इण्टरमीडिएट परीक्षा, 2015
गणित—प्रथम प्रश्न-पत्र

समय : 3 घण्टे 15 मिनट] 334 (HL) [पूर्णांक : 50

1. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए—

(क) यदि $A=\{a,b\}, B=\{2,3\}, C=\{3,7\}$ तो $A\times(B\cup C)$ का मान ज्ञात कीजिए— 1

(ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\sin\theta+\sin(90^\circ+\theta)+\sin(180^\circ+\theta)+\sin(270^\circ+\theta)=0$$ 1

(ग) $\frac{5+4i}{4-5i}$ को $A+iB$ के रूप में व्यक्त कीजिए। 1

(घ) ज्ञात कीजिए कि 76, 72, 68, 64, ... का कौन-सा पद शून्य है? 1

(ङ) यदि α, β समीकरण $ax^2+2bx+c=0$ के मूल हैं, तो $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

2. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए—

(क) यदि $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\pi$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x+y+z=xyz.$$ 2

(ख) यदि A तथा B कोई दो घटनाएँ हों तथा $P(A)=\frac{2}{5}, P(B)=\frac{3}{10}$ और $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$ तो $P(A\cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ग) यदि ω इकाई का घनमूल हो तो $\begin{vmatrix} 1 & \omega^6 & \omega^8 \\ \omega^6 & \omega^3 & \omega^7 \\ \omega^8 & \omega^7 & 1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(घ) यदि $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $(AB)'=B'A'$. 2

(ङ) $7+24i$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए। 2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए—

(क) यदि समीकरण $(h^2-a^2)x^2-2hkx+(k^2-b^2)=0$ के मूल वास्तविक तथा समान हों तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}=1$. 2

(ख) यदि $X=\{1,2,3,4,5\}$ तथा $Y=\{1,3,5,7,9\}$ तो $X\cap Y$ तथा $(X-Y)\cup(Y-X)$ के मान ज्ञात कीजिए। 2

(ग) यदि ${}^nP_r=720$ तथा ${}^nC_r=120$ तो r का मान ज्ञात कीजिए। 2

(घ) श्रेणी $\frac{2}{5}+\frac{3}{5^2}+\frac{2}{5^3}+\frac{3}{5^4}+\frac{2}{5^5}+\frac{3}{5^6}+\ldots$ का योग अनन्त तक ज्ञात कीजिए। 2

(ङ) सिद्ध कीजिए कि $\sec\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)\sec\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=2\sec 2\theta$. 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए—

(क) निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए—

$$\operatorname{cosec}\theta=\sqrt{3}\operatorname{cosec}\phi \text{ और } \cot\theta=3\cot\phi.$$ 3

(ख) $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^5$ के प्रसार में x का गुणांक पद ज्ञात कीजिए। 3

(ग) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए— 3

x_i	2	3	4	5	6	7
f_i	3	8	5	10	6	4

(घ) गणितीय आगमन सिद्धान्त से सिद्ध कीजिए कि $7^{2n}+2^{3n-3}.3^{n-1}$ प्रत्येक प्राकृतिक संख्या n के लिए 25 से विभाज्य है। 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए—

(क) क्रैमर के नियम की सहायता से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए—

$x+y+z=6; x-y+z=2; 3x+2y-4z=-5.$ 3

(ख) विरोधोक्ति द्वारा निम्नलिखित कथन को सत्यापित कीजिए—

"$\sqrt{7}$ एक अपरिमेय संख्या है।" 3

(ग) समीकरण $\cos^{-1}\left(\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)-\cos^{-1}\left(\frac{1-b^2}{1+b^2}\right)=2$ में x का मान निकालिए। 3

(घ) पूर्णांक के समुच्चय I पर कोई सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि $xRY \Leftrightarrow x-y, 5$ से विभाजित है जहाँ $x, y\in I$, तो सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

6. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

(क) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए—

$x+y+z=4; 2x-y+2z=5; x-2y-z=-3$ 4

(ख) शब्द 'EXAMINATION' के अक्षरों से केवल चार अक्षर एक साथ लेकर कितने संचय बनाए जा सकते हैं? 4

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए—

(क) यदि $f:R\to R$ तथा $g:R\to R$ दो फलन हैं जो $f(x)=2x$ और $g(x)=x^2+2$ से परिभाषित है, तो

(i) सिद्ध कीजिए कि $fog\neq gof$ 2

(ii) $(fog)(3)$ तथा $(gog)(1)$ ज्ञात कीजिए। 2

(ख) (i) यदि $2\cos\theta=x+\frac{1}{x}$, तो सिद्ध कीजिए कि $2\cos 3\theta=x^3+\frac{1}{x^3}$.

(ii) A के द्वारा एक प्रश्न हल करने की प्रायिकता $\frac{2}{3}$ है तथा B के द्वारा इसे हल करने की प्रायिकता $\frac{3}{5}$ है। इन दोनों में से कम एक के द्वारा प्रश्न हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए—

(क) (i) यदि $x+y=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, x-y=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ हो, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। 2

(ii) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}=(x-y)(y-z)(z-x)$. 2

(ख) निम्नलिखित बंटन के लिए माध्य, प्रसरण तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए— 4

वर्ग-अन्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	4	13	18	9	6