अध्याय 17

स्थान दृश्यावलोकन

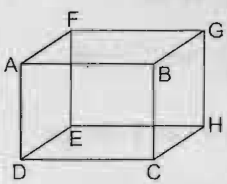
किसी त्रिविमीय आकृति के प्रत्येक फलक का विश्लेषण कर उसके विशिष्ट लक्षणों को पहचानने की योग्यता 'स्थान दृश्यावलोकन' कहलाती है। स्थान दृश्यावलोकन के अन्तर्गत पासा तथा घन पर आधारित प्रश्न पूछे जाते है। इस परीक्षण के अन्तर्गत किसी पासे के विपरीत फलक या पासे के प्रसार रूप या किसी घन को रंगीन कर उसकी विभिन्न सतहों पर आधारित प्रश्न पूछे जाते हैं।

स्थान दृश्यावलोकन पर आधारित प्राय: दो प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं

1. घन पर आधारित 2. पासे पर आधरित

घन पर आधारित

घन एक त्रिविमीय आकृति है जिसमें छ: सतहें, आठ शीर्ष तथा बारह कोरे होती हैं। **जैसे** ABCDEFGH एक घन है।



(i) A B C D ⟵ सामने की सतह ⎤ विपरीत
(ii) E F G H ⟵ पीछे की सतह ⎦

(iii) A B G F ⟵ ऊपर की सतह ⎤ विपरीत
(iv) D C H E ⟵ नीचे की सतह ⎦

(v) A D E F ⟵ बाई सतह ⎤ विपरीत
(vi) B C H G ⟵ दाई सतह ⎦

घन के आस-पास की सतहें आसन्न तथा आमने-सामने की सतहें सम्मुख सतह कहलाती हैं। इस पर आधारित प्रश्नों में एक या एक से अधिक रंगों से रंगा हुआ घन दिया जाता है, जिसे बराबर आयतन के छोटे-छोटे भाग में विभाजित कर, रंगीन घनों की संख्या पर आधारित प्रश्न पूछे जाते हैं। घन पर आधारित प्रश्न प्राय: किसी बड़े रंगीन घन के टुकड़ों पर आधारित होते हैं, *जिन्हें सुगमतापूर्वक हल करने हेतु निम्नलिखित जानकारी आवश्यक हैं*

किसी रंगीन घन को छोटे घनों में तोड़ने पर, $n = \dfrac{\text{बड़े घन की भुजा}}{\text{छोटे घन की भुजा}}$

कुल घनों की संख्या = n^3

रंगहीन फलक वाले घनों की संख्या = $(n-2)^3$

एक रंगीन फलक वाले घनों की संख्या = $(n-2)^2 \times 6$

दो रंगीन फलक वाले घनों की संख्या = $(n-2) \times 12$

तीन रंगीन फलक वाले घनों की संख्या = 8

उदाहरण 1 एक घन के प्रत्येक फलक को अलग-अलग रंग से रंगा गया है। सबसे नीचे की ओर लाल रंग तथा सबसे ऊपर की ओर सफेद रंग है। हरा, पीला, नीला और जामुनी रंग घन के क्रमश: चारों फलकों पर दक्षिणावर्त दिशा में रंगा गया है। जब पीले फलक को सबसे नीचे ओर किया जाता है, तो सबसे ऊपर की ओर कौन-सा रंग होगा?

(a) हरा (b) जामुनी

(c) लाल (d) नीला

हल (b)

माना एक घन (ABCDEFGH) को प्रत्येक फलक निम्नवत् रंगों से रंगा गया है

फलक ABCD का रंग = लाल

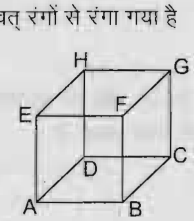
फलक EFGH का रंग = सफेद (विपरीत)

फलक ABFE का रंग = हरा

फलक ADHE का रंग = पीला

फलक DCGH का रंग = नीला

फलक BCGF का रंग = जामुनी



फलक ADHE (पीला) का विपरीत फलक = फलक (BCGF) (जामुनी)

अत: जब पीला फलक सबसे नीचे होगा, तब सबसे ऊपर के फलक का रंग जामुनी होगा।

पासे पर आधारित

सामान्य शब्दों में पासा, घन का ही एक प्रतिरूप है। जिसमें आमने-सामने की सतहें कभी भी एकसाथ नहीं दिखाई देती हैं। सामान्यत: इसकी सतहों पर 1 से 6 तक के अंक या कुछ चिह्न अंकित होते हैं।

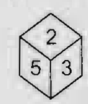
अंकों के आधार पर पासे को हम दो भागों में विभाजित कर सकते हैं

(i) सामान्य पासा (ii) मानक पासा

सामान्य पासा

इस तरह के पासे की विपरीत सतहों के अंकों का योग 7 नहीं होता है बल्कि निकटवर्ती सतहों के अंकों का योग 7 होता है।

जैसे



2 + 5 = 7

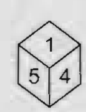
अत: दिया गया पासा एक सामान्य पासा है।

अत: इसमें यदि 2 के विपरीत सतह का अंक पूछा जाए, तो 1, 4 एवं 6 में से कोई भी एक हो सकता है।

मानक पासा

इस तरह के पासे की किसी भी दो विपरीत सतहों के अंकों का योग 7 होता है। अत: यदि दो आस-पास की सतहों का योग 7 नहीं हो, तो वह मानक पासा हो होता है।

जैसे



1 + 4 = 5

4 + 5 = 9

1 + 5 = 6

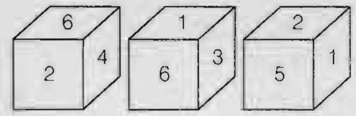
अत: दिया गया पासा एक मानक पासा है।

इस प्रकार के पासे में, यदि किसी भी अंक का विपरीत अंक पूछा जाए, तो उस अंक को 7 में से घटा देंगे,

अर्थात् 1 के विपरीत → 7 − 1 = 6.

2 के विपरीत → 7 − 2 = 5

उदाहरण 2 नीचे एक घन की तीन अवस्थाएँ दर्शाई गई हैं। अंक '1' के विपरीत फलक पर कौन-सा अंक आएगा?



(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6

हल (c) 1 के संलग्न संख्याएँ = 6, 3, 5 व 2

अत: शेष संख्या 4, 1 के विपरीत होगी।

अभ्यास के लिए प्रश्न

घन पर आधारित

1. एक घन को 125 बराबर भागों में विभाजित किया गया है। इस विभाजन से प्राप्त छोटे घनों की भुजा 3 सेमी है। बड़े घन की भुजा क्या रही होगी?

(a) 5 सेमी (b) 10 सेमी
(c) 12 सेमी (d) 15 सेमी

2. एक घन की भुजा 2 सेमी है। इसे 0.5 सेमी भुजा वाले छोटे घनों मे विभाजित किया गया है। इस प्रकार कितने घन प्राप्त होंगे?

(a) 20 (b) 64 (c) 8 (d) 100

3. 1 सेमी भुजा के 64 घनों को सजाकर एक बड़ा घन तैयार किया गया। इस व्यवस्था में कितने ऐसे घन होंगे, जिनकी कोई भी सतह बाहर से नहीं दिखाई देगी?

(a) 27 (b) 1 (c) 9 (d) 8

4. 25 सेमी भुजा के एक रंगीन घन को 5 सेमी भुजा के छोटे घनों में विभाजित किया गया। कितने छोटे घन ऐसे प्राप्त होंगे, जिनकी कम-से-कम दो सतहें अवश्य रंगीन होंगी?

(a) 50 (b) 44 (c) 36 (d) 8

5. एक घन को इस प्रकार से रंगना है कि साथ लगने वाली भुजाओं का रंग एक जैसा न हो, इसके लिए कम-से-कम कितने रंगों की आवश्यकता होगी?

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 2

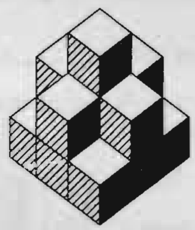
6. एक इंच किनारे वाली लकड़ी के छोटे घनों को एकसाथ रखकर तीन इंच किनारे वाला एक ठोस घन बनाया गया। इस बड़े घन को बाहर की ओर से पूर्ण रूप से लाल रंग से रंगा गया। जब बड़े घन को मूल छोटे घनों में खण्डित किया गया, तो कितने घनों पर कोई रंग नहीं होगा?

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 4

7. एक इंच किनारे वाली लकड़ी के छोटे घनों को एकसाथ रखकर तीन इंच किनारे का एक ठोस घन बनाया गया है। फिर उस बड़े घन पर बाहर सब ओर लाल पेन्ट कर दिया गया। जब बड़े घन को मूल छोटे घनों में तोड़ा गया, तो कितने घनों के चारों ओर लाल पेन्ट होगा?

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 4

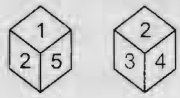
8. नीचे दी गई आकृति में घनों की संख्या है



(a) 10 (b) 15 (c) 14 (d) 13

पासे पर आधारित

9.

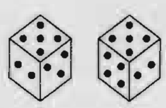


I II

ऊपर दर्शाए गए पासे की स्थिति में बाईं ओर स्थित पासे की निचली सतह पर कौन-सा अंक अंकित है?

(a) 4 (b) 6 (c) 3 (d) 8

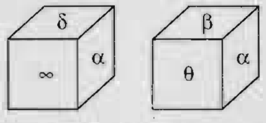
10. नीचे एक पासे की दो स्थितियाँ दर्शाई गई हैं। जब 3 बिन्दु नीचे हों, तो ऊपर कितने बिन्दु होंगे?



I II

(a) 6 (b) 1
(c) 4 (d) 2

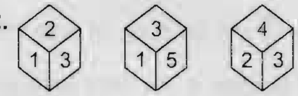
11.



ऊपर एक घन की दो अवस्थाएँ दर्शाई गई हैं। प्रत्येक चिन्ह '8' विपरीत फलक पर कौन-सा प्रतीक चिह्न आएगा?

(a) δ (b) θ
(c) β या θ (d) β

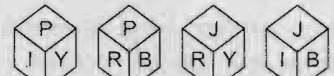
12.



3 की विपरीत सतह का अंक होगा

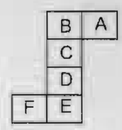
(a) 1 (b) 4 (c) 5 (d) 6

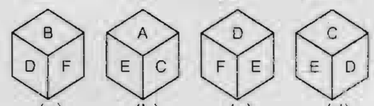
13. एक पासे के छ: फलकों के नाम क्रमश: Y, R, B, I, P व J हैं, जिन्हें देखकर बताएँ कि R की विपरीत सतह पर कौन-सा अक्षर है?



(a) B (b) Y (c) I (d) P

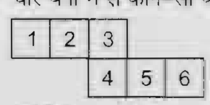
14. नीचे एक प्रसार चित्र दर्शाया गया है, जिसे मोड़कर घन का स्वरूप देने पर, दिए गए विकल्पों के चार घनों में से कौन-सा घन बनाना सम्भव होगा?

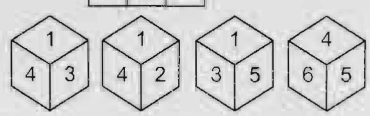




(a) (b) (c) (d)

15. प्रसार चित्र को देखकर बताएँ कि अगर इसे मोड़कर घन का स्वरूप दिया जाए, तो विकल्प के चार घनों मे से कौन-सा घन बनाना सम्भव है?





(a) (b) (c) (d)

उत्तरमाला

1 (d)	2 (b)	3 (d)	4 (b)	5 (a)
6 (b)	7 (a)	8 (b)	9 (a)	10 (c)
11 (d)	12 (d)	13 (c)	14 (c)	15 (b)

संकेत एवं हल

1. (d) $n = \sqrt[3]{125} = 5$

$\therefore$ बड़े घन की भुजा

$= n \times$ छोटे घन की भुजा $= 5 \times 3 = 15$ सेमी

2. (b) $n = \frac{2}{0.5} = 4$

$\therefore$ घनों की संख्या $= (n)^3 = (4)^3 = 64$

3. (d) $\because n = \sqrt[3]{64} = 4$

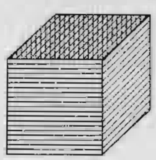
$\therefore$ ऐसे घन जिनकी कोई भी सतह बाहर से दिखाई नहीं देगी $= (n-2)^3 = (4-2)^3 = 8$

4. (b) $n = \frac{25}{5} = 5$ कम-से-कम दो सतह रंगीन वाले घनों की संख्या में तीन रंगीन सतहों वाले घन भी आ जाएँगे।

$\therefore$ कम-से-कम दो सतह रंगीन वाले घनों की संख्या = दो सतह रंगीन वाले घनों की संख्या + तीन सतह रंगीन वाले घनों की संख्या

$= (5-2) \times 12 + 8 = 44$

5. (a) प्रश्नानुसार, घन को इस प्रकार से रंगना है कि साथ लगने वाली अर्थात् निकटवर्ती भुजाओं का रंग एक जैसा न हो। विपरीत फलकों को एक जैसे रंग से रंगने पर साथ लगने वाली भुजाओं का रंग एक जैसा नहीं होगा। हम जानते हैं कि, तीन विपरीत फलक होते हैं, इसलिए हमें तीन रंगों की आवश्यकता होगी।



6. (b) हम जानते हैं कि, अन्तःकेन्द्रीय घनों की एक भी सतह रंगीन नहीं होती है। अन्तः केन्द्रीय घनों की संख्या $= (n-2)^3$

$= (3-2)^3$ [यहाँ, $n = \frac{3}{1} = 3$]

$= (1)^3 = 1$

7. (a) किसी भी छोटे घन की चारों सतह लाल रंग की नहीं होंगी।

8. (b) 1 घन वाली पंक्तियों में घनों की संख्या

$= 4 \times 1 = 4$

2 घन वाली पंक्तियों में घनों की संख्या

$= 4 \times 2 = 8$

3 घन वाली पंक्तियों में घनों की संख्या

$= 1 \times 3 = 3$

$\therefore$ कुल घनों की संख्या $= 4 + 8 + 3 = 15$

9. (a) पासे की स्थितियों को उभयनिष्ठ संख्या से दक्षिणावर्त लिखने पर,

	उभयनिष्ठ	विपरीत	विपरीत
स्थिति I	2	1	5
स्थिति II	2	4	3

अतः स्पष्ट है कि पहले पासे में ऊपर अंक 1 है, तो नीचे की सतह पर अंक 4 होगा।

10. (c) दोनों ही पासों पर 5 तथा 2 बिन्दु विद्यमान है। अतः तीसरा बिन्दु 4 बिन्दु 3 के विपरीत होगा।

11. (d) पासे की स्थितियों को दक्षिणावर्त लिखने पर,

	उभयनिष्ठ	विपरीत	विपरीत
स्थिति I	α	∞	δ
स्थिति II	α	θ	β

अतः उपरोक्त से स्पष्ट है कि δ की विपरीत सतह पर प्रतीक β वाली सतह होगी।

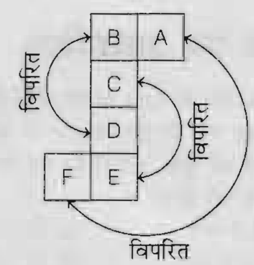
12. (d) 3 के संलग्न संख्या = 1, 5, 2 व 4

अतः शेष संख्या 6, 3 के विपरीत होगी।

13. (c) R के संलग्न अक्षर = P, B, J व Y

अतः शेष अक्षर I, R के विपरीत होगा।

14. (c)



प्रसार चित्र के अनुसार A के विपरीत F, B के विपरीत D, C के विपरीत E है। अतः विकल्प (a), (b) और (d) में दर्शाया गया पासा सम्भव नहीं है। क्योंकि इनमें विपरीत फलकों को संलग्न दिखाया गया है।

15. (b) इसमें 1 के विपरीत 3,

2 के विपरीत 5,

4 के विपरीत 6,

अतः केवल विकल्प (b) में दिया गया पासा सम्भव है।