अध्याय 13 राशियों की तुलना

13.1 प्रतिशत

हमने पिछली कक्षा में पढ़ा है कि अनुपात का अर्थ दो या दो से अधिक समान राशियों में तुलना करना है।

यदि लव के पास 5 रूपये व कुश के पास 10 रूपये हो तो उनके रूपयों का अनुपात 5 : 10

अर्थात सरल रूप में 1 : 2 होगा।

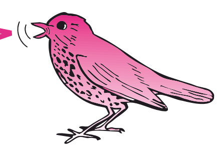
इसे भिन्न रूप में $\frac{1}{2}$ लिखा जा सकता है।

इसको हम प्रतिशत के रूप में प्रदर्शित कर सकते हैं जैसा हम जानते हैं कि प्रतिशत का अर्थ है 100 में से कितना ?

यदि 2 में से 1 है तो 100 में से 50 होगा

अर्थात् $1 : 2 = \frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100} = 50\%$

इसे 50 प्रतिशत पढ़ते हैं।



आइए हम ऐसे कुछ और उदाहरण लेकर इसे विस्तार से समझते हैं–

हरमीत तथा नीलम खेत से टोकरी में टिन्डी और काचरे तोड़कर लाई। घर आकर गिना तो पाया कि 14 टिन्डी तथा 6 काचरे थे।

क्या आप टिन्डी तथा काचरों की संख्या में कोई तुलना कर सकते हैं? टोकरी में दो प्रकार की सब्जी है। इनमें तुलना 14 : 6 या 7 : 3

टिन्डी की संख्या, काचरों की संख्या का $\frac{7}{3}$ है। इसी प्रकार काचरों की संख्या, टिन्डी की संख्या का $\frac{3}{7}$ हैं।

यह तुलना प्रतिशत में भी करके देखते हैं

हरमीत का तरीका–

सब्जी के कुल नग –20

20 नग सब्जी में 6 काचरे हैं

अतः काचरों का प्रतिशत

$\frac{6}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{30}{100} = 30\%$

(हर को 100 बनाया गया है)

नीलम का तरीका (ऐकिक विधि से)

20 नग सब्जी में काचरे की संख्या 6 है

अतः 1 नग सब्जी में काचरे की संख्या = $\frac{6}{20}$

100 नग सब्जी में काचरों की संख्या

$= \frac{6}{20} \times 100$

$= 30\%$

टोकरी में टिन्डे तथा काचरे हैं,

इसलिए टिन्डों का प्रतिशत + काचरों का प्रतिशत = 100

टिन्डों का प्रतिशत + 30 = 100

या टिन्डों का प्रतिशत = 100 - 30 = 70

अतः टोकरी में 70% टिन्डे तथा 30% काचरे हैं।

उदाहरण 1 राजस्थान के झालावाड़ के एक विद्यालय में पर्यावरण पखवाड़े के अंतर्गत रोपे गए पौधों में 25% नीम, 15% जामुन तथा शेष पीपल के पौधे लगाए गए हैं।

यदि लगाए गए कुल पौधे 160 हों तो–

(i) नीम के पौधों की संख्या कितनी है ?

(ii) जामुन के पौधों की संख्या कितनी है ?

(iii) नीम के पौधे व जामुन के पौधों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(iv) पीपल के पौधों की संख्या एवं प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

(v) नीम के पौधे पीपल के पौधों से कितने प्रतिशत कम हैं ?

हल कुल पौधों की संख्या = 160

(i) नीम के पौधों की संख्या 160 का 25%

$$=160 \times \frac{25}{100}$$

= 40 पौधे

नीम के पौधों की संख्या = 40 पौधे

(ii) जामुन के पौधों की संख्या 160 का 15%

$$=160 \times \frac{15}{100}$$

= 24 पौधे

जामुन के पौधों की संख्या = 24 पौधे

(iii) नीम के पौधे : जामुन के पौधे

40 : 24

5 : 3

(iv) पीपल के पौधों की संख्या = कुल रोपे गए पौधे - (नीम के पौधे + जामुन के पौधे)

= 160 - (40 + 24)

= 160 - 64

= 96 पौधे

पीपल के पौधों का प्रतिशत = ?

$\because$ 160 कुल पौधों में से पीपल के पौधे = 96 पौधे

$\therefore$ 100 पौधों में से पीपल के पौधे = $\frac{96}{160} \times 100$

= 60%

(v) नीम के पौधे तथा पीपल के पौधों में प्रतिशत अन्तर = 60%- 25%

= 35%

उदाहरण 2 एक विद्यार्थी को गणित में 10 अंक मिले। यदि यह 40% है तो बताइए गणित की परीक्षा का पूर्णांक कितना है ?

हल गणित में प्राप्तांक = 10

चूँकि पूर्णांक का 40%, 10 अंक है।

माना कि पूर्णांक = x अंक है

अतः x का 40% = 10

या $x \times \frac{40}{100} = 10$

या $40x = 1000$

या $x = \frac{1000}{40}$

या x = 25 अंक

करो और सीखो

रश्मि तथा रेहाना बाग से टोकरी में फूल चुनकर लाए। जिसमें 30% गुलाब 10% चमेली तथा शेष गेंदा के फूल हैं यदि टोकरी में 120 फूल हो तो–

(i) गेंदा के फूलों की संख्या कितनी है?

(ii) चमेली के फूलों की संख्या कितनी है?

(iii) गुलाब के फूल गेंदा के फूलों से कितने प्रतिशत कम हैं?

प्रश्नावली 13.1

1. निम्नलिखित अनुपातों को प्रतिशत में परिवर्तित कीजिए।
   (i) 1: 4 (ii) 3:4
2. हिमी ने 240 किमी की यात्रा बस से की तथा 360 किमी की यात्रा रेल से की, तो ज्ञात कीजिए।
   (i) रेल द्वारा की गई यात्रा व बस द्वारा की गई यात्रा का अनुपात।
   (ii) बस द्वारा एवं रेल द्वारा की गई यात्रा का अनुपात।
   (iii) रेल द्वारा की गई यात्रा एवं कुल यात्रा का अनुपात।
   (iv) बस द्वारा की गई यात्रा तथा कुल यात्रा का अनुपात।
3. कक्षा VIII के 75 विद्यार्थियों में से 68% विद्यार्थियों ने गणित में ग्रेड A प्राप्त की। कितने विद्यार्थी A ग्रेड हैं ?
4. एक विद्यालय की कबड्डी की टीम ने इस वर्ष कुल जितने मैच खेले उनमें से 15 मैच में जीत हासिल की। यदि उनकी जीत का प्रतिशत 75 था तो उस टीम ने कुल कितने मैच खेले ?
5. मोहन के खेत में कुल 1275 वृक्ष हैं। इनमें से 36% वृक्ष फलदार हैं। खेत में फलदार वृक्षों की संख्या ज्ञात कीजिए।
6. प्रधानमंत्री जन धन योजना के अंतर्गत कमली के खाते में जमा राशि में से 75% राशि उसने खर्च कर दी। अब उसके खाते में 600 रूपए शेष हैं। ज्ञात कीजिए कि खाते में कुल कितनी राशि जमा हुई थी ?
7. राजस्थान के पाँच जिलों में से मिड डे मिल के अंतर्गत 50 हजार छात्रों के सर्वे के आधार पर 60% छात्र दाल रोटी पसंद करते हैं, 25% छात्र सब्जी रोटी पसंद करते हैं एवं शेष छात्र खिचड़ी पसंद करते हैं तो, ज्ञात कीजिए कि कितने प्रतिशत छात्र खिचड़ी पसंद करते हैं ?

13.2 लाभ – हानि (अंकित मूल्य, कमीशन, वैट, बट्टा, ऊपरी खर्च, छूट, सेवाकर इत्यादि)

नीलम ने रेडिमेड कपड़ों की लॉरी लगाई, जिसमें छोटे बच्चों की ड्रेस बेच रही है। वह एक ड्रेस 50 रूपए में खरीदकर 100 रूपए में बेच रही है, तो उसका 100% लाभ रहा।

कुछ दिन बाद बिक्री के लिए ड्रेस पर कशीदा कर पैकिंग करवाकर बेचना प्रारम्भ किया। जिससे प्रत्येक ड्रेस पर 10 रूपए अतिरिक्त खर्च लगा, इस प्रकार अब उसका लाभ प्रति ड्रेस 100- (50+10) = 40 रूपए हुआ तो लाभ प्रतिशत $\frac{40}{60} \times 100 = 66\frac{2}{3}$ % रहा।

वस्तुओं को खरीदते समय अथवा बेचने से पहले कुछ अतिरिक्त धन खर्च किया जाता है। वह क्रय मूल्य में जोड़ा जाता है, वो ऊपरी खर्च कहलाता है। जैसे हमाली, परिवहन, दलाली, गोदाम किराया इत्यादि ऊपरी व्यय है। काफी अनुभव के बाद नीलम ने कपड़े खरीद कर बेचने की बजाय टेलर से तैयार कर बेचने की सोची, 2000 रूपए मूल्य का कपड़ा खरीदा उस पर यदि 10% की छूट मिले तो छूट के बाद क्रय मूल्य 2000 - 200 = 1800 रूपये हुआ।

यदि उसने सिलाई, कढ़ाई इत्यादि पर 950 रूपये खर्च करके 25 ड्रेसें बनवाई तो 25 ड्रेसों का लागत मूल्य क्या होगा ?

(1800 + 950) रूपये = 2750 रूपये

एक ड्रेस का लागत मूल्य (क्र. मू.) = $\frac{2750}{25}$ = 110 रूपये है यदि 20% लाभ से ड्रेस बेची जाए तो प्रत्येक ड्रेस का विक्रय मूल्य क्या होगा ?

20% लाभ से विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य का (100 + 20)%

$= 110 \times \frac{120}{100}$

$= \frac{13200}{100}$ = 132 रूपये

व्यापार में उसकी बढ़ती बिक्री को देख उसने एक दुकान खोली। अब यदि वह ग्राहक को बेचे गए सामान पर 15% वैट (Value added tax) लगाती है, तो ग्राहक को एक ड्रेस कितने में खरीदनी पड़ेगी?

> Vat (वैट) – सामान/वस्तु के बेचने पर खरीददार से वसूला जाने वाला टेक्स।

15% की दर से प्रत्येक ड्रेस पर लगने वाला वैट = विक्रय मू. का 15%

$= 132 \times 15\% = \frac{132 \times 15}{100}$

=19.80 रूपये

वैट सहित एक ड्रेस का विक्रय मूल्य = 132 + 19.80 रूपये

= 151.80 रूपये

इस प्रकार की समस्याओं का हल निम्न प्रकार भी कर सकते हैं।

तुलसी ने एक कशीदे की मशीन 8% वैट सहित 17280 रूपये में खरीदी तो मशीन का वैट के जुड़ने से पहले मूल्य (वास्तविक मूल्य) कितना था ? सोचो और बताओ।

माना कि वैट रहित मशीन का मूल्य	वैट सहित मशीन का मूल्य
100	108
x	17280

पहला तरीका (समानुपात से)

100 : x :: 108 : 17280

बाहरी पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$100 \times 17280 = 108x$

$\frac{100 \times 17280}{108} = x$

$100 \times 160 = x$ या $x = 16000$ रूपये

वैट रहित मशीन का मूल्य =16000 रूपये

दूसरा तरीका (ऐकिक नियम से)

यदि 108 रूपये मशीन का वैट सहित वि. मू. हो तो वैट रहित मूल्य = 100

अतः 1 रूपया मशीन का वैट सहित वि. मू. हो तो वैट रहित मूल्य = $\frac{100}{108}$

अतः 17280 रूपये मशीन का वैट सहित वि. मू. हो तो वैट रहित मूल्य = $\frac{100}{108} \times 17280$

= 100 x160 =16000 रू.

करो और सीखो

1. रीना खादी भन्डार से खरीदे गए माल का बिल लेकर आई। इस बिल को देखकर दिए गए सवालों का जबाव दीजिए।

आजाद खादी भन्डार

बिल संख्या 1501 दिनांक 5–10–2015

श्रीमान–––––––––––––––––––

क्र.सं.	वस्तु/सामान	मात्रा	दर	राशि(रूपये)
1.	बैडशीट	4	80	320=00
2.	खेस	4	120	480=00
3.	दरी	2	200	400=00
				1200=00
	छूट 15%			-180=00
				1020=00
	वैट 10%			102=00
	अक्षरे एक हजार एक सौ बाइस रू. मात्र			1122=00

भूल चूक लेनी देनी हस्ताक्षर

–खरीदे गए सामान का कुल अंकित मूल्य कितना है?

–छूट किस मूल्य पर दी जाती है?

–वैट किस मूल्य पर लगाया जाता है?

2. 5000 रूपये की तुलना में 4000 रूपये कितने प्रतिशत कम हैं ? क्या यह प्रतिशत उतना ही है जितना 4000 रूपये की तुलना में 5000 रूपये अधिक है ?

उदाहरण 3 960 रूपये अंकित मूल्य वाली वस्तु 672 रूपये में बेची जाती है। बट्टा प्रतिशत कितना है ?

हल अंकित मूल्य = 960 रूपये

वस्तु का विक्रय मूल्य = 672 रूपये

बट्टा = अंकित मूल्य - विक्रय मूल्य

= 960 - 672

बट्टा = 288 रूपये

∵ 960 रूपये अंकित मूल्य पर बट्टा मिलता है = 288 रूपये

∴ 1 रूपया अंकित मूल्य पर बट्टा मिलता है $= \frac{288}{960}$

∴ 100 रूपये अंकित मूल्य पर बट्टा मिलता है $= \frac{288}{960} \times 100$

बट्टा = 30%

उदाहरण 4 अंकित मूल्य पर 20% बट्टा देने के बाद एक पेन्ट 560 रूपये में बेची गई। पेन्ट का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल विक्रय मूल्य = 560 रूपये

चूँकि 20% बट्टे का अर्थ है कि 100 रूपये अंकित मूल्य पर 20 रूपये का बट्टा है।

अतः विक्रय मूल्य = 100-20

= 80 रूपये

∵ 80 रूपये विक्रय मूल्य है तो पेन्ट का अंकित मूल्य = 100 रूपये

∴ 1 रूपया विक्रय मूल्य है तो पेन्ट का अंकित मूल्य $= \frac{100}{80}$ रूपये

∴ 560 रूपये विक्रय मूल्य है तो अंकित मूल्य $= \frac{100}{80} \times 560$ रूपये

= 700 रूपये

पेन्ट का अंकित मूल्य = 700 रूपये

उदाहरण 5 सुखवीर सिंह ने एक छिड़काव यंत्र 10% कर सहित 4400 रूपये में खरीदा। कर के जुड़ने से पहले छिड़काव पम्प का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल माना कि कर रहित मूल्य 100 रूपये है।

तो कर सहित मूल्य 100 + 10 = 110 रूपये है।

∵ 110 रूपये कर सहित मूल्य है तो वास्तविक मूल्य = 100 रूपये

∴ 1 रूपया कर सहित मूल्य है तो वास्तविक मूल्य = $\frac{100}{110}$ रूपये

∴ 4400 रूपये कर सहित मूल्य है तो वास्तविक मूल्य = $\frac{100}{110}$ x 4400 रूपये

= 4000 रूपये

अतः छिड़काव पम्प का कर रहित मूल्य = 4000 रूपये

उदाहरण 6 रामू ने दो छत के पंखे 1800 रूपये प्रति पंखे की दर से खरीदे। उसमें एक पंखे को 5% हानि से और दूसरा पंखा 12% लाभ से बेचा। प्रत्येक पंखे का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए। कुल लाभ अथवा हानि भी बताइए।

हल प्रत्येक पंखे का क्रय मूल्य = 1800 रूपये

एक पंखा 5% हानि से बेचा जाता है तब

∵ 100 रूपये क्रय मूल्य है तो पंखे का विक्रय मूल्य = 95 रूपये

∴ 1800 रूपये क्रय मूल्य है तो पंखे का विक्रय मूल्य = $\frac{95}{100}$ x 1800 रूपये

= 1710 रूपये

दूसरे पंखे को 12% लाभ से बेचा गया अतः

∵ 100 रूपये क्रय मूल्य है तो पंखे का विक्रय मूल्य = 112 रूपये

∴ 1 रूपया क्रय मूल्य है तो पंखे का विक्रय मूल्य = $\frac{112}{100}$ रूपये

∴ 1800 रूपये क्रय मूल्य है तो पंखे का विक्रय मूल्य = $\frac{112}{100}$ x 1800 रूपये

= 2016 रूपये

कुल क्रय मूल्य = 1800 रूपये + 1800 रूपये

= 3600 रूपये

कुल विक्रय मूल्य = 1710 रूपये+ 2016 रूपये

= 3726 रूपये

कुल क्रय मूल्य < कुल विक्रय मूल्य अतः लाभ होगा।

लाभ = 3726 रूपये -3600 रूपये

= 126 रूपयों का लाभ हुआ।

13.3 सरल ब्याज

उमेश 2400 रूपये 9% की दर से उधार लेता है। यदि वह उस धन को 3 वर्ष एवं 6 माह में चुकाना चाहता है तो उसे कितना ब्याज चुकाना होगा ?

वह शिक्षक के पास जाता है। वह पूछता है कि 3 वर्ष एवं 6 माह के लिए ब्याज की गणना कैसे करूँगा ?

शिक्षक ने कहा कि तुम समय को वर्षों में बदलो।

एक वर्ष में 12 माह होते हैं।

उधार लिया गया धन =2400 रूपये

ब्याज की दर = 9% वार्षिक

समय = 3 वर्ष 6 माह

समय = 3 वर्ष + $\frac{6}{12}$ वर्ष

= $(3+\frac{1}{2})$ वर्ष

= $\frac{7}{2}$ वर्ष

सरल ब्याज = $\frac{\text{मूलधन ब्याज x समय x दर}}{100}$

= 2400 x $\frac{7}{2}$ x $\frac{9}{100}$ रूपये

= 756 रूपये

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= 2400+ 756

= 3156 रूपये

उदाहरण 7 ईश्वर कितना धन उधार दे कि 2 वर्ष 9 माह पश्चात वार्षिक ब्याज की दर से उसे ब्याज के 1831.50 रूपये मिल सके।

हल ब्याज की राशि = 1831.50 रूपये

दर = 12%

समय = 2 वर्ष 9 माह

= 2+$\frac{9}{12}$ वर्ष

= 2+$\frac{3}{4}$ वर्ष = $\frac{11}{4}$ वर्ष

$$\text{सरल ब्याज} = \text{मूलधन} \times \text{समय} \times \frac{\text{दर}}{100}$$

$$1831.50 = \text{मूलधन} \times \frac{11}{4} \times \frac{12}{100} \text{ रूपये}$$

$$1831.50 \times 4 \times 100 = \text{मूलधन} \times 11 \times 12$$

$$\text{मूलधन} \times 11 \times 12 = 1831.50 \times 4 \times 100$$

$$\text{मूलधन} = \frac{1831.50 \times 4 \times 100}{11 \times 12}$$

$$\text{मूलधन} = \frac{183150 \times 4 \times 100}{11 \times 12 \times 100}$$

$$= 5550 \text{ रूपये}$$

अतः ईश्वर द्वारा उधार दिया गया धन = 5550 रूपये

प्रश्नावली 13.2

1. मोहन कुछ दरी पट्टियाँ 7250 रूपये में खरीदता है। वह कुछ समय पश्चात 6090 रूपये में बेच देता है। तो मोहन की प्रतिशत हानि ज्ञात कीजिए ?

2. अजीत सिंह के वेतन में 12% वृद्धि से कुल नया वेतन 25760 रूपये हो जाता है तो उसका पूर्व का वेतन ज्ञात कीजिए ?

3. मनजीत अपने पंप सेट पर 40% बढ़ाकर मूल्य अंकित करता है यदि वह पंप सेट पर 40% की छूट देकर बेचना चाहता है तो उसकी लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए ?

4. एक मोपेड का मूल्य 54000 रूपये है। इसके मूल्य में 14% की वृद्धि हो गई तो अब मोपेड का कितना मूल्य चुकाना पड़ेगा ?

5. एक व्यापारी ने 14000 रूपये का माल खरीदा। उसने 350 रूपये टेम्पो किराया, 150 रूपये मजदूरी के दिए। वह 5% लाभ के लिए माल को कितने में बेचेगा ?

6. एक फर्नीचर विक्रेता ने 7200 रूपये की दर से दो ड्रेसिंग टेबल बेची। उसमें से एक ड्रेसिंग टेबल पर 20% लाभ दूसरी पर 20% हानि हुई तो इस सौदे में कितने प्रतिशत लाभ अथवा हानि हुई ?

7. मनोज 52000 रूपये ऋण पर दो वर्ष बाद 6500 रूपये ब्याज का देता है। मनोज द्वारा दिए गए ब्याज की दर प्रतिशत ज्ञात कीजिए ?
8. कितने समय में 3200 रूपये का मूलधन 8% की दर से 3840 रूपये हो जाएगा ?

9. भूपेन्द्र ने 6300 रूपये 2 वर्ष 8 माह के लिए 7% की दर से ऋण लिया तो बताओ वह कितनी राशि लौटाएगा ?

13.4 चक्रवृद्धि ब्याज

बैंक पास बुक

दिनांक	विवरण	जमा	निकाली	शेष
1.4.13	रोकड़	2000	-	2000
1.4.14	ब्याज़	140	-	2140
1.4.15	ब्याज़	149.80	-	2289.80

पास बुक की प्रविष्ठी से बताइए।

– ब्याज कितनी– कितनी अवधि बाद जोड़ा जा रहा है।
– पहले वर्ष का ब्याज कितना जोड़ा गया ?
– दूसरे वर्ष का ब्याज कितना जोड़ा गया ?
– क्या प्रतिवर्ष प्राप्त ब्याज की राशि समान है ?

सुमन अपनी माँ से बैक खाते की पासबुक दिखाते हुए पूछती है–

सुमन– माँ, पिताजी दो वर्ष पूर्व 2000 रूपये बचत खाते में जमा करवा कर आए थे। पर बैंक द्वारा इस पर दिया जाने वाला ब्याज प्रतिवर्ष बढ़ क्यों जाता है?

माँ – हाँ, बेटी सामान्यतया लिया जाने वाला अथवा भुगतान किए जाने वाला ब्याज कभी साधारण नहीं होता है। नियत अवधि में तीन माह, छः माह अथवा एक वर्ष बाद ब्याज मूलधन में जोड़ दिया जाता है। इस नियत अवधि बाद मूलधन और ब्याज जुड़कर नया मूलधन बन जाता है। अतः हर बार ब्याज की राशि बढ़ी हुई दिखाई गई है।

सुमन– तब तो यह सरल ब्याज नहीं कहलाएगा। फिर इसकी गणना कैसे की जाती है।

माँ – हाँ यह चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है। आओ चक्रवृद्धि ब्याज की गणना करना सीखते हैं।

सुमन– प्रत्येक वर्ष का ब्याज अलग–अलग ज्ञात करके।

माँ – हाँ देखो तुम्हारे पिताजी ने बैंक में 2000 रूपये जमा करवाए थे।
चक्रवृद्धि ब्याज दर 7% वार्षिक है।

प्रथम एक वर्ष का सरल ब्याज $SI = \frac{P_1 \times T \times R}{100}$

$$SI = \frac{2000 \times 1 \times 7}{100} = 140 \text{ रूपये}$$

एक वर्ष के अंत में राशि $= P_1 + SI$

$= (2000 + 140)$ रूपये

$= 2140$ रू $= P_2$ (दूसरे वर्ष का मूलधन)

इस राशि पर दूसरे वर्ष का सरल ब्याज

$$SI_2 = \frac{P_2 \times T \times R}{100} = \frac{2140 \times 1 \times 7}{100} = 149.80 \text{ रूपये}$$

दूसरे वर्ष के अंत में भुगतान/प्राप्त की जाने वाली कुल राशि

अर्थात दूसरे वर्ष के अंत में कुल राशि = $P_2 + SI_2$

= 2140 + 149.80

= 2289.80 रूपये

सुमन– माँ दो वर्षों में कुल ब्याज

= (140 + 149.80) रूपये

= 289.80 रूपये हुआ यह तो साधारण ब्याज से ज्यादा है।

माँ – दो वर्ष का साधारण ब्याज = $\frac{P \times T \times R}{100}$

$= \frac{2000 \times 2 \times 7}{100}$

= 280 रूपये

हाँ माँ चक्रवृद्धि ब्याज से हमें दो वर्ष में इस बैंक से =289.80 - 280 =9.80 रूपये ज्यादा मिले हैं।

सुमन शिक्षक से – गुरूजी, चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने की सरल विधि क्या है।

शिक्षक – तुम सरल ब्याज करना सीख चुके हो, चलो चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करना भी सीख लें। माना प्रथम वर्ष का मूलधन = P_1 तथा ब्याज दर = R% हो तो ब्याज की गणना निम्न प्रकार से से करते है।

एक वर्ष का व्याज $SI_1 = \frac{P_1 \times T \times R}{100}$

$= \frac{P_1 \times 1 \times R}{100}$

$= \frac{P_1 R}{100}$

∴ मिश्रधन $A_1 = P_1 + \frac{P_1 R}{100}$

$= P_1\left[1 + \frac{R}{100}\right] = P_2$ (दूसरे वर्ष का मूलधन)

$SI_2 = \frac{P_2 \times T \times R}{100} = \frac{P_2 R}{100}$

$SI_2 = \frac{P_2 R}{100}$

$= P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right)\frac{R}{100}$

$SI_2 = \frac{P_1 R}{100}\left(1 + \frac{R}{100}\right)$

दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन

$A_2 = P_2 + SI_2$

$= P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right) + \frac{P_1 R}{100}\left(1 + \frac{R}{100}\right)$

$= P_1 \; 1 + \left(\frac{R}{100}\right) \; 1 + \left(\frac{R}{100}\right)$

$= P_1\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 = P_3$

(P_3 तीसरे वर्ष का मुलधन)

इसी प्रकार तीसरे वर्ष के लिए

$$SI_3 = \frac{P_3 x\ T\ x\ R}{100}$$

$$= \frac{P_3 x\ 1\ x\ R}{100}$$

$$= \frac{P_3 R}{100}$$

$$A_3 = P_3 + SI_3$$

$$= P_3 + \frac{P_3 R}{100}$$

$$= P_3 \left(1 + \frac{R}{100}\right)$$

$$= P_1 \left(1 + \frac{R}{100}\right)\left(1 + \frac{R}{100}\right)\left(1 + \frac{R}{100}\right)$$

$$= P_1 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3$$

n वर्ष के बाद R% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से

मिश्रधन $= P_1 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$ होगा।

चक्रवृद्धि ब्याज $CI = A - P$

अर्थात् R% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से n वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज

$$CI = P_1 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n - P_1$$

करो और सीखो

संदीप ने गोबर गैस प्लांट लगाने के लिए बैंक से 3000 रूपये 2 वर्ष के लिए 8% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज दर पर उधार लिए यदि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है तो पता लगाओ ?

(i) दो वर्ष बाद 8% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज दर से कुल कितना धन लौटाना होगा ?

(ii) चक्रवृद्धि ब्याज कितना हुआ ?

(iii) यदि यह धन सरल ब्याज से उधार लिया जाता तो ब्याज कम देना पड़ता अथवा ज्यादा और कितना ?

सुमन— गुरूजी, सवाल में दर के बाद ब्याज वार्षिक संयोजित होता हैं लिखा है इसका भी कोई अर्थ है?

शिक्षक— हाँ! इसका अर्थ है, तुमने अलग अलग पास बुकों के अवलोकन (बैंक, पोस्ट आफिस के बचत बैंक की पास बुकों) से महसूस किया होगा दर का संयोजन वार्षिक, अर्द्धवार्षिक एवं तिमाही संयोजन भी किया जाता है। यह रूपांतरण अवधि कहलाती है।

सुमन— रूपांतरण अवधि क्या होती है गुरूजी ?

शिक्षक— वह समय अवधि जिसके पश्चात प्रत्येक बार नया मूलधन बनाने के लिए ब्याज जोड़ा जाता है रूपांतरण अवधि कहलाती है।

सुमन— गुरूजी जब ब्याज प्रति छः माह में जोड़ा जाता है तब रूपांतरण अवधि दो होगी तथा ब्याज त्रैमासिक जोड़ा जाता है तो रूपांतरण अवधि चार होगी ना।

शिक्षक— हाँ ऐसी स्थिति में दर में भी बदलाव होगा।

सुमन— क्यों गुरूजी?

शिक्षक— देखो 100 रूपये पर एक वर्ष का ब्याज 8 रूपये हो तो छः माह में कितना हुआ, तीन माह में कितना हुआ सोचो ?

सुमन— हाँ समझ गई छः माह में आधा यानि 4 रूपये तथा तीन माह में चौथाई यानि 2 रूपये।

करो और सीखो

निम्न तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

ब्याज संयोजन की शर्त	समय वर्षों में	दर वार्षिक	रूपांतरण अवधि	रूपांतरण दर
वार्षिक	2	10%	2	10%
अर्द्धवार्षिक	$1\frac{1}{2}$	6%	- - -	3%
त्रैमासिक	$1\frac{1}{4}$	8%	5	- - -
अर्द्धवार्षिक	2	14%	4	- - -
वार्षिक	1	7%	- - -	- - -
त्रैमासिक	छः माह	16%	- - -	- - -

सुमन– इसका अर्थ हुआ चक्रवृद्धि ब्याज के लिए सूत्र

$$CI = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P$$

CI = चक्रवृद्धि ब्याज, P = मूलधन, R = रूपांतरित दर तथा n = रूपांतरित अवधि

शिक्षक– बिलकुल ठीक पर ब्याज संयोजन की शर्त वार्षिक हो तो समय और दर में बदलाव नहीं होगा।

उदाहरण 8 ब्याज संयोजन की शर्त अर्द्धवार्षिक हो और 10,000 रूपये 1 वर्ष के लिए उधार लिए जाएँ तो 14% वार्षिक ब्याज दर से कुल कितना धन वापस लौटाना होगा?

हल ब्याज संयोजन की शर्त अर्द्धवार्षिक है अतः समय को दुगना और दर को आधा करने पर रूपांतरण अवधि n = 1 x 2 = 2 एवं रूपांतरण दर = $\frac{14}{2}$ = 7% अर्द्धवार्षिक

$$\text{मिश्रधन} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$= 10,000\left(1+\frac{7}{100}\right)^2 = 10,000\left(\frac{107}{100}\right)\left(\frac{107}{100}\right)$$

= 11449 रूपये

अतः एक वर्ष बाद 11449 रूपये वापस चुकाने पड़ेंगे।

उदाहरण 9 20,000 रूपये की राशि 1 वर्ष 6 माह के लिए 8% वार्षिक दर से निवेश करने पर कुल कितना धन प्राप्त होगा। जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।

हल समय को वर्षों में बदलने पर समय = 1 वर्ष + 6 माह

= 1 वर्ष + $\frac{6}{12}$ माह = $1\frac{1}{2}$ वर्ष

ब्याज संयोजन की शर्त वार्षिक है अतः समय तथा दर में कोई बदलाव नहीं होगा।

यमन ने सूत्र में मान रखकर ऐसे लिखा–

$$A = 20000\left(1+\frac{8}{100}\right)^{1\frac{1}{2}}$$

भिन्न के रूप में घात है, कैसे हल करूँ ?

शिक्षक– पहले एक वर्ष के लिए 8% की दर से इसके प्राप्त धन को मूलधन समझकर अगले आधे वर्ष के लिए दर आधी यानि 4% से गणना कर लो।

यमन – ऐसे गुरूजी,

$$A = 20000\left(\frac{108}{100}\right)\left(\frac{104}{100}\right)$$

= 2 x 108 x 104 = 22464 रूपये

13.5 वृद्धि दर पर आधारित व्यावहारिक समस्याएँ

सुमन चक्रवृद्धि ब्याज के सवाल हल करते करते सोचने लगी कि पिछली कक्षा में प्रतिशत वृद्धि दर के सवाल भी चक्रवृद्धि के सूत्र से कर सकती हूँ ? यह बात उसने शिक्षक से पूछी सुमन – क्या प्रतिशत में वृद्धि दर के सवाल भी चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र के उपयोग से हल कर सकती हूँ ?

शिक्षक– हाँ तुम इस सूत्र का उपयोग इन परिस्थितियों में भी कर सकती हो–

(i) जनसंख्या में वृद्धि (अथवा ह्रास)

(ii) यदि बैक्टीरिया वृद्धि की दर ज्ञात है तो वृद्धि ज्ञात करना।

(iii) किसी वस्तु का मान ज्ञात करना यदि मध्यवर्ती वर्षों में इसके मूल्य में वृद्धि अथवा कमी होती है।

उदाहरण 10 योग केन्द्र पर आने वाले विद्यार्थियों की संख्या में प्रतिवर्ष 20% वृद्धि का लक्ष्य रखा गया था। यदि वर्ष 2014 में यह संख्या 300 थी तो वर्ष 2016 में लक्ष्य पूर्ति होने पर केन्द्र में कितने विद्यार्थी होंगे ?

हल प्रारम्भिक संख्या = 300

वृद्धि दर = 20%

समयावधि $n = 2$ वर्ष

2 वर्ष बाद विद्यार्थियों की संख्या = प्रारम्भिक मान $\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$$=300\left(1+\frac{20}{100}\right)^2$$

$$= 300 \times \frac{120}{100} \times \frac{120}{100} = 432 \text{ रू.}$$

उदाहरण 11 एक जिले में वर्ष 2014 में सड़क दुर्घटनाओं की संख्या 3000 थी। सड़क सुरक्षा के प्रयास के कारण हुई जागरूकता से प्रति वर्ष दुर्घटना में 15% कमी हुई तो 2016 में कितनी सड़क दुर्घटनाएँ हुई ?

हल प्रारंभिक मान 8000, दर 15% (कम होने से दर ऋणात्मक)

अवधि = 2 वर्ष, दो वर्ष बाद का मान = ?

वर्ष 2016 में सड़क दुर्घटनाओं की संख्या= प्रारंभिक मान $\left(1+\frac{-R}{100}\right)^n$

$$= 8000\left(1+\frac{-15}{100}\right)^2$$

$$= 8000\left(1-\frac{15}{100}\right)^2$$

$$= 8000 \times \frac{85}{100} \times \frac{85}{100} = 5780 \text{ रू.}$$

उदाहरण 12 किसी शहर में मलेरिया फैल रहा है। इसकी रोकथाम हेतु फोगिंग, कैरोसीन छिड़काव पानी ठहराव को हटाकर गाय के गोबर से लिपाई, DDT छिड़काव इत्यादि के प्रभाव से प्रति सप्ताह मलेरिया के मरीजों की संख्या में 5% कमी आई यदि इस सप्ताह मलेरिया के मरीजों की संख्या 6859 है तो तीन सप्ताह पूर्व मलेरिया के कितने मरीज रहे होंगे ?

हल दर (R) = -5% प्रति सप्ताह, माना प्रारंभिक मान = x

अवधि $n= 3$ सप्ताह, अंतिम सप्ताह में मरीजों की संख्या = 6859

अंतिम मान = प्रारंभिक मान $\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$$6859 = x\left(1-\frac{5}{100}\right)^3$$

$$= x \times \frac{95}{100} \times \frac{95}{100} \times \frac{95}{100}$$

$$\frac{6859 \times 100 \times 100 \times 100}{95 \times 95 \times 95} = x$$

$$\frac{6859 \times 20 \times 20 \times 20}{19 \times 19 \times 19} = x$$

$$x = 8000$$

अतः तीन सप्ताह पूर्व मलेरिया के 8000 मरीज थे।

प्रश्नावली 13.3

1. एक शहर में लगे पुस्तक मेले में पहले दिन देखने वालों की संख्या 3000 थी वह अगले दिन बढ़कर 3600 तक पहुँच गई तो मेला देखने वालों की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।
2. एक टेलीविजन का मूल्य 30,000 रूपये है वस्तु का मूल्य प्रति वर्ष 20% से घटता (अवमूल्यन) है तो 2 वर्ष बाद वस्तु का मूल्य ज्ञात कीजिए।
3. कपिल ने एक स्कूटर खरीदने के लिए किसी बैंक से 52800 रूपये 12% वार्षिक दर से ऋण लिया जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है। 1 वर्ष 6 माह के अंत में ऋण चुकता करने के लिए उसे कितनी राशि का भुगतान करना पड़ेगा।
4. वर्ष 2013 में सड़क दुर्घटना की संख्या 10,000 थी। यातायात पुलिस द्वारा सड़क पर दुर्घटना घटित नहीं हो इसके प्रचार प्रसार के माध्यम से लोगों में जागरूकता अभियान चलाने पर 20% की कमी पाई गई तो 2015 में सड़क दुर्घटना की संख्या क्या रही ?
5. 10,000 रूपये का 2 वर्ष के लिए 8% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए यदि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।
6. पायल ब्यूटीपार्लर के लिए 12,000 रूपये का ऋण राष्ट्रीयकृत बैंक से लेती है। 2 वर्ष 6 माह बाद 14% वार्षिक दर से कितना धन लौटाएगी ? जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।
7. 18000 रूपये 10% वार्षिक ब्याज की दर से $1\frac{1}{2}$ वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए, जबकि ब्याज अर्द्धवार्षिक देय है।
8. विष्णु ने 14% वार्षिक दर पर 80,000 रूपये का निवेश किया यदि ब्याज अर्द्धवार्षिक संयोजित होता हैं तो ज्ञात कीजिए कि उसे कुल कितनी राशि प्राप्त होगी? यदि समय (i) 6 माह हो। (ii) 1 वर्ष हो।

9. खुशवंत ने 12,500 रूपये 3 वर्ष के लिए 5% वार्षिक दर से साधारण ब्याज पर उधार लिया। यदि यही राशि 5% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार ली हो, तो खुशवंत को कुल कितनी अधिक राशि का भुगतान करना पड़ेगा।

13.6 सीधा एवं प्रतिलोम संबंध की समझ एवं इस पर आधारित समस्याएँ

छात्रावास में पुताई का कार्य चल रहा था। दो मजदूरों द्वारा 2 दिन में 3 कमरों की पुताई की गई। छात्रावास में सभी कमरे एक ही नाप के कुल 18 कमरे हैं। पुताई कार्य पर बच्चे आपस में चर्चा कर रहे हैं।

महावीर– 2 दिन में 3 कमरों की पुताई हुई है तो 18 कमरों में लगने वाले समय की गणना करते हैं।

गुरूमीत– दिनों की संख्या — कार्य की मात्रा पुताई किए गए कमरों की संख्या

दिनों की संख्या	कार्य की मात्रा पुताई किए गए कमरों की संख्या
2 ↓	3 ↓
x	18

यहाँ दिनों की संख्या तथा कार्य की मात्रा में समानुपाती सन्बन्ध है अर्थात् मजदूरों की संख्या समान रहे तो समय बढ़ाने पर कार्य की मात्रा भी उसी अनुपात में बढ़ती है।

$$2 : x :: 3 : 18$$

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$2 \times 18 = 3x$$

$$\frac{2 \times 18}{3} = x$$

$$x = 12$$

महावीर– हाँ यह सही है पूरे छात्रावास (यानि 18 कमरों की) की 12 दिन में पुताई कर देंगे।

गुरूमीत– तो क्या मजदूरों की संख्या तथा कार्य पूर्ण होने में लगे समय में भी कोई संबंध है।

महावीर– मुझे तो लगता है कि ज्यादा मजदूर होंगे तो काम जल्दी पूरा होगा। चलो अध्यापक जी से पूछते हैं।

गुरूमीत– गुरूजी, संख्या तथा कार्य पूर्ण होने में लगे मजदूरों की और दिनों की संख्या में सीधा सम्बन्ध है।

शिक्षक– हाँ ! सीधा सम्बन्ध है।

दो चरों में सम्बन्ध इस प्रकार होते हैं कि एक चर के बढ़ाने से दूसरा चर बढ़ता है तथा घटाने पर घटता है। परन्तु कभी–कभी एक चर के बढ़ाने पर दूसरा चर घटता है तथा पहले चर को घटाने पर दूसरा चर बढ़ जाता है वह सम्बन्ध प्रतिलोम सम्बन्ध होता है।

करो और सीखो

1 निम्नलिखित कथनों को पढ़कर पता करो कि यह सीधा/प्रतिलोम सम्बन्ध है।

क्रम संख्या	कथन	सम्बन्ध
01	एक सीढ़ी दीवार के सहारे सरक रही है सीढ़ी के ऊपर शीर्ष की तल से ऊँचाई तथा नीचे से शीर्ष की दीवार से दूरी में	प्रतिलोम सम्बन्ध है।
02	नियत चाल से चल रही कार द्वारा तय की गई दूरी तथा समय में	....
03	व्यक्तियों की संख्या तथा भोजन सामग्री की पर्याप्तता दिनों में (जब कि भोजन सामग्री की मात्रा नियत है)	....
04	पानी की टंकी से गाँव की जनसंख्या में (जब पानी की मात्रा और वितरण समान हो)	....

2. आप ऐसे ही सीधे तथा प्रतिलोम सम्बन्ध वाले उदाहरणों को सोचिए तथा अपने साथियों से चर्चा कीजिए।

उदाहरण 13 एक खेत में गुड़ाई का काम 4 मजदूर 8 दिन में पूरा करते हैं। यदि यह कार्य 2 दिन में पूरा कराना हो तो कितने मजदूर चाहिए।

हल यहाँ मजदूरों की संख्या तथा कार्य पूर्ण करने में लगे समय के मध्य प्रतिलोम (व्युत्क्रम) सम्बन्ध हैं।

मजदूरों की संख्या	कार्य पूर्ण करने में लगा समय (दिनों में)
↓ 4	8 ↑
x	2

माना x मजदूरों की आवश्यकता होगी।

$4 : x :: 2 : 8$ (प्रतिलोम सम्बन्ध होने से)

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$4 \times 8 = 2x$$

$$\frac{4 \times 8}{2} = x$$

$$16 = x$$

अतः 2 दिन में कार्य पूर्ण करने हेतु 16 मजदूरों की जरूरत होगी।

उदाहरण 14 धर्मेश कार द्वारा डूँगरपुर से जालोर जाना चाहता है।

(i) यदि कार को 90 किमी चलने में 5 लीटर पेट्रोल की आवश्यकता हो तो 20 लीटर पेट्रोल में कितनी दूरी तय करेगी।

(ii) जाते समय 60 किमी प्रति घंटा की औसत चाल से चलकर 6 घन्टे में डूँगरपुर से जालौर पहुँचती है। वापस लौटते समय कार की औसत चाल क्या रही होगी यदि उसे $4\frac{1}{2}$ घन्टे लगे ।

हल (i) वाहन द्वारा तय की गई दूरी (किमी) तथा ईधन की मात्रा (लीटर) में सीधा सम्बन्ध है।

तय की गई दूरी (किमी) ↓	ईंधन की मात्रा (लीटर में) ↓
90	5
x	20

माना x किमी दूरी तय करेगा।

$$90 : x :: 5 : 20$$

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$90 \times 20 = 5x$$

$$\frac{90 \times 20}{5} = x$$

$$360 \text{ किमी} = x$$

अतः 20 लीटर पेट्रोल से वह कार 360 किमी दूरी तय कर पाएगी।

(ii) वाहन की औसत चाल एवं समय में प्रतिलोम सम्बन्ध है।

वाहन की औसत चाल (किमी प्रति घण्टा) ↓	नियत दूरी तय करने मे लगा समय (घण्टों में) ↑
60	6
x	$4\frac{1}{2}$

माना लौटते समय कार की औसत चाल x किमी प्रतिघण्टा

अतः $60 : x :: 4\frac{1}{2} : 6$

या $60 : x :: \frac{9}{2} : 6$

बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$60 \times 6 = \frac{9}{2} x$$

$$\frac{\overset{20}{\cancel{60}} \times \overset{2}{\cancel{6}} \times 2}{\underset{3}{\cancel{9}}} = x \qquad x = 80$$

लौटते समय कार की औसत चाल 80 किमी प्रति घण्टा रही होगी।

प्रश्नावली 13.4

1. विमला 200 किमी की दूरी को बस से तय करती है जिसका किराया 180 रू. देती है 500 किमी की यात्रा करने पर उसे कितना किराया देना होगा ?
2. 10 मीटर के पेड़ की छाया प्रातः काल 18 मीटर है इसी समय 120 मीटर ऊँचे टॉवर की छाया कितनी होगी ?
3. यदि 5 पुस्तकों का वजन 2.5 किग्रा हो तो 30 किग्रा कितनी पुस्तकों का वजन होगा ?
4. एक बस 45 किमी प्रति घण्टे की समान चाल से चल रही है तो 225 किमी की दूरी तय करने में बस को कितना समय लगेगा ?
5. ममता 15 लीटर पानी से 30 परिण्डे भर सकती है तो बताइए 120 परिण्डों को भरने के लिए कितने लीटर पानी की आवश्यकता होगी ?
6. 5 कारों को नल से धुलाई करने के स्थान पर, जग व बाल्टी से धुलाई करने पर 100 लीटर पानी की बचत की जा सकती है तो इसी प्रकार 20 कारों की धुलाई करने में कितने लीटर पानी की बचत की जा सकती है ?
7. विद्यालय के चारों ओर पक्की दीवार बनाने के लिए 9 कारीगरों को पूरा करने में 16 दिन का समय लगा। यदि कारीगरों की संख्या 12 होती तो दीवार कितने दिनों में बन जाती ?
8. एक शिविर में 40 सैनिकों के लिये 20 दिन के लिए भोजन सामग्री है। 5 दिन बाद 10 सैनिक और आ गए तो शेष सामग्री कितने दिनों तक पर्याप्त रहेगी ?
9. स्वच्छ भारत अभियान के तहत 15 स्वयंसेवक अपने गाँव को 4 दिन में स्वच्छ कर सकते हैं। यदि गाँव को 3 दिन में स्वच्छ करना होता तो कितने स्वयंसेवकों की आवश्यकता होती ?
10. विद्यालय में छात्र श्रमदान के अन्तर्गत 12 विद्यार्थी, 5 घण्टे सफाई करते हैं उसी भाग की सफाई 3 घण्टे में करवानी होती तो कितने विद्यार्थी कार्य करेंगे।
11. माधु अपने गोबर गैस प्लांट में 80 किग्रा गोबर डालने से बनने वाली गोबर गैस से 12 दिन तक भोजन बनाते हैं तो माधु को 60 दिन तक भोजन बनाने के लिए कितने किग्रा गोबर की आवश्यकता होगी?

हमने सीखा

1. अंकित मूल्य पर दी गई छूट बट्टा कहलाती है।

   बट्टा = अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य

2. प्रतिशत बट्टा = $\frac{\text{बट्टा}}{\text{अंकित मूल्य}} \times 100$

3. किसी वस्तु को खरीदने के बाद उस पर किए गए अतिरिक्त खर्चे क्रय मूल्य में शामिल कर लिए जाते हैं, ये खर्चे ऊपरी खर्चे कहलाते हैं।
   वास्तविक क्रय मूल्य = खरीद मूल्य + ऊपरी खर्च
4. किसी वस्तु को बेचने पर सरकार द्वारा वैट (VAT) लिया जाता है। इसे बिल की राशि में जोड़ दिया जाता है।
5. सरल ब्याज = मूलधन x समय x $\frac{\text{दर}}{100}$

   मिश्रधन = मूलधन + ब्याज
6. पिछले वर्ष की कुल राशि (A= P + I) पर परिकलित किया गया ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है।
7. (i) जब ब्याज वार्षिक संयोजित होता है तो?

   कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$, जहाँ P मूलधन, R ब्याज की दर और n समय है।

   (ii) जब ब्याज अर्द्धवार्षिक संयोजित होता है तो

   कुल राशि = $P\left(1+\frac{R}{200}\right)^{2n}$ जहाँ $\frac{R}{2}$ ब्याज की अर्द्धवार्षिक

   2n = छः माही (अर्द्धवर्षों) की संख्या।
8. जब दो राशियाँ इस प्रकार संबंधित हों कि एक का मान बढ़ने या घटने पर दूसरे का मान भी उसी अनुपात में बढ़ या घट जाता है तो वे समानुपाती (सीधा) कहलाती है।

9. जब दो राशियाँ इस प्रकार संबंधित हों कि एक का मान बढ़ने या घटने पर दूसरे का मान भी उसी अनुपात में क्रमशः घट या बढ़ जाता है तो वे व्युत्क्रमानुपाती (प्रतिलोम) कहलाती है।