

साधारण ब्याज (Simple Interest)

ब्याज (Interest): उधार ली हुई रकम के एवज में कर्जदार द्वारा महाजन को दी जानेवाली राशि ब्याज कही जाती है।

कर्ज की राशि को **मूलधन (Principal)** कहते हैं। ब्याज की गणना प्रति 100 रु. रकम के लिए वर्ष के अंत में अदा की जाने वाली ब्याज के रूप में की जाती है। इसे 'दर प्रतिशत प्रति वर्ष' (rate per cent per annum) कहते हैं।

प्रतिवर्ष (per annum) का मतलब है एक साल के लिए। अक्सर 'प्रतिवर्ष' (Per annum) शब्द को छोड़ दिया जाता है। इस प्रकार '6 प्रतिशत' का मतलब है कि 100 रु. कर्ज के लिए वर्ष के अंत में 6 रु. ब्याज चुकाया जाता है।

मूलधन एवं ब्याज के योगफल को मिश्रधन (Amount) कहते हैं।

ब्याज सहमति के मुताबिक प्रायः वार्षिक, अर्द्धवार्षिक या त्रैमासिक पर अदा किया जाता है।

ब्याज दो प्रकार के होते हैं: साधारण ब्याज (Simple Interest) एवं चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest)

जब वास्तविक मूलधन (Original Principal) पर किसी भी अवधि के लिए ब्याज की गणना की जाती है तो इसे साधारण ब्याज कहते हैं।

चक्रवृद्धि ब्याज को अगले अध्याय में परिभाषित किया जाएगा।

साधारण ब्याज ज्ञात करने के लिए मूलधन को वर्षों की संख्या एवं दर प्रतिशत से गुणा करने पर जो परिणाम प्राप्त होता है उसमें 100 से भाग देना पड़ता है। इसे निम्नलिखित रूप में भी लिखा जा सकता है।

$$\text{साधारण ब्याज (I)} = \frac{P \times t \times r}{100}; \text{ जहाँ}$$

I = ब्याज, P = मूलधन, t = वर्ष की संख्या, r = दर प्रतिशत

उदा. 1: 400 रु. का ब्याज 5 वर्ष में 6 प्रतिशत की दर से कितना होगा ?

$$\text{हल: साधारण ब्याज} = \frac{400 \times 5 \times 6}{100} = 120 \text{ रु.}$$

प्रदत्त दिनों की संख्या के लिए ब्याज की गणना

जब समय दिनों की संख्या या वर्ष एवं दिनों की संख्या के रूप में दी गई हो तो 365 दिन को एक वर्ष मानकर गणना की जाती है। पर यदि समय महीना एवं दिन के रूप में व्यक्त हो तो 12 महीने को एक वर्ष एवं 30 दिन को एक महीना मानकर गणना की जाती है। जिस दिन कर्ज लिया जाता है, गणना में उस दिन को शामिल नहीं किया जाता है तथा जिस दिन रुपए लौटाए जाते हैं, उस दिन को गणना में शामिल किया जाता है।

उदा. 2: 306.25 रु. का साधारण ब्याज $3\frac{3}{4}\%$ प्रतिवर्ष की दर से 3 मार्च से 27 जुलाई के बीच कितना होगा ?

$$\begin{aligned}\text{हल : साधारण ब्याज} &= 306 \frac{1}{4} \times \frac{146}{365} \times \frac{15}{4} \times \frac{1}{100} \text{ रु.} \\ &= \frac{1225}{4} \times \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} \times \frac{1}{100} \text{ रु.} \\ &= \frac{147}{32} \text{ रु.} = 4.59 \text{ रु. (लगभग)}\end{aligned}$$

नोट: 73, 146, 219 एवं 292 दिन क्रमशः $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ एवं $\frac{4}{5}$ वर्ष के बराबर हैं।

P मूलधन के लिए $r\%$ प्रति वर्ष की दर से d दिनों का ब्याज

$$I = P \times r \times \frac{d}{365} \times \frac{1}{100} = P \times d \times \frac{2r}{73000}$$

इसलिए विभिन्न मूलधनों के लिए विभिन्न समयावधि तक समान ब्याज-दर से ब्याज की गणना करने के लिए निम्नलिखित नियम निकाला जा सकता है :

नियम: प्रत्येक मूलधन में प्रदत्त दिनों की संख्या से गुणा कीजिए तथा इन गुणनफल को आपस में जोड़ दीजिए। इस योगफल में दर के दुगुना से गुणा कीजिए तथा इस प्रकार प्राप्त गुणनफल में 73000 से भाग दे दीजिए।

ब्याज की गणना से संबंधित प्रश्नों में P, t, r एवं I का इस्तेमाल किया जाता है। यदि कोई भी तीन दिए गए हों तो चौथा आसानी से निकाला जा सकता है।

मूलधन निकालना

$$\therefore I = \frac{P t r}{100} \quad \therefore \boxed{P = \frac{100 \times I}{t \times r}}$$

उदा. 3: यदि किसी धन का ब्याज $3\frac{3}{4}$ वर्षों में $2\frac{2}{5}$ प्रतिशत की दर से 141 रु. होता हो तो धन (मूलधन) क्या है ?

हल : मान लिया कि अभीष्ट धन = P, तब

$$P = \frac{100 \times 143}{3\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2}} = \frac{100 \times 143 \times 4 \times 2}{13 \times 5} = 1760 \text{ रु.}$$

प्रतिशत दर की गणना

$$\therefore I = \frac{Prt}{100} \quad \therefore \boxed{r = \frac{100 \times I}{P \times t}}$$

उदा. 4: 468.75 रु. को साधारण ब्याज पर उधार दिया गया। 1 साल 8 महीने के बाद यह धन बढ़कर 500 रु. हो गया तो ब्याज की प्रतिशत दर बताएँ।

हल : यहाँ $P = 468.75$ रु.

$$t = 1\frac{2}{3} \text{ या } \frac{5}{3} \text{ वर्ष}$$

$$I = (500 - 468.75) = 31.25 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{प्रतिशत दर} = \frac{100 \times 31.25}{468.75 \times \frac{5}{3}} = 100 \times \frac{3125}{46875} \times \frac{3}{5} = 4 \text{ उत्तर}$$

उदा. 5: A ने B को दो वर्षों के लिए 600 रु. उधार दिया तथा C को 4 वर्षों के लिए 150 रु. कर्ज दिया। दोनों से कुल मिलाकर 90 रु. ब्याज की प्राप्ति हुई। यदि ब्याज की गणना साधारण दर से की गई हो तो ब्याज की दर बताएँ।

हल : 2 वर्षों के लिए 600 रु. = 1 वर्ष के लिए 1200 रु.

तथा, 4 वर्षों के लिए 150 रु. = 1 वर्ष के लिए 600 रु.

$\therefore$ ब्याज = 90 रु.

$$\therefore \text{दर} = \frac{90 \times 100}{1800 \times 1} = 5\% \text{ रु.}$$

समय की गणना करना

$$\therefore I = \frac{Prt}{100} \quad \therefore \boxed{t = \frac{100 \times I}{P \times r}}$$

उदा. 6: 8500 रु. $4\frac{1}{2}\%$ प्रति वर्ष की दर से कितने रूपय में 15767.50 रु. हो जाएगा?

हल: यहाँ ब्याज = 15767.50 रु. - 8500 रु. = 7267.50 रु.

$$\therefore t = \frac{7267.50 \times 100}{8500 \times 4.5} = 19 \text{ वर्ष}$$

दर अथवा समय की गणना करना जब दोनों का आंकिक मान समान हो

कुछ प्रश्नों में प्रतिशत दर तथा समय का आंकिक मान समान होता है, अर्थात् r तथा t समान होता है। उन प्रश्नों में r तथा t का मान ज्ञात करने के लिए,

$$r \text{ अथवा } t = \sqrt{\frac{100 \times \text{साधारण ब्याज}}{\text{मूलधन}}}$$

उदा. 7: किसी राशि का साधारण ब्याज मूलधन का $\frac{1}{9}$ है तथा वर्षों की संख्या वार्षिक ब्याज की

दर के बराबर है, तो ब्याज की दर ज्ञात करें।

हल: मान लिया कि मूलधन = P, समय = t वर्ष, दर = r = t

$$\therefore \frac{P \times t \times t}{100} = \frac{P}{9}$$

$$\therefore t^2 = \frac{100}{9} \quad \therefore t = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{दर} = 3\frac{1}{3}\%$$

सूत्र से (Direct Formula):

$$\begin{aligned} \text{दर अथवा समय} &= \sqrt{\frac{100 \times \text{साधारण ब्याज}}{\text{मूलधन}}} \\ &= \sqrt{\frac{100 \times \frac{\text{मूलधन}}{9}}{\text{मूलधन}}} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{दर} = 3\frac{1}{3}\%$$

उदा. 8: 770 रु. कर्ज 5 वर्ष में चुकता करने के लिए प्रतिवर्ष कितने रुपए अदा करने चाहिए, यदि ब्याज की वार्षिक दर 5% हो?

हल : माना कि वार्षिक अदायगी P रु. है।

$$5\% \text{ की दर से 4 वर्षों में P का मिश्रधन} = \frac{100 + 4 \times 5P}{100} = \frac{120P}{100}$$

$$5\% \text{ की दर से 3 वर्षों में P का मिश्रधन} = \frac{115P}{100}$$

$$5\% \text{ की दर से 2 वर्षों में P का मिश्रधन} = \frac{110P}{100}$$

$$5\% \text{ की दर से 1 वर्षों में P का मिश्रधन} = \frac{105P}{100}$$

प्रश्नानुसार,

अंतिम वार्षिक अदायगी P रु. के साथ ये चारों मिश्रधन मिलकर कर्ज ली गई राशि 770 रु. के बराबर होगा।

$$\therefore \frac{120P}{100} + \frac{115P}{100} + \frac{110P}{100} + \frac{105P}{100} + P = 770$$

$$\therefore \frac{550P}{100} = 770 \quad \therefore P = \frac{770 \times 100}{550} = 140$$

$\therefore$ अभीष्ट वार्षिक अदायगी = 140 रु.

प्रमेय: यदि ब्याज की वार्षिक दर $r\%$ हो तो राशि A को t वर्षों में चुकाने के लिए प्रतिवर्ष

$$\frac{100A}{100t + \frac{r t(t-1)}{2}} \text{ रु. अदा करने होंगे।}$$

प्रमाण: मान लिया कि प्रति वर्ष x रु. का भुगतान किया जाना चाहिए।

$$\text{तब, } (t-1) \text{ वर्षों में } r\% \text{ की दर से } x \text{ रु. का मिश्रधन} = \frac{100 + (t-1)r}{100} \times x$$

$$(t-2) \text{ वर्षों में } r\% \text{ की दर से } x \text{ रु. का मिश्रधन} = \frac{100 + (t-2)r}{100} \times x$$

.....
.....

$$2 \text{ वर्षों में } r\% \text{ की दर से } x \text{ रु. का मिश्रधन} = \frac{100 + 2r}{100} \times x$$

$$1 \text{ वर्ष में } r\% \text{ की दर से } x \text{ रु. का मिश्रधन} = \frac{100 + 1r}{100} \times x$$

ये $(t-1)$ राशियाँ अंतिम वार्षिक भुगतान x रु. के साथ मिलकर A रु. कर्ज उतार देगी

$$\therefore \frac{100 + (t-1)r}{100} x + \frac{100 + (t-2)r}{100} x + \dots + \frac{100 + r}{100} x + x = A$$

$$\text{या, } x \left[\{100 + (t-1)r\} + \{100 + (t-2)r\} + \dots + \{100 + r\} + \{100\} \right] = 100A$$

$$\text{या, } x \left[100t + \frac{r(t-1)(t)}{2} \right] = 100A \quad \therefore x = \frac{100A}{100t + \frac{r(t-1)(t)}{2}}$$

नोट: $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$

उपर्युक्त प्रमेय के प्रयोग से,

$$\text{वार्षिक भुगतान की राशि} = \frac{100 \times 770}{5 \times 100 + \frac{5(4)(5)}{2}} = \frac{770 \times 100}{550} = 140 \text{ रु.}$$

उदा. 9: 848 रु. की राशि 4 वर्षों में अदा करने के लिए प्रति वर्ष कितने रुपए भुगतान करने होंगे, यदि ब्याज की वार्षिक दर 4 प्रतिशत हो?

हल : प्रमेय से,

$$\text{वार्षिक भुगतान} = \frac{848 \times 100}{4 \times 100 + \frac{4(3)(4)}{2}} = 200 \text{ रु.}$$

उदा. 10: 80 रु. की वार्षिक अदायगी यदि 5 वर्षों तक अदा की जाए और ब्याज की वार्षिक दर 5% प्रतिवर्ष हो तो कितने रुपए कर्ज का भुगतान हो जाएगा ?

हल: उपर्युक्त सूत्र में मानों को रखने पर,

$$80 = \frac{A \times 100}{5 \times 100 + \frac{5(4)(5)}{2}}$$

$$\text{या, } A = \frac{80 \times 550}{100} = 440 \text{ रु.}$$

उदा. 11: यहाँ ब्याज की दर अवधि के अनुसार अलग-अलग है। पहले दो वर्षों के लिए वार्षिक ब्याज दर 3% है, अगले तीन वर्षों के लिए यह 8% है तथा 5 वर्षों के बाद की किसी भी अवधि के लिए यह 10% प्रति वर्ष है। यदि किसी व्यक्ति को 6 वर्षों के लिए 1520 रु. साधारण ब्याज के रूप में प्राप्त हों तो उसने कितने रुपए जमा कराए थे ?

हल: मान लिया कि उसके द्वारा जमा की गई राशि = 100 रु.

पहले दो वर्षों के लिए ब्याज = 6 रु.

अगले 3 वर्षों के लिए ब्याज = 24 रु.

आखिरी वर्ष के लिए ब्याज = 10 रु.

∴ कुल ब्याज = 40 रु.

जब ब्याज 40 रु. है तो जमा की गई राशि = 100 रु.

$$\therefore \text{जब ब्याज 1520 रु. है तो जमा की गई राशि} = \frac{100}{40} \times 1520 = 3800 \text{ रु.}$$

सूत्र से (Direct Formula) :

$$\begin{aligned} \text{मूलधन} &= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{t_1 r_1 + t_2 r_2 + t_3 r_3 + \dots} \\ &= \frac{1520 \times 100}{2 \times 3 + 3 \times 8 + 1 \times 10} = \frac{1520 \times 100}{40} = 3800 \text{ रु.} \end{aligned}$$

उदा. 12: कोई धन साधारण ब्याज की दर से 10 वर्षों में दुगुनी हो जाती है तो ब्याज की दर बताएँ।

हल: मान लिया कि धन = 100 रु.

10 वर्षों के बाद यह बढ़कर 200 रु. हो जाता है।

$$\therefore \text{ब्याज} = 200 - 100 = 100 \text{ रु.}$$

$$\text{दर} = \frac{100 \times I}{P \times t} = \frac{100 \times 100}{100 \times 10} = 10\%$$

सूत्र से (Direct Formula):

$$\text{समय} \times \text{दर} = 100 \text{ (मूलधन के अपवर्त्यों की संख्या - 1)}$$

$$\text{या, दर} = 100 \times \frac{(\text{मूलधन के अपवर्त्यों की संख्या} - 1)}{\text{समय}}$$

उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\therefore \text{दर} = \frac{100(2-1)}{10} = 10\%$$

उदा. 13: कोई धन 20 वर्षों में तिगुनी हो जाती है तो ब्याज की दर बताएँ।

$$\text{हल:} \quad \text{दर} = \frac{100(3-1)}{20} = 10\%$$

नोट: एक सामान्य रूप निम्न प्रकार का हो सकता है: यदि कोई राशि साधारण ब्याज की दर

$$\text{से } t \text{ वर्षों में } x \text{ गुना हो जाता हो तो ब्याज की दर} = \frac{100(x-1)}{t} \%$$

उदा. 14: कितने समय में कोई धन चौगुनी हो जाएगी, यदि ब्याज की दर 5% प्रति वर्ष हो।

हल: उपर्युक्त सूत्र के इस्तेमाल से,

$$\begin{aligned} \text{समय} &= \frac{100 \text{ (मूलधन के अपवर्त्यों की संख्या - 1)}}{\text{दर}} \\ &= \frac{100(4-1)}{5} = 60 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

उदा. 15: 2379 रु. को तीन हिस्सों में इस प्रकार विभाजित करें ताकि 2, 3 एवं 4 वर्षों के बाद उनसे प्राप्त राशियाँ समान हों। यहाँ ब्याज की दर 5% प्रति वर्ष है।

$$\text{हल:} \quad \text{पहले हिस्से से प्राप्त राशि} = \frac{110}{100} \times \text{पहला हिस्सा}$$

$$\text{दूसरे हिस्से से प्राप्त राशि} = \frac{115}{100} \times \text{दूसरा हिस्सा}$$

$$\text{तीसरे हिस्से से प्राप्त राशि} = \frac{120}{100} \times \text{तीसरा हिस्सा}$$

प्रश्नानुसार, ये तीनों राशियाँ समान हैं।

$$\therefore 110 \times \text{पहला हिस्सा} = 115 \times \text{दूसरा हिस्सा} = 120 \times \text{तीसरा हिस्सा}$$

पहला हिस्सा : दूसरा हिस्सा : तीसरा हिस्सा

$$= \frac{1}{110} : \frac{1}{115} : \frac{1}{120}$$

$$276 : 264 : 253$$

इसलिए, 2379 रु. को 276 : 264 : 253 के अनुपात में तीन हिस्से में विभाजित करने पर,

पहला हिस्सा = 828 रु.

दूसरा हिस्सा = 792 रु.

तीसरा हिस्सा = 759 रु.

उदा. 16: कोई धन 2 वर्षों में 756 रु. तथा 3.5 वर्षों में 873 रु. हो जाता है। मूलधन एवं ब्याज की दर ज्ञात करें।

हल : मूलधन + 3.5 वर्षों का साधारण ब्याज = 873 रु.

मूलधन + 2 वर्षों का साधारण ब्याज = 756 रु.

घटाने पर,

$$\therefore 1.5 \text{ वर्षों का साधारण ब्याज} = 117 \text{ रु.}$$

$$\therefore 2 \text{ वर्षों का साधारण ब्याज} = \frac{117}{1.5} \times 2 \text{ रु.} = 156 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{मूलधन} = (756 - 156) = 600 \text{ रु.}$$

$$\text{एवं दर} = \frac{100 \times 156}{600 \times 2} = 13\% \text{ प्रति वर्ष}$$

उदा. 17: किसी धन को 2 वर्षों के लिए खास दर से ब्याज पर लगाया गया। यदि ब्याज की दर 3% अधिक होती तो उसे 300 रु. अधिक प्राप्त हुए होते। मूलधन ज्ञात करें।

हल: मान लिया कि धन x रु. है तथा ब्याज की प्रारंभिक वार्षिक दर $y\%$ प्रति वर्ष है।

नई दर = $(y + 3)\%$ प्रति वर्ष

$$\therefore \frac{x(y+3) \times 2}{100} - \frac{x(y) \times 2}{100} = 300$$

$$\therefore xy + 3x - xy = 15000$$

$$\text{या, } x = 5000$$

इस प्रकार, मूलधन = 5000 रु.

द्रुत विधि (Quicker Method) :

$$\text{धन} = \frac{\text{अधिक ब्याज} \times 100}{\text{समय} \times \text{अधिक दर}}$$

$$= \frac{300 \times 100}{2 \times 3} = 5000 \text{ रु.}$$

उदा. 18: कोई धन 7 वर्षों में दुगुनी हो जाती है। कितने वर्षों में यह धन चार गुनी हो जाएगी?

हल : $\text{दर} = \frac{100(2-1)}{7} = \frac{100}{7}$

$\therefore \text{समय} = \frac{100(4-1)}{\frac{100}{7}} = 21 \text{ वर्ष}$

दूसरी विधि (Other Method)

इस प्रश्न को बिना कुछ लिखे हुए भी हल किया जा सकता है। इस तरह विचार कीजिए:

7 वर्षों में दुगुना हो जाता है।

14 वर्षों में तिगुना हो जाता है।

21 वर्षों में चार गुना हो जाता है।

28 वर्षों में पाँच गुना हो जाता है।

आदि -----

उदा. 19: 4000 रु. को दो हिस्सों में इस प्रकार विभाजित किया जाता है कि यदि एक हिस्से को 3% की दर से निवेश किया जाए तथा दूसरे हिस्से को 5% की दर से तो वर्ष के अंत में दोनों निवेशों से प्राप्त कुल ब्याज 144 रु. है। प्रत्येक हिस्सा को ज्ञात करें।

हल : मान लिया कि 3% प्रति वर्ष की दर से x रु. लगाए गए।

$\therefore x \text{ का } 3\% + (4000 - x) \text{ का } 5\% = 144$

या, $3x + 5 \times 4000 - 5x = 14,400$

या, $2x = 5600$

$\therefore x = 2800$

इसलिए दोनों राशियाँ क्रमशः

2800 रु. एवं $(4000 - 2800)$ रु. = 1200 रु. है।

मिश्रण-विधि से: मिश्रण (Alligation) अध्याय का उदा.-25 देखें।

उदा. 20: ब्याज की एक खास दर से 800 रु. 3 वर्षों में 920 रु. हो जाता है। यदि ब्याज की दर 3% बढ़ा दी जाए, तो 3 वर्ष बाद धन क्या होगा ?

हल: ब्याज की आरंभिक दर = $\frac{120 \times 100}{800 \times 3} = 5\%$

नई दर = $5 + 3 = 8\%$

नया ब्याज = $\frac{800 \times 3 \times 8}{100} = 192 \text{ रु.}$

नया धन = $800 + 192 = 992 \text{ रु.}$

उदा. 21: किसी धन का साधारण ब्याज 5 वर्ष बाद 300 रु. हो जाता है। अगले 5 वर्षों में मूल-धन तिगुना हो जाता है। 10वें वर्ष के अंत में कुल ब्याज कितना होगा ?

हल: आरंभिक 5 वर्षों का साधारण ब्याज = 300 रु.

मूलधन के तिगुना हो जाने का मतलब है कि उसी अवधि में असली मूलधन का ब्याज भी तिगुना हो जाएगा।

आखिरी 5 वर्षों का साधारण ब्याज = $(3 \times 300 =) 900$ रु.

10 वर्ष में कुल ब्याज = $(300 + 900 =) 1200$ रु.

प्रमेय: यदि x रु. को n हिस्सों में इस प्रकार विभाजित किया जाए ताकि r_1 प्रतिशत प्रति वर्ष वार्षिक ब्याज की दर से t_1 वर्षों में पहले हिस्से का ब्याज, r_2 प्रतिशत प्रति वर्ष ब्याज की दर से t_2 वर्षों में दूसरे हिस्से का ब्याज, $r_3\%$ प्रति वर्ष ब्याज की दर से t_3 वर्षों में तीसरे हिस्से के ब्याज इत्यादि बराबर हों तो अनुपात जिसमें धन को n हिस्सों में विभाजित किया गया है निम्नलिखित है:

$$\frac{1}{r_1 t_1} : \frac{1}{r_2 t_2} : \frac{1}{r_3 t_3} : \dots : \frac{1}{r_n t_n}$$

प्रमाण: मान लिया कि प्रदत्त मूलधन को $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ में विभाजित किया जाता है।

तब,

$$S_1 = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_1 t_1}$$

$$S_2 = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_2 t_2}$$

$$S_3 = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_3 t_3}$$

... ..

... ..

$$S_n = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_n t_n}$$

$\therefore$ सभी हिस्सों से प्राप्त ब्याज समान हैं।

$$\therefore S_1 : S_2 : S_3 : \dots : S_n$$

$$= \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_1 t_1} : \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_2 t_2} : \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_3 t_3} : \dots : \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_n t_n}$$

$$\frac{1}{r_1 t_1} : \frac{1}{r_2 t_2} : \frac{1}{r_3 t_3} : \dots : \frac{1}{r_n t_n}$$

उदा. 22: 2600 रु. को दो हिस्सों में इस प्रकार से विभाजित किया जाता है कि 10% की दर से पहले हिस्से का 5 वर्षों का ब्याज, 9% की दर से दूसरे हिस्से के 6 वर्षों के ब्याज के बराबर हो। दोनों हिस्सों को ज्ञात करें।

$$\text{हल : प्रत्येक ब्याज} = \frac{\text{पहला हिस्सा} \times 5 \times 10}{100}$$

$$= \frac{\text{दूसरा हिस्सा} \times 6 \times 9}{100}$$

$$\text{या, } \frac{\text{पहला हिस्सा}}{\text{दूसरा हिस्सा}} = \frac{6 \times 9}{5 \times 10} = \frac{27}{25} = 27 : 25$$

$$\therefore \text{पहला हिस्सा} = \frac{2600}{27 + 25} \times 27 = 1350 \text{ रु.}$$

$$\text{तथा दूसरा हिस्सा} = 2600 - 1350 = 1250 \text{ रु.}$$

नोट: यदि हम उपर्युक्त प्रमेय का इस्तेमाल करें तो

$$S_1 : S_2 = \frac{1}{50} : \frac{1}{54} = 54 : 50 = 27 : 25$$

उदा. 23: जितने समय में 750 रु. 4% वार्षिक ब्याज की दर से 840 रु. हो जाता है, उतने ही समय में एक खास धन 5% वार्षिक ब्याज की दर से 575 रु. हो जाता है। यदि ब्याज साधारण हो तो धन ज्ञात करें।

$$\text{हल : ब्याज} = 840 \text{ रु.} - 750 \text{ रु.} = 90 \text{ रु.}$$

$$\text{समय} = \left(\frac{90 \times 100}{750 \times 4} \right) 3 \text{ वर्ष}$$

सूत्र से,

$$\text{धन} = \frac{100 \times \text{मिश्रधन}}{100 + (\text{दर} \times \text{समय})} = \frac{100 \times 575}{100 + (3 \times 5)} = 500 \text{ रु.}$$

नोट: मूलधन एवं मिश्रधन के बीच एक खास संबंध होता है। इस संबंध को निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त करते हैं:

$$\text{मूलधन} = \frac{100 \times \text{मिश्रधन}}{100 + (\text{दर} \times \text{समय})}$$

उदा. 24: 5% वार्षिक ब्याज की दर से कोई धन 6 वर्षों में 2613 रु. हो जाता है। उसी दर पर कितने वर्षों में यह धन 3015 रु. हो जाएगा? ?

हल : निम्नलिखित सूत्र का इस्तेमाल करें,

$$\text{मूलधन} = \frac{100 \times \text{मिश्रधन}}{100 + (\text{दर} \times \text{समय})} = \frac{100 \times 2613}{100 + 30}$$

$$= \frac{100 \times 2613}{130} = 2010 \text{ रु.}$$

पुनः उसी सूत्र के प्रयोग से,

$$2010 = \frac{100 \times 3015}{100 + 5 \times t}$$

$$\text{या, } 100 + 5t = \frac{100 \times 3015}{2010}$$

$$\begin{aligned} \therefore t &= \frac{1}{5} \left[\frac{100 \times 3015 - 100 \times 2010}{2010} \right] \\ &= \frac{100 \times (3015 - 2010)}{2010 \times 5} = \frac{100 \times 1005}{2010 \times 5} = 10 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

उदा. 25: किसी व्यक्ति ने 4% प्रति वर्ष साधारण ब्याज की दर से एक निश्चित धन ब्याज पर लगाया। 8 वर्षों में ब्याज की राशि मूलधन से 340 रु. कम हो जाता है। मूलधन ज्ञात करें।

हल: मान लिया कि मूलधन = x रु.

$$\therefore \text{ब्याज} = \frac{x \times 8 \times 4}{100} = \frac{32x}{100}$$

$$x - \frac{32x}{100} = \frac{68x}{100}$$

जब ब्याज $\frac{68x}{100}$ कम है तो मूलधन = x रु.

$$\therefore \text{जब ब्याज 340 रु. कम है तो मूलधन} = \frac{x}{68x} \times 100 \times 340 = 500 \text{ रु.}$$

सूत्र से (Direct Formula):

$$\text{मूलधन} = \frac{100}{100 - 8 \times 4} \times 340 = \frac{100 \times 340}{68} = 500 \text{ रु.}$$

उदा. 26: 1650 रु. का साधारण ब्याज, 4% साधारण ब्याज की दर से 1800 रु. के साधारण ब्याज से 30 रु. कम है। समय ज्ञात करें।

हल : इस प्रश्न पर यदि दूसरे ढंग से विचार करें तो पता चलता है कि (1800 - 1600) रु. का ब्याज 4% प्रति वर्ष की दर से 30 रु. है।

$$\therefore \text{समय} = \frac{30 \times 100}{150 \times 4} = 5 \text{ वर्ष}$$

उदा. 27: अरुण और रामू दो दोस्त हैं। अरुण 5% ब्याज की दर से रामू से 400 रु. कर्ज लेता है। वह इस धन को दो वर्षों बाद ब्याज सहित वापस कर देता है। रामू अरुण को वापस किए गए रकम का 2% लौटा देता है। अरुण को कितने रुपए प्राप्त हुए ?

$$\text{हल : } 2 \text{ वर्षों बाद रामू को वापस लौटाई गई रकम} = 400 + \frac{400 \times 5 \times 2}{100} = 440 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{अरुण को वापस लौटाई गई रकम} = 440 \text{ का } 2\% = 8.80 \text{ रु.}$$

उदा. 28: कोई व्यक्ति 15,860 रु. को अपने तीन बच्चों A, B एवं C के नाम से इस प्रकार निवेश करता है कि क्रमशः 2, 3 एवं 4 वर्षों बाद उन्हें समान राशि प्राप्त होती है। यदि साधारण ब्याज की दर 5% वार्षिक हो तो A, B एवं C के नाम से निवेश की गई राशि का अनुपात ज्ञात करें।

प्रमेय: जब भिन्न-भिन्न मूलधन साधारण ब्याज की दर से एक ही मिश्रधन में बदल जाती हो तो निवेश की गई राशियाँ $[100 + (\text{समय} \times \text{दर})]$ के विपरीत अनुपात (inverse ratio) में होती हैं। अर्थात् निवेश की गई राशियों का अनुपात होता है :

$$\frac{1}{100 + r_1 t_1} : \frac{1}{100 + r_2 t_2} : \frac{1}{100 + r_3 t_3} : \dots : \frac{1}{100 + r_n t_n}$$

प्रमाण: हम जानते हैं कि,

$$\text{मिश्रधन} = \frac{100 \times \text{मूलधन}}{100 + (\text{दर} \times \text{समय})}$$

मान लिया कि निवेश की गई राशियाँ $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ हैं और इन्हें क्रमशः $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ प्रतिशत की दर से $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ समय के लिए निवेश किया जात है। तब,

$$S_1 : S_2 : S_3 : \dots : S_n$$

$$= \frac{100 \times A}{100 + r_1 t_1} : \frac{100 \times A}{100 + r_2 t_2} : \frac{100 \times A}{100 + r_3 t_3} : \dots : \frac{100 \times A}{100 + r_n t_n}$$

[सभी मूलधन के लिए मिश्रधन A समान है।]

$$= \frac{1}{100 + r_1 t_1} : \frac{1}{100 + r_2 t_2} : \frac{1}{100 + r_3 t_3} : \dots : \frac{1}{100 + r_n t_n}$$

हल: इसलिए दिए गए प्रश्न में अभीष्ट अनुपात

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{100 + 2 \times 5} : \frac{1}{100 + 3 \times 5} : \frac{1}{100 + 4 \times 5} \\ &= \frac{1}{110} : \frac{1}{115} : \frac{1}{120} \end{aligned}$$

उदा. 29: साधारण ब्याज की दर से कोई धन 4 वर्षों में दुगुनी हो जाती है। कितने वर्षों में यह धन 8 गुनी हो जाएगी?

हल: 4 वर्षों में दुगुना हो जाता है।

$4 \times 2 = 8$ वर्षों में तिगुना हो जाता है।

$4 \times 3 = 12$ वर्षों में चौगुना हो जाता है।

$4 \times 7 = 28$ वर्षों में 8 गुना हो जाता है।

सूत्र से (Direct Formula) :

$$x \text{ गुना होने में लगा समय} = \text{दुगुना होने में लगा समय} \times (x - 1) \\ = 4 \times (8 - 1) = 4 \times 7 = 28 \text{ वर्ष}$$

उदा. 30: दो समान धन दो अलग-अलग बैंकों में 15% प्रति वर्ष ब्याज की दर से क्रमशः 3.5 एवं 5 वर्षों के लिए जमा की जाती है। यदि इनके ब्याज में 144 रु. का अंतर हो तो धन ज्ञात करें।

हल : मान लिया कि धन = x रु.

$$\frac{x \times 15 \times 5}{100} = \frac{x \times 15 \times 7}{200} = 144 \text{ रु.}$$

$$\text{या, } 150x - 105x = 144 \times 200$$

$$\therefore x = \frac{144 \times 200}{45} = 640 \text{ रु.}$$

सूत्र से (Direct Formula) :

यदि दो समान धन $r_1\%$ एवं $r_2\%$ प्रति वर्ष ब्याज की दर से t_1 एवं t_2 समय तक के लिए निवेश की जाती हों तथा उनके ब्याज में I_d का अंतर हो, तो

$$\text{धन} = \frac{I_d \times 100}{r_1 t_1 - r_2 t_2}$$

उपर्युक्त प्रश्न में,

$$\text{धन} = \frac{144 \times 100}{15 \times 5 - 15 \times 3.5} = \frac{144 \times 100}{22.5} = 640 \text{ रु.}$$

उदा. 31: 500 रु. को दो अलग-अलग बैंकों में 2 वर्षों के लिए जमा किया जाता है। इन दोनों बैंकों से प्राप्त ब्याज में 2.5 रु. का अंतर है तो इनके ब्याज की दरों का अंतर ज्ञात करें।

हल : $I_1 = \frac{500 \times 2 \times r_1}{100} = 10r_1$

$$I_2 = \frac{500 \times 2 \times r_2}{100} = 10r_2$$

$$I_1 - I_2 = 10r_1 - 10r_2 = 2.5$$

$$\text{या, } r_1 - r_2 = \frac{2.5}{10} = 0.25\%$$

सूत्र से (Direct Formula):

(इस सूत्र को पिछले प्रश्न में इस्तेमाल किया गया है) यहाँ $t_1 = t_2$

$$r_1 - r_2 = \frac{I_d \times 100}{\text{मूलधन} \times t} = \frac{2.5 \times 100}{500 \times 2} = 0.25\%$$

उदा. 32: किसी निश्चित धन पर 4% प्रति वर्ष की दर से 4 वर्षों में प्राप्त ब्याज, उसी रकम को 5% प्रति वर्ष की दर से 3 वर्षों में प्राप्त ब्याज से 80 रु. अधिक है। धन ज्ञात करें।

हल : मान लिया कि धन x रु. है।

$$4\% \text{ प्रति वर्ष की दर से 4 वर्षों में साधारण ब्याज } = \frac{x \times 4 \times 4}{100} = \frac{4x}{25} \text{ रु.}$$

$$5\% \text{ प्रति वर्ष की दर से 3 वर्षों में साधारण ब्याज } = \frac{x \times 5 \times 3}{100} = \frac{3x}{20} \text{ रु.}$$

$$\text{अब चूँकि } \frac{4x}{25} - \frac{3x}{20} = 80$$

$$\text{या, } \frac{16x - 15x}{100} = 80$$

$$\therefore x = 8000 \text{ रु.}$$

द्वत विधि (Quicker Method) :

ऐसे प्रश्नों के लिए,

$$\text{मूलधन} = \frac{(\text{ब्याज का अंतर}) \times 100}{(r_1 t_1 - r_2 t_2)}$$

$$= \frac{80 \times 100}{4 \times 4 - 3 \times 5} = 8000 \text{ रु.}$$

उदा. 33: एक निश्चित धन साधारण ब्याज की दर से 4 वर्षों में 600 रु. हो जाता है तथा 6 वर्षों में 650 रु. हो जाता है। ब्याज की दर प्रति वर्ष ज्ञात करें।

हल : मान लिया कि ब्याज की दर $r\%$ एवं धन A रु.

$$\text{अब, } A + \frac{A \times r \times 4}{100} = 600$$

$$\text{या, } A + \frac{Ar}{25} = 600$$

$$\text{या, } A + \left(1 + \frac{r}{25}\right) = 600 \quad \dots (1)$$

$$\text{एवं, } A + \frac{A \times r \times 6}{100} = 650$$

$$\text{या, } A \left[1 + \frac{3r}{50}\right] = 650 \quad \dots (2)$$

(1) में (2) से भाग देने पर,

$$\frac{1 + \frac{r}{25}}{1 + \frac{3r}{50}} = \frac{600}{650}$$

$$\text{या, } \frac{(25+r) \times 2}{50+3r} = \frac{12}{13}$$

$$\text{या, } (50+2r) \times 13 = (50+3r) \times 12$$

$$\text{या, } 650 + 26r = 600 + 36r$$

$$\text{या, } 10r = 50 \therefore r = 5\%$$

सूत्र विधि (Direct Formula):

यदि एक धन साधारण ब्याज की दर से t_1 वर्ष में A_1 रु. हो जाता है एवं t_2 वर्ष में A_2 रु. हो जाता है तो,

$$\text{ब्याज की दर प्रति वर्ष} = \frac{100(A_2 - A_1)}{A_1 t_2 - A_2 t_1}$$

उपर्युक्त स्थिति में,

$$r = \frac{100(650 - 600)}{6 \times 600 - 4 \times 650} = \frac{100 \times 50}{1000} = 5\%$$

उदा. 34: साधारण ब्याज की दर से रमेश एक बैंक से 7000 रु. उधार लेता है। तीन वर्ष बाद वह 3000 रु. चुका देता है तथा उधार लेने की तिथि के 5 वर्ष के बाद में वह बैंक को ऋण भुगतान करने के लिए (to settle the account) 5450 रु. देता है। ब्याज की दर ज्ञात करें।

हल : वह धन जो अंतिम किस्त चुकाने से पहले बैंक को दिया जाता है मूलधन से न कि ब्याज से घटा लिया जाता है।

इस प्रकार,

कुल ब्याज = 7000 रु. पर 3 वर्ष का ब्याज + (7000 रु. - 3000 रु.) 4000 रु. पर 2 वर्ष का ब्याज

$$\text{या, } (5450 + 3000 - 7000) = \frac{7000 \times 3 \times r}{100} + \frac{4000 \times 2 \times r}{100}$$

$$\text{या, } 1450 = 210r + 80r$$

$$\therefore r = \frac{1450}{290} = 5\%$$

उदा. 35: 7000 रु. में से कुछ राशि 6% प्रति वर्ष की दर से उधार दिया जाता है। एवं शेष राशि को 4% प्रति वर्ष की दर से। यदि 5 वर्षों में दोनों भागों से कुल साधारण ब्याज 1600 रु. प्राप्त होता है तो 6% प्रति वर्ष की दर से उधार दी गई राशि का मान ज्ञात करें।

हल : माना कि 6% प्रति वर्ष की दर से x रु. उधार दिया जाता है।

$$\text{इस प्रकार, } \frac{x \times 6 \times 5}{100} + \frac{(7000 - x) \times 4 \times 5}{100} = 1600$$

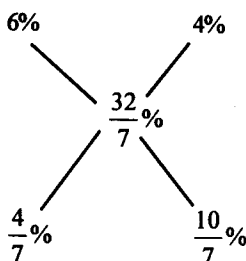
$$\text{या, } \frac{3x}{10} + \frac{7000 - x}{5} = 1600$$

$$\text{या, } \frac{3x + 14000 - 2x}{10} = 1600$$

$$\therefore x = 16000 - 14000 = 2000 \text{ रु.}$$

मिश्रण विधि (Method of Alligation):

$$\text{कुल मिलाकर ब्याज की दर} = \frac{1600 \times 100}{5 \times 7000} = \frac{32}{7} \%$$



$$\therefore \text{दोनों राशियों का अनुपात} = 2 : 5$$

$$\therefore 6\% \text{ पर उधार दी गई राशि} = \frac{7000}{2+5} \times 2 = 2000 \text{ रु.}$$

साधारण ब्याज में अंतर (Δ साधारण ब्याज)

जब मूलधन अथवा दर अथवा समय में परिवर्तन किया जाता है तो साधारण ब्याज में भी परिवर्तन होता है। साथ ही किसी दो व्यंजकों में या तीनों व्यंजकों में परिवर्तन करने से भी साधारण ब्याज में परिवर्तन होता है।

(A) किसी एक व्यंजक में परिवर्तन होने पर:

$$\Delta \text{ साधारण ब्याज} = \frac{(P_1 - P_2)rt}{100} = \frac{P(r_1 - r_2)t}{100} = \frac{Pt(t_1 - t_2)}{100}$$

उदा. 36: किसी मूलधन को किसी निश्चित प्रतिशत दर पर ब्याज पर लगाया जाता है। अगर दर प्रतिशत को 3.75% से बढ़ा दिया जाए तो चार वर्षों के साधारण ब्याज में 90 रु. की बढ़त हो जाती है। मूलधन तथा वास्तविक प्रतिशत दर ज्ञात करें।

हल: उपरोक्त सूत्र से,

$$\Delta \text{ साधारण ब्याज} = \frac{P(r_1 - r_2)t}{100}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{P \times 3.75 \times 4}{100}$$

$$\Rightarrow P = 600 \text{ रुपए}$$

परंतु इस प्रश्न में वास्तविक प्रतिशत दर को नहीं निकाला जा सकता है। वैसा कोई भी दो प्रतिशत दर जिसका अंतर 3.75 है वो मान्य होगा।

(B) किसी दो व्यंजक में परिवर्तन होने पर

अगर मूलधन को अचर मान लें तो साधारण ब्याज में अंतर सिर्फ दो व्यंजकों पर ही निर्भर करेगा। अगर एक व्यंजक को $x\%$ से बढ़ा या घटा दिया जाए तथा दूसरे व्यंजक को $y\%$

से बढ़ा या घटा दिया जाए तो साधारण ब्याज में प्रतिशत परिवर्तन $\left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$ होगा।

नोट: प्रतिशत बढ़ाने पर धनात्मक चिह्न '+' तथा घटाने पर ऋणात्मक चिह्न '-' का प्रयोग करें साथ ही गुणा में भी चिह्न प्रभावी होगा।

उदा. 37: किसी मूलधन को किसी निश्चित प्रतिशत दर पर कुछ वर्षों के लिए ब्याज पर लगाया जाता है। अगर प्रतिशत दर को 24% से बढ़ा दें तथा समय को 15% से घटा दें तो साधारण ब्याज में 32 रुपए की बढ़ोतरी हो जाती है। निम्नलिखित ज्ञात करें:

(i) वास्तविक साधारण ब्याज।

(ii) मूलधन।

हल: (i) उपरोक्त सूत्र से,

$$\begin{aligned} \text{साधारण ब्याज में प्रतिशत परिवर्तन} &= \left\{ 24 - 15 - \frac{24 \times 15}{100} \right\} \% \\ &= \{9 - 3.6\} \% = 6.4\% \end{aligned}$$

अतः साधारण ब्याज में 6.4% की बढ़ोतरी होती है।

प्रश्नानुसार,

$$\text{वास्तविक साधारण ब्याज} \times \frac{6.4}{100} = 32$$

$$\Rightarrow \text{वास्तविक साधारण ब्याज} = \frac{32 \times 100}{6.4} = 500 \text{ रु.}$$

(ii) परंतु दिए हुए आंकड़ों के माध्यम से मूलधन नहीं निकाला जा सकता है।

अगर मूलधन के विभिन्न हिस्सों पर अलग-अलग प्रतिशत दर लागू हो

मूलधन के $\frac{1}{x_1}$ भाग को $r_1\%$ की दर पर लगाया जाता है, मूलधन के $\frac{1}{x_2}$ भाग को

$r_2\%$ की दर पर लगाया जाता है, मूलधन के $\frac{1}{x_3}$ भाग को $r_3\%$ की दर पर लगाया जाता है,, और इस प्रकार से आगे भी, तो पूरे मूलधन पर जो प्रतिशत दर लागू होगा वह $\left[\frac{1}{x_1} \times r_1 + \frac{1}{x_2} \times r_2 + \frac{1}{x_3} \times r_3 + \dots \right]$ के बराबर होगा।

$$\text{जहाँ } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots = 1$$

उदा. 38: किसी मूलधन के $\frac{1}{3}$ भाग को 16.5% की दर पर ब्याज पर लगाया जाता है, शेष मूलधन

के $\frac{3}{5}$ भाग को 18.75% की दर पर लगाया जाता है तथा शेष मूलधन को 30% की दर पर लगाया जाता है। पूरे मूलधन पर चार वर्षों का साधारण ब्याज 1050 रु. है। पूर्ण मूलधन ज्ञात करें।

हल: पूर्ण मूलधन पर प्रतिशत दर $= \frac{1}{3} \times 16.5 + \frac{3}{5} \left(1 - \frac{1}{3} \right) \times 18.75 + \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \right) \times 30$
 $= 5.5 + 7.5 + 8 = 21\%$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{\text{पूर्ण मूलधन} \times 21 \times 4}{100} = 1050 \quad (\text{दिया हुआ है।})$$

$$\therefore \text{पूर्ण मूलधन} = \frac{1050 \times 100}{21 \times 4} = 1250 \text{ रु.}$$

उदा. 39: कोई मूलधन किसी खास दर पर कुछ वर्षों के लिए ब्याज पर लगाया जाता है तो मिश्रधन मूलधन का 2.5 गुना हो जाता है। पुनः उसी मूलधन को 40% अधिक दर पर 60% कम समय के लिए ब्याज पर लगाया जाता है तो मिश्रधन मूलधन का कितना गुना हो जाएगा?

हल: माना कि मूलधन P है।

मिश्रधन = मूलधन + साधारण ब्याज

$$\Rightarrow \text{साधारण ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन} = 2.5P - P = 1.5P$$

$$\text{साधारण ब्याज में प्रतिशत अंतर} = \left\{ 40 - 60 - \frac{40 \times 60}{100} \right\} = -44\%$$

$$\text{अतः नया साधारण ब्याज} = 1.5P \left(1 - \frac{44}{100} \right) = 0.84P$$

$$\text{अतः मिश्रधन} = P + 0.84P = 1.84P$$

इसलिए, मिश्रधन मूलधन का 1.84 गुना हो जाएगा।

द्रुत विधि(Quicker Method):

अगर किसी मूलधन को $r_1\%$ की दर से t_1 समय के लिए लगाने से मिश्रधन मूलधन का N_1 गुना हो जाए तथा पुनः उसी मूलधन को $r_2\%$ की दर से t_2 समय के लिए लगाने से मिश्रधन मूलधन का N_2 गुना हो जाए तो,

$$\boxed{\frac{N_1 - 1}{N_2 - 1} = \frac{r_1 \times t_1}{r_2 \times t_2}}$$

$$\frac{2.5 - 1}{N_2 - 1} = \frac{r \times t}{7r \times \frac{2t}{5}} \quad [\text{नई दर} = r\left(1 + \frac{40}{100}\right), \text{ नया समय} = t\left(1 + \frac{60}{100}\right)]$$

$$\Rightarrow \frac{1.5}{N_2 - 1} = \frac{25}{14}$$

$$\Rightarrow (N_2 - 1)25 = 21$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{46}{25} = 1.84$$

अभ्यास प्रश्न

- 14% वार्षिक ब्याज की दर से किसी मूलधन का 3 वर्षों का ब्याज 235.20 रु. है तो मूलधन निकालें।
- यदि 64 रु. 2 वर्षों में 83.20 रु. हो जाता है तो उसी ब्याज की दर से 86 रु. 4 वर्षों में कितना हो जाएगा ?
- कोई धन 3 वर्षों में 850 रु. एवं 4 वर्षों में 925 रु. हो जाता है तो धन कितना है ?
- कोई धन 2 वर्षों में 702 रु. एवं 3 वर्षों में 783 रु. हो जाता है तो ब्याज की दर है _____ प्रतिशत प्रति वर्ष।
- ब्याज की दर 13% से घटकर 12.5 प्रतिशत प्रति वर्ष हो जाने से किसी साहूकार की आमदनी में 104 रु. की कमी आ जाती है तो साहूकार की पूँजी कितनी है ?
- यदि 360 रु. 3 वर्षों में 511 रु. 20 पैसा हो जाता है तो 700 रु. 5 वर्षों में कितने रुपए में बदल जाएगा ?
- 2540 रु. को दो हिस्सों में विभाजित कर के ब्याज पर लगाया जाता है। एक हिस्से को 12% ब्याज की वार्षिक दर पर एवं दूसरे को $12\frac{1}{2}\%$ की वार्षिक दर पर। यदि कुल वार्षिक आय 312.42 रु. हो तो 12% ब्याज की दर पर कितने रुपए लगाए गए थे?
- 2600 रु. की रकम को 2 हिस्सों में विभाजित करके इस प्रकार ब्याज पर लगाया जाता है कि एक हिस्से पर 10 प्रतिशत की दर से 5 वर्षों का ब्याज, दूसरे हिस्से पर 9% की दर से 6 वर्षों के ब्याज के बराबर है। 10% वार्षिक ब्याज की दर पर लगाई गई रकम है _____ रु.।

9. यदि किसी धन का साधारण ब्याज उस धन के $\frac{1}{16}$ वें हिस्से के बराबर है तथा वार्षिक ब्याज की दर वर्षों की संख्या के बराबर है तो दर प्रतिशत प्रति वर्ष ज्ञात करें।
10. एक निश्चित धन का एक निश्चित दर पर साधारण ब्याज मूलधन का $\frac{9}{16}$ है। यदि संख्या जो प्रतिशत दर एवं वर्ष में समय को निरूपित करता है, बराबर हो तो समय का मान ज्ञात करें।
11. एक निश्चित धन साधारण ब्याज की दर से 16 वर्षों में दुगुना हो जाता है। वार्षिक दर ज्ञात करें।
12. एक निश्चित धन साधारण ब्याज की दर से 15 वर्षों में तिगुना हो जाता है। प्रतिशत दर प्रति वर्ष ज्ञात करें।
13. साधारण ब्याज की एक निश्चित दर पर, एक निश्चित धन 10 वर्षों में दुगुना हो जाता है। यह तिगुना कितने वर्षों में होगा ?
14. 800 रु. साधारण ब्याज की दर से 3 वर्षों में 920 रु. हो जाता है। यदि ब्याज की दर को 3% बढ़ा दिया जाए तो यह धन कितना हो जाएगा?
15. A, B को 600 रु. 2 वर्षों के लिए एवं C को 150 रु. 4 वर्षों के लिए उधार देता है तथा A दोनों से एक साथ 90 रु. साधारण ब्याज के रूप में प्राप्त करता है। ब्याज की दर ज्ञात करें।
16. एक आदमी अपनी पूँजी का $\frac{1}{3}$ हिस्सा 7% की दर पर निवेश करता है, $\frac{1}{4}$ हिस्सा 8% पर एवं शेष 10% पर। यदि उसकी वार्षिक आमदनी 561 रु. है तो उसकी पूँजी ज्ञात करें।
17. किस मूलधन का साधारण ब्याज $x\%$ की दर से x वर्षों के लिए x रु. होगा ?
18. यदि 3 वर्षों में 1200 रु. का साधारण ब्याज 1000 रु. के साधारण ब्याज से 50 रु. अधिक हो तो प्रतिशत दर ज्ञात करें।
19. एक निश्चित धन को साधारण ब्याज की एक निश्चित दर से 2 वर्षों के लिए लगाया जाता है। यदि इस धन को 1% अधिक दर पर लगाया गया होता तो उसे 24 रु. अधिक प्राप्त होता। मूलधन ज्ञात करें।
20. एक धन साधारण ब्याज की एक निश्चित दर से 5 वर्षों में अपने आप का $\frac{8}{5}$ गुना हो जाता है। प्रतिशत दर प्रति वर्ष ज्ञात करें।
21. एक आदमी 10000 रु. चार भागों में उधार देता है। यदि वह 2000 रु. पर 8% ब्याज प्राप्त करता है, 4000 रु. पर $7\frac{1}{2}\%$ एवं 1400 रु. पर $8\frac{1}{2}\%$, तो उसे बचे हुए भाग पर कितना प्रतिशत प्राप्त करना चाहिए, यदि ब्याज की औसत दर 8.13% है?
22. यदि किसी निश्चित रकम पर साधारण ब्याज 8% प्रति वर्ष की दर से 6 वर्षों में रकम का आधा है तो रकम ज्ञात करें।
23. 500 रु. पर दो वर्षों के लिए दो विभिन्न बैंकों से प्राप्त ब्याज का अंतर 2.5 रु. है। दरों के बीच का अंतर ज्ञात करें।

24. दो बराबर रकम को दो बैंकों में प्रत्येक पर 15% की वार्षिक दर से क्रमशः $3\frac{1}{2}$ वर्षों एवं 5 वर्षों के लिए रखे जाते हैं। यदि दोनों के ब्याज में 144 रु. का अंतर हो तो प्रत्येक रकम का मान ज्ञात करें।
 a) 460 रु. b) 500 रु. c) 640 रु. d) 720 रु.
25. पहला 2 वर्षों के लिए किसी खास धन पर ब्याज की दर 4% प्रति वर्ष है, अगले 4 वर्षों के लिए यह 6% प्रति वर्ष एवं 6 वर्ष के बाद किसी भी अवधि के लिए 8% प्रति वर्ष। यदि धन पर 9 वर्षों की कुल अवधि के लिए प्राप्त साधारण ब्याज 1120 रु. हो तो मूलधन क्या है ?

हल

$$1. \text{ मूलधन} = \frac{235.20 \times 100}{3 \times 14} = 560 \text{ रु.}$$

$$2. \text{ ब्याज की दर} = \frac{19.20 \times 100}{64 \times 2} = 15\%$$

$$86 \text{ रु. का ब्याज} = \frac{86 \times 15 \times 4}{100} = 51.6 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{ कुल राशि} = 86 + 51.6 = 137.6 \text{ रु.}$$

द्वितीय विधि (Quicker Method):

64 रु. का ब्याज 2 वर्षों में 19.2 रु. है।

भिन्न के नियम (Rule of fraction) से,

86 रु. का ब्याज 4 वर्षों में

$$19.2 \times \left[\frac{86}{64} \right] \left[\frac{4}{2} \right] = 51.60 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{ कुल राशि} = 86 + 51.6 = 137.6 \text{ रु.}$$

$$3. \text{ मूलधन} + 4 \text{ वर्षों का साधारण ब्याज} = 925 \text{ रु.}$$

$$\text{मूलधन} + 3 \text{ वर्षों का साधारण ब्याज} = 850 \text{ रु.}$$

घटाने पर,

$$1 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} = 75 \text{ रु.}$$

$$3 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} = (3 \times 75) = 225 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{ मूलधन} = (850 - 225) = 625 \text{ रु.}$$

4. प्रश्न-3 में अपनायी गई विधि का प्रयोग करें। इससे आपको धन के साथ-साथ ब्याज एवं समय का भी पता चल जाएगा। इसके बाद ब्याज की दर की गणना करें।

$$5. \frac{1}{2} \text{ रु. घट जाता है } 100 \text{ रु. पर}$$

$$\therefore 104 \text{ रु. घट जाता है } \frac{100}{\frac{1}{2}} \times 104 \text{ रु. पर} = 100 \times 2 \times 104 = 20800 \text{ रु. पर}$$

6. प्रश्न संख्या-2 की तरह है।

7. इसे मिश्रण विधि (Method of Alligation) से हल करें।

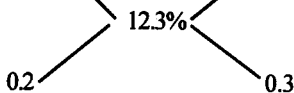
$$\text{कुल मिलाकर ब्याज की दर} = \frac{312.42}{2540} \times 100 = 12.3\%$$

अब, पहला हिस्सा

12%

दूसरा हिस्सा

12.5%



$\therefore$ धन, 0.2 : 0.3 या 2 : 3 के अनुपात में विभाजित होगी।

$$12\% \text{ पर उधार दी गई रकम} = \frac{2540}{5} \times 2 = 1016 \text{ रु.}$$

$$12\frac{1}{2}\% \text{ पर उधार दी गई रकम} = \frac{2540}{5} \times 3 = 1524 \text{ रु.}$$

8. द्रुत विधि से (Quicker Method):

दोनों हिस्सों का अनुपात $= r_2 t_2 : r_1 t_1 = 54 : 50 = 27 : 25$

$$\therefore 10\% \text{ पर उधार दी गई राशि} = \frac{2600}{52} \times 27 = 1350 \text{ रु.}$$

9. मान लिया कि ब्याज की दर $= r\%$

समय $= r$ वर्ष

$$\text{अब, } \frac{S}{16} = \frac{S \times r \times r}{100}$$

$$\text{या, } r^2 = \frac{100}{16}$$

$$\therefore r = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}\%$$

10. प्रश्न-9 की तरह।

11. द्रुत विधि (Quicker Method):

$$\text{ब्याज की दर} = \frac{100(2-1)}{16} = 12\frac{1}{2}\%$$

12. द्रुत विधि (Quicker Method) :

$$\text{ब्याज की दर} = \frac{100(3-1)}{15} = \frac{200}{15} = 13\frac{1}{3}\%$$

13. यह 10 वर्षों में दुगुना हो जाता है।

∴ 20 वर्षों में तिगुना हो जाएगा।

$$14. \text{ ब्याज की दर} = \frac{120 \times 100}{800 \times 3} = 5\%$$

नई दर 8% हो जाती है।

$$\therefore \text{ ब्याज} = \frac{800 \times 8 \times 3}{100} = 192 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{ मिश्रधन} = 800 + 192 = 992 \text{ रु.}$$

द्रुत विधि (Quicker Method) :

$$\text{ब्याज में वृद्धि} = \frac{800 \times 3 \times 3}{100} = 72 \text{ रु.}$$

$$\therefore \text{ बढ़ी हुई राशि (मिश्रधन)} = 920 + 72 = 992 \text{ रु.}$$

15. मान लिया कि ब्याज की दर 4% प्रति वर्ष है।

$$\text{तब, } \frac{600 \times 2 \times r}{100} + \frac{150 \times 4 \times r}{100} = 90$$

$$\text{या, } 12r + 6r = 90$$

$$\therefore r = 5\%$$

नोट: इसे मिश्रण विधि (Method of Alligation) से भी हल करें।

16. मान लिया कि पूँजी = 120 रु.

$$\begin{aligned} \therefore \text{ कुल ब्याज} &= \frac{120}{3} \text{ का } 7\% + \frac{120}{4} \text{ का } 8\% + \text{शेष का } 10\% \\ &= 40 \text{ का } 7\% + 30 \text{ का } 8\% + 50 \text{ का } 10\% \\ &= 2.8 + 2.4 + 5 \\ &= 10.2 \text{ रु.} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ वास्तविक पूँजी} = \frac{120}{10.2} \times 561 = 6600 \text{ रु.}$$

द्रुत विधि (Quicker Method) :

$$\text{पूँजी} = \frac{561}{\frac{1}{3} \text{ का } 7\% + \frac{1}{4} \text{ का } 8\% + \frac{5}{12} \text{ का } 10\%}$$

$$= \frac{561 \times 100}{\frac{7}{3} + \frac{8}{4} + \frac{25}{6}} = \frac{561 \times 100 \times 12}{20 + 24 + 50} = 6600 \text{ रु.}$$

$$17. \text{ धन} = \frac{x \times 100}{x \times x} = \frac{100}{x} \text{ रु.}$$

$$18. \text{ मान लिया कि ब्याज की दर} = x\%$$

$$\text{तब, } \frac{1200 \times 3x}{100} = \frac{1000 \times 3x}{100} + 50$$

$$\therefore 6x = 50$$

$$\therefore x = 8\frac{1}{3}\%$$

द्वितीय विधि (Quicker Method) :

$$\begin{aligned} \text{दर} &= \frac{\text{ब्याज में अंतर} \times 100}{\text{समय} \times \text{मूलधन में अंतर}} \\ &= \frac{50 \times 100}{2(1200 - 1000)} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}\% \end{aligned}$$

$$19. \text{ मान लिया कि मूलधन} = P \text{ एवं दर} = r\%$$

$$\text{तब, } \frac{P \times 2 \times r}{100} = \frac{P(r+1) \times 2}{100} - 24$$

$$\text{या, } 2Pr = 2Pr + 2P - 2400$$

$$\text{या, } 2P = 2400$$

$$\therefore P = 1200$$

$$\therefore \text{मूलधन} = 1200 \text{ रु.}$$

द्वितीय विधि (Quicker Method) :

$$\text{राशि} = \frac{\text{ब्याज का अंतर} \times 100}{\text{समय} \times \text{दर का अंतर}} = \frac{24 \times 100}{2 \times 1} = 1200 \text{ रु.}$$

नोट: उपर्युक्त सूत्र का आधार है :

$$\text{राशि} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{समय} \times \text{दर}}$$

20. द्वितीय विधि (Quicker Method):

$$\text{दर} = 100 \times \frac{\left[\frac{8}{5} - 1 \right]}{\text{समय}} = \frac{100 \times \frac{3}{5}}{5} = \frac{300}{25} = 12\%$$

21. कुल ब्याज = 10,000 का 8.13% = 813 रु.

$$\text{शेष रु.} = 10,000 - (2000 + 4000 + 1400) = 2600 \text{ रु.}$$

$$\text{तब, } 2000 \text{ का } 8\% + 4000 \text{ का } 7.5\% + 1400 \text{ का } 8.5\% + 2600 \text{ का } x\% = 813$$

$$\text{या, } 160 + 300 + 119 + 26x = 813$$

$$\therefore x = \frac{234}{26} = 9\%$$

22. $\frac{S}{2} = \frac{S \times 8 \times 6}{100}$

हमलोग S का मान नहीं निकाल सकते हैं। स्पष्ट है कि उपर्युक्त गणितीय संबंध भी ठीक नहीं है। इस प्रकार यह निष्कर्ष निकलता है कि प्रश्न ही गलत है।

23. **द्वितीय विधि (Quicker Method) :**

प्रश्न संख्या-19 में दिए गए सूत्र का इस्तेमाल करें।

$$\text{मूलधन} = \frac{\text{ब्याज में अंतर} \times 100}{\text{समय} \times \text{दर में अंतर}}$$

$$\text{या, } 500 = \frac{2.5 \times 100}{2 \times x}$$

$$\therefore x = \frac{2.5 \times 100}{2 \times 500} = 0.25\%$$

24. **द्वितीय विधि (Quicker Method) :**

$$\text{राशि} = \frac{\text{ब्याज में अंतर} \times 100}{\text{दर} \times \text{समय में अंतर}}$$

$$= \frac{144 \times 100}{15 \times 1.5} = 640 \text{ रु.}$$

25. **द्वितीय विधि (Quicker Method) :**

$$\text{मूलधन} = \frac{\text{ब्याज} \times 100}{r_1 t_1 + r_2 t_2 + r_3 t_3 + \dots}$$

$$= \frac{1120 \times 100}{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 3}$$

$$= \frac{1120 \times 100}{56} = 2000 \text{ रु.}$$
