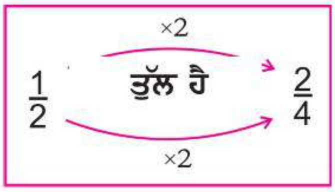
ਭਾਵ $\frac{2}{4}=\frac{1\times 2}{2\times 2}$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{4}{8}$ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ, $\frac{1}{2}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦਾ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਹੈ।

ਭਾਵ $\frac{4}{8}=\frac{1\times 4}{2\times 4}$

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{1}{2}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2 ਅਤੇ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ $\frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ (ਸਿਫ਼ਰ ਤੋ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਅੱਗੇ $\frac{2}{4} = \frac{2\div 2}{4\div 2} = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{8}=\frac{4\div 4}{8\div 4}=\frac{1}{2}$

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ ਹਰੇਕ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਭਾਵ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2 ਅਤੇ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ $\frac{1}{2}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ (1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਚਰਚਾ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਦੀ, ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

* ਇਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਇਕੋ ਸੰਖਿਆ (0 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ
* ਇਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ (1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ

ਉਦਾਹਰਨ 13: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

(i) $\frac{2}{5}$ **(ii)** $\frac{3}{4}$ **(iii)** $\frac{7}{9}$

ਹੱਲ - (i) $\frac{2}{5}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ :

$\frac{2\times 2}{5\times 2}=\frac{4}{10}$; $\frac{2\times 3}{5\times 3}=\frac{6}{15}$; $\frac{2\times 4}{5\times 4}=\frac{8}{20}$

(ii) $\frac{3}{4}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ :

$$\frac{3\times2}{4\times2}=\frac{6}{8}\ ;\ \frac{3\times3}{4\times3}=\frac{9}{12}\ ;\ \frac{3\times4}{4\times4}=\frac{12}{16}$$

(iii) $\frac{7}{9}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ :

$$\frac{7\times2}{9\times2}=\frac{14}{18}\ ;\ \frac{7\times3}{9\times3}=\frac{21}{27}\ ;\ \frac{7\times4}{9\times4}=\frac{28}{36}$$

ਉਦਾਹਰਨ 14: ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ (ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ) ਲਿਖੋ।

(i) $\mathbf{\frac{9}{15}}$ **(ii)** $\mathbf{\frac{24}{32}}$ **(iii)** $\mathbf{\frac{60}{75}}$ **(iv)** $\mathbf{\frac{20}{36}}$ **(v)** $\mathbf{\frac{56}{84}}$

ਹੱਲ - (i) $\frac{9}{15}=\frac{9\div3}{15\div3}=\frac{3}{5}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 9 ਅਤੇ 15 ਦੇ ਮ.ਸ਼.ਵ. ਭਾਵ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(ii) $\frac{24}{32}=\frac{24\div8}{32\div8}=\frac{3}{4}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 24 ਅਤੇ 32 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(iii) $\frac{60}{75}=\frac{60\div15}{75\div15}=\frac{4}{5}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 60 ਅਤੇ 75 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 15 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(iv) $\frac{20}{36}=\frac{20\div4}{36\div4}=\frac{5}{9}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 20 ਅਤੇ 36 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(v) $\frac{56}{84}=\frac{56\div28}{84\div28}=\frac{2}{3}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 56 ਅਤੇ 84 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 28 ਨਾਲ ਭਾਗ)

ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਪਦ ਜਾਂ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਇਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ (1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾ ਹੋਵੇ।

5.4.1 ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ (ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਰਾਹੀਂ)

ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ ਪਹਿਲੀ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਦੇ ਹਰ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਪਹਿਲੀ ਦੇ ਹਰ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ

$$\frac{2}{7} \times \frac{6}{21}$$

$2 \times 21 = 42$ ਅਤੇ $6 \times 7 = 42$

ਦੋਵੇਂ ਤਿਰਛੇ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 15: ਕੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ?

(i) $\frac{3}{4}$ **ਅਤੇ** $\frac{12}{16}$ **(ii)** $\frac{5}{6}$ **ਅਤੇ** $\frac{25}{30}$ **(iii)** $\frac{4}{7}$ **ਅਤੇ** $\frac{24}{27}$

ਹੱਲ - (i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{3}{4} \times \frac{12}{16}$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ $3 \times 16 = 48$ ਅਤੇ $12 \times 4 = 48$

ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਵੇਂ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ।

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{5}{6} \times \frac{25}{30}$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ $5 \times 30 = 150$ ਅਤ $25 \times 6 = 150$

ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਵੇਂ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ।

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{4}{7} \times \frac{24}{27}$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ $4 \times 27 = 108$ ਅਤੇ $24 \times 7 = 168$

ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਵੇਂ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 16: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚ $\square$ ਨੂੰ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$ **(ii)** $\frac{2}{5} = \frac{\square}{30}$ **(iii)** $\frac{20}{28} = \frac{5}{\square}$

ਹੱਲ - (i) ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ $15 \div 3 = 5$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{3}{4}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :- ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਰਾਹੀਂ ਵੀ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$$

ਮੰਨ ਲਓ $\square$ ਵਿੱਚ x ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$\Rightarrow \quad \frac{3}{4} \times \frac{15}{x} \quad \Rightarrow 3 \times x = 15 \times 4$

$$\Rightarrow x = \frac{15 \times 4}{3} = 20$$

(ii) ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $30 \div 5 = 6$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ $\frac{2}{5}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{12}{30}$

(iii) ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $20 \div 5 = 4$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ $\frac{20}{28}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ $\frac{20}{28} = \frac{20 \div 4}{28 \div 4} = \frac{5}{7}$

ਉਦਾਹਰਨ 17: **(i)** $\mathbf{\frac{2}{3}}$ **ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 16 ਹੋਵੇ।**

(ii) $\mathbf{\frac{5}{7}}$ **ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 28 ਹੋਵੇ।**

(iii) $\mathbf{\frac{30}{45}}$ **ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 6 ਹੋਵੇ।**

ਹੱਲ - (i) ਸਾਨੂੰ $\frac{2}{3}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 16 ਹੋਵੇ

ਜਾਂ $\frac{2}{3} = \frac{16}{\square}$

ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $16 \div 2 = 8$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{2}{3}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{16}{24}$ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਹੈ।

(ii) ਸਾਨੂੰ $\frac{5}{7}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 28 ਹੋਵੇ

ਜਾਂ $\frac{5}{7} = \frac{\square}{28}$

ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $28 \div 7 = 4$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{5}{7}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{20}{28}$ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਹੈ।

(iii) ਸਾਨੂੰ $\frac{30}{45}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 6 ਹੋਵੇ।

ਜਾਂ $\frac{30}{45} = \frac{6}{\square}$

ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $30 \div 6 = 5$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{30}{45}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

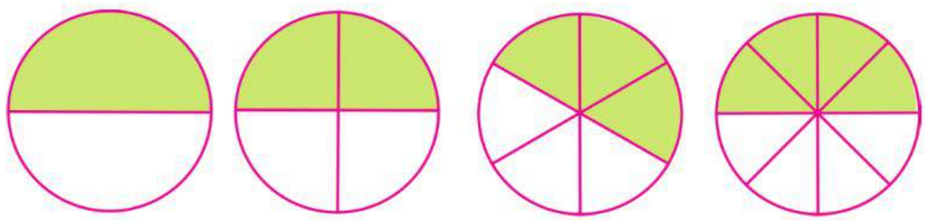
ਭਾਵ $\frac{30}{45} = \frac{30 \div 5}{45 \div 5} = \frac{6}{9}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{6}{9}$ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਹੈ।

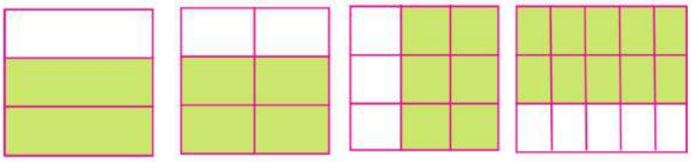
ਅਭਿਆਸ 5.3

1. ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਲਈ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

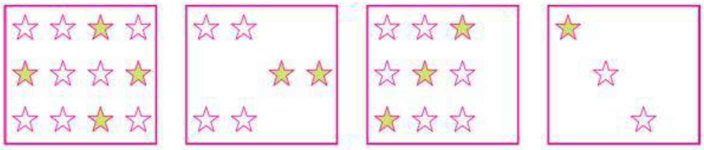
(i)



(ii)



(iii)



2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੀਆਂ ਚਾਰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{7}{9}$ (iv) $\frac{5}{11}$ (v) $\frac{2}{3}$

3. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ (ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ) ਲਿਖੋ।

(i) $\frac{10}{25}$ (ii) $\frac{27}{54}$ (iii) $\frac{48}{72}$ (iv) $\frac{150}{60}$ (v) $\frac{162}{90}$

4. ਕੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

(i) $\frac{5}{12}, \frac{25}{60}$ (ii) $\frac{6}{7}, \frac{36}{42}$ (iii) $\frac{7}{9}, \frac{56}{72}$

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚ □ ਨੂੰ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{2}{7} = \frac{12}{\square}$ (ii) $\frac{5}{8} = \frac{35}{\square}$ (iii) $\frac{24}{36} = \frac{6}{\square}$ (iv) $\frac{30}{48} = \frac{\square}{8}$ (v) $\frac{7}{4} = \frac{42}{\square}$

6. $\frac{3}{5}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ:

(i) ਅੰਸ਼ 18 (ii) ਹਰ 20 (iii) ਅੰਸ਼ 24 ਹੋਵੇ

7. $\frac{24}{40}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ:

(i) ਅੰਸ਼ 6 (ii) ਅੰਸ਼ 48 (iii) ਹਰ 20 ਹੋਵੇ

5.6 ਸਮਾਨ, ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਇਕਾਈ ਭਿੰਨਾਂ (Like, Unlike Fractions and Unit Fractions)

ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ (Like Fraction):- ਸਮਾਨ (ਬਰਾਬਰ) ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ, ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ- $\frac{5}{7}, \frac{1}{7}, \frac{3}{7}$ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ (Unlike Fractions):- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ, ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ- $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}$ ਆਦਿ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

* **ਇਕਾਈ ਭਿੰਨਾਂ (Unit Fractions):-** ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 1 ਹੋਵੇ, ਇਕਾਈ ਭਿੰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ- $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{8}$ ਆਦਿ।

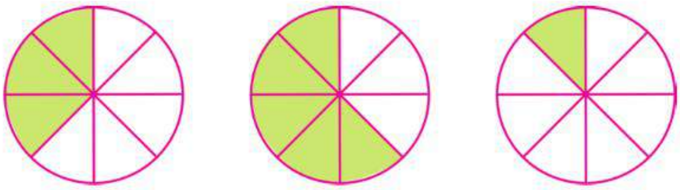
5.7 ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ (Comparing and Ordering of Fractions)

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਸਿਖਾਂਗੇ, ਜੋ ਕਿ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀ ਹੋਈ ਹੈ–

5.7.1. ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ (Fractions with the same Denominator)

ਆਓ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁੱਝ ਭਿੰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ ਜਿਵੇਂ $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{8}$

ਇਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰਾਤਮਕ ਨਿਰੂਪਣ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ:



$\frac{3}{8}$ A　　$\frac{5}{8}$ B　　$\frac{1}{8}$ C

ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

B ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ >A ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ >C ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ

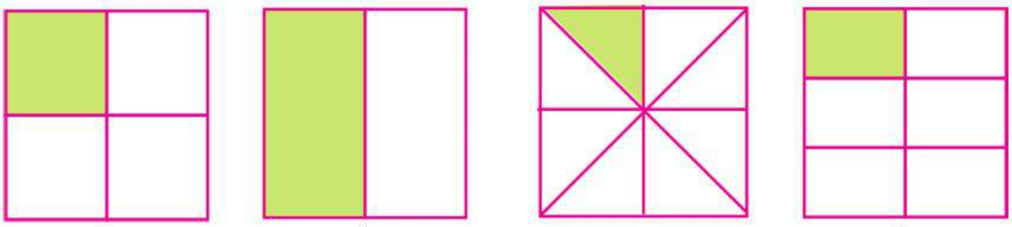
ਭਾਵ $\frac{5}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਜੇਕਰ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਹਰ ਸਮਾਨ ਹਨ, ਤਾਂ ਵੱਡੇ ਅੰਸ਼ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ, ਵੱਡੀ ਭਿੰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

5.7.2 ਸਮਾਨ ਅੰਸ਼ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ (Fractions with the same Numerator)

ਆਓ ਸਮਾਨ ਅੰਸ਼ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁੱਝ ਭਿੰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ। ਜਿਵੇਂ $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{6}$

ਇਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰਾਤਮਕ ਨਿਰੂਪਣ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ:



$\frac{1}{4}$ (A)　　$\frac{1}{2}$ (B)　　$\frac{1}{8}$ (C)　　$\frac{1}{6}$ (D)

B ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ > A ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ > D ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ > C ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ

ਭਾਵ $\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{8}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਜੇਕਰ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਸਮਾਨ ਹਨ, ਤਾਂ ਛੋਟੇ ਹਰ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ, ਵੱਡੀ ਭਿੰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਨਿਰੂਪਨ

ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਛੋਟੇ ਹਰ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਭਾਵ $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6}$

ਇਹ ਕਿਰਿਆ ਚਾਰਟ ਅਤੇ ਰੰਗਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਾਲ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

5.7.3 ਵੱਖ ਵੱਖ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ (Fractions With Different Numerators and Denominators)

ਵੱਖ ਵੱਖ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ:

ਪਗ 1 - ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 - ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇਸਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਜਿਸਦਾ ਹਰ ਪਗ 1 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਲ.ਸ.ਵ. ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਪਗ 3 - ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਨ 18: $\frac{2}{3}$ **ਜਾਂ** $\frac{5}{6}$ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਵੱਡੀ ਹੈ?

3	3, 6
2	1, 2
	1, 1

$\therefore$ 3 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. $= 3 \times 2 = 6$

ਹੱਲ - ਪਹਿਲਾਂ 3 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ

ਸਾਡੇ ਕੋਲ 3 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ = 6 ਹੈ

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 6 ਹੋਵੇ।

ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{2}{3} = \frac{2\times2}{3\times2} = \frac{4}{6}$ ਅਤੇ

$\frac{5}{6}$ ਦੂਸਰੀ ਭਿੰਨ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ $\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$

$\Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:-

ਅਸੀਂ ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ ਵੀ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{6}$

$2 \times 6 = 12$ ਅਤੇ $5 \times 3 = 15$

ਇਸ ਲਈ $12 < 15 \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

ਉਦਾਹਰਨ 19:- ਭਿੰਨਾਂ $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{12}$ ਨੂੰ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ 4, 8 ਅਤੇ 12 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 24 ਹੋਵੇ।

2	4, 8, 12
2	2, 4, 6
2	1, 2, 3
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

ਲ.ਸ.ਵ. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

ਸਾਡੇ ਕੋਲ, $\frac{3}{4} = \frac{3\times6}{4\times6} = \frac{18}{24}$

$\frac{7}{8} = \frac{7\times3}{8\times3} = \frac{21}{24}$

ਅਤੇ $\frac{5}{12} = \frac{5\times2}{12\times2} = \frac{10}{24}$

$\Rightarrow \frac{21}{24} > \frac{18}{24} > \frac{10}{24}$

$\Rightarrow \frac{7}{8} > \frac{3}{4} > \frac{5}{12}$

ਉਦਾਹਰਨ 20:- ਭਿੰਨਾਂ $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{15}$ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ 3, 9, 5, 15 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ 45 ਹੋਵੇ,

3	3, 9, 5, 15
3	1, 3, 5, 5
5	1, 1, 5, 5
	1, 1, 1, 1

ਲ.ਸ.ਵ. = 3 × 3 × 5 = 45

ਸਾਡੇ ਕੋਲ, $\frac{2}{3} = \frac{2\times15}{3\times15} = \frac{30}{45}$

$\frac{5}{9} = \frac{5\times5}{9\times9} = \frac{25}{45}$

$\frac{3}{5} = \frac{3\times9}{5\times9} = \frac{27}{45}$

$\frac{7}{15} = \frac{7\times3}{15\times3} = \frac{21}{45}$

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ

$\Rightarrow \frac{21}{45} < \frac{25}{45} < \frac{27}{45} < \frac{30}{45}$

$\Rightarrow \frac{7}{15} < \frac{5}{9} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

ਉਦਾਹਰਨ 21:- ਇੱਕ ਲੜਕਾ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਭਾਗ ਪਹਿਲੇ ਦਿਨ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸੇ ਕਿਤਾਬ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਭਾਗ ਦੂਸਰੇ ਦਿਨ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਕਿਸ ਦਿਨ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਵੱਧ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹਿਆ?

ਹੱਲ:- ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ ਦੋਵੇਂ ਭਿੰਨਾਂ $\frac{2}{5}$ ਅਤੇ $\frac{1}{4}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਕਿਹੜਾ ਭਾਗ ਵੱਡਾ ਹੈ,

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ, $\frac{2}{5} \quad \frac{1}{4}$

$2 \times 4 = 8$ ਅਤੇ $1 \times 5 = 5$

ਇਸ ਲਈ $8 > 5 \Rightarrow \frac{2}{5} > \frac{1}{4}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਉਸਨੇ ਪਹਿਲੇ ਦਿਨ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਵੱਧ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹਿਆ।

ਉਦਾਹਰਨ 22:- ਅਰੁਣ ਨੇ ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਹਿੱਸਾ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ ਜਦਕਿ ਜਸਪ੍ਰੀਤ ਨੇ ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{10}$ ਹਿੱਸਾ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ। ਕਿਸਨੇ ਵੱਧ ਸਮਾਂ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ?

ਹੱਲ:- ਅਰੁਣ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{4}$

ਜਸਪ੍ਰੀਤ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{10}$

ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਦੋਵੇਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ, ਅੰਸ਼ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਛੋਟੇ ਹਰ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ ਵੱਡੀ ਹੈ।

ਭਾਵ $\frac{3}{4} > \frac{3}{10}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਰੁਣ ਨੇ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਲਈ ਲਈ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:-

ਅਰੁਣ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{4}$

$= 60 \times \frac{3}{4}$ ਮਿੰਟ [$\because$ 1 ਘੰਟਾ = 60 ਮਿੰਟ]

$= 45$ ਮਿੰਟ

ਜਸਪ੍ਰੀਤ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{10}$

$= 60 \times \frac{3}{10}$ ਮਿੰਟ [$\because$ 1 ਘੰਟਾ = 60 ਮਿੰਟ]

$= 18$ ਮਿੰਟ

$\Rightarrow \quad 45 > 18$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਅਰੁਣ ਨੇ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਲਈ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ।

ਅਭਿਆਸ 5.4

1. ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਵੱਖਰੇ-ਵੱਖਰੇ ਸਮੂਹ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$\frac{3}{7}, \frac{5}{11}, \frac{2}{7}, \frac{6}{13}, \frac{3}{11}, \frac{1}{11}, \frac{2}{13}, \frac{5}{13}, \frac{6}{7}, \frac{10}{13}$

2. ਕੋਈ ਵੀ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਲਿਖੋ।

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{11}{6}$

3. ਇਕਾਈ ਭਿੰਨਾਂ 'ਤੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਓ।

$\frac{6}{11}, \frac{2}{3}, \frac{1}{8}, \frac{15}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{3}{3}$

4. ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ $>$, $=$, ਜਾਂ $<$ ਭਰੋ।

(i) $\frac{4}{7} \square \frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5} \square \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{7}{8} \square \frac{0}{8}$ (iv) $\frac{2}{3} \square \frac{5}{3}$ (v) $\frac{5}{13} \square \frac{7}{13}$

5. $>$, $<$ ਜਾਂ $=$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{5}{7} \square \frac{5}{9}$ (ii) $\frac{1}{3} \square \frac{1}{2}$ (iii) $\frac{6}{11} \square \frac{6}{13}$ (iv) $\frac{11}{12} \square \frac{11}{17}$ (v) $\frac{7}{13} \square \frac{7}{10}$

6. $>$, $<$ ਜਾਂ $=$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{5}{6} \square \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{4} \square \frac{1}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \square \frac{5}{9}$ (iv) $\frac{7}{10} \square \frac{4}{5}$ (v) $\frac{7}{7} \square 1$

7. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰੋ।

(i) $\frac{7}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10}$ (ii) $\frac{6}{7}, \frac{1}{7}, \frac{4}{7}$ (iii) $\frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}$ (iv) $\frac{5}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{3}$

(v) $\frac{3}{11}, \frac{3}{7}, \frac{3}{13}$ (vi) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{12}$ (vii) $\frac{2}{7}, \frac{11}{35}, \frac{9}{14}, \frac{13}{28}$ (viii) $\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{5}{12}, \frac{4}{15}$

8. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰੋ।

(i) $\frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{1}{9}$ (ii) $\frac{3}{11}, \frac{5}{11}, \frac{2}{11}, \frac{7}{11}$ (iii) $\frac{2}{7}, \frac{2}{13}, \frac{2}{9}$

(iv) $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{8}, \frac{1}{2}$ (v) $\frac{1}{6}, \frac{5}{12}, \frac{5}{18}, \frac{2}{3}$ (vi) $\frac{3}{4}, \frac{9}{20}, \frac{11}{15}, \frac{17}{30}$

9. ਸਾਕਸ਼ੀ ਆਪਣੀ ਯਾਤਰਾ ਦਾ $\frac{1}{3}$ ਹਿੱਸਾ ਕਾਰ ਰਾਹੀਂ , $\frac{1}{5}$ ਹਿੱਸਾ ਰਿਕਸ਼ਾ ਰਾਹੀਂ ਅਤੇ $\frac{2}{15}$ ਹਿੱਸਾ ਪੈਦਲ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਉਸਨੇ ਆਪਣੀ ਯਾਤਰਾ ਦਾ ਵੱਧ ਹਿੱਸਾ ਕਿਹੜੇ ਸਾਧਨ ਰਾਹੀਂ ਤੈਅ ਕੀਤਾ?

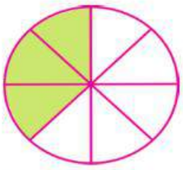
10. ਪਿਤਾ ਨੇ ਆਪਣੀ ਸੰਪਤੀ ਤਿੰਨ ਪੁੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਪੁੱਤਰ ਨੂੰ $\frac{3}{10}$ ਹਿੱਸਾ; ਵਿਚਕਾਰ ਵਾਲੇ ਨੂੰ $\frac{1}{6}$ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਪੁੱਤਰ ਨੂੰ $\frac{1}{5}$ ਹਿੱਸਾ ਸੰਪਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ। ਤਿੰਨਾਂ ਪੁੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸੰਪਤੀ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

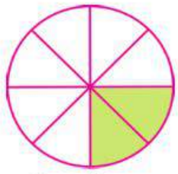
5.8 ਭਿੰਨਾਂ ਉਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Operations on Fractions)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ, ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ। ਇਸ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਹਨਾਂ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਈ ਵਿਧੀਆਂ/ਢੰਗ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ:–

5.8.1 ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ

- **ਜੋੜ :-** ਦਿੱਤੀ ਤਸਵੀਰ ਵੱਲ ਵੇਖੋ, ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ 8 ਭਾਗ ਹਨ। ਆਓ $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।

$\frac{3}{8}$ = 

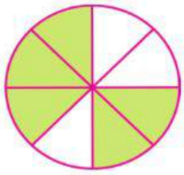
$\frac{2}{8}$ = 

ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ-1 : 8 ਵਿੱਚੋਂ 3 ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹਰਾ ਰੰਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

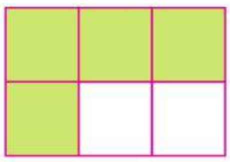
ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ-2 : 8 ਵਿੱਚੋਂ 2 ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹਰਾ ਰੰਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

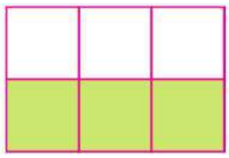
ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ 'ਤੇ 8 ਵਿੱਚੋਂ 5 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਭਾਵ $\frac{5}{8}$

ਭਾਵ $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

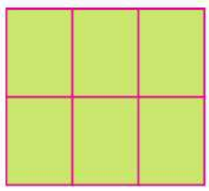


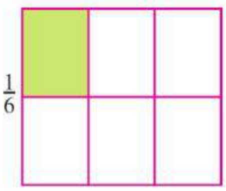
- ਆਉ $\frac{4}{6}+\frac{3}{6}$ ਭਾਵ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।

$\frac{4}{6}=$ 

$\frac{3}{6}=$ 

ਛਾਇਆ ਭਾਗ 1 - 6 ਵਿੱਚੋਂ 4 ਖਾਨਿਆਂ ਨੂੰ ਹਰੇ ਰੰਗ ਨਾਲ ਰੰਗਿਆ ਗਿਆ।

$\frac{6}{6}=1$ 

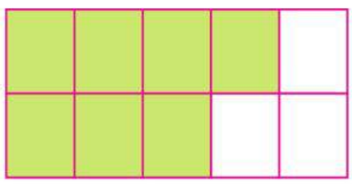
$\frac{1}{6}$ 

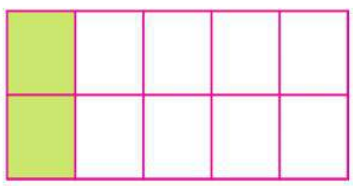
ਛਾਇਆ ਭਾਗ 2 - ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ 6 ਵਿੱਚੋਂ 3 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਪਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ 2 ਖਾਨੇ ਬਚੇ ਹਨ ਅਤੇ ਅਸੀਂ 2 ਤੋਂ ਵੱਧ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਇਸ ਲਈ 2 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਉਸੇ ਆਕਾਰ ਦੀ 6 ਭਾਗਾਂ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਬਾਕੀ 1 ਭਾਗ ਨੂੰ ਇਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚਂ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ $\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$

- **ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ:-** ਆਓ $\frac{7}{10}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{2}{10}$ ਘਟਾਈਏ

ਭਾਵ $\frac{7}{10}-\frac{2}{10}$

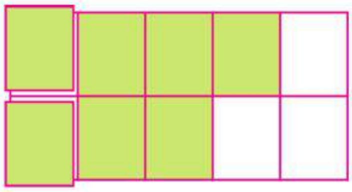
$\frac{7}{10}=$ 

$\frac{2}{10}=$ 

ਪਹਿਲੇ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ (ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)

- 10 ਵਿੱਚੋਂ 7 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੂਜੇ ਡੱਬੇ (ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ) 10 ਵਿੱਚੋਂ 2 ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।



- 10 ਵਿੱਚੋਂ 2 ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਵੱਖ ਕਰੋ।

ਹੁਣ, ਬਾਕੀ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ 5 ਹਨ.

ਇਸ ਲਈ $\frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋ ਵੱਧ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਅੰਤਰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ:-

ਪਗ 1 - ਸਾਰੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ।

ਪਗ 2 - ਸਾਰੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਹਰ ਰਖੋ

ਪਗ 1 - ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੋ $\frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ}}{\text{ਸਾਂਝਾ ਹਰ}}$

ਉਦਾਹਰਨ 23: ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$ (ii) $\frac{5}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11}$ (iii) $\frac{5}{14} + \frac{8}{14} + \frac{2}{14}$

(iv) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ (v) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} - \frac{6}{7}$ (vi) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9}$

ਹੱਲ:- (i) $\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{3+4}{10} = \frac{7}{10}$

(ii) $\frac{5}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{5+2+1}{11} = \frac{8}{11}$

(iii) $\frac{5}{14} + \frac{8}{14} + \frac{2}{14} = \frac{5+8+2}{14} = \frac{15}{14}$

(iv) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\left[\frac{2}{8} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4}\right]$

(v) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} - \frac{6}{7} = \frac{4+5-6}{7} = \frac{3}{7}$

(vi) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9} = \frac{8-2-3}{9} = \frac{3}{9}$

5.8.2 ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ (Addition/Subtraction of Unlike Fractions)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਪਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:-

ਪਗ 1 - ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 - ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਜਿਸਦਾ ਹਰ, ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪਹਿਲੇ ਪਗ ਦੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਪਗ 3 - ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਕਰੋ।

ਆਓ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਨ ਰਾਹੀਂ ਸਮਝੀਏ:-

ਉਦਾਹਰਨ 24:- $\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{3}{10}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ:- $\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{3}{10}$, ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 3 ਅਤੇ 10 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 30 ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਹਰ 30 ਵਾਲੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ

$\frac{2}{3}=\frac{2\times10}{3\times10}=\frac{20}{30}$ ਅਤੇ $\frac{3}{10}=\frac{3\times3}{10\times3}=\frac{9}{30}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{2}{3}+\frac{3}{10}=\frac{20}{30}+\frac{9}{30}=\frac{20+9}{30}=\frac{29}{30}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- $\frac{(\text{ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ})\times \text{ਲ.ਸ.ਵ.} + (\text{ਦੂਸਰੀ ਭਿੰਨ})\times \text{ਲ.ਸ.ਵ.}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.}}$

ਭਾਵ $\frac{\frac{2}{3}\times30+\frac{3}{10}\times30}{30}=\frac{2\times10+3\times3}{30}=\frac{20+9}{30}=\frac{29}{30}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ

$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times d+b\times c}{b\times d}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{2}{3}+\frac{3}{10}=\frac{2\times10+3\times3}{3\times10}=\frac{20+9}{30}=\frac{29}{30}$

ਇਹ ਉਦੋਂ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਹਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 25:- $\frac{5}{6}+\frac{1}{4}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ:- $\frac{5}{6}+\frac{1}{4}$, ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 6 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 12 ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਹਰ 12 ਵਾਲੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ

$\frac{5}{6}=\frac{5\times2}{6\times2}=\frac{10}{12}$ ਅਤੇ $\frac{1}{4}=\frac{1\times3}{4\times3}=\frac{3}{12}$

2	6, 4
	3, 2

ਲ.ਸ.ਵ. = 2×3×3 = 12

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $\frac{5}{6}+\frac{1}{4}=\frac{10}{12}+\frac{3}{12}=\frac{10+3}{12}=\frac{13}{12}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- $\dfrac{(\text{ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ}) \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.} + (\text{ਦੂਸਰੀ ਭਿੰਨ}) \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.}}$

ਭਾਵ $\dfrac{\left[\frac{5}{6}\times 12\right]+\left[\frac{1}{4}\times 12\right]}{12} = \dfrac{10+3}{12}=\dfrac{13}{12}$

ਉਦਾਹਰਨ 26:- $3\frac{1}{4}+2\frac{4}{5}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ:- ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ

ਭਾਵ $3\frac{1}{4}+2\frac{4}{5} = \frac{13}{4}+\frac{14}{5}$

$= \frac{13\times 5}{4\times 5}+\frac{14\times 4}{5\times 4}=\frac{65}{20}+\frac{56}{20}$

$= \frac{65+56}{20}=\frac{121}{20}=6\frac{1}{20}$

[∵ 4 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 20 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 20 ਵਾਲੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ]

∵ 20) 121 (6
−120
1

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:-

$3\frac{1}{4}+2\frac{4}{5}$

$= 3+\frac{1}{4}+2+\frac{4}{5} = 5+\left[\frac{1}{4}+\frac{4}{5}\right]$

ਹਰ 20 ਵਾਲੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

$= 5 + \left(\frac{1\times 5}{4\times 5}+\frac{4\times 4}{5\times 4}\right)$

$= 5 + \left(\frac{5}{20}+\frac{16}{20}\right)$

$= 5 + \left(\frac{21}{20}\right) = 5 + \left(1\frac{1}{20}\right)$

$= 5 + 1 + \frac{1}{20} = 6 + \frac{1}{20} = 6\frac{1}{20}$

∵ 20) 21 (1
− 20
1

ਉਦਾਹਰਨ 27: ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $\mathbf{\frac{3}{4}-\frac{5}{8}}$ **(ii)** $\mathbf{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}$

ਹੱਲ:- (i) $\frac{3}{4}-\frac{5}{8}$

$\frac{3}{4}$ ਅਤੇ $\frac{5}{8}$ ਦੀ ਘਟਾਓ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 4 ਅਤੇ 8 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 8) ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਹਰ 8 ਵਾਲੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾ:

$\frac{3}{4}=\frac{3\times2}{4\times2}=\frac{6}{8}$ ਅਤੇ $\frac{5}{8}$

2	4, 8
2	2, 4
	1, 2

ਲ.ਸ.ਵ. = 2×2×2= 8

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{3}{4}-\frac{5}{8}=\frac{6}{8}-\frac{5}{8}=\frac{6-5}{8}=\frac{1}{8}$

(ii) $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{1}{2}$ ਦੀ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 3 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 12) ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ

ਇਸ ਲਈ $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{2\times4}{3\times4}-\frac{1\times3}{4\times3}$

$=\frac{8}{12}-\frac{3}{12}=\frac{8-3}{12}=\frac{5}{12}$

ਉਦਾਹਰਨ 28:- $4\frac{3}{5}$ ਵਿੱਚੋਂ $1\frac{1}{2}$ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ:- (i) $4\frac{3}{5}-1\frac{1}{2}$

ਪਹਿਲਾਂ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਭਾਵ $4\frac{3}{5}-1\frac{1}{2}=\frac{23}{5}-\frac{3}{2}$

[∵ 5 ਅਤੇ 2 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 10 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 10 ਵਾਲੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ]

$=\frac{23\times2}{5\times2}-\frac{3\times5}{2\times5}$

$=\frac{46}{10}-\frac{15}{10}=\frac{46-15}{10}$

∵ 10) 31 (3
  −30
  1

$=\frac{31}{10}=3\frac{1}{10}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- $4\frac{3}{5}-1\frac{1}{2}=(4-1)+\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}\right)$

$$= 3+\left(\frac{3\times 2}{5\times 2}-\frac{1\times 5}{2\times 5}\right)=3+\left(\frac{6}{10}-\frac{5}{10}\right)$$

$$= 3+\frac{1}{10}=3\frac{1}{10}$$

ਉਦਾਹਰਨ 29: ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{2}{3}+\frac{3}{8}-\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{5}+\frac{7}{10}-\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{5}{12}-\frac{1}{6}+\frac{4}{15}$

ਹੱਲ:- (i) $\frac{2}{3}+\frac{3}{8}-\frac{5}{6}$

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 3, 8 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 24) ਲਵੋ, ਫਿਰ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 24 ਵਾਲੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

3	3, 8, 6
2	1, 8, 2
2	1, 4, 1
	1, 2, 1

ਲ.ਸ.ਵ. = 3 × 2 × 4 = 24

$$\therefore \frac{2}{3}+\frac{3}{8}-\frac{5}{6}=\frac{2\times 8}{3\times 8}+\frac{3\times 3}{8\times 3}-\frac{5\times 4}{6\times 4}$$

$$= \frac{16}{24}+\frac{9}{24}-\frac{20}{24}=\frac{16+9-20}{24}=\frac{5}{24}$$

(ii) $\frac{3}{5}+\frac{7}{10}-\frac{1}{4}$

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 5, 10 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 20) ਲਵੋ, ਫਿਰ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 20 ਵਾਲੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

2	5, 10, 4
5	5, 5, 2
	1, 1, 2

ਲ.ਸ.ਵ. = 2 × 5 × 2 = 20

$$\therefore \frac{3}{5}+\frac{7}{10}-\frac{1}{4}=\frac{3\times 4}{5\times 4}+\frac{7\times 2}{10\times 2}-\frac{1\times 5}{4\times 5}$$

$$= \frac{12}{20}+\frac{14}{20}-\frac{5}{20}=\frac{12+14-5}{20}=\frac{21}{20}$$

(iii) $\frac{5}{12}-\frac{1}{6}+\frac{4}{15}$

ਹਰ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 60

2	12, 6, 15
3	6, 3, 15
	2, 1, 5

ਲ.ਸ.ਵ. = 2 × 3 × 2 × 5 = 60

$$= \frac{5\times 5}{12\times 5}-\frac{1\times 10}{6\times 10}+\frac{4\times 4}{15\times 4}$$

$$= \frac{25}{60}-\frac{10}{60}+\frac{16}{60}=\frac{25-10+16}{60}=\frac{31}{60}$$

5.8.3 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਿੰਨ ਦਾ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਿੰਨ ਦਾ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 1 ਲਿਖ ਕੇ ਇਸਨੂੰ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 30: ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $4+\frac{2}{3}$ (ii) $2-\frac{5}{6}$

ਹੱਲ:- (i) $4+\frac{2}{3}=\frac{4}{1}+\frac{2}{3}=\frac{4\times 3}{1\times 3}+\frac{2}{3}$

$=\frac{4\times 3+2\times 1}{3}=\frac{12+2}{3}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- ਜੋੜ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ ਵੀ ਲਿੱਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

ਭਾਵ $4+\frac{2}{3}=4\frac{2}{3}$

(ii) $2-\frac{5}{6}=\frac{2}{1}-\frac{5}{6}$

$=\frac{2\times 6}{1\times 6}-\frac{5}{6}=\frac{12}{6}-\frac{5}{6}$

$=\frac{12-5}{6}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$

> ($\because$ 1 ਅਤੇ 3 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 3 ਹੈ।)
>
> 6) 7 (1
> –6
> 1

ਉਦਾਹਰਨ 31:- ਸੋਫੀਆ ਸਵੇਰ ਵੇਲੇ $\frac{3}{8}$ ਕਿ.ਮੀ ਦੌੜੀ ਅਤੇ ਸ਼ਾਮ ਵੇਲੇ $2\frac{7}{10}$ ਕਿ.ਮੀ ਦੌੜੀ। ਉਹ ਉਸ ਦਿਨ ਕਿੰਨਾ ਦੌੜੀ?

ਹੱਲ:- ਸੋਫੀਆ ਜਿੰਨਾ ਕੁੱਲ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਦੌੜੀ = $\frac{3}{8}+2\frac{7}{10}$

$=\frac{3}{8}+\frac{27}{10}$

$=\frac{3\times 5}{8\times 5}+\frac{27\times 4}{10\times 4}$

$=\frac{15}{40}+\frac{108}{40}=\frac{15+108}{40}=\frac{123}{40}=3\frac{3}{40}$

$\therefore$ ਸੋਫੀਆ ਉਸ ਦਿਨ $3\frac{3}{40}$ ਕਿ.ਮੀ ਦੌੜੀ।

> 2 | 8, 10
> | 4, 5
>
> 8 ਅਤੇ 10 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ = 2 × 4 × 5 = 40

> $\because$ 40) 123 (3
> –120
> 3

ਉਦਾਹਰਨ 32:- ਇੱਕ $3\frac{3}{4}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਤਾਰ ਦਾ ਟੁਕੜਾ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਗਿਆ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਟੁੱਕੜਾ $2\frac{5}{6}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰਾ ਟੁਕੜਾ ਕਿੰਨਾ ਲੰਬਾ ਹੈ?

ਹੱਲ:- ਦੂਸਰੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = $3\frac{3}{4}-2\frac{5}{6}$

$= \frac{15}{4}-\frac{17}{6}$ (∵ 4 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 12)

$= \frac{15\times 3}{4\times 3}-\frac{17\times 2}{6\times 2}=\frac{45}{12}-\frac{34}{12}=\frac{45-34}{12}=\frac{11}{12}$

ਇਸ ਲਈ, ਦੂਸਰੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $\frac{11}{12}$ ਮੀਟਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 33:- ਪੰਕਜ ਨੇ ਇੱਕ ਕਾਪੀ ₹ $11\frac{1}{2}$ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਪੈੱਨਸਿਲ ₹ $2\frac{3}{4}$ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਰੰਗਾਂ ਦੀ ਡੱਬੀ ₹ $6\frac{2}{5}$ ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ। ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਰੁਪਏ ਖਰਚ ਕੀਤੇ?

ਹੱਲ:- ਕੁੱਲ ਰੁਪਏ ਜੋ ਉਸਨੇ ਖਰਚ ਕੀਤੇ = $11\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}+6\frac{2}{5}$

$= \frac{23}{2}+\frac{11}{4}+\frac{32}{5}$ (∵ 2, 4, 5 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 20)

$= \frac{23\times 10}{2\times 10}+\frac{11\times 5}{4\times 5}+\frac{32\times 4}{5\times 4}$

$= \frac{230}{20}+\frac{55}{20}+\frac{128}{20}=\frac{230+55+128}{20}$

$= \frac{413}{20}=20\frac{13}{20}$

$$\begin{array}{r} 20\,\overline{)\,413\,(}\,20 \\ -400 \\ \hline 13 \end{array}$$

ਉਸਨੇ ਕੁੱਲ ₹ $20\frac{13}{20}$ ਖਰਚ ਕੀਤੇ।

ਅਭਿਆਸ 5.5

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

(i) $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{11}+\frac{4}{11}$ (iii) $\frac{6}{13}+\frac{5}{13}$ (iv) $\frac{5}{14}+\frac{9}{14}+\frac{3}{14}$

(v) $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$ (vi) $\frac{1}{6}+\frac{5}{12}$ (vii) $\frac{3}{10}+\frac{4}{15}$ (viii) $\frac{3}{8}+\frac{1}{4}$

(ix) $\frac{5}{9}+4$ (x) $\frac{4}{7}+\frac{2}{3}+\frac{5}{21}$ (xi) $\frac{3}{4}+\frac{7}{12}+\frac{2}{3}$ (xii) $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}$

2. ਹੇਠ ਲਿੱਖਿਆਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

(i) $\frac{5}{9}-\frac{2}{9}$ (ii) $\frac{6}{17}-\frac{3}{17}$ (iii) $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$ (iv) $\frac{11}{13}-\frac{6}{13}-\frac{2}{13}$

(v) $\frac{5}{12}-\frac{1}{4}$ (vi) $\frac{3}{5}-\frac{2}{10}$ (vii) $\frac{6}{7}-\frac{2}{3}$ (viii) $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}$

(ix) $\frac{8}{3}-\frac{5}{9}$ (x) $2-\frac{1}{7}$ (xi) $\frac{13}{7}-\frac{3}{4}-\frac{1}{14}$ (xii) $\frac{17}{24}-\frac{5}{16}-\frac{1}{3}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $4\frac{2}{5}+2\frac{1}{5}$ (ii) $5\frac{3}{4}+2\frac{1}{6}$ (iii) $6\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}$ (iv) $4\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}$

(v) $2\frac{7}{10}-1\frac{2}{15}$ (vi) $5-3\frac{1}{2}$ (vii) $7+\frac{7}{4}+5\frac{1}{6}$ (viii) $2\frac{1}{8}+1\frac{1}{2}-\frac{7}{16}$

(ix) $5\frac{2}{3}+6-3\frac{1}{4}$ (x) $2-\frac{7}{16}$ (xi) $6+1\frac{1}{2}$ (xii) $2\frac{5}{6}-3\frac{5}{8}+2$

4. ਲੋਹੇ ਦਾ $6\frac{2}{3}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਇੱਕ ਪਾਇਪ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਗਿਆ। ਇੱਕ ਟੁੱਕੜਾ $4\frac{3}{7}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੈ?

5. ਅਸ਼ੋਕ ਨੇ $\frac{7}{10}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਅੰਬ ਖਰੀਦੇ ਅਤੇ ਤਰੁਣ ਨੇ $\frac{11}{15}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਸੇਬ ਖਰੀਦੇ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਫ਼ਲ ਖਰੀਦੇ?

6. ਅਵੀ ਨੇ ਆਪਣੇ ਘਰ ਦੇ ਕੰਮ ਦਾ $\frac{3}{5}$ ਸ਼ਨੀਵਾਰ ਨੂੰ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਉਸੇ ਕੰਮ ਦਾ $\frac{1}{10}$ ਐਤਵਾਰ ਨੂੰ ਕੀਤਾ। ਉਸਨੇ ਹਫ਼ਤੇ ਦੇ ਅੰਤਲੇ ਦੋ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨਾ ਕੰਮ ਕੀਤਾ?

7. ਚਰਨ ਨੇ ਆਪਣੇ ਜੇਬ ਖਰਚ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਹਿੱਸਾ ਫਿਲਮ ਵੇਖਣ 'ਤੇ ਅਤੇ $\frac{3}{8}$ ਹਿੱਸਾ ਨਵੇਂ ਪੈੱਨ 'ਤੇ ਅਤੇ $\frac{1}{8}$ ਹਿੱਸਾ ਇੱਕ ਪੈਂਸਿਲ 'ਤੇ ਖਰਚ ਕੀਤਾ। ਉਸਨੇ ਆਪਣੇ ਜੇਬ ਖਰਚੇ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਹਿੱਸਾ ਖਰਚ ਕੀਤਾ?

8. ਸਿਮਰ ਸਕੂਲ ਤੋਂ 4 ਕਿ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਭਜੋਤ, ਸਿਮਰ ਦੀ ਸਕੂਲ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਤੋਂ $\frac{2}{3}$ ਕਿ.ਮੀ. ਘੱਟ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਭਜੋਤ ਸਕੂਲ ਤੋਂ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

5.9 ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ (Multiplication of a fraction by a whole number)

ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਦੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਸਿੱਖਿਆ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖਾਂਗੇ.

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ, ਗੁਣਾ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਬਾਰ ਬਾਰ ਜੋੜ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $6 \times 4 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਉਸ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

$\frac{1}{3}\times 5 = 5\times\frac{1}{3} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = \frac{1+1+1+1+1}{3} = \frac{5}{3}$

ਜਾਂ, ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{1}{3}\times 5 = 5\times\frac{1}{3} = \frac{5\times 1}{3} = \frac{5}{3}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨ ਦਾ ਹਰ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 34:- ਗੁਣਾ ਕਰੋ:-

(i) $\frac{1}{8}\times 3$ **(ii)** $\frac{5}{12}\times 4$ **(iii)** $6\times\frac{7}{10}$

ਹੱਲ:- (i) $\frac{1}{8}\times 3 = \frac{1}{8}\times\frac{3}{1} = \frac{1\times 3}{8} = \frac{3}{8}$

(ii) $\frac{5}{12}\times 4 = \frac{5}{12}\times\frac{4}{1} = \frac{5\times 4}{12} = \frac{20}{12} = \frac{20\div 4}{12\div 4} = \frac{5}{3}$

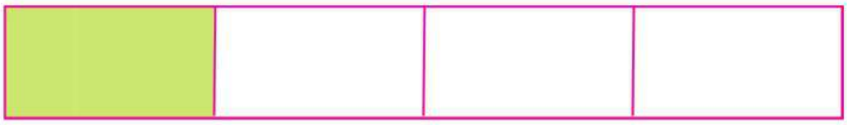
($\because$ 12 ਅਤੇ 20 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 4 ਹੈ। ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ)

(iii) $6\times\frac{7}{10} = \frac{6}{1}\times\frac{7}{10} = \frac{6\times 7}{10} = \frac{42}{10} = \frac{42\div 2}{10\div 2} = \frac{21}{5}$

($\because$ 42 ਅਤੇ 10 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 2 ਹੈ। ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ)

5.10 ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਦੀ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division of a Fraction by a natural number)

ਆਓ $\frac{1}{4}$ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੀਏ।



ਪੂਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ 4 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। ਹੁਣ, ਅਸੀਂ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਨੂੰ 3 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੂਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ 12 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀ ਗਈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਦੂਹਰੇ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ, ਪੂਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ $\frac{1}{12}$ ਹਿੱਸਾ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਭਾਵ $\frac{1}{4}\div 3 = \frac{1}{12}$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $= \frac{1}{4} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 35:- ਭਾਗ ਕਰੋ।

(i) $\frac{1}{6}$ **ਨੂੰ 2 ਨਾਲ** **(ii)** $\frac{2}{3}$ **ਨੂੰ 5 ਨਾਲ** **(iii)** $\frac{2}{5}$ **ਨੂੰ 4 ਨਾਲ**

ਹੱਲ:- (i) $\frac{1}{6} \div 2 = \frac{1}{6} \div \frac{2}{1} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{6 \times 2} = \frac{1}{12}$

(ii) $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \div \frac{5}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$

(iii) $\frac{2}{5} \div 4 = \frac{2}{5} \div \frac{4}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2 \times 1}{5 \times 4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

ਅਭਿਆਸ 5.6

1. ਗੁਣਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{1}{5} \times 4$ (ii) $\frac{2}{7} \times 3$ (iii) $\frac{5}{8} \times 2$ (iv) $\frac{7}{12} \times 4$ (v) $10 \times \frac{4}{5}$

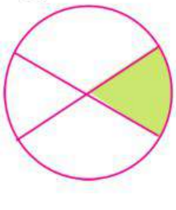
2. ਭਾਗ ਕਰੋ।

(i) $\frac{1}{4} \div 5$ (ii) $\frac{3}{5} \div 3$ (iii) $\frac{5}{8} \div 3$ (iv) $\frac{6}{7} \div 2$ (v) $\frac{12}{15} \div 6$

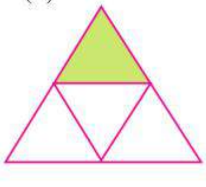
ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨਹੀਂ ਹੈ?

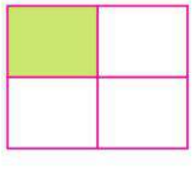
(a)



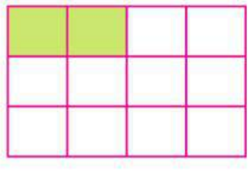
(b)



(c)



(d)



2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੈ?

(a) $\frac{5}{5}$ (b) $\frac{12}{11}$ (c) $\frac{7}{9}$ (d) 7

3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਹੈ?

(a) $\frac{5}{8}$ (b) $2\frac{3}{4}$ (c) $\frac{7}{11}$ (d) $\frac{15}{16}$

4. ਭਿੰਨਾਂ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਸ਼ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ .... ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(a) ਸਮਾਨ (b) ਅਸਮਾਨ (c) ਇਕਾਈ (d) ਉਚਿਤ

5. ਭਿੰਨਾਂ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ .... ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(a) ਉਚਿਤ (b) ਇਕਾਈ (c) ਅਣਉਚਿਤ (d) ਸਮਾਨ

6. ਵੱਖ ਵੱਖ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ .... ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(a) ਅਸਮਾਨ (b) ਸਮਾਨ (c) ਅਣਉਚਿਤ (d) ਇਕਾਈ

7. 8 ਘੰਟਿਆਂ ਨੂੰ 1 ਦਿਨ ਦੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{8}{1}$ (d) $\frac{1}{8}$

8. ₹ 20 ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) ₹ 8 (b) ₹ 10 (c) ₹ 12 (d) ₹ 40

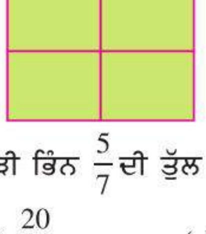
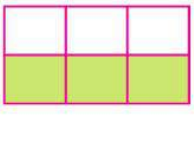
9. $\frac{19}{4}$ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(a) $3\frac{4}{5}$ (b) $4\frac{4}{3}$ (c) $4\frac{3}{4}$ (d) $5\frac{1}{4}$

10. $7\frac{2}{3}$ = ...

(a) $\frac{17}{3}$ (b) $\frac{23}{3}$ (c) $\frac{13}{3}$ (d) $\frac{42}{3}$

11. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

(a) (b)  (c) (d) 

12. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ $\frac{5}{7}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਹੈ?

(a) $\frac{25}{49}$ (b) $\frac{20}{35}$ (c) $\frac{35}{49}$ (d) $\frac{35}{28}$

13. $\frac{5}{8}=\frac{20}{\square}$ ਵਿੱਚ $\square$ ਨੂੰ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਬਦਲੋ।

(a) 32 (b) 24 (c) 40 (d) 16

14. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਨ?

(a) $\frac{2}{3},\frac{2}{7},\frac{2}{5}$ (b) $\frac{2}{3},\frac{2}{5},\frac{2}{7}$

(c) $\frac{2}{7},\frac{2}{3},\frac{2}{5}$ (d) $\frac{2}{7},\frac{2}{5},\frac{2}{3}$

15. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਨ?

(a) $\frac{1}{8},\frac{1}{3},\frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{3},\frac{1}{8},\frac{1}{9}$

(c) $\frac{1}{8},\frac{1}{9},\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{8}$

16. $\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=$ ....

(a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{7}{8}$ (c) $1\frac{1}{6}$ (d) $1\frac{1}{12}$

17. $\frac{4}{9}+\frac{5}{9}-\frac{2}{9}=$ ....

(a) $\frac{7}{9}$ (b) $\frac{7}{18}$ (c) $\frac{11}{9}$ (d) $\frac{5}{9}$

18. $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=$ ....

(a) $\frac{3}{9}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{7}{6}$ (d) $\frac{5}{9}$

19. $4-\frac{1}{3}=$ ....

(a) $4\frac{1}{3}$ (b) $3\frac{1}{3}$ (c) $4\frac{2}{3}$ (d) $3\frac{2}{3}$

20. $\frac{1}{6}$ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ ।

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{12}$ (c) $\frac{1}{18}$ (d) 12

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ ਹੁਣ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਵੱਖ ਵੱਖ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਚਿੱਤਰਾਤਮਕ ਨਿਰੂਪਣ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਇਕਾਈਆਂ ਜਿਵੇਂ ਰੁਪਏ, ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਤਾਪਮਾਨ, ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 5.1

1. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{4}{9}$ (iv) $\frac{5}{8}$ (v) $\frac{7}{16}$ (vi) $\frac{3}{3}$ (vii) $\frac{2}{5}$ (viii) $\frac{4}{7}$

3. (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{10}$ (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{5}{8}$ (v) $\frac{3}{12}$

4. (i) $\frac{5}{9}$ (ii) $\frac{2}{11}$ (iii) $\frac{6}{7}$

5. (i) ਅੰਸ਼ = 2, ਹਰ = 3 (ii) ਅੰਸ਼ = 1, ਹਰ = 4 (iii) ਅੰਸ਼ = 5, ਹਰ = 11
(iv) ਅੰਸ਼ = 9, ਹਰ = 13 (v) ਅੰਸ਼ = 17, ਹਰ = 16

6. (i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{40}{60}$ ਜਾਂ $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{15}{24}$ ਜਾਂ $\frac{5}{8}$ (iv) $\frac{2}{12}$ ਜਾਂ $\frac{1}{6}$ (v) $\frac{45}{100}$ ਜਾਂ $\frac{9}{20}$

7. (i) $\frac{12}{25}$ (ii) $\frac{9}{25}$ (iii) $\frac{8}{25}$ **8.** $\frac{24}{42}$ ਜਾਂ $\frac{4}{7}$, $\frac{18}{42}$ ਜਾਂ $\frac{3}{7}$ **9.** $\frac{6}{13}, \frac{7}{13}$

10. (i) $\frac{2}{10}$ ਜਾਂ $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{4}{10}$ ਜਾਂ $\frac{2}{5}$ (iv) ਸਿਧਾਰਥ

11. ਸੇਬ = $\frac{12}{24}$ ਜਾਂ $\frac{1}{2}$, ਸੰਤਰੇ = $\frac{7}{24}$, ਅਮਰੂਦ = $\frac{5}{24}$

12. ਦਿਸ਼ਮੀਤ = 15, ਬਲਕੀਰਤ = 5

14. (i) 12 ਕਿਤਾਬਾਂ (ii) 20 ਪੈੱਨ (iii) 6 ਤਾਰੀਆਂ (iv) 12 ਸੇਬ (v) 21 ਪੈੱਨਸਿਲਾਂ

15. (i) 18 (ii) 8 (iii) 10

16. (i) ਗਲਤ (ii) ਸਹੀ (iii) ਸਹੀ (iv) ਸਹੀ

ਅਭਿਆਸ 5.2

1. ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ :- $\frac{9}{13}, \frac{6}{11}, \frac{7}{9}, \frac{2}{15}, \frac{4}{17}, \frac{7}{8}$ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ :- $\frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{6}{6}$

2. (i) $5\frac{2}{5}$ (ii) $3\frac{1}{4}$ (iii) $5\frac{3}{8}$ (iv) $7\frac{2}{7}$ (v) $6\frac{2}{3}$

3. (i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{37}{7}$ (iii) $\frac{23}{5}$ (iv) $\frac{15}{4}$ (v) $\frac{77}{8}$

4. (i) $\frac{7}{3}, 2\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{13}{4}, 3\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{19}{5}, 3\frac{4}{5}$ (iv) $\frac{21}{8}, 2\frac{5}{8}$ (v) $\frac{25}{6}, 4\frac{1}{6}$

ਅਭਿਆਸ 5.3

1. (i) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$; ਹਾਂ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{10}{15}$; ਹਾਂ (iii) $\frac{4}{12}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{1}{3}$ ਹਾਂ

2. (i) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20}$ (ii) $\frac{3}{11} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25}$

(ii) $\frac{7}{9} = \frac{14}{18} = \frac{21}{27} = \frac{28}{36} = \frac{35}{45}$ (iv) $\frac{5}{4} = \frac{10}{22} = \frac{15}{33} = \frac{20}{44} = \frac{25}{55}$

(v) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}$

3. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3}$ (iv) $\frac{3}{2}$ (v) $\frac{9}{5}$

4. (i) ਹਾਂ (ii) ਹਾਂ (iii) ਹਾਂ

5. (i) 42 (ii) 56 (iii) 9 (iv) 5 (v) 24

6. (i) $\frac{18}{30}$ (ii) $\frac{12}{20}$ (iii) $\frac{24}{40}$ **7.** (i) $\frac{6}{10}$ (ii) $\frac{48}{80}$ (iii) $\frac{12}{20}$

ਅਭਿਆਸ 5.4

1. $\frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7}$; $\frac{5}{11}, \frac{3}{11}, \frac{1}{11}$; $\frac{6}{13}, \frac{2}{13}, \frac{5}{13}, \frac{10}{13}$; **3.** $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{7}$

4. (i) $<$ (ii) $>$ (iii) $>$ (iv) $<$ (v) $<$

5. (i) $>$ (ii) $<$ (iii) $>$ (iv) $>$ (v) $<$

6. (i) $>$ (ii) $>$ (iii) $<$ (iv) $<$ (v) $=$

7. (i) $\frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}$ (ii) $\frac{1}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}$ (iii) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$ (iv) $\frac{5}{9}, \frac{5}{7}, \frac{5}{3}$

(v) $\frac{3}{13}, \frac{3}{11}, \frac{3}{7}$ (vi) $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{5}{12}$ (vii) $\frac{2}{7}, \frac{11}{35}, \frac{13}{28}, \frac{8}{14}$ (viii) $\frac{4}{15}, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9}$

(ix) $\frac{3}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}$ (x) $\frac{2}{9}, \frac{7}{12}, \frac{11}{18}, \frac{5}{6}$

8. (i) $\frac{7}{9}, \frac{5}{9}, \frac{1}{9}$ (ii) $\frac{7}{11}, \frac{5}{11}, \frac{3}{11}, \frac{2}{11}$ (iii) $\frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{13}$ (iv) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}$

(v) $\frac{2}{3}, \frac{5}{12}, \frac{5}{18}, \frac{1}{6}$ (vi) $\frac{3}{4}, \frac{11}{15}, \frac{17}{30}, \frac{9}{20}$ **9.** ਕਾਰ **10.** $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{3}{10}$

ਅਭਿਆਸ 5.5

1. (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{6}{11}$ (iii) $\frac{11}{13}$ (iv) $\frac{17}{14}$ (v) $\frac{11}{12}$ (vi) $\frac{7}{12}$ (vii) $\frac{17}{30}$

(viii) $\frac{5}{8}$ (ix) $\frac{41}{9}$ (x) $\frac{31}{21}$ (xi) 2 (xii) $\frac{14}{15}$

2. (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{3}{17}$ (iii) $\frac{2}{5}$ (iv) $\frac{3}{13}$ (v) $\frac{1}{6}$ (vi) $\frac{2}{5}$ (vii) $\frac{4}{21}$

(viii) $\frac{7}{12}$ (ix) $\frac{19}{9}$ (x) $\frac{13}{7}$ (xi) $\frac{29}{28}$ (xii) $\frac{1}{16}$

3. (i) $6\frac{3}{5}$ (ii) $7\frac{11}{12}$ (iii) $9\frac{1}{6}$ (iv) $2\frac{11}{12}$ (v) $1\frac{17}{30}$ (vi) $1\frac{1}{2}$ (vii) $13\frac{11}{12}$

(viii) $3\frac{3}{16}$ (ix) $8\frac{5}{12}$ (x) $1\frac{9}{16}$ (xi) $7\frac{1}{2}$ (xii) $1\frac{3}{8}$

4. $2\frac{5}{21}$ਮੀ. **5.** $1\frac{13}{30}$ ਕਿ. ਗ੍ਰਾ. **6.** $\frac{7}{10}$ **7.** $\frac{3}{4}$ **8.** $3\frac{1}{3}$

ਅਭਿਆਸ 5.6

1. (i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{5}{4}$ (iv) $\frac{7}{3}$ (v) 8

2. (i) $\frac{1}{20}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{5}{24}$ (iv) $\frac{3}{7}$ (v) $\frac{2}{15}$

ਬਹੁ ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. a **2.** c **3.** b **4.** c **5.** d **6.** a **7.** b **8.** a **9.** c **10.** b
11. b **12.** c **13.** a **14.** d **15.** b **16.** c **17.** a **18.** b **19.** d **20.** b

C2E5X5

ਦਸ਼ਮਲਵ (DECIMALS)

6

ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ।
- ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ।
- ਲੰਬਾਈ, ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ ਅਤੇ ਭਾਰ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।
- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

6.1 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ (Introduction)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸ਼ਬਦ ਲਾਤਿਨੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਸ਼ਬਦ **'ਡੇਕਮ'** ਤੋਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ '10'। ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਾਰੇ ਪਹਿਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਰ ਰੂਪ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।

6.2 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ (Decimal Number)

ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 2145 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ 2145 ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਅਨੁਸਾਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :

$2145 = 2000 + 100 + 40 + 5 = 2 \times 1000 + 1\times 100 + 4\times 10 + 5 \times 1$

ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਨੀ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਆਪਣੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਦਾ 10 ਗੁਣਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਦਹਾਈ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਇਕਾਈ ਦੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਤੋਂ 10 ਗੁਣਾ ਹੈ। ਸੈਂਕੜੇ ਵਾਲਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ, ਦਹਾਈ ਦੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਤੋਂ 10 ਗੁਣਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹਜ਼ਾਰ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ, ਸੈਂਕੜੇ ਦੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਤੋਂ 10 ਗੁਣਾ ਹੈ ਤੇ ਇਹ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਚਲਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਅਸੀਂ ਖੱਬੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਵਰਤਾਰੇ ਨੂੰ ਇਕਾਈ ਸਥਾਨ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ 5 (ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਨ ਅਨੁਸਾਰ) ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅੱਗੇ ਵਧਾਈਏ ਤਾਂ ਉਸਦਾ 5 (ਇਕਾਈ ਅੰਕ) ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ **ਦਸਵਾਂ ਹਿੱਸਾ** ਭਾਵ $\frac{1}{10}$, ਹੋਵੇਗਾ, ਉਸ ਤੋਂ ਅਗਲੇ ਅੰਕ ਦਾ ਸਥਾਨਕ **ਮੁੱਲ ਸੌਵਾਂ** ਹਿੱਸਾ ਭਾਵ $\frac{1}{100}$ ਅਤੇ ਅਗਲਾ **ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ ਹਿੱਸਾ** ਭਾਵ $\frac{1}{1000}$ ਹੋਵੇਗਾ ਤੇ ਇਹ ਅੱਗੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਲਦਾ ਰਹੇਗਾ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੇ ਹਾਲਾਤ ਵਿੱਚ, ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਵੇਗੀ:

ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈ	ਇਕਾਈ	ਦਸਵਾਂ	ਸੋਵਾਂ	ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ
(1000)	(100)	(10)	(1)	$\left(\frac{1}{10}\right)$	$\left(\frac{1}{100}\right)$	$\left(\frac{1}{1000}\right)$

ਸੰਖਿਆ 5432.167 ਲਓ

ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈ	ਇਕਾਈ	ਦਸਵਾਂ	ਸੋਵਾਂ	ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ
(1000)	(100)	(10)	(1)	$\left(\frac{1}{10}\right)$	$\left(\frac{1}{100}\right)$	$\left(\frac{1}{1000}\right)$
5	4	3	2	1	6	7

ਸੰਖਿਆ 5432.167 ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਅਨੁਸਾਰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ 5432 + . 167

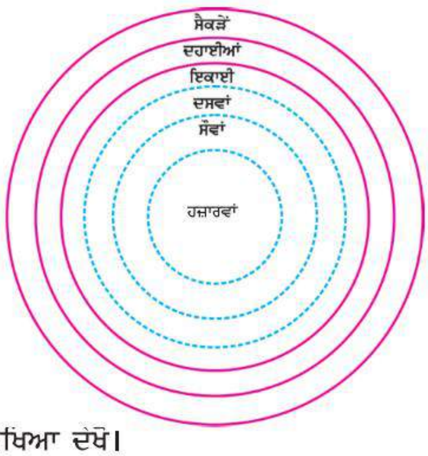
$$\underbrace{5\times1000+4\times100+3\times10+2\times1}_{\text{ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹਿੱਸਾ}} + \underbrace{1\times\frac{1}{10}+6\times\frac{1}{100}+7\times\frac{1}{1000}}_{\text{ਭਿੰਨ ਹਿੱਸਾ}}$$

ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਤਮਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਵੱਖ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚਕਾਰ ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਬਿੰਦੂ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ **ਦਸ਼ਮਲਵ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ "ਪੰਜ ਹਜ਼ਾਰ ਚਾਰ ਸੋ ਬੱਤੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਛੇ ਸੱਤ'

ਜਾਂ ਪੰਜ ਹਜ਼ਾਰ ਚਾਰ ਸੋ ਬੱਤੀ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੋ ਸਤਾਹਟ ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ

ਕਿਰਿਆ



ਵਿਦਿਆਰਥੀਓ, ਆਓ ਅੰਕਾਂ ਨਾਲ ਇੱਕ ਖੇਡ ਖੇਡੀਏ। ਇੱਕ ਗੱਤੇ ਉੱਪਰ ਕੁੱਝ ਸਮਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰ (ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ) ਬਣਾਓ। ਉਸ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈਆਂ, ਦਹਾਈਆਂ, ਸੈਂਕੜੇਂ ਅਤੇ ਦਸਵਾਂ, ਸੋਵਾਂ, ਹਜਾਰਵਾਂ ਲਿਖੋ।

ਕੁੱਝ ਬੰਟੇ ਲਓ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਬੰਟਿਆਂ ਨੂੰ ਆਰਾਮ ਨਾਲ ਇਸ ਗੱਤੇ ਉੱਪਰ ਸੁੱਟੋ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬੰਟੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਚੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਗਿਰਦੇ ਹਨ।

ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇਖੋ।

ਸੈਂਕੜੇ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 6

ਇਸ ਲਈ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $6 \times 100 = 600$

ਦਹਾਈ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 2

ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $2 \times 10 = 20$

ਇਕਾਈ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= 4$

ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ $= 4 \times 1 = 4$

ਦਸਵੇਂ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= 1$

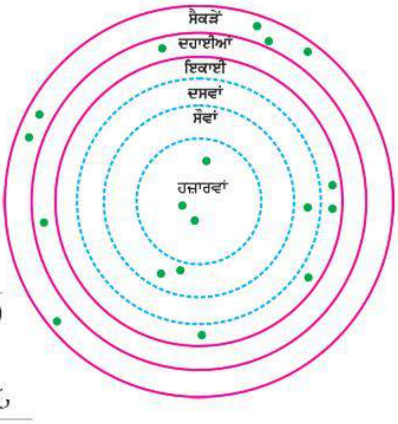
ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ $= 1 \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$

ਸੌਵੇਂ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= 2$

ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ $= 2 \times \frac{1}{100} = \frac{2}{100}$

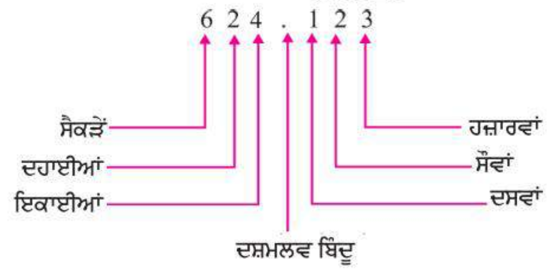
ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= 3$

ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ $= 3 \times \frac{1}{1000} = \frac{3}{1000}$



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ $= 600 + 20 + 4 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}$

$= 624.123$



ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ: ਦਸਵਾਂ, ਸੌਵਾਂ ਅਤੇ ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ ਬਾਰੇ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ:

6.3 ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ (Decimal Fractions)

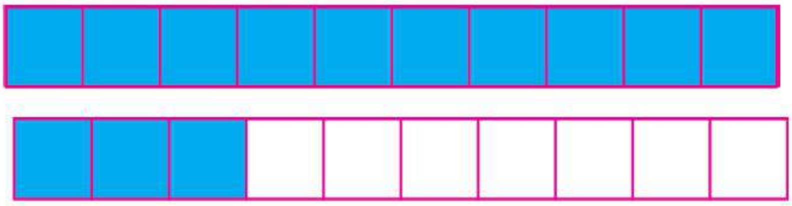
ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਾਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਹੀ ਵਿਸਥਾਰ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਉਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਹੀ ਦੂਜਾ ਨਾਮ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਆਦਿ ਹੋਵੇ। ਆਓ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦਸਵਾਂ, ਸੌਵਾਂ ਅਤੇ ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ ਆਦਿ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ।

6.3.1 ਦਸਵਾਂ

$\Rightarrow$ ਇੱਕ ਆਇਤ ਜਿਸ ਨੂੰ ਦਸ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਲਓ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ। ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਹਿੱਸਾ ਪੂਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਦਸਵਾਂ ਹਿੱਸਾ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ $\frac{1}{10}$ ਜਾਂ .1 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤੇ ਇੱਕ ਦਸਵਾਂ ਜਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$\Rightarrow$ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਦਸ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਸੱਤ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਹਿੱਸਾ ਪੂਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਸੱਤ ਦਸਵੇਂ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ $\frac{7}{10}$ ਜਾਂ .7 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੱਤ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

⇒ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪੂਰੀ ਆਇਤ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਆਇਤ ਦੇ 3 ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ $1\frac{3}{10}$ ਜਾਂ 1.3 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਇੱਕ ਤੇ ਤਿੰਨ ਦਸਵੇਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $.1 = \frac{1}{10} = 1$ ਦਸਵਾਂ

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੇਖੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 1 **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।**

(i) ਸੱਤ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਦਸਵੇਂ **(ii) ਦੋ ਦਸਵੇਂ** **(iii) ਚੌਵੀਂ ਅਤੇ ਇੱਕ ਦਸਵਾਂ**

ਹੱਲ (i) ਸੱਤ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਦਸਵੇਂ $= 7+\frac{3}{10}$

$= 7\frac{3}{10} = 7.3$

(ii) ਦੋ ਦਸਵੇਂ $= \frac{2}{10} = .2$

(iii) ਚੌਵੀ ਅਤੇ ਇੱਕ ਦਸਵਾਂ $= 24\frac{1}{10} = 24.1$

ਉਦਾਹਰਨ 2. **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।**

(i) $\mathbf{10 + 3 + \frac{2}{10}}$ **(ii)** $\mathbf{200 + 7 + \frac{5}{10}}$ **(iii)** $\mathbf{\frac{9}{10}}$

ਹੱਲ : (i) $10 + 3 + \frac{2}{10}$

ਇਥੇ ਇੱਕ ਦਹਾਈ, ਤਿੰਨ ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ 2 ਦੱਸਵੇਂ ਹਨ।

$\therefore \quad 10 + 3 + \frac{2}{10} = 13+\frac{2}{10} = 13.2$

(ii) $200 + 7 + \frac{5}{10}$

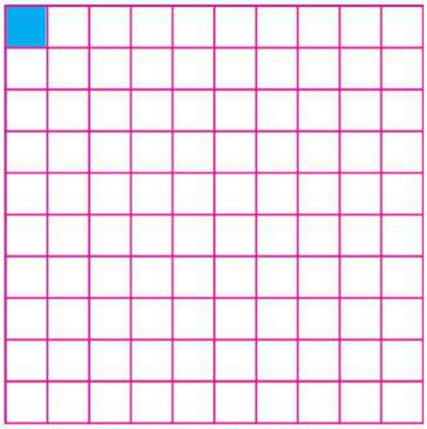
ਇਥੇ 2 ਸੈਂਕੜੇ, 7 ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ 5 ਦੱਸਵੇਂ ਹਨ।

$\therefore \quad 200 + 7 + \frac{5}{10} = 207+\frac{5}{10} = 207.5$

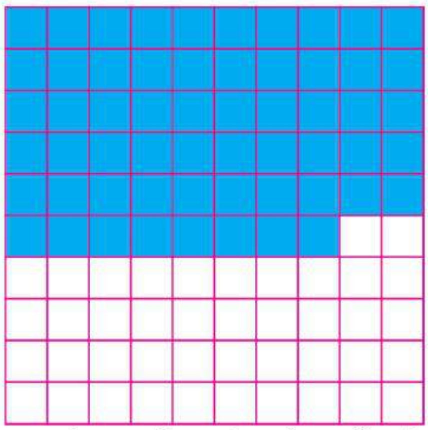
(iii) $\frac{9}{10}$, ਇਥੇ ਸਿਰਫ਼ 9 ਦੱਸਵੇਂ ਹਨ।

$$\therefore \quad \frac{9}{10} = .9$$

6.3.2 ਸੌਂਵਾਂ (Hundredth)

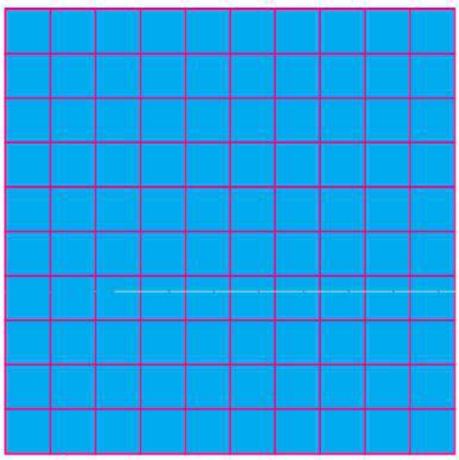


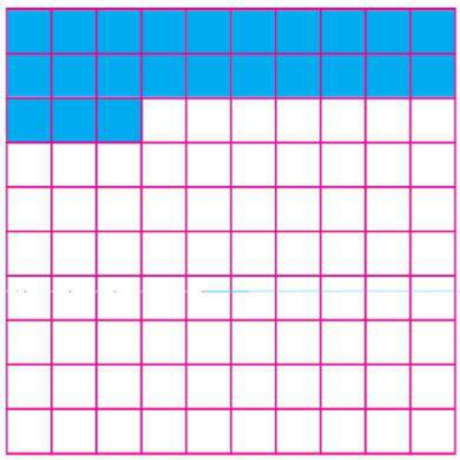
⇒ ਸਾਹਮਣੇ ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਵਰਗ ਨੂੰ 100 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਹਿੱਸਾ ਪੂਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਇੱਕ ਸੌਵੇਂ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ $\frac{1}{100}$ ਜਾਂ .01 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਸੌਵਾਂ ਜਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਇੱਕ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



⇒ ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਵਰਗ ਨੂੰ 100 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚੋਂ 58 ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਤਦ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਹਿੱਸਾ ਪੂਰੇ ਦੇ ਅਠਵੰਜਾ ਸੌਵੇਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ $\frac{58}{100}$ ਜਾਂ .58 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਪੰਜ ਅੱਠ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

⇒ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਵਰਗ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਵਰਗ ਦੇ 23 ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।





ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਹਿੱਸੇ ਨੂੰ $1\frac{23}{100}$ ਜਾਂ 1.23 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੋ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਇੱਕ ਅਤੇ ਤੇਈ ਸੌਵੇਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

6.3.3 ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ (Thousandths)

ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ 1000 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਹਰੇਕ ਹਿੱਸਾ ਪੂਰਨ ਦਾ ਇੱਕ ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ ਭਾਗ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ $\frac{1}{1000}$ ਜਾਂ .001 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਸਿਫ਼ਰ ਇੱਕ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ 1000 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 19 ਭਾਗ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ 19 ਭਾਗ ਪੂਰਨ ਦਾ $\frac{19}{1000}$ ਭਾਗ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ .019 ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਇੱਕ ਨੌਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ,

  $\frac{102}{1000} = .102,\ \frac{519}{1000} = .519,\ \frac{1439}{1000} = 1.439$

  $\frac{12508}{1000} = 12.508$ ਆਦਿ।

ਦਸ਼ਮਲਵ ਕਿਵੇਂ ਲਗਾਈਏ (How to mark Decimal)?

⇒ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਜੋ ਕਿ $\frac{\text{ਸੰਖਿਆ}}{10}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਅੰਕ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾ ਕੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\frac{34}{10} = 3.4$

⇒ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਜੋ ਕਿ $\frac{\text{ਸੰਖਿਆ}}{100}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾ ਕੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ

(i) $\frac{1258}{100} = 12.58$ (ii) $\frac{6}{100} = .06$

⇒ ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਜੋ ਕਿ $\frac{\text{ਸੰਖਿਆ}}{1000}$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾ ਕੇ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ. (i) $\frac{2345}{1000} = 2.345$ (ii) $\frac{16}{1000} = .016$

ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੁੱਝ ਭਿੰਨਤਾਵਾਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ–

(i) ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਿੱਸਾ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ .4, .23, 6.25 ਆਦਿ।

(ii) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਿੱਸਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ

ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ $.3 = 0.3$

$.05 = 0.05$ ਆਦਿ।

(iii) ਜੇਕਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ ਪੂਰਨ ਭਾਗ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰ ਨੂੰ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ $2 = 2.0$

$40 = 40.0$ ਆਦਿ।

ਆਓ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਮੂਲ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 3. **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ-**

(i) ਚੌਵੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਪੰਜ

(ii) ਉਨਹੱਤਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤਿੰਨ ਅੱਠ

(iii) ਇੱਕ ਹਜ਼ਾਰ ਬਵੰਜਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਸੱਤ

(iv) ਸਿਫ਼ਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਛੇ ਸਿਫ਼ਰ ਨੌਂ

(v) ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਸਿਫ਼ਰ ਇੱਕ

ਹੱਲ : (i) ਚੌਵੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਪੰਜ = 24.5

(ii) ਉਨਹੱਤਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤਿੰਨ ਅੱਠ = 69.38

(iii) ਇੱਕ ਹਜ਼ਾਰ ਬਵੰਜਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਸੱਤ = 1052.07

(iv) ਸਿਫ਼ਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਛੇ ਸਿਫ਼ਰ ਨੌਂ = 0.609

(v) ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਸਿਫ਼ਰ ਇੱਕ = 2.001

ਉਦਾਹਰਨ 4. **ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।**

(i) ਪੰਜ ਅਤੇ ਸੱਤ ਦੱਸਵੇਂ

(ii) ਉਨੱਤੀ ਅਤੇ ਇਕਾਹਟ ਸੌਵੇਂ

(iii) ਬਿਆਸੀ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੌ ਬਵੰਜਾ ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ

(iv) ਚਾਰ ਸੌਵੇਂ

(v) ਸੱਤ੍ਹਰ ਅਤੇ ਦੋ ਹਜ਼ਾਰਵੇ

ਹੱਲ : (i) ਪੰਜ ਅਤੇ ਸੱਤ ਦਸਵੇਂ $= 5 + \frac{7}{10} = 5.7$

(ii) ਉਨੱਤੀ ਅਤੇ ਇਕਾਹਟ ਸੌਵੇਂ $= 29 + \frac{61}{100} = 29.61$

(iii) ਬਿਆਸੀ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੌ ਬਵੰਜਾ ਹਜ਼ਾਰਵੇ $= 82 + \frac{152}{1000} = 82.152$

(iv) ਚਾਰ ਸੌਵੇਂ $= \frac{4}{100} = 0.04$

(v) ਸੱਤ੍ਹਰ ਅਤੇ ਦੋ ਹਜ਼ਾਰਵੇ $= 70 + \frac{2}{1000} = 70.002$

ਉਦਾਹਰਨ 5. **ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।**

(i) 125.67 **(ii) 5.3** **(iii) 0.56**

(iv) 3.148 **(v) 10.007**

ਹੱਲ :

ਸੰਖਿਆ	ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜੇ	ਦਹਾਈਆਂ	ਇਕਾਈਆਂ	ਦਸਵਾਂ	ਸੌਵਾਂ	ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ
125.67	–	1	2	5	6	7	–
5.3	–	–	–	5	3	–	–
0.56	–	–	–	0	5	6	–
3.148	–	–	–	3	1	4	8
10.007	–	–	1	0	0	0	7

ਉਦਾਹਰਨ 6. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 64.58 (ii) 0.63 (iii) 7.006 (iv) 712.05 (v) 0.725

ਹੱਲ : (i) 64.58 = ਚੌਂਹਠ ਦਸ਼ਮਲਵ ਪੰਜ ਅੱਠ

ਜਾਂ ਚੌਂਹਠ ਅਤੇ ਅਠਵੰਜਾ ਸੌਵੇਂ

(ii) 0.63 = ਸਿਫ਼ਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਛੇ ਤਿੰਨ

ਜਾਂ ਤਰੈਹਠ ਸੌਂਵੇ

(iii) 7.006 = ਸੱਤ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਸਿਫ਼ਰ ਛੇ

ਜਾਂ ਸੱਤ ਅਤੇ ਛੇ ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ

(iv) 712.05 = ਸੱਤ ਸੌ ਬਾਰ੍ਹਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਪੰਜ

ਜਾਂ ਸੱਤ ਸੌ ਬਾਰ੍ਹਾਂ ਅਤੇ ਪੰਜ ਸੌਂਵੇ

(v) 0.725 = ਸਿਫ਼ਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੱਤ ਦੋ ਪੰਜ

ਜਾਂ ਸੱਤ ਸੌ ਪੱਚੀ ਹਜ਼ਾਰਵੇ

ਉਦਾਹਰਨ 7. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ (ਵੇਖ ਕੇ) ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

	ਹਜ਼ਾਰ (1000)	ਸੈਂਕੜੇ (100)	ਦਹਾਈਆਂ (10)	ਇਕਾਈਆਂ (1)	ਦਸਵਾਂ $\left(\frac{1}{10}\right)$	ਸੌਵਾਂ $\left(\frac{1}{100}\right)$	ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ $\left(\frac{1}{1000}\right)$
(i)	–	5	6	0	3	4	–
(ii)	1	0	2	3	0	5	2
(iii)	2	1	5	0	0	0	6
(iv)	–	–	2	1	1	2	–
(v)	–	–	–	5	0	0	4

ਹੱਲ : (i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $5 \times 100 + 6 \times 10 + 0 \times 1 + 3 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{1}{100}$

$$= 500 + 60 + 0 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} = 560.34$$

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $1 \times 1000 + 0 \times 100 + 2 \times 10 + 3\times 1 + 0 \times\frac{1}{10} + 5 \times\frac{1}{100} + 2\times\frac{1}{1000}$

$$= \quad 1000 + 0 + 20 + 3 + 0 + \frac{5}{100} + \frac{2}{1000}$$

$$= \quad 1023.052$$

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $2\times 1000 + 1 \times 100 + 5 \times 10 + 0\times 1 + 0\times\frac{1}{10} + 0 \times\frac{1}{100} + 6 \times\frac{1}{1000}$

$$= \quad 2000 + 100 + 50 + 0 + 0 + 0 + \frac{6}{1000} = 2150.006$$

(iv) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $2\times 10 + 1 \times 1 + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100}$

$$= \quad 20 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} = 21.12$$

(v) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $5 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 4\times \frac{1}{1000}$

$$= \quad 5 + 0 + 0 + \frac{4}{1000} = 5.004$$

ਉਦਾਹਰਨ 8 **ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਵਿਸਥਾਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।**

(i) 5.6 **(ii) 2.12** **(iii) 14.89**

(iv) 45.067 **(v) 130.008**

ਹੱਲ : (i) 5.6 $= 5+.6 = 5 + \frac{6}{10}$

(ii) 2.12 $= 2 + .12 = 2 + .1 + .02$

$$= 2 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100}$$

(iii) 14.89 $= 14 + .89$

$$= 10 + 4 + .8 + .09$$

$$= 10 + 4 + \frac{8}{10} + \frac{9}{100}$$

(iv) 45.067 $= 45 + .067$

$$= 40 + 5 + .06 + .007$$

$$= 40 + 5 + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000}$$

(v) 130.008 $= 130 + .008$

$$= 100 + 30 + \frac{8}{1000}$$

ਅਭਿਆਸ 6.1

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਨੂੰ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
   (i) ਬਹੱਤਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਚਾਰ
   (ii) ਦੋ ਸੌ ਸਤਵੰਜਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਅੱਠ
   (iii) ਅੱਠ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੋ ਪੰਜ ਛੇ
   (iv) ਪੰਤਾਲੀ ਅਤੇ ਤੇਈ ਸੌਵੇਂ
   (v) ਛੇ ਸੋ ਇੱਕੀ ਅਤੇ ਦੋ ਸੌ ਤਰਵੰਜਾ ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ
   (vi) ਬਾਰ੍ਹਾਂ ਅਤੇ ਅੱਠ ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ
2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
   (i) 12.52 (ii) 7.148 (iii) 0.24 (iv) 5.018 (v) .009
3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
   (i) 21.569 (ii) 0.64 (iii) 3.51 (iv) 14.087 (v) 3.002
4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
   (i) $40 + \frac{2}{10}$ (ii) $700 + 5 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$
   (iii) $10 + \frac{5}{100} + \frac{3}{1000}$ (iv) $\frac{7}{10} + \frac{4}{1000}$ (v) $\frac{5}{1000}$
5. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ (ਵੇਖ ਕੇ) ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

	ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈਆਂ	ਇਕਾਈਆਂ	ਦਸਵਾਂ	ਸੌਵਾਂ	ਹਜ਼ਾਰਵਾਂ
(i)	–	5	2	4	1	2	–
(ii)	2	0	3	4	2	1	–
(iii)	–	–	6	1	0	2	3
(iv)	–	–	–	4	0	0	1
(v)	–	1	0	0	0	3	

6. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸਥਾਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:
   (i) 2.5 (ii) 18.43 (iii) 4.05
   (iv) 13.123 (v) 245.456 (vi) 20.057

6.4 ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਰੂਪਾਂਤਰਣ (Conversion of decimals and fractions)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ ਅਤੇ ਲਿਖਣ ਬਾਰੇ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਰਿਤ ਰੂਪ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਉਲਟ।

6.4.1 ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ (Decimals into fractions)

ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ 2.3 ਲਓ ਜਿਸਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$2.3 = 2+.3 = 2+\frac{3}{10}$$

$$= \frac{20}{10}+\frac{3}{10} = \frac{20+3}{10} = \frac{23}{10}$$

ਭਾਵ $2.3 = \frac{2.3}{1} = \frac{23}{10}$

$$2.3 = \frac{23}{10} = \frac{\text{ਸੰਖਿਆ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ}}{\text{ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਜਗ੍ਹਾ 1 ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਦ ਜਿੰਨੇ ਅੰਕ ਹਨ ਉਨੇ ਹੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰ}}$$

ਉਦਾਹਰਨ 9. **ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।**

(i) 2.5 (ii) 1.52 (iii) .006 (iv) 24.6 (v) 4.32

ਹੱਲ : (i) 2.5

$$2.5 = \frac{25}{10} = \frac{25 \div 5}{10 \div 5} = \frac{5}{2}$$ (25 ਤੇ 10 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. = 5)

ਇੱਥੇ, ਭਿੰਨ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਭਾਵ 25

ਅਤੇ 2.5 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 1 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਭਿੰਨ ਦਾ ਹਰ 1 ਅਤੇ ਇਸ ਨਾਲ 1 ਸਿਫ਼ਰ (ਭਾਵ 10 ਹੈ) ਹੈ।

(ii) 1.52

$$1.52 = \frac{152}{100} = \frac{152 \div 4}{100 \div 4}$$ (152 ਤੇ 100 ਦਾ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 4 ਹੈ)

$$= \frac{38}{25}$$

ਇੱਥੇ, ਭਿੰਨ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਭਾਵ 152

ਅਤੇ 1.52 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 2 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਭਿੰਨ ਦਾ ਹਰ 1 ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ 2 ਸਿਫ਼ਰਾਂ (ਭਾਵ 100) ਹਨ।

(iii) $.006 = \frac{6}{1000} = \frac{6 \div 2}{1000 \div 2}$ (6 ਤੇ 1000 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 2 ਹੈ)

$$= \frac{3}{500}$$

(iv) $24.6 = \frac{246}{10} = \frac{246 \div 2}{10 \div 2}$ (246 ਤੇ 10 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 2 ਹੈ)

$$= \frac{123}{5}$$

(v) $4.32 = \frac{432}{100} = \frac{432 \div 4}{100 \div 4}$ (432 ਤੇ 100 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 4 ਹੈ)

$$= \frac{108}{25}$$

6.4.2 ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Fractions into decimals)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਿੰਨਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 10, 100, ਜਾਂ 1000 ਹੋਵੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\frac{43}{10} = 4.3$; $\frac{125}{100} = 1.25$; $\frac{65}{1000} = 0.065$

$\frac{2143}{1000} = 2.143$ $\frac{619}{100} = 6.19$ ਆਦਿ

> ਭਿੰਨਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 10,100 ਜਾਂ 1000 ਹੋਵੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਅੰਸ਼ ਵਿੱਚ (ਸੱਜੇ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ) ਦਸ਼ਮਲਵ ਉਨੇ ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਹੀ ਲਗਾਇਆ ਜਾਵੇ ਜਿਨ੍ਹੇ ਕਿ ਹਰ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰ ਹਨ।

ਪਰ ਕੁੱਝ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 10,100 ਤੇ 1000 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਵੀ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਕੇ ਜਾਂ ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ 10,100 ਜਾਂ 1000 ਹੋਵੇ।

ਇਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਉਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ 2 ਜਾਂ 5 ਜਾਂ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਜ ਹੋਣ।

ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿਧੀ (Equivalent Fraction Method)

⇒ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\frac{3}{5}$ ਲਓ।

ਇੱਥੇ ਹਰ 5 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਸਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 5 ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ10 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\therefore \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6$

ਹੁਣ $\frac{5}{4}$ ਲਉ। ਇਸਦਾ ਹਰ 4 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਸਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 4 ਨੂੰ 25 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ 100 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\therefore \frac{5}{4} = \frac{5 \times 25}{4 \times 25} = \frac{125}{100} = 1.25$

ਭਾਗ ਵਿਧੀ (Division Method)

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਵਿਧੀ ਅਜਿਹੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਹਰ 8,16 ਜਾਂ 40 ਆਦਿ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਦੂਜੀ ਵਿਧੀ, ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਬਹੁਤ ਅਸਾਨ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\frac{14}{5}$ ਲਓ,

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਭਾਜ = 14

ਅਤੇ ਭਾਜਕ = 5

ਪਗ 1. 14 ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਾਗਫਲ 'ਤੇ ਬਾਕੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2 ਤੇ 4 ਹੋਵੇਗਾ।

```
   2
5 ) 14 (
  − 10
     4
```

ਪਗ 2. ਭਾਜ ਵਿੱਚ . ਦਮਸ਼ਲਵ ਲਗਾਓ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਿਫ਼ਰ ਲਿਖੋ।

```
   2
5 ) 14.0(
  − 10
     4
```

ਭਾਵ 14 = 14.0

ਪਗ 3. 14.0 ਵਿੱਚੋਂ 0 ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਬਾਕੀ 4 ਨਾਲ ਲੈ ਕੇ ਆਓ ਜਿਸ ਨਾਲ 40 ਬਣ ਜਾਵੇ।

ਪਗ 4. ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ 2 ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾਓ ਭਾਵ 2

ਪਗ 5. ਹੁਣ 40 ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਭਾਗਫਲ 8 ਮਿਲਦਾ ਹੈ

$$\begin{array}{r} 2.8 \\ 5\,\overline{)\,14.0} \\ -10 \\ \hline 4\,0 \\ -4\,0 \\ \hline 0 \end{array}$$

ਭਾਵ $\frac{14}{5} = 2.8$

ਆਉ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ

ਉਦਾਹਰਨ 10. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{5}{10}$ **(ii)** $\frac{423}{100}$ **(iii)** $\frac{9}{1000}$ **(iv)** $\frac{15}{2}$ **(v)** $\frac{12}{25}$ **(vi)** $\frac{23}{20}$

ਹੱਲ : (i) $\frac{5}{10}$ = .5 ਜਾਂ 0.5 (ਇੱਥੇ ਹਰ 10 ਹੈ)

(ii) $\frac{423}{100}$ = 4.23 (ਇੱਥੇ ਹਰ 100 ਹੈ)

(iii) $\frac{9}{1000}$ = .009 ਜਾਂ 0.009 (ਇੱਥੇ ਹਰ 1000 ਹੈ)

(iv) $\frac{15}{2}$

ਇੱਥੇ ਹਰ 2 ਹੈ, ਅਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 10 ਹੋਵੇ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\therefore \quad \frac{15}{2} = \frac{15\times5}{2\times5} = \frac{75}{10} = 7.5$$

(v) $\frac{12}{25}$

ਇੱਥੇ ਹਰ 25 ਹੈ।

ਅਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 100 ਹੋਵੇ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$\therefore \quad \frac{12}{25} = \frac{12\times4}{25\times4} = \frac{48}{100}$ = .48 ਜਾਂ 0.48

(vi) $\frac{23}{20}$

ਇੱਥੇ ਹਰ 20 ਹੈ।

ਅਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 100 ਹੋਵੇ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\therefore \quad \frac{23}{20} = \frac{23\times5}{20\times5} = \frac{115}{100} = 1.15$$

ਉਦਾਹਰਨ 11. **ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।**

(i) $\mathbf{\frac{13}{2}}$ **(ii)** $\mathbf{\frac{34}{5}}$ **(iii)** $\mathbf{\frac{47}{4}}$ **(iv)** $\mathbf{\frac{21}{8}}$ **(v)** $\mathbf{\frac{18}{25}}$

ਹੱਲ : (i) $\frac{13}{2} = 6.5$

```
     6.5
 2 ) 13.0 (
   – 12 ↓
      1 0
   –  1 0
        0
```

(ii) $\frac{34}{5} = 6.8$

```
     6. 8
 5 ) 34. 0 (
   – 30  ↓
      4 0
   –  4 0
        0
```

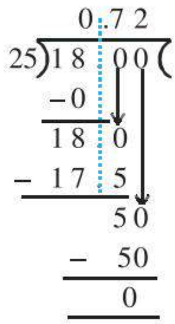
(iii) $\frac{47}{4} = 11.75$

```
      11.75
 4 ) 47 . 0 0 (
   – 4
      7
   –  4
      3 . 0
    – 2 . 8
          2 0
        – 2 0
            0
```

(iv) $\frac{21}{8} = 2.625$

```
       2 . 6 2 5
 8 ) 2 1 . 0 0 0 (
   – 1 6
       5 . 0
   –   4 . 8
           2 0
       –   1 6
             4 0
          –  4 0
               0
```

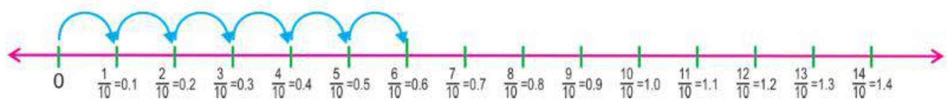
(v) $\frac{18}{25} = 0.72$



6.5 ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ (Representation of Decimals on Number line)

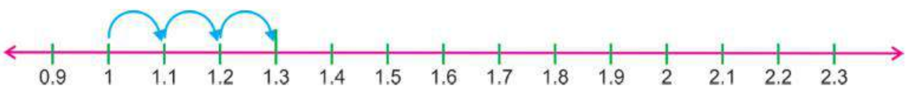
ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਸਿੱਖ ਲਿਆ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$\Rightarrow$ ਆਓ .6 ਜਾਂ $\frac{6}{10}$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਈਏ। ਭਿੰਨ $\frac{6}{10}$, 1 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੈ ਪਰ 0 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ 0 ਤੋਂ 1 ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ 10 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਾਂਗੇ ਅਤੇ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 6 ਪਗ ਗਿਣਾਂਗੇ।



ਕਿਉਂਕਿ $\frac{6}{10} = 0.6$, 0.6 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਉਹੀ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\frac{6}{10}$ ਹੈ।

$\Rightarrow$ ਹੁਣ ਅਸੀਂ 1.3 ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1.3 = 1+.3 ਭਾਵ 1+3 ਦੱਸਵੇਂ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਹਨ ਪਰ 2 ਤੋਂ ਘੱਟ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ 1 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 3 ਕਦਮ ਗਿਣਦੇ ਹਾਂ।



ਉਦਾਹਰਨ 12. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਓ।

(i) 0.4 (ii) 2.8 (iii) 4.5

ਹੱਲ : (i) 0.4, '0' ਤੇ '1' ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।

(ii) 2.8, '2' ਤੇ '3' ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।

(iii) 4.5, '4' ਤੇ '5' ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।

6.6 ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ (Like and Unlike decimals)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\Rightarrow$ 5.34 ਦੇ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

$\Rightarrow$ 4.156 ਦੇ ਤਿੰਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

$\Rightarrow$ 42.01 ਦੇ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ : ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਹ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ 2.56, 42.01, 1.68, 2.30 ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੇ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ : ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ, ਉਹ ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ 2.1, 3.14, 42.356 ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇੱਕ, ਦੋ, ਤਿੰਨ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

ਹੁਣ, ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਲਗਾ ਕੇ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ, ਤਾਂ ਜੋ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਬਰਾਬਰ ਅੰਕ ਹੋਣ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ 2.1 = 2.100 ; 3.14 = 3.140; 42.356 ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਨ।

ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਲਗਾਉਣ ਨਾਲ ਇਸ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ 2.5 = 2.50 = 2.500

6.7 ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ (Comparing Decimals)

ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪੱਗ ਅਪਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ :

ਪੱਗ 1 : ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਪੱਗ 2 : ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। ਜਿਸ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਜਿਆਦਾ ਹੈ ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 6.8 ਅਤੇ 5.9

6>5

ਇੱਥੇ 6 ਤੇ 5 ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ 6>5

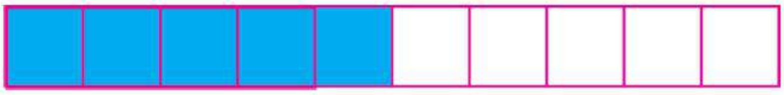
$\therefore$ 6.8 > 5.9

ਪੱਗ 3 : ਜੇਕਰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ, ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਦਸਵਾਂ ਭਾਗ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇ, ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ (i) 0.3 ਅਤੇ 0.5 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

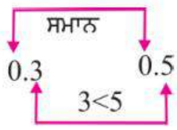
$0.3 = \frac{3}{10}$ ਭਾਵ 10 ਵਿੱਚੋਂ 3 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਅਤੇ $0.5 = \frac{5}{10}$ ਭਾਗ 10 ਵਿੱਚੋਂ 5 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



$\therefore 0.5 > 0.3$

ਜਿਵੇਂ ਕਿ



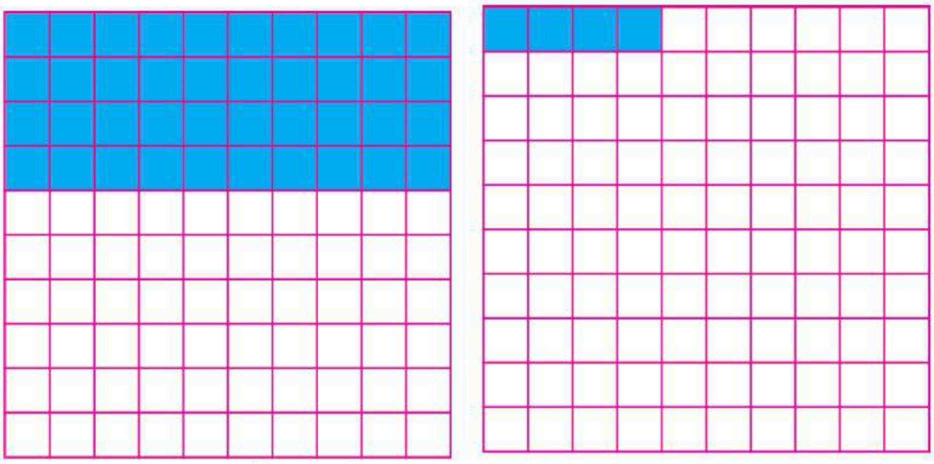
$\therefore \quad 0.3 < 0.5$ ਜਾਂ $0.5 > 0.3$

(ii) ਹੁਣ 0.4 ਅਤੇ 0.04 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

$0.4 = \frac{4}{10} = \frac{40}{100}$ ਭਾਵ 100 ਵਿੱਚੋਂ 40 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਅਤੇ $0.04 = \frac{4}{100}$ ਭਾਵ 100 ਵਿਚੋਂ 4 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਹੁਣ $40 > 4$



ਇਸ ਲਈ $\frac{40}{100} > \frac{4}{100}$ ਜਾਂ $0.4 > 0.04$

ਪੱਗ 4 : ਜੇਕਰ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਿੱਚ ਅੰਕ ਸਮਾਨ ਹਨ ਤਾਂ ਸੌਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦਾ ਰਹੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 13. **ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ?**

(i) 1.4 ਅਤੇ 0.5 **(ii) 3.18 ਅਤੇ 13.28**

(iii) 4.3 ਅਤੇ 4.03 **(iv) 5.168 ਅਤੇ 5.169** **(v) 24.3 ਅਤੇ 24.31**

ਹੱਲ : (i)

ਕਿਉਂਕਿ $1 > 0$, ਇਸ ਲਈ $1.4 > 0.5$

(ii)

ਕਿਉਂਕਿ $3<13$, ਇਸ ਲਈ $3.18 < 13.28$

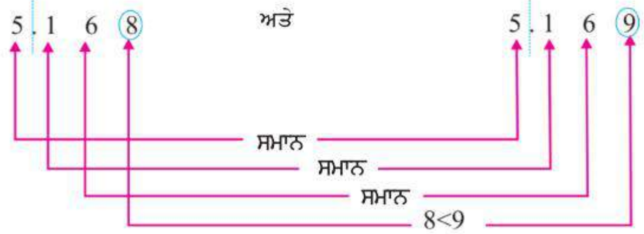
(iii)

(4.3 ਨੂੰ 4.30 ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ)

ਕਿਉਂਕਿ ਪੂਰਨ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਦੱਸਵੇਂ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, $3 > 0$ ਹੈ।

$\Rightarrow \quad 4.3 > 4.03$

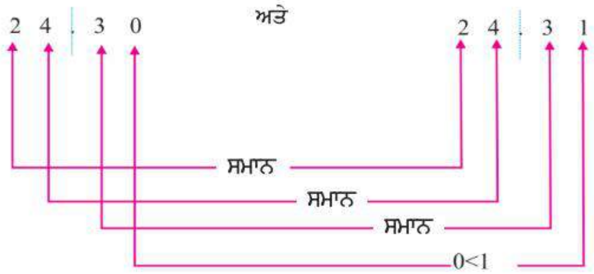
(iv)



ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ $8 < 9$.

$\Rightarrow \quad 5.169 > 5.168$

(v)



ਸੌਵੇਂ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, $0 < 1$

$\Rightarrow \quad 24.31 > 24.3$

ਅਭਿਆਸ 6.2

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

   (i) 1.4 (ii) 2.25 (iii) 18.6 (iv) 4.04 (v) 21.6

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

   (i) $\frac{7}{100}$ (ii) $\frac{12}{10}$ (iii) $\frac{215}{100}$ (iv) $\frac{18}{1000}$ (v) $\frac{245}{10}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{28}{5}$ (iv) $\frac{135}{20}$ (v) $\frac{17}{4}$

4. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਲੰਬੀ ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{17}{2}$ (ii) $\frac{33}{4}$ (iii) $\frac{76}{5}$ (iv) $\frac{24}{25}$ (v) $\frac{5}{8}$

5. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉ।

(i) 0.7 (ii) 1.6 (iii) 3.7 (iv) 6.3 (v) 5.4

6. ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ 3 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

(i) 1.2 ਅਤੇ 1.6 (ii) 2.8 ਅਤੇ 3.2 (iii) 5 ਅਤੇ 5.5

7. ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ:

(i) 0.4 ਜਾਂ 0.7 (ii) 2.6 ਜਾਂ 2.5 (iii) 1.23 ਜਾਂ 1.32

(iv) 12.3 ਜਾਂ 12.4 (v) 18.35 ਜਾਂ 18.3 (vi) 12 ਜਾਂ 1.2

(vii) 5.06 ਜਾਂ 5.061 (viii) 2.34 ਜਾਂ 23.3 (ix) 13.08 ਜਾਂ 13.078

(x) 2.3 ਜਾਂ 2.03

8. ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 2.5, 2, 1.8, 1.9 (ii) 3.4, 4.3, 3.1, 1.3 (iii) 1.24, 1.2, 1.42, 1.8

9. ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 4.1, 4.01, 4.12, 4.2 (ii) 1.3, 1.03, 1.003, 13 (iii) 8.02, 8.2, 8.1, 8.002

6.8 ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ (Use of decimals in daily life)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਧਨ, ਭਾਰ ਅਤੇ, ਸਮਰੱਥਾ ਆਦਿ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

6.8.1 ਮੁਦਰਾ ਜਾਂ ਧਨ (Currency or Money)

ਪੈਸਿਆਂ ਨੂੰ ਰੁਪਏ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ, ਧਨ ਰੁਪਏ ਅਤੇ ਪੈਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਜਿੱਥੇ 100 ਪੈਸੇ = ₹1

ਇਸ ਲਈ 1 ਪੈਸਾ ਇੱਕ ਰੁਪਏ ਦਾ 100ਵਾਂ ਭਾਗ ਹੈ।

ਭਾਵ 1 ਪੈਸਾ = ₹ $\frac{1}{100}$ = ₹ 0.01

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 2 ਪੈਸੇ = ₹ $\frac{2}{100}$ = ₹0.02

5 ਪੈਸੇ = ₹ $\frac{5}{100}$ = ₹0.05

45 ਪੈਸੇ $= ₹\frac{45}{100} = ₹0.45$

ਆਉ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 14: **ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਧਨ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।**

(i) 60 ਪੈਸੇ **(ii) 125 ਪੈਸੇ** **(iii) 5 ਰੁਪਏ 50 ਪੈਸੇ**

(iv) 18 ਰੁਪਏ 99 ਪੈਸੇ **(v) 25 ਰੁਪਏ 5 ਪੈਸੇ**

ਹੱਲ : (i) 60 ਪੈਸੇ $= ₹\frac{60}{100} = ₹0.60$ ($\because$ 1 ਪੈਸਾ $= ₹\frac{1}{100}$)

(ii) 125 ਪੈਸੇ $= ₹\frac{125}{100} = ₹1.25$ ($\because$ 1 ਪੈਸਾ $= ₹\frac{1}{100}$)

(iii) 5 ਰੁਪਏ 50 ਪੈਸੇ

= 5 ਰੁਪਏ + 50 ਪੈਸੇ

$= ₹5 + ₹\frac{50}{100} = ₹5 + ₹\ 0.50 = ₹\ 5.50$ ($\because$ 1 ਪੈਸਾ $= ₹\frac{1}{100}$)

(iv) 18 ਰੁਪਏ 99 ਪੈਸੇ

= 18 ਰੁਪਏ + 99 ਪੈਸੇ

$= ₹18 + ₹\frac{99}{100}$ ($\because$ 1 ਪੈਸਾ $= ₹\frac{1}{100}$)

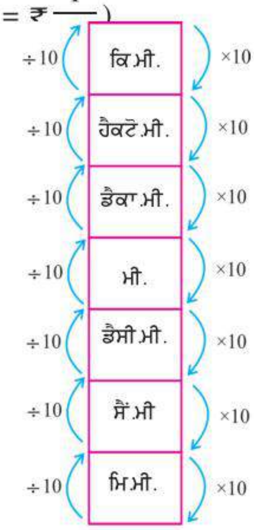
$= ₹18 + ₹0.99 = ₹18.99$

(v) 25 ਰੁਪਏ 5 ਪੈਸੇ

= 25 ਰੁਪਏ + 5 ਪੈਸੇ

$= ₹25 + ₹\frac{5}{100}$ ($\because$ 1 ਪੈਸਾ $= ₹\frac{1}{100}$)

$= ₹25 + ₹0.05 = ₹25.05$



6.8.2 ਲੰਬਾਈ ਜਾਂ ਦੂਰੀ (Length or Distance)

ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 100 ਸੈ.ਮੀ = 1 ਮੀ.

1 ਸੈ.ਮੀ $= \frac{1}{100}$ਮੀ. = 0.01ਮੀ.

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 2 ਸੈ.ਮੀ $= \frac{2}{100}$ਮੀ. = 0.02ਮੀ.

7 ਸੈ.ਮੀ $= \frac{7}{100}$ਮੀ. = 0.07ਮੀ.

35 ਸੈ.ਮੀ $= \frac{35}{100}$ਮੀ = 0.35ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 15. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 4 ਸੈ.ਮੀ (ii) 185 ਸੈ.ਮੀ (iii) 3ਮੀ 32 ਸੈ.ਮੀ

ਹੱਲ : (i) 4ਸੈ.ਮੀ = $\frac{4}{100}$ਮੀ. = 0.04ਮੀ. ($\because$ 1ਸੈ.ਮੀ = $\frac{1}{100}$ਮੀ.)

(ii) 185ਸੈ.ਮੀ = $\frac{185}{100}$ਮੀ. = 1.85ਮੀ. ($\because$ 1ਸੈ.ਮੀ = $\frac{1}{100}$ਮੀ.)

(iii) 3ਮੀ. 32ਸੈ.ਮੀ= 3ਮੀ. + 32ਸੈ.ਮੀ

= 3ਮੀ. + $\frac{32}{100}$ਮੀ. ($\because$ 1ਸੈ.ਮੀ = $\frac{1}{100}$ਮੀ.)

= 3ਮੀ. + 0.32ਮੀ. = 3.32ਮੀ.

ਮਿਲੀਮੀਟਰ ਨੂੰ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 10 ਮਿ.ਮੀ = 1 ਸੈ.ਮੀ

$\Rightarrow$ 1 ਮਿ.ਮੀ. = $\frac{1}{10}$ਸੈ.ਮੀ. = 0.1 ਸੈ.ਮੀ.

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 3 ਮਿ.ਮੀ. = $\frac{3}{10}$ਸੈ.ਮੀ. = 0.3 ਸੈ.ਮੀ.

8 ਮਿ.ਮੀ. = $\frac{8}{10}$ ਸੈ.ਮੀ. = 0.8 ਸੈ.ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 16. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ:

(i) 5 ਮਿ.ਮੀ. (ii) 28 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 5 ਸੈ.ਮੀ. 3 ਮਿ.ਮੀ.

ਹੱਲ : (i) 5ਮਿ.ਮੀ. = $\frac{5}{10}$ ਸੈ.ਮੀ. = 0.5 ਸੈ.ਮੀ. (1ਮਿ.ਮੀ. = $\frac{1}{10}$ਸੈ.ਮੀ.)

(ii) 28ਮਿ.ਮੀ.=$\frac{28}{10}$ਸੈ.ਮੀ. = 2.8 ਸੈ.ਮੀ. (1ਮਿ.ਮੀ. = $\frac{1}{10}$ਸੈ.ਮੀ.)

(iii) 5ਸੈ.ਮੀ. 3ਮਿ.ਮੀ. = 5ਸੈ.ਮੀ. + 3ਮਿ.ਮੀ.

= 5ਸੈ.ਮੀ. + $\frac{3}{10}$ ਸੈ.ਮੀ.

= 5ਸੈ.ਮੀ. + 0.3 = 5.3 ਸੈ.ਮੀ.

ਮੀਟਰ ਨੂੰ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1000 ਮੀ. = 1 ਕਿ.ਮੀ.

$\Rightarrow$ 1ਮੀ. = $\frac{1}{1000}$ਕਿ.ਮੀ. = 0.001ਕਿ.ਮੀ.

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 42ਮੀ. = $\frac{42}{1000}$ਕਿ.ਮੀ. = 0.042 ਕਿ.ਮੀ.

180ਮੀ. = $\frac{180}{1000}$ਕਿ.ਮੀ. = 0.180 ਕਿ.ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 17. **ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।**

(i) 35 ਮੀਟਰ (ii) 1250 ਮੀਟਰ (iii) 5 ਕਿ.ਮੀ. 45 ਮੀਟਰ

ਹੱਲ : (i) 35 ਮੀ. = $\frac{35}{1000}$ ਕਿ.ਮੀ. = 0.035ਕਿ.ਮੀ. (1ਮੀ. = $\frac{1}{1000}$ ਕਿ.ਮੀ.)

(ii) 1250ਮੀ. = $\frac{1250}{1000}$ ਕਿ.ਮੀ. = 1.250ਕਿ.ਮੀ. (1ਮੀ. = $\frac{1}{1000}$ ਕਿ.ਮੀ.)

(iii) 5ਕਿ.ਮੀ 45ਮੀ.= 5ਕਿ.ਮੀ. + 45ਮੀ.

= 5ਕਿ.ਮੀ. + $\frac{45}{1000}$ ਕਿ.ਮੀ.

= 5ਕਿ.ਮੀ. + 0.045 ਕਿ.ਮੀ. = 5.045ਕਿ.ਮੀ.

6.8.3 ਭਾਰ (Weight)

ਗ੍ਰਾਮਾਂ ਨੂੰ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ 1000ਗ੍ਰਾਮ = 1ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

1 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{1}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. = 0.001ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 8 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{8}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. = 0.008 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 72 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{72}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. = 0.072ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

430 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{430}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. = 0.430ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

ਉਦਾਹਰਨ 18. **ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।**

(i) 3 ਗ੍ਰਾਮ (ii) 765 ਗ੍ਰਾਮ (iii) 4 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 80 ਗ੍ਰਾਮ

ਹੱਲ : (i) 3 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{3}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. = 0.003ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ($\because$ 1 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{1}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.)

(ii) 765 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{765}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ = 0.765ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ($\because$ 1 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{1}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.)

(iii) 4 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 80 ਗ੍ਰਾਮ = 4 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ + 80ਗ੍ਰਾ.

= 4 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. + $\frac{80}{1000}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. = 4 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. + 0.080 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

= 4.080 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

6.8.4 ਸਮਰੱਥਾ (Capacity)

ਮਿਲੀਲਿਟਰ ਨੂੰ ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1000 ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ = 1ਲਿਟਰ

1 ਮਿ.ਲੀ. = $\frac{1}{1000}$ ਲਿਟਰ = 0.001.ਲਿਟਰ

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 9 ਮਿ.ਲੀ. $= \frac{9}{1000}$ ਲਿਟਰ $= 0.009$ ਲਿਟਰ

65 ਮਿ.ਲੀ. $= \frac{65}{1000}$ ਲਿਟਰ $= 0.065$ ਲਿਟਰ

325 ਮਿ.ਲੀ. $= \frac{325}{1000}$ ਲਿਟਰ $= 0.325$ ਲਿਟਰ

ਉਦਾਹਰਨ 19. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਲਿਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 50 ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ (ii) 665 ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ (iii) 2 ਲਿ. 25 ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ

ਹੱਲ : (i) 50 ਮਿ.ਲੀ. $= \frac{50}{1000}$ ਲਿਟਰ $= 0.050$ ਲਿਟਰ (1ਮਿ.ਲੀ. $= \frac{1}{1000}$ ਲਿਟਰ)

(ii) 665 ਮਿ.ਲੀ $= \frac{665}{1000}$ ਲਿਟਰ $= 0.665$ ਲਿਟਰ (1 ਮਿ.ਲੀ. $= \frac{1}{1000}$ ਲਿਟਰ)

(iii) 2 ਲਿਟਰ 25 ਮਿ.ਲੀ. = 2 ਲਿਟਰ + 25 ਮਿ.ਲੀ.

$= 2$ ਲਿਟਰ $+ \frac{25}{1000}$ ਲਿਟਰ $= 2$ ਲਿਟਰ $+ 0.025$ ਲਿਟਰ

$= 2.025$ ਲਿਟਰ

ਅਭਿਆਸ 6.3

1. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰੁਪਏ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
   (i) 35 ਪੈਸੇ (ii) 4 ਪੈਸੇ (iii) 240 ਪੈਸੇ
   (iv) 12 ਰੁ. 25 ਪੈਸੇ (v) 24 ਰੁ. 5 ਪੈਸੇ
2. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
   (i) 5 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 62 ਸੈ.ਮੀ. (iii) 135 ਸੈ.ਮੀ. (iv) 5 ਮੀ. 20 ਸੈ.ਮੀ.
   (v) 12 ਮੀ. 8 ਸੈ.ਮੀ.
3. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
   (i) 2 ਮਿ.ਮੀ. (ii) 28 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 8 ਸੈ.ਮੀ. 4 ਮਿ.ਮੀ.
4. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
   (i) 7 ਮੀ. (ii) 50 ਮੀ. (ii) 425 ਮੀ. (iv) 2475 ਮੀ. (v) 3 ਕਿ.ਮੀ. 225 ਮੀ.
5. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ।
   (i) 5 ਗ੍ਰਾਮ (ii) 75 ਗ੍ਰਾਮ (iii) 423 ਗ੍ਰਾਮ (iv) 1265 ਗ੍ਰਾਮ (v) 5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ 418 ਗ੍ਰਾਮ
6. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਲਿਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
   (i) 2 ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ (ii) 80 ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ (iii) 725 ਮਿਲੀਲਿਟਰ
   (iv) 3 ਲਿਟਰ 423 ਮਿਲੀਲਿਟਰ (v) 8 ਲਿਟਰ 20 ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ

6.9 ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Decimals)

ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੀ ਹੈ; ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਹੀ ਅੰਤਰ ਹੈ ਕਿ ਜੋੜਫਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਰੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਹੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਜੋੜਨ

ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗ ਅਪਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਪੱਗ 1. ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।

ਪੱਗ 2. ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕੱਾਲਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਕਿ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਹੇਠ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲਾ ਅੰਕ ਆਵੇ, ਸੌਵੇਂ ਹੇਠ ਸੌਵਾ ਆਵੇ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ।

ਪੱਗ 3. ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਪੱਗ4. ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ, ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਇਸ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਹੋਰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰਨਗੀਆਂ:

ਉਦਾਹਰਨ 20. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

(i) 4.23 + 5.69 (ii) 3.15 + 4.234 (iii) 1.2 + 18.67

(iv) 2.4 + 1.35 + 24.567 (v) 13.25 + 2.4 + 18

ਹੱਲ : (i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 4.23 + 5.69

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।
- ਧਿਆਨ ਰਹੇ ਕਿ ਹਰੇਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ, ਇਸ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਹੇਠਾਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 9.92 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

```
   4 : 2 3
+  5 : 6 9
-----------
   9 : 9 2
```

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 3.15 + 4.234

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।
- ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰੋ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 7.384 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

```
   3 : 1 5 0
+  4 : 2 3 4
-------------
   7 : 3 8 4
```

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 1.2 + 18.67

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।
- ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰੋ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 19.87 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

```
   0 1 : 2 0
+  1 8 : 6 7
-------------
   1 9 : 8 7
```

> **ਆਮ ਗਲਤੀ :-** ਇਹ ਆਮ ਗਲਤੀ ਹੈ ਕਿ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਨ:
> ਇਹ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਕਿਉਂਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਹੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।
>
> ```
>        : 1 . 2
> +  1 8 : 6 7
> -------------
>    1 8 : 7 9
> ```
>
> ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਗਲਤੀ ਨੂੰ ਰੋਕਣ ਲਈ ਸੁਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਖੜ੍ਹਵੀਂ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਹੋਣ।

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 2.4 + 1.35 + 24.567

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
- ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਜੋੜੋ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 28.317 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

```
   0  2 : 4  0  0
   0  1 : 3  5  0
+  2  4 : 5  6  7
------------------
   2  8 . 3  1  7
```

(iv) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 13.25 + 2.4 + 18

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
- ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 18 ਨੂੰ 18.00 ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋੜ ਕਰੋ।

	1	3	2	5
	0	2	4	0
+	1	8	0	0
	3	3	6	5

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 33.65 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

6.10 ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ (Subtraction of Decimals)

ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦਾ ਘਟਾਓ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਟਾਓ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਹੈ। ਸਿਰਫ਼ ਇਕ ਹੀ ਅੰਤਰ ਹੈ ਕਿ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਯਕੀਨੀ ਬਣਾਉਣਾ ਪਵੇਗਾ ਕਿ ਸਾਰੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਹੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਘਟਾਓ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗ ਅਪਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਪੱਗ 1. ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਲਗਾਓ।

ਪੱਗ 2. ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਜੋ ਦਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਹੇਠਾਂ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲਾ ਅੰਕ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਸੌਂਵੇ ਹੇਠ ਸੌਂਵਾਂ ਆਵੇ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ।

ਪੱਗ 3. ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਪੱਗ 4. ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘਟਾਓ ਕਰੋ।

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ :

ਉਦਾਹਰਨ 21. ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ :

(i) 14.82 – 5.97 (ii) 25.18 – 18.07 (iii) 42.3 – 15.78

(iv) 47.39 – 13.412 (v) 40 – 4.156

ਹੱਲ : (i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 14.82 – 5.97

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਲਗਾਓ।
- ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਹੋਣਾ ਯਕੀਨੀ ਬਣਾਓ।
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

	14	8	2
–	05	9	7
	8	8	5

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 8.85 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 25.18 – 18.07

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।
- ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਹੋਣਾ ਯਕੀਨੀ ਬਣਾਓ।
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

	2	5	1	8
–	1	8	0	7
		7	1	1

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 7.11 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 42.3 – 15.78

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
- ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਘਟਾਓ।

	4	2	3	0
–	1	5	7	8
	2	6	.5	2

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 26.52 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(iv) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 47.39 – 13.412

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।
- ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਘਟਾਓ।

```
   4 7 : 3 9 0
 – 1 3 : 4 1 2
   3 3 : 9 7 8
```

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, 33.978 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(v) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 40 – 4.156

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ
- ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਘਟਾਓ

```
   4 0 : 0 0 0
 – 0 4 : 1 5 6
   3 5 : 8 4 4
```

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 35.844 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 22 : (i) 12.83 ਨੂੰ 19.672 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

(ii) 24.64 ਨੂੰ 32 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : (i)

```
   19.672
 – 12.830
    6.842
```

(ii)

```
   32.00
 – 24.67
    7.33
```

6.11 ਸ਼ਬਦ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ (Word Problems)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਤੇ ਘਟਾਓ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 24. ਤਿੰਨ ਥੈਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 45 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 38.16 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਅਤੇ 47.258 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਚਾਵਲ ਹਨ। ਥੈਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਚਾਵਲ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਥੈਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਚਾਵਲ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ = ਤਿੰਨਾਂ ਥੈਲਿਆਂ ਦੇ ਭਾਰ ਦਾ ਜੋੜ

```
    45 . 000
    38 . 160
 +  47 . 258
   130 . 418
```

ਇਸ ਲਈ, ਚਾਵਲ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ 130.418 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 24. ਮਨਦੀਪ ₹86.75 ਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ, ₹28.2 ਦੀਆਂ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ ₹54.25 ਦਾ ਜਿਉਮੈਟਰੀ ਬੱਕਸ ਖਰੀਦਦੀ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਰੁਪਏ ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ?

ਹੱਲ : ਕਿਤਾਬਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 86.7 5

ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 28 .2 0

ਜਿਉਮੈਟਰੀ ਬੱਕਸ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 54 .2 5

ਕੁੱਲ ਰੁਪਏ ਜੋ ਉਸਨੂੰ ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ = ₹8.675 + ₹28.20 + ₹54.24 = ₹169.20

ਉਸ ਨੂੰ ਕੁੱਲ ₹169.20 ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 25. ਰਮਨ ਅਤੇ ਅਸ਼ੀਸ਼ ਦੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਉਚਾਈ 1.64 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 0.98 ਮੀਟਰ ਹੈ। ਅਸ਼ੀਸ਼ ਰਮਨ ਤੋਂ ਕਿੰਨਾ ਛੋਟਾ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਸਵਾਲ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੋਹਾਂ ਦੀਆਂ ਉਚਾਈਆਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਰਮਨ ਦੀ ਉਚਾਈ = 1.64 ਮੀ.

ਅਸ਼ੀਸ ਦੀ ਉਚਾਈ = 0.98 ਮੀ.

ਉਚਾਈਆਂ ਦਾ ਅੰਤਰ= 1.64ਮੀ. − 0.98ਮੀ. = 0.66 ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ, ਅਸ਼ੀਸ਼ ਰਮਨ ਤੋਂ 0.66 ਮੀ. ਛੋਟਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 26. 25 ਮੀਟਰ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਰਿਬਨ ਵਿਚੋਂ 8.2 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 5.65 ਮੀਟਰ ਦੇ ਦੋ ਟੁਕੜੇ ਕੱਟੇ ਗਏ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਰਿਬਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ =25 ਮੀ.

ਪਹਿਲੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 8.2 ਮੀ.

ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ =5.65 ਮੀ.

ਹੁਣ ਦੋਹਾਂ ਟੁਕੜਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ = 8 .2 ਮੀ. + 5.65 ਮੀ. = 13. 85 ਮੀ.

∴ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = (ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ) − (ਦੋਵਾਂ ਟੁਕੜਿਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਜੋੜ)

= 25.00 ਮੀ. − 13.85 ਮੀ. = 11.15 ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਲੰਬਾਈ 11.15 ਮੀ. ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 6.4

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) 12.15 + 4.87 (ii) 23.5 + 13.47 (iii) 12.56 + 6.234

(iv) 24.25 −13.12 (v) 18.8 − 4.26 (vi) 42.34 − 5.256

(vii) 45.4 + 13.25 + 28.68 (viii) 52.9 + 26.893 + 13.62

(ix) 42 − 27.563 (x) 64.26 − 43.589 + 13.42

(xi) 18.3 + 2.56 − 11.643 (xii) 66.5 − 13.49 − 29.712

2. (i) 21.92 ਨੂੰ 32.683 ਵਿਚੋਂ ਘਟਾਓ।

(ii) 14.812 ਨੂੰ 23 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

3. 3.412 ਵਿੱਚ ਕੀ ਜੋੜਿਆ ਜਾਵੇ ਕਿ 7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ?

4. ਖਾਨ ਨੇ ₹63.25 ਗਣਿਤ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਲਈ ਅਤੇ ₹48.99 ਇੰਗਲਿਸ਼ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਲਈ ਖਰਚ ਕੀਤੇ। ਖਾਨ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕੁੱਲ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਸਮਰ ਨੇ ਸਵੇਰੇ 3 ਕਿ.ਮੀ. 450ਮੀ. ਸਵੇਰੇ ਅਤੇ ਸ਼ਾਮ ਨੂੰ 2 ਕਿ.ਮੀ. 585ਮੀ. ਸੈਰ ਕੀਤੀ। ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ?

6. ਸ਼ੀਤਲ ਦੀ ਜੇਬ ਵਿੱਚ ₹190.50 ਹਨ। ਉਹ ₹123.99 ਦਾ ਸਕੂਲ ਬੈਗ ਖਰੀਦਦੀ ਹੈ। ਹੁਣ ਉਸ ਕੋਲ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀ ਰਾਸ਼ੀ ਬਾਕੀ ਹੈ?

7. ਇੱਕ 18.56 ਮੀ. ਲੰਬੇ ਰਿਬਨ ਦੇ ਟੁਕੜੇ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਗਿਆ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਟੁਕੜਿਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 8.75 ਮੀ. ਅਤੇ 3.125 ਮੀ. ਹੈ। ਤੀਜੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ਵੀਰਪਾਲ ਨੇ 20 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ ਸਬਜੀਆਂ ਖਰੀਦੀ ਹੈ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ 6 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 750 ਗ੍ਰਾਮ ਪਿਆਜ਼, 5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 25 ਗ੍ਰਾਮ ਆਲੂ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਟਮਾਟਰ ਹਨ। ਟਮਾਟਰਾਂ ਦਾ ਭਾਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

9. ਅਸ਼ੀਸ਼ ਦਾ ਸਕੂਲ ਘਰ ਤੋਂ 28 ਕਿ.ਮੀ. ਦੂਰ ਹੈ। ਉਹ 14 ਕਿ.ਮੀ. 250 ਮੀ. ਦੂਰੀ ਬੱਸ ਰਾਹੀਂ, 12 ਕਿ.ਮੀ. 650 ਮੀ. ਦੂਰੀ ਕਾਰ ਰਾਹੀਂ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੂਰੀ ਪੈਦਲ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਪੈਦਲ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ?

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. $3+\frac{2}{10}$ = ...

(a) 302 (b) 3.2 (c) 3.02 (d) 30.2

2. $200 + 4 + \frac{5}{10}$ = ...

(a) 24.5 (b) 204.05 (c) 204.5 (d) 24.05

3. $\frac{7}{100}$ = ...

(a) .07 (b) 700 (c) .007 (d) 7

4. $50+\frac{3}{1000}$ = ...

(a) 50.3 (b) 503000 (c) 50.0003 (d) 50.003

5. ਸੱਤਰ ਅਤੇ ਚਾਰ ਹਜ਼ਾਰਵੇ = ...

(a) 74000 (b) 70.004 (c) .00074 (d) .074

6. 2.03 ਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ = ...

(a) $2+\frac{3}{10}$ (b) $20+\frac{3}{10}$ (c) $2+\frac{3}{100}$ (d) $20+\frac{3}{100}$

7. 2.5 = ...

(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{25}{2}$ (c) $\frac{5}{10}$ (d) $\frac{1}{4}$

8. $\frac{13}{2}$ = ...

(a) 6 (b) 6.1 (c) 1.3 (d) 6.5

9. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ?

(a) 0.5 (b) 0.05 (c) 0.51 (d) 0.005

10. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ?

(a) 2.13 (b) .213 (c) 21.3 (d) 213

11. 75 ਗ੍ਰਾਮ = ... ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

(a) .075 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (b) .75 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (c) 7.5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (d) 75 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

12. 27 ਮਿ.ਮੀ = ...ਸੈ.ਮੀ.

(a) .27 ਸੈ.ਮੀ. (b) 27 ਸੈ.ਮੀ. (c) 2.7 ਸੈ.ਮੀ. (d) .027 ਸੈ.ਮੀ.

13. 2.5 +4.23 = ...

(a) 4.48 (b) 6.73 (c) 4.73 (d) 6.48

14. 15 + 3.84 = ...

(a) 3.99 (b) 18.99 (c) 3.84 (d) 18.84

15. 13.5 – 4.23 = ...

(a) 2.87 (b) 7.29 (c) 9.27 (d) 9.37

16. 20 – 12.56 = ...

(a) 7.44 (b) 8.44 (c) 9.44 (d) 6.44

17. 14.8 + 2.62 – 8.4 = ...

(a) 8.02 (b) 9.12 (c) 9.02 (d) 6.44

18. 5ਲਿਟਰ 7ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ = ... ਲਿਟਰ

(a) 5.07 ਲਿਟਰ (b) 5.7 ਲਿਟਰ

(c) 5.70 ਲਿਟਰ (d) 5.007 ਲਿਟਰ

19. 12ਕਿ.ਗ੍ਰਾ 85 ਗ੍ਰਾਮ = ... ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ

(a) 12.085ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ (b) 12.85ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ (c) 128.5ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ (d) 12.0085ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ

20. 235 ਪੈਸੇ = ...

(a) ₹235 (b) ₹23.5 (c) ₹2.35 (d) ₹.235

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਲੰਬਾਈ, ਧਾਰਨ ਸਮੱਰਥਾ ਅਤੇ ਭਾਰ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 6.1

1. (i) 72.14 (ii) 257.08 (iii) 8.256 (iv) 45.23 (v) 621.253 (vi) 12.008

2. (i) ਬਾਰ੍ਹਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਪੰਜ ਦੋ ਜਾਂ ਬਾਰ੍ਹਾਂ ਅਤੇ ਬਵੰਜਾ ਸੌਵੇਂ

(ii) ਸੱਤ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਚਾਰ ਅੱਠ ਜਾਂ ਸੱਤ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੌ ਅਠਤਾਲੀ ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ

(iii) ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੋ ਚਾਰ ਜਾਂ ਚੌਵੀਂ ਸੌਵੇਂ

(iv) ਪੰਜ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਇੱਕ ਅੱਠ ਜਾਂ ਪੰਜ ਅਤੇ ਅਠਾਰਾਂ ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ

(v) ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਿਫ਼ਰ ਸਿਫ਼ਰ ਨੌਂ ਜਾਂ ਨੌਂ ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ

4. (i) 40.2 (ii) 705.34 (iii) 10.053 (iv) .704 (v) .005

5. (i) 524.12 (ii) 2034.21 (iii) 61.023 (iv) 4.001 (v) 100.03

6. (i) $2+\frac{5}{10}$ (ii) $10+8+\frac{4}{10}+\frac{3}{100}$ (iii) $4+\frac{5}{100}$ (iv) $10+3+\frac{1}{10}+\frac{2}{100}+\frac{3}{1000}$

(v) $200+40+5+\frac{4}{10}+\frac{5}{100}+\frac{6}{1000}$ (vi) $20+\frac{5}{100}+\frac{7}{1000}$

ਅਭਿਆਸ 6.2

1. (i) $\frac{7}{5}$ (ii) $\frac{9}{4}$ (iii) $\frac{93}{5}$ (iv) $\frac{101}{25}$ (v) $\frac{108}{5}$

2. (i) 0.07 (ii) 1.2 (iii) 2.15 (iv) 0.018 (v) 24.5

3. (i) 2.5 (ii) 0.75 (iii) 5.6 (iv) 6.75 (v) 4.25

4. (i) 8.5 (ii) 8.25 (iii) 15.2 (iv) 0.96 (v) 0.625

6. (i) 1.3, 1.4, 1.5 (ii) 2.9, 3, 3.1 (iii) 5.1, 5.2, 5.3, 5.4

7. (i) 0.7 (ii) 2.6 (iii) 1.32 (iv) 12.4 (v) 18.35

(vi) 12 (vii) 5.061 (viii) 23.3 (ix) 13.08 (x) 2.3

8. (i) 1.8, 1.9, 2, 2.5 (ii) 1.3, 3.1, 3.4, 4.3 (iii) 1.2, 1.24, 1.42, 1.8

9. (i) 4.2, 4.12, 4.1, 4.01 (ii) 13, 1.3, 1.03, 1.003 (iii) 8.2, 8.1, 8.02, 8.002

ਅਭਿਆਸ 6.3

1. (i) ₹0.35 (ii) ₹0.04 (iii) ₹2.40 (iv) ₹12.25 (v) ₹24.05

2. (i) 0.05ਮੀ. (ii) 0.62ਮੀ. (iii) 1.35ਮੀ. (iv) 5.20ਮੀ. (v) 12.08ਮੀ.

3. (i) 0.2ਸੈ.ਮੀ. (ii) 2.8ਸੈ.ਮੀ. (iii) 8.4ਸੈ.ਮੀ.

4. (i) 0.007ਕਿ.ਮੀ. (ii) 0.050ਕਿ.ਮੀ. (iii) 0.425ਕਿ.ਮੀ. (iv) 2.475ਕਿ.ਮੀ. (v) 3.225ਕਿ.ਮੀ.

5. (i) 0.005ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (ii) 0.075ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (iii) 0.423ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (iv) 1.265ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (iv) 5.418ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

6. (i) 0.002ਲਿਟਰ (ii) 0.080ਲਿਟਰ (iii) 0.725ਲਿਟਰ (iv) 3.423ਲਿਟਰ (v) 8.020ਲਿਟਰ

ਅਭਿਆਸ 6.4

(1) (i) 17.02 (ii) 36.97 (iii) 18.794 (iv) 11.13 (v) 14.54 (vi) 37.084

(vii) 87.33 (viii) 93.413 (ix) 14.437 (x) 34.091 (xi) 9.217 (xii) 23.298

(2) (i) 10.763 (ii) 8.188 **(3)** (i) 3.588 **(4)** ₹ 112.24 **(5)** 6ਕਿ.ਮੀ 035ਮੀ.

(6) ₹ 66.51 **(7)** 6.685 ਮੀ. **(8)** 8.225 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. **(9)** 1 ਕਿ.ਮੀ. 100 ਮੀ.

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ (Multiple Choice Questions)

(1) b **(2)** c **(3)** a **(4)** d **(5)** b **(6)** c **(7)** a **(8)** d **(9)** c **(10)** b

(11) a **(12)** c **(13)** b **(14)** d **(15)** c **(16)** a **(17)** c **(18)** d **(19)** a **(20)** c

H9K4X5

7

ਬੀਜਗਣਿਤ

(ALGEBRA)

ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿਖੋਗੇ :

- **ਚਲਾਂ ਸੰਬੰਧੀ ਜਾਣਕਾਰੀ।**
- **ਵੱਖ ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।**
- **ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ।**
- **ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਵਿਵਹਾਰਿਕ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨਾ।**
- **ਬੀਜਗਣਿਤ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਉਣਾ।**

7.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਤੱਕ 0, 1, 2, 3,...... ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਤੇ ਚਾਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ : ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਆ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਗਣਿਤ ਦੀ ਇਹ ਸ਼ਾਖਾ **ਅੰਕਗਣਿਤ** ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੋ ਪਸਾਰੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ **ਜਿਮਾਇਤੀ** ਆਖਦੇ ਹਨ। ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਸ਼ਾਖਾ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ ਜਿਸਨੂੰ **ਬੀਜਗਣਿਤ** ਆਖਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਅਰਬੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਸ਼ਬਦ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ **"ਟੁੱਟੇ ਹੋਏ ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਨੇੜੇ ਲਿਆਉਣਾ"** ਬੀਜਗਣਿਤ, ਅੰਕਗਣਿਤ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਚਲਦਾ ਹੈ।

7.2 ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੀਆਂ ਮੁੱਖ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ (Main features of Algebra)

- ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੀ ਮੁੱਖ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਸੂਤਰਾਂ ਨੂੰ ਸਾਧਾਰਨ ਢੰਗ ਨਾਲ ਲਿਖਣ ਦੀ ਇਜਾਜ਼ਤ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ, ਕੋਈ ਵੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸੰਖਿਆ ਬਾਰੇ।

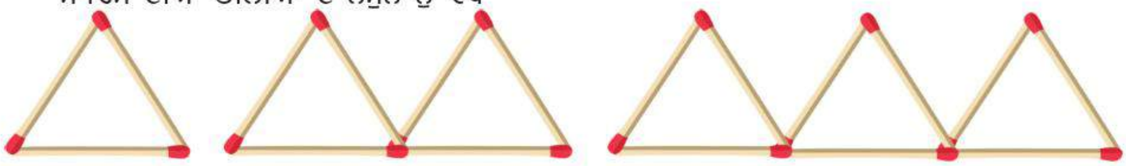
- ਬੀਜਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਇਹ ਅੱਖਰ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ **ਚਲ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅੱਖ਼ਰ ਜਿਵੇਂ ਕਿ a, b, c, ... p, q, r, ... x, y, z ਚਲ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਚਲਾਂ ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਢੰਗ ਸਿੱਖਣ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਬੁਝਾਰਤਾਂ ਅਤੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਨਿਯਮ ਵਿਕਸਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

- ਕਿਉਂਕਿ ਅੱਖਰ, ਅੰਕਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਉੱਪਰ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਾਗੂ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਕਾਂ ਉੱਪਰ। ਇਹ ਤੱਥ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਖਣ ਵੱਲ ਲਿਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ ਬੀਜਗਣਿਤ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਨੋਰੰਜਕ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ। ਆਓ ਆਪਣਾ ਅਧਿਐਨ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ।

7.3 ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਨਣਾ (Identiying Patterns)

ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਨੂੰ ਵੇਖੋ



ਸਾਰਣੀ 1, 2, 3, ... ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	1	2	3	4	5	–	–	8	–	–
ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	3	6	9	12	15	–	–	24	–	–

ਇਹ ਪਾਇਆ ਗਿਆ ਕਿ

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ $3\times1=3$ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਬਣਾਈ ਗਈ।
2. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ $3\times2=6$ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ।
3. ਤਿੰਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ $3\times3=9$ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ

= 3 × ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ

ਆਓ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਅੱਖਰ 'n' ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ n ਗਿਣਤੀ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਸਾਧਾਰਨ ਨਿਯਮ = $3 \times n$

ਇਹ ਨਿਯਮ ਬਹੁਤ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਅਤੇ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ। ਇਸ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਨਮੂਨਾ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਇਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ 100, 500,........ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਲਈ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ.

* n ਚਲ ਦੀ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਕੁੱਝ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ 1, 2, 3, 4 ....

7.4 ਚਲ ਅਤੇ ਅਚਲ (Variables and Constants)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਕੋਈ ਵੀ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੁੱਲ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 1,2, 3, ...ਆਦਿ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਅੱਖ਼ਰ ਜੋ ਕਿ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਕੋਈ ਵੀ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਚਲ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਅੱਖ਼ਰ ਜਿਸਦਾ ਮੁੱਲ ਬਦਲਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, **ਚਲ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇੱਕ ਚਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਰਨਮਾਲਾ ਦੇ ਛੋਟੇ ਅੱਖ਼ਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ 0, 1, 2, 3....... ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਸਥਿਰ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ **ਸਥਿਰ ਅੰਕ** ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਕ, ਅੰਕਗਣਿਤ ਦਾ ਅਧਾਰ ਹਨ, ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਲ, ਬੀਜਗਣਿਤ ਦਾ ਅਧਾਰ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 1- **ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 10 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਲਿਖੋਗੇ? ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ n ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ।**

ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	1	2	3	-	-	10	-	-	n
ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	10×1=10	10×2=20	10×3=30	-	-	10×10=100	-	-	10n

ਹੱਲ: ਇਹ ਵੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 10 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ।

2 ਬਕਸਿਆਂ ਵਿੱਚ , 10×2=20 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ।

3 ਬਕਸਿਆਂ ਵਿੱਚ 10×3=30 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, n ਬਕਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = (ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ) × (ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ)

$= 10 \times n = 10n$

ਉਦਾਹਰਨ 2- ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਵਿੱਚ, ਪ੍ਰਾਰਥਨਾ ਦੇ ਲਈ, ਇੱਕ ਪੰਕਤੀ ਵਿੱਚ 15 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਖੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਉੱਥੇ ਪੰਕਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 'x' ਹੋਵੇ, ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਯਮ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ: ਆਓ, ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਇੱਕ ਸਾਰਨੀ ਤਿਆਰ ਕਰੀਏ :

ਪੰਕਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	1	2	3	-	-	8	-	-	x
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	15	30	45	-	-	120	-	-	15x

ਸਾਰਣੀ ਤੋਂ ਇਹ ਵੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਪੰਕਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ

= (ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ) × (ਪੰਕਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ)

= $15 \times x = 15x$

ਉਦਾਹਰਨ 3- ਇੱਕ ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟ ਉੱਪਰ 16 ਬਟਨ ਹਨ। ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਨੁਸਾਰ, ਬਟਨਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਯਮ ਦਿਓ, ਜੇਕਰ ਟੈਲੀਫੋਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆਂ ਨੂੰ 't' ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ।

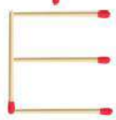
ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਬਟਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = ਇੱਕ ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟ ਵਿੱਚ ਬਟਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ) × (ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ) = $16 \times t = 16t$

ਅਭਿਆਸ 7.1

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੇ n ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਨਿਯਮ ਲਿਖਣ ਲਈ ਇੱਕ ਚਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ:-

(i) ਅੱਖਰ T ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

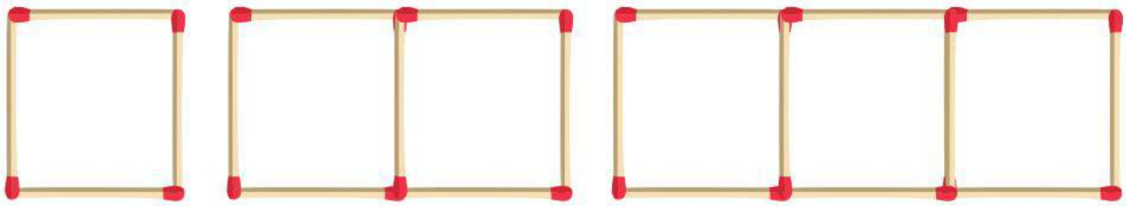
(ii) ਅੱਖਰ E ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 

(iii) ਅੱਖਰ F ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

(iv) ਅੱਖਰ C ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

(v) ਅੱਖਰ S ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

2. ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬੈਠੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ 12 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ। 'n' ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਣ ਵਾਲਾ ਨਿਯਮ ਕੀ ਹੈ? (ਸਾਰਣੀ ਰਾਹੀਂ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕਰੋ)
3. ਅਧਿਆਪਕ ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੂੰ 3 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਨਿਯਮ ਕੀ ਹੈ, ਜੋ 'a' ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸ ਦੇਵੇ?
4. ਇੱਕ ਪੈੱਨ ਸਟੈਂਡ ਵਿੱਚ 8 ਪੈੱਨ ਹਨ। ਉਹ ਨਿਯਮ ਕੀ ਹੈ ਜੋ ਪੈੱਨਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਕੀਮਤ ਦੱਸ ਸਕੇ ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਪੈੱਨ ਦੀ ਕੀਮਤ ਚਲ 'c' ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੋਵੇ?
5. ਗੁਰਲੀਨ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ, ਉਸਨੂੰ 5 ਬਿੰਦੂ ਜੋੜਨੇ ਪੈਂਦੇ ਹਨ। ਉਹ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸ ਸਕੇ, ਜੇਕਰ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 'p' ਚਿੰਨ੍ਹ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਈ ਜਾਵੇ।
6. ਇੱਕ ਦਰਜ਼ਨ ਕੇਲਿਆਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹ 50 ਹੈ। ਜੇਕਰ 'd' ਦਰਜ਼ਨ ਕੇਲੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਕੇਲਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਕੀਮਤ ਦਾ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।
7. ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨਾਲ ਬਣੇ ਹੋਏ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਾਂਝੀ ਮਾਚਿਸ ਦੀ ਤੀਲੀ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਵਰਗ ਵੱਖ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਨੁਸਾਰ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਣ ਵਾਲਾ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(ਸੰਕੇਤ: ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਅਖੀਰਲੀ ਖੜਵੀਂ ਤੀਲੀ ਹਟਾਉਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ C ਦਾ ਨਮੂਨਾ ਮਿਲੇਗਾ)

7.4.1 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਾਂ ਚਲਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Operations on Literal Numbers or Variables)

ਕਿਉਂਕਿ ਚਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅੰਕਾਂ ਉੱਪਰ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਚਾਰ ਬੁਨਿਆਦੀ ਕਿਰਿਆਵਾਂ, ਉਹਨਾਂ 'ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

1. **ਜੋੜ:-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦਾ ਜੋੜ $x + y$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
2. **ਘਟਾਓ:-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ $x - y$ ਜਾਂ $y - x$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. **ਗੁਣਾ:-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦੀ ਗੁਣਾ ਨੂੰ $x \times y$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਧਾਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ xy ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। (ਕਿਉਂਕਿ x ਅਤੇ × ਵਿੱਚ ਭੁਲੇਖੇ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ)
4. **ਭਾਗ :-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ 'x' 'y' ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ $x \div y$ ਜਾਂ $\frac{x}{y}$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

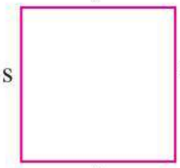
ਆਓ, ਵਾਸਤਵਿਕ ਜੀਵਨ ਦੇ ਹਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।

7.5 ਬੀਜਗਣਿਤ ਸਧਾਰਨੀਕਰਣ ਰੂਪ ਵਿੱਚ (Algebra As Generalisation)

ਬੀਜਗਣਿਤ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਅੰਕਗਣਿਤ ਦਾ ਸਧਾਰਨੀਕਰਣ ਰੂਪ ਦੱਸਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਨਿਯਮ ਜਾਂ ਸੂਤਰ ਦਾ ਸਧਾਰਨੀਕਰਣ ਉਸਨੂੰ ਚਲਾਂ ਕੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਇਸਦੇ ਜਿਆਮਿਤੀ ਅਤੇ ਅੰਕਗਣਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਪ੍ਰਯੋਗ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰੀਏ।

7.5.1 ਜਿਮਾਇਤੀ (Geometry)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪੜਿਆ। ਆਓ ਚਲਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਬਾਰੇ ਕੰਮ ਕਰੀਏ।



1. ਵਰਗ:- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ 4 ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 's' ਹੈ।

ਪਰਿਮਾਪ:-

∴ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ

= ਵਰਗ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ

= $s + s + s + s = 4 \times s = 4s$

ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ ਵੀ ਵੱਖਰੇ ਚੱਲ 'P' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਦਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਤਾਂ ਵਰਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ $P = 4s$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਖੇਤਰਫਲ:- ਮੰਨ ਲਓ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ 'A' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ, ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਭੁਜਾ) × (ਭੁਜਾ)

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ $A = s \times s$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

2. ਆਇਤ:- ਇੱਕ ਆਇਤ ਇੱਕ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ ਜਿਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਪਰਿਮਾਪ:- ਮੰਨ ਲਓ ℓ ਅਤੇ b ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹੈ ਅਤੇ P ਪਰਿਮਾਪ ਹੈ।

∴ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ + ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$P = \ell + b + \ell + b$

$= \ell + \ell + b + b$

$= 2\ell + 2b = 2(\ell + b)$

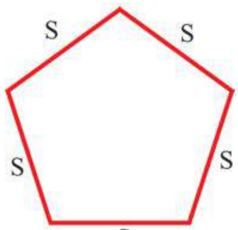
ਖੇਤਰਫਲ:- ਮੰਨ ਲਓ A ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਹੈ।

∴ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਲੰਬਾਈ) × (ਚੌੜਾਈ)

ਭਾਵ $A = \ell \times b$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਜਿਮਾਇਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ



ਉਦਾਹਰਨ 4: **ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ S ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ S ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦਰਸਾਓ।**

ਹੱਲ: ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ = S

ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

$= S + S + S + S + S = 5 \times S = 5S$

ਉਦਾਹਰਨ 5: **ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ, ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ d ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ ਅਤੇ r ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦੇ ਵਿਆਸ ਨੂੰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।**

ਹੱਲ: ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = r

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ = ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ = 2 × ਅਰਧਵਿਆਸ

$\therefore d = 2r$

7.5.2. ਅੰਕਗਣਿਤ (Arithmetic)

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੁੱਝ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਨ੍ਹਾਂ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

1. ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutative Property):

- **ਜੋੜ (Addition):-** ਜੇਕਰ ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਬਦਲਿਆ ਜਾਵੇ, ਇਸ ਨਾਲ ਉਸਦਾ ਜੋੜਫਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $4 + 5 = 5 + 4 = 9$

  ਇਹ ਗੁਣ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਸਮੂਹ ਲਈ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

  ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

  ਮੰਨ ਲਓ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਚਲ ਹਨ।

  ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ $a + b = b + a$ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਲਈ ਜਾਂਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। **ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ** $a = 6, b = 7$ ਤਾਂ $6 + 7 = 7 + 6 = 13$

- **ਗੁਣਾ (Multiplication):-** ਜੇਕਰ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਬਦਲਿਆ ਜਾਵੇ, ਇਸ ਨਾਲ ਉਸਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $3 \times 7 = 7 \times 3 = 21$

  ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਧਾਰਣ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

  ਮੰਨ ਲਓ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ $a \times b = b \times a$

  ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਧਾਰਣ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹਰੇਕ ਜੋੜੇ ਲਈ ਜਾਂਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਜੇਕਰ $a = 8, b = 5$ ਤਾਂ $8 \times 5 = 5 \times 8 = 40$

2. ਸਹਿਚਾਰਿਤਾ ਗੁਣ (Associative Property)

- **ਜੋੜ (Addition):-** ਜੇਕਰ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਨਾਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$

  $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$

  ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਆਮ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

  ਮੰਨ ਲਓ a, b ਅਤੇ c ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਚਲ ਹਨ ਜੋ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਤਾਂ

  $(a + b) + c = a + (b + c)$

- **ਗੁਣਾ (Multiplication):-** ਜੇਕਰ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਨਾਲ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦਾ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $(2 \times 3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$

  $2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$

  ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਆਮ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

  ਮੰਨ ਲਓ a, b ਅਤੇ c ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਚਲ ਹਨ ਜੋ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਤਾਂ

  $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

3. ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ (Distributive Property)

- **ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਉੱਤੇ ਗੁਣਾ (Multiplication over Addition):-** ਇਸ ਗੁਣ ਵਿੱਚ, ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਤੋੜ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਪ੍ਰਾਪਤ

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਉਪਰੰਤ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ.।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $5 \times 53 = 5 \times (50 + 3)$

$= 5 \times 50 + 5 \times 3 = 250 + 15 = 265$

ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਹੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਆਮ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਓ a, b ਅਤੇ c ਕਿਸੇ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਚਲ ਹਨ, ਤਾਂ

$\mathbf{a \times (b + c) = a \times b + a \times c}$

- **ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਉੱਤੇ ਗੁਣਾ (Multiplication over subtraction):-** ਇਸ ਗੁਣ ਵਿੱਚ, ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਅਸੀਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਵਿੱਚ ਤੋੜ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਉਪਰੰਤ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $9 \times 48 = 9 \times (50 - 2)$

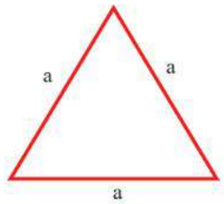
$= 9 \times 50 - 9 \times 2 = 450 - 18 = 432$

ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਸਹੀ। ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਆਮ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਮੰਨ ਲਓ a, b, ਅਤੇ c ਕਿਸੇ ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੇ ਚਲ ਹਨ, ਤਾਂ

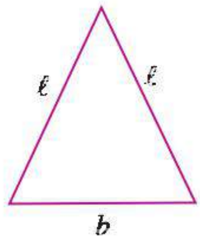
$\mathbf{a \times (b - c) = a \times b - a \times c}$

ਅਭਿਆਸ 7.2

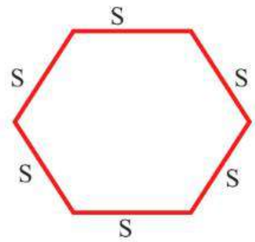
1. ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ 'a' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ 'a' ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦਰਸਾਓ।



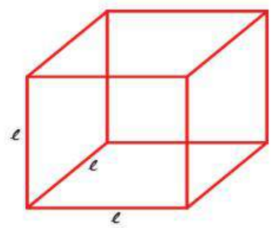
2. ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ 'ℓ' ਅਤੇ 'b' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।



3. ਇੱਕ ਸਮ-ਛੇ-ਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 'S' ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮ ਛੇ ਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ 'S' ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦਰਸਾਓ।



4. ਘਣ ਦੇ 6 ਫ਼ਲਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਰੇ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਵਰਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਘਣ ਦੇ ਇੱਕ ਕਿਨਾਰੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 'ℓ' ਹੈ, ਘਣ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ 'ℓ' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।



5. x ਅਤੇ y ਚਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਲਿਖੋ।
6. *l*, m ਅਤੇ n ਚਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਗੁਣਾ ਦਾ ਸਹਿਚਾਰਿਤਾ ਗੁਣ ਲਿਖੋ।
7. p, q ਅਤੇ r ਚਲਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਲਿਖੋ।

7.6 ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ (ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ) [Algebraic Expressions or Expressions with Variables]

ਅੰਕਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਵਿਅੰਜਕ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $(6 + 5) \times 3$, $10 + 5 \times 3 - 2$, $12 \div 4 \times 7 - 8$ ਆਦਿ। ਇਹ ਵਿਅੰਜਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਚਾਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਰਾਹੀਂ ਜੋੜ ਕੇ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਜਾਂ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $3a$, $x - 10$, $l + 4$, $5m + 3$ ਆਦਿ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਹਨ ਅਤੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਰਾਹੀਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜੇ ਗਏ ਹਨ।

"ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸਮੂਹ, ਜੋ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ (+ , – , × , ÷) ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।"

ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ $5l$, $6m - 2$, $4l + 3$, $x + 12$, $2l + 3m$ ਆਦਿ ਹਨ। ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ (+) ਜਾਂ (–) ਸਮੇਤ ਹਰੇਕ ਹਿੱਸਾ ਇਸਦਾ ਪਦ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਪਦ
$7a$	1	$7a$
$15m + 12$	2	$15m$, 12
$4a + 2b - 3c$	3	$4a$, $2b$, $-3c$
$x^2 - 4x + 5$	3	x^2, $-4x$, 5

ਨੋਟ:- ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਬਿੰਦੂ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਬੜੀ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ $5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$

ਪਰ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ। ਜਿਵੇਂ $4x - 3$ ਵਿੱਚ x ਇੱਕ ਚਲ ਹੈ ਅਤੇ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਉਦੋਂ ਹੀ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਦੋਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਜੇ $x = 2$ ਤਾਂ $4x - 3 = 4 \times 2 - 3 = 8 - 3 = 5$

ਆਓ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣਦੇ ਹਨ:

ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ	ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਬਣੇ ?
$x + 5$	x ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜੇ ਗਏ।
$a - 8$	a ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਏ ਗਏ।
$3a$	a ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।
$\frac{l}{5}$	ℓ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।
$2s + 3$	ਪਹਿਲਾਂ s ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ 3 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

7.6.1 ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Operations On Variables, Literals and Numbers)

ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਚਲਾਂ ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੋਹਾਂ ਉੱਪਰ ਇੱਕਠਿਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿਖਾਂਗੇ, ਜੋ ਕਿ ਵੱਡੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮਦਦਗਾਰ ਹੈ।

1. **ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ:-** ਇਥੇ, ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:
   - x ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਜੋੜਫਲ $x+5$ ਹੈ
   - y ਵਿੱਚ 8 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਜੋੜਫਲ $y + 8$ ਹੈ
   - b ਵਿੱਚ a ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਜੋੜਫਲ $b + a$ ਹੈ

ਨੋਟ :- ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ, ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੰਝ ਹੀ ਛੱਡਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 6- **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਲਈ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:-**

(i) m ਵਿੱਚ 9 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ (ii) x ਤੋਂ 3 ਵੱਧ (iii) p ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ

ਹੱਲ: (i) m ਵਿੱਚ 9 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ = $m + 9$

(ii) x ਤੋਂ 3 ਵੱਧ = $x + 3$

(iii) p ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ = $p + 10$

2. **ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ:-** ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:
   - a ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਓ = $a - 3$
   - x ਵਿੱਚੋਂ 6 ਘਟਾਓ = $x - 6$
   - 4 ਵਿੱਚੋਂ x ਘਟਾਓ = $4 - x$

ਨੋਟ :- ਇਹਨਾਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੰਝ ਹੀ ਛੱਡੋ, ਇਹ ਅੱਗੇ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 7- **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:**

(i) y ਵਿੱਚੋਂ 1 ਘਟਾਓ **(ii)** l ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਓ **(iii)** 5 ਵਿੱਚੋਂ a ਘਟਾਓ

ਹੱਲ: (i) y ਵਿੱਚੋਂ 1 ਘਟਾਓ = $y - 1$

(ii) l ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਓ = $l - 8$

(iii) 5 ਵਿੱਚੋਂ a ਘਟਾਓ = $5 - a$

3. **ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ:-** ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:
   - a ਦੀ ਤਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ = $a \times 3 = 3a$ (ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ)
   - 5 ਅਤੇ x ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = $5 \times x = 5x$
   - m ਦਾ l ਗੁਣਾ = $l \times m = lm$

ਉਦਾਹਰਨ 8- **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:**

(i) 5 ਦੀ p ਨਾਲ ਗੁਣਾ (ii) 4 ਅਤੇ z ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ (iii) l ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ

ਹੱਲ: (i) 5 ਦੀ p ਨਾਲ ਗੁਣਾ = $5 \times p = 5p$

(ii) 4 ਅਤੇ z ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = $4 \times z = 4z$

(iii) ℓ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ = $2 \times l = 2l$

4. ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਾਗ:- ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ, ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਜਾਂ ਭਾਗਫਲ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:-

- b ਦੀ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ = $b \div 2 = \frac{b}{2}$
- y ਦੀ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ = $y \div 3 = \frac{y}{3}$
- l ਦਾ m ਨਾਲ ਭਾਗਫਲ = $l \div m = \frac{l}{m}$

ਉਦਾਹਰਨ 9- **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:-**

(i) x ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ (ii) 3 ਨੂੰ k ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ (iii) a ਦਾ 2 ਨਾਲ ਭਾਗਫਲ

ਹੱਲ: (i) x ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ = $x \div 8 = \frac{x}{8}$

(ii) 3 ਨੂੰ k ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ = $3 \div k = \frac{3}{k}$

(iii) a ਦਾ 2 ਨਾਲ ਭਾਗਫਲ = $a \div 2 = \frac{a}{2}$

ਹੁਣ ਚਾਰ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਮਝਾਈ ਗਈ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 10- **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਦੱਸੋ ਉਹ ਕਿਵੇਂ ਬਣੇ?**

(i) $a - 8$ (ii) $l + 1$ (iii) $2m$ (iv) $\frac{a}{5}$ (v) $3z + 9$ (vi) $5p - 8$

ਹੱਲ: (i) $a - 8$ = a ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

(ii) $l + 1$ = l ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(iii) $2m$ = m ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਜਾਂ m ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ।

(iv) $\frac{a}{5}$ = a ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

(v) $3z + 9$ = ਪਹਿਲਾਂ z ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ 9 ਨੂੰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(vi) $5p - 8$ = ਪਹਿਲਾਂ p ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚੋਂ 8 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

ਉਦਾਹਰਨ 11- **ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:-**

(i) x ਵਿੱਚੋਂ 12 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

(ii) y ਵਿੱਚ 8 ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(iii) p ਨੂੰ – 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

(iv) a ਨੂੰ –5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(v) ℓ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

ਹੱਲ: (i) x ਵਿੱਚੋਂ 12 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ = $x - 12$

(ii) y ਵਿੱਚ 8 ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ = $8 + y$ **ਜਾਂ** $y + 8$

(iii) p ਨੂੰ – 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ = $p \times (-2) = -2p$

(iv) a ਨੂੰ –5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ = $a \times (-5) + 3$
$= -5a + 3$

(v) ℓ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ = $(\ell \times 2) \div 7 = \frac{2\ell}{7}$

7.6.2 ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ (Use of Algebraic Expressions In Life):-

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 12- ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਕਿ a ਤੋ 12 ਵੱਧ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = a ਤੋਂ 12 ਵੱਧ
= $12 + a$ ਜਾਂ $a + 12$

ਉਦਾਹਰਨ 13- ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ x ਤੋਂ 8 ਘੱਟ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = x ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘੱਟ
= $x - 8$

ਉਦਾਹਰਨ 14- ਵਾਸੂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ x ਸਾਲ ਹੈ। ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

(i) 6 ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ ਵਾਸੂ ਦੀ ਉਮਰ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ?

(ii) 3 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਉਸਦੀ ਉਮਰ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ?

(iii) ਜੇਕਰ ਵਾਸੂ ਦੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਉਸਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦਾ 3 ਗੁਣਾ ਹੈ,ਤਾਂ ਵਾਸੂ ਦੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਕੀ ਹੈ?

(iv) ਜੇ ਵਾਸੂ ਦਾ ਵੱਡਾ ਭਰਾ ਅੰਕਿਤ ਉਸ ਤੋਂ 10 ਸਾਲ ਵੱਡਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅੰਕਿਤ ਦੀ ਉਮਰ ਕੀ ਹੈ?

(v) ਵਾਸੂ ਦੇ ਪਿਤਾ ਦੀ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਵਾਸੂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਤੋਂ 7 ਵੱਧ ਹੋਣ?

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਵਾਸੂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ= x ਸਾਲ

(i) 6 ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਵਾਸੂ ਦੀ ਉਮਰ = ਉਸਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ (x) ਤੋਂ 6 ਸਾਲ ਵੱਧ
= $(x + 6)$ ਸਾਲ

(ii) 3 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਵਾਸੂ ਦੀ ਉਮਰ = ਉਸਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ (x) ਤੋਂ 3 ਸਾਲ ਘੱਟ
= $(x - 3)$ ਸਾਲ

(iii) ਵਾਸੂ ਦੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ = ਵਾਸੂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦਾ 3 ਗੁਣਾ
= $3 \times x = 3x$ ਸਾਲ

(iv) ਅੰਕਿਤ ਦੀ ਉਮਰ = ਵਾਸੂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਤੋਂ 10 ਸਾਲ ਵੱਧ
= $(10 + x)$ ਜਾਂ $(x + 10)$ ਸਾਲ

(v) ਪਿਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ = ਵਾਸੂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦਾ ਦੁਗੱਣਾ + 7
= $(2x + 7)$ ਸਾਲ

ਉਦਾਹਰਨ 15- ਇੱਕ ਕਮਰੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕਮਰੇ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 5 ਮੀਟਰ ਘੱਟ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਚੌੜਾਈ b ਮੀਟਰ ਹੈ ਤਾਂ ਲੰਬਾਈ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ?

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਮਰੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = ਚੌੜਾਈ ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 5 ਘੱਟ = 3 ਗੁਣਾ ਚੌੜਾਈ –5
= $3 \times$ ਚੌੜਾਈ – 5
= $(3b - 5)$ ਮੀਟਰ

ਅਭਿਆਸ 7.3

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਅਤੇ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਚੁਣੋ।

   (i) $2l - 3$ (ii) $5 \times 3 + 8$ (iii) $6 - 3x$ (iv) $5l$

   (v) $2 \times (21 - 18) + 9$ (vi) $\frac{6a}{5} + 2$ (vii) $7 \times 20 \div 5 + 3$ (viii) 8

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਲਈ ਪਦ ਲਿਖੋਂ।

   (i) $2y + 5z$ (ii) $6x - 3y + 8$ (iii) $7a$ (iv) $3l - 5m + 2n$ (v) $\frac{2l}{3} + x$

3. ਦਸੋ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣੇ।

   (i) $a + 11$ (ii) $12 - x$ (iii) $3z + 8$ (iv) $6 - 5l$ (v) $\frac{5a}{4}$

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ।

   (i) p ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

   (ii) y ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

   (iii) d ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

   (iv) l ਨੂੰ -6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

   (v) 1 ਵਿੱਚੋਂ m ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

   (vi) 3x ਵਿੱਚ 11 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

   (vii) y ਨੂੰ -2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

   (viii) c ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

   (ix) x ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ y ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

   (x) a ਨੂੰ b ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਫਿਰ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ c ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

5. ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ ਜੋ y ਵਿੱਚੋਂ 15 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।
6. ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ ਜੋ a ਤੋਂ 3 ਵੱਧ ਹੋਵੇ।
7. ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ x ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਤੋਂ 1 ਵੱਧ ਹੋਵੇ।
8. ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ y ਦੇ 5 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 7 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।
9. ਸੋਮੀ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ 'a' ਸਾਲ ਹੈ। ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

   (i) ਉਸਦੀ 15 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਉਮਰ

   (ii) ਉਸਦੀ 12 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਉਮਰ

   (iii) ਜੇ ਸੋਮੀ ਦੇ ਪਿਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਉਸਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਤੋਂ 5 ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਪਿਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦਰਸਾਓ।

   (iv) ਜੇ ਸੋਮੀ ਦੀ ਭੈਣ ਉਸਤੋਂ 4 ਸਾਲ ਛੋਟੀ ਹੋਵੇ, ਉਸਦੀ ਭੈਣ ਦੀ ਉਮਰ ਦਰਸਾਓ

   (v) ਜੇ ਸੋਮੀ ਦੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਉਸਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 3 ਘੱਟ ਹੋਵੇ ਉਸਦੀ ਮਾਤਾ ਜੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦਰਸਾਓ।

10. ਇੱਕ ਫਰਸ਼ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਚੌੜਾਈ ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਤੋਂ 10 ਵੱਧ ਹੈ। ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਚੌੜਾਈ l ਮੀਟਰ ਹੈ।

7.7 ਸਮੀਕਰਨ ਕੀ ਹੈ? (What is an equation ?)

ਅਸੀਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ ਕਿ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲ ਅਤੇ ਅਚਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਗਣਿਤਿਕ ਰਕਮਾਂ ਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ ਸਿੱਖਿਆ।

• ਆਓ ਇੱਕ ਛੋਟੀ ਪਹੇਲੀ (ਬੁਝਾਰਤ) ਵੇਖੀਏ:

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਸੋਚੋ ਅਤੇ 8 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ 5 ਜੋੜੋ। ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੈ?

ਅਸੀਂ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਖਿਆ 3 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਚਲ 'x' ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਪਹੇਲੀ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ: (ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ) + 5 = 8

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $x + 5 = 8$, ਇਹ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ।

• ਆਓ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਕੁੱਝ ਰਕਮਾਂ 'ਤੇ ਦੁਬਾਰਾ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ:

(i) ਸੰਖਿਆ x ਵਿੱਚ 7 ਵਧਾਉਣ 'ਤੇ 12 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\Rightarrow \quad x + 7 = 12$

(ii) ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ x ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ ਤਾਂ 10 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\Rightarrow \quad x - 3 = 10$

(iii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ *l* ਦਾ 3 ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ 27 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\Rightarrow \quad 3l = 27$

(iv) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 'a' ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ 6 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\Rightarrow \quad \frac{a}{2} = 6$$

(v) ਸੰਖਿਆ p ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ q ਦੇ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਜੋੜਫਲ 18 ਹੈ

$\Rightarrow \quad p + 4q = 18$

ਉਪਰੋਕਤ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਕਥਨ ਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਕਥਨ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਉਪਰੋਕਤ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਗਣਿਤਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਗਿਆ, ਤਾਂ (i), (ii), (iii), (iv) ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚਲ ਜਾਂ (v) ਵਿੱਚ ਦੋ ਚਲ ਆਏ। ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ।

> "ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਗਣਿਤਿਕ ਕਥਨ ਹੈ ਜੋ ਦੋ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਬਰਾਬਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਖੱਬੇ ਹੱਥ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ (LHS) ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਹੱਥ ਵਾਲਾ ਵਿਅੰਜਕ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ (RHS) ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਬਰਾਬਰ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸੇ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਪਦ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।"

ਉਹ ਸਮੀਕਰਨ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਚਲ (ਅਗਿਆਤ ਮੁੱਲ) ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਘਾਤ 1 ਹੋਵੇ, ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਚਲ ਵਾਲੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 16- **ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਗਣਿਤਿਕ ਕਥਨ ਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਜੋਂ ਲਿਖੋ:-**

(i) a ਅਤੇ 8 ਦਾ ਜੋੜਫਲ 13 ਹੈ

(ii) ਸੰਖਿਆ p ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ 14 ਹੈ।

(iii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ 16 ਹੈ।

(iv) y ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 5 ਵੱਧ 23 ਹੈ।

(v) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਤੋਂ 2 ਘੱਟ 26 ਹੈ।

ਹੱਲ: (i) a ਅਤੇ 8 ਦਾ ਜੋੜਫਲ = $a + 8$

ਇਹ 13 ਹੈ।

$\therefore$ ਸਮੀਕਰਨ $a + 8 = 13$ ਹੈ

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : ਪ੍ਰਤੱਖ ਵਿਧੀ:

a ਅਤੇ 8 ਦਾ ਜੋੜਫਲ = 13

$\Rightarrow \quad a + 8 = 13$

(ii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ p ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ = $2 \times p = 2p$

ਇਹ 14 ਹੈ।

$\therefore$ ਸਮੀਕਰਨ $2p = 14$ ਹੈ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

ਸੰਖਿਆ p ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ = 14

$2 \times p = 14 \Rightarrow 2p = 14$

(iii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ = 16

$\Rightarrow \quad \frac{1}{4} \times$ (ਸੰਖਿਆ) = 16

ਮੰਨ ਲਓ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ

$\therefore$ ਸਮੀਕਰਨ $\frac{1}{4} \times x = 16$ ਹੈ

$\Rightarrow \quad \frac{x}{4} = 16$

(iv) y ਦਾ 3 ਗੁਣਾ = $3 \times y = 3y$

y ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 5 ਵੱਧ = $3y + 5$

ਇਹ 23 ਹੈ।

$\therefore$ ਸਮੀਕਰਨ $3y + 5 = 23$ ਹੈ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

y ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 5 ਵੱਧ = 23

ਭਾਵ y ਦਾ 3 ਗੁਣਾ + 5 = 23

$3 \times y + 5 = 23 \Rightarrow 3y + 5 = 23$

(v) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ 4 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 2 ਘੱਟ = 26

$\Rightarrow$ ਸੰਖਿਆ ਦਾ 4 ਗੁਣਾ − 2 = 26

$\Rightarrow$ $4 \times$ (ਸੰਖਿਆ) − 2 = 26

ਮੰਨ ਲਓ ਸੰਖਿਆ a ਹੈ

$\therefore$ ਸਮੀਕਰਨ $4 \times a - 2 = 26$

$\Rightarrow \quad 4a - 2 = 26$

7.8 ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ (Solution of an equation)

ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜਿਸਨੂੰ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਚੱਲ ਦੀ ਥਾਂ 'ਤੇ ਭਰਨ ਨਾਲ LHS ਅਤੇ RHS ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਣ। ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਜੋ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਸ਼ਟ ਕਰਦੀ ਹੈ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਜਾਂ ਮੂਲ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਜਾਂ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ (ਮੂਲ) ਲੱਭਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਵਿਧੀਆਂ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਾਂ:

1. ਯਤਨ ਅਤੇ ਭੁੱਲ ਵਿਧੀ (Trial and Error Method)
2. ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਵਿਧੀ (Systematic Method)
3. ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਵਿਧੀ (Transposition Method)

7.8.1 ਯਤਨ ਅਤੇ ਭੁੱਲ ਵਿਧੀ (Trial and Error Method)

ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ, ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਚਲ (ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆ) ਦੇ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮੁੱਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨਾਲ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ (LHS) ਅਤੇ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ (RHS) ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਇਹ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਮੂਲ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 17 **$x + 6 = 9$ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ x ਦੇ ਅਲਗ ਅਲਗ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

x ਦਾ ਮੁੱਲ	ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = x + 6	ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ = 9	ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ=ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ
1	1 + 6 = 7	9	ਨਹੀਂ
2	2 + 6 = 8	9	ਨਹੀਂ
3	3 + 6 = 9	9	ਹਾਂ

ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰਨੀ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ $x = 3$ ਤਾਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

$\therefore x = 3$ ਹੱਲ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 18 **$3x - 2 = 13$ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ x ਦੇ ਅਲਗ ਅਲਗ ਮੁਲ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

x ਦਾ ਮੁੱਲ	ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = 3x – 2	ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ = 13	ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ=ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ
1	3 × 1 –2 = 3 – 2 = 1	13	ਨਹੀਂ
2	3 × 2 –2 = 6 – 2 = 4	13	ਨਹੀਂ
3	3 × 3 –2 = 9 – 2 = 7	13	ਨਹੀਂ
4	3 × 4 –2 = 12 – 2 = 10	13	ਨਹੀਂ
5	3 × 5 –2 = 15 – 2 = 13	13	ਹਾਂ

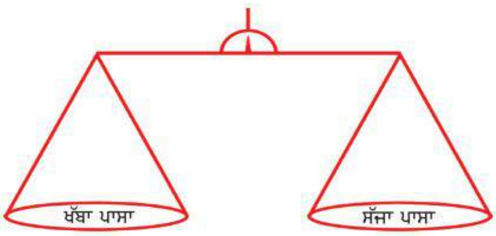
ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰਨੀ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ $x = 5$ ਤਾਂ ਖੱਬਾਂ ਪਾਸਾ=ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

$\therefore x = 5$ ਹੱਲ ਹੈ।

7.8.2 ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਵਿਧੀ (Systematic method)

ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਯਤਨ ਅਤੇ ਭੁੱਲ ਵਿਧੀ ਸਮੇਂ ਦੀ ਖਪਤ ਵਾਲੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਉਚਿਤ ਢੰਗ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਇੱਕ ਤੱਕੜੀ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਿਵਹਾਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਤੁਲਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੱਕੜੀ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਤਰਾਜੂ। ਜਦੋਂ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਭਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਤੱਕੜੀ ਸੰਤੁਲਨ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

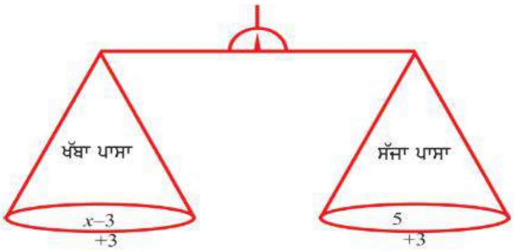


ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭਾਰ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਬਰਾਬਰ ਭਾਰ ਕੱਢ ਸੱਕਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੀ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਬਰਾਬਰ ਹੀ ਰਹਿਣਗੇ। ਇਥੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਸੰਤੁਲਿਤ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਚਾਰ ਨਿਯਮ (axioms) ਹਨ:

ਨਿਯਮ 1:- ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਸੰਖਿਆ (ਮਾਤਰਾ) ਜੋੜ ਦੇਈਏ, ਤਾਂ ਵੀ ਸੰਤੁਲਨ ਸਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ $x - 3 = 5$ ਲਓ।

ਜੇ ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸੇ 3 ਜੋੜ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਭਾਰ (ਸਮੀਕਰਨ) ਉੱਤੇ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ।



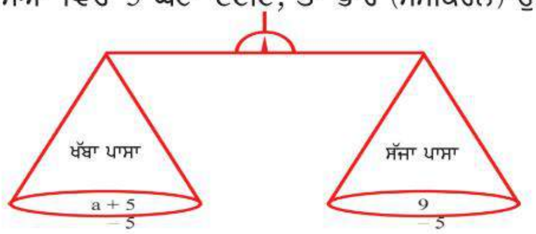
ਭਾਵ $(x - 3) + 3 = 5 + 3$

$\Rightarrow \quad x = 8$

ਨਿਯਮ 2: ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਮਾਨ ਸੰਖਿਆ ਘਟਾ ਲਈਏ, ਤਾਂ ਵੀ ਸੰਤੁਲਨ ਸਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $a + 5 = 9$ ਲਓ

ਜੇ ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾ ਦੇਈਏ, ਤਾਂ ਭਾਰ (ਸਮੀਕਰਨ) ਉੱਤੇ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ।



ਭਾਵ $(a + 5) - 5 = 9 - 5$

$\Rightarrow \quad a = 4$

ਨਿਯਮ 3:- ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਵੀ ਸੰਤੁਲਨ ਸਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $\frac{x}{2} = 7$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ।

ਭਾਵ $\frac{x}{2} \times 2 = 7 \times 2$

$\Rightarrow \quad x = 14$

ਨਿਯਮ 4:- ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸੰਤੁਲਨ ਸਹੀ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $7l = 21$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ ਪੈਂਦਾ।

ਭਾਵ $\frac{7l}{7} = \frac{21}{7}$

$\Rightarrow \quad l = 3$

ਆਓ ਇਹਨਾਂ ਨਿਯਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ:

ਉਦਾਹਰਨ 19. **$a - 8 = 4$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ $a - 8 = 4$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 8 ਜੋੜਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$a - 8 + 8 = 4 + 8$

$\Rightarrow$ $a = 12$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 20. **$3x - 1 = 14$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ $3x - 1 = 14$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 1 ਜੋੜਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$3x - 1 + 1 = 14 + 1$

$\Rightarrow$ $3x = 15$

ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$

$\Rightarrow$ $x = 5$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 21. **$2x + 5 = 21$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ $2x + 5 = 21$

ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$2x + 5 - 5 = 21 - 5$

$\Rightarrow$ $2x = 16$

ਦੋਵਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$

$\Rightarrow$ $x = 8$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

7.8.3 ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ (Method of Transposition of a number)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਜੋੜ, ਘਟਾ, ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ (ਭਾਵ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਾਸਾ ਬਦਲਣਾ) ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜੋੜਨਾ ਜਾ ਘਟਾਉਣਾ, ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕਰਨਾ। ਅਸੀਂ '+' ਨੂੰ '–' ਅਤੇ ਉਲਟ, 'x' ਨੂੰ '÷' ਅਤੇ ਉਲਟ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ।

ਵੇਖੋ :- ਸਮੀਕਰਨ $x - 2 = 6$ .... (i)

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ 2 ਜੋੜਨ ਨਾਲ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$x - 2 + 2 = 6 + 2$

$x = 6 + 2$ ....(ii)

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਅਤੇ (ii), ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਅਸੀ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਖਿਆ 2 ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਲ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਬਦਲਾਅ (ਭਾਵ '–' ਤੋਂ '+') ਨਾਲ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਗਈ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਆ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਨਾਲ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

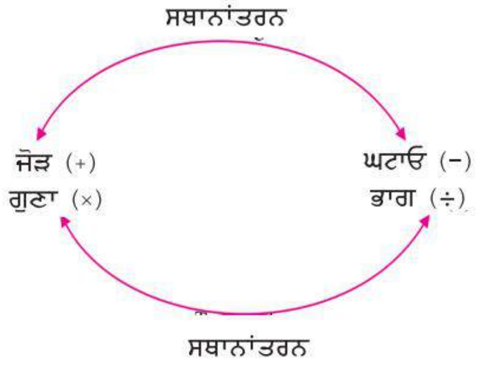
- ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਣ ਵੇਖੋ $3a = 12$ .... (i)

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$\frac{3a}{3} = \frac{12}{3}$$

$a = \frac{12}{3}$ ਜਾਂ $12 \div 3$ .... (ii)

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਅਤੇ (ii), ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਖਿਆ 3 ਕਿਰਿਆ ਪਰਿਵਤਰਨ ਨਾਲ ਭਾਵ **ਗੁਣਾ ਤੋਂ ਭਾਗ** ਨਾਲ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਹੋ ਗਈ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਆ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਨ 22- ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ:-

(i) $x + 2 = 11$ (ii) $y - 3 = 8$ (iii) $4x = 24$ (iv) $\frac{a}{3} = 6$ (v) $3b - 2 = 19$

ਹੱਲ: (i) ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਣ : $x + 2 = 11$

$\Rightarrow$ $x = 11 - 2$ (+ 2 ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਿਤ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਹ – 2 ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।)

$\therefore$ $x = 9$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(ii) ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਣ : $y - 3 = 8$

$\Rightarrow$ $y = 8 + 3$ (– 3 ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਹ + 3 ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।)

$\therefore$ $y = 11$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

(iii) ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਣ : $4x = 24$

$\Rightarrow$ $x = \frac{24}{4}$ ('ਗੁਣਾ' ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਹ 'ਭਾਗ' ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।)

$\therefore$ $x = 6$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

(iv) ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਣ : $\frac{a}{3} = 6$

$\Rightarrow$ $a = 6 \times 3$ (ਭਾਗ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਹ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।)

$\therefore$ $a = 18$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(v) ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਣ : $3b - 2 = 19$

$\Rightarrow$ $3b = 19 + 2$ (– 2 ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਕਰਨ 'ਤੇ + 2 ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।)

$\Rightarrow$ $3b = 21$

$\Rightarrow$ $b = \frac{21}{3}$ (ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇਹ ਭਾਗ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।)

$\therefore$ $b = 7$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 7.4

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ:–

(i) x ਅਤੇ 3 ਦਾ ਜੋੜਫਲ 10 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(ii) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 'a' ਤੋਂ 5 ਘੱਟ 12 ਹੈ।

(iii) p ਦੇ 5 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 2 ਵੱਧ 32 ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

(iv) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅੱਧ 10 ਹੈ।

(v) ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ 3 ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ 'ਤੇ 17 ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਲਈ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ਅਤੇ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਲਿਖੋ:-

(i) $l + 5 = 8$ (ii) $13 = 2m + 3$ (iii) $\frac{t}{4} = 6$ (vi) $2h - 5 = 13$ (v) $\frac{5x}{7} = 15$

3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਭੁੱਲ ਅਤੇ ਯਤਨ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀ ਹੱਲ ਕਰੋ:-

(i) $x + 2 = 7$ (ii) $5p = 20$ (iii) $\frac{a}{5} = 2$ (iv) $2l - 4 = 8$ (v) $3x + 2 = 11$

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀ ਹੱਲ ਕਰੋ:-

(i) $z - 4 = 10$ (ii) $a + 3 = 15$ (iii) $4m = 20$ (iv) $3x - 3 = 15$ (v) $4x + 5 = 13$

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਾਂਤਰਨ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ:-

(i) $x - 5 = 6$ (ii) $y + 2 = 3$ (iii) $5x = 10$ (iv) $\frac{a}{6} = 4$ (v) $4y - 2 = 30$

6. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਹੱਲ ਕਰੋ:-

(i) $x + 7 = 11$ (ii) $x - 3 = 15$ (iii) $x - 2 = 13$ (iv) $6x = 18$

(v) $3x = 24$ (vi) $\frac{x}{4} = 7$ (vii) $\frac{x}{8} = 5$ (viii) $2x - 5 = 17$

(ix) $4x + 5 = 21$ (x) $5x - 2 = 13$

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਵਰਗ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ 's' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਹੈ:-

(a) $4 + s$ (b) $s - 4$ (c) $4s$ (d) s

2. ਚਲਾਂ x ਅਤੇ y ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਗੁਣਾ ਲਈ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਲਿਖੋ :

(a) $xy = yx$ (b) $x + y = y + x$ (c) $x + y$ (d) xy

3. ਵਿਅੰਜਕ $7l - 3$ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪਦ ਹਨ?

(a) 1 (b) 3 (c) 2 (d) 4

4. m ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ = ...

(a) $5 - m$ (b) $m + 5$ (c) $5 + m$ (d) $m - 5$

5. p ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਫਿਰ 2 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ = ...

(a) $2p + 3$ (b) $3p - 2$ (c) $3p + 2$ (d) $2p - 3$

6. ਜੇ ਅਰਮਾਨ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ x ਸਾਲ ਹੈ ਤਾਂ 4 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਉਸਦੀ ਉਮਰ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ?

(a) $x - 4$ (b) $x + 4$ (c) $4x$ (d) $4 - x$

7. ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ: y ਦੇ 4 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 7 ਜਿਆਦਾ ਨਾਲ 23 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(a) $4 + 7y = 23$ (b) $7 + y = 23$ (c) $4y - 7 = 23$ (d) $4y + 7 = 23$

8. ਜੇਕਰ $x - 3 = 2$, x ਪਤਾ ਕਰੋ:-

(a) 3 (b) 6 (c) 5 (d) 2

9. $4l - 3 = 5$ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(a) 3 (b) 4 (c) 1 (d) 2

10. ਜੇ $\frac{a}{4} = 5$ ਤਾਂ a = ...

(a) 5 (b) 20 (c) 4 (d) 18

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਚਲਾਂ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵੱਖ ਵੱਖ ਹਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਅਰਥ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਕਥਨ ਤੋਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 7.1

1. (i) 2n (ii) 4n (iii) 3n (iv) 3n (v) 5n **2.** 12n **3.** 3a

4. 8c **5.** 5p **6.** 50d **7.** 1 + 3x or 3x + 1

ਅਭਿਆਸ 7.2

1. 3a **2.** $2l + b$ **3.** 6S **4.** $12l$ **5.** $x + y = y + x$

6. $l \times (m \times n) = (l \times m) \times n$ **7.** $p \times (q + r) = p \times q + p \times r$

ਅਭਿਆਸ 7.3

1. ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ : (i), (iii), (iv), (vi) ਅੰਕ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ : (ii), (v), (vii), (viii)

2. (i) 2y, 5z (ii) 6x, –3y, 8 (iii) 7a (iv) $3l$, –5m, 2n (v) $\frac{2l}{3}$, x

3. (i) a ਵਿੱਚ 11 ਦਾ ਵਾਧਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ (ii) 12 ਵਿੱਚੋਂ x ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ

(iii) z ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ 8 ਦਾ ਵਾਧਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ (iv) ℓ ਦੇ 5 ਗੁਣਾ ਨੂੰ 6 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ

(v) a ਦੇ 5 ਗੁਣਾ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ

4. (i) $p + 10$ (ii) $y - 5$ (iii) $\frac{d}{3}$ (iv) $-6l$ (v) $1 - m$

(vi) $3x + 11$ (vii) $-2y + 2$ (viii) $\frac{7c}{5}$ (ix) $y - 3x$ (x) $(a + b) c$

5. $y - 15$ 6. $a + 3$ 7. $2x + 1$ 8. $5y - 7$

9. (i) $a + 15$ (ii) $a - 2$ (iii) $2a + 5$ (iv) $a - 4$ (v) $3a - 3$ 10. $2l + 10$

ਅਭਿਆਸ 7.4

1. (i) $x + 3 = 10$ (ii) $a - 5 = 12$ (iii) $5p + 2 = 32$ (iv) $\frac{x}{2} = 10$ (v) $2x + 3 = 17$

2. (i) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = $l + 5$, ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ = 8 (ii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = 13, ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ = $2m + 3$

(iii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = $\frac{t}{4}$, ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ = 6 (iv) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = $2h - 5$, ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ = 13

(v) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = $\frac{5x}{7}$, ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ = 15

3. (i) $x = 5$ (ii) $p = 4$ (iii) $a = 10$ (iv) $l = 6$ (v) $x = 3$

4. (i) $z = 14$ (ii) $a = 12$ (iii) $m = 5$ (iv) $x = 6$ (v) $x = 2$

5. (i) $x = 11$ (ii) $y = 1$ (iii) $x = 2$ (iv) $a = 24$ (v) $y = 8$

6. (i) $x = 4$ (ii) $x = 18$ (iii) $x = 15$ (iv) $x = 3$ (v) $x = 8$

(vi) $x = 28$ (vii) $x = 40$ (viii) $x = 11$ (ix) $x = 4$ (x) $x = 3$

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. c 2. a 3. c 4. d 5. c 6. b 7. d 8. c 9. d 10. b

F4F3M8

8

ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ
(BASIC GEOMETRICAL CONCEPTS)

ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ, ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਅਤੇ ਕਿਰਨ ਬਾਰੇ।
- ਵਕਰ ਬਾਰੇ ਭਾਵ ਸਰਲ, ਖੁੱਲਾ ਅਤੇ ਬੰਦ ਵਕਰ।
- ਬਹੁਭੁਜ ਬਾਰੇ ਭਾਵ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਤੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਬਾਰੇ।
- ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਬਾਰੇ।
- ਇਹਨਾਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦਾ ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਨਾਲ ਸਬੰਧ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ।

8.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ, ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਸ਼ਾਖਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਆਕਾਰ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦੀ ਹੈ।

ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ (Geometry) ਯੂਨਾਨੀ ਸ਼ਬਦ "ਜਿਆ" "Geo" ਅਤੇ ਮੈਟ੍ਰਾਨ "metron" ਤੋਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਿਆ (Geo) ਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਮੈਟ੍ਰਾਨ metron ਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਮਾਪ। ਪੁਰਾਣੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਸਾਡੀ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਖੇਤਰਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਲਾ, ਚਿੱਤਰ ਕਲਾ, ਮਾਪ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਸੀ। ਅਸੀਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤਿਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਬਾਰੇ ਸਿਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਾਂ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਕ, ਅੰਕਗਿਣਤ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਜਾਂ ਨੀਂਹ ਪੱਥਰ ਹਨ ਅਤੇ ਅਚਲ, ਚਲ ਅਤੇ ਚਾਰ ਮੁਢਲੀਆਂ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਹਨ; ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਦੇ ਆਪਣੇ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਜਾਂ ਨੀਂਹ ਪੱਥਰ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁੱਝ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਸ ਦੇ ਤਿੰਨ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਸਮਤਲ ਹਨ। ਇਹ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਫਿਰ ਵੀ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਪਦਾਂ ਦੇ ਅਰਥ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

8.2 ਬਿੰਦੂ (POINT)

ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਇਕ ਟੁਕੜੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਤਿੱਖੀ ਪੈੱਨਸਿਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਜਿਹਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਜਾਂ ਇੱਕ ਸੂਖ਼ਮ ਸੂਈ ਜਾਂ ਪਿੰਨ ਨਾਲ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਬਰੀਕ ਛੇਕ, ਬਿੰਦੀ ਆਦਿ ਬਿੰਦੂ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ।

ਪੈੱਨਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ

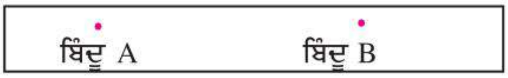
ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਨੋਕ

ਸੂਈ ਦੀ ਨੋਕ

ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਨਿਰਧਾਰਕ ਹੈ। ਇਹ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਟੀਕ ਸਥਿਤੀ

ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਕੋਈ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਜਾਂ ਉਚਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਭਾਵ ਇਸ ਦਾ ਕੋਈ ਮਾਪ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਵਰਣਮਾਲਾ ਦੇ ਇੱਕ ਵੱਡੇ ਅੱਖ਼ਰ ਜਿਵੇਂ A, B, C, ... P, Q, R ਆਦਿ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 'ਬਿੰਦੂ A', 'ਬਿੰਦੂ B' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (ਜਿਵੇਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)



8.3 ਰੇਖਾ (Line)

ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵੱਲ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਸਿਰਫ਼ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨਾ ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਮੋਟਾਈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਨਾਮ ਦੇਣ ਦੇ ਦੋ ਢੰਗ ਹਨ–

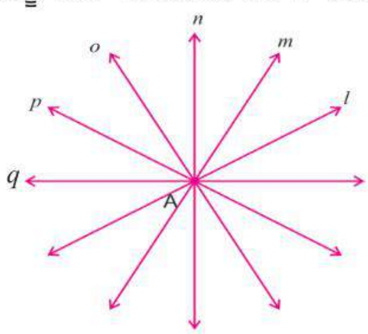
(i) ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਵਰਣਮਾਲਾ ਦੇ ਛੋਟੇ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ ℓ, m ਆਦਿ ਨਾਲ ਲਿਖਕੇ ਨਾਮ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(ii) ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਦੋ ਬਿੰਦੂ ਮੰਨ ਲਓ A ਅਤੇ B ਲੈ ਕੇ $\overleftrightarrow{AB}$ ਨਾਮ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ:

- ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਕੋਈ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਤੀਰ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਕਿ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਸਿਰਿਆਂ ਨੂੰ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਅਣਗਿਣਤ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

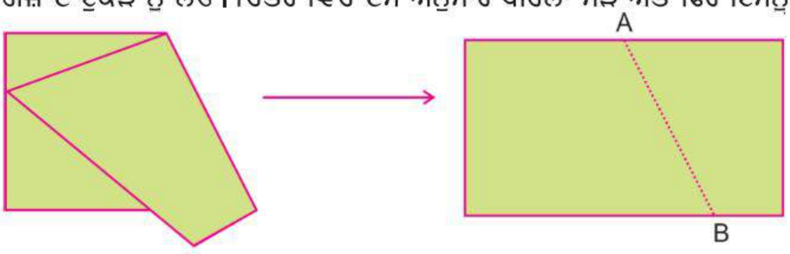
- ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚੋਂ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਹੀ ਖਿੱਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
- ਰੇਖਾ ਦੀ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।
- ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।



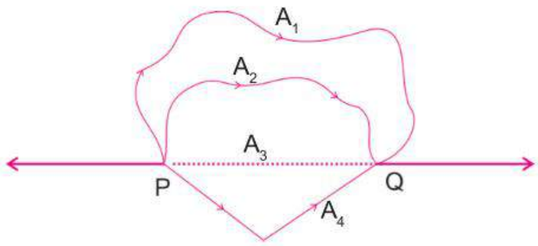
ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਰੇਖਾਵਾਂ ℓ, m, n, o, p, q ਸਾਰੀਆਂ ਹੀ ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ A ਵਿੱਚੋਂ ਗੁਜਰਦੀਆਂ ਹਨ।

8.3.1 ਰੇਖਾ ਖੰਡ (Line Segment)

ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਟੁਕੜੇ ਨੂੰ ਲਓ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੱਸੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਹਿਲਾਂ ਮੋੜੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸਨੂੰ ਖੋਲ੍ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਕਾਗਜ਼



ਉੱਪਰ ਮੋੜ ਦਾ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ।



ਤੁਸੀਂ ਮੋੜ ਦਾ ਜਿਹੜਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਇਹ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦੀ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦੇ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ B ਹਨ।

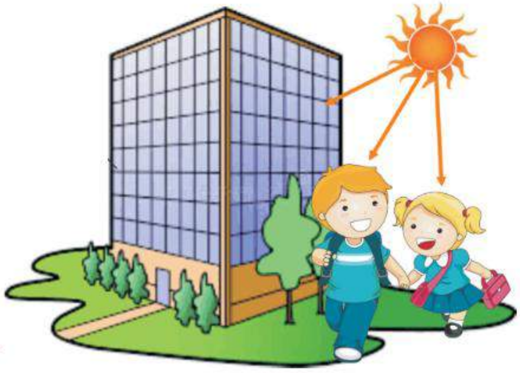
ਹੁਣ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ P ਅਤੇ Q ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਦੇ ਅਨੇਕਾਂ ਸੰਭਵ ਰਸਤੇ ਭਾਵ A_1, A_2, A_3, A_4 ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂਦਾਰ ਰੇਖਾ (A_3) ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਦਾ ਸਿੱਧਾ ਰਸਤਾ P ਅਤੇ Q ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦਾ ਇੱਕ ਖੰਡ (ਟੁਕੜਾ) ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ, ਇਥੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ P ਅਤੇ Q ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਇੱਥੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾਖੰਡ ਹੈ, ਜੋ P ਅਤੇ Q ਨੂੰ ਜੋੜਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ, ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਘਿਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਦੂਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ $\overline{PQ}$ ਜਾਂ $\overline{QP}$ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਉੱਪਰ ਅਣਗਿਣਤ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

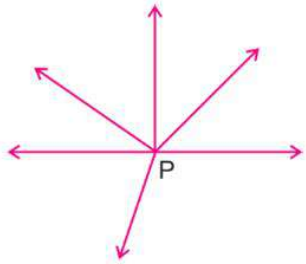
8.3.2 ਕਿਰਨ (Ray)



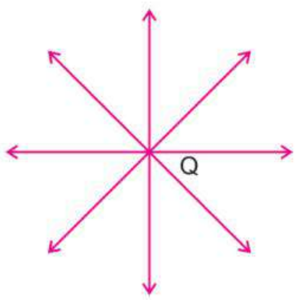
ਇਹ ਰੇਖਾ ਦਾ ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਆਰੰਭ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। $\overrightarrow{AB}$ ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਆਰੰਭ ਬਿੰਦੂ A ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਇਸ ਨੂੰ A ਤੋਂ B ਵੱਲ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$\overrightarrow{BA}$ ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਆਰੰਭ ਬਿੰਦੂ B ਹੈ ਅਤੇ B ਤੋਂ A ਵੱਲ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਕਿਰਨਾਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।



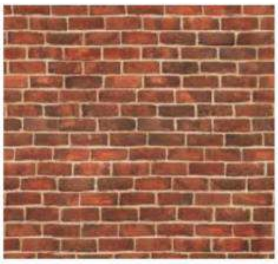
ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਕਿਰਨਾਂ



ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ Q ਤੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਕਿਰਨਾਂ

8.4 ਤਲ (Plane)

ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਪੱਧਰੇ ਤਲਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੇਜ਼ ਦਾ ਉੱਪਰੀ ਤਲ, ਕੰਧ ਦਾ ਤਲ, ਬਲੈਕ ਬੋਰਡ ਦਾ ਤਲ ਆਦਿ ਬਾਰੇ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਸਾਰੇ ਹੀ ਪੱਧਰੇ ਤਲ ਜਾਂ ਸਮਤਲ ਹਨ।



ਇਸ ਲਈ ਹਰੇਕ ਠੋਸ ਦੀ ਇੱਕ ਪੱਧਰਾ ਜਾਂ ਵੱਕਰ ਤਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਖੁਰਦਰਾ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਂ ਵਕਰ ਤਲ ਹੀ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

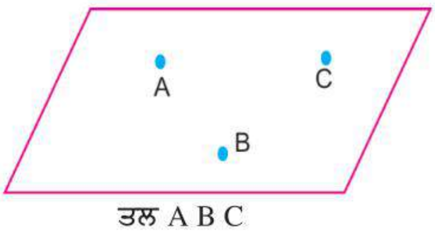
ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਇੱਕ ਪੱਧਰਾ ਤਲ ਹੈ, ਜੋ ਸਾਰੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਫੈਲਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਸੀਮਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਪਰ ਉਚਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

ਤਲ ਸਾਰੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਫੈਲਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਾਗਜ਼ ਤੇ ਨਹੀਂ ਬਣਾ ਸਕਦੇ, ਤਲ ਦਾ ਕੁੱਝ ਹਿੱਸਾ ਹੀ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

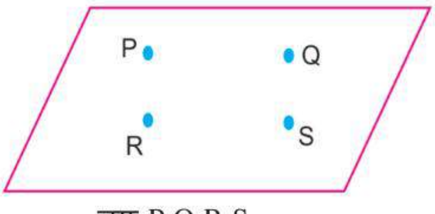
ਇੱਕ ਤਲ ਨੂੰ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਨਾਮ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ:

(i) ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਅੱਖ਼ਰ ਜਿਵੇਂ p ਜਾਂ q ਲਿਖ ਕੇ। ਇਸਨੂੰ 'ਤਲ p' ਜਾਂ 'ਤਲ q' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(ii) ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵੱਡੇ ਅੱਖ਼ਰ ਜਿਵੇਂ A, B ਅਤੇ C ਲਿਖ ਕੇ ਜੋ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋਣ। ਇਸਨੂੰ 'ਸਮਤਲ ABC' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਤਲ A B C



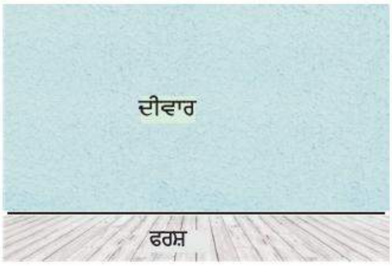
ਤਲ P Q R S

8.4.1 ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਅਤੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ (Properties of Points and lines in a Plane)

1. ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਕੇਵਲ ਤੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਨਾਲ

ਜੋੜੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਰੇਖਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਹੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

2. ਦੋ ਤਲ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੇ ਹਨ, ਭਾਵ ਇੱਕ ਕਮਰੇ ਦੀ ਦੀਵਾਰ ਅਤੇ ਫਰਸ਼ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਜਿਸਨੂੰ ਕਿਨਾਰਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

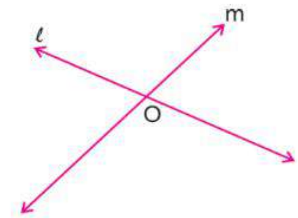


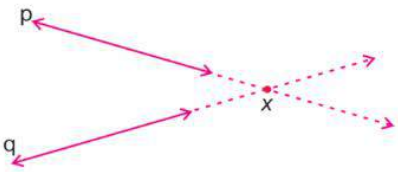
3. ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲਈਏ, ਤਾਂ ਦੋ ਸੰਭਾਨਾਵਾਂ ਹਨ:
   (i) ਉਹ ਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਕੱਟ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।
   (ii) ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਭਾਵ ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ।

8.5 ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ (Intersecting Lines)

ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, **ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ** ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਬਿੰਦੂ **ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(i) ℓ ਅਤੇ m ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ O ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

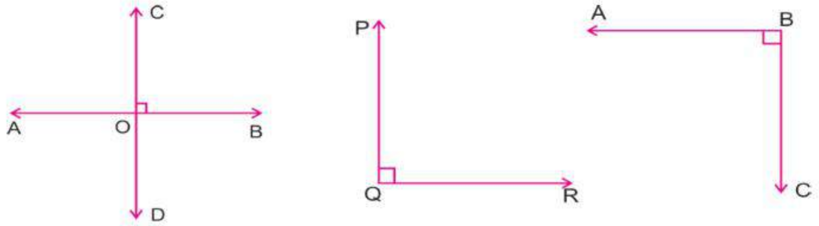




(ii) p ਅਤੇ q ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਧਾਉਣ 'ਤੇ ਉਹ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ x 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।

8.5.1 ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ (Perpendicular lines)

ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਆਖੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮ ਕੋਣ (90°) ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।



(i) (ii) (iii)

ਲੰਬ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ '⊥' ਹੈ।

(i) ਰੇਖਾਵਾਂ AOB ਅਤੇ COD ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ $\angle COB = 90^\circ$, ਇਸਨੂੰ COD⊥ AOB ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ , 'CD, AB'.ਉਤੇ ਲੰਬ ਹੈ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਾਂ। ਜਾਂ AOB ⊥ COD , AB, CD ਉੱਤੇ ਲੰਬ ਹੈ।

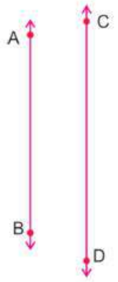
(ii) PQ⊥QR ਕਿਉਂਕਿ $\angle PQR = 90^\circ$ ਜਾਂ RQ ⊥ PQ ਕਿਉਂਕਿ $\angle RQP = 90^\circ$

(iii) AB⊥BC ਕਿਉਂਕਿ $\angle ABC = 90^\circ$ ਜਾਂ BC ⊥ AB ਕਿਉਂਕਿ $\angle CBA = 90^\circ$

8.6 ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ (Parallel lines)

ਰੇਖਾਵਾਂ ਜੋ ਵਧਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵੀ ਆਪਸ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਜੋਂ ਜਾਣੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਸਮਤਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੂਰੀ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਸਮਾਨ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

$p \parallel q$



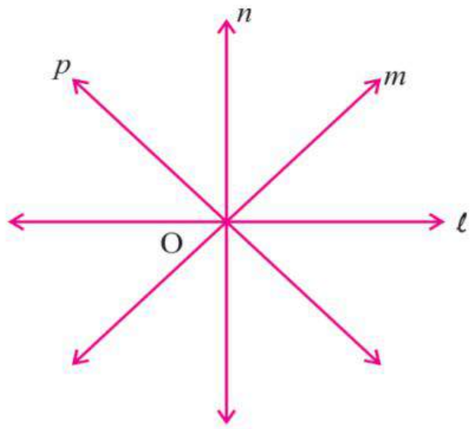
AB||CD

ਇੱਕ ਫੁੱਟੇ (ਸਕੇਲ) ਜਾਂ ਬਲੈਕਬੋਰਡ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕਿਨਾਰੇ, ਰੇਲ ਦੀਆਂ ਪਟੜੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ।

8.7 ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ (Concurrent lines)

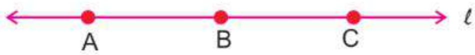
ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਸੰਗਾਮੀ ਬਿੰਦੂ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਬਿੰਦੂ O ਵਿੱਚੋਂ ਨਿਕਲ ਰਹੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ℓ, m, n, p ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ O ਸੰਗਾਮੀ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।



8.8 ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ (Collinear Points)

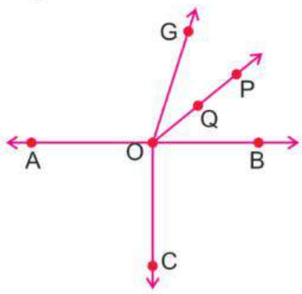
ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਣ।



ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ

ਅਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ:-



ਉਦਾਹਰਨ 1: **ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚੋਂ ਨਾਮ ਦੱਸੋ**

(i) ਕੋਈ ਚਾਰ ਕਿਰਨਾਂ

(ii) ਕੋਈ ਚਾਰ ਰੇਖਾਖੰਡ

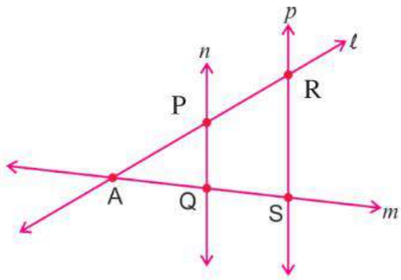
(iii) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸਮੂਹ

ਹੱਲ: (i) $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{QP}$ ਕਿਰਨਾਂ ਹਨ।

(ii) OQ, QP, OP, OG, OA, OB, OC, AB ਰੇਖਾਖੰਡ ਹਨ।

(iii) A, O, B ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਜਾਂ O, Q, P ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 2: **ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚੋਂ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:**



(i) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ।

(ii) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ।

(iii) ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ Q ਹੈ।

(iv) ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ A ਹੈ।

(v) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ

ਹੱਲ: (i) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ : n ਅਤੇ p

(ii) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਂ ਦੇ ਜੋੜਾ : ℓ ਅਤੇ m, n ਅਤੇ ℓ , p ਅਤੇ ℓ, n ਅਤੇ m, p ਅਤੇ m.

(iii) n ਅਤੇ m ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ Q ਹੈ।

(iv) ℓ ਅਤੇ m ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ A ਹੈ।

(v) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸਮੂਹ : A, P, R ਅਤੇ A, Q, S.

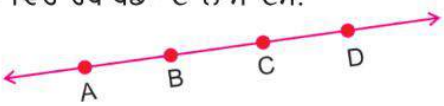
ਅਭਿਆਸ 8.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦਿਓ:

(i) ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ (ii) ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ (iii) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ

(iv) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ (v) ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ

2. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:

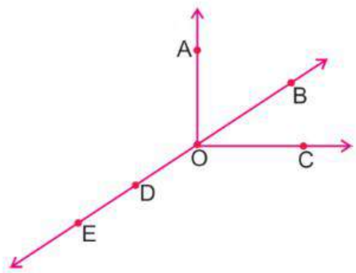


3. ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੰਘ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

4. ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਕਿੰਨੇ ਬਿੰਦੂ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ?

5. ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੰਘ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

6. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:



(i) ਪੰਜ ਬਿੰਦੂ

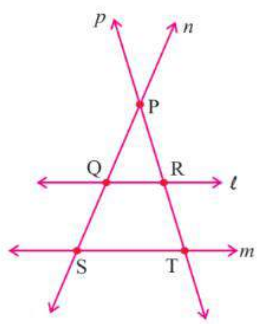
(ii) ਇੱਕ ਰੇਖਾ

(iii) ਚਾਰ ਕਿਰਨਾਂ

(iv) ਪੰਜ ਰੇਖਾਖੰਡ

7. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ ਦੇ ਹਰ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੰਭਵ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।

8. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।



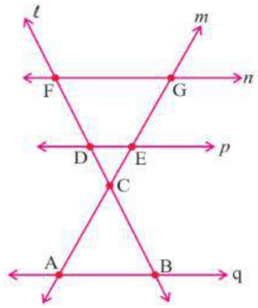
(i) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ।

(ii) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।

(iii) ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ S ਹੈ।

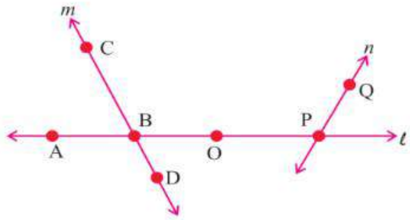
(iv) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ

9. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:



(i) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।
(ii) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।
(iii) ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ D ਹੈ।
(iv) ਰੇਖਾਵਾਂ m ਅਤੇ p ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ।
(v) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਮੂਹ।

10. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।

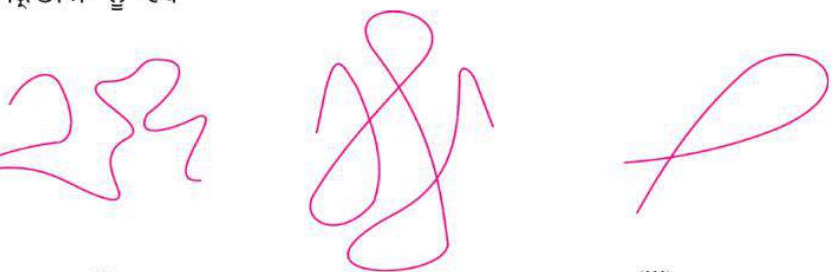


(i) ਰੇਖਾ ਜਿਸ ਉਪਰ ਬਿੰਦੂ P ਹੈ।
(ii) ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ B ਹੈ।
(iii) ਰੇਖਾਵਾਂ m ਅਤੇ ℓ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ।
(iv) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।

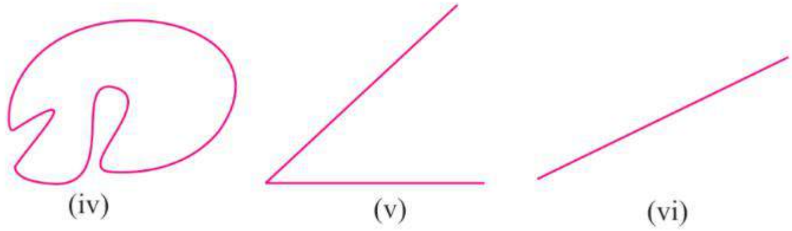
11. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਦਿਤੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ (T) ਜਾਂ ਗਲਤ (F) ਹੈ:
(i) ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ, ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।
(ii) ਜੇਕਰ ਚਾਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਹ ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆ ਹਨ।
(iii) ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਅਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਇਸਨੂੰ ਇਕ ਬਰੀਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
(iv) ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ, ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
(v) ਆਇਤ ਸਮਤਲ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਹੈ।

8.8 ਵਕਰ (Curves)

ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ



(i) (ii) (iii)



(iv) (v) (vi)

ਤੁਸੀਂ ਰੇਤ, ਕੰਧਾਂ ਜਾਂ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਉੱਪਰ ਅਜਿਹੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਣਾਈਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਇਹ ਸਾਰੇ ਚਿੱਤਰ ਵਕਰ ਹਨ।

ਇੱਕ ਪੈੱਨਸਿਲ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਲਵੋ। ਪੈੱਨਸਿਲ ਦਾ ਤਿੱਖਾ ਹਿੱਸਾ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ, ਪੈੱਨਸਿਲ ਨੂੰ, ਚੁੱਕੇ ਬਗੈਰ, ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਮਕਸਦ ਤੋਂ ਚਲਾਓ। ਨਤੀਜੇ ਵੱਜੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਤਸਵੀਰਾਂ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

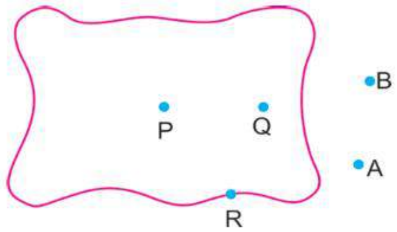
ਆਮਤੌਰ 'ਤੇ ਵਕਰ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਸਿੱਧਾ ਨਹੀਂ, ਪਰ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਵਕਰ ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ (v), (vi) ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸਰਲ ਵਕਰ : ਜੇ ਕੋਈ ਵਕਰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਪਾਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ, ਤਾਂ ਇਹ ਸਰਲ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ (i), (ii), (iii), (v), (vi). ਸਰਲ ਵਕਰ ਹੈ।

ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਵਕਰ : ਇੱਕ ਵਕਰ ਜੋ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਕਦੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀ, ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ (i), (ii), (iii), (v), (vi).

ਬੰਦ ਵਕਰ : ਇੱਕ ਵਕਰ ਜਿਸਦਾ ਆਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅਖੀਰੀ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਹੀ ਬਿੰਦੂ ਹੋਵੇ, ਬੰਦ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ (iv) ਇੱਕ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੈ।



ਵਕਰ ਦੇ ਤਿੰਨ ਭਾਗ ਹਨ:

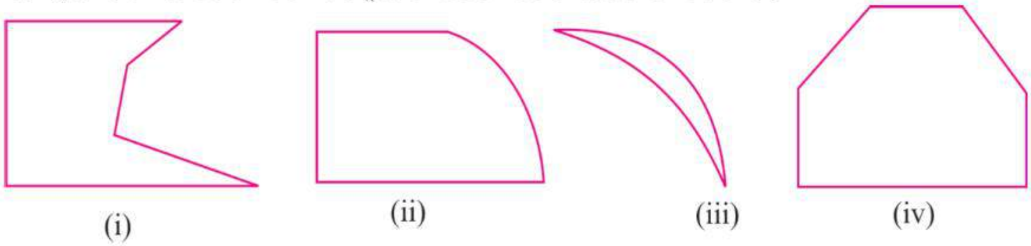
- **ਅੰਦੂਰਨੀ :** ਵਕਰ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ, ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਕਰ ਨੇ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਵਕਰ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ (ਭਾਗ) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। P, Q ਵਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।
- **ਵਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ :** ਵਕਰ ਦਾ ਭਾਗ, ਜੋ ਉਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਵਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੋਣ, ਵਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ R ਵਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਹੈ।
- **ਵਕਰ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ :** ਵਕਰ ਦਾ ਭਾਗ ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵਕਰ ਨੇ ਨਹੀਂ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ, ਵਕਰ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, A ਅਤੇ B ਬਿੰਦੂ ਵਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : ਤੁਹਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦੀ ਇੱਕ ਸੀਮਾ ਚਾਰਦੀਵਾਰੀ ਹੈ। ਤੁਹਾਡੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਦੇ ਕਮਰੇ ਸੀਮਾ (ਚਾਰਦੀਵਾਰੀ) ਦੇ ਅੰਦਰ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦਾ ਗੇਟ ਸੀਮਾ (ਚਾਰਦੀਵਾਰੀ) ਉੱਪਰ ਹੈ। ਤੁਹਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਸੜਕ ਹੈ।

- ਇੱਕ ਵਕਰ ਸਮਤਲ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਅਲੱਗ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

8.10 ਬਹੁਭੁਜ (Polygon)

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠਾ ਦਿੱਤੀਆਂ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਪਹਿਚਾਣ ਸਕਦੇ ਹੋ।



(i) (ii) (iii) (iv)

ਆਕ੍ਰਿਤੀ (i) ਅਤੇ (iv) ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀਆਂ ਹਨ ਜਦਕਿ (ii) ਅਤੇ (iii) ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਨਹੀਂ ਬਣੀਆਂ ਹਨ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਜੋ ਕਿ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀਆਂ ਹਨ, ਬਹੁਭੁਜ ਵਜੋਂ ਜਾਣੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ (i) ਅਤੇ (iv) ਬਹੁਭੁਜ ਹਨ।

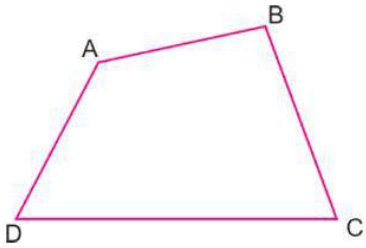
ਬਹੁਭੁਜ ਤੋ ਭਾਵ ਹੈ, ਬਹੁ ਅਤੇ ਭੁਜ। ਬਹੁ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਬਹੁਤ ਅਤੇ ਭੁਜ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਭੁਜਾਵਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਬਹੁਭੁਜ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ, ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

"ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਇੱਕ ਸਰਲ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿ

- ਕੋਈ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਆਪਣੇ ਅੰਤਿਮ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੇ
- ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੇ ਕੋਈ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸੰਪਾਤੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ।"

ਬਹੁਭੁਜ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਸਿਖ਼ਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਭੁਜਾਵਾਂ : ਉਹ ਰੇਖਾਖੰਡ ਜੋ ਬਹੁਭੁਜ ਨੂੰ ਬਣਾਉਦੇ ਹਨ, ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। AB, BC, CD, DA ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।



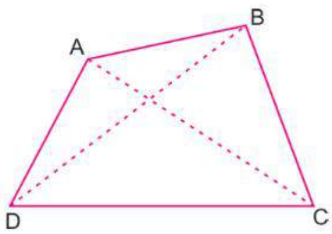
ਸਿਖ਼ਰ : ਇਕ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਦੇ ਮਿਲਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਸਿਖ਼ਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਅਤੇ BC, B ਉੱਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, BC ਅਤੇ CD, C ਉੱਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਵੀ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸਲਈ A, B, C ਅਤੇ D ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ ਹਨ।

ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ: ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇਕ ਸਾਂਝਾ ਬਿੰਦੂ (ਸਿਖਰ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। AB ਅਤੇ BC ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖ਼ਰ B ਹੈ। ਇਸ ਲਈ AB ਅਤੇ BC ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

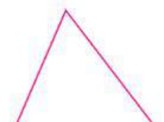
ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ AB ਅਤੇ AD : AD ਅਤੇ DC , CD ਅਤੇ CB: ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

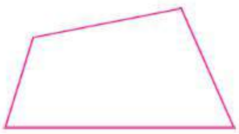
ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖ਼ਰ: ਬਹੁਭੁਜ ਦੀ ਕਿਸੇ ਭੁਜਾ ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਬਿੰਦੂ ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। AB ਭੁਜਾ ਦੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ Bਹਨ। ਇਸ ਲਈ A ਅਤੇ B ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖ਼ਰ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ A, D ; D, C ; C,B ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

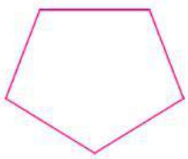
ਵਿਕਰਨ : ਸਨਮੁਖ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ, ਵਿਕਰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। AC ਅਤੇ DB ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਦੇ ਵਿਕਰਨ ਹਨ।

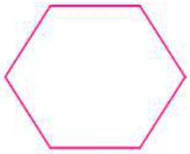


- ਬਹੁਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ:

(i)  ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ **ਤ੍ਰਿਭੁਜ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(ii)  ਇੱਕ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ **ਚਤੁਰਭੁਜ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(iii)  ਇੱਕ ਪੰਜ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ **ਪੰਜਭੁਜ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

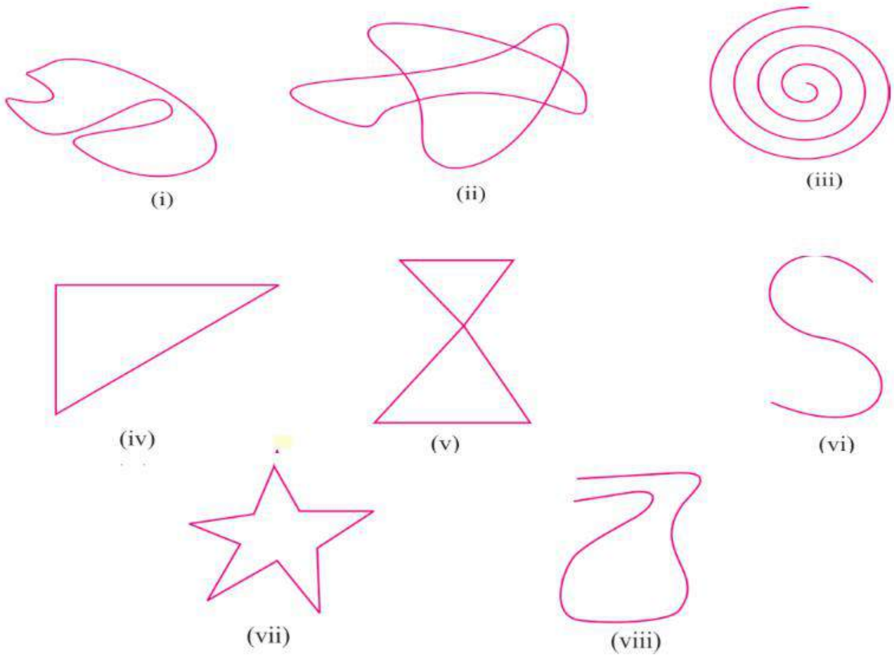
(iv)  ਇੱਕ ਛੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ **ਛੇ ਭੁਜ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੱਤ, ਅੱਠ, ਨੌਂ ਅਤੇ ਦਸ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਬਹੁਭੁਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸੱਤਭੁਜ, ਅੱਠਭੁਜ, ਨੌਂਭੁਜ ਅਤੇ ਦਸਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

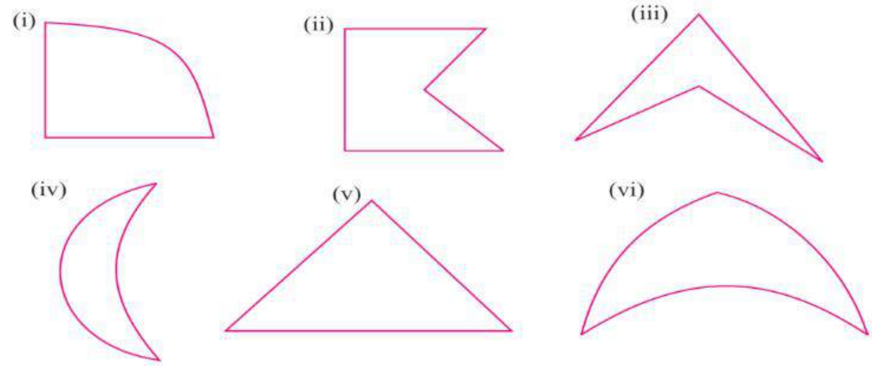
ਸਮਬਹੁਭੁਜ : ਜੇ ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 8.2

1. (a) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਕਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਸਰਲ ਵਕਰ ਹਨ?
(b) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਜਾਂ ਬੰਦ ਵਕਰ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।

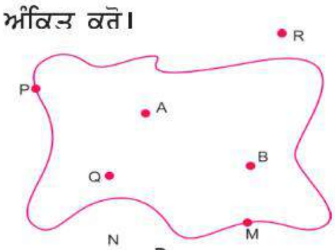


2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬਹੁਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣੋ:



3. ਕੋਈ ਬਹੁਭੁਜ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

4. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ:

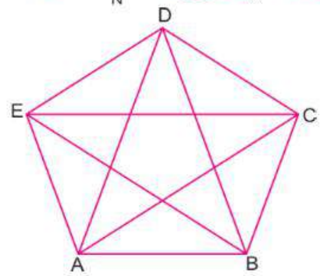


(i) ਬੰਦ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੋਣ।

(ii) ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਬਾਹਰ ਹੋਣ।

(iii) ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੀ ਸੀਮਾ 'ਤੇ ਹੋਣ।

5. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:-



(i) ਸਿਖ਼ਰ ਬਿੰਦੂ

(ii) ਭੁਜਾਵਾਂ

(iii) ਵਿਕਰਨ

(iv) AB ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ

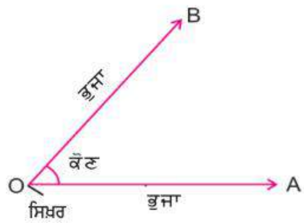
(v) E ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰ

8.11 ਕੋਣ (Angle)

ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਭੌਤਿਕ ਪਦਾਰਥ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਿਰੇ (ਭੁਜਾਵਾਂ) ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਕਬਜੇ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਹੱਥ ਦੀਆਂ ਦੋ ਉਂਗਲਾਂ, ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸੂਈਆਂ, ਕੈਂਚੀ ਦੇ ਦੋ ਤਿੱਖੇ ਭਾਗ ਇਕ ਦੂਜੇ ਵੱਲ ਝੁਕੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਭਾਗ (ਕੋਣ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਅਜਿਹੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਸਾਨੂੰ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ।

"ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਕਿਰਨਾਂ ਨਾਲ ਬਣਨ ਵਾਲੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਕੋਣ ਹੈ।"

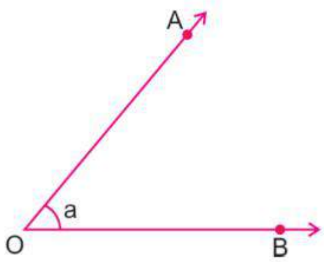


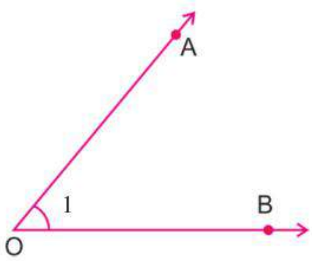
ਸਾਂਝਾ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਕੋਣ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿਰਨਾਂ ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਦੀਆਂ ਹਨ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਂਝਾ ਆਰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ O ਸਿਖ਼ਰ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਰਨਾਂ $\overrightarrow{OA}$ ਅਤੇ $\overrightarrow{OB}$ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

8.11.1 ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਮਕਰਨ (Naming an Angle)

ਇੱਕ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ '∠' ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੋਣ ਦੇ ਨਾਮਕਰਣ ਲਈ ਕਈ ਢੰਗ ਹਨ।





(i) ਸਿਖ਼ਰ ਨੂੰ ਮੱਧ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 'ਤੇ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਦੋ ਅਖੀਰੀ ਅੱਖ਼ਰਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਂ $\angle AOB$ ਜਾਂ $\angle BOA$ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(ii) ਕੋਣ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ ਉੱਤੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅੱਖ਼ਰ ਨੂੰ ਇਕੱਲਿਆ ਹੀ ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਂ ਦੇਣ ਲਈ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਨੂੰ $\angle O$ ਨਾਲ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

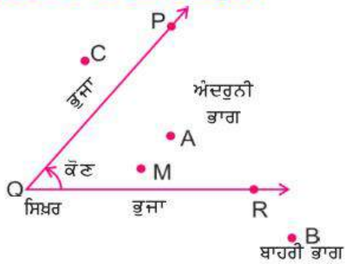
(iii) ਅਸੀਂ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੇ ਛੋਟੇ ਵਕਰ ਦੇ ਨਜ਼ਦੀਕ ਸੰਖਿਆ 1, 2, 3,...... ਆਦਿ ਜਾਂ ਇੱਕ ਛੋਟੇ ਅੱਖਰ a, b, c..... ਆਦਿ ਲਿਖ (ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ) ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਅੱਖਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਨਾਂ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਨੂੰ $\angle a$ ਜਾਂ $\angle 1$ ਦਾ ਨਾਂ ਵੀ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

- ਕੋਣ ਨੂੰ ਨਾਮ ਦਿੰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਿਖ਼ਰ ਵਾਲਾ ਅੱਖ਼ਰ ਮੱਧ ਵਿੱਚ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

8.11.2 ਕੋਣ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ (Interior and Exterior of an angle)

ਇੱਕ ਕੋਣ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ



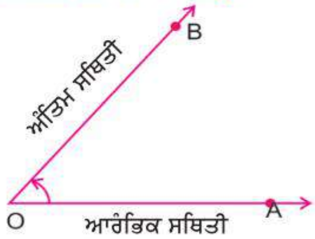
(i) ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਕੋਣ ਦਾ **ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ** ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ M ਦੇ $\angle PQR$ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਅਨੰਤ ਵਿੱਚ ਵਧਾਈਆਂ ਕੋਣ ਦੀ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਬਾਹਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਕੋਣ ਦਾ **ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ B ਅਤੇ C, $\angle PQR$ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(iii) ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਕੋਣ ਦੇ ਉੱਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕੋਣ ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, P, Q, R $\angle PQR$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ ਹਨ।

8.11.3 ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਨਾਲ ਬਣੇ ਕੋਣ (Angles as rotation of a ray)

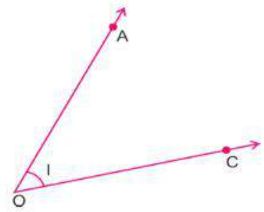
ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਣ ਨਾਲ ਵੀ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ, ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ O ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਕਿਰਨ $\overrightarrow{OA}$ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਘੁਮਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਆਪਣੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ OB ਤੇ ਲੈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਘੁਮਾਉਣ ਨਾਲ $\angle AOB$ ਬਣਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਸਿਖ਼ਰ O ਹੈ।



ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ (magnitude) ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਉਹ ਮਾਤਰਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨਾਲ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਸਿਖ਼ਰ ਦੁਆਲੇ ਘੁੰਮਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹਾਸਿਲ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕੇ।

ਆਓ, ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ:–

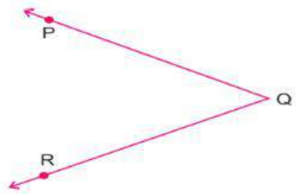
ਉਦਾਹਰਨ 3: **ਦਿੱਤੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਨਾਮ ਦਿਓ:**



ਹੱਲ: $\angle AOC$ or $\angle COA$ or $\angle O$.

ਜਾਂ $\angle 1$

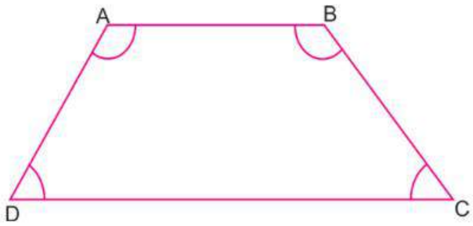
ਉਦਾਹਰਨ 4: **ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ ∠PQR ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਨਾਮ ਦਿਓ।**



ਹੱਲ: ਸਿਖ਼ਰ = Q

∠PQR ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ = QP ਅਤੇ QR

ਉਦਾਹਰਨ 5: **ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਦੱਸੋ।**



ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਕੋਣ ਹਨ।

(i) ∠DAB ਜਾਂ ∠BAD (A ਸਿਖ਼ਰ ਵਜੋਂ AB ਅਤੇ AD ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)

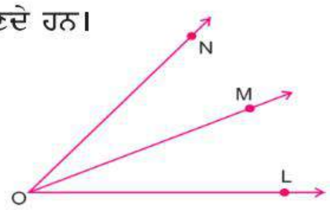
(ii) ∠ABC ਜਾਂ ∠CBA (B ਸਿਖ਼ਰ ਵਜੋਂ BC ਅਤੇ BA ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)

(iii) ∠BCD ਜਾਂ ∠DCB (C ਸਿਖ਼ਰ ਵਜੋਂ CB ਅਤੇ CD ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)

(iv) ∠CDA ਜਾਂ ∠ADC (D ਸਿਖ਼ਰ ਵਜੋਂ DC ਅਤੇ DA ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)

ਉਦਾਹਰਨ 6: **ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦਿਓ।**

ਹੱਲ: ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਬਣਦੇ ਹਨ।

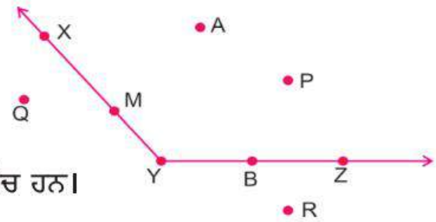


(i) ∠LOM ਜਾਂ ∠MOL

(ii) ∠MON ਜਾਂ ∠NOM

(iii) ∠NOL ਜਾਂ ∠LON

ਉਦਾਹਰਨ 7: **ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ,ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ:**



(i) ∠XYZ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ∠XYZ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(iii) ∠XYZ ਉੱਤੇ ਹਨ।

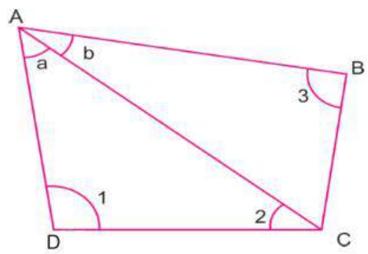
ਹੱਲ: (i) ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ P, ∠XYZ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਬਿੰਦੂ Q ਅਤੇ R, ∠XYZ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(iii) ਬਿੰਦੂ X, M, Y, B ਅਤੇ Z, ∠XYZ ਉੱਤੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 8: **ਦਿੱਤੇ ਹੇਠ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਾਂ ਲਿਖੋ:**

(i) ∠1 (ii) ∠2 (iii) ∠3 (iv) ∠a (v) ∠b



ਹੱਲ: (i) ∠1 = ∠ADC ਜਾਂ ∠CDA

(ii) ∠2 = ∠ACD ਜਾਂ ∠DCA

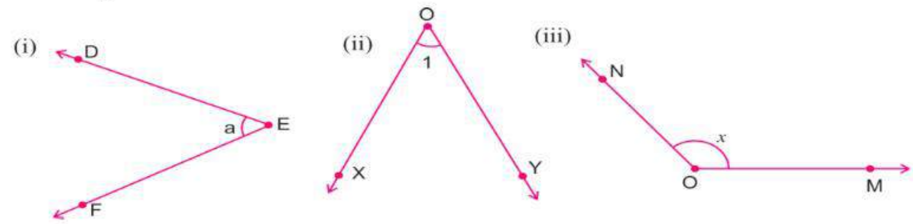
(iii) ∠3 = ∠CBA ਜਾਂ ∠ABC

(iv) ∠a = ∠DAC ਜਾਂ ∠CAD

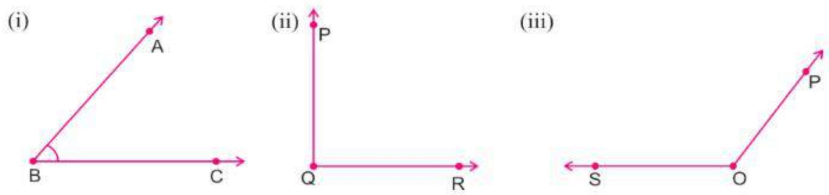
(v) ∠b = ∠BAC ਜਾਂ ∠CAB

ਅਭਿਆਸ 8.3

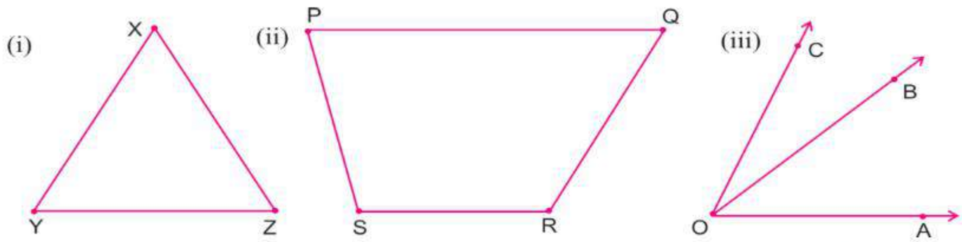
1. ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਨਾਮ ਦਿਓ।



2. ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦਿਓ।



3. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।

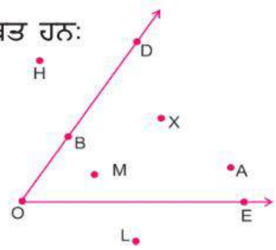


4. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ ਸਥਿਤ ਹਨ:

(i) $\angle$DOE ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

(ii) $\angle$DOE ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

(iii) $\angle$DOE ਦੇ ਉੱਤੇ ਹੋਣ।



5. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।

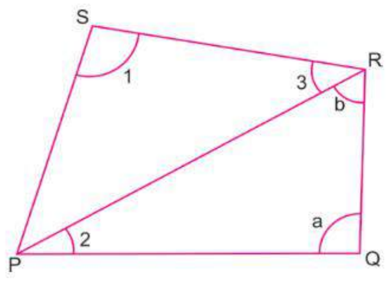
(i) $\angle 1$

(ii) $\angle 2$

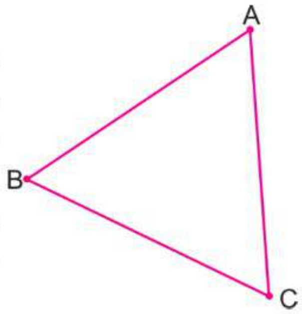
(iii) $\angle 3$

(iv) $\angle a$

(v) $\angle b$



8.12 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ (Triangles)



ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ A, B ਅਤੇ C ਲਵੋ। ਉਸ ਨੂੰ AB, BC ਅਤੇ AC ਵਜੋਂ ਜੋੜੋ। ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਜੋੜ ਕੇ ਬਣੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। **ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਇੱਕ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ, ਜੋ ਤਿੰਨ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।**

Δ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ΔABC, ΔACB, ΔBCA, ΔBAC, ΔCBA ਅਤੇ ΔCAB ਵਜੋਂ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

(i) ਤਿੰਨ ਬਿੰਦੂ A, B ਅਤੇ C ਇਸਦੇ **ਸਿਖ਼ਰ** ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

(ii) ਰੇਖਾਖੰਡ AB, BC ਅਤੇ AC ਇਸਦੀਆਂ ਤਿੰਨ **ਭੁਜਾਵਾਂ** ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(iii) ਤਿੰਨ **ਕੋਣ** $\angle ABC$ ਜਾਂ $\angle B$, $\angle BCA$ ਜਾਂ $\angle C$, $\angle BAC$ ਜਾਂ $\angle A$ ਇਸ ਦੇ **ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ** ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

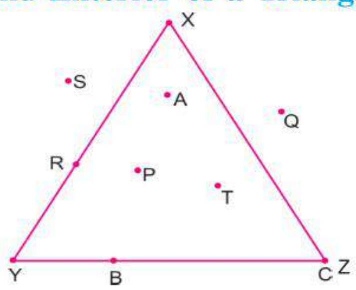
ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਜਦੋਂ ਇਕੱਠੇ ਕਰ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ **ਛੇ ਭਾਗ ਜਾਂ ਤੱਤ** ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਨੋਟ:– ਤਿੰਨ ਸਿਖ਼ਰ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਿਆ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦਾ।

ΔABC ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਅਤੇ AC ਸਿਖ਼ਰ A ਉੱਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ BC ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 'BC' ਸਿਖ਼ਰ A ਦੇ ਉਲਟ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਹੈ ਅਤੇ A, BC ਦੇ ਉਲਟ ਸਨਮੁੱਖ, ਸਿਖ਼ਰ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਹੈ।

8.12.1 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ (Interior and Exterior of a Triangle)



ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਤਲ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ।

(i) ਤਲ ਵਿੱਚ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਮੌਜੂਦ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂ ਤਿਕੋਣ ਦਾ **ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ** ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ A, P ਅਤੇ T, ΔXYZ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਤਲ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਉੱਪਰ ਮੌਜੂਦ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ **ਸੀਮਾ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ X, R, Y, B ਅਤੇ Z, ΔXYZ ਦੀ ਸੀਮਾ 'ਤੇ ਹਨ।

ΔXYZ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਮਿਲਕੇ **ਤਿਕੋਣੀ ਖੇਤਰ** ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

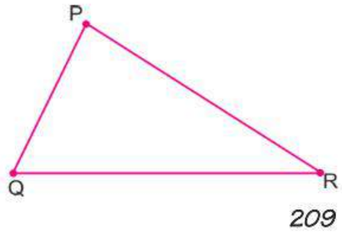
(iii) ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੁਆਰਾ ਘਿਰਿਆ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਉਸਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ **ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ Q ਅਤੇ S , ΔXYZ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

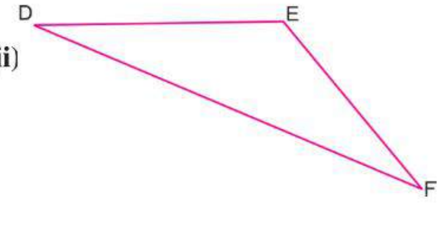
ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਕਰੀਏ:

ਉਦਾਹਰਨਾਂ 9 : **ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਭਵ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:**

(i)



(ii)

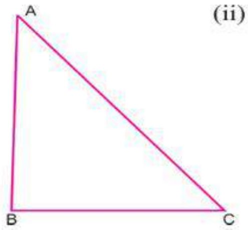


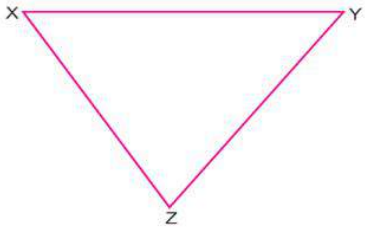
ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਾਮ ਹਨ:

ΔPQR, ΔPRQ, ΔQPR, ΔQRP, ΔRPQ ਜਾਂ ΔRQP

(ii) ਦਿੱਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਾਮ ਹਨ: Δ DEF , ΔDFE, ΔEDF, ΔEFD, ΔFED ਜਾਂ ΔFDE.

ਉਦਾਹਰਨਾਂ 10 : ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਿਖ਼ਰ, ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:

(i) 

(ii) 

ਹੱਲ : (i) (a) ਸਿਖ਼ਰ = A, B ਅਤੇ C

(b) ਭੁਜਾਵਾਂ = AB ਜਾਂ BA, BC ਜਾਂ CB, AC ਜਾਂ CA

(c) ਕੋਣ = ∠BAC ਜਾਂ ∠A, ∠ACB ਜਾਂ ∠C, ∠ABC ਜਾਂ ∠B.

(ii) (a) ਸਿਖ਼ਰ = X, Y ਅਤੇ Z

(b) ਭੁਜਾਵਾਂ = XY or YX, YZ or ZY, XZ or ZX.

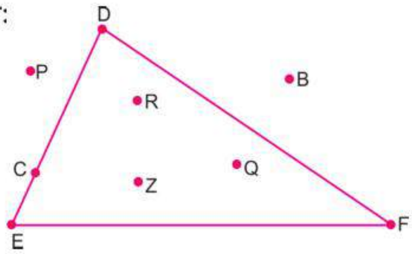
(c) ਕੋਣ = ∠XYZ ਜਾਂ ∠Y, ∠YZX ਜਾਂ ∠Z, ∠ZXY ਜਾਂ ∠X.

ਉਦਾਹਰਨ 11- ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋਂ ਜੋ:

(i) ΔDEF ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਹੋਣ।

(ii) ΔDEF ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

(iii) ΔDEF ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।



ਹੱਲ: (i) ΔDEF ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ = D, C, E, F

(ii) ΔDEF ਦੀ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ = R, Z, Q

(iii) ΔDEF ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ = P, B

ਉਦਾਹਰਨ 12- ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜੋ:

(i) ਸਾਰੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ

(ii) ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ A ਹੈ

(iii) ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ E ਹੈ।

ਹੱਲ: (i) ਇੱਥੇ ਕੁੱਲ ਪੰਜ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ

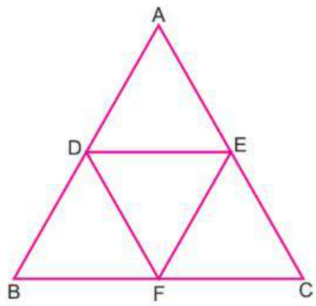
ΔADE, ΔDEF, ΔDBF, ΔEFC ਅਤੇ ΔABC

(ii) ਇੱਥੇ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ A ਹੈ।

ΔADE ਅਤੇ ΔABC

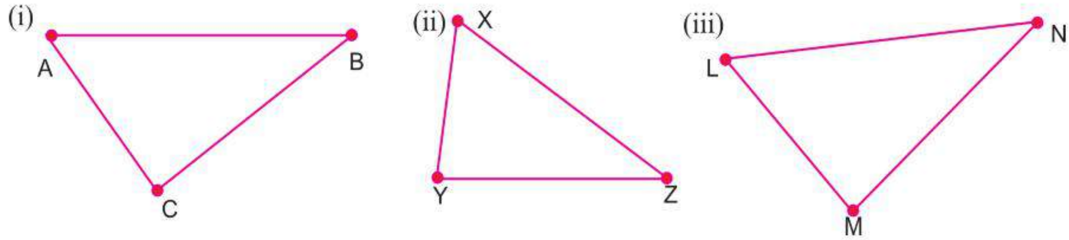
(iii) ਇੱਥੇ ਤਿੰਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ E ਹੈ।

ΔEDA, ΔEDF, ΔEFC

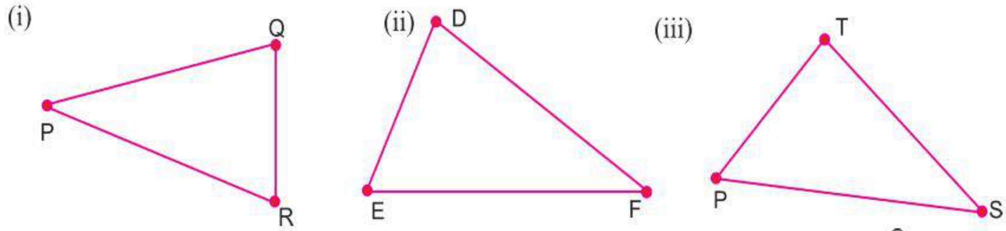


ਅਭਿਆਸ 8.4

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਭਵ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:-



2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਿਖ਼ਰਾਂ, ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:

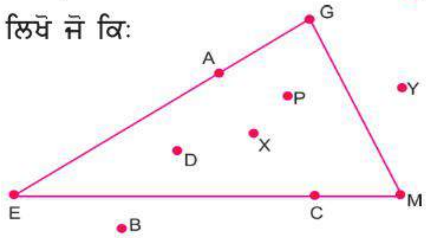


3. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ:

(i) ΔGEM ਦੀ ਸੀਮਾ ਉਪਰ ਹੋਣ।

(ii) ΔGEM ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

(iii) ΔGEM ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

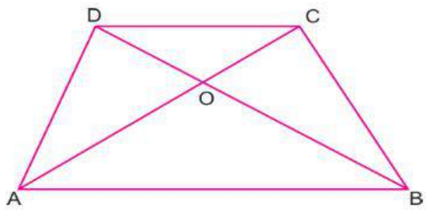


4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਨਾਮ ਲਿਖੋ

(i) ਸਾਰੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ।

(ii) ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ O ਹੈ

(iii) ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖ਼ਰ A ਹੈ



5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ:-

(i) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ .... ਸਿਖ਼ਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(ii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ .... ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(iii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ .... ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

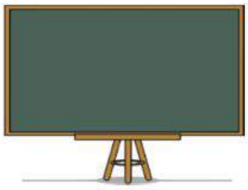
(iv) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਤਲ ਨੂੰ .... ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ।

(v) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ .... ਭਾਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

8.13 ਚਤੁਰਭੁਜ (Quadrilateral)

ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਲ਼ੇ-ਦੁਆਲ਼ੇ ਦੇਖੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਮਿਲਣਗੀਆਂ, ਜੋ ਕਿ ਰੇਖਾਗਣਿਤਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਹੋਣ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਉਪਰੀ ਹਿੱਸਾ, ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦਾ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਹਿੱਸਾ, ਬਲੈਕਬੋਰਡ ਦਾ ਤਲ ਆਦਿ। ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਬੰਦ

ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਇਹ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

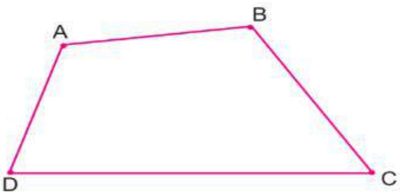


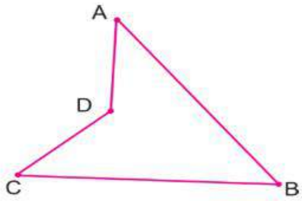
ਚਤੁਰਭੁਜ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਚਾਰ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਬਹੁਭੁਜ ਹੈ। ਸ਼ਬਦ ਚਤੁਰਭੁਜ (Quadrilateral) ਦੋ ਸ਼ਬਦ **ਚਤੁਰ** (Quadri) ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ 'ਚਾਰ' ਅਤੇ **ਭੁਜ** (lateral) ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ 'ਭੁਜਾਵਾਂ' ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਬਿੰਦੂ A, B,C, D ਹਨ।

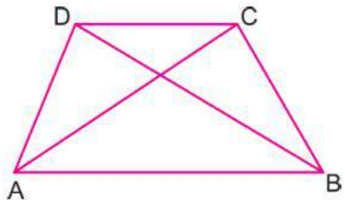
(i) ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਹਨ।

(ii) ਰੇਖਾਖੰਡ AB, BC, CD ਅਤੇ DA ਆਪਣੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਕਿਸੇ ਸਥਾਨ ਤੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੇ।





ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਨਾਮਕਰਨ ਇਸਦੇ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ABCD ਜਾਂ BCDA (ABDC ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ)



ਹੁਣ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ ਹੈ:

(i) ਚਾਰ ਸਿਖਰ, A, B, C ਅਤੇ D.

(ii) ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ, AB, BC, CD ਅਤੇ DA

(iii) ਚਾਰ ਕੋਣ, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ਅਤੇ $\angle D$.

(iv) ਦੋ ਵਿਕਰਨ AC ਅਤੇ BD.

ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇਸਦੇ **ਵਿਕਰਨ** ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਦੋ ਵਿਕਰਨ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਨ।

ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ : ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ (ਸਿਖ਼ਰ) ਹੋਵੇ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ AB ਅਤੇ BC; BC ਅਤੇ CD ; CD ਅਤੇ DA; DA ਅਤੇ AB, ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਚਾਰ ਜੋੜੇ ਹਨ।

ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ : ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, AB, CD ਅਤੇ AD, BC ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਦੋ ਜੋੜੇ ਹਨ।

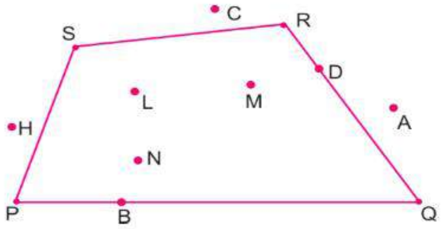
ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ : ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਹੋਵੇ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, $\angle A$ ਅਤੇ $\angle B$, $\angle B$ ਅਤੇ $\angle C$, $\angle C$ ਅਤੇ $\angle D$, $\angle D$ ਅਤੇ $\angle A$ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ: ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਨਾ ਹੋਣ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਭੁਜਾ ਸਾਂਝੀ ਨਾ ਹੋਵੇ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, $\angle A$ ਅਤੇ $\angle C$, $\angle B$ ਅਤੇ $\angle D$ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

8.13.1 ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ (Interior & Exterior of A Quadrilateral)



ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

(i) ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ **ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, L, M, N ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।

(ii) ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜੋ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਉੱਪਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

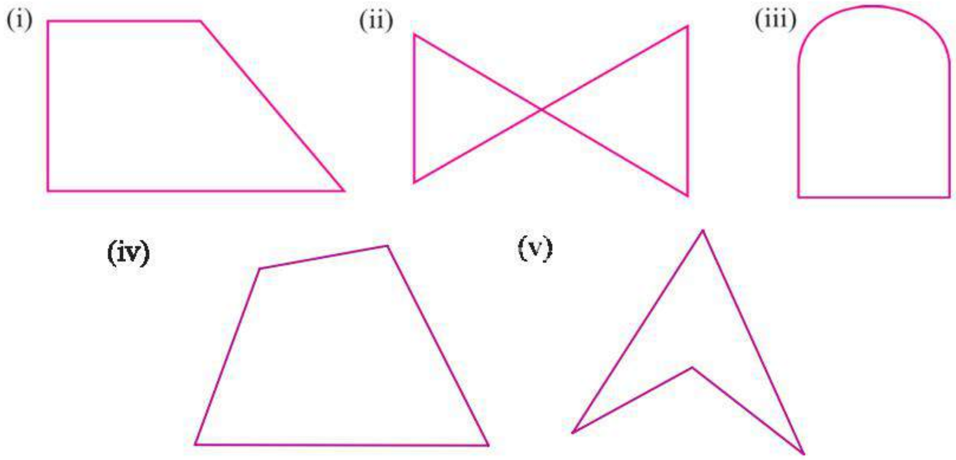
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P, B, Q, D, R ਅਤੇ S ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹਨ।

ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ, ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਸਹਿਤ **ਚਤੁਰਭੁਜੀ ਖੇਤਰ** ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(iii) ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਵਾਲਾ ਭਾਗ **ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ A, C ਅਤੇ H ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 13- ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ-



ਹੱਲ:

(i) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

(ii) ਭਾਵੇਂ ਕਿ ਇਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ, ਪਰ ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ।

(iii) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਸਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਕਰ ਹੈ।

(iv) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ, ਜੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

(v) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 14- ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜ EFGH ਲਈ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:-

(i) ਸਾਰੇ ਸਿੱਖ਼ਰਾਂ ਦੇ **(ii) ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ**

(iii) ਸਾਰੇ ਕੋਣ **(iv) HE ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ**

(v) $\angle G$ ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ

ਹੱਲ: (i) ਸਿਖ਼ਰ = E, F, G, H

(ii) ਭੁਜਾਵਾਂ = EF, FG, GH, HE

(iii) ਕੋਣ = ∠E, ∠F, ∠G, ∠H

(iv) HE ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ GF ਹੈ।

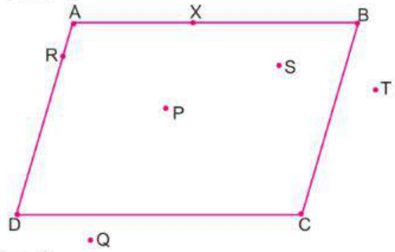
(v) ∠G ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ∠H ਅਤੇ ∠F ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 15 : ਦਿੱਤੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜੋ:

(i) ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

(ii) ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

(iii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਤੇ ਹੋਣ।



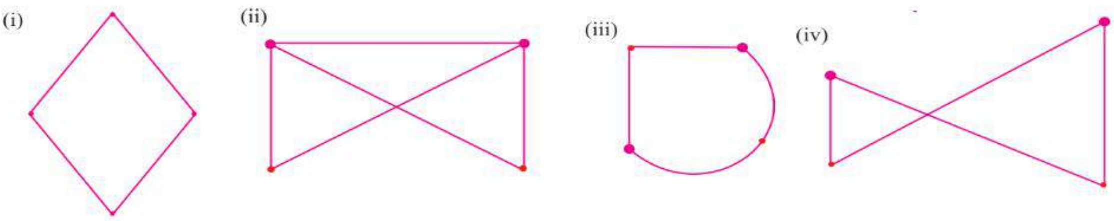
ਹੱਲ : (i) ABCD ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ S ਹਨ।

(ii) ABCD ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ Q ਅਤੇ T ਹਨ।

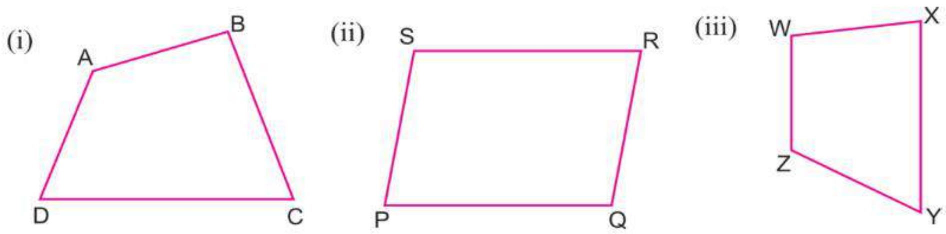
(iii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ A, X, B, C, D ਅਤੇ R ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ 8.5

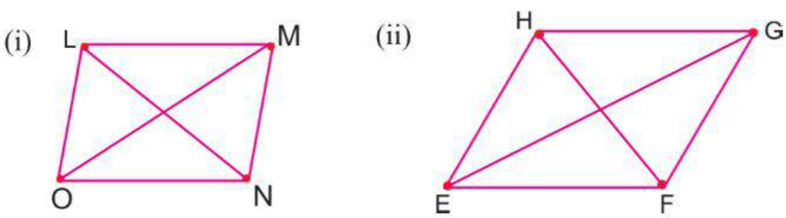
1. ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ, ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ:



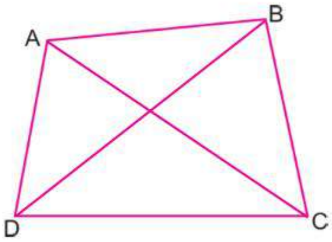
2. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:-



3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਿਖ਼ਰ, ਕੋਣ, ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਰਕਨਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਲਿਖੋ:-

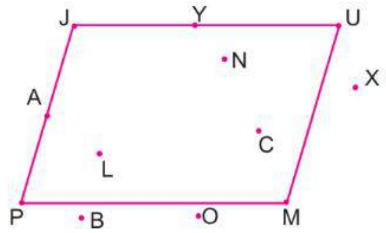


4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਲਈ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:–



(i) AB ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ
(ii) ∠B ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ
(iii) B ਅਤੇ D ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲਾ ਵਿਕਰਨ
(iv) ∠A ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ
(v) CD ਦੇ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ

5. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜ JUMP ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਂ ਦੱਸੋ ਜੋ:–



(i) ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
(ii) ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
(iii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਤੇ ਹੋਣ।

6. ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ–

(i) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ .... ਸਿਖ਼ਰ ਹਨ।
(ii) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ .... ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।
(iii) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ .... ਕੋਣ ਹਨ।
(iv) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ .... ਵਿਕਰਨ ਹਨ।
(v) ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ .... ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।
(vi) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ .... ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।
(vii) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਇਕੱਠੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ .... ਖੇਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

7. ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋ:

(i) ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।
(ii) ਕੋਣ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।
(iii) ਭੁਜਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
(iv) ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਚਾਰ ਵਿਕਰਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
(v) ਚਤੁਰਭੁਜੀ ਖੇਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਬਣਦਾ ਹੈ।

8.14 ਚੱਕਰ (Circle)

ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋਗੇ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਲ਼ੇ–ਦੁਆਲ਼ੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਮਿਲ ਜਾਣਗੀਆਂ।

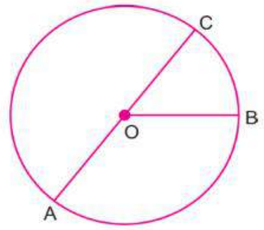
ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : ਵੰਗ, ਸਿੱਕਾ, ਰੋਟੀ ਆਦਿ।

ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਪ੍ਰਚੱਲਿਤ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ, ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਾਰੇ ਯਾਦ ਕਰਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇਕ ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਬਹੁਭੁਜ।

ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸਮੂਹ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

8.14.1 ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਭਾਗ (Parts of a circle)



ਕੇਂਦਰ (Centre) : ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ, ਜਿਸਤੋਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਚੱਕਰ ਦਾ **ਕੇਂਦਰ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, O ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ।

ਅਰਧ ਵਿਆਸ (Radius) : ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਇਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਨਾਲ ਦੂਰੀ, ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ **ਅਰਧ ਵਿਆਸ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 'r' ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ OA, OB ਅਤੇ OC ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹਨ ਅਤੇ OA=OB=OC ਵੀ ਹੈ।

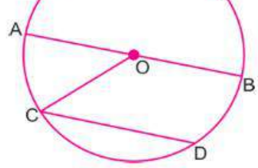
ਵਿਆਸ (Diameter) : ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਜੋ ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ **ਵਿਆਸ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 'd' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, AC ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ।

- ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਕੇਂਦਰ (O) ਵਿਆਸ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਕੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

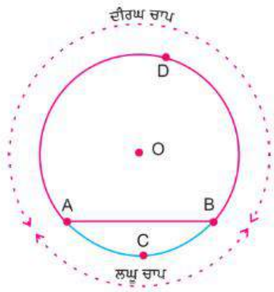
  ਭਾਵ ਵਿਆਸ = 2 × ਅਰਧ ਵਿਆਸ

  ਜਾਂ $d = 2r$



ਜੀਵਾ (Chord) : ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਉਪਰ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਉਸ ਚੱਕਰ ਦੀ **ਜੀਵਾ** ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ CD ਅਤੇ AB ਜੀਵਾ ਹਨ।

ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਜੀਵਾ ਹੈ।



ਚਾਪ (Arc) : ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਚੱਕਰ ਦੀ **ਚਾਪ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

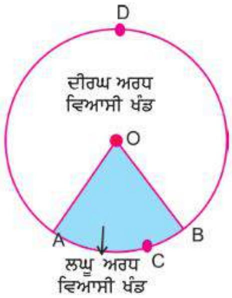
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ACB ਹਿੱਸਾ ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ $\widehat{ACB}$ ਜਾਂ $\widehat{AB}$ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਚੱਕਰ ਦੀ ਇਕ ਚਾਪ ਇਸਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ। ਛੋਟੇ ਭਾਗ ਨੂੰ **ਲਘੂ ਚਾਪ** ਅਤੇ ਵੱਡੇ ਭਾਗ ਨੂੰ **ਦੀਰਘ ਚਾਪ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ACB ਚੱਕਰ ਦੀ ਲਘੂ ਚਾਪ ਹੈ ਅਤੇ ADB ਚੱਕਰ ਦੀ ਦੀਰਘ ਚਾਪ ਹੈ।

ਚੱਕਰੀਖੰਡ (Segment): ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਚਾਪ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸੰਗਤ ਵਕਰ ਦੁਆਰਾ ਘੇਰਿਆ ਗਿਆ ਖੇਤਰ **ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ** ਅਖਵਾਉਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਲਘੂ ਚਾਪ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸੰਗਤ ਵਤਰ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ, **ਲਘੂ ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਦੀਰਘ ਚਾਪ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸੰਗਤ ਵਤਰ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਚੱਕਰ ਖੰਡ **ਦੀਰਘ ਚੱਕਰੀ** ਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

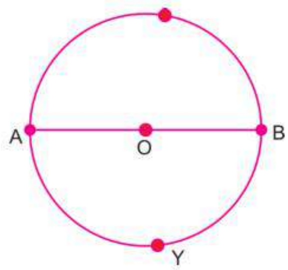
ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ (Sector) : ਅਜਿਹਾ ਖੇਤਰ ਜੋ ਇੱਕ ਚਾਪ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਦੋ ਅਰਧ ਵਿਆਸਾਂ, ਜੋ ਕਿ ਚਾਪ ਦੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਦੇ ਹੋਣ, ਨਾਲ ਘਿਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, **ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਜੋ ਕਿ ਲਘੂ ਚਾਪ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, **ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਜੋ ਕਿ ਦੀਰਘ ਚਾਪ ਵਲੋਂ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

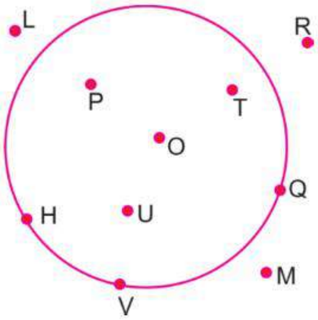
ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, $\overset{\frown}{AB}$ ਇੱਕ ਚਾਪ ਹੈ ਅਤੇ OA ਅਤੇ OB ਦੋ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹਨ, ਜੋ ਕਿ ਚੱਕਰੀ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਨ। OACB ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਹੈ ਅਤੇ OADB ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਹੈ।

ਅਰਧ ਚੱਕਰ (Semi-circle): ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਇਸਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਭਾਗ **ਅਰਧ ਚੱਕਰ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, AB ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਭਾਗ AXB ਅਤੇ AYB ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇੱਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਹੈ।

8.14 ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ (Interior and Exterior of a circle)



ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

(i) ਸਮਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ, ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰ ਨੇ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਚੱਕਰ ਦਾ **ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ O, T, P, U ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਸਮਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੋਣ, ਚੱਕਰ ਦੀ **ਸੀਮਾ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ V, Q, H ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਹਨ।

- ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਚੱਕਰ ਦੇ **ਘੇਰੇ (ਪਰਿਮਾਪ)** ਵਜੋਂ ਵੀ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- ਚੱਕਰ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਚੱਕਰੀ ਖੇਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

(iii) ਸਮਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰ ਨੇ ਨਹੀਂ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ, ਚੱਕਰ ਦਾ **ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ L, R ਅਤੇ M ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ 'ਤੇ ਹਨ।

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ:

ਉਦਾਹਰਨ 16 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਵੇਖ ਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:

(i) ਕੇਂਦਰ **(ii) ਅਰਧ ਵਿਆਸ** **(iii) ਵਿਆਸ** **(iv) ਵਤਰ**

(v) ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦੀ ਚਾਪ **(vi) ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ**

ਹੱਲ : (i) ਕੇਂਦਰ - O

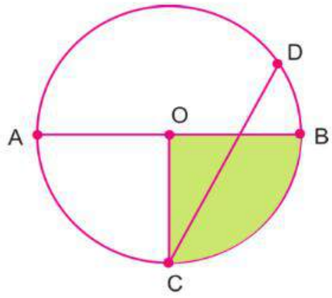
(ii) ਅਰਧਵਿਆਸ : OA, OB, OC

(iii) ਵਿਆਸ : AB

(iv) ਵਤਰ : AB, CD

(v) ਚਾਪ : $\overset{\frown}{CB}$ ਜਾਂ $\overset{\frown}{BC}$

(vi) ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ : OBC



ਉਦਾਹਰਨ 17: ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ:

(i) ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

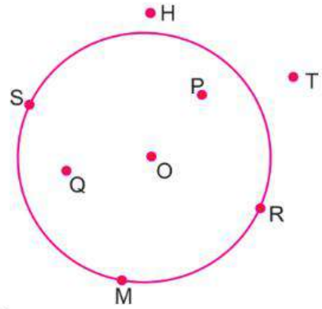
(ii) ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

(iii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ ਹੋਣ।

ਹੱਲ: (i) ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ = O, P, Q

(ii) ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ = T, H

(iii) ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ ਬਿੰਦੂ = S, M, R



ਉਦਾਹਰਨ 18: ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 3ਸਮ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 3ਸਮ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਆਸ = 2× ਅਰਧ ਵਿਆਸ

= 2 × 3 = 6 ਸਮ

ਉਦਾਹਰਨ 19: ਜੇਕਰ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ 20ਸਮ ਹੈ, ਤਾਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ = 20ਸਮ

∴ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = ਵਿਆਸ ÷ 2

= 20 ÷ 2 =10 ਸਮ

ਅਭਿਆਸ 8.6

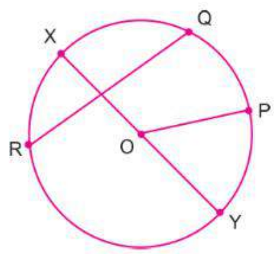
1. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:–

(i) ਕੇਂਦਰ

(ii) ਅਰਧ ਵਿਆਸ

(iii) ਵਿਆਸ

(iv) ਵਤਰ



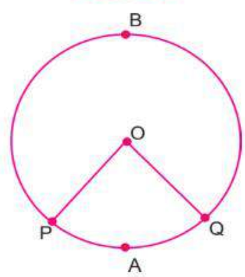
2. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:

(i) ਲਘੂ ਚਾਪ

(ii) ਦੀਰਘ ਚਾਪ

(iii) ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ

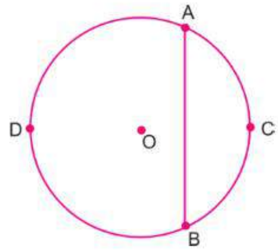
(iv) ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ



3. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ–

   (i) ਲਘੂ ਚੱਕਰਖੰਡ

   (ii) ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ

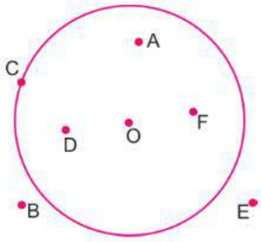


4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ:–

   (i) ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

   (ii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ (ਘੇਰਾ) ਹੋਣ।

   (iii) ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।



5. ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ:–

   (i) 5ਸਮ (ii) 4ਮੀਟਰ (iii) 10ਸਮ

6. ਜੇਕਰ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ 12ਸਮ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ:–

   (i) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਆਲ਼ੇ–ਦੁਆਲ਼ੇ ਦੀ ਦੂਰੀ .... ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

   (ii) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ, ਇਸਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ .... ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

   (iii) ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਵਤਰ .... ਹੈ।

   (iv) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਸਾਰੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ .... ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

   (v) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ .... ਵਿੱਚ ਲੰਘਦਾ ਹੈ।

   (vi) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ .... ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

8. ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋ–

   (i) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਇਸਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

   (ii) ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਕੀ ਇੱਕ ਵਤਰ ਹੈ।

   (iii) ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਵਤਰ ਹੈ।

   (iv) ਹਰੇਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਕੇਂਦਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

   (v) ਇੱਕ ਵਤਰ ਅਤੇ ਚਾਪ ਵੱਲੋਂ ਘੇਰਿਆ ਗਿਆ ਖੇਤਰ, ਚੱਕਰੀਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੰਘ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

   (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) ਅਣਗਿਣਤ

2. ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ .... ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

   (a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) ਅਣਗਿਣਤ

3. ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ .... ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) ਅਣਗਿਣਤ

4. ਇੱਕ ਬੰਦ ਵਕਰ ਤਲ ਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

5. ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ .... ਵਿਕਰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

6. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

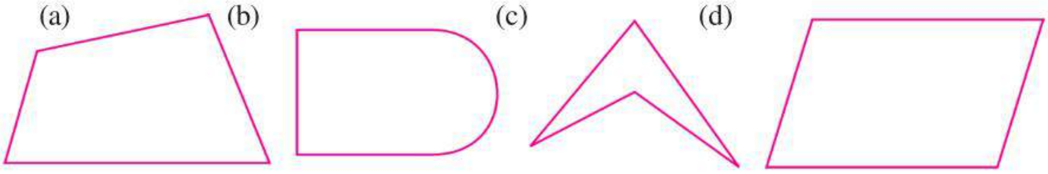
(a) ਤ੍ਰਿਭੁਜ (b) ਪੰਜਭੁਜ (c) ਚੱਕਰ (d) ਚਤੁਰਭੁਜ

7. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ .... ਭਾਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(a) 3 (b) 6 (c) 9 (d) 2

8. ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(a) (b) (c) (d)



9. ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖ਼ਰਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ .... ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(a) ਵਿਕਰਣ (b) ਭੁਜਾ (c) ਕੋਣ (d) ਖੇਤਰ

10. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 4 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਆਸ .... ਹੈ।

(a) 8 ਸਮ (b) 2 ਸਮ (c) 6 ਸਮ (d) 12 ਸਮ

11. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ 12 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਅਰਧ ਵਿਆਸ .... ਹੈ।

(a) 24 ਸਮ (b) 6 ਸਮ (c) 18 ਸਮ (d) 4 ਸਮ

12. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਵਤਰ .... ਹੈ।

(a) ਚਾਪ (b) ਪਰਿਮਾਪ (c) ਵਿਆਸ (d) ਅਰਧ ਵਿਆਸ

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ, ਰੇਖਾਖੰਡ ਅਤੇ ਕਿਰਨ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵਕਰ ਅਤੇ ਇਸਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਾਂ ਬਹੁਭੁਜ ਆਦਿ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਭਾਗਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਆਲ਼ੇ-ਦੁਆਲ਼ੇ ਵਿੱਚ ਪਛਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 8.1

2. AB, AC, AD, BC, CD, BD 3. ਅਣਗਿਣਤ 4. ਅਣਗਿਣਤ 5. ਇੱਕ

6. (i) O, A, B, C, D, or E (ii) BE (iii) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ or $\overrightarrow{OE}$

(iv) OA, OB, OC, OD, OE , DE

7. $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{QR}$

8. (i) ℓ ਅਤੇ m (ii) p ਅਤੇ n, n ਅਤੇ ℓ, n ਅਤੇ m, p ਅਤੇ ℓ, p ਅਤੇ m.

(iii) m ਅਤੇ n (iv) P, Q, S ਅਤੇ P, R, T

9. (i) n ਅਤੇ p, q ਅਤੇ p, n ਅਤੇ q

(ii) m ਅਤੇ ℓ, m ਅਤੇ n, m ਅਤੇ p, m ਅਤੇ q, ℓ ਅਤੇ n, ℓ ਅਤੇ p, ℓ ਅਤੇ q

(iii) p ਅਤੇ ℓ. (iv) E

(v) G, E, C, A ਅਤੇ F, D, C, B

10. (i) ℓ, n (ii) ℓ ਅਤੇ m (iii) B (iv) m ਅਤੇ ℓ, n ਅਤੇ ℓ.

11. (i) F (ii) T (iii) F (iv) F (v) T

ਅਭਿਆਸ 8.2

1. (a) ਸਰਲ ਵਕਰ : (i), (iii), (iv), (vi), (vii), (viii)

(b) ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਵਕਰ : (iii), (vi), (viii) ਬੰਦ ਵਕਰ : (i), (ii), (iv), (v), (vii)

2. (ii), (iii), (v)

4. (i) A B, Q (ii) R, N (iii) P, M

5. (i) D, E, A, B, C (ii) AB, BC, CD, DE, EA

(iii) AC, AD, BE, BD, CE (iv) AE ਅਤੇ BC (v) A ਅਤੇ D

ਅਭਿਆਸ 8.3

1. (i) ∠DEF, ∠FED, ∠E, ∠a (ii) ∠XOY, ∠YOX, ∠O, ∠1

(iii) ∠NOM, ∠MON, ∠O, ∠x

2.

	(i)	(ii)	(iii)
ਸਿਖਰ	B	Q	O
ਭੁਜਾਵਾਂ	$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}$	$\overrightarrow{QP}, \overrightarrow{QR}$	$\overrightarrow{OS}, \overrightarrow{OP}$

3. (i) ∠X, ∠Y, ∠Z (ii) ∠P, ∠Q, ∠R, ∠S (iii) ∠AOB, ∠BOC, ∠AOC

4. (i) A, X, M (ii) H, L (iii) D, B, O, E

5. (i) ∠S ਜਾਂ ∠PSR ਜਾਂ ∠RSP (ii) ∠RPQ ਜਾਂ ∠QPR (iii) ∠SRP ਜਾਂ ∠PRS

(iv) ∠Q ਜਾਂ ∠RQP ਜਾਂ ∠PQR (v) ∠PRQ ਜਾਂ ∠QRP

ਅਭਿਆਸ 8.4

1. (i) ΔABC, ΔACB, ΔBAC, ΔBCA, ΔCAB, ΔCBA.

(ii) ΔXYZ, ΔXZY, ΔYZX, ΔYXZ, ΔZXY, ΔZYX.

(iii) ΔLMN, ΔLNM, ΔMNL, ΔMLN, ΔNML, ΔNLM.

2.

	(i)	(ii)	(iii)
ਸਿਖ਼ਰ	P, R, Q	D, E, F	T, P, S
ਭੁਜਾਵਾਂ	PR, QR, PQ	DE, EF, DF	TP, PS, TS
ਕੋਣ	$\angle P, \angle R, \angle Q$	$\angle D, \angle E, \angle F$	$\angle T, \angle P, \angle S$

3. (i) G, A, E, C, M (ii) P, X, D (iii) Y, B

4. (i) $\Delta AOD, \Delta DOC, \Delta BOC, \Delta AOB, \Delta ABD, \Delta BCD, \Delta ACD, \Delta ABC$

(ii) $\Delta AOB, \Delta BOC, \Delta COD, \Delta AOD$

(iii) $\Delta AOB, \Delta AOD, \Delta ABD, \Delta ABC, \Delta ACD$

5. (i) 3 (ii) 3 (iii) 3 (iv) 3 (v) 6

ਅਭਿਆਸ 8.5

1. (i) **2.** (i) ABCD (ii) PQRS (iii) XYZW

3. (i) ਸਿਖ਼ਰ = O, N, M, L ; ਕੋਣ = $\angle O, \angle N, \angle M, \angle L$

ਭੁਜਾਵਾਂ = ON, NM, ML, LO; ਵਿਕਰਣ = OM, NL

(ii) ਸਿਖ਼ਰ = H, G, F, E ; ਕੋਣ = $\angle H, \angle G, \angle F, \angle E$

ਭੁਜਾਵਾਂ = HG, GF, FE, EH ; ਵਿਕਰਣ = EG, FH

4. (i) CD (ii) $\angle A$ ਅਤੇ $\angle C$ (iii) BD (iv) $\angle C$ (v) AD ਅਤੇ BC

5. (i) L, N, C (ii) B, O, X (iii) P, M, U, Y, J, A

6. (i) 4 (ii) 4 (iii) 4 (iv) 2 (v) 2 (vi) ਵਿਕਰਣ (viii) ਚਤੁਰਭੁਜ

7. (i) F (ii) F (iii) T (iv) F (v) F

ਅਭਿਆਸ 8.6

1. (i) O (ii) OP, OX, OY (ii) XY (iv) XY ਅਤੇ QR

2. (i) PAQ (ii) PBQ (iii) OPAQ (iv) OPBQ

3. (i) ACBA (ii) ADBA

4. (i) A, O, F, D (ii) C (iii) B, E

5. (i) 10ਸਮ (ii) 8ਮੀਟਰ (iii) 20ਸਮ **6.** 6ਸਮ

7. (i) ਘੇਰਾ ਜਾਂ ਪਰਿਮਾਪ (ii) ਦੁਗਣਾ (iii) ਵਿਆਸ (iv) ਬਰਾਬਰ (v) ਕੇਂਦਰ (vi) 3

8. (i) ਗਲਤ (ii) ਸਹੀ (iii) ਗਲਤ (iv) ਸਹੀ (v) ਸਹੀ

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

(1) d **(2)** d **(3)** a **(4)** c **(5)** b **(6)** c

(7) b **(8)** b **(9)** a **(10)** a **(11)** b **(12)** c

I1H8F1

9

ਆਰੰਭਿਕ ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ

(UNDERSTANDING ELEMENTARY SHAPES)

ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ।
- ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ, ਕੋਣਾਂ ਆਦਿ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ।
- ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਰਾਹੀਂ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਬਹੁਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
- ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਤਿੰਨ ਪਾਸਾਰੀ (3-D) ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।

9.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੁੱਝ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਰੇਖਾਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ, ਕਿਰਨ, ਰੇਖਾਖੰਡ, ਕੋਣ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਆਦਿ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ।

ਸਾਡੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਆਕਾਰ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਿੱਧੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਤੋਂ ਬਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਵਕਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਤੋਂ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੋਨੇ, ਕਿਨਾਰੇ, ਸਮਤਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਹ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਜਾਂ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ, ਕੋਣਾਂ, ਬਹੁਭੁਜਾਂ, ਚੱਕਰਾਂ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸ਼ਕਲਾਂ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਮਾਪ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਆਓ ਇਨ੍ਹਾਂ, ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ।

9.2 ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ (Measuring And Comparing line Segments)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਅੰਤ-ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਬਿੰਦੂ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਰੇਖਾਖੰਡ ਦਾ ਮਾਪ ਭਾਵ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਦੂਰੀ, ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਮੀਟਰਾਂ, ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ, ਮਿਲੀਮੀਟਰਾਂ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ, ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਪਰ ਇਸਦੀ ਨਾ ਚੌੜਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨਾ ਮੋਟਾਈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਇਸਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਨੂੰ ਸੰਭਵ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

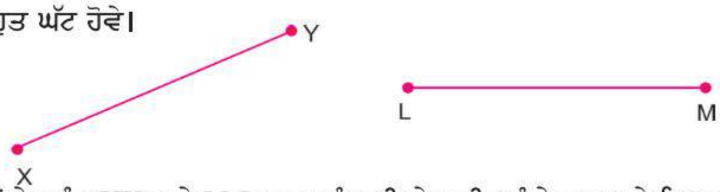
9.2.1 ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ (Comparing line segments)

ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ, ਦੋਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਛੋਟਾ ਜਾਂ ਵੱਡਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰਨਾ। ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢੰਗਾਂ ਨਾਲ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਵਿਧੀ 1. **ਦੇਖ ਕੇ ਤੁਲਨਾ**

AB ਅਤੇ CD ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ।

ਸਿਰਫ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖ ਕੇ, ਅਸੀਂ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB, CD ਨਾਲੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ, ਭਾਵ $AB < CD$. ਪਰ ਇਹ ਹਰ ਸਮੇਂ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਜੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੋਵੇ।



ਇੱਥੇ ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਖੰਡ XY ਅਤੇ LM ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਰਫ ਵੇਖ ਕੇ ਇਹ ਦੱਸਣਾ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੈ ਕਿ ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ ਜਾਂ ਕਿਹੜਾ ਛੋਟਾ।

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁੱਝ ਸਟੀਕ ਵਿਧੀਆਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

ਵਿਧੀ 2. **ਟਰੇਸਿੰਗ ਰਾਹੀਂ ਤੁਲਨਾ : ਆਓ AB ਅਤੇ CD ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਟਰੇਸਿੰਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਕਰੀਏ।**

ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਉੱਪਰ AB ਨੂੰ ਟਰੇਸ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ CD ਉੱਪਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ A, ਬਿੰਦੂ C ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ।

ਇਥੇ ਤਿੰਨ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ:

(i) B, C ਅਤੇ D ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ AB, CD ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ ਭਾਵ $AB < CD$

(ii) B ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ D ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ AB,CD ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਭਾਵ $AB = CD$.

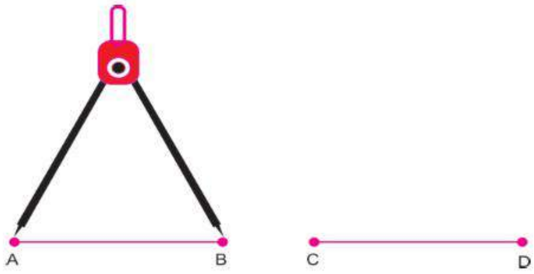
(iii) B, D ਤੋਂ ਪਰਾਂ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ AB, CD ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਭਾਵ $AB > CD$.

ਵਿਧੀ 3. **ਵਿਭਾਜਕ ਰਾਹੀਂ ਤੁਲਨਾ:**

ਆਪਣੇ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ ਵਿੱਚ ਵੇਖੋ। ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਨੁਕੀਲੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਨੋਬ (Knob) ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਜੁੜੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਵੇਖੋਗੇ, ਇਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਵਿਭਾਜਕ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

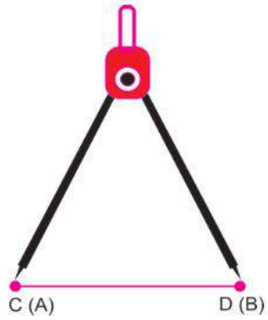
ਆਓ ਵਿਭਾਜਕ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ AB ਅਤੇ CD ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੀਏ।

ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਸੂਈ A ਉੱਤੇ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਖੋਲੋ ਤਾਂ ਜੋ ਇਹ B ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਹੁਣ, ਵਿਭਾਜਕ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਚੁੱਕ ਲਓ ਤਾਂ ਕਿ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਖੁੱਲਾ ਹਿੱਸਾ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ ਰਹੇ। ਰੇਖਾਖੰਡ CD ਦੇ C ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਸੂਈ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ CD ਉੱਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਟਿੱਕ ਸਕਦੀ ਹੈ।

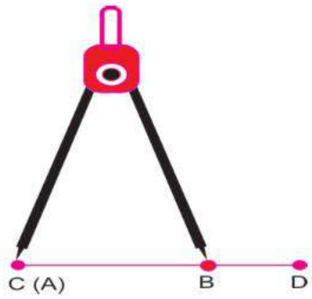


ਹੁਣ ਇਥੇ ਤਿੰਨ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਹਨ

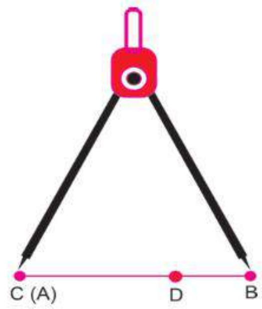
(i) ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਬਿਲਕੁੱਲ D ਉੱਤੇ ਟਿੱਕਦੀ ਹੈ, ਤਾਂAB = CD.



(ii) ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ C ਅਤੇ D ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਟਿੱਕਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ AB < CD.



(iii) ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ D ਤੋਂ ਪਰੇ ਟਿੱਕਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ AB > CD.



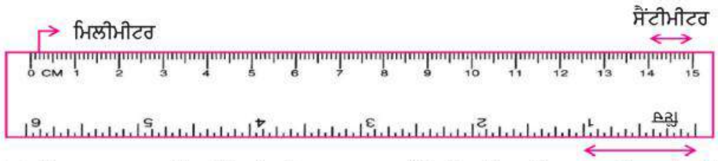
ਇਹ ਵਿਧੀਆਂ ਉੱਥੇ ਲਾਭਕਾਰੀ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਜਾਨਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਕਿੰਨਾ ਵੱਡਾ ਜਾਂ ਛੋਟਾ ਹੈ। ਆਓ ਹੁਣ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਸਿੱਖੀਏ।

9.2.2 ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ (Measurement of line segments)

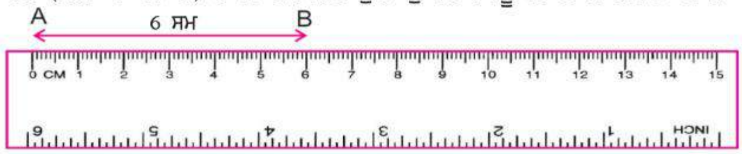
ਵਿਧੀ 1. **ਫੁੱਟੇ ਨਾਲ ਮਾਪ।**

ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਫੁੱਟੇ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਸਦੇ ਇੱਕ ਕਿਨਾਰੇ 'ਤੇ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੇ ਇੰਚ ਵਾਲੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ ਕਿ ਹਰੇਕ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (ਸਮ) ਦਸ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਹਿੱਸਾ ਮਿਲੀਮੀਟਰ (ਮਿ ਮੀ) ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।



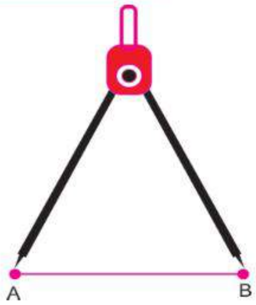
AB ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ, ਫੁੱਟੇ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦਾ ਬਿੰਦੂ A ਫੁੱਟੇ ਦੇ '0' ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ (ਮੇਲ ਖਾ ਜਾਵੇ) ਹੋ ਜਾਵੇ। ਫਿਰ ਫੁੱਟੇ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ B ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਪੜ੍ਹੋ।



ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਰੇਖਾਖੰਡ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 6 ਸਮ ਹੈ।

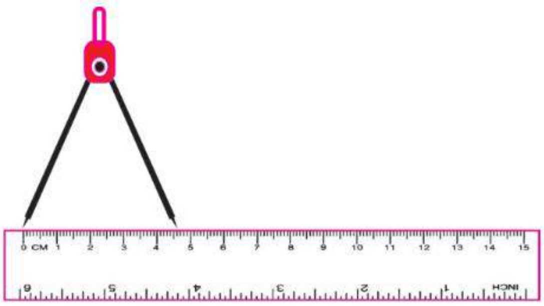
ਵਿਧੀ 2. **ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਵਿਭਾਜਕ ਦੋਹਾਂ ਰਾਹੀਂ ਮਾਪ।**

ਆਓ, AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪਣ ਲਈ ਇੱਕ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਿਭਾਜਕ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੀਏ।



ਵਿਭਾਜਕ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਖੋਲੋ ਕਿ ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ A ਉੱਤੇ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ B 'ਤੇ ਹੋਵੇ।

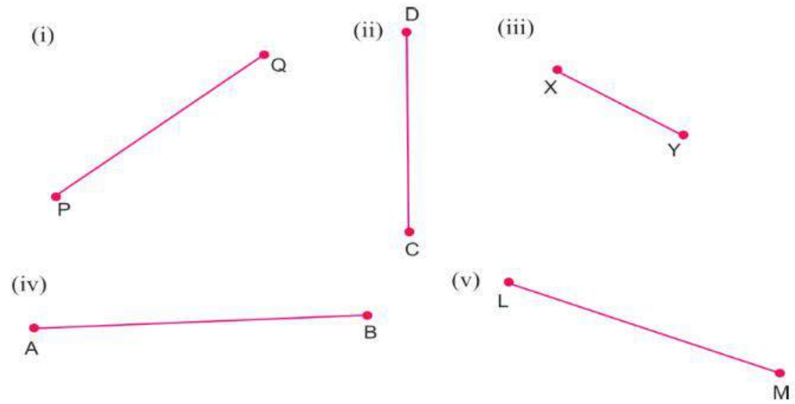
ਹੁਣ, ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਹਿਲਾਏ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿਭਾਜਕ ਨੂੰ ਚੁੱਕ ਲਓ ਅਤੇ ਫੁੱਟੇ ਉੱਪਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ '0' ਚਿੰਨ੍ਹ 'ਤੇ ਹੋਵੇ। ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਦੂਸਰੀ ਭੂਜਾ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਪੜ੍ਹੋ।



ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਫੁੱਟੇ ਦੇ 4.5 ਸਮ ਚਿੰਨ੍ਹ 'ਤੇ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ AB = 4.5 ਸਮ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 9.1

1. ਇੱਕ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪੋ।



2. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।

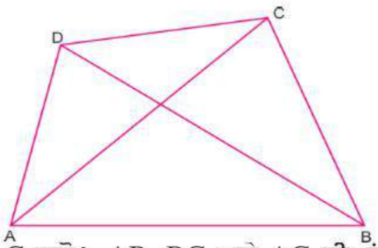
(i) AB ____ AB

(ii) CD ____ AC

(iii) AC ____ AD

(iv) BC ____ AC

(v) BD ____ CD

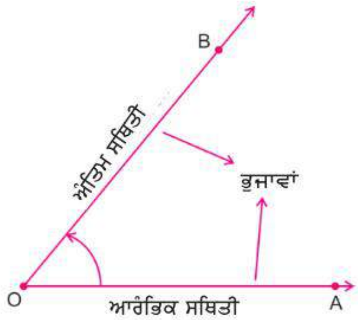


3. ਕੋਈ ਰੇਖਾਖੰਡ AB ਖਿੱਚੋ। A ਅਤੇ B ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ C ਲਵੋ। AB, BC ਅਤੇ AC ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਮਾਪੋ। ਕੀ AB = AC + CB ?

4. ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ AB = 5 ਸਮ ਅਤੇ AC = 9 ਸਮ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਖਿੱਚੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ A, B, C ਸਮਰੇਖੀ ਹੋਣ। BC ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

9.3 ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ (Measuring Angles)

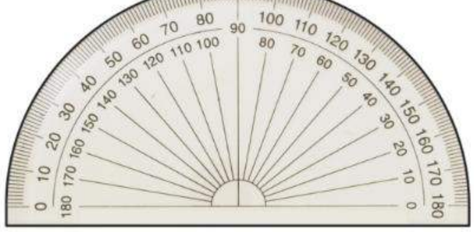
ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕੋਣ ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਕਿਰਨਾਂ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਈ ਗਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ। ਕੋਣ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਉੱਪਰ ਦੂਸਰੀ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਘੁਮਾਉਣ ਨਾਲ ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।



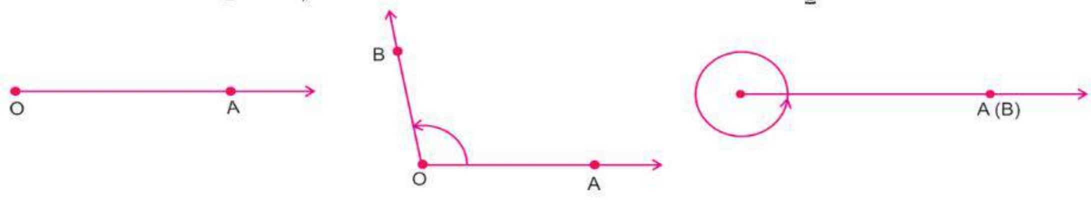
ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਜਾਂ ਆਕਾਰ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਉਹ ਮਾਤਰਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਲਈ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਦੁਆਲੇ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ, ਕੋਣ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਖੁੱਲਣ ਜਾਂ ਝੁੱਕਣ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਝੁਕਾਓ ਵੱਖ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਵੀ ਵੱਖ ਹਨ। ਇੱਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਡਿਗਰੀਆਂ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਣ ਮਾਪਕ (ਡੀ) (Protactor) : ਆਪਣੇ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ ਵਿੱਚ ਵੇਖੋ। ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ (ਜਿਮਾਇਤੀ) ਉਪਕਰਣ ਹੈ ਜੋ ਅੱਖਰ D ਵਰਗਾ ਦਿਸਦਾ ਹੈ। ਕਿਨਾਰੇ ਉੱਪਰ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਨਾਲ ਹੀ ਨਾਲ ਘੜੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 0º ਤੋਂ 180º ਤੱਕ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲੱਗੇ ਹੋਏ ਹਨ।



ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਡਿਗਰੀ ਮਾਪ (Degree measure of angles) : ਇੱਕ ਕਿਰਨ OA 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਬਿੰਦੂ O ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਰੱਖ ਕੇ, ਇਸ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਇਸਦੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ ਘੁਮਾਓ। ਜਦੋਂ ਕਿਰਨ ਆਪਣੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ ਵਾਪਿਸ ਆਉਂਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਰਨ ਨੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰ ਲਿਆ ਹੈ।



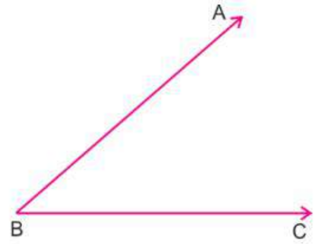
(i) (ii) (iii)

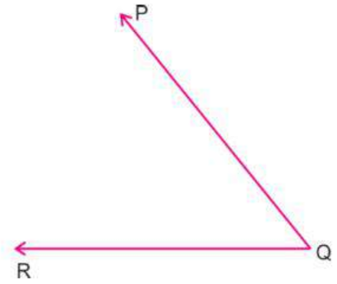
ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ (Revolution) 360 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ 'ਇੱਕ ਡਿਗਰੀ' ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਕੋਣ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਦੀ ਮਿਆਰੀ ਇਕਾਈ 'ਡਿਗਰੀ' ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 'o' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

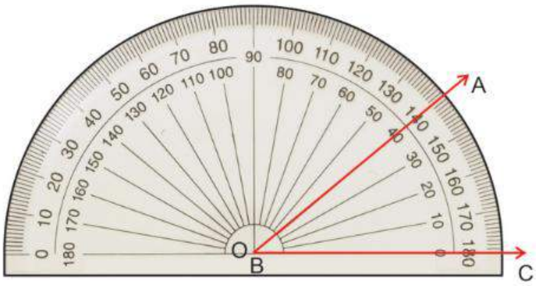
ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ ਜਾਂ ਪੂਰਾ ਕੋਣ 360^o ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਆਓ, $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle PQR$ ਦਾ ਮਾਪ ਕਰੀਏ।

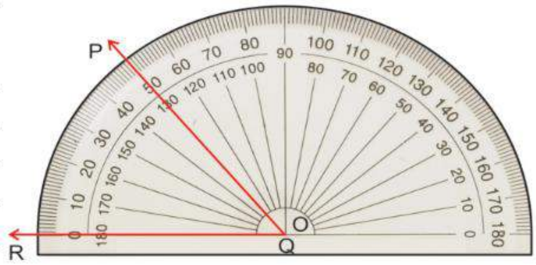




ਕੋਣ ਮਾਪਕ (ਡੀ) ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਆਧਾਰ ਰੇਖਾ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ O, B ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ (ਮੇਲ ਖਾ) ਜਾਏ ਅਤੇ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਰਨ $\overrightarrow{BC}$ ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਏ। ਕਿਉਂਕਿ $\overrightarrow{BC}$ ਸਿਖਰ (ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ) O ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹੈ, B ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵਲੋਂ 0^o ਤੋਂ ਗਿਣਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਿਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਭੁਜਾ AB ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ। ਇਹ 40^o ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $\angle ABC = 40^o$.



ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ $\angle PQR$ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ O ਬਿੰਦੂ Q ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ QR ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਵੇ। ਕਿਉਂਕਿ QR ਸਿਖਰ O ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਹੈ, Q ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਗਿਣਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਿਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਭੁਜਾ PQ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ। ਇਹ 50^o ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $\angle PQR = 50^o$

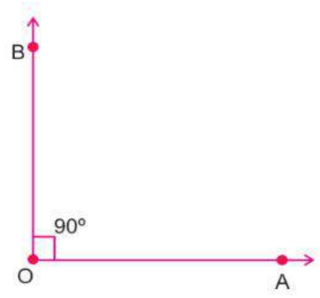


9.2.3 ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ (Types of Angles)

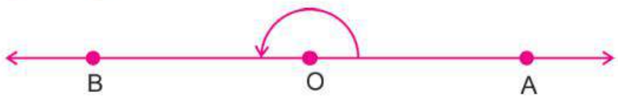
ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਨ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ (Zero Angle) : ਇਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 0^o ਹੈ, ਇੱਕ ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਕਿਰਨ ਬਿਲਕੁਲ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹਿਲਦੀ, ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਇੱਕ 0^o ਕੋਣ ਹੈ।

ਸਮਕੋਣ (Right Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 90^o ਹੈ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸਨੂੰ $OB \perp OA$ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। '$\perp$' ਲੰਬ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੈ।

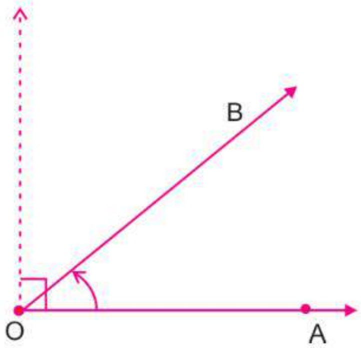


ਸਰਲ ਕੋਣ (Straight Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸ ਦਾ ਮਾਪ 180° ਹੈ, ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

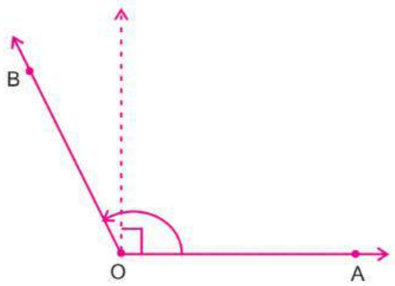


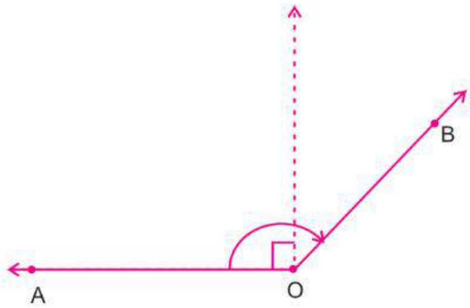
ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਮਿਲ ਕੇ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਨਿਊਨ ਕੋਣ (Acute Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਇੱਕ ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਰ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਅਧਿਕ ਕੋਣ (Obtuse Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

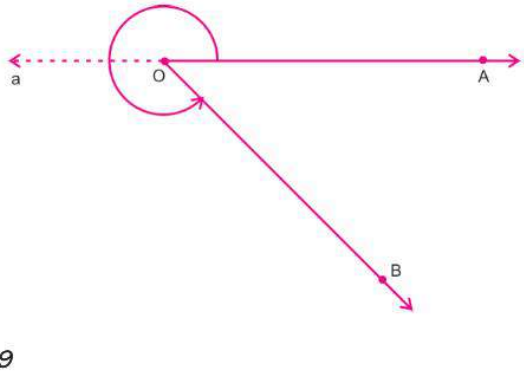




ਪੂਰਨ ਕੋਣ (Complete Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 360° ਹੋਵੇ, ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਇਹ 360° ਦੇ ਇੱਕ ਕੋਣ ਤੱਕ ਘੁੰਮ ਚੁੱਕੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ (Reflex Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 180° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, ਇੱਕ ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਕੋਣ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ-

ਉਦਾਹਰਨ 1. **ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਨਿਊਨ, ਸਮਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ, ਸਰਲ ਜਾਂ ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਣ ਕਰੋ।**

(i)	**89°**	**(ii)**	**101°**	**(iii)**	**62°**	**(iv)**	**180°**
(v)	**91°**	**(vi)**	**215°**	**(vii)**	**90°**	**(viii)**	**181°**
(ix)	**18°**	**(x)**	**130°**				

ਹੱਲ : (i) 89°, 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ।

(ii) 101° , 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੈ।

(iii) 62°, 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ।

(iv) 180° ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਹੈ।

(v) 91°, 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੈ।

(vi) 215°,180° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ ਹੈ।

(vii) 90° ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ।

(viii) 181° , 180° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ ਹੈ।

(ix) 18°, 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ।

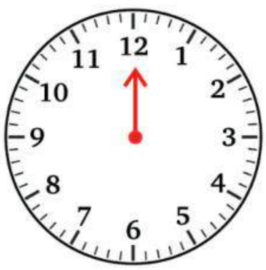
(x) 130°, 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੈ।

∴ ਇਹ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੈ।

ਦੀਵਾਰ ਘੜੀ ਦੁਆਰਾ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ।

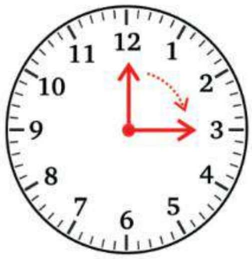
9.4 ਚੱਕਰ (ਘੁੰਮਣ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਣ (Angles in terms of revolution)

ਵਿਆਖਿਆ : ਆਓ ਘੜੀ ਦੇ ਚਿਹਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਚੱਕਰ (ਘੁੰਮਣ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।

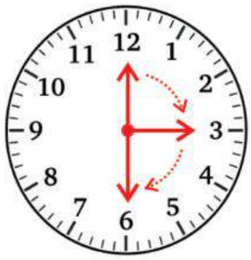


ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 'ਤੇ ਹੈ ਅਤੇ ਨਹੀਂ ਘੁੰਮੀ, ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਿੰਟ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ ਘੁੰਮੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਸਿਫ਼ਰ ਕੋਣ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਚੱਕਰ (ਘੁੰਮਣਾ) ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

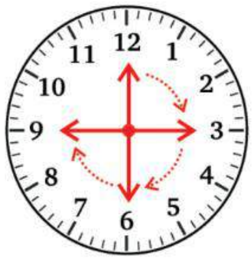
ਮਿੰਟ ਸੂਈ ਦੀ 12 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ ਦੀ ਚਾਲ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।



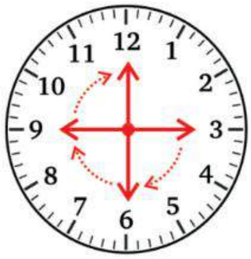
12 ਤੋਂ 3
1 ਸਮਕੋਣ = ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਹਿੱਸਾ



12 ਤੋਂ 6
ਦੋ ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਹਿੱਸਾ

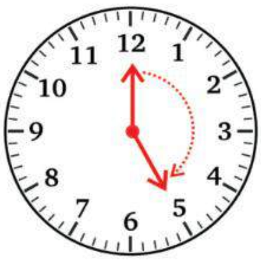


12 ਤੋਂ 9
3 ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਹਿੱਸਾ

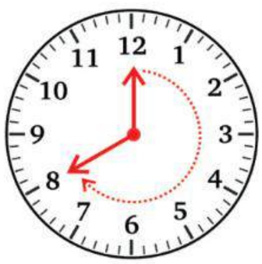


12 ਤੋਂ 12
4 ਸਮਕੋਣ = ਪੂਰਨ ਕੋਣ = $\frac{4}{4}$ ਜਾਂ ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ

12 ਤੋਂ 2
ਨਿਊਨ ਕੋਣ (ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਤੋਂ ਘੱਟ)

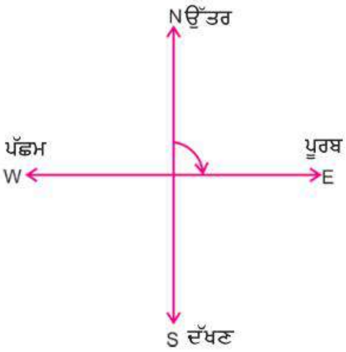


12 ਤੋਂ 5
ਅਧਿਕ ਕੋਣ (ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ $\frac{1}{2}$ ਤੋਂ ਘੱਟ)



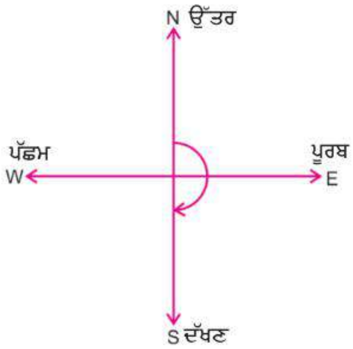
12 ਤੋਂ 8
ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ ($\frac{1}{2}$ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ 1 ਪੂਰਨ ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਘੱਟ).

ਆਓ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਨੂੰ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰੀਏ। ਇੱਕ ਆਦਮੀ ਉੱਤਰ (North) ਵੱਲ ਮੂੰਹ ਕਰ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਹੇਠ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵੱਲ ਵੇਖਣ ਲਈ ਉਹ ਜਿਵੇਂ ਮੁੜਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



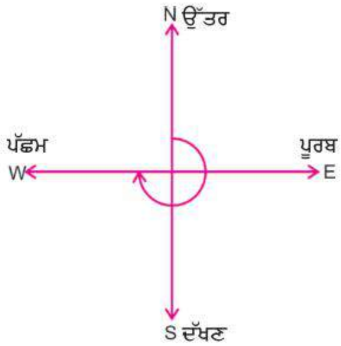
ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਪੂਰਬ

1 ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਹਿੱਸਾ



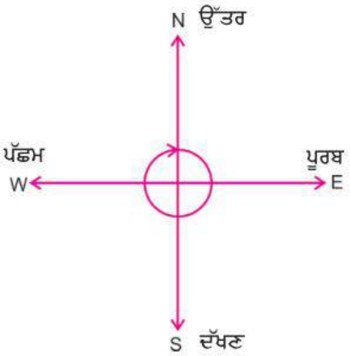
ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ

2 ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਹਿੱਸਾ



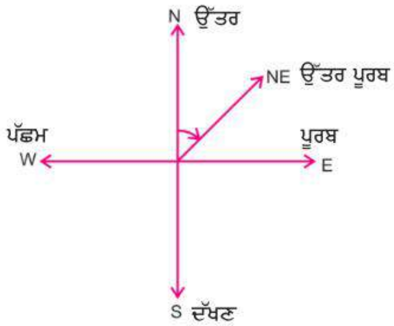
ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਪੱਛਮ

3 ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਹਿੱਸਾ



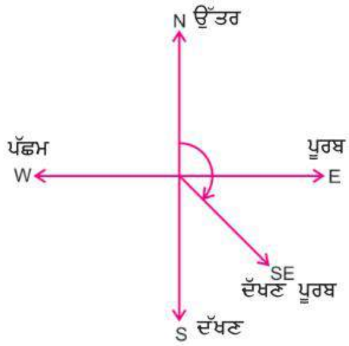
ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਉੱਤਰ

4 ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{4}{4}$



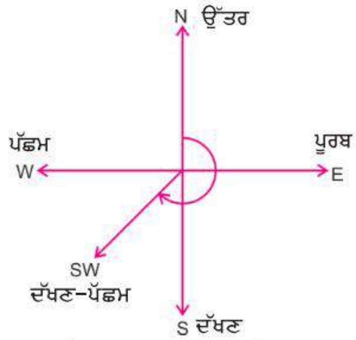
ਉਤਰ ਤੋਂ ਉੱਤਰ ਪੂਰਬ

ਨਿਊਨ ਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਤੋਂ ਘੱਟ



ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ ਪੂਰਬ

ਅਧਿਕ ਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ $\frac{1}{2}$ ਤੋਂ ਘੱਟ



ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ-ਪੱਛਮ

ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣ = $\frac{1}{2}$ ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ 1 ਪੂਰਨ ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਘੱਟ

ਉਦਾਹਰਨ 2. **ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਇਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਇਹ ਚਲਦੀ ਹੈ (i) 12 ਤੋਂ 3 ਤੱਕ, (ii) 2 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ (iii) 3 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ**

ਹੱਲ : (i) 12 ਤੋਂ 3 ਤੱਕ :ਚੌਥਾਈ ਜਾਂ $\frac{1}{4}$ (ii) 2 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ : ਅੱਧਾ ਜਾਂ $\frac{1}{2}$

(iii) 3 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ : 3 ਚੌਥਾਈਆਂ ਜਾਂ $\frac{3}{4}$.

ਉਦਾਹਰਨ 3. **ਘੜੀ ਦੀ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਕਿਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਰੁਕਦੀ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਇਹ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ:**

(i) 12 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{2}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ।

(ii) 4 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ।

(iii) 7 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{3}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ।

ਹੱਲ : (i) 1 ਚੱਕਰ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{2}$ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ $\frac{1}{2}\times 12 = 6$ ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

$\therefore$ ਜੇਕਰ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{2}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਹ 6 'ਤੇ ਰੁਕੇਗੀ।

(ii) 1 ਚੱਕਰ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ $\frac{1}{4}\times 12=3$ ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

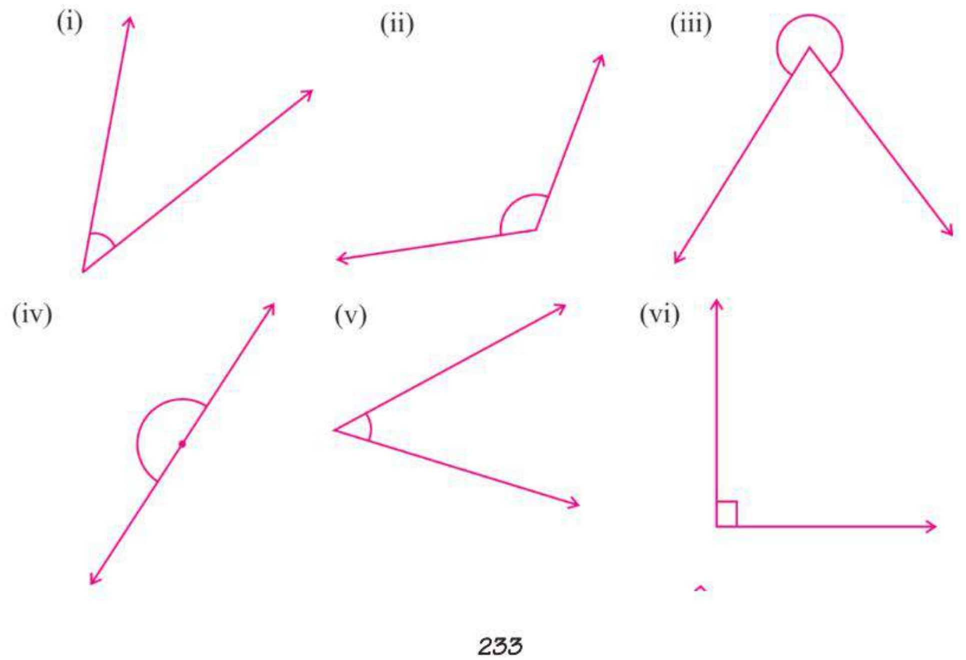
ਇਸ ਲਈ, ਜੇਕਰ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 4 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਹ 7 'ਤੇ ਰੁਕੇਗੀ।

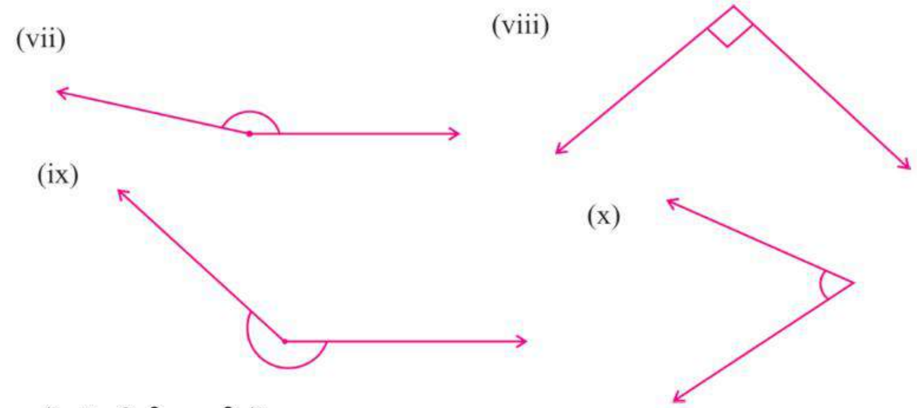
(iii) 1 ਚੱਕਰ ਲਈ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{3}{4}$ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ $\frac{3}{4}\times 12 = 9$ ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

$\therefore$ ਜੇਕਰ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 7 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{3}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ 4 'ਤੇ ਰੁਕੇਗੀ।

ਅਭਿਆਸ 9.2

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ, ਸਮ ਕੋਣ, ਸਰਲ ਜਾਂ ਰਿਫ਼ਲੈਕਸ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ–





2. ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਕਿਸਮ ਲਿਖੋ:

(i) 80°	(ii) 172°	(iii) 90°	(iv) 0°
(v) 179°	(vi) 215°	(vii) 360°	(viii) 350°
(ix) 15°	(x) 180°		

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਕੋਣ ਮਾਪਕ (ਡੀ) ਨਾਲ ਮਾਪੋ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਲਿਖੋ।