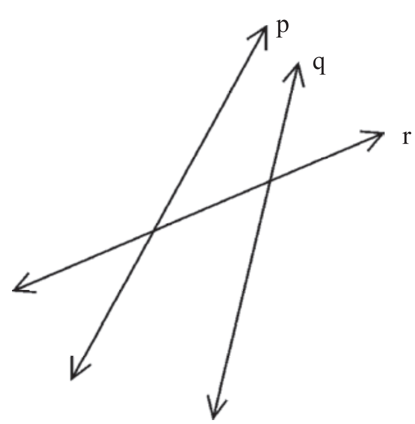
आपने देखा कि **संगत कोण के जोड़े तिर्यक रेखा के एक ही ओर बनते है। उनमें से एक बाह्य कोण व एक अन्तः कोण होता है और ये कोण एक ही बिन्दु पर नहीं बनते हैं।**

क्रियाकलाप–8

निम्न चित्रों में कोणों को नामांकित करके संगत कोणों के युग्मों के नाम तालिका में लिखिए–



चित्र –12.43



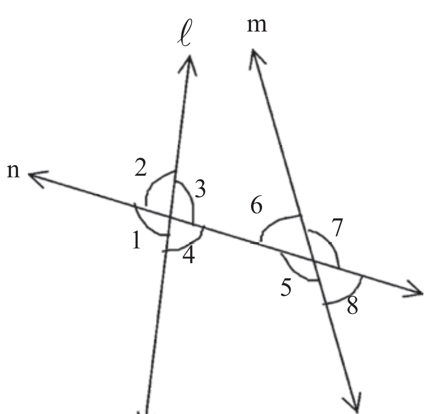
चित्र –12.44

सारणी–4

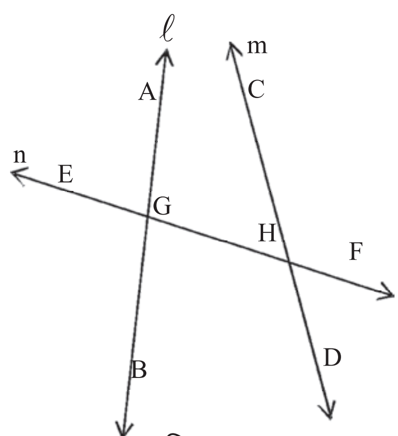
चित्र क्रमांक	संगत कोण युग्म
चित्र–12.43	(i) ...., (ii) ...., (iii) .... , (iv).........
चित्र–12.44	(i) ...., (ii) ...., (iii) .... , (iv).........

अन्तःकोणों का युग्म (Pair of the Interior Angles)

तिर्यक रेखा द्वारा दो सरल रेखाओं को काटने पर चार अन्तः कोण बनते हैं। इस प्रकार अन्तः कोण के दो युग्म बनते हैं। आइये, निम्नांकित चित्र को देंखे–



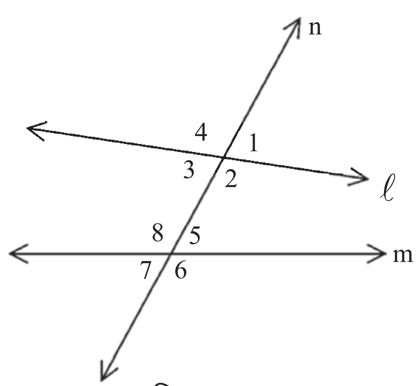
चित्र–12.45



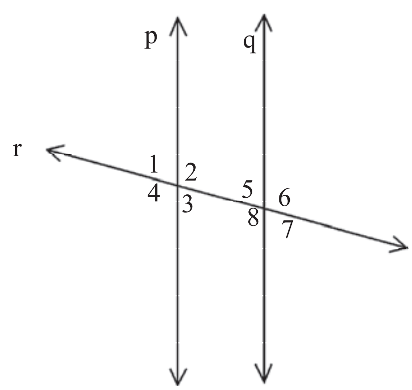
चित्र–12.46

चित्र–12.45 में अन्तःकोण के युग्म $\angle 3$ व $\angle 6$ है, जो कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर स्थित हैं। इसी प्रकार अंतःकोण के युग्म $\angle 4$ व $\angle 5$ है जो कि तिर्यक रेखा के दूसरी ओर स्थित है। इसी प्रकार चित्र 12.46 में तिर्यक रेखा के दोनों ओर बनने वाले अन्तःकोणों के युग्म को पहचान कर लिखिए– (i). ––––––, ––––––– (ii) –––––, ––––––

अर्थात अन्तःकोण के युग्म तिर्यक रेखा के एक ही ओर बनते हैं परन्तु एक ही बिन्दु पर नहीं बनते हैं।



चित्र–12.47



चित्र–12.48

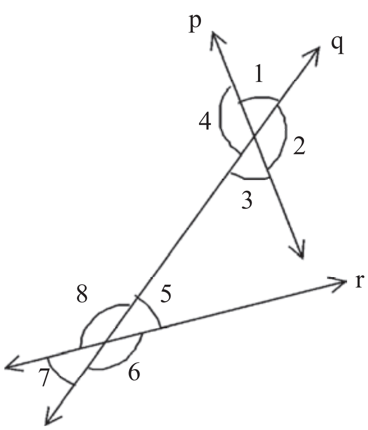
चित्र 12.47 व 12.48 में तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तःकोणों को चाँदें की सहायता से मापकर उनका योगफल कीजिए।

चित्र 12.47	$\angle 2$ ...., $\angle 5$...........,	$\angle 2 + \angle 5$=...........,
	$\angle 3$ ...., $\angle 8$...........,	$\angle 3 + \angle 8$=...........,
चित्र 12.48	$\angle 2$ ...., $\angle 5$...........,	$\angle 2 + \angle 5$=...........,
	$\angle 3$ ...., $\angle 8$...........,	$\angle 3 + \angle 8$=...........,

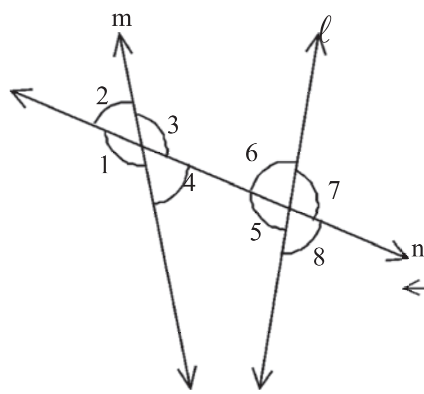
क्या चित्र 12.47 व 12.48 में योगफल समान आ रहा है? यदि हाँ तो ऐसा क्यों? सोचिए।

क्रियाकलाप–9

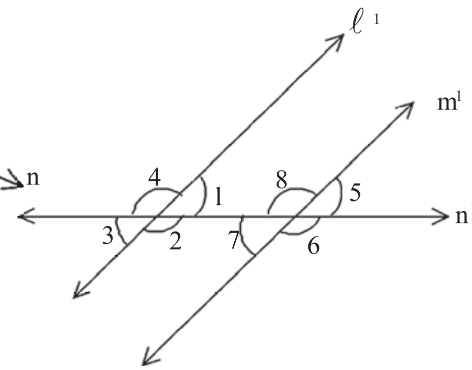
दिये गये चित्रों में संगत कोण, एकान्तर कोण एवं अन्तःकोण के युग्मों को तालिका में भरिए।



चित्र–12.49



चित्र–12.50



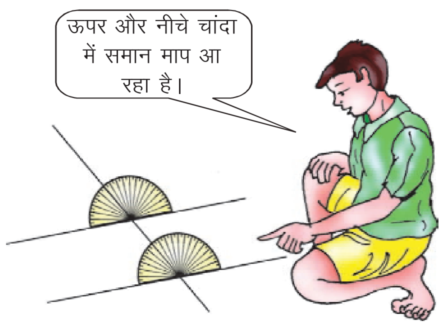
चित्र–12.51

सारणी–5

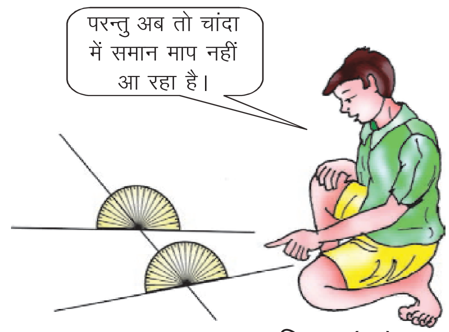
चित्र संख्या	संगत कोणों का युग्म का नाम	एकांतर कोणों का युग्म अन्तःएकांतर कोण	बाह्य एकांतर कोण	अंत कोणों का युग्म
12.49	(i) $\angle 1$ व $\angle 8$ (ii)....... (iii) .... (iv).......	(i) .... (ii)	(i) $\angle 1$ व $\angle 6$ (ii)...........	(i) $\angle 3$व$\angle 5$ (ii).........
12.50	(i) .... (ii)....... (iii) .... (iv).......	(i) $\angle 3$ व$\angle 5$ (ii)	(i)........... (ii)...........	(i)......... (ii).........
12.51	(i) .... (ii)....... (iii) .... (iv).......	(i) .... (ii)	(i)........... (ii)...........	(i)......... (ii).........

समान्तर रेखाएँ एवं तिर्यक रेखा (Parallel lines and the Transversal line)

अभी तक आपने पढ़ा है कि जब दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तो संगत कोण, एकान्तर कोण एवं अन्तः कोण बनते हैं। आइए, इस प्रकार बने संगत कोणों के युग्म, एकान्तर कोणों के युग्म एवं अन्तः कोणों को माप कर इनकी विशेषताओं को जानें।

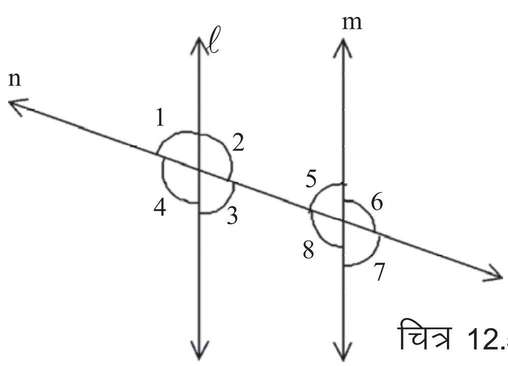


चित्र (क)

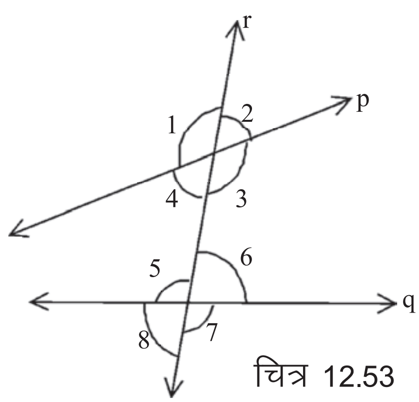


चित्र (ख)

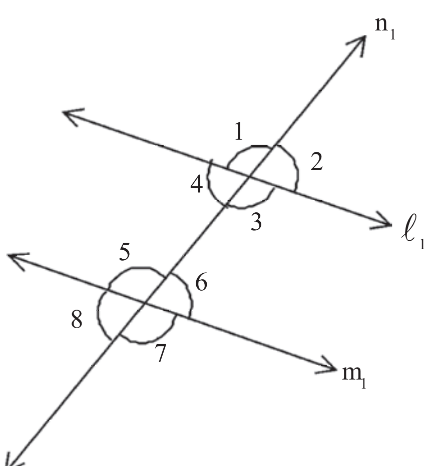
क्रियाकलाप–10



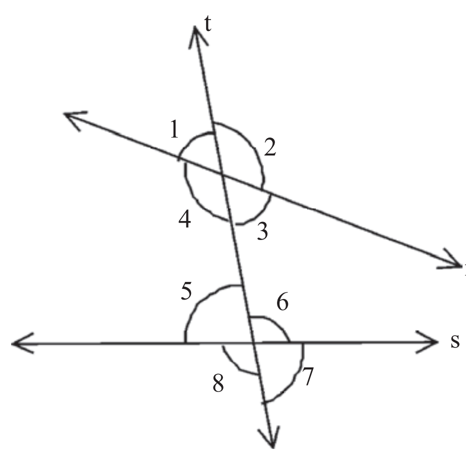
चित्र 12.52



चित्र 12.53



चित्र 12.54



चित्र 12.55

उपरोक्त चित्रों में प्रत्येक कोण को चाँदे की सहायता से मापकर निम्नांकित सारणी–4 में दिये रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

सारणी–6

चि.क्र.	संगत कोण			
	पहला युग्म	दूसरा युग्म	तीसरा युग्म	चौथा युग्म
12.52	∠1=....., ∠5=.....	∠2=..... ∠6=.....	∠3=..... ∠7=....	∠4=.... ∠8=....
12.53	∠1= ....., ∠5=.....	∠2=..... ∠6=.....	∠3=..... ∠7=....	∠4=.... ∠8=....
12.54	∠1=....., ∠5=.....	∠2=..... ∠6=.....	∠3=..... ∠7=....	∠4=.... ∠8=....
12.55	∠1=....., ∠5=.....	∠2=..... ∠6=.....	∠3=..... ∠7=....	∠4=.... ∠8=....

सारणी 6 देखकर बताइये कि किन–किन चित्रों में संगत कोण युग्मों के कोण आपस में बराबर हैं? चित्र क्रमांक लिखिए। ...., ..., ..., ...,

जिन चित्रों में संगत कोण युग्म के कोण बराबर हैं, उनमें दी गई रेखाओं को पहचानिये।

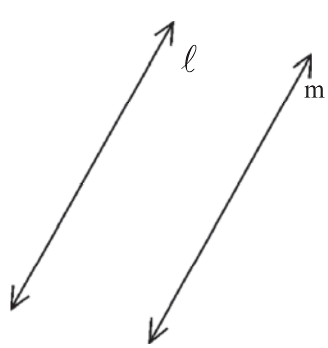
क्या आप बता सकते हैं कि इन रेखाओं की क्या विशेषताएँ हैं?

आप ने ठीक ही सोचा। चित्र 12.52 और 12.54 में तिर्यक रेखा से काटने वाली रेखाएँ समान्तर रेखाएँ हैं।

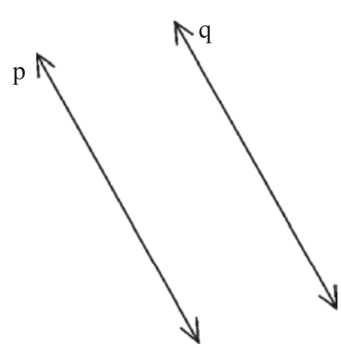
तो क्या जब दो समांतर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तो बनने वाले संगत कोण आपस में बराबर होते हैं? आइए, हम कुछ और समान्तर रेखाएँ तथा उनको काटने वाली तिर्यक रेखाएँ खींच कर इसकी जाँच करें।

क्रियाकलाप–11 (i)

निम्नांकित चित्रों में दी गई रेखाएँ समान्तर हैं तो कोई भी तिर्यक रेखा खींच कर यह जाँच कीजिए कि संगत कोण बराबर हैं या नहीं।



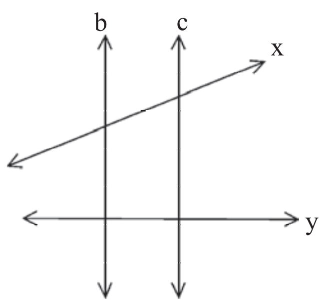
चित्र–12.56



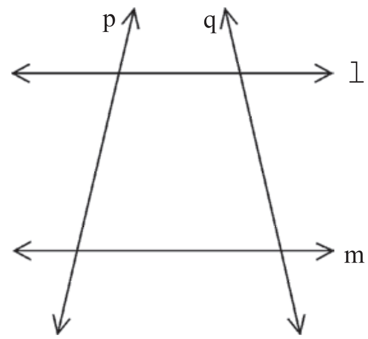
चित्र–12.57

क्रियाकलाप–11 (ii)

चित्र–12.58 (a) व 12.58 (b) में कौन–कौन सी रेखाएं आपस में समांतर हैं? आप ने इन्हें समान्तर क्यों कहा? कारण लिखिए।



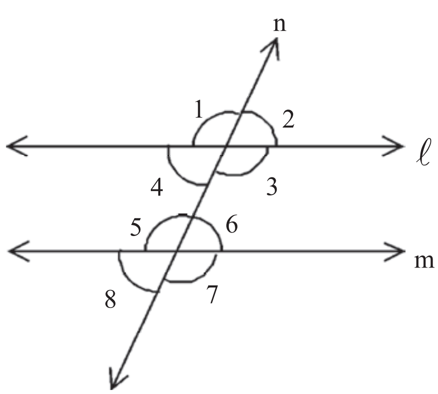
चित्र 12.58 (a)



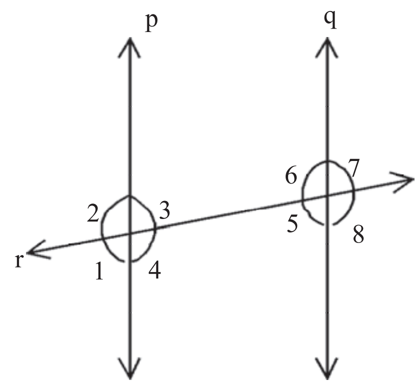
चित्र–12.58 (b)

क्रियाकलाप–12

निम्नांकित चित्रों में कोणों को मापकर तालिका में निर्देशानुसार रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–



चित्र 12.59



चित्र 12.60

सारणी–7

चित्र क्रमांक	एकांतर कोण युग्म		अन्तःकोण युग्म	
	बाह्य एकांतर कोण का माप	अन्तः एकांतर कोण का माप	माप	योगफल
12.59	∠1=.......,∠7=....... ∠2=.......,∠8=.......	∠3=......., ∠5=....... ∠4=......., ∠6=.......	∠3 +∠6=.......+....... ∠4 +∠5=.......+.......	
12.60	∠1=.......,∠7=....... ∠2=.......,∠8=.......	∠3=......., ∠5=....... ∠4=......., ∠6=.......	∠3 +∠6=.......+....... ∠4 +∠5=.......+.......	

एकान्तर कोण युग्म के मानों में क्या समानता हैं? क्या बाह्य एकांतर कोण के युग्म बराबर हैं? क्या इसी प्रकार अन्तः एकान्तर कोण भी बराबर है?

तो क्या ''जब दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तो बने हुए एकांतर कोण आपस में बराबर होते हैं?'' ऐसे ही कई समान्तर रेखाएँ खींचकर एकान्तर कोणों के युग्मों को पहचानिए और नाप कर देखिए।

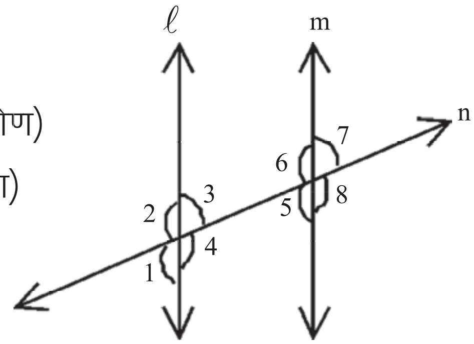
तो क्या हम यह कह सकते हैं कि यदि एकांतर कोण बराबर हों तो दी गई सरल रेखाएँ परस्पर समांतर होती है?

क्या उपरोक्त तालिका में प्राप्त अंतःकोण के युग्म का योगफल आपस में बराबर है?

इनके मान आपस में बराबर नहीं है परन्तु अन्तःकोणों के युग्मों का योगफल समान (लगभग 180^0) आ रहा है और ऐसा ही मान चित्र 12.48 में भी प्राप्त हुआ।

तो क्या हम कह सकते हैं कि जब दो समान्तर रेखाओं को कोई तिर्यक रेखा काटती है तब तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तःकोणों का योग 180^0 होता है।

उदाहरण 1. संलग्न चित्र 12.61 में $\ell \| m$ तथा $\angle 3 = 65^0$ है, तो अन्य सभी कोणों के मान ज्ञात कीजिए।



चित्र 12.61

हल दिया है $\angle 3 = 65^0$

$\angle 5 = 65^0$ ($\angle 3 = 65^0$ अन्तः एकांतर कोण)

$\angle 7 = 65^0$ ($\angle 5 = \angle 7$ शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle 1 = 65^0$ ($\angle 5 = \angle 1$ संगत कोण)

चूंकि $\angle 3 + \angle 6 = 180^0$ (अंत कोण युग्म)

$65^0 + \angle 6 = 180^0$

$\angle 6 = 180^0 - 65^0$

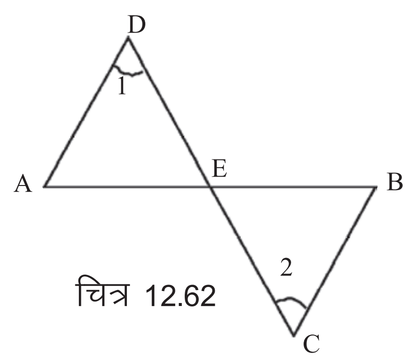
$\angle 6 = 115^0$

$\angle 8 = 115^0$ ($\angle 6 = \angle 8$ शीर्षभिमुख कोण)

$\angle 4 = 115^0$ ($\angle 8 = \angle 4$ संगत कोण)

$\angle 2 = 115^0$ ($\angle 6 = \angle 2$ संगत कोण)

उदाहरण 2. चित्र 12.62 में $\angle 1 = 45^0$ एवं $\angle 2 = 45^0$ है तो सिद्ध कीजिए कि रेखाखण्ड AD व BC परस्पर समांतर है।



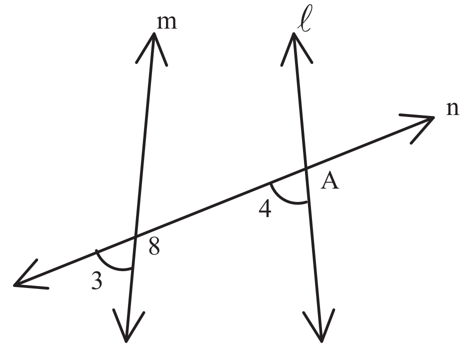
चित्र 12.62

हलः चित्रानुसार चूंकि $\angle 1$ व $\angle 2$ अन्तः एकांतर कोण है,

तथा $\angle 1 = \angle 2 = 45^0$

AD व BC परस्पर समांतर हैं अर्थात् $AD \| BC$

उदाहरण 3. चित्र 12.63 में $\angle 3 = 35^0$ एवं $\angle 4 = 40^0$ दिया गया है। क्या रेखाएँ ℓ व m परस्पर समांतर है? अपने उत्तर का कारण दीजिए।

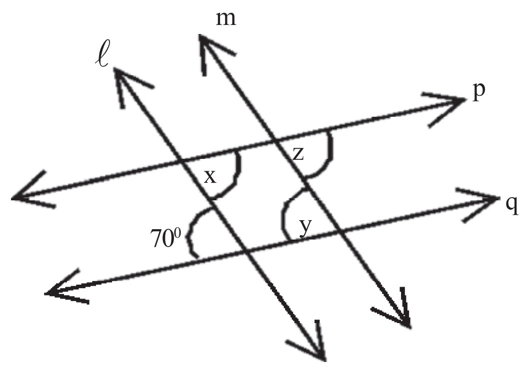


हलः चित्रानुसार, चूंकि $\angle 3$ व $\angle 4$ संगत कोण है,

और $\angle 3 \neq \angle 4$

अतः रेखाएँ ℓ व m परस्पर समांतर नहीं है।

उदाहरण 4. चित्र 12.64 में दिया गया है कि रेखाएँ $\ell || m$ तथा $p || q$ चित्र की सहायता से $\angle x$, $\angle y$ एवं $\angle z$ का मान ज्ञात कीजिए।



चित्र 12.64

चित्र 12.63

हलः चूंकि $p || q$ तथा ℓ तिर्यक रेखा है,

$\therefore \angle x = 70^o$ (अंतः एकांतर कोण)

चूंकि $\ell || m$ तथा q एक तिर्यक रेखा है

$\therefore \angle y = 70^o$ (संगत कोण)

चूंकि $\ell || m$ तथा p एक तिर्यक रेखा है

$\therefore \angle z = \angle x = 70^o$ (संगत कोण)

प्रश्नावली 12.2 (Exercise 12.2)

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

(i) यदि एकांतर कोण बराबर हों, तो दी गई दो सरल रेखाएँ परस्पर ....होंगी।

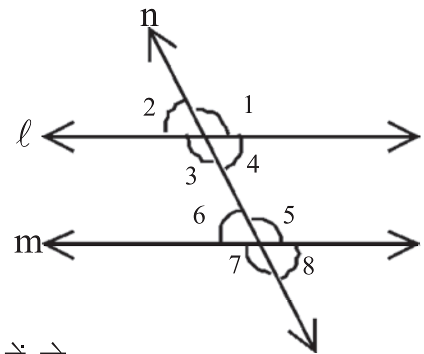
(ii) यदि कोई तिर्यक रेखा दो परस्पर समांतर रेखाओं को काटे, तो संगत कोण आपस में –––––––होते हैं।

(iii) यदि एकान्तर कोण युग्म का एक कोण 127^0 हो तो दूसरे कोण का माप––––– होगा।

(iv) यदि अन्तः कोण युग्म का एक कोण 87.5^0 हो, तो दूसरे कोण का माप –––होगा।

(v) यदि तीन सरल रेखाएँ एक दूसरे को एक ही बिन्दु पर काटे, तो सरल रेखाएँ –––––– कहलाती है।

2. संलग्न चित्र में $\ell \,||\, m$ है तथा n एक तिर्यक रेखा है तो दिये गये निम्न कथनों में सत्य कथनों को छांटिए–



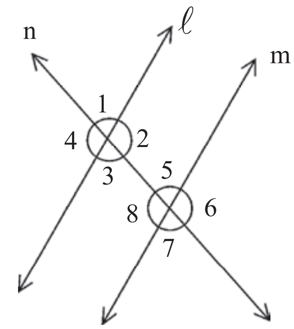
(i) यदि $\angle 2 = 60^0$ तो $\angle 4 = 60^0$ होगा।

(ii) यदि $\angle 2 = 60^0$ तो $\angle 3 = 60^0$ होगा।

(iii) यदि $\angle 2 = 60^0$ तो $\angle 6 = 60^0$ होगा।

(iv) यदि $\angle 2 = 60^0$ तो $\angle 8 = 60^0$ होगा।

3 संलग्न चित्र में $\ell \,||\, m$ एवं एक तिर्यक रेखा n है। चित्र में से



(i) एकान्तर कोणों के जोड़ों को लिखिए।

(ii) बाह्य कोणों को लिखिए।

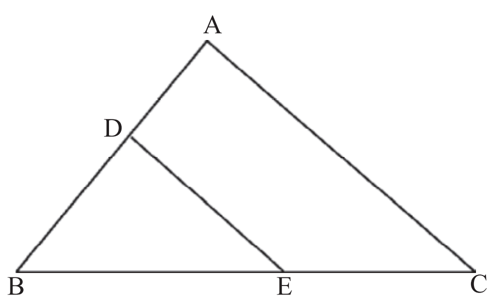
(iii) अन्तःकोणों को लिखिए।

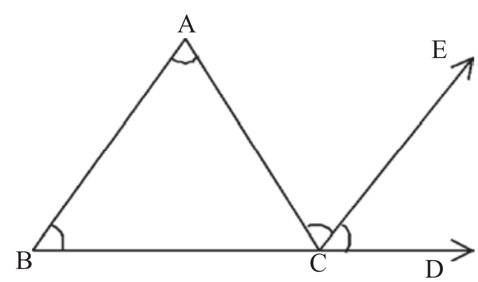
(iv) संगत कोणों के जोड़ों को लिखिए।

(v) अन्तः कोण युग्मों को लिखिए

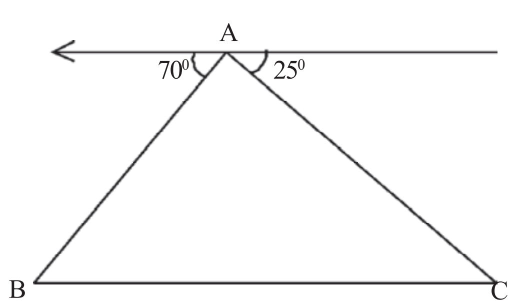
(vi) यदि $\angle 5 = 70^0$ हो तो शेष कोण बताइए।

4. नीचे दिए गये चित्रों में समांतर रेखाओं के जोड़े बताइए एवं तिर्यक रेखा के नाम लिखिए–

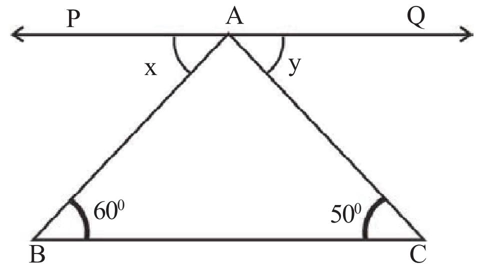




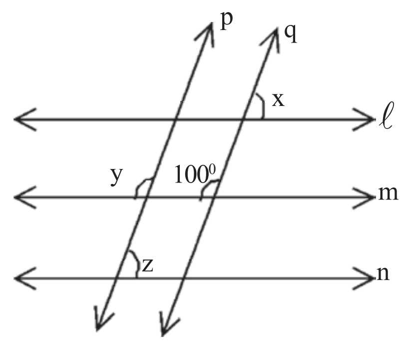
5. नीचे दिये गये चित्र में $\angle ABC$ और $\angle ACB$ ज्ञात कीजिए।



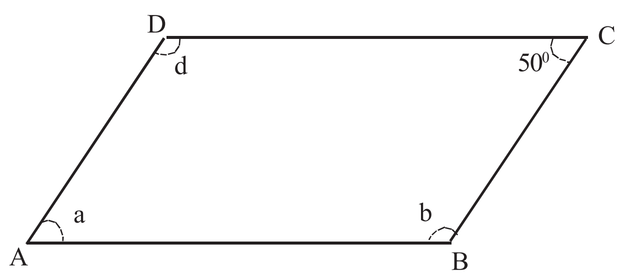
6. त्रिभुज ABC में PQ||BC तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



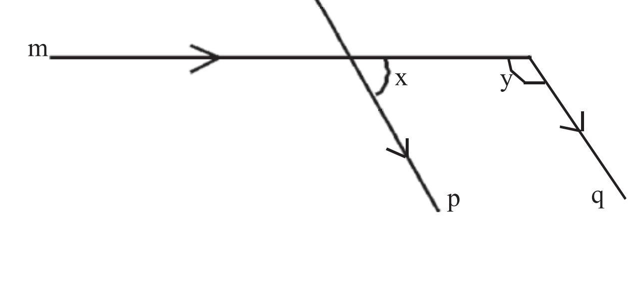
7. संलग्न चित्र में ℓ||m||n तथा p||q तो x, y व z मान ज्ञात कीजिए।



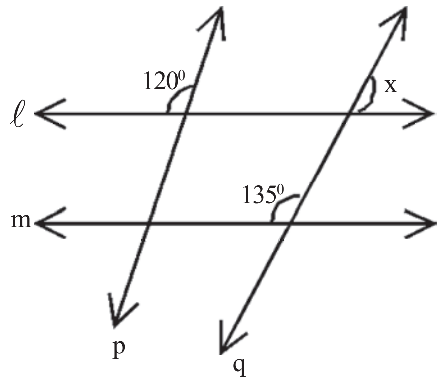
8. संलग्न चित्र में एक कोण का मान दिया गया है। a, b एवं d का मान ज्ञात कीजिए।



9. संलग्न चित्र में x और y का मान ज्ञात कीजिए।



10. संलग्न चित्र में x का मान ज्ञात कीजिए यदि $\ell || m$ है।

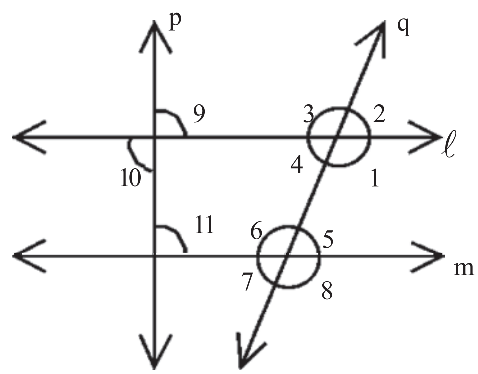


11. संलग्न चित्र में $\ell || m$, p और q दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं। निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

(i) $\angle 1 + \angle 5$

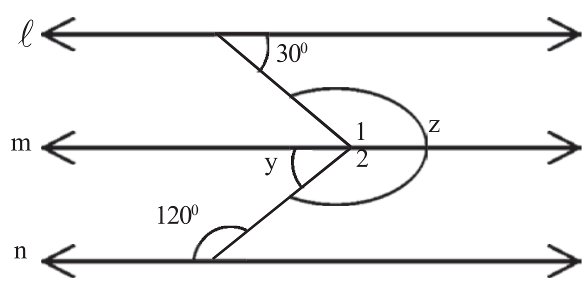
(ii) $\angle 3 + \angle 5$

(iii) यदि $\angle 11 = 90^0$ तो $\angle 10$ एवं $\angle 9$ के मान ज्ञात कीजिए।

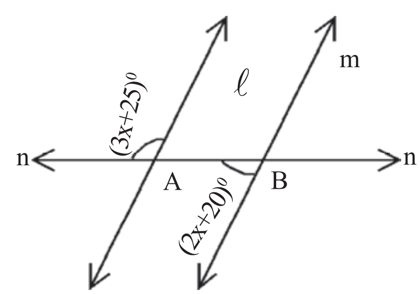


12. संलग्न चित्र में $\ell || m || n$ तो y एवं z का मान ज्ञात कीजिए।

जबकि $\angle z = \angle 1 + \angle 2$

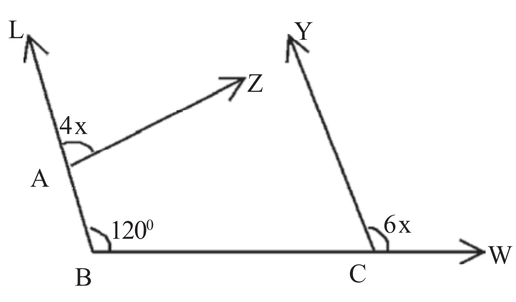


13. संलग्न चित्र में $\ell || m$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

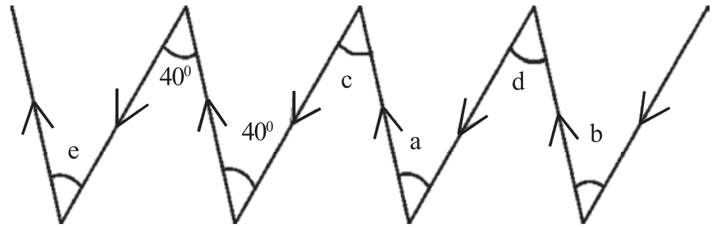


14. संलग्न चित्र में $BL || CY$, $\angle A$ का मान ज्ञात कीजिए।

6VWICA



15. संलग्न चित्र में $\angle a, \angle b, \angle c, \angle d$ एवं $\angle e$ के मान ज्ञात कीजिए।



हमने सीखा (We have learnt)

1. आसन्न कोण – उभयनिष्ठ भुजा के विपरीत ओर बने दो कोण जिनके शीर्ष एक ही हों।
2. रेखीय युग्म आसन्न कोण का ही विशेष प्रकार है। इनकी उभयनिष्ठ भुजा के अलावा अन्य दो भुजाएँ एक सरल रेखा बनाती हैं, जिसके एक ही ओर युग्म कोण बनते हैं।
3. पूरक कोण – यदि दो कोणों का योग 90° हो तो उनमें से प्रत्येक कोण एक दूसरे का पूरक कोण कहलाता है।
4. सम्पूरक कोण – यदि दो कोणों का योग 180° हो तो उनमें से प्रत्येक कोण एक दूसरे का सम्पूरक कोण कहलाता है।
5. वह रेखा जो दो या दो से अधिक दी गई रेखाओं को अलग–अलग बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है, तिर्यक रेखा कहलाती है।
6. एक तिर्यक रेखा किन्हीं दो रेखाओं को प्रतिच्छेद कर 8 कोण बनाती है जिनमें 4 अन्तःकोण एवं 4 बाह्य कोण होते हैं।
7. जब दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तो संगत कोण के चार युग्म, बाह्य एकातंर कोण के दो युग्म तथा अन्तःकोणों के दो युग्म बनते हैं।
8. एक ही तल में स्थित ऐसी रेखाएँ जो परस्पर प्रतिच्छेद न करें, समांतर रेखाएँ कहलाती है।
9. दो समांतर रेखाओं के बीच लम्बवत् दूरी सदैव एक समान रहती है।
10. यदि कोई तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो
    (i) संगत कोण युग्म के दोनों कोण आपस में बराबर होते हैं।
    (ii) एकान्तर कोण युग्म के दोनों कोण आपस में बराबर होते हैं।
    (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तःकोण सम्पूरक होते हैं। (अर्थात् उनका योगफल 180^0 होता है।)
11. यदि दो रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटे और निम्नांकित में से कोई भी एक कथन सत्य हो –
    (i) संगत कोणों के एक युग्म के कोण बराबर हैं।
    (ii) एकांतर कोणों के एक युग्म के कोण बराबर हैं।
    (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तःकोण संपूरक हैं तो दी गई रेखाएँ परस्पर समांतर होती है।

महत्वपूर्ण तथ्य –

एक रैखिक युग्म के कोण सम्पूरक कोण होते हैं परन्तु सम्पूरक कोणों का युग्म रैखिक युग्म होना आवश्यक नहीं है। कोई भी दो कोण जिनका योग 180° हो सम्पूरक कोण हैं। रैखिक युग्म होने के लिए उन्हें सरल रेखा के एक ही ओर होना चाहिए और साथ ही साथ उनकी दूसरी भुजा उभयनिष्ठ होनी चाहिए। जैसे 45° और 135° के कोण सम्पूरक तो हैं किन्तु रैखिक युग्म तभी होंगे जब वह एक ही रेखा पर एक ही तरफ बने होंगे।