पाइप एवं टंकी
(Pipe And Cistern)

पाइप तथा टंकी के प्रश्न लगभग **'काम-समय'** के प्रश्नों की भांति होते हैं। जैसे- यदि कोई पाइप एक टंकी को 6 घंटे में भरता है, तो एक घंटे में वह इसका $\frac{1}{6}$ भाग भरेगा। काम-समय एवं पाइप व टंकी के प्रश्नों में एक अंतर यह होता है कि इसमें नल या पाइप 2 प्रकार के कार्य करते हैं। एक नल वह जो टंकी को भरता है अर्थात सकारात्मक कार्य करता है। दूसरा नल वह जो टंकी को खाली करता है अर्थात नकारात्मक कार्य करता है।

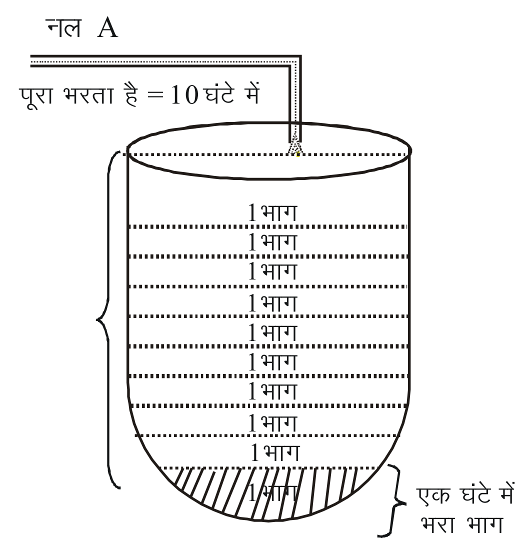
पाइप एवं टंकी के प्रश्नों को हल करने के संदर्भ में कुल 6 प्रकार के सूत्र प्रयोग में लाए जाते हैं जो इस प्रकार हैं-

सूत्र-1. यदि कोई पाइप किसी टंकी को x घंटे में भर सकता है, तो वह 1 घंटे में इसे $\frac{1}{x}$ भाग भरेगा।

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें**

प्रश्न : यदि एक टंकी को नल A द्वारा 10 घंटे में भरा जा सकता है, तो नल A, 1 घंटे में टंकी का कितना भाग भरेगा?

हल :



चूंकि नल A, टंकी को 10 घंटे में भरता है = पूरा भाग, तो नल A, टंकी को 1 घंटे में भरेगा

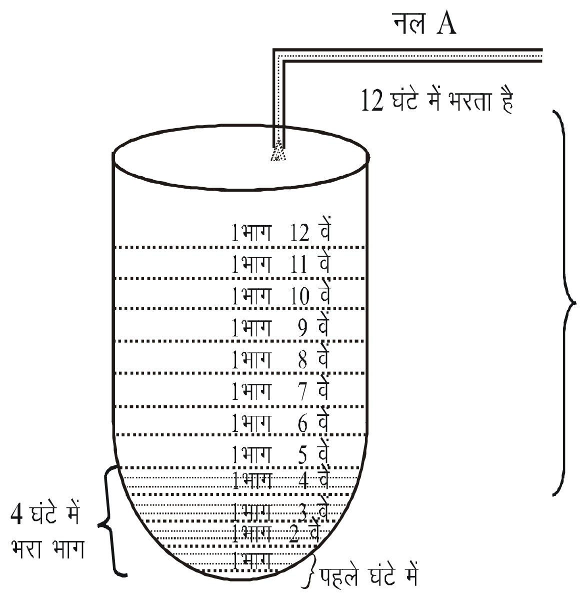
$$= \frac{1}{10} \times 1$$

$$= \frac{1}{10} \text{ भाग}$$

☞ **उदाहरणार्थ एक और प्रश्न देखें**

प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 12 घंटे में भर सकता है, तो 4 घंटे में टंकी का कितना भाग भरेगा?

हल :



चूंकि नल A, 12 घंटे में भरता है = पूरा भाग

तो 4 घंटे में भरा गया भाग = $\frac{1}{12} \times 4 = \frac{1}{3}$ भाग

पूर्णांक विधि

पूर्णांक विधि से प्रश्नों को आसानी से एवं सरलतम ढंग से मन में ही हल करने का तरीका आगे बताया गया है।

पूर्णांक विधि ही क्यों?

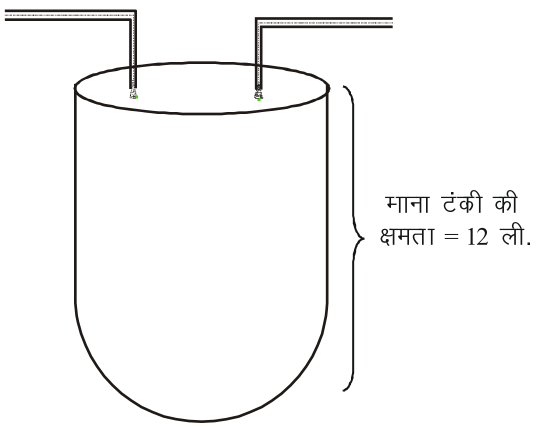
प्रश्नों को हल करते समय कोई एक पूर्णांक (प्रश्न में दी गई संख्याओं का ल.स.प.) मानकर भिन्नों की संक्रियाओं से बचते हुए पूर्णांकों में संक्रियाएं संपन्न कर प्रश्नों को मन में ही हल करना संभव होता है।

यदि विद्यार्थी पूर्णांक विधि से प्रश्नों को हल करने में सक्षम हो जाता है, तो वह अतिन्यून समय में एवं मस्तिष्क में ही सोच-विचार कर परिणाम तक पहुंच सकता है। बशर्ते उसे प्रश्न की दशा एवं दिशा ज्ञात हो।

☞ **उदाहरणार्थ एक प्रश्न के माध्यम से पूर्णांक विधि की उपयोगिता समझें**

प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 6 घंटे में भरता है तथा नल B उसी टंकी को 12 घंटे में भरता है यदि दोनों एक साथ खोल दिए जाएं तो, टंकी कितने समय में भरेगी?

हल : दी गई संख्याएं 6 एवं 12 हैं, इनका ल.स.प. = 12 होगा। इस प्रकार मान लीजिए टंकी की क्षमता =12 ली. है।



नल A, 6 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{6} = 2$ ली.

तथा नल B, 12 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो, 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{12} = 1$ ली.

स्पष्ट है दोनों नलों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में वे टंकी में 2 + 1 = 3 ली. पानी भरेंगे

$\because$ 3 ली. पानी टंकी में भरता है = 1 घंटे में

$\therefore$ 12 ली. पानी अर्थात, पूरी टंकी भरेगी

$= \frac{12}{3} = 4$ घंटे में

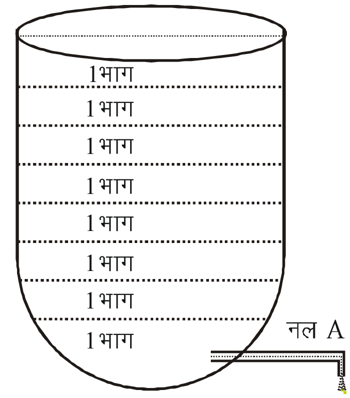
नोट : यहां पर यह समझाने की कोशिश की गई है कि पाइप एवं टंकी के प्रश्नों में टंकी की क्षमता पूर्णांक में मानकर प्रश्नानुसार दिए गए प्रश्नों को आसानी से एवं मन में ही परिणाम तक पहुंचना है।

सूत्र- 2. यदि कोई पाइप किसी टंकी को y घंटे में खाली कर सकता है, तो वह इसे 1 घंटे में $\frac{1}{y}$ भाग खाली करेगा।

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें**

प्रश्न : यदि नल A, किसी भरी टंकी को 8 घंटे में खाली कर सकता हो तो, नल A, 1 घंटे में टंकी का कितना भाग खाली करेगा?

हल :



चूंकि नल A, 8 घंटे में खाली करता है = पूरी टंकी

तो 1 घंटे में खाली करेगा $= \frac{1}{8} \times 1$

$= \frac{1}{8}$ भाग

सूत्र- 3. यदि कोई पाइप किसी टंकी को x घंटे में तथा दूसरा पाइप उसी टंकी को y घंटे में भर सकता है तो, दोनों पाइप एक साथ खोलने पर 1 घंटे में टंकी भरेगी = $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ भाग तथा टंकी को भरने में लगा कुल समय $= \left(\frac{xy}{x+y}\right)$ घंटे

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें**

प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 3 घंटे में तथा नल B उसी टंकी को 6 घंटे में भर सकता है और दोनों नल एक साथ खोल दिए जाएं तो, टंकी कितने समय में भर जाएगी?

हल : **परंपरागत विधि**

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{3}$

तथा नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{6}$

नल A और B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$ भाग

$= \left(\frac{2+1}{6}\right)$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ भाग

$\therefore$ नल A और B दोनों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय =

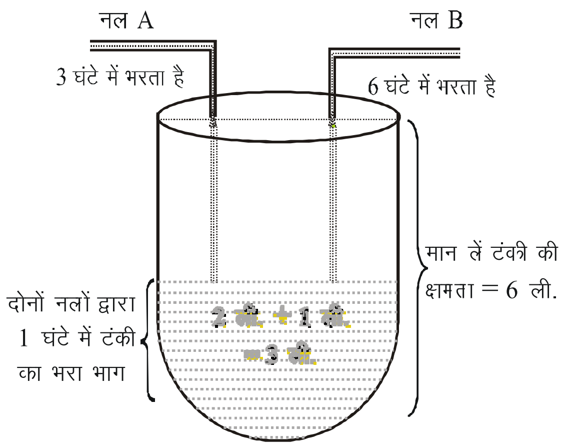
$\frac{2}{1} = 2$ घंटे $\Rightarrow$ **उत्तर**

सूत्र विधि

दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय $= \frac{xy}{x+y}$

$= \frac{3\times6}{3+6} = \frac{18}{9} = 2$ घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता = 6 ली. है

नल A द्वारा 3 घंटे में भरा जाता है = 6 ली.

तो, 1 घंटे में भरा जाएगा $= \frac{6}{3} = 2$ ली.

तथा नल B द्वारा 6 घंटे में भरा जाता है = 6 ली.

तो, 1 घंटे में भरा जाएगा $= \frac{6}{6} = 1$ ली.

यानी नल A और B द्वारा 1 घंटे में भरी गई टंकी के पानी की मात्रा 2+1 = 3 ली. होगी

$\because$ दोनों नलों द्वारा 3 ली. पानी भरने में लगा समय = 1 घंटा

$\therefore$ दोनों नलों द्वारा टंकी भरने अर्थात 6 ली. पानी भरने में लगा समय

$= \frac{6}{3} = 2$ घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

सूत्र 4. यदि एक पाइप किसी टंकी को 'x' घंटे में भरता है एवं दूसरा पाइप उसे 'y' घंटे में खाली करता है। दोनों पाइप एक साथ खोलने पर टंकी एक घंटे में भरेगी = $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$ भाग

तथा टंकी को भरने में लगा कुल समय $= \left(\frac{xy}{y-x}\right)$ घंटे

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें**

प्रश्न : यदि एक नल A एक टंकी को 4 घंटे में भरता है एवं दूसरा नल B उसे 8 घंटे में खाली कर देता है। दोनों पाइपों को एक साथ खोल देने पर टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?

हल : परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग $= \frac{1}{4}$

तथा नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का खाली किया गया भाग $= \frac{1}{8}$

दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

$= \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}$

$\because$ टंकी का $\frac{1}{8}$ भाग भरता है = 1 घंटे में

$\therefore$ टंकी को पूरा भरने में लगा समय $= \frac{1}{\frac{1}{8}}$

$= \frac{8}{1} = 8$ घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

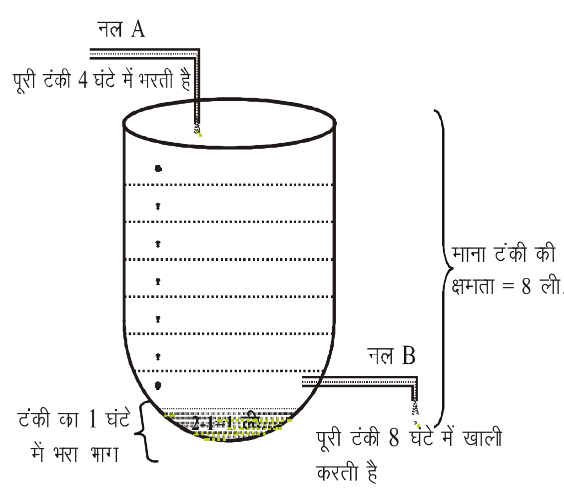
सूत्र विधि

टंकी को भरने में लगा कुल समय $= \frac{xy}{y-x}$

$= \frac{4\times8}{8-4} = \frac{32}{4}$

= 8 घंटे

पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 8 लीटर है

नल A, 4 घंटे में भरता है = 8 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{8}{4}$ = 2 ली.

जबकि नल B, 8 घंटे में खाली करता है = 8 ली.

तो 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{8}{8}$ = 1 ली.

स्पष्ट है नल A, 1 घंटे में 2 ली. पानी टंकी में भर रहा है जबकि नल B, 1 घंटे में टंकी से 1 ली. पानी निकाल रहा है। इस प्रकार 1 घंटे में टंकी में 2–1 = 1 ली. पानी भरता है।

इसलिए दोनों नलों के खुला रहने पर 8 ली. वाली टंकी को भरने में लगा कुल समय = 8 × 1 = 8 घंटे।

$\Rightarrow$ **उत्तर**

सूत्र 5. यदि एक पाइप किसी टंकी को 'x' घंटे में तथा दूसरा पाइप उसी टंकी को 'y' घंटे में भरता है एवं एक तीसरा पाइप उसे 'z' घंटे में खाली करता है तो तीनों पाइप एक साथ खुले रहने पर टंकी 1 घंटे में भरेगी = $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{z}\right)$ भाग तथा टंकी को भरने में लगा कुल समय = $\left(\frac{xyz}{yz+xz-xy}\right)$ घंटा

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें**

प्रश्न : यदि नल A किसी टंकी को 6 घंटे में तथा नल B भी उसी टंकी को 6 घंटे में भरता है और नल C उसे 12 घंटे में खाली करता है तो, तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर टंकी कितने समय में भरेगी?

हल : परंपरागत विधि

नल A द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{6}$

नल B द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{6}$

नल C द्वारा 1 घंटे में टंकी का खाली किया गया भाग = $\frac{1}{12}$

तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में टंकी का भरा गया भाग

$$= \frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{12}$$

$$= \frac{2+2-1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

अतः टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{4}{1}$ = 4 घंटा

$\Rightarrow$ **उत्तर**

सूत्र विधि

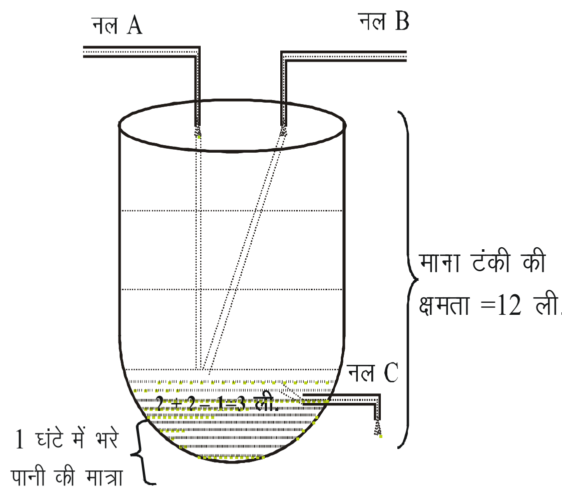
टंकी को भरने में लगा कुल समय = $\frac{xyz}{yz+xz-xy}$

$$= \frac{6\times6\times12}{6\times12+6\times12-6\times6}$$

$$= \frac{6\times6\times12}{72+72-36}$$

$$= \frac{6\times6\times12}{108} = 4 \text{ घंटा} \Rightarrow \textbf{उत्तर}$$

पूर्णांक विधि



मान लीजिए टंकी की क्षमता 12 ली. है

नल A, 6 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{6}$ = 2 ली.

नल B भी 6 घंटे में भरता है = 12 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा = $\frac{12}{6}$ = 2 ली.

नल C, 12 घंटे में खाली करता है = 12 ली.

तो 1 घंटे में खाली करेगा = $\frac{12}{12}$ = 1 ली.

स्पष्ट है नल A और B, 1 घंटे में 2 + 2 = 4 ली. पानी टंकी में भरते हैं जबकि नल C, 1 घंटे में टंकी से 1 ली. पानी निकालता है, यानी तीनों नलों को एक साथ खोल देने पर 1 घंटे में टंकी में पानी की मात्रा = 2 + 2 – 1 = 3 ली.

$\because$ 3 ली. पानी भरने में लगा समय = 1 घंटा

$\therefore$ टंकी पूरा भरने अर्थात 12 ली. भरने में लगा समय = $\frac{12}{3}$

= 4 घंटा $\Rightarrow$ **उत्तर**

सूत्र-6. एक पाइप किसी टंकी को 'x' घंटे में भरता है परंतु तली में छेद होने के कारण यह टंकी 'y' घंटे में भरती है। यदि टंकी पूरी तरह से भरी हुई है तो, छिद्र के द्वारा टंकी को खाली करने में लगा कुल समय $= \left(\frac{xy}{y-x}\right)$ घंटा

परीक्षोपयोगी प्रश्न

1. दो पाइप एक टंकी को क्रमशः 3 घंटे और 3 घंटे 45 मिनट में भर सकते हैं और तीसरा पाइप पूरी टंकी को एक घंटे में खाली कर सकता है। टंकी आधी भरी हुई है और तीनों पाइप एक साथ चालू कर दिए जाएं, तो टंकी कितने समय में खाली हो जाएगी?

(a) 1 घंटा 15 मिनट (b) 1 घंटा 45 मिनट
(c) 45 मिनट (d) 1 घंटा 30 मिनट

उत्तर—(a)

टंकी का एक घंटे में भरा भाग $= \frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{15}{4}} - \frac{1}{1}$

$= \frac{5}{15} + \frac{4}{15} - \frac{15}{15}$

$= -\frac{6}{15}$ ('−' खाली होने को दर्शाता है।)

अतः टंकी $\frac{15}{6}$ अर्थात् 2 घंटे 30 मिनट में खाली हो जाती है।

$\because$ टंकी आधी भरी हुई है और तीनों पाइप एक साथ चालू करने पर टंकी को खाली होने में लगा समय

$= \frac{1}{2} \times 2$ घंटे 30 मिनट

$= 1$ घंटे 15 मिनट

पूर्णांक विधि

माना टंकी की माप = 15 लीटर

पहला पाइप 1 घंटे में भरेगा $= \frac{15}{3} = 5$ लीटर

दूसरा पाइप 1 घंटे में भरेगा $= \frac{15}{3.45 \text{घंटा}} = 4$ लीटर

तीसरा पाइप 1 घंटे में खाली करेगा $= \frac{15}{1} = 15$ लीटर

तीनों पाइप एक साथ खोलने पर 1 घंटे में टंकी खाली होगी $= 5 + 4 - 15 = 6$ लीटर

आधी टंकी $= 15 \div 2 = 7.5$ लीटर

7.5 लीटर खाली होने में समय लगेगा $= \frac{7.5}{6} = 1\frac{1}{4}$ घंटा

= 1 घंटा 15 मिनट

2. एक जलाशय में दो प्रवेश पाइप और एक निकास पाइप हैं। प्रवेश पाइप से इसे क्रमशः 3 घंटे और 3 घंटे, 45 मिनट में भरा जा सकता है। निकास पाइप द्वारा इसे 1 घंटे में पूरा खाली किया जा सकता है। यदि दोनों प्रवेश पाइप क्रमशः दोपहर 1 बजे और 2 बजे खोल दिए जाएं तथा निकास पाइप को दोपहर 3 बजे खोला जाए, तो यह कितने बजे खाली हो जाएगा?

(a) सायं 5 : 30 बजे (b) सायं 5 बजे
(c) सायं 5 : 20 बजे (d) सायं 5 : 55 बजे

उत्तर—(c)

माना निकास पाइप खाली करने में t घंटे समय लेता है।

$\therefore$ पहला पाइप t + 2 घंटे समय लेगा तथा दूसरा पाइप t + 1 घंटे समय लेगा।

प्रश्नानुसार

$\frac{t+2}{3} + \frac{(t+1)}{\frac{15}{4}} - \frac{t}{1} = 0$ ($\because$ 3 घंटे 45 मिनट $= \frac{15}{4}$ घंटे)

$\frac{(t+2)}{3} + \frac{4(t+1)}{15} = t$

$\frac{5t+10+4t+4}{15} = t$

$9t + 14 = 15t$

$15t - 9t = 14$

$6t = 14$

$t = \frac{14}{6} \Rightarrow 2\frac{2}{6}$ घंटे

$= 2$ घंटे $\frac{2}{6} \times 60$ मिनट

$= 2$ घंटे 20 मिनट

पूर्णांक विधि

माना टंकी की माप = 15 ली.

पहला पाइप 1 घंटे में भरेगा $= \frac{15}{3} = 5$ ली.

दूसरा पाइप 1 घंटे में भरेगा $= \frac{15}{3.45} = 4$ ली.

तीसरा पाइप 1 घंटे में खाली करेगा $= \frac{15}{1} = 15$ ली.

पहला पाइप 1 बजे से 3 बजे तक भरेगा $= 5 \times 2 = 10$ ली.

दूसरा पाइप 2 बजे से 3 बजे तक भरेगा $= 4 \times 1 = 4$ ली.

3 बजे तक कुल भरा पानी = 14 ली.

तीनों पाइप एक घंटे खुलने पर खाली होगा $= 15 - (5 + 4)$

$= 6$ ली.

14 ली. खाली होने में लगा समय $= \frac{14}{6} \Rightarrow 2\frac{1}{3}$ घंटा

या 2 घंटा 20 मिनट

अतः पाइप दोपहर 3 बजे के 2 घंटे 20 मिनट बाद 5 बजकर 20 मिनट पर खाली हो जाएगी।

3. दो पाइप A और B एक टैंक को क्रमशः 30 मिनट और 45 मिनट में जल भर सकते हैं। जल पाइप C उस टैंक को 36 मिनट में खाली कर सकता है। पहले A और B को खोला जाता है फिर 12 मिनट बाद C को खोला जाता है। टैंक कुल कितने समय (मिनटों में) भरेगा?

(a) 30 (b) 12

(c) 24 (d) 36

उत्तर—(c)

माना टैंक को भरने में लगा कुल समय = t मिनट

$\because$ C को 12 मिनट बाद खोला जाता है।

$\therefore$ C द्वारा लिया गया समय = (t − 12) मिनट

प्रश्नानुसार

$$\frac{t}{30}+\frac{t}{45}-\frac{(t-12)}{36}=1$$

$$\frac{6t}{180}+\frac{4t}{180}-\frac{5(t-12)}{180}=1$$

$$\frac{6t+4t-5t+60}{180}=1$$

$$10t-5t+60=180$$

$$5t=180-60$$

$$5t=120$$

$$t=\frac{120}{5}\Rightarrow 24 \text{ मिनट}$$

अतः टैंक को भरने में लगा समय = 24 मिनट

पूर्णांक विधि

माना टैंक की क्षमता = 180 ली.

पाइप A एक मिनट में टंकी भरेगा = $\frac{180}{30}=6$ ली.

पाइप B एक मिनट में टंकी भरेगा = $\frac{180}{45}=4$ ली.

पाइप C एक मिनट में टंकी खाली करेगा = $\frac{180}{36}=5$ ली.

12 मिनट में A एवं B टैंक भरेंगे = 12(6 + 4) = 120 ली.

टैंक का शेष भाग = 180 − 120 = 60 ली.

तीनों पाइप 1 मिनट में टैंक भरेंगे = 6 + 4 − 5 = 5 ली.

तीनों पाइप शेष 60 ली. टैंक भरेंगे = $\frac{60}{5}=12$ मि. में

$\therefore$ कुल लगा समय = 12 + 12 = 24 मि.

4. एक पाइप एक टैंक को x घंटों में भर सकता है और एक अन्य पाइप उसे y घंटों में खाली कर सकता है। वे दोनों मिलकर उसे कितने समय में भर सकते हैं? $(y > x)$

(a) $\frac{xy}{y-x}$ (b) $\frac{xy}{x-y}$

(c) $y-x$ (d) $x-y$

उत्तर—(a)

पहले पाइप द्वारा एक घंटे में भरा गया भाग = $\frac{1}{x}$

दूसरे पाइप द्वारा एक घंटे में खाली किया गया भाग = $\frac{1}{y}$

$\therefore$ 1 घंटे में दोनों पाइप को साथ खोलने पर भरा भाग = $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$

$$=\frac{y-x}{xy}$$

$\therefore$ टैंक को भरने में लगा समय $=\frac{1}{\frac{y-x}{xy}}\Rightarrow\frac{xy}{y-x}$

5. तीन नल P, Q तथा R अलग–अलग किसी हौज को क्रमशः 4, 8 तथा 12 घंटे में पूरा भर सकते हैं। एक अन्य नल S पूरे भरे हौज को 10 घंटे में खाली कर सकता है। निम्नलिखित में से कौन–सा युग्म खाली हौज को अन्य से कम समय में भरेगा?

(a) केवल Q को खोला जाए

(b) P तथा S को खोला जाए

(c) P,R तथा S को खोला जाए

(d) P,Q तथा S को खोला जाए

उत्तर—(d)

विकल्प (a) से

नल Q, हौज को भरेगा = 8 घंटे में (प्रश्न में दिया है)

विकल्प (b) से

नल P, हौज को भरता है = 4 घंटे में तथा नल S, हौज को खाली करता है = 10 घंटे में

दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग = $\frac{1}{4}-\frac{1}{10}$

$$=\frac{5-2}{20}=\frac{3}{20}$$

$\therefore$ दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{1}{\frac{3}{20}}=\frac{20}{3}$ घंटा

विकल्प (c) से

नल P, R और S द्वारा 1 घंटे में टंकी का भरा भाग

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}-\frac{1}{10}$$

$$=\frac{15+5-6}{60}=\frac{14}{60}$$

$\therefore$ तीनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{1}{\frac{14}{60}}$

$$=\frac{60}{14}$$

$$=\frac{30}{7} \text{ घंटा}$$

विकल्प (d) से

$\therefore$ नल P, Q तथा S द्वारा 1 घंटे मे टंकी का भरा भाग

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$$

$$= \frac{10+5-4}{40} = \frac{11}{40}$$

$\therefore$ नल P, Q तथा S द्वारा टंकी को भरने में लगा समय

$$= \frac{1}{\frac{11}{40}} = \frac{40}{11}$$

अतः स्पष्ट है कि विकल्प (d) में दिए गए नल P, Q तथा S, खाली हौज को सबसे कम समय में भर देंगे।

नोट-पूर्णांक विधि से, टैंक की क्षमता 120 ली. मानकर प्रति घंटे विभिन्न नलों की क्षमताओं के आधार पर हल प्राप्त कर सकते हैं।

6. यदि दो नलियां एक साथ चालू हों, तो एक टंकी 12 घंटों में भर जाती है। उनमें एक नली उस टंकी को दूसरी की अपेक्षा 10 घंटे अधिक की गति से भर देती है। तदनुसार, वह तेज गति वाली नली अकेली, उस टंकी को कितने घंटों में भर देगी?

(a) 20 (b) 18

(c) 15 (d) 12

उत्तर—(a)

माना तेज नली की गति = x

$\therefore$ दूसरी नली की गति $= x + 10$

प्रश्नानुसार

$$\therefore \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x+10+x}{x^2+10x} = \frac{1}{12}$$

$$(2x+10) \times 12 = x^2 + 10x$$

$$24x + 120 = x^2 + 10x$$

$$\therefore \quad x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$\therefore \quad x^2 - (20-6)x - 120 = 0$$

$$x^2 - 20x + 6x - 120 = 0$$

$$x(x-20) + 6(x-20) = 0$$

$$(x-20)(x+6) = 0$$

यदि $x - 20 = 0$ यदि $(x+6) = 0$

$\therefore$ $x = 20$ $\therefore$ $x = -6$ (अमान्य)

अतः तेज गति की नली टंकी को 20 घंटे में अकेले भर देगी।

विकल्प विधि

इस प्रकार के प्रश्नों को विकल्प विधि से हल करें।

7. समान क्षमता वाले 9 नल पानी की टंकी को 20 मिनट में भर देते हैं। उसी टंकी को 15 मिनट में भरने के लिए समान क्षमता वाले कितने नलों की आवश्यकता होगी?

(a) 10 (b) 12

(c) 15 (d) 18

उत्तर—(b)

माना टंकी को 15 मिनट में भरने के लिए समान क्षमता वाले x नलों की आवश्यकता होगी।

समय	नलों की संख्या
20 मिनट ↑	9 ↓
15 मिनट	x

$$\therefore \quad \frac{x}{9} = \frac{20}{15}$$

$$\therefore \quad x = \frac{20 \times 9}{15} \Rightarrow 12 \text{ नल}$$

8. पानी की एक टंकी A और B नलों द्वारा क्रमशः 5 मिनट और 6 मिनट में भरी जाती है, जबकि नल C उसे 8 मिनट में खाली कर सकता है। यदि सभी नल एक साथ खोल दिए जाएं, तो टंकी का $\frac{3}{4}$ भाग भरने में कितना समय लगेगा?

(a) $\frac{30}{29}$ मिनट (b) $\frac{29}{120}$ मिनट

(c) $\frac{120}{29}$ मिनट (d) $\frac{90}{29}$ मिनट

उत्तर—(d)

तीनों नलों को एक साथ खोलने पर 1 मिनट में टंकी का

भरा भाग $= \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$

$$= \frac{24+20-15}{120}$$

$$= \frac{29}{120}$$

$\because$ टंकी का $\frac{29}{120}$ भाग भरता है = 1 मिनट में

$\therefore$ टंकी का $\frac{3}{4}$ भाग भरेगा $= \frac{120}{29} \times \frac{3}{4}$

$$= \frac{90}{29} \text{ मिनट}$$

पूर्णांक विधि

माना टंकी की क्षमता 120 ली. है

नल A, 1 मिनट में भरेगा $= \frac{120}{5} = 24$ ली.

नल B, 1 मिनट में भरेगा $= \frac{120}{6} = 20$ ली.

तथा नल C, 1 मिनट में खाली करेगा $= \frac{120}{8} = 15$ ली.

टंकी में तीनों नलों द्वारा 1 मिनट में भरा गया पानी

$= 24 + 20 - 15 = 29$ ली.

$\therefore$ तीनों नलों द्वारा टंकी को पूरा भरने में लगा समय $= \frac{120}{29}$ मिनट

$\therefore$ तीनों नलों द्वारा टंकी का $\frac{3}{4}$ भाग भरने में लगा

समय $= \frac{120}{29} \times \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{90}{29}$ मिनट

9. एक विद्युत पंप एक टैंक को 3 घंटे में भर सकता है किंतु टैंक में एक लीक होने के कारण वह टैंक को भरने में 4 घंटे लेता है, यह लीकेज टैंक के पूरे पानी को .... में खाली कर सकता है।

(a) 21 घंटे (b) $6\frac{1}{2}$ घंटे

(c) $10\frac{1}{2}$ घंटे (d) 12 घंटे

उत्तर–(d)

लीकेज द्वारा एक घंटे में खाली किया गया भाग $= \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

$= \frac{4-3}{12} \Rightarrow \frac{1}{12}$

$\therefore$ लीकेज टैंक को 12 घंटे में खाली कर देगा।

सूत्र विधि-

यदि विद्युत पंप एक टैंक को x घंटे में भर सकता है परंतु टैंक में लीक होने के कारण टैंक को भरने में y घंटे लगते हैं।

$\therefore$ लीकेज पूरे भरे टैंक को खाली करेगा $= \frac{xy}{y - x} = \frac{3 \times 4}{4 - 3}$

$= \frac{12}{1} \Rightarrow 12$ घंटे

नोट-पूर्णांक विधि पर स्वयं हल करें।

10. पानी की एक टंकी में $\frac{2}{5}$ भाग पानी भरा हुआ है। A नल उस टंकी को 10 मिनट में भर सकता है, जबकि B नल उस को 6 मिनट में खाली कर सकता है। यदि दोनों नल खोल दिए जाएं, तो टंकी कितने समय में पूर्णतः खाली या भरी जा सकती है?

(a) 6 मिनट खाली करने में

(b) 6 मिनट भरने में

(c) 9 मिनट खाली करने में

(d) 9 मिनट भरने में

उत्तर–(a)

दोनों नलों को एक साथ खोलने पर एक मिनट में टंकी का खाली

किया गया भाग $= \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{5-3}{30}$

$= \frac{2}{30} \Rightarrow \frac{1}{15}$ भाग

$\therefore \frac{2}{5}$ भाग खाली करने में लगा समय $= \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{15}} \Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{15}{1}$

$= 6$ मिनट

पूर्णांक विधि

माना टंकी $= 60$ ली.

नल A एक मिनट में भरेगा $= \frac{60}{10} = 6$ ली.

नल B एक मिनट में खाली करेगा $= \frac{60}{6} = 10$ ली.

प्रत्येक मिनट में पानी खाली होगा $= 10 - 6 = 4$ ली.

टंकी का $\frac{2}{5}$ भाग $= 60 \times \frac{2}{5} = 24$ ली.

24 ली. पानी खाली होने में समय लगेगा $= \frac{24}{4} = 6$ मिनट

11. यदि 15 मिनट में टंकी का $\frac{3}{16}$ भाग भर जाता है तो शेष टंकी कितने समय में भरेगी?

(a) 55 मिनट (b) 60 मिनट

(c) 65 मिनट (d) 70 मिनट

उत्तर–(c)

टंकी का शेष भाग $= 1 - \frac{3}{16} \Rightarrow \frac{13}{16}$ भाग

$\because \frac{3}{16}$ भाग 15 मिनट में भरता है।

$\therefore$ टंकी को पूरा भरने में समय लगेगा $= \frac{15}{3} \times 16$ मिनट

$\therefore$ टंकी का $\frac{13}{16}$ भाग भरेगा $= \frac{15}{3} \times \frac{16}{16} \times 13 \Rightarrow 65$ मिनट

12. एक नल एक टैंक को 6 घंटे में भर सकता है। आधा टैंक भरने के बाद 3 और समान नल खोल दिए गए। बताएं कि पूरा टैंक भरने में कितना समय लगेगा?

(a) 3 घंटे 15 मिनट (b) 3 घंटे 45 मिनट

(c) 4 घंटे (d) 4 घंटे 15 मिनट

उत्तर–(b)

1 नल द्वारा 1 घंटे में टैंक का भरा भाग = $\frac{1}{6}$

$\therefore$ आधा टैंक भरने में नल द्वारा लगा समय = $\frac{6}{2} \Rightarrow 3$ घंटे

$\therefore$ आधा टैंक भरने के बाद टैंक का शेष भाग = $1 - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}$

$\because$ 1 नल द्वारा 1 घंटे में भरा भाग = $\frac{1}{6}$

$\therefore$ 3 और समान नल को खोल देने पर नलों की संख्या = (3+ 1)

= 4

$\therefore$ 4 नल द्वारा 1 घंटे में भरा भाग = $\frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2}{3}$

$\therefore$ 4 नल द्वारा टैंक को भरने में लगा समय = $\frac{3}{2}$

4 नल द्वारा टैंक का $\frac{1}{2}$ भाग भरने में लगा समय = $\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4}$ घंटा

$\therefore$ टैंक को भरने में लगा कुल समय = $3 + \frac{3}{4}$ घंटे

= 3 घंटा 45 मिनट

पूर्णांक विधि

माना टैंक की क्षमता 6 ली. है

एक नल 1 घंटे में भरेगा = $\frac{6}{6} = 1$ ली.

यदि टंकी आधा भरी है अर्थात टंकी में 3 ली. पानी है शेष $6 - 3 = 3$ ली. भरने में 3 और समान नल अर्थात कुल 4 नल खोल दिए जाते हैं। इस प्रकार 4 नलों द्वारा 3 ली भरने में लगा समय = $\frac{3}{4}$ घंटा तथा प्रथम नल द्वारा (आधा टैंक (3 ली.) भरने में लगा समय = $1 \times 3 = 3$ घंटा

इस प्रकार पूरा टैंक भरने में लगा कुल समय = $\left(3 + \frac{3}{4}\right)$ घंटा

= 3 घंटा 45 मिनट

सामान्य समझ पर

आधा टैंक भरने में एक नल को 3 घंटे का समय लगेगा शेष आधा टैंक को भरने में अकेले उस नल को 3 घंटे का समय लगता लेकिन उसी प्रकार के 4 नल होने पर चौथाई समय अर्थात 45 मिनट लगेगा।

$\therefore$ कुल लगा समय = 3 घंटा 45 मिनट

13. दो नल A और B किसी टंकी को अलग-अलग क्रमशः 20 और 30 मिनट में पूरा भर सकते हैं। यदि दोनों नल एक साथ खोल दिए जाएं, तो टंकी को पूरी तरह भरने में उन्हें कितना समय लगेगा?

(a) 10 मिनट(b) 12 मिनट

(c) 15 मिनट(d) 25 मिनट

उत्तर–(b)

नल A द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{20}$

नल B द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{30}$

नल (A + B) द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

$= \frac{3+2}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

नल (A + B) द्वारा 1 मिनट में किया गया कार्य = $\frac{1}{12}$

तथा टंकी को पूरा भरने में लगा समय = 12 मिनट

अतः विकल्प (b) सही है।

पूर्णांक विधि

माना टंकी की क्षमता 60 ली. है

नल A, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{20} \Rightarrow 3$ ली.

तथा नल B, 1 मिनट में भरेगा = $\frac{60}{30} \Rightarrow 2$ ली.

दोनों नलों द्वारा 1 मिनट में टंकी में भरेंगे = 3 + 2 = 5 ली.

$\therefore$ दोनों नलों द्वारा टंकी को भरने में लगा समय = $\frac{60}{5}$

= 12 मिनट

14. एक पात्र में जल इस प्रकार भरा जाता है कि उसकी मात्रा प्रत्येक पांच मिनट के बाद दुगुनी हो जाती है। यदि पात्र को पूरा भरने के लिए यह 30 मिनट लेता है तो उसे चौथाई मात्रा तक पूरा भरने में कितना समय लगेगा?

(a) 7 मिनट और 30 सेकेंड

(b) 10 मिनट

(c) 20 मिनट

(d) 25 मिनट

उत्तर–(c)

चूंकि 30 मिनट में पात्र पूरा भर जाता है। अतः 25 मिनट में पात्र आधा भरता है और 20 मिनट में पात्र चौथाई भरता है।

15. दो पाइप एक टंकी को क्रमशः 20 और 30 मिनट में भर सकते हैं। जब टंकी भरने के लिए दोनों पाइपों को एक साथ खोला गया, तो टंकी की तली में हुए छेद द्वारा पानी बह जाने के कारण, टंकी को पूरा भरने में सामान्य से 3 मिनट अधिक समय लगा। यदि टंकी पूरी भरी जा चुकी हो, तो छेद से रिसाव होने के कारण, टंकी कितने मिनट में खाली हो जाएगी?

(a) 10 मिनट में (b) 20 मिनट में
(c) 30 मिनट में (d) 60 मिनट में

उत्तर—(d)

दो पाइप द्वारा टंकी को भरने में लगा समय $= \frac{1}{20}+\frac{1}{30}$

$= \frac{30\times 20}{30+20}$

$= \frac{60}{5}$

$= 12$ मिनट

अब खाली करने वाले छेद एवं भरने वाले पाइप को साथ खोलने पर टंकी को भरने में लगा समय $= 12+3 = 15$ मिनट

अतः भरी टंकी को छेद खाली करेगा $= \frac{1}{\frac{1}{15}-\frac{1}{12}}$

$= \frac{1}{\frac{4-5}{60}} = \frac{60}{-1} = -60$ मिनट

(यहां '-' का चिन्ह टंकी खाली होने को प्रदर्शित करता है)
अतः टंकी छेद द्वारा 60 मिनट में खाली हो जाएगी।

पूर्णांक विधि

माना टंकी = 60 ली.

प्रथम पाइप 1 मिनट में टंकी भरेगा $= \frac{60}{20}$

= 3 ली.

द्वितीय पाइप 1 मिनट में टंकी भरेगा $= \frac{60}{30}$

= 2 ली.

दोनों पाइप टंकी भरेंगे $= \frac{60}{5}$

= 12 मिनट में

टंकी में छेद होने पर टंकी भरेगी $= 12+3$

= 15 मिनट में

टंकी में छेद होने पर 1 मिनट में पानी भरेगा $= \frac{60}{15}$

= 4 ली.

छेद 1 मिनट में खाली करेगा $= 5-4$

= 1 ली.

छेद 60 ली. खाली करेगा = 60 मिनट में

16. एक टंकी को भरने में 3 घंटे लगते हैं लेकिन टंकी के तले से होने वाले रिसाव के कारण, टंकी को भरने में एक घंटा अधिक लगता है। रिसाव के कारण टंकी को खाली होने में कितने घंटे लगेंगे ?

(a) 8
(b) 10
(c) 12
(d) 14

उत्तर—(c)

3 घंटे में भरती है = 1 टंकी

$\therefore$ 1 घंटे में टंकी का भरा हुआ भाग $= \frac{1}{3}$

रिसाव के कारण 1 घंटा अधिक में टंकी भरती है

अर्थात 4 घंटे में भरती है = 1 टंकी

$\therefore$ 1घंटे में भरा हुआ भाग $= \frac{1}{4}$

अतः 1 घंटे में खाली हुआ भाग $= \frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

$= \frac{4-3}{12}$

$= \frac{1}{12}$

अब $\because$ $\frac{1}{12}$ भाग खाली होता है = 1घंटे में

$\therefore$ 1 भाग (पूरी टंकी) खाली होगी $= 1 \div \frac{1}{12}$

$= 1\times\frac{12}{1}$

= 12 घंटे में

पूर्णांक विधि

माना टंकी का क्षमता 12 ली. है

नल 3 घंटे मे भरता है = 12 ली.

तो 1 घंटे में भरेगा $= \frac{12}{3} \Rightarrow 4$ ली.

जबकि छेद के कारण टंकी को भरने में 1 घंटा अधिक समय लगता है अर्थात $3 + 1 \Rightarrow 4$ घंटा

यानी नल 4 घंटे में भरेगा $= 4\times 4 = 16$ ली. जबकि रिसाव के कारण 12 ली. ही पानी भरा।

इस प्रकार $16-12 = 4$ ली. पानी का छेद के कारण रिसाव हो जाता है। अर्थात छेद द्वारा 4 ली. पानी निकलने में समय लगता है = 4 घंटा, तो पूरी टंकी खाली होने में लगा समय

$= \frac{4}{4}\times 12 \Rightarrow 12$ घंटा