سبق :7

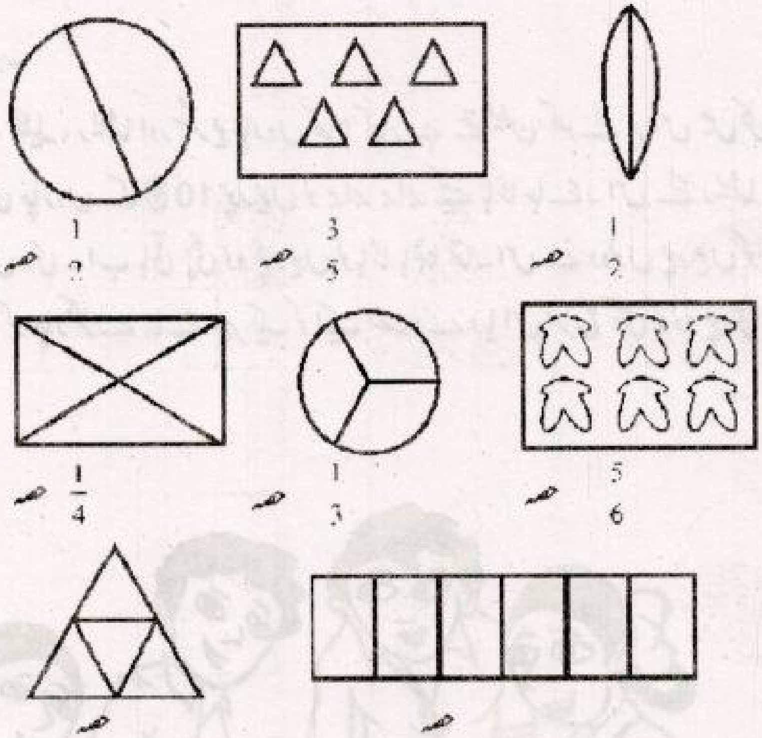
کسر (Fraction)

7.1 تمہید :-

سونو ، شکیلہ ، ریشما اور سگر یو چاروں کھانا کھا رہے تھے ٹیفن کھولنے پر اس میں کل 10 پوریاں نکلیں ۔ اب ان چاروں کے بیچ 10 پوریوں کو برابر برابر کیسے بانٹا جائے ۔ اس لئے ریشما نے پہلے سب کو دو دو پوریاں دی ۔ اب باقی بچی دو پوریوں کو بانٹا باقی تھا ۔ اس نے دونوں پوریوں کو آدھے آدھے حصے میں بانٹ کر چار ٹکڑے بنائے ، ہر یک کو ایک حصہ دے دیا اس طرح سبھی کو دو پوری اور ایک آدھی پوری ملی ۔

خود کر کے دیکھئے:-

نیچے کی شکلوں کے نیچے لکھے گئے اعداد کے مطابق حصّہ کو پنسل سے سایہ دار کیجئے۔

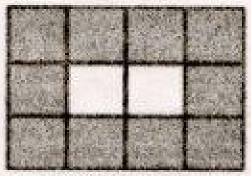


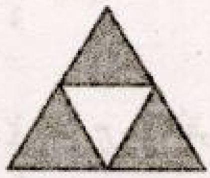
7.2: کسر خاص جفت (مناسب) کا مطلب ہے کسی ایک گروپ کا یا ایک علاقہ (Region) یا چیز کا حصہ $\frac{5}{8}$ ایک کسر خاص ہے، ہم اسے پانچ بٹے آٹھ یا پانچ کو آٹھواں حصہ (Five-eight) پڑھتے ہیں اس کسر $\frac{5}{8}$ میں کسی ایک مکمل کو آٹھ برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے، اس میں سے "5" حصے لے لئے گئے ہیں یہاں 5 شمار کنندہ (numerator) کا 8 نسب نما (denominator) کہلاتا ہے۔

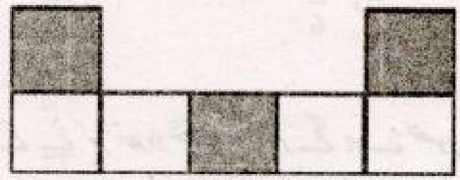
کسر $\frac{4}{9}$ کا شمار کنندہ بتایئے۔ نسب نما بتایئے؟ یہ بھی بتایئے کہ چیز کتنے برابر حصوں میں بانٹی گئی ہے اور ان میں سے کتنے حصے لئے گئے ہیں۔

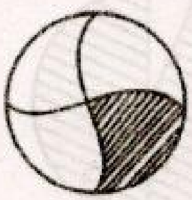
سوالنامہ ۔ 7.1

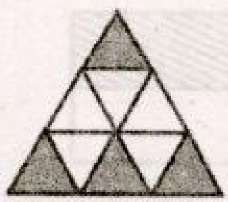
1. سایہ دار حصہ کو ظاہر کرنے والی کسر لکھیے۔

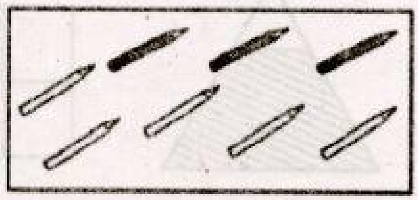

(i)

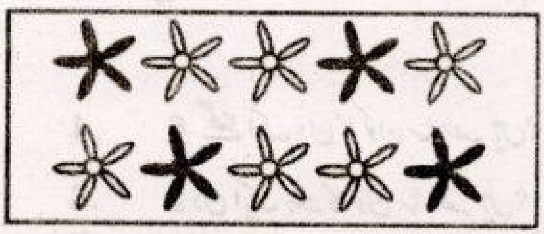

(ii)

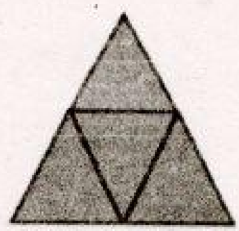

(iii)


(iv)

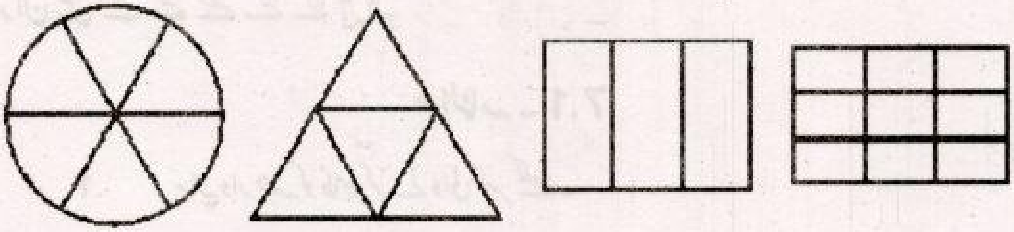

(v)


(vii)


(vii)

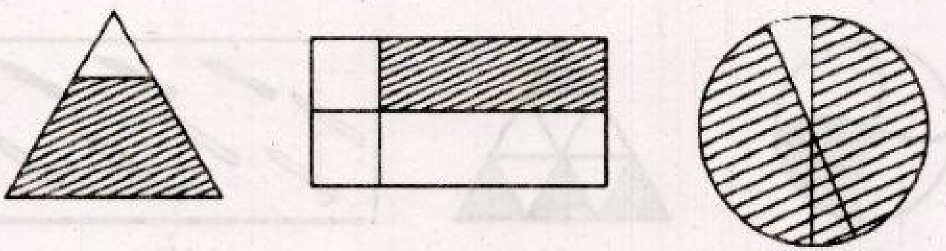

(viii)

2. دیئے گئے کسروں کے مطابق حصوں کو سایہ دار کیجئے۔



(i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{3}$ (iv) $\frac{4}{9}$

3. نیچے کچھ شکلیں بنی ہوئی ہیں، کیا شکلوں کے نیچے کسر اعداد شکلوں کے رنگے ہوئے حصوں کو ظاہر کررہی ہے؟ کیوں اور کیوں نہیں ؟



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$

4. 6 گھنٹے ایک دن کا کون سا حصہ ہیں؟

5. 2 دن ایک ہفتہ کا کون سا حصہ ہیں؟

6. سونو، سلمہ اور آریا ملکر دو سینڈوچ خریدتے ہیں۔ ایک سبزی والا اور دوسرا جیم (Jam) والا۔

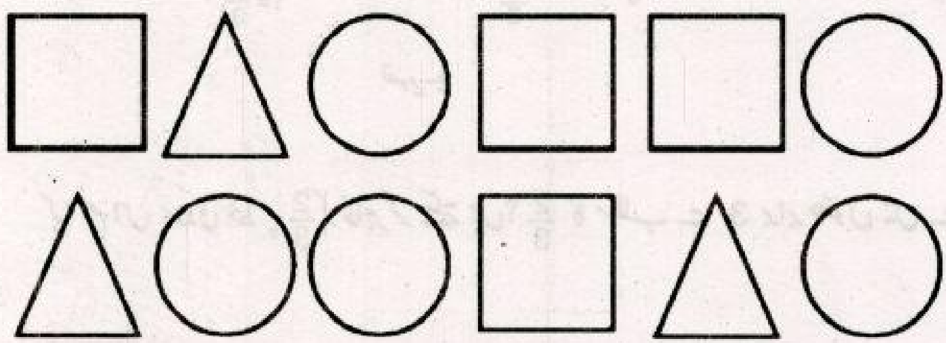
(a) تینوں انہیں کس طرح بانٹے کہ ہر ایک کو برابر ملے ؟

(b) ہر بچے کو ایک سینڈوچ کا کون سا حصّہ ملے گا؟

7. وِیویک کو 12 سوال حل کرنے تھے۔ اس نے اب تک 8 سوال حل کر لئے۔ اس نے سوالوں کا کتنا حصہ کرلیا ہے۔

8. 5 سے 15 تک کا طبعی عدد لکھیے۔ ان میں کل کتنے غیر منقسم اعداد ہیں۔ یہ 5 سے 15 تک مکمل اعداد کا کون سا حصہ ہیں۔

9. نیچے بنی شکلوں میں گول، چوکور، تکون کل شکلوں کے کون کون سے حصہ (کسر) کو ظاہر کرتے ہیں۔



7.3 عددی خط پر کسر:

آپ عددی خط پر طبعی اعداد 5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0..... کو ظاہر کرنا جانتے ہیں۔ اب ہم کسروں کو عددی خط پر ظاہر کرنا سیکھتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{1}{2}$ ایسا عدد ہے کو 0 سے بڑا اور اسے چھوٹا ہے۔ اس لئے یہ 0 سے 1 کے بیچ میں ہی ہوگا، اس لئے ہم 0 اور 1 کے بیچ کی دوری کو دو برابر حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں اور ایک حصہ سے $\frac{1}{2}$ کوظاہر کرتے ہیں۔تصویر-1

تصویر-1

اسی طرح $\frac{1}{3}$ کو ظاہر کرنے کیلئے ہم 0 اور 1 کے بیچ کی دوری کو تین برابر حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں اور ایک حصہ سے $\frac{1}{3}$ کو ظاہر کرتے ہیں۔

تصویر-2

کیا ہم اس عددی خط پر $\frac{2}{3}$ کو ظاہر کر سکتے ہیں؟ $\frac{2}{3}$ کا مطلب ہے 3 برابر حصّوں میں سے 2 حصّہ۔

تصویر-3

اس طرح $\frac{0}{3}$ کہاں دکھائیں ؟ یہاں کوئی حصہ نہیں لیا گیا ہے یعنی اسے عددی خط پر نقطہ 0 سے ظاہر کیا جا سکتا ہے اور $\frac{3}{3}$ ایک مکمل ہے، اسی لئے اسے عددی خط پر نقطہ 1 سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

تصویر-4

خود کر کے دیکھیے:

1. $\frac{12}{12}$ اور $\frac{6}{12}$ ، $\frac{0}{12}$ ، $\frac{1}{12}$ کو ظاہر کیجئے ۔

2. کیا آپ عددی خط پر 0 اور 1 کے بیچ کسی دیگر عدد کو ظاہر کر سکتے ہیں ۔ ایسے پانچ کسر اعداد عددی خط پر ظاہر کیجئے ۔

3. 0 اور 1 کے بیچ کتنے کسر ہیں؟

7.4 خاص کسر (Proper fraction)

آپ الگ الگ عددی خطوط پر $\frac{5}{8}$ ، $\frac{0}{3}$ ، $\frac{9}{10}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ظاہر کیجئے۔ کیا ان میں سے کوئی بھی کسر 1 کے دائیں جانب ہیں۔ نہیں یہ سبھی کسر 1 کے بائیں جانب واقع ہیں، کیونکہ یہ 1 سے چھوٹا ہے۔

جو کسر عدد ایک مکمل (whole) کے حصہ کو ظاہر کرتا ہے۔ خاص کسر کہلاتا ہے۔

خود کر کے دیکھئے۔

1. علامت '<' '>' یا '=' کا استعمال کر کے، خالی جگہوں کو بھرئے۔

(a) $\frac{4}{4}$ ☐ 1 (b) $\frac{1}{2}$ ☐ 1 (c) 1 ☐ $\frac{7}{8}$

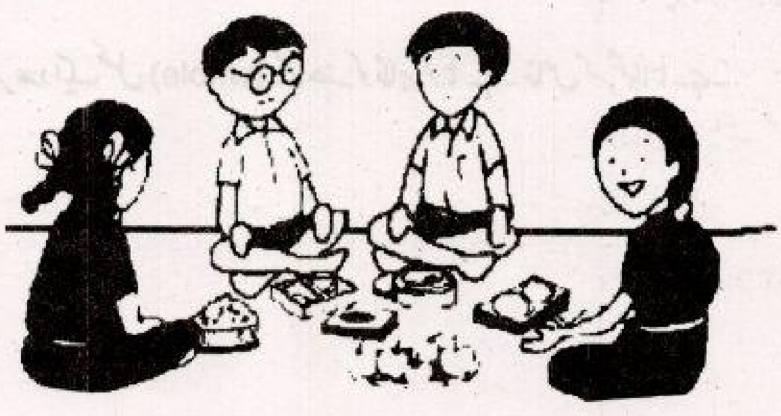
(d) $\frac{3}{5}$ ☐ 1 (e) $\frac{0}{6}$ ☐ 0 (f) $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{3}{5}$

2. ایک کسر کو دیکھ کر، آپ کیسے بتا سکتے ہیں کہ یہ کسر ہے
(a) 1 کے برابر ہے؟ (b) 1 سے چھوٹا ہے؟

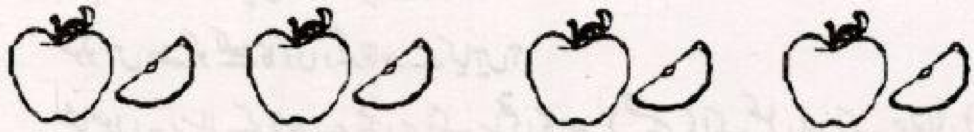
3. ایک خاص کسر لیجئے، جس کے شمار کنندہ اور نسب نما کا جوڑ 10 ہے۔ آپ $\frac{3}{7}$ جیسے آپ اس طرح کے کتنے خاص کسر بنا سکتے؟

7.5 کسر عام اور مخلوط کسر کی اعداد:

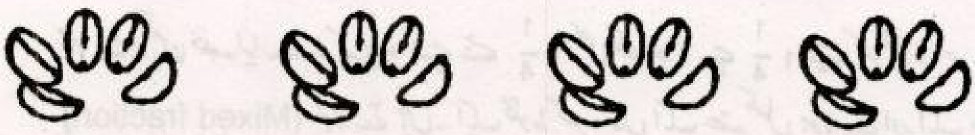
سونو، کے پاس پانچ سیب ہے جس سے وہ اپنے دوستوں کے ساتھ برابر بانٹ کر کھانا چاہتا ہے۔ چاروں آپس میں پانچ سیبوں کو کس طرح بانٹ سکتے ہیں؟



ہم سبھی ایک ایک پورا سیب اور پانچ دیں سیب کا ایک چوتھائی لے سکتے ہیں۔



راگنی۔ لیکن ہم ہر ایک کو چار برابر حصوں میں بانٹ سکتے ہیں ۔ اور ہر ایک سیب کا ایک چھوتھائی لے سکتے ہیں ۔



مونو ۔دونوں طریقہ سے ہر ایک کو برابر حصہ ہی ملے گا اور وہ ہے، 5 چوتھائی(Quarter) یا پانچ بٹے 4 ۔ چونکہ 4 چوتھائی سے ایک مکمل بنتا ہے، اسلئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہم چار حصوں کو جوڑ کر ایک پورا سیب بنا لیتے ہیں ۔ ایک حصہ اور رہ جائے گا یعنی کہہ سکتے ہیں کہ ہم سے ہر ایک کو ایک مکمل اور ایک چوتھائی ملے گا۔اسے ہم $\frac{5}{4}$ لکھ سکتے ہیں۔ $\frac{5}{4}$ میں شمار کنندہ ،نسب نما سے بڑا ہے ۔

وہ کسر جس میں شمار کنندہ ،نسب نما سے بڑا ہوتا ہے عام کسر(Improper Fraction) کہلاتے

ہیں۔اس طرح $\frac{16}{7}$، $\frac{12}{5}$، $\frac{3}{2}$ ہر ایک عام کسر ہیں۔

نسب نما 5 والے پانچ عام کسر لکھیے۔

مونو اس حصّہ کو لکھنے کا کوئی دیگر قاعدے کیا ہیں؟

شیاموں ۔ رمیلا کے قاعدے میں ہر ایک ساتھی کا حصہ (تقسیم) ایک مکمل اور ایک چوتھائی مل کر بنا ہے ۔

ہم نے رنگین حصہ لیا ہے جو کہ $1+\frac{1}{4}$ ہے جسے $1\frac{1}{4}$ بھی لکھا جاتا ہے $1\frac{1}{4}$ جیسے کسر مخلوط کسر (Mixed fraction) کہلاتے ہیں۔ ایک مخلوط کسر، میں ایک حصّہ مکمل ہوتا ہے اور ایک حصّہ کسر ہوتا ہے۔

آپ کو مخلوط اعداد اپنے آس پاس کہاں کہاں ملتے ہیں؟ کچھ مثال دیجئے۔

7.5.1 عام کسر کو مخلوط کسر میں ظاہر کرنا۔

اس کیلئے ہم ہر شمار کنندہ کو نسب نما سے تقسیم کر کے حاصل تقسیم اور باقی حاصل کرتے ہیں، پھر عدد کو باقی حاصل تقسیم کی صورت میں لکھتے ہیں۔ یہی عام کسر کو مخلوط کسر کی شکل میں بدلنا ہے ۔

مقسوم علیہ

مثال: ذیل کو مخلوط اعداد کی صورت میں لکھئے یا ظاہر کیجئے ۔

(a) $\frac{17}{4}$ (b) $\frac{11}{3}$ (c) $\frac{27}{5}$ (d) $\frac{7}{3}$

(a) $\frac{17}{4}$

17(4
4
x1

یا اس میں 4 مکمل اور $\frac{1}{4}$ زیادہ ہے یعنی یہ $4\frac{1}{4}$ ہے

(b) $\frac{11}{3}$

3
3)11(3
9
x2

یعنی 3 مکمل اور $\frac{2}{3}$ زیادہ یا $3\frac{2}{3}$

سوال (c) اور (d) کو آپ خود حل کریں ۔

7.5.2 مخلوط کسر کو عام کسر میں بدلنا

اب ہمیں الٹا کرنا یعنی یہ پتا کرنا ہے کہ مکمل سے کتنے برابر حصے بنیں گے ۔

(a) جیسے $2\frac{3}{4}$ میں دو مکمل عدد ہے اور $\frac{3}{4}$ زیادہ ہے یعنی 4 x 2 حصہ مکمل سے ہے اور 3 زیادہ ہے یہ ہوا $= \frac{2 \times 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$

(b) $7\frac{1}{9} = \frac{(7 \times 9) + 1}{9} = \frac{64}{9}$

(c) $5\frac{3}{7} = \frac{(5 \times 7) + 3}{7} = \frac{38}{7}$

سوالنامہ-7.2

(1) عددی خطوط کھینچئے اور ان پر مندرجہ ذیل کو نقطہ کی صورت میں ظاہر کیجئے۔

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ (b) $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}$

(c) $\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$

(2) مندرجہ ذیل کو مخلوط کسروں میں ظاہر کیجئے۔

(a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{11}{5}$ (c) $\frac{17}{7}$

(d) $\frac{19}{6}$ (e) $\frac{35}{9}$

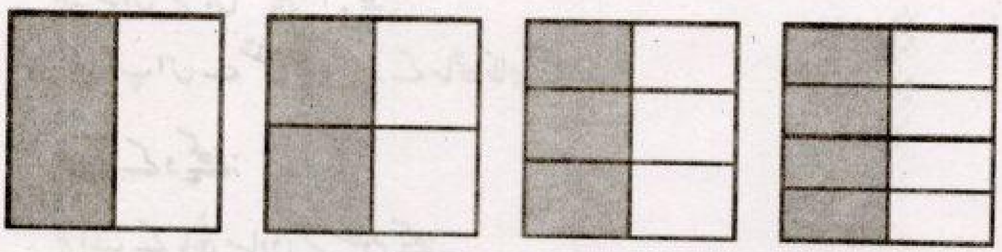
(3) مندرجہ ذیل کو عام کسروں میں ظاہر کیجئے۔

(a) $7\frac{3}{7}$ (b) $5\frac{6}{7}$ (c) $2\frac{5}{7}$

(d) $10\frac{3}{5}$ (e) $9\frac{3}{7}$

7.6 مساوی کسر (Equivalent fractions)

نیچے $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{12}$ کا تصویری صورت میں ظاہر کیا گیا ہے۔



اگر ہم ان تصویروں کو ایک دوسرے پر رکھے، تو رنگے حصہ برابر (مساوی) ہوں گے۔ کیا آپ یہ دیکھ پا رہے ہیں؟ یہاں $\frac{1}{2}$، $\frac{2}{4}$، $\frac{3}{6}$، $\frac{4}{8}$ سبھی مساوی کسر ہیں۔ یہ ایک مکمل کا یکساں حصہ ظاہر کرتا ہے۔ ایسے کسر مساوی کسر کہلاتا ہے۔

مساوی کسر ایک مکمل کا یکساں (مساوی) حصہ کیوں ظاہر کرتا ہے؟ غور کیجئے۔

ہم دیکھتے ہیں کہ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1\times2}{2\times2}$ ہیں

اسی طرح $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1x3}{2x3}$

اور $\frac{1}{2} = \frac{2}{8} = \frac{1x4}{2x4}$

ظاہر ہے کہ کسی کسر کا مساوی کسر معلوم کرنے کیلئے، آپ اس کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک برابر صفر کے بعد آنے والا عدد (صفر کو چھوڑ کر) جیسے:1,2 سے ضرب کر سکتے ہیں۔

$\frac{1}{3}$ کا مساوی کسر ہے۔ $\frac{1x2}{3x2} = \frac{2}{6}$ ہے۔

اور مساوی کسر ہیں $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{9}$

کیا آپ اس سے متفق ہیں، وجہ کے ساتھ ظاہر کیجئے۔

1. خود کر کے دیکھئے:

ہر ایک کے پانچ مساوی کسر معلوم کیجئے۔

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{4}{9}$

مثال۔ 2

: $\frac{2}{5}$ کے مساوی ایسے کسر معلوم کیجئے جس کا شمار کنندہ 6 ہے

حل : ہم جانتے ہیں کی $2 x 3 = 6$ ہے۔یا ہمیں دیئے ہوئے کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو 3 سے ضرب کرنا ہوگا۔

اس طرح $\frac{2}{5} = \frac{2x3}{5x3} = \frac{6}{15}$

یعنی مساوی کسر $\frac{6}{15}$ ہے

مثال 3: $\frac{15}{35}$ کے مساوی کسر معلوم کیجئے جس کا نسب نما 7 ہو۔

حل: ہمارا عدد ہے $\frac{\square}{7} = \frac{15}{35}$

نسب نما کو دیکھنے سے ظاہر ہے کہ $7 = 5 \div 35$ ہے۔ یعنی $\frac{15}{35}$ کے شمار کنندہ اور نسب نما کو 5 سے تقسیم دیں گے تو ہمیں حاصل ہوگا $\frac{15}{35} = \frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}$

دلچسپ سچائی اور حقیقت:

جدول کو پورا کریں سچائی کو تلاش کیجئے۔

	پہلے کے شمار کنندہ اور دوسرے کے نسب نما کا حاصل ضرب	دوسرا کے شمار کنندہ اور پہلا کے نسب نما کا حاصل ضرب	کیا حاصل ضرب برابر ہیں؟
$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$	1 x 9 = 9	3 x 3 = 3	ہاں
$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$			
$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$			
$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$			

مساوی کسروں کے جفت میں پہلے کے شمار کنندہ اور دوسرے کے نسب نما کا حاصل ضرب دوسرے کے شمار کنندہ اور پہلے کے نسب نما کے حاصل ضرب برابر ہوتے ہیں۔ یہ دونوں حاصل ضرب قینچی ضرب (Cross products) کہلاتے ہیں۔ کیا آپ اس قاعدے سے مساوی کسروں کے بچے ہوئے شمار کنندہ/ نسب نما معلوم کرسکتے ہیں؟

مثال- 4 $\frac{2}{9}$ کے مساوی وہ کسر معلوم کیجئے جس کا نسب نما 63 ہے۔

حل: ہمیں حاصل ہے: $\frac{2}{9} = \frac{\square}{63}$

اس کیلئے ہوگا $9 \times \square = 2 \times 63$

$= 2 \times 9 \times 7 = 14 \times 9$

موازنہ کرنے پر

$\square = 14$

یعنی $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$ ہے

7.6.1 کسر کی مختصر شکل (Simplest form)

ایک کسر $\frac{12}{18}$ لیں۔ اس کے مساوی ایک ایسے کسر حاصل کرنے کی کوشش کریں جس کے شمار کنندہ اور نسب نما میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک اجزائے ضربی نہ ہو۔

$$\frac{12}{8} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9}$$

کیونکہ 12 اور 18 دونوں 2 سے منقسم ہے مگر 6 اور 9 میں بھی 1 کے علاوہ دیگر مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

یعنی $\frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$

اس طرح $\frac{2}{3}$ مطلوبہ کسر ہے کیونکہ 2 اور 3 میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک اجزائے ضربی نہیں ہے۔
اس طرح، جب ایک کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما میں 1 کے علاوہ کوئی دیگر مشترک اجزائے ضربی نہیں ہو، تو وہ مختصر شکل (Simplest form) یا کم سب سے چھوٹی شکل (Lowest form) میں کہا جاتا ہے۔

سب سے چھوٹا راستہ

مثال: کسر $\frac{18}{12}$ لیں 18 اور 12 کا مشترک اعظم اجزائے ضربی HCF 6 ہے۔

$$\frac{18 \div 6}{12 \div 6} = \frac{3}{2}$$

> **مزے کی بات**
> نیچے کے مساوی کسروں میں ہندسے 1 سے 9 تک ایک بار استعمال کئے گئے ہیں
>
> $\frac{58}{174} = \frac{3}{9} = \frac{58}{174}$
>
> $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{79}{158}$

کیا آپ ایسے دو مساوی کسر معلوم کر سکتے ہیں۔

خود کر کے دیکھئے:

1. ذیل کسروں کو مختصر شکل میں لکھئے

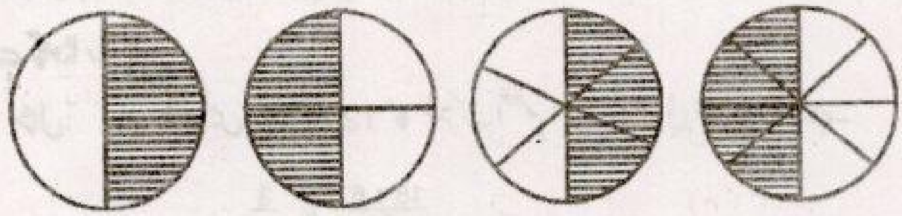
(i) $\frac{17}{51}$ (iii) $\frac{36}{24}$ (ii) $\frac{36}{54}$

2. کیا $\frac{49}{64}$ اپنے مختصر شکل میں ہے؟

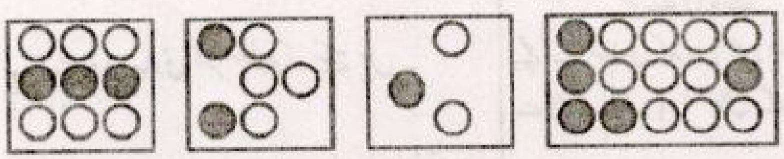
سوالنامہ 7.3

1. ہر ایک تصویر میں سایہ دار حصوں کے لئے کسر لکھئے۔ کیا یہ سبھی مساوی کسر ہیں؟

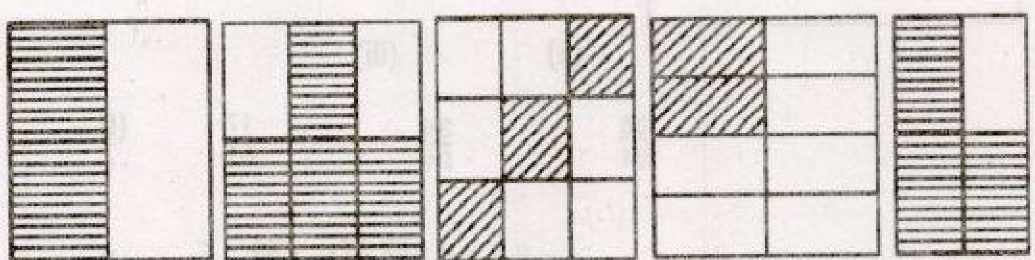
(a)



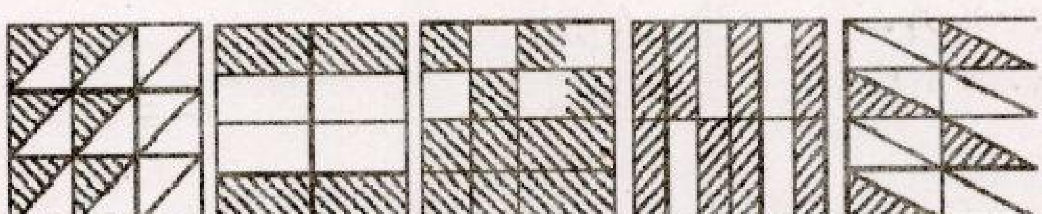
(b)



2. سایہ دار حصوں کے لئے کسروں کو لکھئے اور ہر ایک سطر (صف) میں سے مساوی کسروں کو چن کر لکھیں:



(a) (b) (c) (d) (e)



(a) (b) (c) (d) (e)

3. خالی ڈبوں $\square$ کو صحیح عدد سے بھرئے:

(a) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$ (b) $\frac{2}{7} = \frac{8}{\square}$

(c) $\frac{4}{9}$ $\frac{12}{\square}$ (d) $\frac{49}{35}$ $\frac{\square}{5}$

4. $\frac{3}{5}$ کے مساوی کسر معلوم کیجیے جن کا۔

(a) نسب نما 20 ہے (b) شمار کنندہ 33 ہے

(c) نسب نما 8 ہے (d) شمار کنندہ 27 ہے

5. $\frac{36}{48}$ کے مساوی کسر معلوم کیجیے جن کا

(a) شمار کنندہ 9 ہے (b) نسب نما 4 ہے

6. جانچ کیجیے کہ درج ذیل کسر مساوی ہیں یا نہیں:

(a) $\frac{5}{9}$, $\frac{30}{54}$ (b) $\frac{3}{10}$, $\frac{12}{50}$ (c) $\frac{7}{13}$, $\frac{5}{11}$

7. درج ذیل کسروں کو مختصر شکل میں بدلیے:

(a) $\frac{48}{60}$ (b) $\frac{150}{60}$ (c) $\frac{7}{28}$ (d)

8. رمیش کے پاس 20 پنسل تھے۔ نیلو کے پاس 60 پنسل اور اظہر کے پاس 80 پنسلیں تھیں۔ 5 مہینے کے بعد رمیش نے 10 پنسل ، نیلو نے 25 پنسل اور اظہر نے 40 پنسل استعمال کر لی۔

ہرایک نے اپنی پنسل کا کتنا کتنا حصہ استعمال کرلیا؟ کیا ہر ایک نے اپنی پنسلوں کا مساوی حصہ کسر استعمال کیا ہے؟۔

9. مساوی کسروں کا میلان کیجئے اور ہر ایک کے لئے دو کسر اور لکھیے:

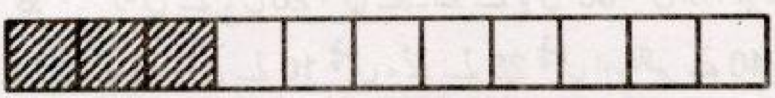
(i)	$\frac{250}{400}$	(a)	$\frac{2}{3}$
(ii)	$\frac{660}{990}$	(b)	$\frac{2}{5}$
(iii)	$\frac{180}{360}$	(c)	$\frac{1}{2}$
(iv)	$\frac{220}{550}$	(d)	$\frac{5}{8}$

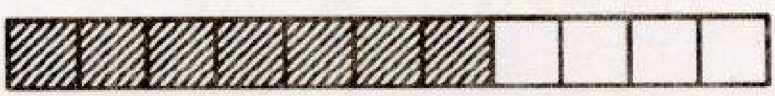
7.7 یکساں کسر (Like Fraction)

ایک ہی نسب نما والے کسر یکساں کسر کہلاتا ہے۔ اس طرح $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{6}{16}$ سبھی یکساں کسر ہیں۔ $\frac{7}{28}$ اور $\frac{7}{25}$ میں نسب نما مساوی ہیں۔ یعنی یہ غیر یکساں (Unlike fraction) کہلاتے ہیں۔ یکساں کسروں کے پانچ جوڑے اور غیر یکساں کسروں کے پانچ جوڑے لکھیے۔

7.7.1 کسروں کا موازنہ

ذیل کے شکلوں کو دیکھیے:

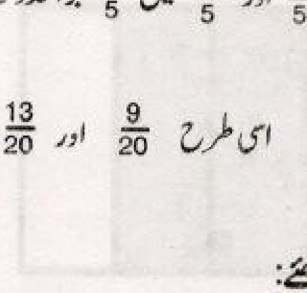

$\frac{3}{11}$


$\frac{7}{11}$

ان دونوں کسروں میں مکمل کو 11 برابر حصوں میں بانٹا گیا ہے۔ ظاہر ہے $\frac{3}{11} < \frac{7}{11}$ یعنی برابر نسب نما والے دو کسروں میں بڑے شمار کنندہ والے عدد بڑے ہوتے ہیں۔

$\frac{4}{5}$ اور $\frac{3}{5}$ میں $\frac{4}{5}$ بڑا عدد ہے

اسی طرح $\frac{9}{20}$ اور $\frac{13}{20}$ میں $\frac{13}{20}$ بڑا ہے۔



خود کرکے دیکھئے:

1. کون سا کسر بڑا ہے۔

(i) $\frac{5}{10}$ یا $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{13}{24}$ یا $\frac{15}{24}$ (iii) $\frac{21}{102}$ یا $\frac{29}{102}$

ایسے کسر کا موازنہ کرنا کیوں آسان ہے۔

2. ان اعداد کو بڑھتے گھٹتے ترتیب میں لکھئے:

(a) $\frac{1}{10}$ ، $\frac{6}{10}$ ، $\frac{9}{10}$ ، $\frac{5}{10}$ ، $\frac{8}{10}$ ، $\frac{2}{10}$

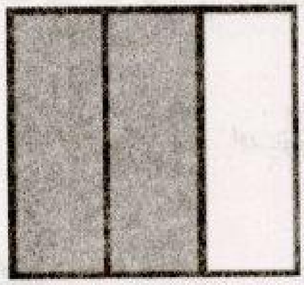
(b) $\frac{1}{7}$ ، $\frac{2}{7}$ ، $\frac{5}{7}$ ، $\frac{3}{7}$ ، $\frac{11}{7}$ ، $\frac{4}{7}$

7.7.2 غیر یکساں کسروں کا موازنہ:

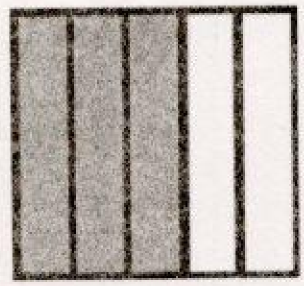
دو کسر غیر یکساں ہوتے ہیں۔ اگر ان کے نسب نما الگ الگ ہوں۔ جیسے $\frac{1}{6}$ اور $\frac{1}{2}$

غیر یکساں کسر ہیں اور $\frac{3}{5}$ اور $\frac{2}{3}$ غیر یکساں کسر ہیں۔

مساوی شمار کنندہ والے غیر یکساں کسر



$\frac{2}{3}$



$\frac{2}{4}$

ظاہر ہے کہ کسر میں شمار کنندہ مساوی ہیں اور نسب نما الگ الگ دوسرے عدد میں مکمل کا ٹکڑا چھوٹا ہوگیا ہے۔ یعنی دو کسروں میں شمار کنندہ برابر ہوں تو دونوں کسروں میں سے چھوٹے نسب نما والے عدد بڑے ہوتے ہیں۔

اس طرح $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$

آیئے $\frac{2}{7}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{2}{9}$ ، $\frac{2}{13}$ ، $\frac{2}{1}$ کو بڑھتی ترتیب میں سجائیں چونکہ سبھی کے شمار کنندہ برابر ہیں۔ یعنی چھوٹے نسب نما والے اعداد بڑے ہوں گے اور بڑے نسب نما والے عدد چھوٹے ہوں گے۔

یعنی بڑھتی ترتیب میں $\frac{2}{1}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{2}{7}$ ، $\frac{2}{9}$ ، $\frac{2}{13}$ ہے۔

خود کر کے دیکھیے:

درج ذیل کسروں کو بڑھتی ترتیب اور گھٹتی ترتیب میں نظم کیجیے۔

(a) $\frac{1}{10}$ ، $\frac{1}{16}$ ، $\frac{1}{18}$ ، $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{7}$ ، $\frac{1}{50}$

(b) $\frac{5}{6}$ ، $\frac{5}{19}$ ، $\frac{5}{15}$ ، $\frac{5}{2}$ ، $\frac{5}{9}$ ، $\frac{5}{12}$

7.8 غیر مساوی شمار کنندہ اور نسب نما والے کسر

مان لیجیے ہم $\frac{3}{4}$ اور $\frac{2}{3}$ کا موازنہ کرنا چاہتے ہیں۔ ان دونوں کے شمار کنندہ اور نسب نما الگ الگ ہم مساوی نسب نما والے کسروں کا موازنہ کرنا جانتے ہیں۔

یعنی ان کے نسب نما کو مساوی کسروں کے اصول سے برابر کریں گے، یعنی۔

$\frac{2}{3}$ کا مساوی کسر $\frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} =$ ، .....

$\frac{3}{4}$ کا مساوی کسر $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} =$ ، .....

ظاہر ہے $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ اور $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

چونکہ مساوی نسب نما والے عدد میں بڑے شمار کنندہ والے عدد بڑے ہوں گے۔

یعنی $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ اس لئے $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ ہوں گے

دھیان دیجئے کہ مساوی کسروں کا مساوی نسب نما 12 ہیں جو 3×4 کے برابر ہے۔ یہ 3 اور 4 کا ایک ہم مشترک مضروب ہے۔

مثال: 2 $\frac{13}{15}$ اور $\frac{5}{6}$ کا موازنہ کیجئے۔

پہلے 6 اور 15 کے ہم آہنگ مشترک والے مساوی اعداد معلوم کریں گے۔

اب $\frac{26}{30} = \frac{13 \times 2}{15 \times 2} = \frac{13}{15}$ اور $\frac{25}{30} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{5}{6}$

چونکہ $\frac{5}{6} > \frac{13}{15}$ اس لئے $\frac{25}{30} > \frac{26}{30}$ ہے۔

غیر مساوی کسروں کے موازنہ میں ان کو مساوی کسر میں بدلا جاتا ہے۔ اسے کرنے کے لئے کسروں کے نسب نما کا ذو اضعاف اقل حاصل کرسکتے ہیں۔

ذو اضعاف اقل ہی کیوں؟ 6 اور 15 کا ضرب 90 ہے۔ ظاہر ہے 90 بھی 6 اور 15 کا مشترک مضروب ہے۔ ہم 90 کا بھی استعمال کرسکتے ہیں۔ لیکن 30 بھی 6 اور 15 کا مشترک مضروب ہے اور اس کے استعمال سے ہمارا کام سہل ہو جائےگا۔

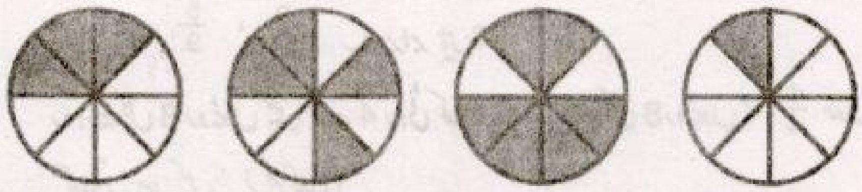
سوالنامہ 7.4

1. ان اعداد کو بڑھتی ترتیب میں لکھیے:

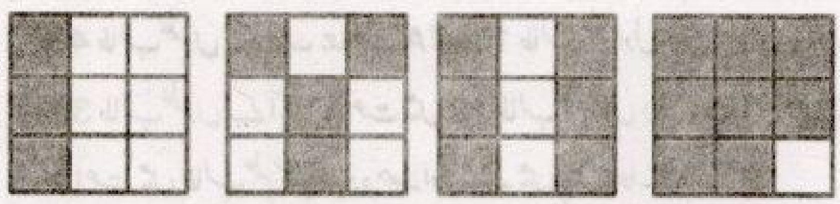
$\frac{1}{8}$ ، $\frac{4}{8}$ ، $\frac{6}{8}$ ، $\frac{3}{8}$

2. ہر ایک تصویر کے لئے کسر کو لکھیے۔ کسروں کے بیچ میں '<'، '='، '>' نشان کا استعمال کرتے ہوئے انہیں بڑھتی ترتیب اور گھٹتی ترتیب میں نظم کیجئے۔

(a)



(b)



3. ایک ہی عددی خط پر $\frac{8}{6}$ ، $\frac{4}{6}$ ، $\frac{2}{6}$ اور $\frac{6}{6}$ کو ظاہر کریں۔

4. دیئے ہوئے کسور کے بیچ میں صحیح نشان '>' یا '<' بھریئے۔

(a) $\frac{5}{6}$ □ $\frac{2}{6}$ (b) $\frac{3}{6}$ □ 0 (c) $\frac{1}{6}$ □ $\frac{6}{6}$ (d) $\frac{8}{6}$ □ $\frac{5}{6}$

(e) $\frac{3}{6}$ □ $\frac{5}{6}$ (f) $\frac{1}{7}$ □ $\frac{1}{4}$ (g) $\frac{4}{5}$ □ $\frac{5}{5}$ (h) $\frac{3}{5}$ □ $\frac{3}{7}$

5. مندرج ذیل کے جواب لکھئے اور بتایئے کہ آپ نے انہیں کیسے حل کیا ہے؟

(a) کیا $\frac{3}{30}$ ، $\frac{12}{15}$ کے برابر ہیں؟

(b) کیا $\frac{5}{9}$ ، $\frac{4}{5}$ کے برابر ہیں؟

(c) کیا $\frac{9}{15}$ ، $\frac{3}{5}$ کے برابر ہیں؟

(d) کیا $\frac{5}{9}$ ، $\frac{9}{16}$ کے برابر ہیں؟

6. روہت کل 8 روٹیوں میں سے 4 روٹی کھاتا ہے۔ روہنی کل 8 روٹیوں کا $\frac{1}{4}$ حصہ کھاتی ہے۔ کس نے کم کھایا؟

7. 40 طالب علموں کے ایک جماعت A میں 15 طالب علم اول درجہ میں پاس ہوئے اور 30 طالب علموں کے ایک جماعت میں 12 طالب علم اول درجہ سے پاس ہوئے۔ کس جماعت میں طالب علم کا یا زیادہ حصہ اول درجہ میں پاس ہوا؟

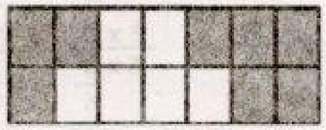
8. رمیش نے ایک گھنٹے کے $\frac{5}{6}$ حصہ تک پڑھا، جبکہ سرولیش نے ایک گھنٹے کے $\frac{11}{12}$ حصہ تک پڑھا۔ کس نے لمبے وقت تک پڑھائی کی؟

7.9. کسر کی عملیات

7.9.1 کسروں کا جوڑ

کیا دو یا زیادہ کسر اعداد کو جوڑا جاسکتا ہے؟ اگر ہاں، تو کیسے؟ ہم مساوی نسب نماں کسروں کو زبانی طور پر بھی جوڑ سکتے ہیں۔ اگر کسروں کے نسب نما برابر نہیں ہیں، تو ہمیں پہلے ان کو مساوی نسب والے

کسروں میں بدلنا ہوگا۔ ہمیں جوڑنا ہے، $\frac{3}{14}$ اور $\frac{5}{14}$ کو ہم مساوی کسروں کے جوڑ سے شروع کرتے ہیں۔ ایک 2 x 7 کی گریڈ شیٹ (grid sheet) ۔ اس شیٹ کی ہر ایک صف میں 7 خانے ہیں اور ہر ایک کالم میں 2 خانے ہیں۔ اس میں کل 14 خانے ہیں۔ ان میں سے 5 خانوں میں ہرا رنگ بھرئے۔ ہرا حلقہ ایک مکمل کا $\frac{5}{14}$ کسر ہے۔ اب شیٹ کے 3 خانوں میں لال رنگ بھرئے۔ لال حلقہ ایک مکمل کا $\frac{3}{14}$ کسر ہے اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ



$\frac{5}{14}+\frac{3}{14}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$

دو یا دو سے زیادہ مساوی نسب نما والے کسروں کا جوڑ = $\dfrac{\text{شمار کنندہ کا جوڑ}}{\text{مساوی نسب نما}}$

1. آپ کی ماں صبح $1\frac{1}{2}$ لیٹر دودھ اور شام کو $\frac{1}{2}$ لیٹر دودھ لیتی ہے وہ ایک دن میں کتنا دودھ لیتی ہے۔
2. برجیش اپنی پینٹنگ کو رنگ رہا تھا۔ اس نے صبح $\frac{1}{4}$ حصہ کو رنگا، دوپہر کو $\frac{1}{4}$ حصہ رنگا تو اس نے ابھی تک کل کتنے حصہ کو رنگا؟
3. میری ماں نے ایک نارنگی کو چار برابر حصوں میں بانٹا۔ اس نے مجھے دو حصہ اور میرے بھائی کو ایک حصہ دیا۔ انہوں نے ہم دونوں کو کل کتنا حصہ دیا؟
4. $\frac{1}{5}$ اور $\frac{2}{5}$ کو جوڑیں

7.9.2 غیر مساوی نما والے کسروں کا جوڑ

ہم جانتے ہیں کہ جن کسروں کے نسب نما مساوی نہیں ہیں، انہیں ہم بغیر ان کی شکل بدلے جوڑ نہیں سکتے ۔ ہم پہلے ان کسروں کے نسب نما کو مساوی کرتے ہیں۔ یا مساوی نسب نما والے کسروں میں بدلتے ہیں۔ پھر پہلے کی طرح آگے جوڑتے ہیں۔ جیسے: $\frac{1}{3} + \frac{3}{5}$

(ہم مساوی نسب نما کرنے کے لئے ذو اضعاف اقل لیتے ہیں، یہاں یہاں 3 اور 5 کا ذو اضعاف اقل 15 ہیں۔)

مساوی نسب کرنے پر $\frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3}$ اور $\frac{5}{15} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5}$

یعنی جوڑ = $\frac{5}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$

اسی طرح $\frac{5}{6}$ اور $\frac{3}{4}$ کو جوڑ کرنے کے لئے ہم مساوی نسب نما والے یعنی جوڑ کسر بنانے کی ضرورت ہے۔

چونکہ یہاں نسب نما 4 اور 6 کا ذو اضعاف اقل 12 ہے

یعنی $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{21}$

خود سے کر کے دیکھئے:

(a) $\frac{4}{7}$ اور $\frac{1}{5}$ کو جوڑیئے۔

(b) $\frac{3}{7}$ اور $\frac{2}{5}$ کو ڑیئے۔

7.9.3 مساوی کسروں کو گھٹانا

ریشما کے پاس ایک روٹی کا $\frac{5}{6}$ حصہ تھا۔ اس نے روٹی کا $\frac{2}{6}$ حصہ اپنے چھوٹے بھائی کو دیا۔

اس کے پاس کتنی روٹی بچی؟

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{5} = \frac{5-2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

اس طرح دو مساوی کسروں کو فرق پتا کرنے کیلیے؟

<u>چھوٹا شمار کنندہ - بڑا شمار کنندہ</u>

مشترک نسب نما

خود کرکے دیکھئے:

1. $\frac{3}{8}$ اور $\frac{5}{8}$ کا فرق معلوم کیجئے

2. میری ماں نے ایک تربوزہ کو 12 برابر حصوں میں تقسیم کیا۔ میں نے اس کے 5 ٹکڑے کھالئے۔ میرے دوست نے چار ٹکڑے کھائے۔ ہم نے ملکر کل کتنے تربوزے کھائے؟ میں نے اپنے دوست سے کتنا زیادہ تربوزہ کھایا؟ کتنے تربوز باقی رہ گیا۔؟

3. اس طرح پانچ سوال بتایئے اور اپنے دوستوں کے ساتھ حل کیجئے۔

7.9.4 غیر مساوی نسب نما والے کسروں کو گھٹانا

غور کریں $\frac{1}{5}$ میں کیا جوڑنے پر $\frac{1}{2}$ حاصل ہوگا؟ یہاں باقی عدد حاصل کرنے کیلیے $\frac{1}{2}$ میں سے $\frac{1}{5}$ کو گھٹانا ہوگا۔

چونکہ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{5}$ غیر یکساں کسر ہے۔ اس لئے گھٹانے کے لئے پہلے ہم انہیں مساوی نسب نما والے کسروں میں بدلتے ہیں۔

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \text{ اور } \frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}$$

چونکہ 2 اور 5 کا اضعاف اقل 10 ہے۔

یعنی $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$

خود کر کے دیکھئے۔

(a) $\frac{2}{5}$ میں سے $\frac{5}{7}$ کو گھٹایئے

(b) $\frac{3}{4}$ میں سے $\frac{5}{6}$ کو گھٹایئے

7.9.5 مخلوط کسور کا جوڑ اور گھٹاؤ۔

مخلوط کسروں کو یا تو ایک مکمل حصہ اور ایک خاص کسر کے جوڑ کی شکل میں ۔
جیسے $2\frac{4}{5}$ یا ایک عام کی شکل میں (جیسے $\frac{14}{5}$ لکھا جاتا ہے

دو طریقوں سے مخلوط کسروں کو جوڑا (یا گھٹایا) جاتا ہے۔

(1) اس میں مکمل حصوں اور دیگر کسری حصوں کے عملیات الگ الگ کرتے ہیں۔

(2) اس میں مخلوط کسروں کو عام کسروں میں بدل کر سیدھے جوڑا (یا گھٹایا) جاتا ہے۔

مثال 1:

$5\frac{4}{5}$ اور $2\frac{3}{4}$ کو جوڑیں۔

حل: $2\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5} = 2 + \frac{3}{4} + 5 + \frac{4}{5} = 7 + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

اب $\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=\frac{15+16}{20}=\frac{31}{20}$ (چونکہ 4 اور 5 کا ذو اضعاف اقل 20 ہے)

$1\frac{11}{20} = 1+\frac{11}{2}$

اس طرح $7+1+\frac{11}{20} = 8\frac{11}{20}$

اس طرح $2\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5} = 8\frac{11}{20}$

مثال 2: $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$ معلوم کیجئے

حل: یہاں $(4 > 2)$ $(4-2)+(\frac{2}{5}-\frac{1}{5})$ $4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}$ = حل

$=2+\frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$

مثال 3: $2\frac{5}{6}$ - $8\frac{1}{4}$ معلوم کیجئے۔

حل یہاں $8 > 2$ لیکن $\frac{1}{4} < \frac{5}{6}$

اس سوال کو عام کسر بنا کر حل کر سکتے ہیں

$8\frac{1}{4} = \frac{33}{4}$ اور $2\frac{5}{6} = \frac{17}{6}$

$$\text{اب} \quad \frac{33}{4} - \frac{17}{6} = \frac{33 \times 3}{4 \times 3} - \frac{17 \times 2}{6 \times 2} = \frac{99}{12} - \frac{34}{12}$$

$$= \frac{99 - 34}{12} = \frac{65}{12} = 5\frac{5}{12}$$

سوالات 7.5

1. حل کریں۔

(a) $\frac{1}{8} + \frac{1}{18}$ (b) $1 - \frac{2}{3}$ $(1 = \frac{3}{3})$ (c) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$

(d) $3 - \frac{12}{5}$ (e) $\frac{3}{3} + \frac{1}{7}$ (f) $\frac{4}{3} + \frac{1}{2}$

(g) $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ (h) $8\frac{1}{4} - 2\frac{25}{6}$ (i) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

(j) $1\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3}$ (k) $4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$ (l) $\frac{16}{5} - \frac{7}{5}$

2. لیلا نے $\frac{3}{8}$ میٹر ربر کا فیتہ خریدا اور سیما نے $\frac{4}{5}$ میٹر ربڑ کا فیتہ خریدا۔ دونوں نے کل کتنا فیتہ خریدا۔

3. خالی جگہوں کو بھریئے

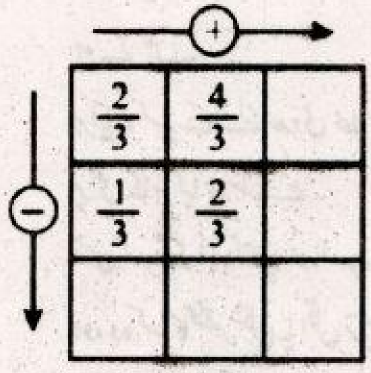
(a) $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$ (b) $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

(c) $\square \quad \frac{3}{6} = \frac{3}{6}$ (d) $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

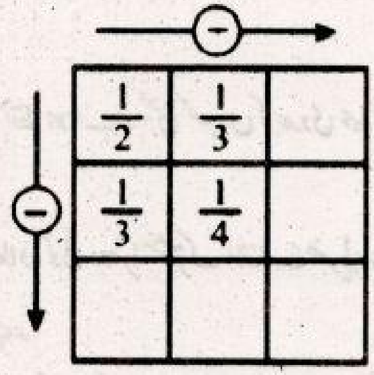
(e) $\square - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$ (f) $\frac{1}{2} - \square = \frac{1}{6}$

4. کو پورا کیجئے

(a)



(b)



5. $\frac{7}{8}$ میٹر تار کے دو ٹکڑے ہو جاتے ہیں۔ اس میں سے ایک ٹکڑا $\frac{2}{4}$ میٹر ہے۔ دوسرے ٹکڑے کی لمبائی کیا ہے؟

6. ریشمی کا گھر اس کے اسکول سے $\frac{9}{10}$ کیلو میٹر دور ہے۔ وہ کچھ دور بیدل چلتی ہے اور پھر $\frac{1}{2}$ کیلومیٹر کی دوری بس کے ذریعے طے کر کے اسکول پہنچتی ہے۔ وہ کتنی دوری پیدل چلتی ہے؟

7. کرینہ اسکول کے میدان کا چکر $3\frac{1}{5}$ منٹ میں لگاتی ہے اور کملیش اسی میدان کا چکر لگانے میں $\frac{12}{5}$ منٹ کا وقت لیتا ہے۔ کون کم وقت لیتا ہے اور کتنا ؟

ہم نے سیکھا؟

1. کسر ایک عدد ہے جس میں مکمل کا حصہ بھی شامل ہے ان اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ مکمل ایک اکیلی چیز بھی ہوسکتی ہے اور چیزوں کا مجموعہ بھی۔

2. کسر $\frac{7}{5}$ میں 7 شمار کنندہ اور 9 نسب نما کا نسب کہلاتا ہے۔ کسر کے سبھی حصے برابر ہوتے ہیں۔

3. ہرایک کسر کے لئے عددی خط پرایک طئے شدہ نقطہ ہوتا ہے۔ یعنی کسروں کو عددی خط پر بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

4. جس کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما میں 1 کے علاوہ کوئی دوسرا مشترک اجزائے ضربی نہ ہو، وہ کسر کا مختصر شکل یا اقل ترین شکل کہلاتا ہے۔

5. دو کسر مساوی کسر کہلاتے ہیں ۔اگر وہ مقدار مسافت کو ظاہر کرتے ہیں۔ ایک دیئے ہوئے کسر کا مساوی کسر نکالنے کیلئے ہم کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو مساوی غیر صفر (Non-zero) عدد سے ضرب یا تقسیم کرتے ہیں۔

6. کسر خاص میں شمار کنندہ ،نسب نما سے چھوٹا ہوتا ہے۔ جبکہ عام کسر میں شمار کنندہ ہمیشہ نسب نما سے بڑا ہوتا ہے۔

7. مساوی نسب نما بنانے کیلئے نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل نکالنے سے سہولت ہوتی ہے۔

———— X ————