

अनुपात और समानुपात (Ratio And Proportion)

11.1 परीचय

दैनिक जीवन में हम मात्रा की तुलना कई प्रकार से करते हैं। बाजार में हम ताजी सब्जियों की तुलना करते हैं, जो कि महंगी होती है। आइए कुछ और उदाहरण देखें।

सत्या और मधुकर प्रतिदिन विद्यालय जाने से पहले दुध पीते हैं। सत्या एक कप दुध में दो चम्मच शक्कर मिलाता है, जब कि मधुकर उसके कप में केवल एक ही चम्मच शक्कर मिलाता है।



क्या हम बिना दुध पीये बता सकते हैं कि इन दिनों में से किस कप का दुध अधिक मिठा है?

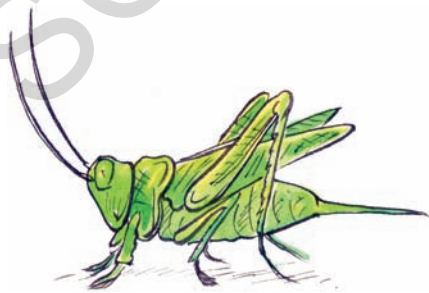
श्री के पास 8 पुस्तकें हैं, जबकी रवि के पास 16 पुस्तकें हैं। रवि पुस्तकों की तुलना श्री की पुस्तकों के अंतर से करता है, जबकी श्री पुस्तकों की तुलना भाजन से करती है।

एक की मात्रा दुसरे के कितनी अधिक है या दुसरे से कितनी कम है, इसकी तुलना घटाकर कर सकते हैं।

एक की मात्रा दुसरे की मात्रा से कितने गुना अधिक या कम है, इसकी तुलना भाजन (भाग) द्वारा कर सकते हैं।



आप कोई तीन ऐसे उदाहरण दीजिए, जहां हम मात्राओं की तुलना बाकी(घटाना) या भाजन (भाग) द्वारा कर सकते हैं। यदि हम एक टिड्डे की लम्बाई की तुलना करना चाहें, तो उसकी लम्बाई



की अंतर उनकी तुलना को नही दर्शाता है, क्योंकि एक टिड्डे की लम्बाई करीब 4 से.मी. से 5 से.मी. होती है, जबकी चिंटी की लम्बाई केवल कुछ मीली मीटर होती है। दोनों की लम्बाई का अंतर केवल 4 से.मी. है। दोनों की तुलना यदि यह ध्यान में रखकर किया जाए की यदि हम यह अनुमान लगाये कि कितनी चिटीयां की लम्बाई एक टिड्डे की लम्बाई के बराबर होती है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि 15 से 20 चिटीयां की लम्बाई एक टिड्डे की लम्बाई के बराबर होती है।

आइए एक और उदाहरण देखें।

एक कार का मूल्य 2,50,000 रु. तथा मोटारसाइकिल का मूल्य 50,000 रु. है। यदि हम दोनों के मूल्यों की तुलना अंतर से देखे, तो वह अंतर 2,00,000 रुपये होगा। यह अंतर सही ढंग से तुलनात्मक नहीं हो सकता। यदि हम भाजन से दोनों के मूल्यों की तुलना करें। $\frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$ जिसका अर्थ हुआ कि 5 मीटर साइकिलों का मूल्य एक कार के मूल्य के बराबर होगा।

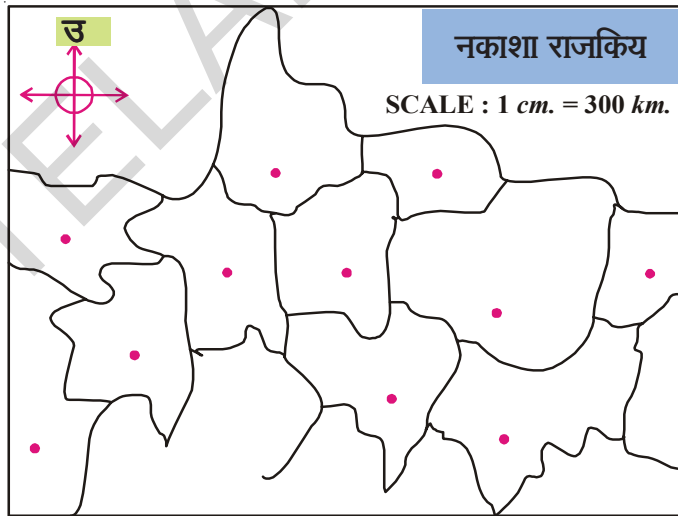
इसलिए कुछ परिस्थितियों में मात्राओं की तुलना भाजन विधि द्वारा करना उचित होता है। इस उदाहरण को देखिए।

लता की आयु 3 वर्ष है, जबकि करीम की आयु 18 वर्ष है हम कहते हैं कि करीम की आयु लता की आयु से 15 वर्ष अधिक है। दूसरी और रहीम की आयु 65 वर्ष और रेशमा की आयु 50 वर्ष है। इन दोनों परिस्थितियों में आयु का अंतर 15 वर्ष है, परंतु लता और करीम की आयु में अंतर एक अलग ढंग से समझाया जा सकता है। हम सीधे तौर पर कह सकते हैं कि करीम की आयु लता की आयु की तीन गुना है।

इस तुलना का उपयोग हम मानचित्र बनाने में करते हैं।

इस मानचित्र को देखिए।

इस मानचित्र में दो स्थानों की दूरी उनकी वास्तविक दूरी से बहुत कम है। मानचित्र का पैमाना दो मानचित्र में दिखाई गई दूरी की तुलना करता है। उदाहरण के लिए यदि किसी बाजार या सड़क के मैमाने में पैमाना 1 से.मी. बराबर 100 मीटर लिया मानचित्र पर यह दूसरी वास्तविक दूरी के दस हजारवां भाग होगा। दूसरे शब्दों में वास्तविक दूरी मानचित्र की दूरी के हजार गुना है।



यदि हम मानचित्र की दूरी और वास्तविक दूरी की तुलना करें, तो हम कहेंगे कि 5 से.मी. की दूरी 500 मीटर दूरी को दर्शाता है। घटाने (बाकी) करने पर हम कह सकते हैं कि वास्तविक दूरी मानचित्र की दूरी से 499 मीटर 95 से.मी. अधिक है। यदि हम पूर्व कथन को देखें, जहां हमने पाया था कि वास्तविक दूरी मानचित्र की दूरी से 10,000 गुना अधिक है, यह कथन विवादास्पद होगा।

पहले उदाहरण में श्री और रवि की पुस्तकों का अनुपात $16/8=2/1=2:1$

हमें इसे 2 अनुपात 1 पढ़ते हैं। यदि हम रवि और श्री की पुस्तकों का अनुपात लें, तो हमारा उत्तर $8/16=1/2=1:2$

इस प्रकार यदि हम दो यात्राओं की गणना करते हैं, तो हमें उनके क्रम को ध्यान में रखना होगा।

इसे करो



निम्न उदाहरणों को ध्यान में रखकर रिक्त स्थानों की पूर्ति किजिए



क्रम संख्या	पहली टोकरी की मात्रा	दुसरी टोकरी की मात्रा	तुलनात्मक कथन	अनुपात	क्रम के बदलने पर क्रम	अनुपात
01	2 सेब	6 सेब	पहली टोकरी के सेबों की संख्या दुसरी टोकरी के सेबों की संख्या के एक तिहाई है।	1:3	दुसरी टोकरी में सेबों की संख्या पहली टोकरी के सेबों की संख्या के 3 गुणा है।	3:1
02	500 ग्राम तांबा	1000 ग्राम लोहा				
03	टि-शर्ट की किमत ₹200	कोट की किमत ₹1000				

11.2 विभिन्न इकाईयों द्वारा मात्राओं की तुलना:

एक पेड़ की ऊंचाई 13 मीटर है और पुस्तक में इसके चित्र की ऊंचाई 26 से.मी. है। क्या हम कह सकते हैं कि चित्र में पुस्तक की ऊंचाई वास्तविक पेड़ की ऊंचाई की दुगुनी है।

नहीं, हम जानते हैं कि पेड़ की वास्तविक ऊंचाई उसके चित्र की ऊंचाई से अधिक होती है। पेड़ की ऊंचाई 13 मीटर अर्थात् 1300 से.मी. है, जबकि चित्र में पेड़ की ऊंचाई केवल 26 से.मी. है। अब दोनों की ऊंचाई का अनुपात $1300/26=50:1$ होगी।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि पेड़ की वास्तविक ऊंचाई चित्र में दिखाई गई ऊंचाई के 50 गुना है। इसलिए जब हम दो मात्राओं की तुलना करते हैं, तो दोनों मात्राओं की इकाईयां समान होनी चाहिए।

दो मात्राओं a और b का अनुपात $a : b$ की तरह लिखा जायेगा और इसे हम a अनुपात b पढ़ेंगे। दो मात्राएं a और b को अनुपात के पद कहते हैं प्रथम मात्रा ' a ' को प्रथम पद को हम पूर्वपद तथा दूसरी मात्रा ' b ' को द्वितीय पद या उत्तर पद कहते हैं।

उदाहरण : 1 रफि के पास 16 लाल रंग की गोटीयां तथा 4 नीले रंग की गोटीयां हैं। लाल गोटीयां और नीले गोटीयां का अनुपात ज्ञात करो।

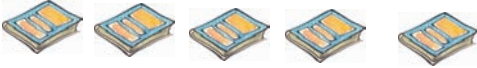
$$\begin{aligned} \text{हल : लाल गोटीयां : नीले गोटीयां} &= 16:4 \\ &= 4:1 \end{aligned}$$

अर्थात् लाल गोटीयां की संख्या नीले गोटीयां की संख्या के चार गुना है।



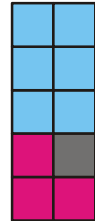
अभ्यास - 11.1

1. निम्न तालिका की पूर्ती किजिए।

क्र.सं.	प्रथम मात्रा	द्वितीय मात्रा	अनुपात
(i)			3 : 5
(ii)			
(iii)			
(iv)			
(v)			

2. तुलना किजिए-

- नीले रंग के वर्गों संख्या लाल रंग के वर्गों की संख्या के ----- गुणा है।
- लाल रंग के वर्गों की संख्या नीले रंग के वर्गों की संख्या है।
- नीले रंग के वर्गों और लाल रंग के वर्गों का अनुपात ज्ञात किजिए?



3. निम्न को हल किजिए।

- एक दुधवाला 1 लिटर दुध में 250 मि.ली. पानी मिलाता है। पानी और दुध का अनुपात ज्ञात किजिए?
- सत्या की मां ने 4 किलो दालें और 50 ग्राम मिर्च पावडर खरीदा। मिर्च पावडर एवं दालों के भार की अनुपात ज्ञात किजिए?
- रानी अपने घर से स्कुल 30 मिनट में पहुंचती है। इस्माईल समान दुरी आंधे घंटे में पुरी करता है। रानी व्दारा लगे समय और इस्माईल व्दारा दुरी को तय करने में लगे समय का अनुपात ज्ञात किजिए?

11.3 दैनिक जीवन में अनुपात

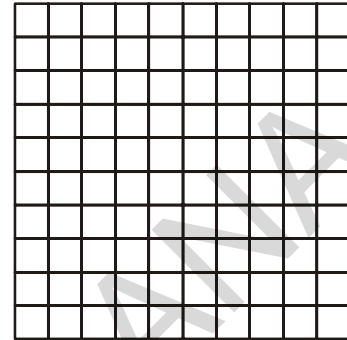
स्लोक छठवी कक्षा की छात्रा है और उसके पास 50 रुपये है। महेरा भी इसी कक्षा का छात्र है और उसके पास 100 रुपये है। दोनों ने अपनी बचत को संवायिका बचत योजना में जमा कर दिया। अंत में उन्हें पता चला कि उनके व्दारा कुल जमा की गयी रक्कम 2000 रुपये है। उन्होंने उनकी बचत रकम की गणना की

स्लोका और महेरा की बचत का अनुपात	= 50:100
स्लोका एवं कुल जमा राशि का अनुपात	= 50:2000,
महेरा एवं कुल जमा राशि का अनुपात	= 100: 2000

एक वर्गाकार रेखाओं वाला पेपर लिजिए। उस पर एक चक्र फेंकिए और चक्र की संख्या नोट किजिए। इस प्रकार अलग-अलग रंगों द्वारा चक्र की संख्याओं को वर्गाकार भागों को भरिए।

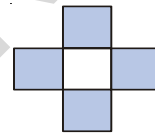


1. आपके द्वारा भरे गये वर्गाकार रंगों की संख्या और आपके मित्र द्वारा भरे गये वर्गाकार रंगों की संख्याओं का अनुपात क्या है? _____
2. आपके द्वारा भरे गये वर्गाकार रंगों के भाग और कुल वर्गाकार रंगीन संख्याओं का अनुपात क्या है? _____
3. आपके मित्र द्वारा भरे गये वर्गाकार रंगीन संख्याओं और कुल वर्गाकार रंगीन संख्याओं का अनुपात क्या है? _____
4. क्या आप कोई अन्य अनुपात ज्ञात कर सकते हैं? अपने मित्र से विचार किजिए?



प्रयत्न किजिए

- (i) छायांकित और अछायांकित भाग
- (ii) छायांकित एवं कुल भाग
- (iii) अछायांकित एवं कुल भाग



11.4 विभिन्न स्थितियों में समान अनुपात

मान लो-

- एक कमरे की लम्बाई 30 मी. और चौड़ाई 20 मीटर है, तो उसकी लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात $= \frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 3 : 2$
 - एक पिकनिक में 24 लड़कियां और 16 लड़के गये हैं। लड़कियां और लड़कों का अनुपात $= \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 3 : 2$
- दोनों उदाहरणों का अनुपात 3:2 है।
- नोट : 30 : 20 और 24 : 16, का न्यूनतम अनुपात 3 : 2 है। इन अनुपातों को हम समतुल्य अनुपात कहते हैं।
- क्या आप कोई उदाहरण सोच सकते हो, जिसका अनुपात 3 : 2 है।
- इस प्रकार के उदाहरण हमें और उदाहरणों के लिए प्रेरित करते हैं। उदाहरण के लिए 2:3 अनुपातों के दो उदाहरण दे रहे हैं। इन्हीं पर आधारीत अन्य उदाहरणों को लिखिए।
- एक मेज कि चौड़ाई और लम्बाई का अनुपात 2 : 3 है।
 - शीना के पास 2 गोलियां और शबनम के पास 3 गोलियां हैं।

उदाहरण : 2 - गणित की कक्षा में 16 लड़के और 20 लड़कियां हैं। लड़कों और लड़कियों का अनुपात सरल रूप में लिखिए?

हल : लड़कों और लड़कियों का अनुपात = 16:20

$$= \frac{16}{20} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{4}{5}$$

अर्थात् लड़कों और लड़कियों का सरल अनुपात 4 : 5 है।

1 के आलावा कोई अन्य कोई गुणनखण्ड न हो तो हम उसे अनुपात का सरल रूप या न्यून पदों वाला अनुपात कहते हैं।

प्रयत्न करो

1. नीचे दी गयी तालिका की पूर्ति कीजिए।

अनुपात	1:2	2:3	5:7		
1 बार	1:2				
2 बार		4:6			
3 बार			15:21		
4 बार				12:16	
5 बार					20:25



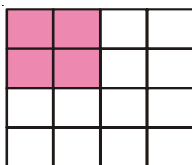
2. नीचे दी गयी तालिका की पूर्ति कीजिए।

पहले इसे पुरा करें	क्र.स.	प्रथम पद	द्वितीय पद	अनुपात	सरल अनुपात
1 रुपया = पैसा	1.	20 पैसा	1 रुपया	1	
1000ग्र. =कि.ग्र.	2.	800 ग्र.	1 कि.ग्र.		
1 घंटा =मिनट	3.	1 घंटा	30 मिनट		
100सं.मी. =मीटर	4.	2 मी.	125 सं.मी.		
1 मिनट =सेकंड	5.	3 मिनट	45 सेकंड		
10 मि.मी. =सं.मि.	6.	30 मि.मी.	1 सं.मि.		

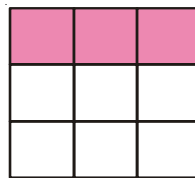
स्मरणीय :

मात्राओं को समान इकाइयों में तुलना करने की विधिको अनुपात कहते हैं।

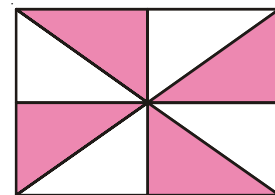
3. नीचे दी गयी आकृतियों में छायांकित और अछायांकित भागों के अनुपात सरल रूप में लिखिए?



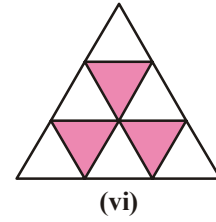
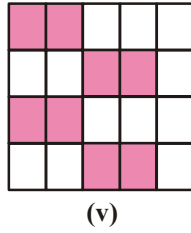
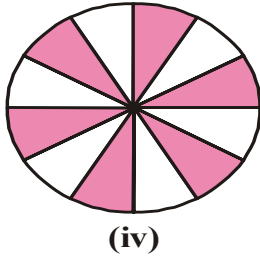
(i)



(ii)



(iii)



अभ्यास - 11.2

- निम्न अनुपातों को सरल रूप में लिखिए?
 - 2:3
 - 16:20
 - 5:6
 - 20:60
 - 8:15
 - 19:2
- एक थैले में 20 किलों ग्राम चावल है। दूसरे थैले में 60 किलो गेहूं है। चावल और गेहूं का अनुपात ज्ञात करो। चावल और कुल भार का अनुपात ज्ञात किजिए?
- मान लो एक कक्षा में 32 छात्र है, जिसमें से 12 लड़कियों है, तो-
 - लड़कों और लड़कियों की संख्या का अनुमान ज्ञात किजिए।
 - लड़कों और कुल छात्रों की संख्या का अनुपात ज्ञात किजिए।
 - लड़कियों और कुल छात्रों की संख्या का अनुपात ज्ञात किजिए।
- चार भुजाओं वाली बंद आकृति बनाइए। इसे समान भागों में विभाजित किजिए। इन भागों को रंगो द्वारा छायांकित किजिए। मान लो छायांकित और अछायांकित भागों का अनुपात 1:3 है। इसी प्रकार आप दो और अन्य आकृतियां बनाइए।
- इमरान ने 2 लिटर तेल खरीदा। विजय ने 500 मि. लीटर तेल खरीदा। इमरान और विजय द्वारा खरीदे गये तलों का अनुपात ज्ञात किजिए?
- अब्राहम का भार 20 किलो ग्राम और उसके पिता का भार 60 कि.ग्रा. है। अब्राहम और उसके पिता के भारों का अनुपात सरल रूप में लिखिए।
- रामु अपने पैसे का $\frac{2}{5}$ भाग पुस्तकें खरीदने में खर्च करता है। पुस्तकों पर खर्च और गुरु में उसके पैसे का अनुपात ज्ञात किजिए?

11.5 किसी मात्रा के भाजन को अनुपात के रूप में दर्शाना

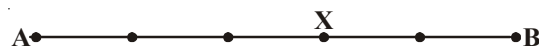
उदाहरण : 3 स्निग्धा के जन्मदिन के अवसर पर पिता ने उसे फूलों का गुलदस्ता भेंट किया। इस गुलदस्ते में 18 फूल हैं। यदि लाल और पिले फूलों का अनुपात 1:2 है। तो फूलों की संख्या ज्ञात किजिए?

हल :	लाल और पिले फूलों का अनुपात	= 1:2
	कुल भाग	= 1+2 = 3 भाग
	कुल फूलों की संख्या	= 18
	3 भाग	= 18 फूल
	प्रत्येक भाग (1भाग)	= $18/3=6$ फूल
	लाल फूलों की संख्या	= 1 भाग = 1×6 फूल = 6 फूल
	पिले फूलों की संख्या	= 2 भाग = 2×6 फूल = 12 फूल

उदाहरण : 4 एक सुनार सोने के आभूषण बनाने में सोना और तांबा 7:2 के अनुपात में मिलाता है। यदि गहने का भार 45 ग्राम हो तो सोने और तांबे का भार ज्ञात किजिए?

हल : सोने और तांबे का अनुपात = 7:2
 अनुपात का योग = $7+2=9$
 9 हिस्सों का भाग = 45 ग्राम
 1 हिस्से का भाग = $45 \div 9 = 5$ ग्राम
 सोने के हिस्से का भार = 7 भाग $\times$ 5 भाग = 35 ग्राम
 तांबे के हिस्से का भार = 2 भाग $\times$ 5 भाग = 10 ग्राम

उदाहरण : 5 रेखा खण्ड AB को 5 समान भागों में विभाजित किया गया है।



- (i) X बिन्दु रेखा खण्ड AB को किस अनुपात में विभाजित करता है?
 (ii.) यदि रेखा खण्ड AB की लम्बाई 15 से.मी. हो तो अन्य रेखा खण्ड AX और XB की लम्बाई ज्ञात किजिए।

हल : (i) X रेखा खण्ड AB को 3:2 अनुपात में विभाजित करती है।

- (ii) कुल भाग = $3 + 2 = 5$ भाग
 रेखाखण्ड AB = 15 से.मी.
 5 भाग की लम्बाई = 15 से.मी.
 प्रत्येक हिस्से की लम्बाई = $\frac{15}{5} = 3$ से.मी.
 रेखाखण्ड AX की लम्बाई = 3 भाग = 3×3 से.मी. = 9 से.मी.
 रेखाखण्ड XB की लम्बाई = 2 भाग = 2×3 से.मी. = 6 से.मी.

इसे करा

एक वर्गाकार आकृति में काले और सफेद पत्थरों को 2:5 अनुपात में दर्शाओ।



उदाहरण : 6 हरि और तेजा ने एक लाटरी जीती। लाटरी की रकम उन्होंने 5:3 अनुपात में बांटने का निर्णय लिया। यदि तेजा को 150 रुपये मिले तो हरि के हिस्से में कितनी रकम आई? लाटरी की कुल रकम भी ज्ञात किजिए?

हल : तेजा और हरि की रकम का अनुपात = 5:3

$$1 \text{ भाग} = \frac{150}{3} = 50$$

$$5 \text{ भाग} = 50 \times 5 = 250$$

$$\text{हरि को प्राप्त रकम} = 250 \text{ रुपये, और लाटरी की कुल रकम} = 250 + 150 = 400 \text{ रु}$$



अभ्यास 11.3

- एक बैग में 25 गोलियां हैं, जिसे राहुल और किरण 2:3 अनुपात में बांटते हैं। तो-
 (i) किरण को कितनी गोलियां मिली? (ii) राहुल को कितनी गोलियां मिली?
- बिन्दु X रेखा खण्ड AB को 3 : 4 के अनुपात में विभाजित करता है, तो AX और XB की लम्बाई ज्ञात करो?

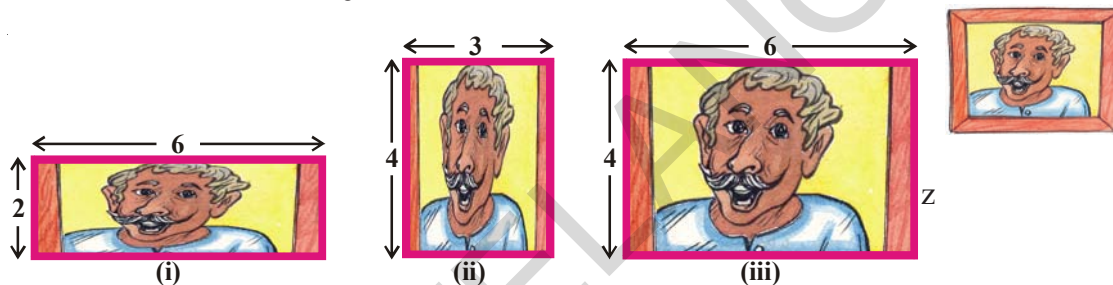
3. एक खेल में गीता और लक्ष्मी ने 1050 रुपये जिते। जीती हुई रकम उन्होंने 3:4 अनुपात में बांटने का निर्णय किया, तो प्रत्येक के हिस्से में कितने रुपये आये?
4. 3600 रुपये को सत्या और विष्णु के बीच 3:4 अनुपात में बाटीए?
5. दो संख्याओं का अनुपात 5:6 है। यदि संख्याओं का योग 132 है, तो उन संख्याओं को ज्ञात किजिए?
6. नीचे दिये गये रेखा खण्ड में बिंदु X रेखा खण्ड AB को किस अनुपात में विभाजित करता है? माप कर जांच किजिए?



7. एक व्यक्ती की आमदनी और बचत का अनुपात 11:2 है। यदि उसका खर्च 5346 रुपये है, तो उसकी आमदानी और बचत ज्ञात किजिए?

11.6 समानुपात

नीचे दी गई आकृती को ध्यान पूर्वक देखिए। क्या आपको इन आकृतीयो में भिन्नता दिखाई देती है?



आपने इन आकृतियों में क्या अंतर पाया? चित्र (i) और (ii) की आकृतियां भिन्न है। चित्र (iii) की आकृति बड़ी है, परंतु भिन्न नहीं है। चित्र (iii) की बनावट बड़ी है, परंतु आकृति में बदलाव नहीं है। आइए इन उदाहरणों में लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात श्रात करे।

वास्तविक चित्र में लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात = 3:2

चित्र (i) में लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात = 6 : 2 अर्थात 3 : 1

चित्र (ii) में लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात = 4 : 3 अर्थात 4 : 3

चित्र (iii) में लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात = 6 : 4 अर्थात 3:2

(iii) जिसका अनुपात वास्तविक चित्र की आकृती के समान है। इसलिए हम यह कह सकते हैं कि चित्र (iii) उसकी वास्तविक अनुपात आकृति के समानुपाती है। इसलिए उनका अनुपात समान है। इस समानता को अनुपात का समानुपात कहते हैं।

साधारणतः यदि 'a' और 'b' का अनुपात 'c' और 'd' के अनुपात के बराबर हो तो समानुपाती हो, तो इसे हम $a : b :: c : d$ को रूप में लिख सकते हैं।

आइए और एक उदाहरण देखिए।

भाविका के पास 28 गोलियां और विनिता के पास 180 फुल है। वे इन्हें आपस में बांटना चाहते हैं। भाविका ने विनिता को 14 गोलियां दी। विनिता ने भाविका को 90 फुल दिये। इस बंटवारे से विनिता संतुष्ट नहीं हुई। उसे लगा की उसने भाविका को अधिक फुल दे दिया, जबकी उसे भाविका के व्दारा कम गोलियां मिली।

पुजा ने समझाया कि भाविका के पास 28 गोलियां में से 14 गोलियां विनिला को दी। इसलिए गोलियां का अनुपात $14 : 28 = 1 : 2$ आहे.

विनिला ने अपने 180 फूलों में से भाविका को 90 फूल दिये।

इसलिए फूलों का अनुपात $90 : 180 = 1 : 2$.

चुंकी दोनों का अनुपात समान है, इसलिए यह बंटवारा पूरी तरह से सही है। क्या आप पुजा के उत्तर से सहमत है?

उदाहरण : 7 राजु और भारत दोनों ने पैसे मिलाकर 20 पेंसिल खरीदी। राजु ने 12 रुपये और भारत ने 18 रुपये मिलाये। जब वे पेंसिल बांटने लगे तो-

1) भारत ने कहा कि हम दोनों के हिस्से 10 पेंसिल आनी चाहिए।

2) राजु ने कहा कि भारत को 12 पेंसिलें और 8 पेंसिलें मुझे आनी चाहिए।

हल: भारत के अनुसार पेंसिलों का अनुपात $= 12:18$
 $= 12 \div 6 : 18 \div 6$
 $= 2 : 3$

भारत के अनुसार पेंसिलों का अनुपात $= 10 : 10$
 $= 10 \div 10 : 10 \div 10$
 $= 1 : 1$

पेंसिलों का समान रूप से बंटवारा उनके द्वारा दिये गये रूपयों के समानुपाती नहीं है।

राजु के अनुसार पेंसिलों का अनुपात $= 8 : 12$
 $= 8 \div 4 : 12 \div 4$ [म.सा.वि. = 4]
 $= 2 : 3$

इसलिए सही बंटवारे का अनुपात उनके द्वारा दिये गये रूपयों के अनुपात के समानुपाती होना चाहिए। इसलिए राजु सही है, जिसके अनुसार 8 पेंसिलें राजु को और 12 पेंसिलें भारत को मिलनी चाहिए।

प्रयत्न करो

सामने दिये गये वर्गाकार पेपर में 5 वर्गों में 3 वर्ग लाल और 2 वर्ग हरे रंग से रंगे हैं।

यदि 10 वर्ग दिये गये हो, तो उसमें से कितने वर्गों को लाल और कितने वर्गों को हरे रंग से भरे कि वे दिये गये चित्र के समानुपाती हो जाएं? यदि आपको 15 वर्ग दिये गये हो, तो आप उसी के अनुसार रंगों को भरिए।

11.7 एकात्मक पद्धती

मान लो रवि ने बाजार में 3 किलो टमाटर खरीदने गया। दुकानदार ने 5 किलो टमाटर का भाव 40 रुपये बताया। दुसरे दुकानदार ने 6 किलो टमाटर का भाव 42 रुपये बताया।

रवि को क्या करना चाहिए? क्या वह पहली दुकान से टमाटर खरीदे या फिर दुसरी दुकान से? उसे 3 किलो टमाटर खरीदने के लिए कितने पैसे देने होंगे?

रवि ने श्रीदेवी से मदद मांगी। श्रीदेवी ने रवि से कहा की पहले वह प्रति किलो टमाटर का भाव ज्ञात करे और फिर दोनों की तुलना करे।

पहली दुकान पर 1 किलो टमाटर का भाव रुपये $40/5 = 8$ रुपये प्रति किलो.

दुसरी दुकान पर 1 किलो टमाटर का भाव रुपये $42/6 = 7$ रुपये प्रति किलो

इस प्रकार श्रीदेवी ने रवि से कहा कि वह दुसरी दुकान से ही टमाटर खरिदे और साथ में यह भी ध्यान रखे की उस दुकान के टमाटर पहली दुकान से अच्छे हों।

क्या आप श्रीदेवी की राय से समहत है? = 7 रुपये

इसलिए 3 किलो टमाटर का भाव = 7×3 रु
= 21.रु

इस प्रकार जिस विधी में हम पहले प्रति इकाई का मान ज्ञात करके फिर कुल इकाईयों का मान ज्ञात करते है उसे हम एकात्मक पद्धिती कहते है।

उदाहरण : 8 यदि 12 पेंसिलों का दाम रुपये 24 हो तो 10 पेंसिलों का दाम ज्ञात करा?

हल : पहले हम एक पेंसिल का दाम ज्ञात करेंगे।

12 पेंसिलों की दाम = रु 24

1 पेंसिल का दाम = $24 \div 12 =$ रु 2

10 पेंसिलों का दाम = $2 \times 10 =$ रु 20

10 पेंसिलों का दाम रुपये 20 है।

उदाहरण : 9 6 बोतलें रस का दाम रुपये 210 है, तो बोतल रस का दाम क्या होगा?

हल : 6 बोतल रस का दाम = 210

1 बोतल रस का दाम = $210 \div 6 =$ रु 35

1 बोतल रस का दाम रुपये 35

4 बोतल रस का दाम पता करने के लिए 1 बोतल रस के दाम को 4 से गुणा करो।

1 बोतल रस का दाम = रुपये 35

4 बोतल रस का दाम = $4 \times 35 =$ रु. 140

4 बोतल रस का दाम रुपये 140



अभ्यास - 11.4

- यदि 3 सेबों का दाम रु. 45 हो तो 5 सेबों का दाम क्या होगा?
- लक्ष्मी ने 7 पुस्तकें रु.56 में खरीदी। 3 पुस्तकें खरीदने के लिए उसे कितने रुपये देने पड़ेंगे?
- रीना को 4 व्यक्तियों का पुलाव बनाने के लिए 300 ग्राम चावल की आवश्यकता होती हो, तो 7 व्यक्तियों के लिए पुलाव बनाने के लिए उसे कितने चावल की आवश्यकता होगी?
- 16 कुर्सियों का दाम रु 3600 है,तो बताइए की रुपये 4500 में कितनी कुर्सीयां खरीदी जा सकती है?

5. एक रेलगाड़ी ने एक निश्चित वेग से 90 कि.मी. की दूरी 2 घंटे में तय करती है। 540 कि.मी. की दूरी तय करने में उसे कितना समय लगेगा। (यदि वह उसी वेग से चल रही हो)
6. कुमार की 3 माह की आमदनी रु. 15000 है। यदि वह समान रकम 1 माह में कमाये तो,
 - (i) 5 महिनो उसकी आमदनी क्या होगी?
 - (ii) कितने महिनो में वह रु. 95000 कमायेगा?
7. यदि 7 मीटर कपडे का दाम 294 रुपये हो तो 5 मीटर कपडे का दाम ज्ञात करो?
8. एक किसान के पास भेडों और गायों का अनुपात 8:3 है।
 - (i) उसके पास कुल जानवरों (भेड, गाय) का अनुपात ज्ञात करो।
 - (ii) उसके पास कितने भेड होंगे, यदि उसके पास 180 गायें है।
9. क्या 3, 5, 15, 9 समानुपात में है। यदि हम उनका क्रम बदल दें, तो क्या वे समानुपाती युग्म होंगे? आप अन्य उदाहरण लिखकर समानुपाती युग्म बताएं?
10. पिछले 30 दिनों में तापमान किसी स्थान के तापमान में 15 डिग्री की गिरावट आई। यदि तापमान गिरने का यही क्रम रहा, तो अगले 10 दिनों में वहां के तापमान में कितने डिग्री की गिरावट आयेगी?
11. रिक्त स्थानों की पूर्ती किजिए?

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$

12. (i) एक हाल कि चौड़ाई और लम्बाई का अनुपात 2:5 है। संभावित चौड़ाई और लम्बाई द्वारा रिक्त.स्थानों की पूर्ती किजिए?

हाल की चौड़ाई (मीटर में)	10	?	40			
हाल की लम्बाई (मीटर में)	25	50	?			

इसी से संबंधित 3 उदाहरण दीजिए।

- (ii) अपनी कक्षा की लम्बाई और चौड़ाई का अनुपात ज्ञात किजिए?
13. गीता की मासिक आमदनी रु.12000 है। वह प्रतिमाह रु. 3000 की बचत करती है, तो उसकी
 - (i) मासिक खर्च और बचत (ii) बचत और आमदनी (iii) मासिक खर्च और आमदनी
14. एक दफ्तर में 45 लोग काम करते है। इनमें से 25 औरतें और शेष आदमी है, तो निम्न का अनुपात ज्ञात किजिए।
 - (i) औरतों और आदमीयों का अनुपात (ii) आदमियों और औरतोंका अनुपात
15. एक मिठाई के थैले में पिले रंग और हरे रंग की मिठाईयां है। प्रत्येक 2 पिले रंग कि मिठाई में 6 हरे रंग मिठाई है। इस जानकारी के आधार पर नीचे दी गयी तालिका की पूर्ती किजिए।

पिला		4	6		
हरा	6	12		24	
कुल मिठाईयां	8		24		40

निम्न प्रश्नों के उत्तर दिजिए।

- (i) हरे रंग और पीले रंग कि मिठाईयां का अनुपात ज्ञात किजिए?
 - (ii) यदि पीले रंग कि मिठाईयों की संख्या 8 है, तो हरे रंग की मिठाईयों की संख्या ज्ञात किजिए?
 - (iii) यदि थैली में मिठाईयों की संख्या 32 है, तो पीले रंग की मिठाईयों की संख्या ज्ञात किजिए?
 - (iv) एक बड़े थैले में यदि मिठाईयों की संख्या 40 है, तो हरे रंग की मिठाईयों की संख्या ज्ञात किजिए?
 - (v) एक डोंगे में यदि पीले रंग की मिठाईयों की संख्या 16 हो, तो उस डोंगे में कुल मिठाई के कितने टुकड़े हैं?
16. उक्त विद्यालय के परिक्षण में यह पाया गया कि प्रति 4 छात्राओं पर छात्रों की संख्या 5 है। तो इस जानकारी के आधार पर निम्न तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति किजिए?

छात्राएं	4	8			
छात्र			15	20	
कुल					45

निम्न प्रश्नों के उत्तर दिजिए।

- (i) छात्राओं और छात्रों का अनुपात क्या है?
- (ii) यदि कक्षामें विद्यार्थियों की संख्या 27 हो तो छात्राओं(लड़की) की संख्या ज्ञात करो?
- (iii) यदि कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या 54 हो तो छात्रों की संख्या ज्ञात करो?
- (iv) यदि एक वर्ष में 20 लड़कियां प्रवेश करती है, तो विद्यालय में एक वर्ष में कितने लड़के प्रवेश करेंगे?

हमने क्या सीखा ?

1. मात्राओं की तुलना समान इकाईयों में करना, अनुपात कहलाता है।
2. 'a' और 'b' का अनुपात नीचे दिये गये किसी एक रूप में दर्शाया जा सकता है।
 - (i) सांकेतिक रूप $a : b$ (ii) भिन्नात्मक रूप $\frac{a}{b}$ (iii) लिखित रूप 'a' से b
3. 'a' और 'b' को अनुपात के पद कहा जाता है। प्रथम पद 'a' को पूर्व पद और दूसरे पद 'b' को उत्तर पद कहते हैं।
4. पूर्ण संख्याओं (1 के अलावा कोई गुणनखण्ड न हो) को जब सरल रूप या न्यूनतम संख्याओं के रूप में लिखते हैं, तो उसे अनुपात कहते हैं।
5. अनुपातों की समानता को समानुपात कहते हैं।
6. वह विधि जिसमें एक इकाई का मान ज्ञात करके उसके अनुरूप इकाईयों का मान ज्ञात करने का ?

