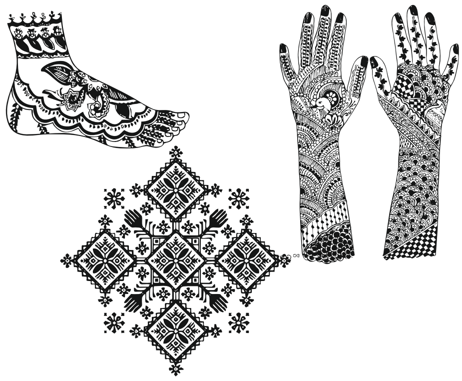
अध्याय 8

आधारभूत ज्यामितीय अवधारणाएँ एवं रचनाएँ

8.1 हम अपने चारों ओर कई प्रकार की वस्तुएँ देखते हैं जैसे इमारतें, बर्तन, फर्नीचर, चित्र आदि। आपने रंगोली एवं मेहंदी के डिजाइन देखे होंगे, इनमें गोल, चोकोर, त्रिकोण, रेखाएँ आदि आकृतियाँ देखी होंगी। यह आकृतियाँ ज्यामितीय आकृतियाँ कहलाती हैं।

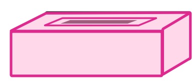
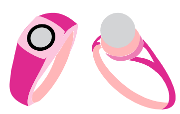
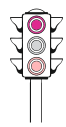
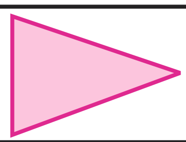
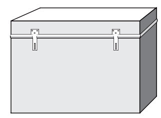
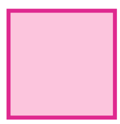
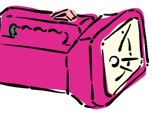
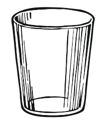
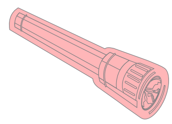
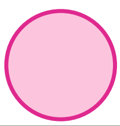
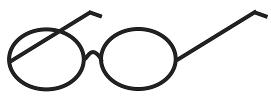
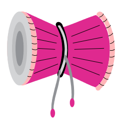
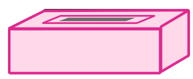
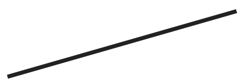
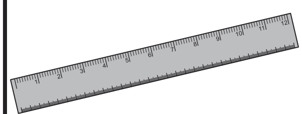
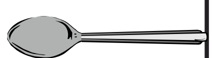
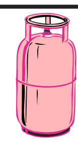
अब आप अपने पास वस्तुओं में इस प्रकार की ज्यामितिय आकृतियों को ढूँढने का प्रयत्न कीजिए।

> वैदिक काल से ही भारत में विभिन्न वस्तुओं के निर्माण में ज्यामिति का प्रयोग होता आया है चाहे हवन कुंड हो, मंडप हो अथवा मंदिर। घरों, महलों व अन्य इमारतों में भी ज्यामिति आकृतियों का प्रयोग किया जाता है। मूलतः ज्यामिति शब्द ''ज्या'' तथा ''मिति'' से मिल कर बना है। ज्या का अर्थ भूमि और मिति का अर्थ मापन से है।



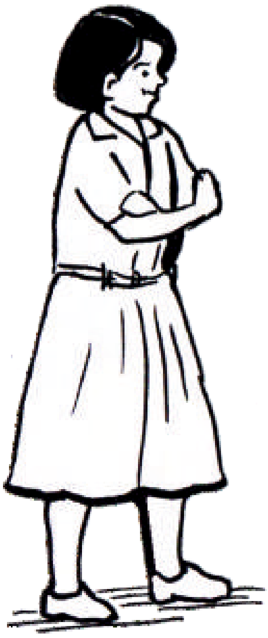
8.2 आधारभूत ज्यामितीय आकृतियाँ

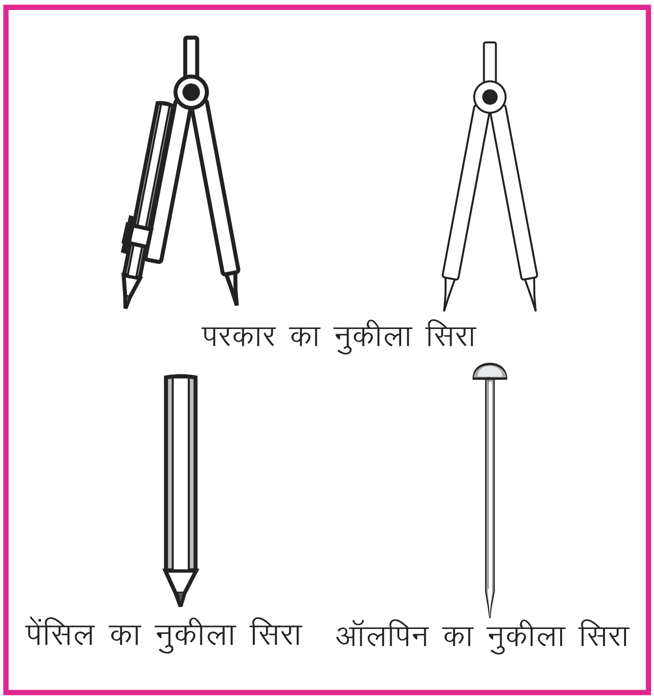
इस अध्याय में हम ज्यामितीय आकृतियों के बारे में अध्ययन करेंगे। नीचे कुछ वस्तुओं के चित्र दिए गए हैं तथा उनके सामने ज्यामितीय आकृतियाँ दी गई हैं। बताइए किस वस्तु की सतह में वह आकृति दिखाई देती है।

1				
2				
3				
4				
5				

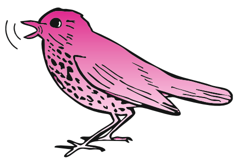
8.2.1 बिन्दु

कागज पर एक पेंसिल के नुकीले सिरे से एक चिह्न अंकित कीजिए।

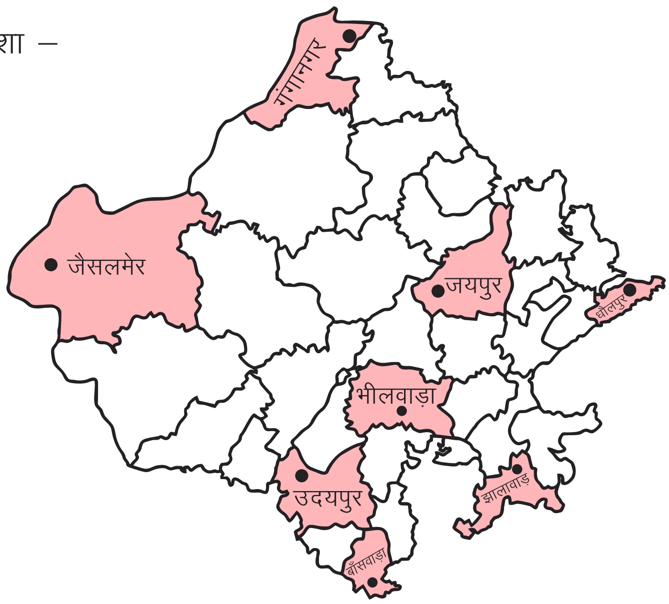




सिरा जितना नुकीला होगा चिह्न उतना ही सूक्ष्म (छोटा) होगा। लगभग एक बिना दिखाई देने वाला सूक्ष्म चिह्न आपको एक बिन्दु का आभास कराएगा। बिन्दु एक स्थिति निर्धारित करता है।

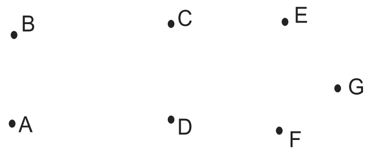


राजस्थान का नक्शा –

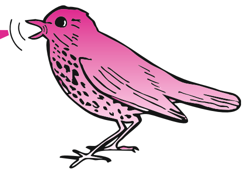


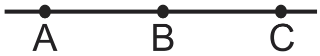
नक्शे में बिन्दू (•) राजस्थान के कुछ शहरों की स्थिति को दर्शा रहे हैं।
(नक्शा पैमाने पर आधारित नहीं है।)

यदि आप किसी कागज पर कुछ बिन्दु अंकित करें तो आपको इनमें भेद बताने की आवश्यकता पड़ेगी। इसके लिए इन्हें अंग्रेजी के बड़े अक्षर A,B,C इत्यादि से व्यक्त किया जाता है।



यदि तीन या अधिक बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित हों तो संरेख बिन्दु कहलाते हैं।





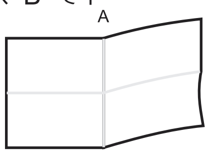
करो और सीखो

आप अपने दैनिक जीवन में बिन्दु के आभास की कुछ स्थितियाँ चुन कर लिखिए।

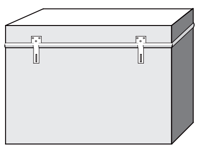
8.2.2 रेखाखंड

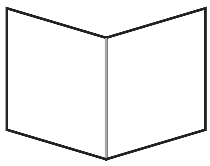
एक कागज लीजिए तथा इसे चित्रानुसार मोड़िए और फिर खोल दीजिए।

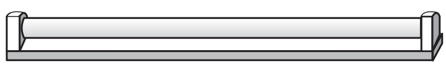
क्या मोड़ का कोई निशान दिखाई देता है? कागज के टुकड़े पर जो निशान दिखाई देता है वह आपको रेखाखंड का अहसास कराता है। इसके दो अंत बिन्दु A और B हैं।



रेखा खंड के कुछ उदाहरण निम्न हैं।

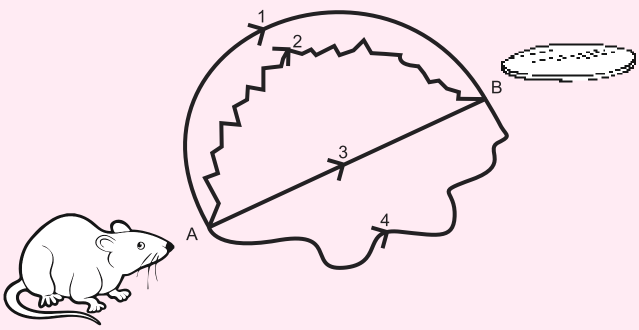






करो और सीखो

1. आप अपने आस–पास से रेखाखण्डों के कुछ उदाहरण ढुँढिए तथा उनके नाम लिखिए।
   जैसे दीवार के कोने ....
2. चित्र को ध्यान से देखिए बिन्दु A पर एक चूहा है तथा बिन्दु B पर रोटी का एक टुकड़ा आपको यह बताना है कि चूहा किस रास्ते से सबसे पहले रोटी तक पहुँचेगा और क्यों ?



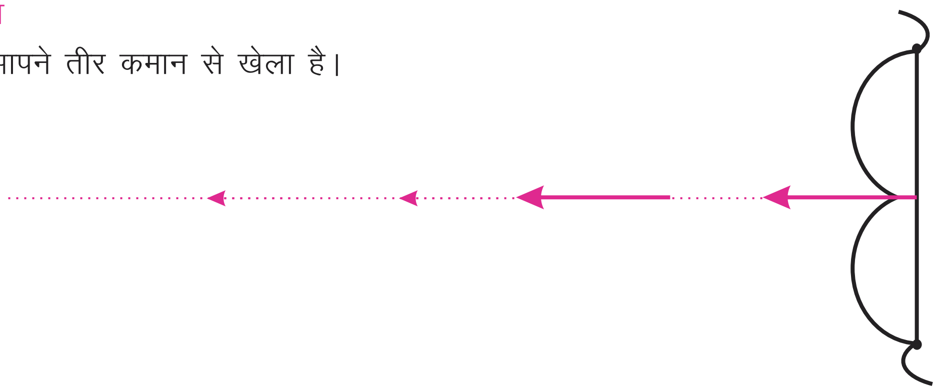
8.2.3 रेखा

कल्पना कीजिए जब रेखाखण्ड AB को B से आगे और A से आगे की ओर उसी दिशा में लगातार बढ़ाते जाएँ तो क्या होगा ?

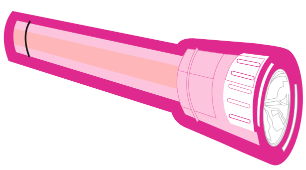
ऐसा करने पर हमें एक रेखा का प्रतिरूप प्राप्त होता है क्योंकि हम अनन्त लम्बाई की रेखा को कागज पर नहीं बना सकते है, अतः इसे प्रदर्शित करने के लिए उसके दोनों सिरों पर तीर के निशान बना देते है। जैसे कि ऊपर चित्र में दिखाया गया है। इसे $\overleftrightarrow{AB}$ से प्रदर्शित किया जाता है।

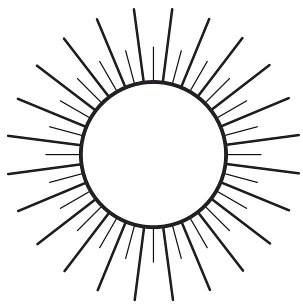
8.2.4 किरण

क्या आपने तीर कमान से खेला है।



आप जिन तीरों से खेलते हैं वह कुछ दूरी तक जा कर गिर जाता है। यदि एक ऐसे तीर की कल्पना की जाए जो छोड़ी गई दिशा में अनन्त दूरी तक जाए तो उससे बनने वाला पथ किरण का निर्माण करता है अर्थात् किरण एक बिन्दु से प्रारम्भ होती है तथा उसी दिशा में अनन्त दूरी तक जाती है। दैनिक जीवन में कुछ अन्य किरणों के उदाहरण हैं –

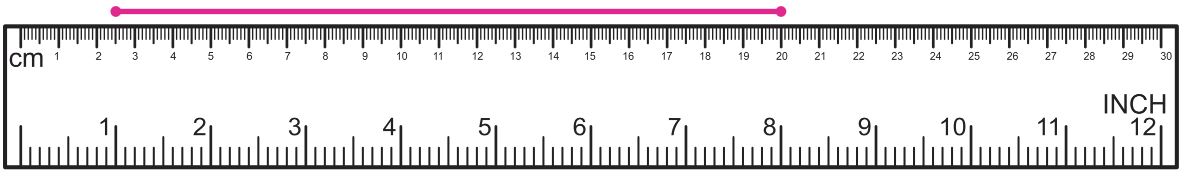




जिस बिन्दु से किरण प्रारम्भ होती हैं वह प्रारम्भिक बिन्दु कहलाता है।

दिए गए किरण के चित्र में A किरण का प्रारम्भिक बिन्दु है तथा P किरण का एक अन्य बिन्दु है। इसे $\overrightarrow{AP}$ से व्यक्त करते हैं।

8.3 स्केल (पटरी का परिचय)



कक्षा 5 में आपने मीटर स्केल से वस्तुओं व छात्रों की लम्बाई नापना सीखा है। ऊपर स्केल (पटरी) का चित्र दिया गया है। आप दी गई पटरी के चित्र को देख कर अथवा उपलब्ध स्केल को देख कर निम्न प्रश्नों का उत्तर दें –

1. इसमें नीचे की ओर कितनी संख्या तक अंकित हैं ?

   ....

2. ऊपर की ओर कितनी संख्या तक अंकित हैं ?

   ....

3. दो लगातार संख्याओं के मध्य कितने छोटे चिह्न बने हैं ?

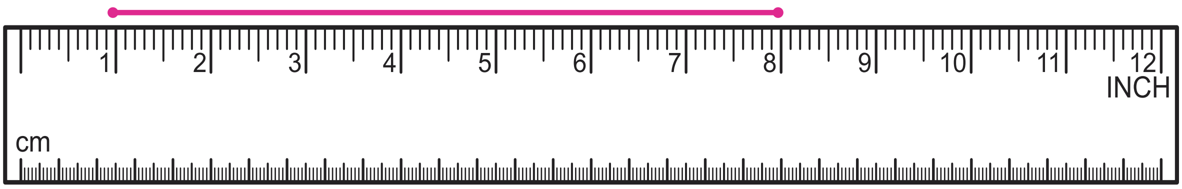
   ....

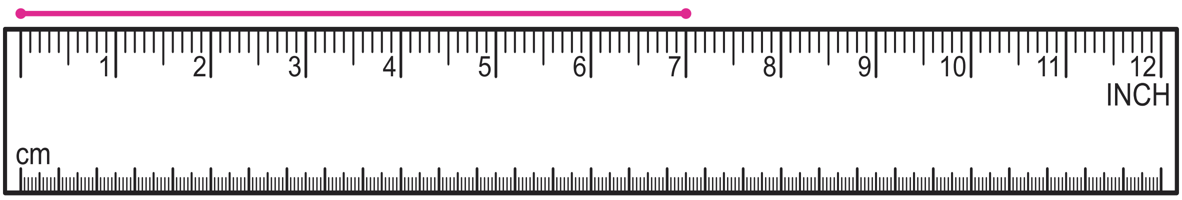
ऊपर की ओर 30 तक बने चिह्न सेंटीमीटर को प्रदर्शित करते हैं तथा उनके बीच बने प्रत्येक 10 छोटे बराबर भाग 1 मिमी (मिलीमीटर) को प्रदर्शित करते हैं। अतः 1 सेमी = 10 मिमी होता है।

1 मिमी = ... सेमी।

नीचे की ओर अंकित 12 संख्याएँ प्रत्येक 1 इंच को प्रदर्शित करती हैं, सामान्यतः ज्यामिति में स्केल का उपयोग हम रेखा, रेखाखंड, किरण आदि को बनाने में करते हैं।

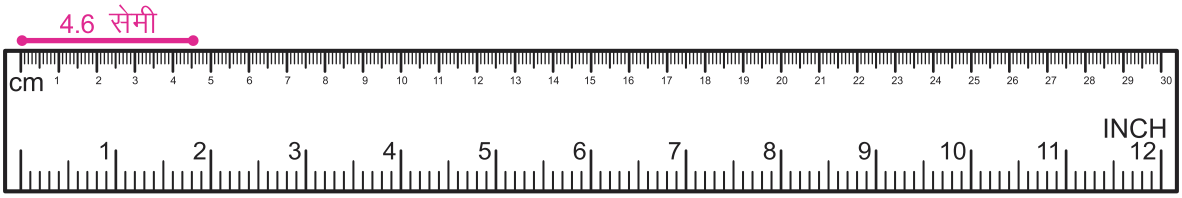
अजय व विजय ने रेखाखंड को मापने के लिए 12 इंच वाले स्केल का उपयोग किया



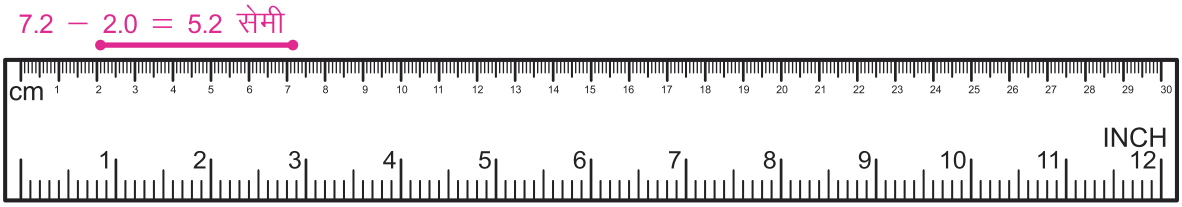


अजय तथा विजय ने एक ही रेखा खंड को चित्रानुसार मापा। क्या आप बता सकते हैं कि किसका उत्तर सही है? क्या किसी भी रेखाखंड को मापते समय पटरी पर अंकित शून्य को रेखाखंड के प्रारंभिक बिन्दु पर रख कर मापना चाहिए?

चित्र में कुछ माप के रेखाखंड दिए हैं।



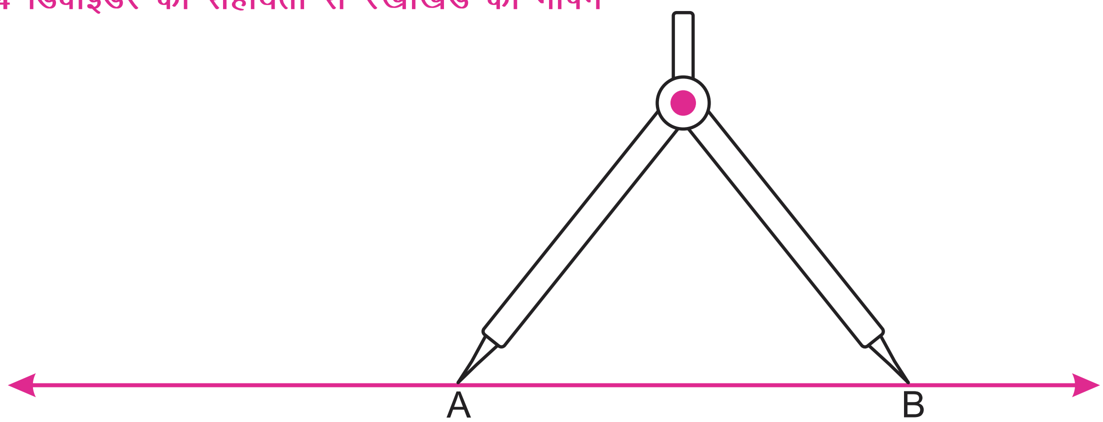
4.6 सेमी अर्थात् 4 सेमी व 6 मिमी



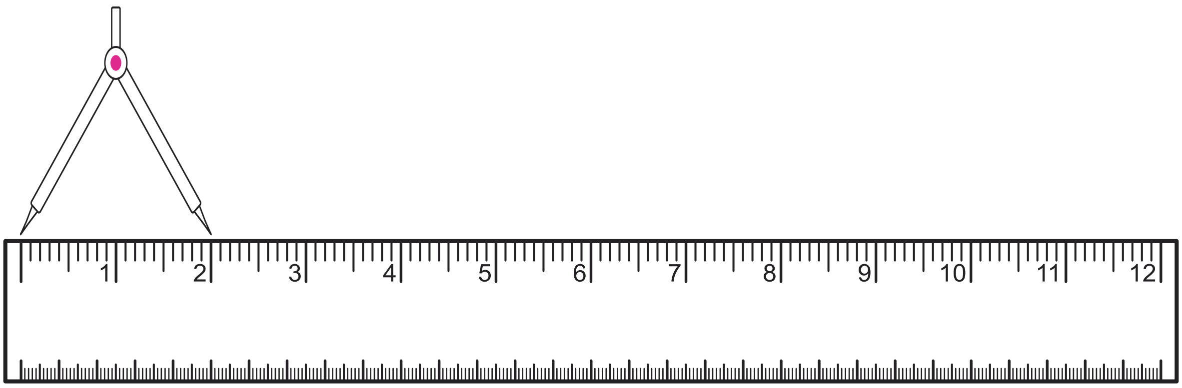
5.2 सेमी अर्थात् 5 सेमी व 2 मिमी

आप अलग–अलग लम्बाई के रेखाखण्ड खींचिए तथा उनको मापिए।

8.4 डिवाइडर की सहायता से रेखाखंड का मापन



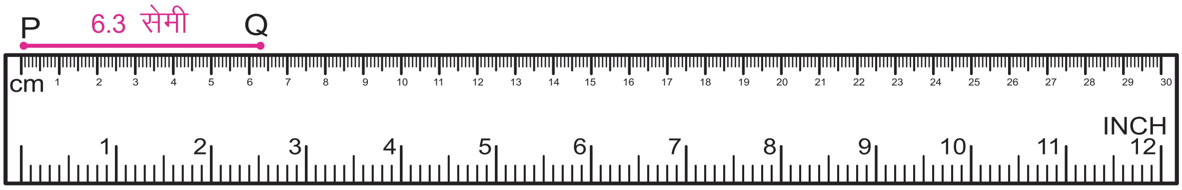
डिवाइडर की सहायता से रेखाखंड को मापने के लिए डिवाइडर को खोल कर चित्रानुसार इसकी एक भुजा की नोक को रेखाखंड के प्रारम्भिक बिन्दु A पर तथा दूसरी भुजा की नोक को रेखा खंड के अंतिम बिन्दु B पर रखें इस प्रकार खुले डिवाइडर को पटरी पर इस प्रकार रखें कि इसकी एक नोक पटरी के शून्य पर रहे और दूसरी नोक पटरी के जिस भाग पर रहेगी वह भाग उस रेखाखंड की लम्बाई दर्शाता है।



करो और सीखो ◆ कंकू कहती है डिवाइडर से रेखाखंड मापना अधिक सटीक है बजाय स्केल के। आप कंकू की बात से सहमत हैं या नहीं अपने उत्तर के पक्ष में तर्क दीजिए। (विद्यालय में उपलब्ध गणित किट का उपयोग कीजिए।)

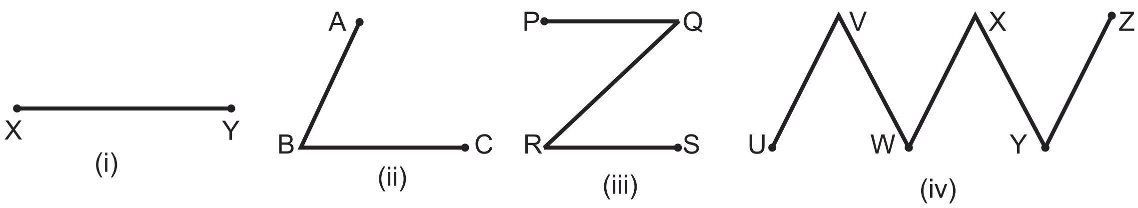
8.5 रेखाखंड की रचना

दिए गए माप का रेखाखंड स्केल की सहायता से बनाते हैं। इसके लिए दिए गए चित्रानुसार स्केल के 0 (शून्य) सेमी वाले भाग का पहला बिन्दु अंकित करते हैं तथा जिस नाप का रेखाखंड खींचना होता है स्केल के उस नाप पर दूसरा बिन्दु अंकित करते हैं। दोनों बिन्दुओं को स्केल के सहारे मिला कर उस नाप का रेखाखंड बना लेते हैं। चित्र में 6.3 सेमी नाप का रेखाखंड PQ बनाया गया है।



प्रश्नावली 8.1

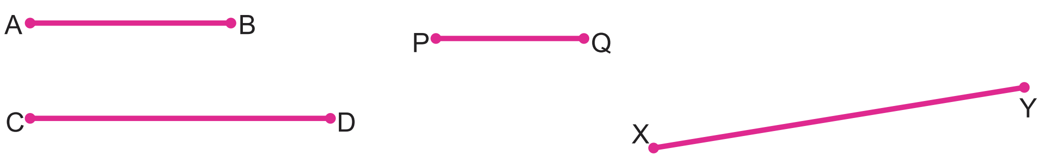
1. दिए गए चित्रों में रेखाखंडों के नाम लिखिए।



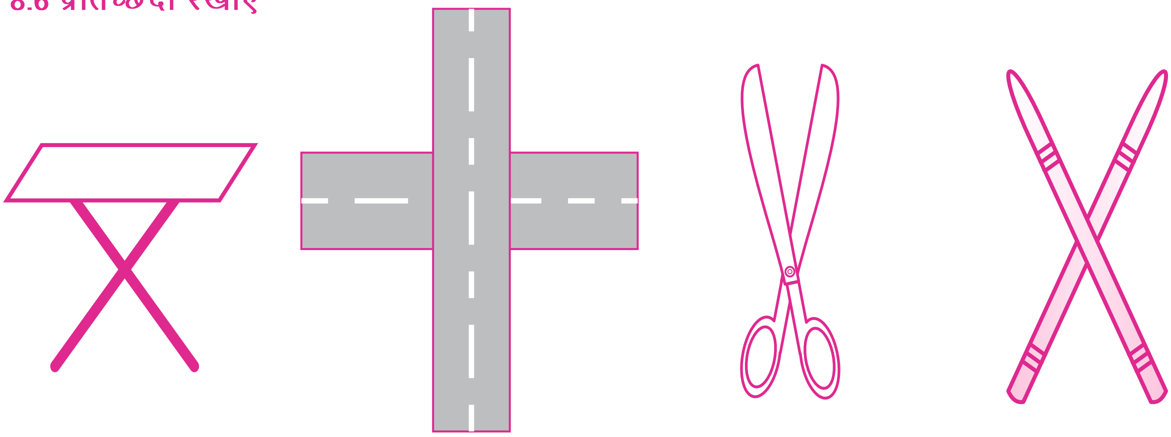
2. स्केल का प्रयोग करके दी गई लम्बाई का रेखाखंड खींचिए।

   (i) 4.0 सेमी (ii) 3.7 सेमी (iii) 7.5 सेमी (iv) 5.1 सेमी

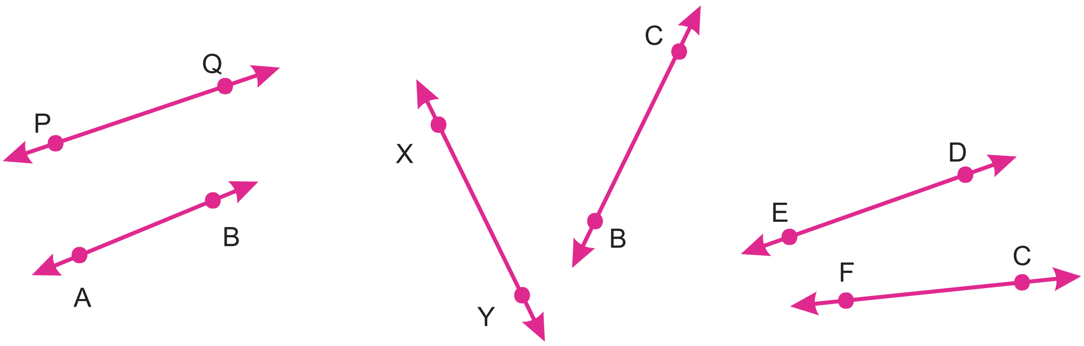
3. अपने पेन के नाप का रेखाखंड खींचिए उसे स्केल से नाप कर सही लम्बाई लिखिए।
4. स्केल की सहायता से 3.2 सेमी का एक रेखाखंड खींचिए एक अन्य रेखाखंड खींचिए जो दिए गए रेखाखंड का दुगना हो।
5. कोई रेखाखंड AB खींचिए बिना मापे हुए AB के बराबर एक रेखा खंड की रचना कीजिए। (संकेत–डिवाइडर की सहायता से)
6. दिए गए रेखाखंडों को डिवाइडर से नाप कर स्केल पर नापिए और नाप लिखिए।



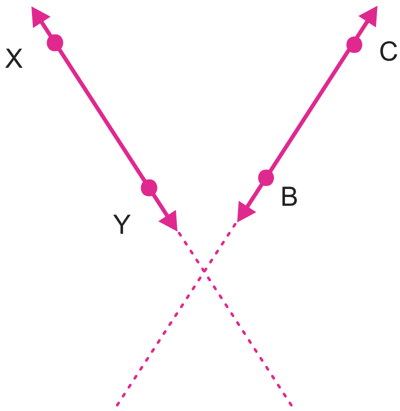
8.6 प्रतिच्छेदी रेखाएँ



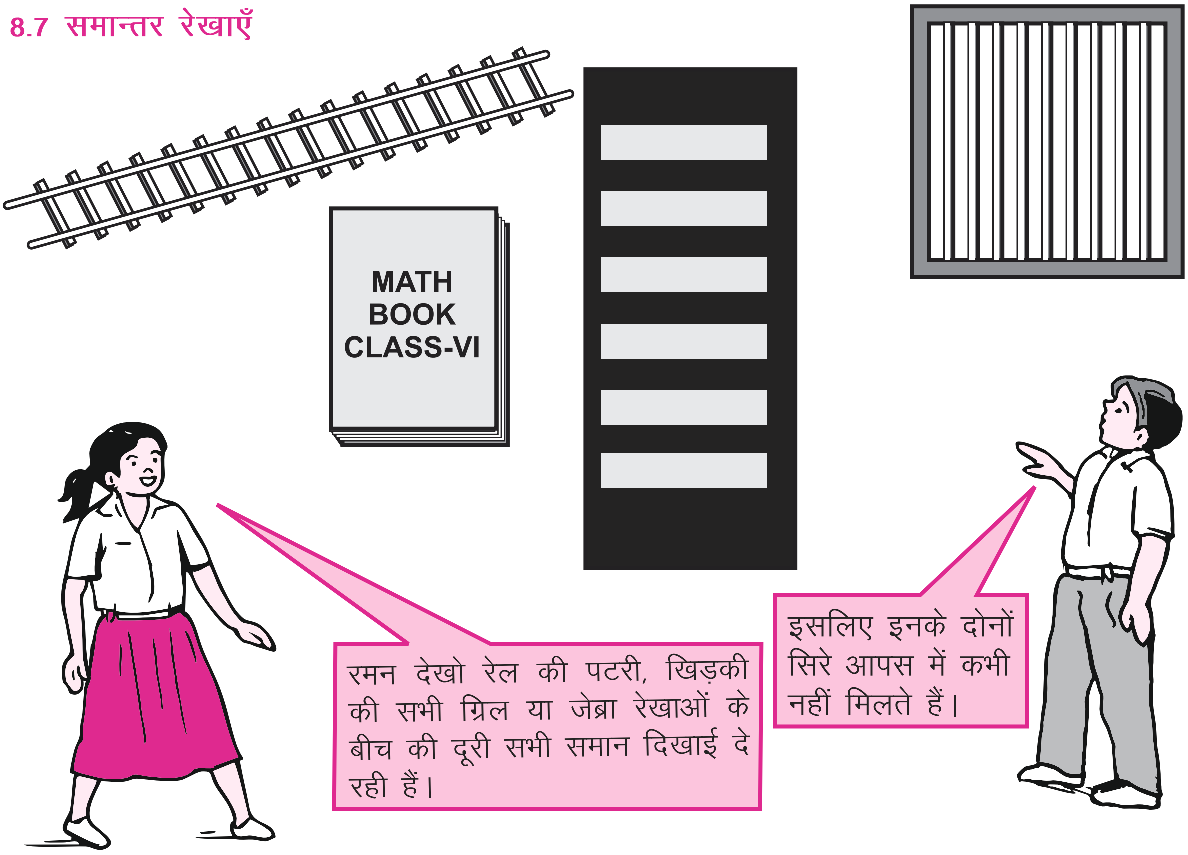
ऊपर दिए गए चित्रों को ध्यान पूर्वक देखिए। हम देखते हैं कि सड़कें और डांडिया को एक रेखा द्वारा प्रदर्शित किए जा सकता है और चित्र में प्रदर्शित रेखाएँ परस्पर एक दूसरे को प्रतिच्छेद कर रही हैं। अतः ऐसी रेखाएँ जो किसी एक बिन्दु पर एक दूसरे को काटती हैं अर्थात प्रतिच्छेद करती हैं वे रेखाएँ **प्रतिच्छेदी रेखाएँ** कहलाती हैं। तथा जिस बिंदु पर काटती हैं वह बिन्दु **प्रतिच्छेद बिन्दु** कहलाता है।



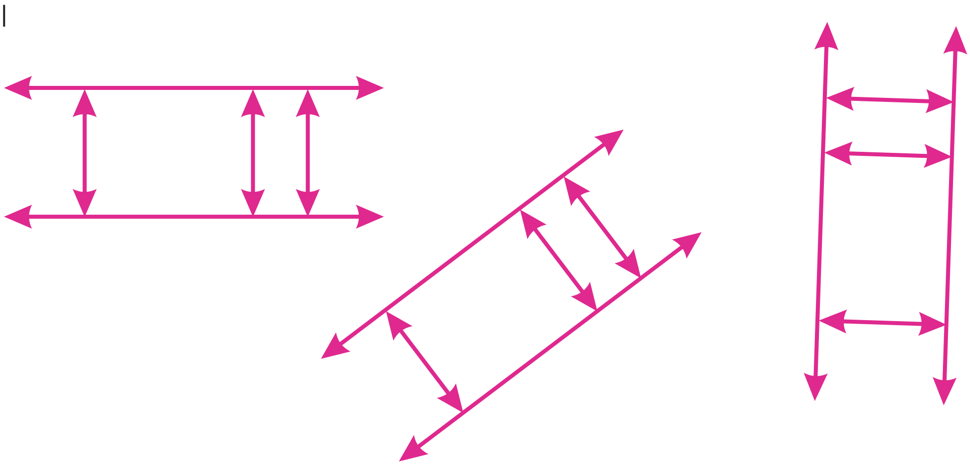
दिए गए चित्रों में क्या रेखाओं के युग्म प्रतिच्छेदी हैं? यद्यपि ये रेखा युग्म प्रतिच्छेद करते हुए नहीं दिखाई दे रहे परन्तु चूंकि रेखाओं को आगे बढ़ाया जा सकता है तो आगे बढ़ाने पर ये रेखाएँ प्रतिच्छेद करेंगी।



8.7 समान्तर रेखाएँ



अतः वे रेखाएँ जिनके बीच की लम्बवत दूरी सदैव समान रहती है वे रेखाएँ समान्तर रेखाएँ कहलाती हैं।



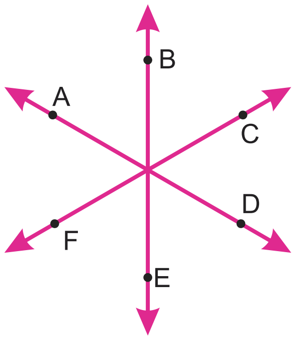
करो और सीखो

अपने दैनिक जीवन में ऐसे और भी उदाहरण ढूँढिए, जहाँ समान्तर रेखाएँ नजर आती हैं तथा उन्हें लिखिए।

8.8 संगामी रेखाएँ

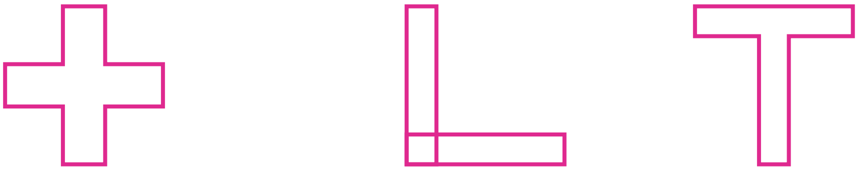
दो या दो से अधिक रेखाएँ जब एक ही बिन्दु से गुजरती हैं तो वे संगामी होती हैं। प्रत्येक प्रतिच्छेदी रेखा संगामी होती है।

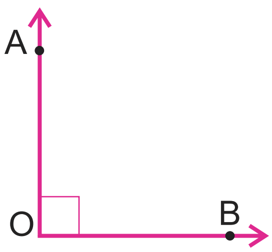
AD, BE व CF संगामी रेखाएँ हैं।



8.9 लम्बवत् रेखाएँ

नीचे दिए गए चित्रों को ध्यान से देखिए –



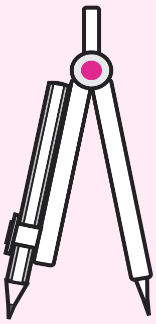


चित्र में बनी रेखाओं का अवलोकन कीजिए। क्या कोई समकोण बन रहा है? क्या वे प्रतिच्छेदी हैं?

जब दो रेखाएँ एक दूसरे से समकोण पर मिलती है तो हम कहेंगे दोनों रेखाएँ लम्बवत रेखाएँ हैं। जैसे दिए गए चित्र में OA तथा OB परस्पर लम्बवत हैं तथा इसे $OA \perp OB$ से प्रदर्शित करते हैं।

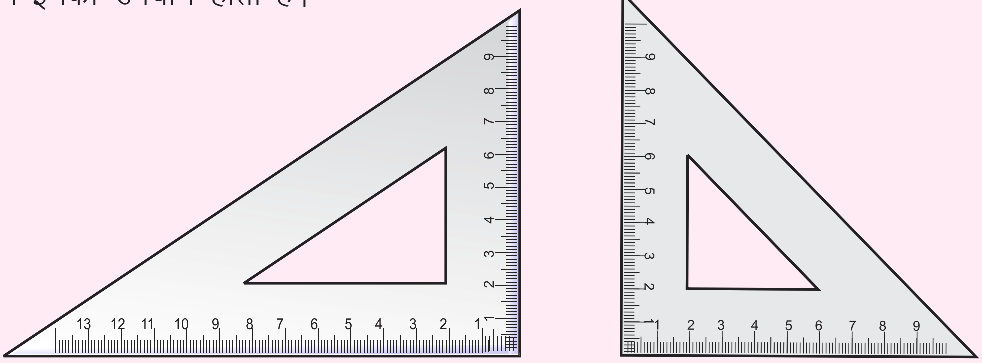
करो और सीखो

1. यदि रेखा $L \perp M$ तो क्या $M \perp L$ होगा?
2. किसी रेखा के लम्बवत कितनी रेखाएँ हो सकती हैं?
3. अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षर L,N,X,Y,T पर गौर कीजिए व बताइए इनमें से कौन–कौनसे लम्बवत रेखाओं के उदाहरण हो सकते हैं?



परकार : परकार में दो सिरे होते हैं। एक सिरा नुकीला और दूसरे सिरे में पेंसिल लगाने का स्थान होता है। इसका उपयोग वृत्त खींचने एवं चाप काटने में होता है। बराबर लम्बाइयाँ अंकित करने में भी इसका उपयोग होता है।

सैटस्क्वेयर: दो त्रिभुजाकार आकृति के उपकरण हैं एक में शीर्षों पर कोण 45°, 45° तथा 90° है और दूसरे में यह कोण 30°, 60°, 90° होते हैं। लम्ब रेखाओं और समान्तर रेखाओं को बनाने में इनका उपयोग होता है।

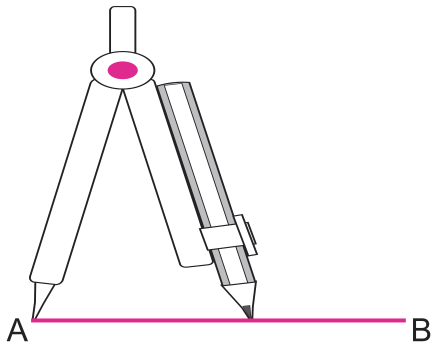


8.10 रेखाखंड का लम्बसमद्विभाजन

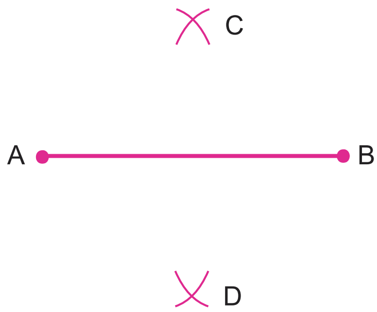
AB एक रेखाखंड है परकार एवं पटरी की सहायता से AB रेखा का समद्विभाजन (दो बराबर भागों में बाँटना) करने के लिए निम्नानुसार क्रिया करेंगे।

चरण 1 रेखाखंड AB बनाइए

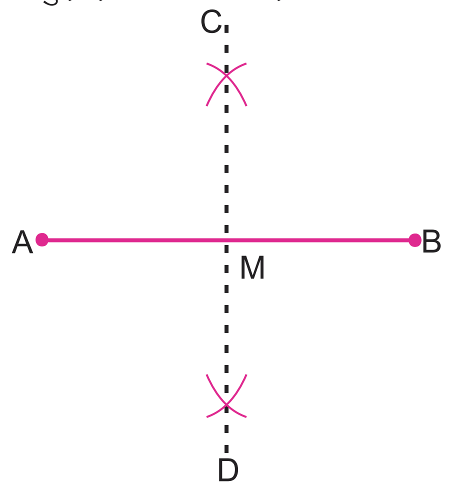
चरण 2 AB के A बिन्दु पर परकार का नुकीला सिरा रख कर रेखाखंड के आधे से अधिक परकार को खोल कर चित्रानुसार दोनों तरफ चाप काटिए।



चरण 3 अब परकार को उतना ही खुला रखकर B सिरे पर नुकीला सिरा रख कर पुनः दोनों तरफ चाप काटें जो कि पूर्व में काटे गए चाप को काटेंगे। कटान बिन्दु को C व D से अंकित कीजिए।



चरण 4 बिन्दु C और D को मिलाते हुए एक रेखा खींचिए जो AB को M बिन्दु पर काटें।

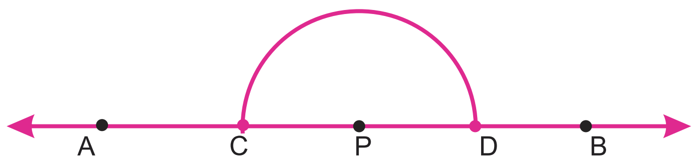


इस प्रकार CD, AB का लम्बसमद्विभाजक है M, AB का मध्य बिन्दु है।

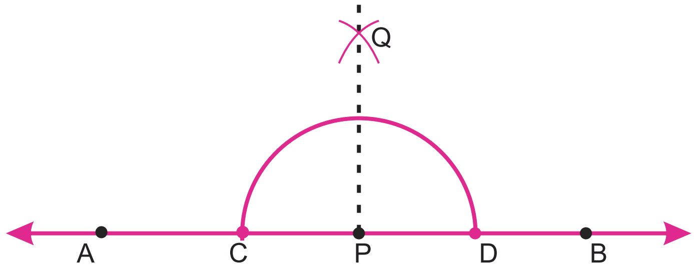
8.10.1 रेखा पर दिए गए बिन्दु पर लम्ब खींचना

चरण 1 रेखा AB पर बिन्दु P दिया है।

चरण 2 P को केन्द्र मान कर सुविधाजनक त्रिज्या ले कर एक चाप बनाएँ जो रेखा AB को C व D पर प्रतिच्छेद करेंगे।



चरण 3 परकार की नोक C पर रख कर ऊपर की ओर एक चाप काटेंगे। फिर उसी त्रिज्या के माप का चाप D पर नोक रखकर पूर्व चाप को काटने पर बिन्दु Q प्राप्त होगा। Q व P को मिलाएँगे।

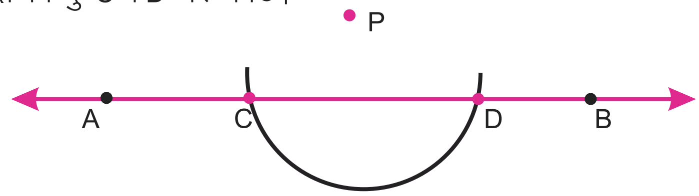


चरण 4 इस प्रकार QP, AB पर लम्ब है।

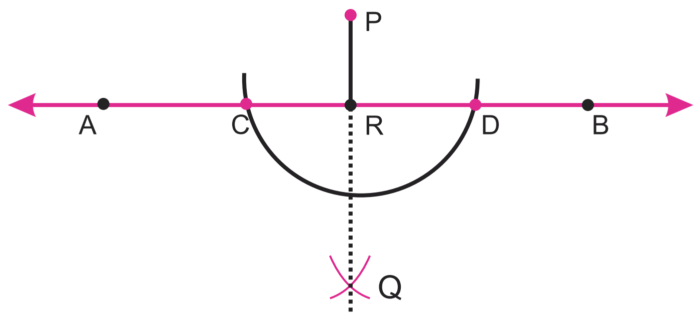
8.10.2 दिए गए बिन्दु से रेखा पर लम्ब डालना

चरण 1 रेखा AB के बाहर एक बिन्दु P स्थित है।

चरण 2 बिन्दु P से परकार की सहायता से सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक चाप लगाएँ जो रेखा AB को दो बिन्दु C व D पर काटे।

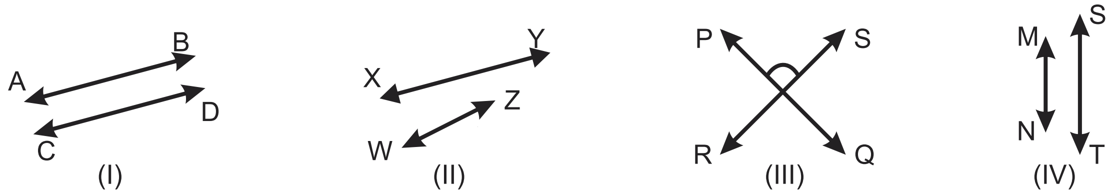


चरण 3 परकार की नोक C पर रखकर नीचे की ओर एक चाप काटेंगे। फिर उसी त्रिज्या के चाप वाले परकार की नोक D पर रख कर पूर्व चाप को काटेंगे। इससे बिन्दु Q प्राप्त होगा P को Q से मिलाने पर PR बिन्दु P से रेखा AB पर लम्ब होगा।



प्रश्नावली 8.2

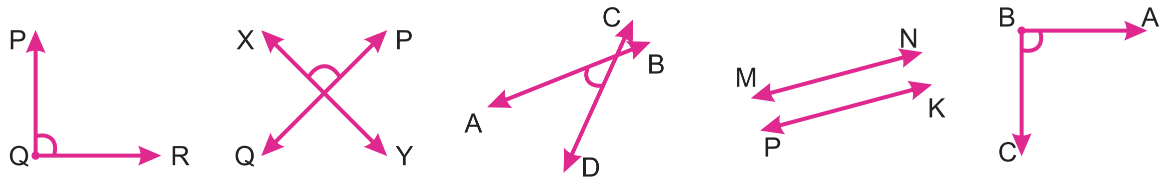
1. निम्न चित्रों में समान्तर व प्रतिच्छेदी रेखाओं के नाम लिखिए।



2. यदि 5 असमान लम्बाई की रेखाएँ एक बिन्दु से हो कर गुजरें तो बनने वाली आकृति में रेखाएँ कौनसी रेखाएँ कहलाती हैं ?

3. निम्नलिखित माप के रेखाखंडों के लम्ब समद्विभाजन कीजिए और प्रत्येक भाग को नाप कर लिखिए।
   (i) 8 सेमी (ii) 7.6 सेमी (iii) 5.8 सेमी (iv) 6.4 सेम

4. निम्न चित्रों में लम्बवत रेखाओं को पहचान कर उनके नाम लिखिए।



(I) (II) (III) (IV) (V)

5. एक रेखा खंड $\overline{MN}$ खींचिए उस पर कोई बिन्दु L अंकित कीजिए। L से हो कर रेखा MN पर एक लम्ब रूलर व परकार की सहायता से खींचिए।

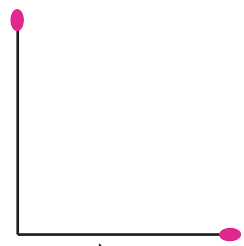
6. एक रेखाखंड AB खींचिए कोई बिन्दु R लीजिए जो AB पर ना हो, बिन्दु R से AB पर एक लम्ब खींचिए।

8.11 कोण

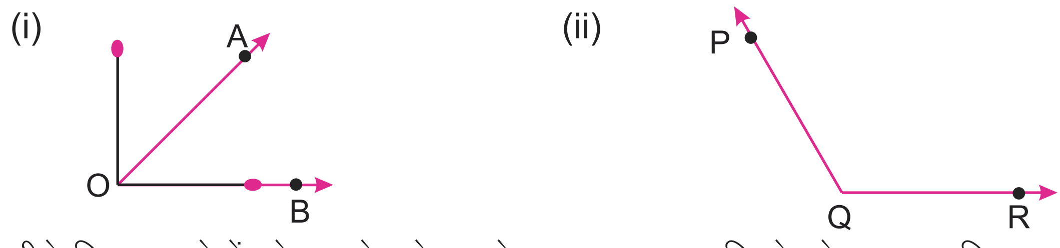
आपने कक्षा 5 में कोणों के बारे में पढ़ा है जैसे न्यून कोण, समकोण और अधिक कोण।

क्रियाकलाप : 1

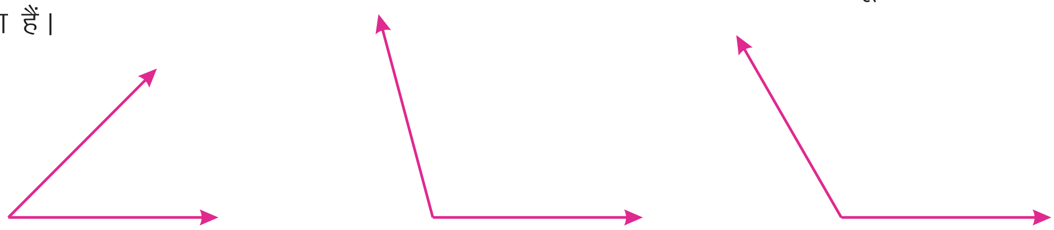
दो माचिस की तीलियाँ लीजिए इन्हें एक दूसरे के छोर पर मिला कर L आकृति बनाइए। यह समकोण के बराबर होगा। इसे हम टेस्टर की तरह काम में लेंगे। चित्र 5.7 में दर्शाए अनुसार टेस्टर को कोण ∠AOB की भुजा AB पर रखते हैं। चूंकि कोण ∠AOB समकोण से छोटा है अतः न्यून कोण होगा। पुनः टेस्टर को कोण ∠PQR की भुजा QR पर इस प्रकार रखें कि टेस्टर का कोना Q पर ठीक से आए। चूंकि ∠PQR समकोण से बड़ा है अतः यह अधिक कोण होगा।



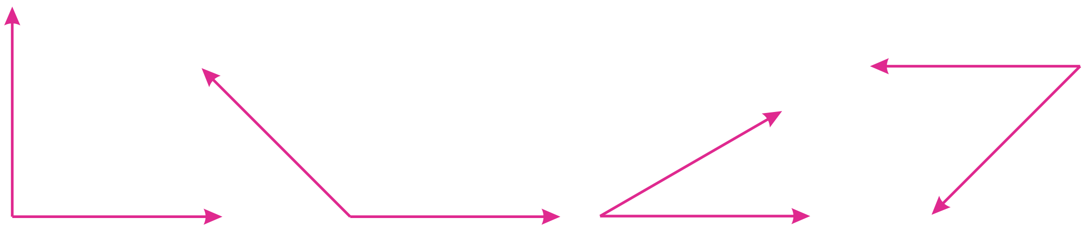
टेस्टर



नीचे दिए गए कोणों को समकोण टेस्टर से माप कर बताइए कि ये कोण न्यून, अधिक या समकोण हैं।



(i) (ii) (iii)



(iv) (v) (vi) (vii)

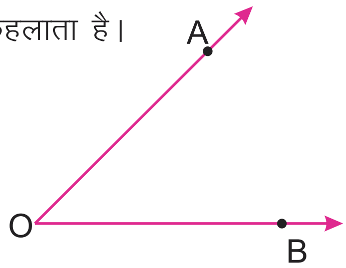
कक्षा के छात्र इन कोणों को देखते हैं और चर्चा करते हैं।

आयुषः प्रत्येक कोण की कितनी किरणें हैं?

रमेशः सभी कोणों की दो–दो किरणें हैं।

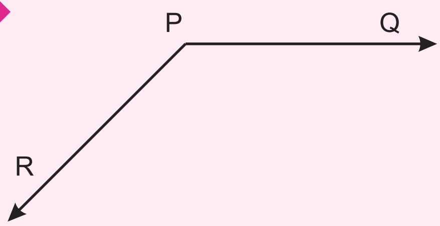
आयुषः परन्तु इसका प्रारम्भिक बिन्दु तो एक ही है।

अध्यापिकाः हाँ बच्चों, यदि एक ही प्रारम्भिक बिन्दु से दो किरणें निकलती हैं तो कोण की आकृति बनती है तथा वह बिन्दु **कोण का शीर्ष** कहलाता है।



चित्र में भुजाएँ OA व OB है तथा शीर्ष 'O' है।

करो और सीखो



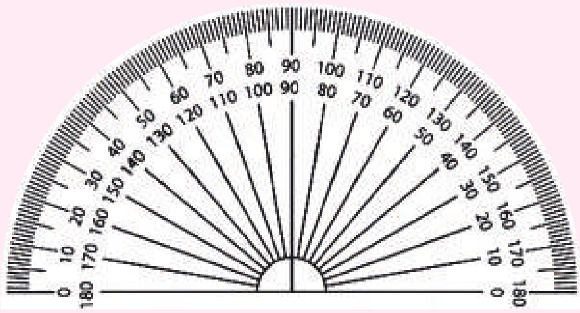
चित्र में

भुजाएँ ....

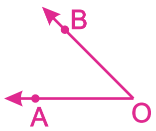
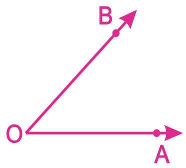
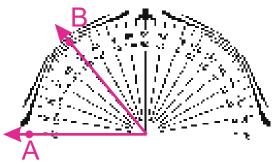
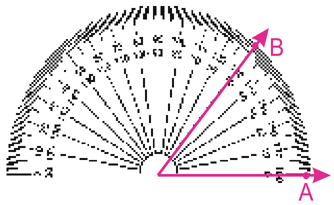
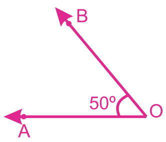
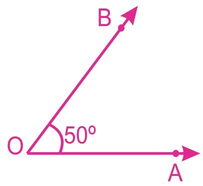
शीर्ष ....

चाँदे का परिचय

कोणों की सही तुलना एवं मापन के लिए एक उपकरण की आवश्यकता होती है जिसे चाँदा (D) कहते हैं। अपने ज्यामिति बॉक्स में आप इसे देख सकते हैं। चित्र में दिए गए चाँदे को ध्यान से देखिए इसमें आपको दो मापन मिलेंगे। भीतरी मापक एवं बाहरी मापक।



समकोण को दर्शाने वाली रेखा पर 90° अंकित है। इसके दोनों ओर दो प्रकार के कोण होते हैं घड़ी की दिशा में तथा विपरीत दिशा में बनने वाले कोण। दोनों दिशाओं में 0 से 180° तक अंकित होता है प्रत्येक भाग को एक डिग्री कहते हैं। अब हम चाँदे के प्रयोग से कोण को मापना सीखेंगे।

घड़ी की दिशा में कोण	चरण	घड़ी की विपरित दिशा में कोण
	1. कोण को पहचानिए न्यून कोण है अथवा अधिक कोण है। 2. चाँदे का केन्द्र बिंदु कोण के शीर्ष पर रखिए।	
	3. शीर्ष को केन्द्र बिंदु से हटाए बिना चाँदे को व्यवस्थित कीजिए, जिससे कि उसकी एक भुजा आधार रेखा के साथ हो।	
	4. मापन रेखा को देखिए जहाँ आधार रेखा 0° दर्शाती है। 5. इस कोण को पढ़िए इसका दूसरा सिरा मापन रेखा को पार करके AOB=50° बनाता है।	

8.11.1 कोणों का माप के आधार पर वर्गीकरण

प्रयास कीजिए।

आपने क्रियाकलाप 1 में कोणों को समकोण टेस्टर की सहायता से मापा तथा उन्हें न्यून कोण, अधिक कोण व समकोण में बाँटा पुनः उन्हें चाँदे की सहायता से माप कर सारणी में लिखिए।

न्यून कोणों के माप					
अधिक कोणों के माप					
समकोण का माप					

इस गतिविधि के आधार पर हमने पाया कि सभी न्यून कोण 90° से कम माप के एवं अधिक कोण 90° से अधिक व 180° से कम माप के हैं।

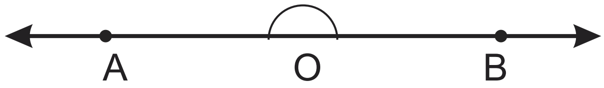
आयुष – अर्थात् 0° से 90° के मध्य के कोण **न्यून कोण** कहलाते हैं।

मनन – और 90° का कोण **समकोण** कहलाता है।

अध्यापिका – हाँ, तथा 90° से 180° के मध्य के कोण **अधिक कोण** कहलाते हैं।

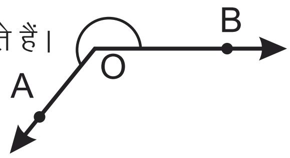
आयुष – 180° का कोण क्या कहलाता है?

अध्यापिका – 180° के कोण को **सरल कोण** कहते हैं



आयुष – यह तो सरल कोण से भी बड़ा है।

अध्यापिका– 180° से बड़े कोण को **वृहत या प्रतिवर्ती कोण** कहते हैं।



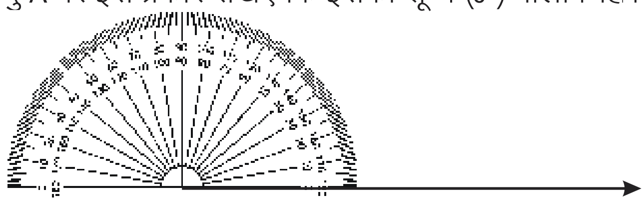
8.11.2 कोणों की रचना

(i) चाँदे की सहायता से दिए गए माप का कोण बनाना।

70° के कोण को बनाने के लिए

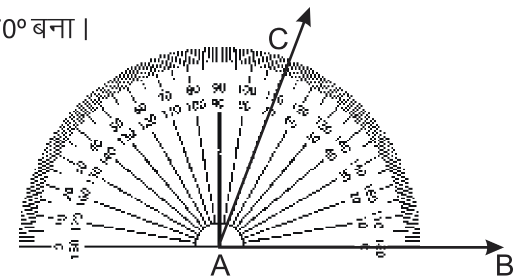
चरण 1 सबसे पहले एक किरण AB खींचिए।

चरण 2 चाँदे को आधार रेखा के मध्य बिंदु A पर इस प्रकार रखिए कि इसका शून्य (0°) वाला चिह्न किरण AB के अनुदिश रहे।



चरण 3. बिदु B के पास के शुन्य से प्रारंभ करते हुए 70° के चिहन के सामने बिंदु C अंकित कीजिए।

चरण 4. बिंदु A को C से मिलाइएँ। इस प्रकार ∠CAB = 70° बना।



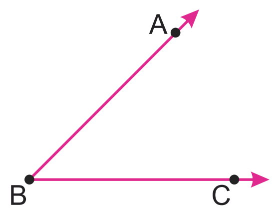
करो और सीखो

अब आप भी नीचे दिए गए माप के कोण बनाकर देखिए।

(i) ∠ABC = 110°

(i) ∠PQR = 40°

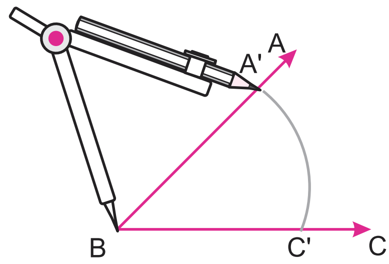
(ii) परकार की सहायता से दिए गए कोण के बराबर कोण बनाना



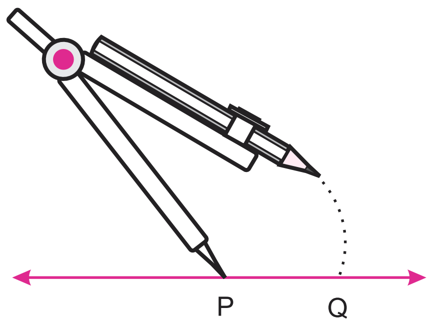
कोण ∠ ABC दिया है जिसका माप ज्ञात नहीं है।

चरण 1 एक रेखा ℓ खींचिए उस पर एक बिंदु P अंकित करें।

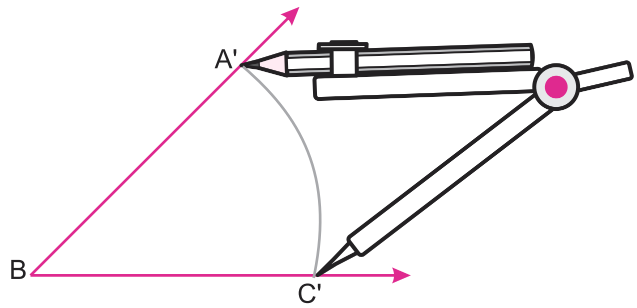
चरण 2 परकार के नुकीले सिरे को कोण ∠ ABC के शीर्ष B पर रखकर एक चाप खींचिए जो ∠ ABC की भुजाओं को जिन बिंदुओं पर काटता है उसे बिंदु A' व C' नाम दीजिए।



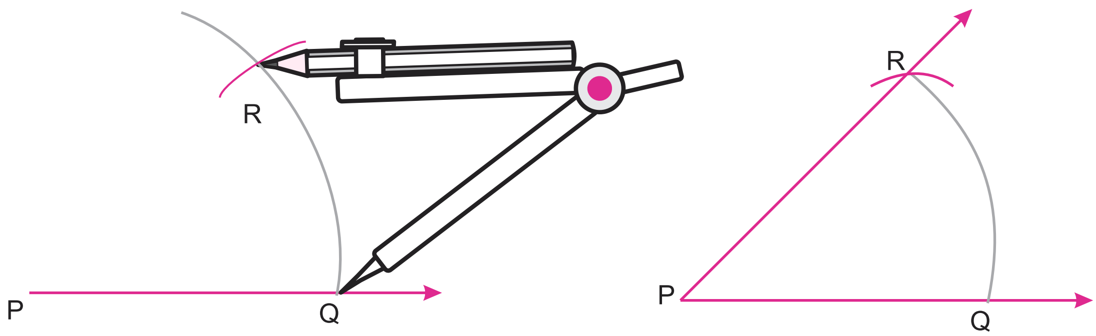
चरण 3 परकार के इस फैलाव के साथ उसके नुकीले सिरे को P पर रखकर एक चाप बनाइए जो रेखा को बिंदु Q पर काटता है।



चरण 4 परकार को कोण ∠ABC, में A'C' के बराबर लम्बाई में खोले।



चरण 5 Q को केन्द्र मानकर परकार के नुकीले सिरे को बिंदु Q पर रखकर एक चाप लगाएँ जो पूर्व में लगाए चाप को बिंदु R पर काटता है। बिन्दु P तथा R को मिलाने पर अभीष्ट कोण ∠PQR प्राप्त होता है।

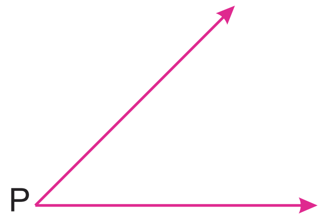


अतः ∠ABC तथा ∠PQR अभीष्ट कोण हैं।

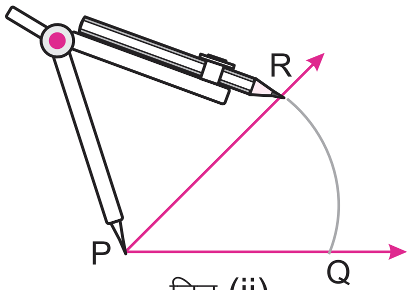
8.11.3 परकार की सहायता से दिए गए कोण का समद्विभाजन

चित्र (i) में ∠P दिया है।

चरण 1 बिंदु P को केन्द्र मानकर परकार की सहायता से एक चाप लगाए जो कोण P की भुजाओं को Q व R पर काटे। चित्र (ii)



चित्र (i)

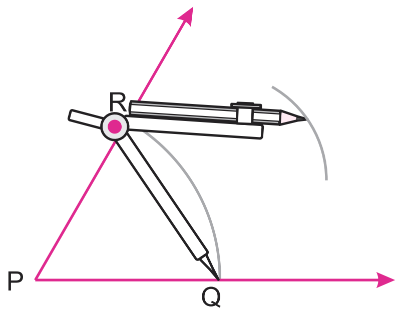


चित्र (ii)

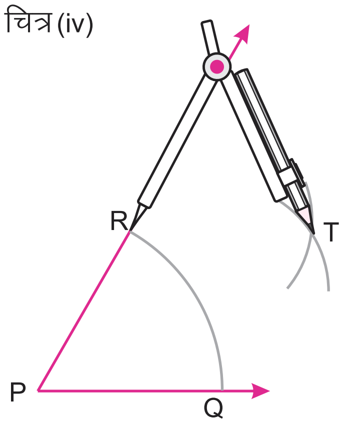
चरण 2 Q को केन्द्र मानकर परकार के उसी फैलाव की त्रिज्या लेकर एक चाप कोण P के फैलाव क्षेत्र (अभ्यन्तर) में लगाएँ। चित्र (iii)

चरण 3 इसी प्रकार R को केन्द्र मानकर परकार के उसी फैलाव की त्रिज्या लेकर एक चाप लगाए जो पूर्व में लगाए चाप को काटे।

दोनों चाप के प्रतिच्छेद बिंदु को T से प्रदर्शित करें। चित्र (iv)

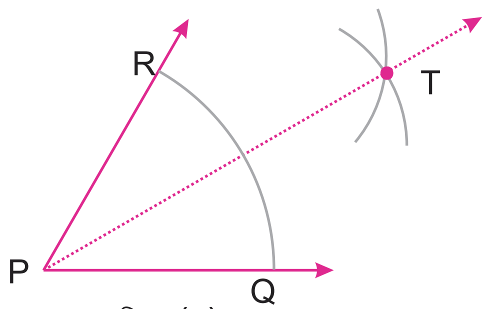


चित्र (iii)



चित्र (iv)

चरण 4 T व P को मिलाने पर कोण P का समद्विभाजक TP प्राप्त होता है। चित्र (v)



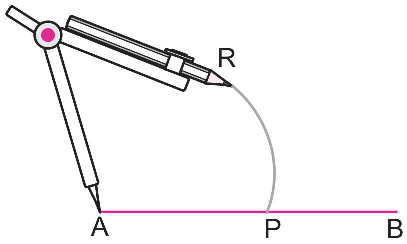
चित्र (v)

8.11.4 परकार की सहायता से कोणों की रचना

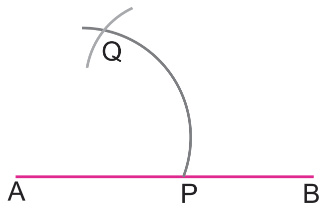
8.11.4 (i) 60°, 120°, व 180° की रचना करना

(A) 60° के कोण की रचना

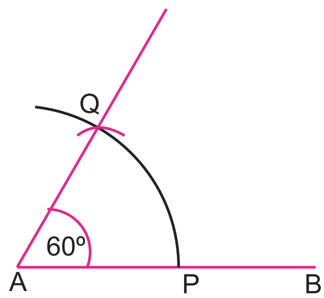
चरण 1 एक रेखाखण्ड AB खींचिए उपयुक्त त्रिज्या का नाप लेकर परकार के नुकीले सिरे को बिंदु A पर रखकर एक चाप खींचिए जो रेखाखण्ड AB को बिंदु P पर काटता है।



चरण 2 बिंदु P पर नुकीले सिरे को रखकर उसी त्रिज्या के माप का चाप पूर्व चाप पर बनाए। दोनों चापों के प्रतिच्छेद बिंदु को Q अंकित करें।

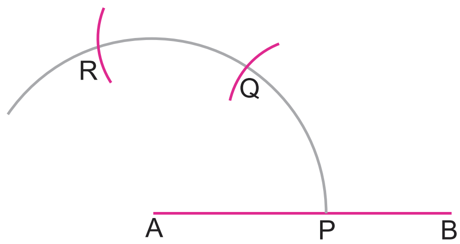


चरण 3 AQ को मिलाने पर $\angle QAB = 60°$ बनता है।

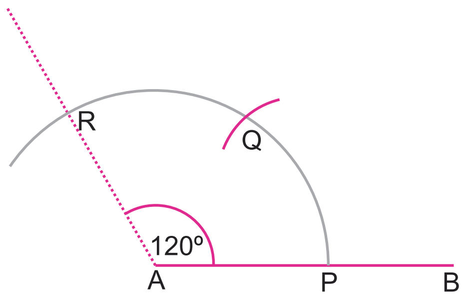


(B) 120° के कोण की रचना

चरण 1 ऊपर के चित्र पर आगे की क्रिया करते हुए उसी त्रिज्या का चाप लेकर परकार के नुकीले सिरे को Q पर रखकर एक ओर चाप काटे जो पूर्व में लगाए चाप को बिंदु R पर काटता है।



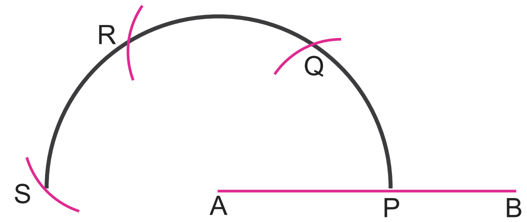
चरण 2 AR को मिलाने पर $\angle RAB = 120°$ प्राप्त होता है।



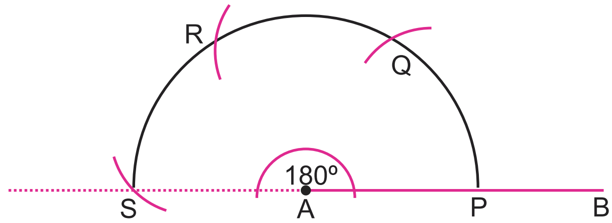
(C) 180° के कोण की रचना

ऊपर के चित्र में ओर आगे की क्रिया करते हुए

चरण 1 उसी त्रिज्या के माप का चाप लेकर परकार के नुकीले सिरे को बिंदु R पर रखकर एक चाप और काटे जो पूर्व में बनाए चाप को S पर काटता है।



चरण 2 SA को मिलाने पर ∠SAB =180° प्राप्त होता है

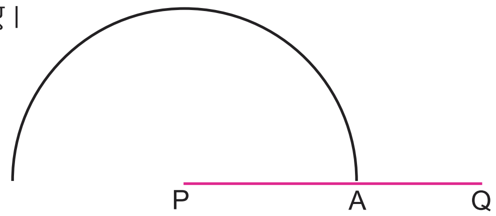


8.11.4 (ii) 30°, 45°, 90°, के कोण की रचना

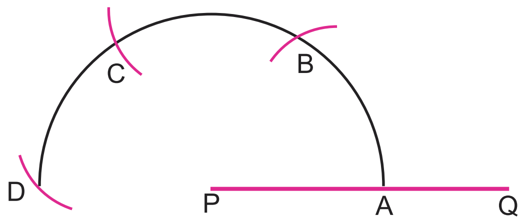
ऊपर 60°, 120°, 180°, के कोणों की रचना के आधार पर आप 60° के समद्विभाजन से 30°, 60° और 120° के बीच के कोण का समद्विभाजन से 90°, तथा 30° और 60° के बीच कोण का समद्विभाजन करने से 45° के कोण की रचना की जा सकती है।

(A) 30° के कोण की रचना

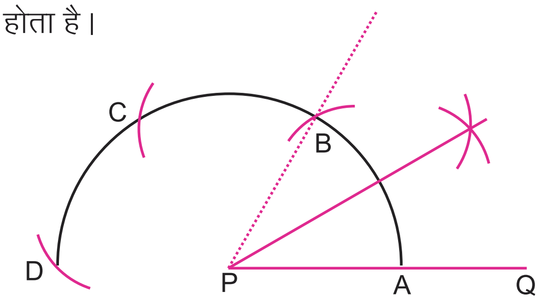
चरण 1 रेखाखण्ड PQ खींचिए उपयुक्त त्रिज्या का चाप लेकर परकार के नुकीले सिरे को P पर रखकर एक चाप खींचिए।



चरण 2 उसी त्रिज्या का चाप लेकर परकार के नुकीले सिरे को बिंदु A, B और C पर रखकर चाप काटिए जो पूर्व में बनाए चाप को बिंदु B, C, D पर काटता हो।



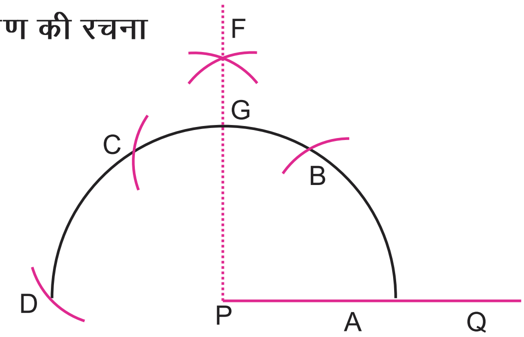
चरण 3 PB को मिलाने पर $\angle BPA = 60^\circ$ प्राप्त होता है इसका समद्विभाजन करने पर 30° का कोण प्राप्त होता है।



180° का अर्द्धक करने पर भी 90° प्राप्त कर सकते है।

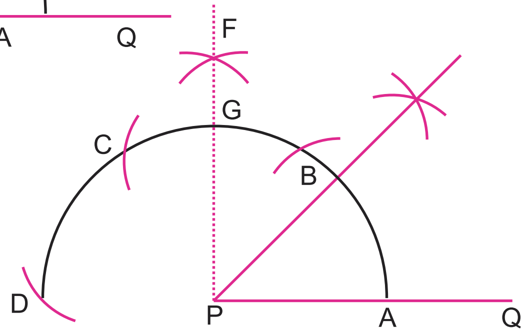
इसी प्रकार कोण $\angle BPC$ का समद्विभाजन करने पर 90° का कोण प्राप्त होता है कोण $\angle FPQ = 90^\circ$।

(B) 90° के कोण की रचना



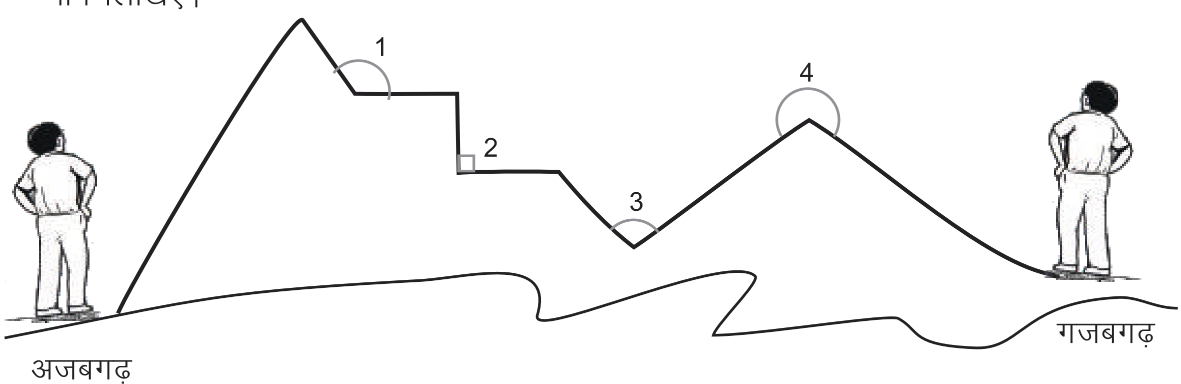
(c) 45° के कोण की रचना

90° के कोण के समद्विभाजन द्वारा 45° के कोण की रचना करते है।



प्रश्नावली 8.3

1. गाँव अजबगढ़ से गजबगढ़ के बीच का रास्ता निम्न रूप से बना है। बनने वाले कोण $\angle 1,2,3,4$ का नाम लिखिए।



2. अपनी स्वेच्छा से निम्न प्रकार के कोण अपनी कॉपी में बनाइए और उन्हें चाँदे से नापकर लिखिए।

(i) अधिक कोण (ii) सरल कोण

(iii) न्यून कोण (iv) समकोण

3. चाँदे की सहायता से निम्नलिखित नाप के कोण बनाइए।

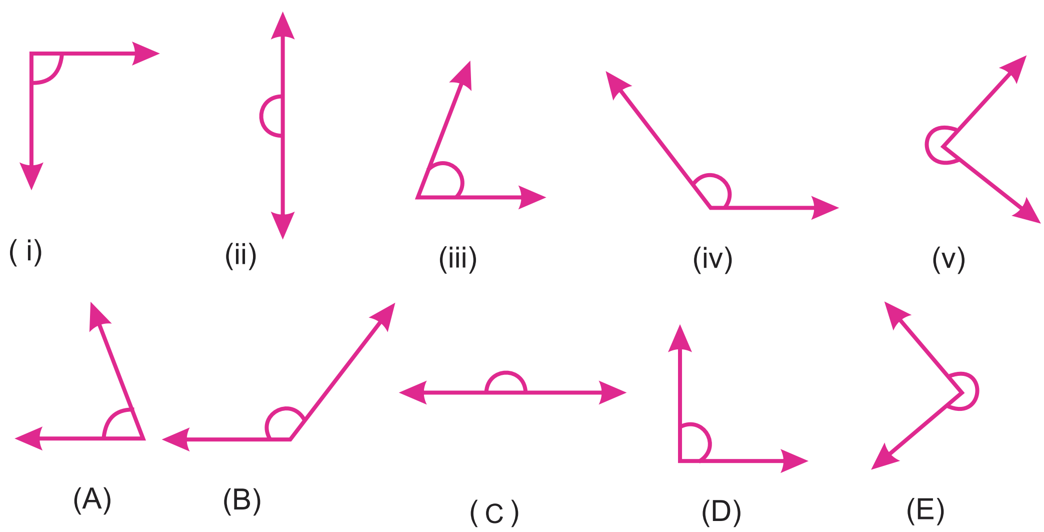
(i) 45^0 (ii) 90^0 (iii) 72^0 (iv) 105^0

(v) 134^0 (vi) 180^0 (vii) 20^0 (viii) 21^0

4. परकार व रूलर की सहायता से निम्न कोण बनाइए।

(i) 60^0 (ii) 120^0 (iii) 180^0 (iv) 90^0 (v) 45^0

5. अवलोकन द्वारा बताइए कि निम्न चित्रों में कौन–कौन से जोड़े समान है।



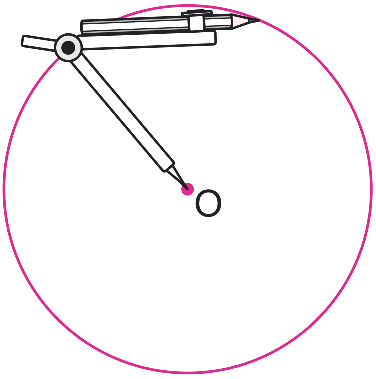
8.12 वृत्त

आपने अपने घर एवं परिवेश में बहुत सी आकृतियाँ देखी होगी जिनमें कुछ आकृतियाँ जैसे चूड़ी, पहिया, टायर, थाली, चकला, तथा परात इत्यादि जैसी आकृतियाँ वृत्ताकार होती है।

अब एक चुड़ी लेकर अपनी कॉपी के पृष्ठ पर रखकर उसके चारों ओर पेंसिल घुमाकर आकृति बनाइए तथा देखिए ये आकृति कैसी है?

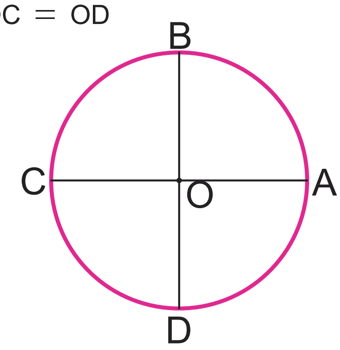
8.12.1 वृत्त की रचना

परकार की उपयुक्त लम्बाई खोलकर उसके नुकीले सिरे को अपनी कॉपी में रखकर पेंसिल वाले सिरे को एक चक्कर घुमाएँ।

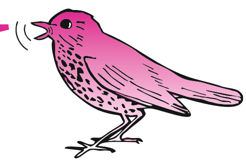


इस प्रकार से बनी आकृति वृत्त होती है। जहाँ नुकीला सिरा रखकर एक चक्कर घुमाया उसे O से प्रदर्शित करें तो घेरे पर स्थित किसी भी बिंदु की O से दूरी सदैव समान रहती है।

OA = OB = OC = OD



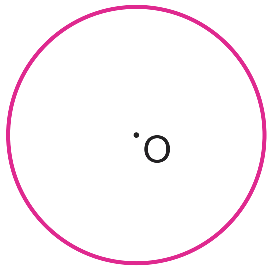
वृत्त वह आकृति है जिस पर स्थित प्रत्येक बिंदु उस तल में लिए गए एक निश्चित बिंदु से सदैव समान दूरी पर होता है।



8.12.2 वृत्त के भाग

वृत्त का केन्द्र, त्रिज्या व व्यास

(i) केन्द्र परकार से बनाए गए वृत्त के चित्र में जिस बिंदु पर परकार के नुकीले सिरे को रखा वह वृत्त का केन्द्र होता है।
चित्र में बिंदु O वृत्त का केन्द्र है।

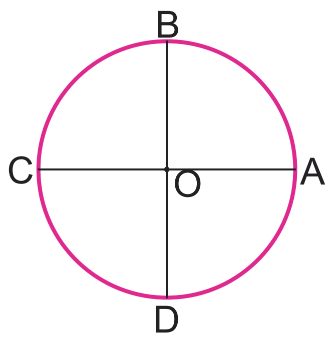


किसी तल में लिया गया वह निश्चित बिंदु जिसके चारों और वृत्त खींचा गया हो, उस **वृत्त का केन्द्र** कहलाता है।

(ii) त्रिज्या परकार से बनाए गए चित्र में परकार की नोक के स्थान पर O तथा पेंसिल की नोक, रखने वाले स्थान पर A लिखिए और OA को मिलाइए। OA वृत्त की त्रिज्या है। वृत्त पर अन्य बिंदु B, C, D लेकर OB, OC, OD को मिलाकर इन्हें मापकर देखिए।

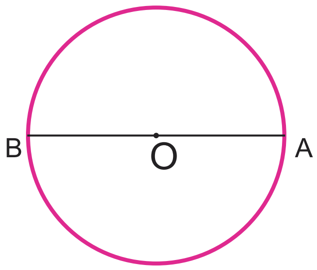
यहाँ OA = OB = OC = OD

इस प्रकार वृत्त के केन्द्र से वृत्त के किसी भी बिंदु को मिलाने पर प्राप्त दूरी सदैव समान रहती है।



वृत्त के केंद्र को वृत्त पर स्थित किसी भी बिंदु से मिलाने वाले रेखाखंड की लम्बाई को **वृत्त की त्रिज्या** कहते हैं।

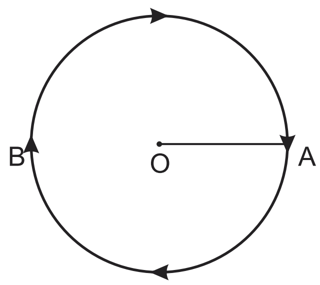
(iii) व्यास त्रिज्या OA को O से B तक बढ़ाने पर व्यास AB प्राप्त होता है। व्यास त्रिज्या का दुगुना होता है



वह रेखाखण्ड जो वृत्त के केन्द्र से होकर गुजरता है तथा उस वृत्त की परिधि को दोनो ओर के दो बिंदुओं पर काटता है। **वृत्त का व्यास** कहलाता है।

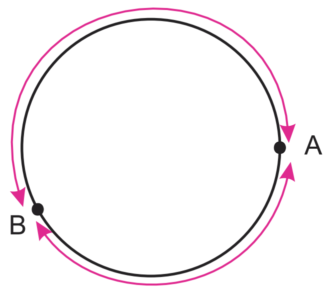
(iv) वृत्त की परिधि

वृत्त बनाने के लिए पेंसिल को A से चारों ओर घुमाते हुए पुनः A पर लाने पर तय की गई दूरी वृत्त की परिधि कहलाती है। इस प्रकार परिधि वृत्त का पूरे एक चक्कर की दूरी होती है।

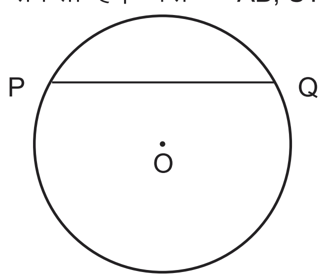


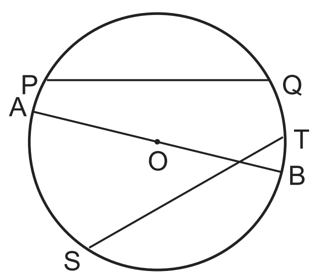
(v) वृत्त चाप

दिए गए वृत्त में परिधि पर स्थित दो बिंदु A व B है। A तथा B वृत्त की परिधि को दो भागों में बाँटते है ये दोनों भाग वृत्त चाप कहलाते हैं।



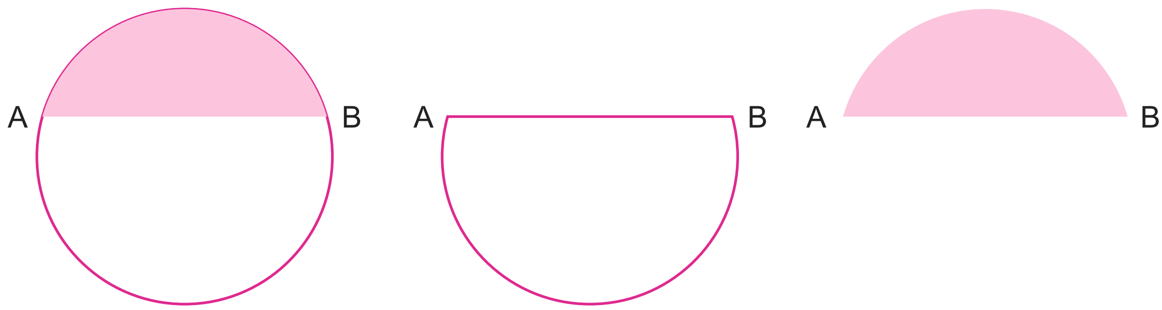
(vi) जीवा वृत्त की परिधि पर दो बिंदु P व Q लेकर इन्हें मिलाइए इनसे बनने वाला रेखाखण्ड PQ वृत्त को दो भागों में विभाजित करता है। इस रेखाखंड PQ को **वृत्त की जीवा** कहते है। किसी वृत्त में अनेक जीवाएँ खींची जा सकती हैं। जैसे – AB, ST आदि।



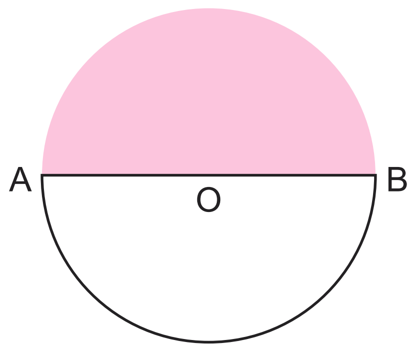


किसी वृत्त का व्यास, उस वृत्त की सबसे लम्बी जीवा होती है।

(vii) वृत्तखण्ड

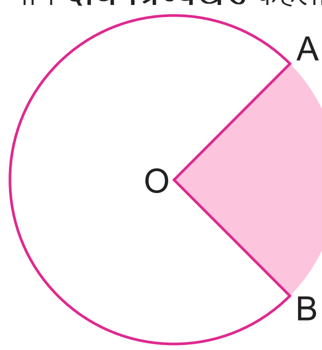


दिए गए वृत्त में AB एक जीवा है जो वृत्त को दो भागों में बाँटती है। इन दो भागों को अलग–अलग दिखाया गया है जो वृत्त के वृत्तखण्ड कहलाते है। छोटे भाग (छायांकित) को **लघुवृत्तखण्ड** व बड़े भाग को **दीर्घवृत्त खण्ड** कहते हैं। वृत्त का व्यास भी वृत्त को दो खण्डों में बांटता है ये दोनों वृत्तखण्ड बराबर होते है। अतः व्यास द्वारा बना वृत्तखण्ड वृत्त का आधा भाग होता है इनमें से प्रत्येक वृत्तखण्ड को **अर्द्धवृत्त** कहते हैं।



(viii) त्रिज्यखंड

दिये चित्र में OB व OA वृत्त की दो त्रिज्याएँ है। इन त्रिज्याओं से वृत्त के दो खंड बनते है। एक छायांकित व दूसरा अछायांकित है जिन्हें AOB के नाम से दर्शाया गया है। इन्हें वृत्त के त्रिज्यखंड कहते हैं। छायांकित भाग **लघुत्रिज्यखंड** तथा अछायांकित भाग **दीर्घ त्रिज्यखंड** कहलाता है।



प्रश्नावली 8.4

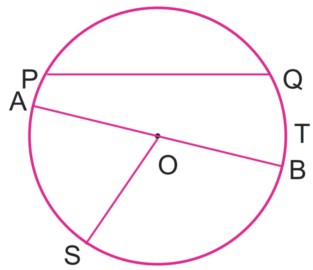
1. वृत्त के चित्र को देखकर निम्न नाम लिखिए।

त्रिज्या = --

व्यास = --

जीवा = --

केन्द्र = --



2. सत्य / असत्य कथन बताइए

(i) वृत्त का प्रत्येक व्यास उसकी एक जीवा भी होती है।

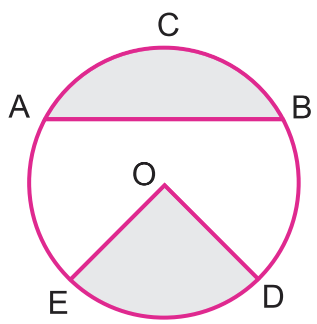
(ii) वृत्त की प्रत्येक जीवा उसका एक व्यास भी होती है।

(iii) वृत्त के दो व्यास अवश्य प्रतिच्छेद करेंगे।

(iv) वृत्त का केन्द्र सदैव उसकी परिधि पर स्थित किसी भी बिन्दु से समान दूरी पर होता है।

(v) प्रत्येक वृत्त का व्यास उसकी त्रिज्या का आधा होता है।

3. चित्र देखकर छायांकित भागों के नाम लिखिए।



छायांकित ACB = ...

छायांकित EOD = ...

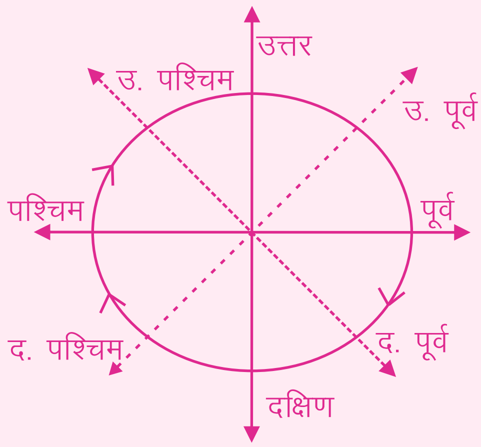
4. कोई वृत्त बनाइए और अंकित कीजिए।

(i) केन्द्र (ii) त्रिज्या (iii) व्यास

(iv) एक चाप (v) एक त्रिज्यखण्ड (vi) एक वृतखण्ड

करो और सीखो

1. चित्र में घड़ी की दिशानुसार चलने पर बताइए।
   (i) पूर्व से दक्षिण पूर्व तक बनने वाले कोण का मान।
   (ii) पूर्व से दक्षिण पश्चिम तक बनने वाले कोण का मान।
   (iii) पूर्व से पश्चिम तक पहुँचने में कितने समकोण बनते है ?
   (iv) दक्षिण के बाद तीन समकोण घूमने पर किस दिशा पर पहुँचते है?



हमने सीखा

1. बिंदु एक स्थिति निर्धारित करता है। उसे सामान्यतः अंग्रेजी के बड़े अक्षर से व्यक्त किया जाता है।
2. दो बिंदुओं को जोड़ने वाला सबसे छोटा रास्ता एक रेखाखंड दर्शाता हैं। बिंदु A और B को मिलाने वाले रेखाखंड को AB से दर्शाते हैं। AB और BA दोनों एक ही रेखाखंड को दर्शाते हैं।
3. जब एक रेखाखंड जैसे AB को दोनों तरफ बिना किसी अंत के विस्तृत किया जाता है तो हमें एक रेखा प्राप्त होती है। इसे AB से व्यक्त किया जाता है। इसे कभी–कभी l जैसे अक्षर से भी व्यक्त किया जाता है।
4. दो विभिन्न रेखाएँ जब एक दूसरे को किसी एक बिंदु पर मिलती या काटती है तो वे प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती है।
5. दो रेखाएँ जब एक दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती अर्थात नहीं काटती है, तो वे समान्तर रेखाएँ कहलाती है।
6. दो या दो से अधिक रेखाएँ जब एक ही बिंदु से गुजरती है तो वे संगामी होती है।
7. उभयनिष्ठ प्रारंभिक बिंदु वाली दो किरणों से एक कोण बनता है। दो किरणें OA और OB कोण AOB बनाती हैं (इसे $\angle BOA$ भी लिख सकते हैं।)
8. वृत्त वह आकृति है जिस पर स्थित प्रत्येक बिंदु उस तल में लिए गए एक निश्चित बिंदु से सदैव समान दूरी पर होता है। निश्चित बिंदु वृत्त का केंद्र कहलाता है, वृत्त के केंद्र को वृत्त पर स्थित किसी भी बिंदु से मिलाने वाले रेखाखंड की लम्बाई को वृत्त की त्रिज्या कहते है।
9. वह रेखाखण्ड जो वृत्त के केन्द्र से होकर गुजरता है तथा उस वृत्त को दोनों ओर के दो बिंदुओं पर काटता है, वृत्त का व्यास कहलाता है।
10. वृत्त के चारों ओर चली गयी दूरी उसकी परिधि कहलाती है।