

1. સમીકરણના મુખ્ય અને વ્યાપક ઉકેલ શોધો : $\tan x = \sqrt{3}$

➡ આપણે જાણીએ છીએ કે, $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ તથા

$$\tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{4\pi}{3} = \sqrt{3}.$$

($\therefore$ પ્રથમ તથા તૃતીય ચરણમાં $\tan$ ધન છે.)

$$\therefore \tan x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \text{ તથા } \tan x = \sqrt{3} = \tan \frac{4\pi}{3}$$

$\therefore$ સમીકરણનો મુખ્ય ઉકેલ $\frac{\pi}{3}$ અને $\frac{4\pi}{3}$ છે. તથા વ્યાપક ઉકેલ $n\pi + \frac{\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$ છે.

2. સમીકરણના મુખ્ય અને વ્યાપક ઉકેલ શોધો : $\sec x = 2$

➡ $\sec x = 2 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$

પરંતુ $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ તથા $\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$

($\therefore$ પ્રથમ તથા ચતુર્થ ચરણમાં $\cos$ ધન છે.)

$$\therefore \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \text{ તથા } \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{5\pi}{3}$$

$\therefore$ સમીકરણનો મુખ્ય ઉકેલ $\frac{\pi}{3}$ અને $\frac{5\pi}{3}$ છે.

તથા વ્યાપક ઉકેલ $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$ છે.

3. સમીકરણના મુખ્ય અને વ્યાપક ઉકેલ શોધો : $\cot x = -\sqrt{3}$

➡ $\cot x = -\sqrt{3} \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan$ વિષેય દ્વિતીય તથા ચતુર્થ ચરણમાં ઋણ છે. તથા

$$\tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan x = \tan \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ તથા }$$

$$\tan x = \tan \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\therefore$ સમીકરણનાં મુખ્ય ઉકેલ $\frac{5\pi}{6}$ તથા $\frac{11\pi}{6}$ છે.

તથા વ્યાપક ઉકેલ $n\pi + \frac{5\pi}{6}$, $n \in \mathbb{Z}$ છે.

4. સમીકરણના મુખ્ય અને વ્યાપક ઉકેલ શોધો : $\operatorname{cosec} x = -2$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec} x = -2 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$

sin વિધેય તૃતીય તથા ચતુર્થ ચરણમાં ઋણ છે. તથા

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2} \text{ તથા}$$

$$\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin x = \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2} \text{ તથા}$$

$$\sin x = \sin \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{સમીકરણની મુખ્ય ઉકેલ } \frac{7\pi}{6} \text{ તથા } \frac{11\pi}{6} \text{ છે.}$$

$$\text{તથા વ્યાપક ઉકેલ } n\pi + (-1)^n \frac{7\pi}{6}, n \in Z \text{ છે.}$$

$$5. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } 2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$\text{જવાબ } n\pi + (-1)^n \left(-\frac{\pi}{6}\right), n \in Z$$

$$6. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \cos 3\theta = -\frac{1}{2}$$

$$\text{જવાબ } \frac{2n\pi}{3} \pm \frac{2\pi}{9}, n \in Z$$

$$7. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \sec \theta = \sqrt{2}$$

$$\text{જવાબ } 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}, n \in Z$$

$$8. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \cos \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{જવાબ } 2n\pi \pm \frac{5\pi}{6}, n \in Z$$

$$9. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{જવાબ } n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}, n \in Z$$

$$10. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \cos \theta = -1$$

$$\text{જવાબ } (2n + 1)\pi, n \in Z$$

$$11. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \sin 5\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{જવાબ } \frac{n\pi}{5} + (-1)^n \frac{\pi}{20}, n \in Z$$

$$12. \text{ સમીકરણનાં વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \sin \frac{3\theta}{2} = 0$$

$$\text{જવાબ } \frac{2n\pi}{3}, n \in Z$$

$$13. \text{ સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલ શોધો : } \cos 4x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \cos 4x = \cos 2x$$

$$\therefore \cos 4x - \cos 2x = 0$$

$$\therefore -2 \sin\left(\frac{4x + 2x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{4x - 2x}{2}\right) = 0$$

$$\therefore \sin 3x \cdot \sin x = 0$$

$$\therefore \sin 3x = 0 \text{ અથવા } \sin x = 0$$

$$\therefore 3x = n\pi \text{ અથવા } x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{n\pi}{3}$$

$\therefore$ આપેલ સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ :

$$x = \frac{n\pi}{3} \text{ અથવા } x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$14. \text{ સમીકરણોનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \tan^2 \theta + (1 - \sqrt{3}) \tan \theta - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{જવાબ } \theta = n\pi + \frac{\pi}{3} \text{ અથવા } \theta = n\pi - \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$15. \text{ સમીકરણોનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \tan \theta + \tan 2\theta + \tan \theta \cdot \tan 2\theta = 1$$

$$\text{જવાબ } \theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}$$

$$16. \text{ સમીકરણોનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } 2 \sin^2 x + \sqrt{3} \cos x + 1 = 0$$

$$\text{જવાબ } x = 2n\pi \pm \frac{5\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$$

$$17. \text{ સમીકરણોનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : } \sin \theta = \tan \theta$$

$$\text{જવાબ } \theta = m\pi, m \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } \theta = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$18. \text{ સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલ શોધો : } \cos 3x + \cos x - \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 3x + \cos x - \cos 2x = 0$$

$$\therefore 2\cos\left(\frac{3x+x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3x-x}{2}\right) - \cos 2x = 0$$

$$\therefore 2\cos 2x \cdot \cos x - \cos 2x = 0$$

$$\therefore \cos 2x (2\cos x - 1) = 0$$

$$\therefore \cos 2x = 0 \text{ અથવા } 2\cos x - 1 = 0$$

$$\therefore 2x = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$\therefore$ આપેલ સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ :

$$x = (2n+1)\frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \text{ છે.}$$

$$19. \text{ સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલ શોધો : } \sin 2x + \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x + \cos x = 0$$

$$\therefore 2 \sin x \cos x + \cos x = 0$$

$$\therefore \cos x (2\sin x + 1) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \text{ અથવા } 2\sin x + 1 = 0$$

$$\therefore x = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\therefore \sin x = \sin \frac{7\pi}{6}$$

$$\therefore x = n\pi + (-1)^n \frac{7\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \text{આપેલ સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ : } x = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } x = n\pi + (-1)^n \frac{7\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$$

20. સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલ શોધો : $\sec^2 2x = 1 - \tan 2x$

$$\Rightarrow \sec^2 2x = 1 - \tan 2x$$

$$\therefore 1 + \tan^2 2x = 1 - \tan 2x$$

$$\therefore \tan^2 2x + \tan 2x = 0$$

$$\therefore \tan 2x [\tan 2x + 1] = 0$$

$$\therefore \tan 2x = 0 \text{ અથવા } \tan 2x + 1 = 0$$

$$\therefore 2x = n\pi, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } \tan 2x = -1 = \tan \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore x = \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } 2x = n\pi + \frac{3\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{n\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}, n \in \mathbb{Z}$$

$\therefore$ આપેલ સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ :

$$x = \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } x = \frac{n\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}, n \in \mathbb{Z} \text{ છે.}$$

21. સમીકરણના વ્યાપક ઉકેલ શોધો : $\sin x + \sin 3x + \sin 5x = 0$

$$\Rightarrow \sin x + \sin (3x) + \sin (5x) = 0$$

$$\therefore [\sin (5x) + \sin x] + \sin (3x) = 0$$

$$\therefore 2\sin\left(\frac{5x+x}{2}\right)\cos\left(\frac{5x-x}{2}\right) + \sin(3x) = 0$$

$$\therefore 2\sin(3x)\cos 2x + \sin(3x) = 0$$

$$\therefore \sin(3x)[2\cos 2x + 1] = 0$$

$$\therefore \sin(3x) = 0 \text{ અથવા } 2\cos 2x + 1 = 0$$

$$\therefore 3x = n\pi, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\therefore x = \frac{n\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } 2x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$\therefore$ આપેલ સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ :

$$x = \frac{n\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \text{ અથવા } x = n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \text{ છે.}$$

22. સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : $4 \sin x \cos x + 2 \sin x + 2 \cos x + 1 = 0$

$$\text{જવાબ } x = n\pi + (-1)^n - \frac{\pi}{6} \text{ અથવા } x = 2\pi\left(n \pm \frac{1}{3}\right), n \in \mathbb{Z}$$

23. સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : $\sin 3\alpha = 4 \sin \alpha \sin(x + \alpha) \sin(x - \alpha)$

$$\text{જવાબ } x = n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

24. સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : $\tan \theta + \tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = 3$

$$\text{જવાબ } \theta = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{12}, n \in \mathbb{Z}$$

25. સમીકરણનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : $4 \sin x \sin 2x \sin 4x = \sin 3x$

જવાબ $x = n\pi$ અથવા $x = \frac{n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}, n \in Z$

26. સમીકરણોનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : $\sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 6\theta = 0$

જવાબ $\theta = \frac{n\pi}{4}$ અથવા $\theta = n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n \in Z$

27. સમીકરણોનો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો : $2\cos^2 \theta + 3\sin \theta = 0$

જવાબ $\theta = n\pi + (-1)^n \left(-\frac{\pi}{6}\right), n \in Z$