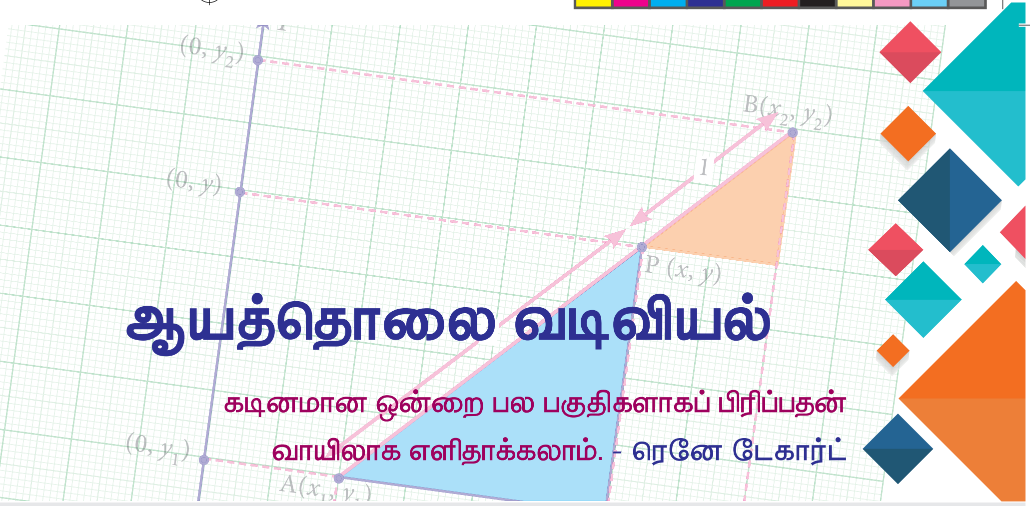
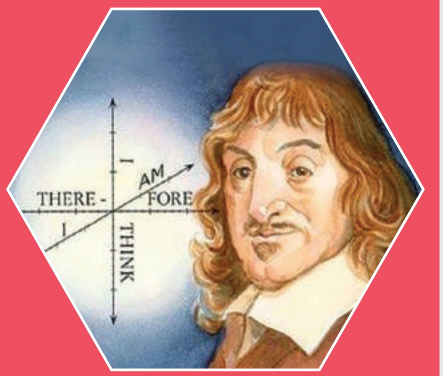
5



ஆயத்தொலை வடிவியல்

கடினமான ஒன்றை பல பகுதிகளாகப் பிரிப்பதன் வாயிலாக எளிதாக்கலாம். - ரெனே டேகார்ட்



ரெனே டேகார்ட்

(கி.பி. (பொ.ஆ.) 1596-1650)

பிரான்ஸ் நாட்டுக் கணித அறிஞர் ரெனே டேகார்ட் (Rene Descartes) ஆயத்தொலை வடிவியல் அல்லது பகுமுறை வடிவியல் என்ற புதிய பிரிவைக் கணிதத்தில் உருவாக்கினார். அது கடந்த காலங்களில் எண்கணிதம், இயற்கணிதம் மற்றும் வடிவியல் ஆகியவற்றை ஒருங்கிணைத்து, வரைபடத்தில் புள்ளிகளாகவும், சமன்பாடுகளாகவும் வடிவியல் உருவங்களாகவும் காட்சிப்படுத்தும் ஓர் உத்தியாகும். தளத்தில் ஒரு புள்ளியின் ஆய அச்சுத் தொலைவுகளையும், இரு எண்களையும் பயன்படுத்தி ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு கோடுகளில் இருந்து அது எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது என்பதன் மூலம் குறிக்கலாம். இது முழுவதும் ரெனே டேகார்ட்டின் கண்டுபிடிப்பாகும்.

CT76MX

கற்றல் விளைவுகள்

- கார்ட்டீசியன் ஆயத்தொலை முறையைப் புரிந்து கொள்ளுதல்
- ஒரு புள்ளியின் கிடை அச்சுத் தொலைவு, செங்குத்து அச்சுத் தொலைவு மற்றும் கொடுக்கப் பட்ட புள்ளியின் அச்சுத்தூரங்கள் ஆகியவற்றை அறிந்து கொள்ளுதல்.
- கார்ட்டீசியன் தளத்தில் அமையும் இரு புள்ளிகளின் தொலைவை வாய்ப்பாட்டின் மூலம் கண்டறிதல்.
- நடுப்புள்ளிக்கான சூத்திரத்தைப் புரிந்து கொள்ளுதல் மற்றும் கணக்குகளைத் தீர்ப்பதில் பயன்படுத்துதல்.
- பிரிவு சூத்திரத்தைத் தருவித்தல் மற்றும் கணக்குகளைத் தீர்ப்பதில் பயன்படுத்துதல்.
- நடுக்கோட்டு மையத்திற்கான சூத்திரத்தைப் புரிந்துகொள்ளுதல் மேலும் அதன் பயன்பாட்டை அறிதல்.

5.1 தளத்தினை வரைபடமாகக் குறித்தல் (Mapping the Plane)

நீங்கள் ஏதேனும் ஒரு முகவரியை எப்படி எழுதுவீர்கள்? எடுத்துக்காட்டாக,

சரக்கல்விளை தொடக்கப்பள்ளி,
135, சரக்கல்விளை வீட்டுவசதி வாரிய சாலை,
கீழ்சரக்கல்விளை, நாகர்கோவில் – 629 002,
கன்னியாகுமரி மாவட்டம்,
தமிழ்நாடு, இந்தியா.

படம் 5.1

இந்த உலகில் எவரும், எங்கிருந்தும், தான் படித்த பள்ளியை அடையாளப்படுத்த இந்தத் தகவல் போதுமானது. இந்தப் பூமியில் கோடானகோடிக் கட்டடங்கள் உள்ளன எனக் கருதுக. இருப்பினும், ஒரு குறிப்பிட்ட மனிதர் பயின்ற பள்ளியை எவ்வளவு உள்ளடங்கிய பகுதியில் இருந்தாலும் அதை அடையாளம் காண முகவரி தகவல்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

இது எப்படிச் சாத்தியமாகிறது? ஒரு குறிப்பிட்ட முகவரியை அடையாளம் காணும் முறையைக் காண்போம். இந்த உலகம் நாடுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு இருக்கிறது என்பதை நாம் அறிவோம். அதில் இந்தியாவும் ஒன்று. மேலும், இந்தியா மாநிலங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு இருக்கிறது. இந்த மாநிலங்களில் நம் தமிழ்நாட்டை அடையாளம் காண இயலும்.

மேலும், தொடர்ந்து நோக்கும்போது, நம் மாநிலம் மாவட்டங்களாகவும், மாவட்டங்கள் வட்டங்களாகவும், வட்டங்கள் கிராமங்களாகவும் தொடர்ந்து கொண்டே சென்றால், மேலும் இதே வழியில், அந்த வட்டத்தில் உள்ள ஏராளமான கிராமங்களில் சரக்கல்விளை கிராமத்தை ஒருவர் அடையாளம் காண இயலும். இப்படியாக அக்கிராமத்தில் உள்ள ஏராளமான சாலைகளில் நாம் ஆர்வமாகத் தேடும் வீட்டுவசதிவாரியச் சாலையும் ஒன்று. நாம் அத்தெருவில் உள்ள கட்டடங்களில் 135 என்ற கதவிலக்கம் கொண்ட அரசுத் தொடக்கப்பள்ளிக் கட்டடத்தைக் கண்டறிந்து, நமது ஆராய்ச்சியை முடிவிற்குக் கொண்டுவரலாம்.

படம் 5.2

அமெரிக்காவின், நியூயார்க் மாநகரின் ஒரு பகுதி மன்ஹட்டன். வரைபடத்தில் இந்நகரின் நிழற்சாலைகள் (Avenue) வடக்குத் தெற்காகவும், தெருக்கள் கிழக்கு மேற்காகவும் அமைந்துள்ளன என்பதைக் காண்பிக்கிறது. நீங்கள் தேடும் பகுதி 9ஆவது மற்றும் 10ஆவது நிழற்சாலைகளுக்கு இடையே 57ஆவது தெருவில் இருக்கிறது எனில், அப்பகுதியை வரைபடத்தில் இருந்து உடனடியாகக் கண்டறியலாம். இதேபோல் 34 மற்றும் 35ஆவது சாலைகளுக்கு இடையில் 2ஆவது நிழற்சாலை அமைந்துள்ள இடத்தைக் கண்டறியலாம். மேலும், நியூயார்க்வாசிகள் இதை இன்னும் எளிதாக்குகிறார்கள். ஒரு தெருவில் உள்ள கதவிலக்கத்தைக் கொண்டு அவை எந்த இரு நிழற்சாலைகளுக்கு இடையே அமைகின்றன என்பதையும், ஒரு நிழற்சாலையில் உள்ள கதவிலக்கத்தைக் கொண்டு அது எந்த இரு தெருக்களுக்கு இடையே அமைகிறது எனவும் துல்லியமாகக் கண்டறியலாம்.

5 Cordinate TM.indd 198 12/12/2019 3:36:15 PM

எல்லா வரைபடங்களும் பாதைகளையும் அதில் ஓர் இடத்தையும் குறிப்பிட, அதன் அருகில் உள்ளவை, தொலைவில் உள்ளவை, அது எவ்வளவு தொலைவில் அமைந்துள்ளது, அவற்றிற்கு இடையே அமைந்துள்ளவை போன்ற எல்லாத் தகவல்களையும் கொண்டு அந்த இடத்தை அடையாளம் காண உதவுகின்றன. நாம் அட்சரேகை (மன்ஹட்டன் தெருக்களைப் போன்று கிழக்கு மேற்காக) மற்றும் தீர்க்க ரேகை (மன்ஹட்டன் நிழற்சாலைகளைப் போன்று வடக்குத் தெற்காக) களைக் கொண்டு பூமியிலுள்ள இடங்களைத் துல்லியமாகக் குறிப்பிட இயலும். வரைபடத்தில் எண்களின் பயன்பாடு எவ்வாறு பயன் உள்ளதாய் இருக்கிறது என்பது ஆர்வமூட்டக்கூடியது.

எண்களைக் கொண்டு வரைபடத்தில் இடங்களைக் குறிப்பிடுவது என்ற கருத்து வடிவியல் மூலம் கிடைக்கிறது. தளங்கள், கன உருவங்கள் மற்றும் எல்லா வகையான வடிவங்கள் போன்றவற்றை வரைபடத்தைக் கொண்டு உருவாக்கக் கணித அறிஞர்கள் விரும்பினார்கள். அவர்கள் அவ்வாறான வரைபடத்தை ஏன் விரும்பினார்கள்? ஒரு வடிவியல் உருவத்தில் ஒரு செயலை நிகழ்த்தும்போது, ஒரு புள்ளியானது உட்புறத்தில் அல்லது வெளிப்புறத்தில் அல்லது விளிம்பில் அமைந்துள்ளதா என உற்று நோக்குகிறோம். ஒரு தள உருவத்தின் விளிம்பில் உள்ள இரு புள்ளிகளும், அதற்கு வெளியே உள்ள ஒரு புள்ளியும் தரப்படுமானால், விளிம்பின் மேல் உள்ள இரு புள்ளிகளில் எது வெளியே அமையும் புள்ளிக்கு மிக அருகில் உள்ளது, அது எவ்வளவு நெருக்கமாக உள்ளது என்பதை ஆராய்வோம். கனச்சதுரம் போன்ற கன உருவங்களில் இதுபோன்ற சிக்கலான கேள்விகளைக் கற்பனை செய்யலாம்.

கணித அறிஞர்கள் பலரும், வட்டங்கள், பலகோணங்கள் மற்றும் கோளங்கள் பற்றிய தங்களின் புரிதலுக்கு இப்படிக் கேள்விகள் எழுப்பி அதன் மூலம் தீர்வு கண்டார்கள். அன்றாட வாழ்க்கையிலும் கணித உத்திகள் மற்றும் நுணுக்கமான கணித வழிமுறைகள் பயன்பட்டன. 17ஆம் நூற்றாண்டில் கணித விதியில் ஆயத்தொலைவு முறை தோன்றியிராவிடில், 18ஆம் நூற்றாண்டில் அட்சரேகை மற்றும் தீர்க்கரேகை போன்றவற்றைக் கொண்டு உலக வரைபடத்தில் குறிப்பது நடைபெற்று இருக்காது.

நீங்கள் முன்பே மெய்யெண் தொகுப்பின் வரைபடத்தை எண்கோட்டில் அறிந்துள்ளீர்கள். இது இரு திசையிலும் முடிவில்லாமல் நீள்கிறது. எண்கோட்டில் எவையேனும் இரு புள்ளிகளுக்கிடையே முடிவில்லாத புள்ளிகள் அமைந்துள்ளன. நாம் இப்பொழுது ஒரு தளத்தின் வரைபடத்தை வரைந்து, அத்தளத்தில் உள்ள புள்ளிகளையும், புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவு போன்றவற்றையும் விவாதிக்க இருக்கிறோம். மேலும், நாம் இதுவரை சுருக்கமாக விவாதித்த அனைத்து வடிவியல் வடிவங்களையும் வரைய இருக்கிறோம்.

எண்கணிதம் நம்மை எண்களின் உலகத்திற்கும் மற்றும் அதன் செயல்களின் உலகத்திற்கும் அறிமுகப்படுத்தியது, இயற்கணிதம் நமக்குத் தெரியாத ஒன்றின் மதிப்பையும் மற்றும் அவற்றைச் சமன்பாட்டில் பயன்படுத்திக் கண்டுபிடிக்கவும் கற்றுத் தந்தது. வடிவியல் நமக்கு வடிவங்களை அதன் பண்பின் அடிப்படையில் விளக்கக் கற்றுத் தந்தது. ஆயத்தொலை வடிவியலானது எண்களின் பயன் மற்றும் இயற்கணிதச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு வடிவியலைப் படிப்பதற்குப் பல உத்திகளை ஓர் இடத்தில் அழகிய முறையில் ஒருங்கிணைத்துக் காட்சிப்படுத்திக் கற்றுத்தர இருக்கிறது. இது ஆர்வமூட்டும் செயல்பாடாகும்.

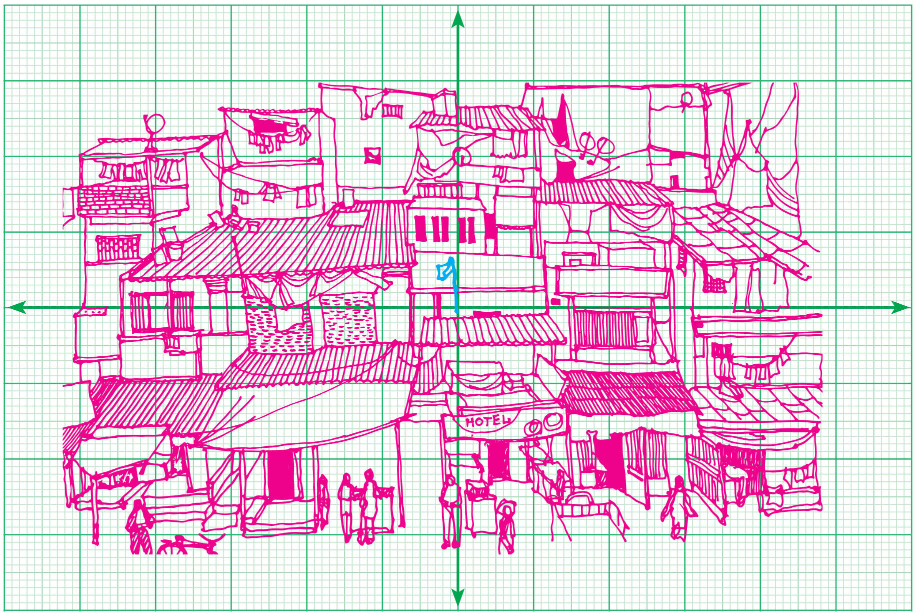
5 Cordinate TM.indd 199 12/12/2019 3:36:15 PM

5.2 ஆயத் தொலைவைக் கண்டறிதல் (Devising a Coordinate System)

நீ உன் நண்பனிடம் 5செ.மீ × 3செ.மீ அளவுள்ள செவ்வகத்தை வெற்றுத் தாளில் வரையச் சொல்லவும். அந்த அளவுகளுக்கு அவனால் செவ்வகம் வரைய முடியும், ஆனால் எங்கே வரைய வேண்டும் என அவன் கேட்டால், நீ எப்படிப் பதில் சொல்வாய்? இப்பொழுது படத்தைப் பார். நீ இதை மற்றொருவருக்கு எப்படி விளக்குவாய்?

படம் 5.3

மேற்கூறிய படத்தை(படம் 5.3) ஆய்வு செய்வோம். இதில் சாதாரணமாகக் குறிப்பிட்ட வீட்டை அடையாளப்படுத்துதல் என்பது மிகக் கடினமான பணியாகும். ஏதேனும் ஓர் இடத்தையோ அல்லது ஒரு பொருளையோ அடையாளத்திற்காக நிறுவும்பொழுது நமக்கு மற்றோர் இடத்தையோ அல்லது பொருளையோ அடையாளப்படுத்துதல் எளிதாகும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு கொடியைப் பொருத்திவிட்டு அந்தக் கொடிக்கு இடது புறமாக உள்ள வீட்டைப் பற்றியோ, அவ்வீட்டிற்குக் கீழே அமைந்துள்ள உணவகத்தைப் பற்றியோ, அதற்கு வலப்புறமாக அமைந்துள்ள அலை ஏற்பியைப் (Antenna) பற்றியோ பேசலாம்.



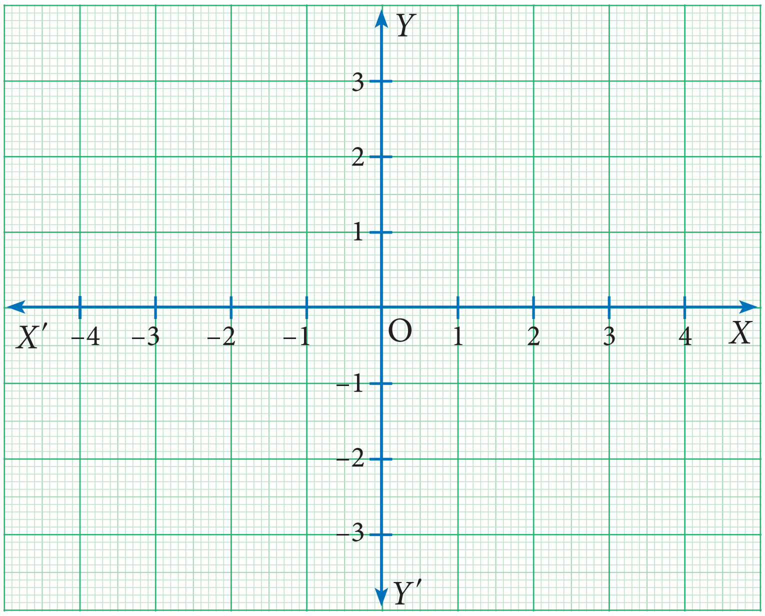
படம் 5.4

படம் 5.4 இல் உள்ளதுபோல், இரு செங்குத்துக்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியைக் கொடிக்கு அருகில் அமையுமாறு வரைக. இப்பொழுது நீ உன் நண்பனிடம் கொடிக்கம்பத்தை ஆரம்ப இடக்குறியீடாகக் கொண்டு படத்தின் மொத்த நீள அகலத்தை 2 செ.மீ. வலப்புறம், 3 செ.மீ. மேற்புறம், மேலும், உனக்குத் திசை தெரிந்தால் 2 செ.மீ. கிழக்கே, 3 செ.மீ. வடக்கே எனவும் கூறலாம்.

பொதுவாக இது போலவே எண்கோடு என்பது பூச்சியத்திற்கு வலப்புறமாக மிகை எண்களையும், பூச்சியத்திற்கு இடப்புறமாகக் குறை எண்களையும் கொண்ட கிடைக்கோட்டில் குறிப்பதாகும். நாம் இப்பொழுது மற்றோர் எண்கோட்டு நகலைச் செங்குத்தாகக் கருதுவோம். ஆனால் பூச்சியத்திற்கு மேல்புறம் மிகை எண்களையும் கீழ்ப்புறம் குறை எண்களையும் குறிப்போம். (படம் 5.5).

5 Cordinate TM.indd 200 12/12/2019 3:36:16 PM

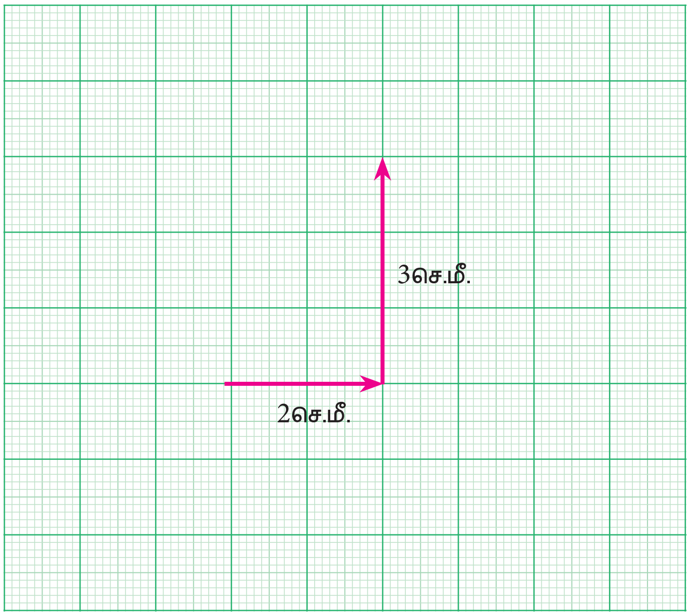
இரு எண்கோடுகளும் எங்கே சந்திக்கின்றன? இரு கோடுகளும் பூச்சியத்திலேயே சந்திக்கின்றன. இதுவே நம்முடைய கொடி குறிப்பிட்ட இடமாகும். இரண்டு கோடுகளிலும் இதனோடு தொடர்புடைய மற்ற எண்களைப் பற்றிப் பேசலாம். ஆனால், இப்பொழுது நீங்கள் இரு எண்கோட்டில் உள்ள எண்களை மட்டுமல்லாமல் அதைவிட அதிகமாகப் பார்க்கலாம்.



படம் 5.5

நாம் வலப்புறம் 2 அலகும் மேல்புறம் 3 அலகும் செல்வதாக நினைத்தால் நாம் இந்த இடத்தை (→ 2, ↑ 3) என அழைக்கலாம்.

செங்குத்து, கிடைநிலை, மேல், கீழ் ... போன்ற அனைத்தையும் பயன்படுத்துவது எளிதல்ல. எனவே, இதை நாம் சுருக்கமாக (2, 3) எனக் கூறுவோம். மேலும் வலப்புறம் 2 அலகு மற்றும் மேற்புறம் 3 அலகு என்பதைப் புரிந்துகொண்டுள்ளோம்.



படம் 5.6

நாம் முதலில் 3 அலகு மேற்புறம் மற்றும் 2 அலகு வலப்புறம் சென்று அடைந்த இடமான (2, 3) இக்கான வழிமுறையும் (3, 2) இக்கான வழிமுறையும் ஒன்றாகுமா? என்பதைக் கருத்தில் கொள்க. மேலும், (−2, 3) எவ்வாறு அமையும்? இது எப்பொழுதும் (0, 0) இலிருந்து 2 அலகு இடப்புறம் மற்றும் 3 அலகு மேற்புறம் அமையும். (2, −3) இக்கான வழிமுறை என்ன? இது குறிப்பிடுவது 2 அலகு வலப்புறம் 3 அலகு கீழ்ப்புறம். நமக்கு இப்பொழுது கிடை மற்றும் செங்குத்து எண் கோடுகளுக்குப் பெயரிடவேண்டிய தேவை உள்ளது. கிடைநிலை எண் கோட்டை x அச்சு மற்றும் செங்குத்து எண் கோட்டை y அச்சு எனவும் அழைப்போம். வலப்புறத்தில் X எனவும் இடப்புறத்தில் X' எனவும் மேல்புறம் Y எனவும் கீழ்ப்புறம் Y' எனவும் குறிப்போம்.

x-ஆயத் தொலைவானது கிடை அச்சுத் தொலைவு (*abscissa*) எனவும் y ஆயத் தொலைவானது செங்குத்து அச்சுத் தொலைவு (*ordinate*) எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. ஆய அச்சுகள் வெட்டும் புள்ளி (0,0) ஐ ஆதி (origin) என்போம்.

5 Cordinate TM.indd 201 12/12/2019 3:36:16 PM

நாம் இப்பொழுது தாளிலுள்ள எந்தவொரு புள்ளியையும் (x,y) என விளக்கலாம். எவ்வாறாயினும் நம்முடைய தாளில் 1, 2, ... குறிப்பது எதை? இந்த எண்களைக் குறிப்பிட நமக்குச் சில பொருத்தமான அலகுகளைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டிய தேவை உள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, நாம் 1 அலகை 1 செ.மீ. எனத் தேர்ந்தெடுப்போம். ஆகவே, $(0,0)$–க்கு வலப்புறமாக 2 செ.மீ. நகர்ந்து மற்றும் மேல்நோக்கி 3 செ.மீ. நகர்தலே $(2,3)$ இன் வழிமுறையாகும். அலகுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது தன்னிச்சையானது என்பதை நினைவில்கொள்ளவேண்டும். நாம் 1 அலகை 2 செ.மீ. என எடுப்போமேயானால் நமக்குக் கிடைக்கும் படங்கள் மிகப் பெரியதாகும். ஆனால் தொடர்புள்ள தூரம் எப்பொழுதும் மாறாது. இப்போது நம்மிடம் உள்ளது வெறும் காகிதம் அல்ல. தளத்தில் உள்ள எண்ணற்ற புள்ளிகளை விளக்கும் மொழி ஆகும்.

குறிப்பு

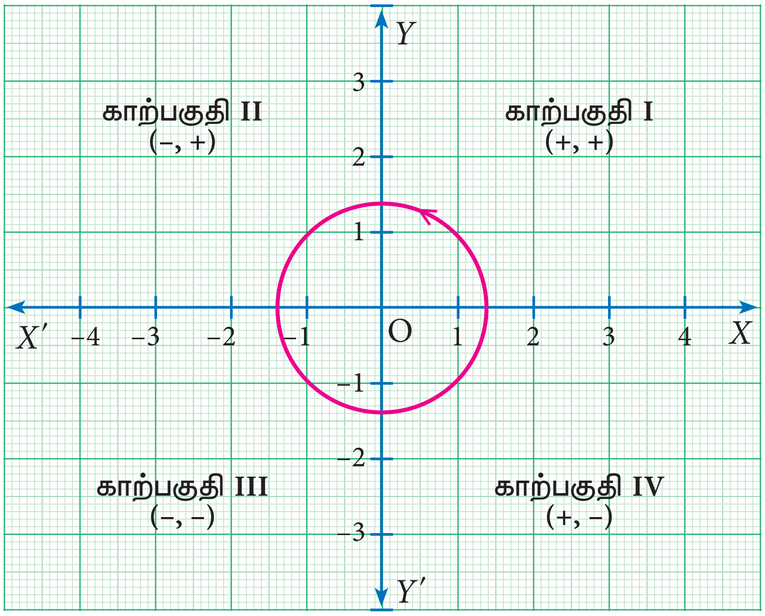
$(0,0)$ஐத் தாளின் மையத்திலோ அல்லது வேறு எங்கேயோ குறிப்பது ஒரு பொருட்டல்ல. நமக்கு எப்பொழுதும் $(0,0)$ ஆதிப்புள்ளியாகும். மேலும், அங்கிருந்தே புள்ளிக்கான எல்லா வழிமுறைகளும் தொடரும் ஆதிப்புள்ளியை O என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுவோம்.

x அச்சும் y அச்சும் தளத்தை நான்கு பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன. அவற்றை நாம் காற்பகுதிகள் என்போம். (நினைவில் கொள்க: நாற்கரம் என்பது நான்கு பக்கங்களைக் கொண்டது. நான்கு காற்பகுதிகள்) பொதுவாக, அவை I, II, III மற்றும் IV என எண்ணிடப்படும். இதில் I ஆனது கிழக்கு மேற்பகுதியையும், II ஆனது மேற்கு மேல்பகுதியையும், III ஆனது மேற்கு கீழ்ப் பகுதியையும் மற்றும், IV ஆனது கிழக்குக் கீழ்ப்பகுதியையும் கடிகார எதிர்ச்சுற்றில் பயணத்தையும் உள்ளடக்கியதாகும்.

தளம்	காற்பகுதி	x,y இன் தன்மை	ஆயத் தொலைகளின் குறிகள்
XOY	I	$x>0,\ y>0$	(+,+)
$X'OY$	II	$x<0,\ y>0$	(–,+)
$X'OY'$	III	$x<0,\ y<0$	(–,–)
XOY'	IV	$x>0,\ y<0$	(+,–)

குறிப்பு

இந்த வழிமுறையை (கடிகார எதிர் சுற்று) கடிகாரச் சுற்றில் அல்லாமலோ அல்லது வேறு ஏதேனும் காற்பகுதியில் இருந்தோ தொடங்கலாமா? இது ஒன்றும் பொருட்டல்ல, ஆனால், இது சில நூற்றாண்டுகளுக்கு முன்பிருந்தே நம்மால் பின்பற்றப்படும் சில சிறந்த வழிமுறைகளில் ஒன்றாகும்.



படம் 5.7

குறிப்பு

- x அச்சில் அமையும் எந்த ஒரு புள்ளி Pயின் y அச்சுத் தொலைவு பூச்சியம் ஆகும். அதாவது, $P(x,0)$.
- y அச்சில் அமையும் எந்த ஒரு புள்ளி Q இன் x அச்சுத் தொலைவு பூச்சியம் ஆகும். அதாவது, $Q(0, y)$
- $(x, y) \neq (y, x)$; x மற்றும் y சமமல்ல
- செவ்வக ஆய அச்சுக்களை உடைய தளம் கார்ட்டீசியன் தளம் ஆகும்.

5 Cordinate TM.indd 202 12/12/2019 3:36:17 PM

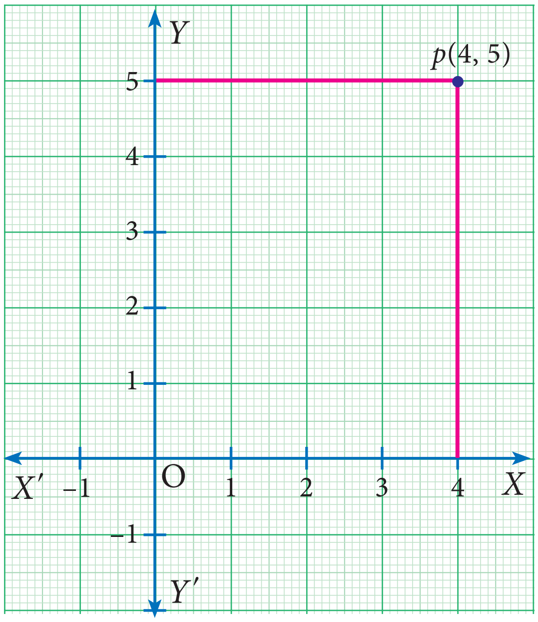
5.2.1 கார்ட்டீசியன் தளத்தில் புள்ளிகளைக் குறித்தல் (Plotting Points in Cartesian Coordinate Plane)

(4,5) என்ற புள்ளியைக் கார்ட்டீசியன் ஆய அச்சுத் தளத்தில் குறிக்க, x அச்சில் 4 அலகுகள் நகர்ந்து, அங்கிருந்து ஒரு செங்குத்துக் கோடு $x = 4$ வரைக.

இதே போல் y அச்சில் 5 அலகுகள் நகர்ந்து அங்கிருந்து ஒரு கிடைமட்டமாகக் கோடு $y = 5$ வரைக.

இந்த இரு கோடுகள் சந்திக்கும் இடம் கார்ட்டீசியன் தளத்தில் புள்ளி (4,5) இன் இடம் ஆகும்.

இப்புள்ளியானது x அச்சில் இருந்து 5 அலகுகள் தொலைவிலும் y அச்சில் இருந்து 4 அலகுகள் தொலைவிலும் அமையும். இவ்வாறு கார்ட்டீசியன் தளத்தில் (4,5) என்ற புள்ளி குறிக்கப்படுகிறது.



படம் 5.8

எடுத்துக்காட்டு 5.1

பின்வரும் புள்ளிகள் எந்தக் காற்பகுதியில் அமையும்?

(அ) (3,–8) (ஆ) (–1,–3) (இ) (2, 5) (ஈ) (–7, 3)

தீர்வு

(அ) x -ஆயத்தொலை மிகை மதிப்பு மற்றும் y – ஆயத்தொலை குறை மதிப்பு. எனவே, (3,–8) என்ற புள்ளி IV ஆவது காற்பகுதியில் அமையும்.

(ஆ) x -ஆயத்தொலை குறை மதிப்பு மற்றும் y -ஆயத்தொலை குறை மதிப்பு. எனவே, (–1,–3) என்ற புள்ளி III ஆவது காற்பகுதியில் அமையும்.

(இ) x -ஆயத்தொலை மிகை மதிப்பு மற்றும் y -ஆயத்தொலை மிகை மதிப்பு. எனவே, (2,5) என்ற புள்ளி I ஆவது காற்பகுதியில் அமையும்.

(ஈ) x -ஆயத்தொலை குறை மதிப்பு மற்றும் y – ஆயத்தொலை மிகை மதிப்பு. எனவே, (–7,3) என்ற புள்ளி II ஆவது காற்பகுதியில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.2

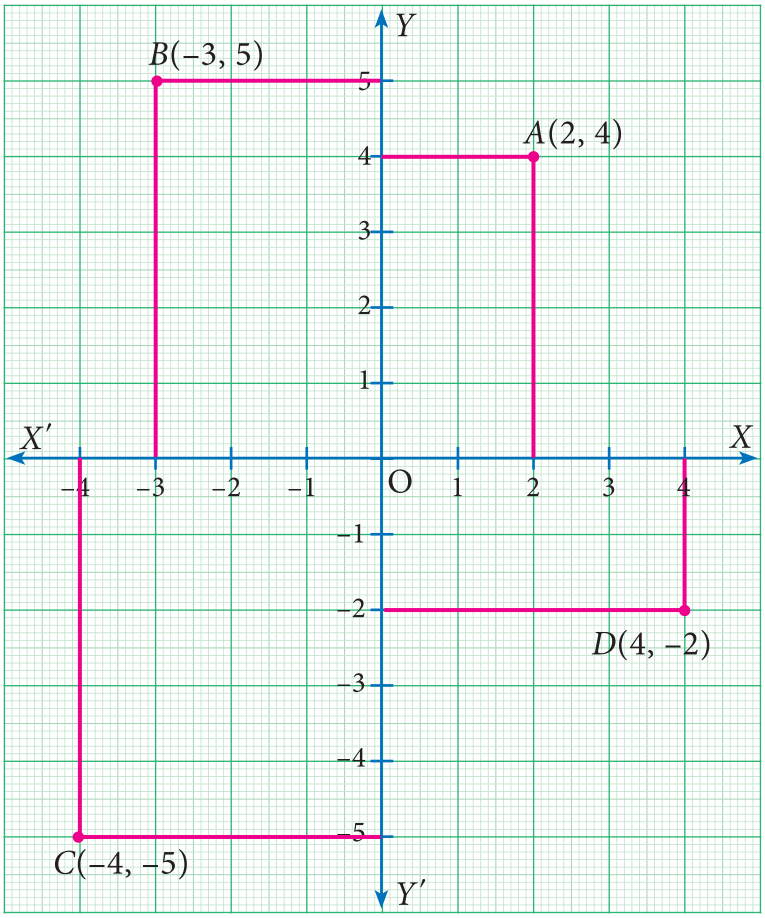
$A(2, 4)$, $B(-3, 5)$, $C(-4, -5)$, மற்றும் $D(4,-2)$ என்ற புள்ளிகளைக் கார்ட்டீசியன் தளத்தில் குறிக்கவும்.

5 Cordinate TM.indd 203 12/12/2019 3:36:17 PM

தீர்வு

(i) (2,4) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க, $x = 2$ என்ற குத்துக்கோடு மற்றும் $y = 4$ என்ற கிடைமட்டக் கோடும் வரைக. இவ்விரு கோடுகளின் சந்திப்புப் புள்ளி (2,4) இன் அமைவிடம் ஆகும். இம்முறையில் $A\,(2,4)$ என்ற புள்ளி கார்ட்டீசியன் தளத்தில் காற்பகுதி I இல் குறிக்கப்படுகிறது.

(ii) (−3,5) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க, $x=-3$ என்ற குத்துக்கோடு மற்றும் $y = 5$ என்ற கிடைமட்டக் கோடும் வரைக. இவ்விரு கோடுகளின் சந்திப்புப் புள்ளி (−3,5) இன் அமைவிடம் ஆகும். இம்முறையில் $B(-3,5)$ என்ற புள்ளி கார்ட்டீசியன் தளத்தில் காற்பகுதி II இல் குறிக்கப்படுகிறது.



படம் 5.9

(iii) (−4,−5) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க, $x=-4$ என்ற குத்துக்கோடு மற்றும் $y=-5$ என்ற கிடைமட்டக் கோடும் வரைக. இவ்விரு கோடுகளின் சந்திப்புப் புள்ளி (−4,−5) இன் அமைவிடம் ஆகும். இம்முறையில் $C(-4,-5)$ என்ற புள்ளி கார்ட்டீசியன் தளத்தில் காற்பகுதி III இல் குறிக்கப்படுகிறது.

(iv) (4, −2) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க, $x = 4$ என்ற குத்துக்கோடு மற்றும் $y=-2$ என்ற கிடைமட்டக் கோடும் வரைக. இவ்விரு கோடுகளின் சந்திப்பு புள்ளி (4,−2) இன் அமைவிடம் ஆகும். இம்முறையில் $D(4,-2)$என்ற புள்ளி கார்ட்டீசியன் தளத்தில் காற்பகுதி IV இல் குறிக்கப்படுகிறது.

குறிப்பு

கார்ட்டீசியன் தளத்தில் ஒரு புள்ளியின் x அச்சுத் தொலைவு மற்றும் y அச்சுத் தொலைவு இரண்டையும் இடமாற்றம் செய்தால் அப்புள்ளி கார்ட்டீசியன் தளத்தில் வேறொரு புள்ளியின் அமைவிடத்தைப் பெறும். எப்பொழுது அவை இரண்டும் ஒன்றாக அமையும் எனச் சிந்திக்க!

5 Cordinate TM.indd 204 12/12/2019 3:36:17 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.3

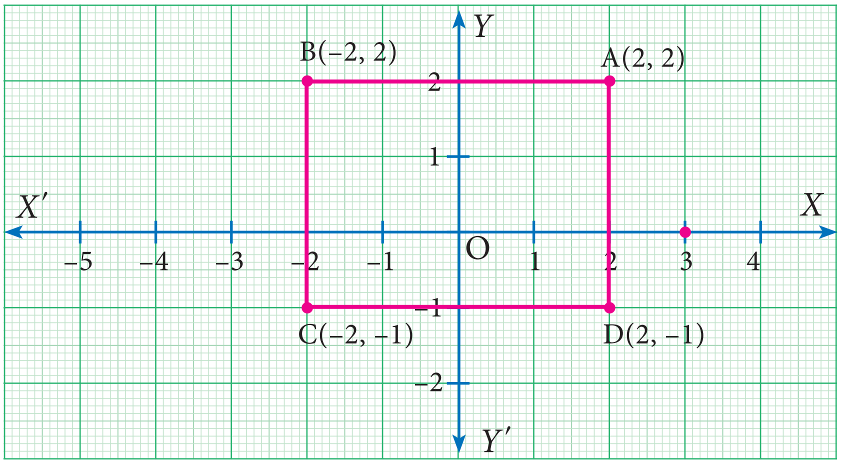
$A(2,2)$, $B(-2,2)$, $C(-2,-1)$, மற்றும் $D(2,-1)$ என்ற புள்ளிகளைக் கார்ட்டீசியன் தளத்தில் குறிக்கவும். அந்தப் புள்ளிகளை வரிசைப்படி இணைக்கும்போது கிடைக்கும் வடிவத்தை விவாதிக்கவும்.

குறிப்பு

x-அச்சிற்கு இணையான கோட்டில் அமைந்திருக்கும் புள்ளிகளின் y- அச்சுத் தொலைவு சமமானதாக அமையும்.

தீர்வு

புள்ளி	A	B	C	D
காற்பகுதி	I	II	III	IV



படம் 5.10

$ABCD$ ஒரு செவ்வகம் ஆகும். இச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் பரப்பளவைக் காண முடியுமா?

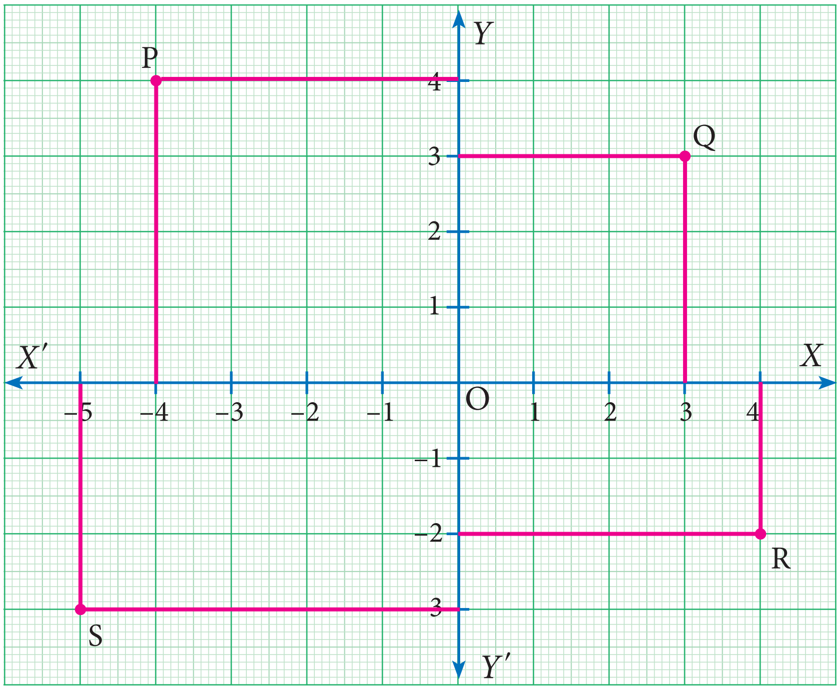
பயிற்சி 5.1

1. பின்வரும் புள்ளிகளை ஆய அச்சு வடிவத்தில் குறித்து அது எந்தக் காற்பகுதியில் அமைகிறது எனக் காண்க. $P(-7,6)$, $Q(7,-2)$, $R(-6,-7)$, $S(3,5)$ மற்றும் $T(3,9)$

2. அருகில் உள்ள படம் 5.11 இல் தரப்பட்டுள்ள கார்ட்டீசியன் தளத்தில் இருந்து, பின்வரும் புள்ளிகளின் கிடை அச்சுத் தொலைவு மற்றும் செங்குத்து அச்சுத் தொலைவை எழுதுக.

   (i) P (ii) Q

   (iii) R (iv) S



படம் 5.11

5 Cordinate TM.indd 205 12/12/2019 3:36:18 PM

3. பின்வரும் புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து அவற்றை இணைக்கவும், கிடைக்கும் வடிவத்தைப் பற்றி தங்களின் கருத்தைக் கூறுக.

(i) (–5,3) (–1,3) (0,3) (5,3) (ii) (0,–4) (0,–2) (0,4) (0,5)

4. பின்வரும் புள்ளிகளை ஆயத்தொலைத் தளத்தில் குறித்து, வரிசைப்படி அவற்றை இணைக்கவும். எந்த வகையான வடிவியல் உருவம் கிடைக்கும்?

(i) (0,0) (–4,0) (–4,–4) (0,–4) (ii) (–3,3) (2,3) (–6,–1) (5,–1)

செயல்பாடு 1

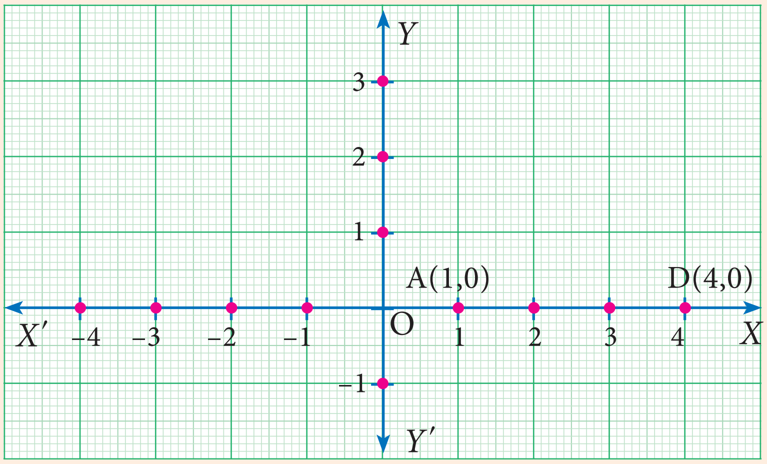
பின்வரும் புள்ளிகளை வரைப்படத் தாளில், 1 செ.மீ = 1 அலகு என அளவுத் திட்டம் எடுத்துக் குறிக்கவும்.

A (1,0) மற்றும் D (4,0) புள்ளிகள் ஒன்று மற்றொன்றில் இருந்து எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

AD மற்றும் DA காண்க.

$AD = DA$ என்பது சரியா?

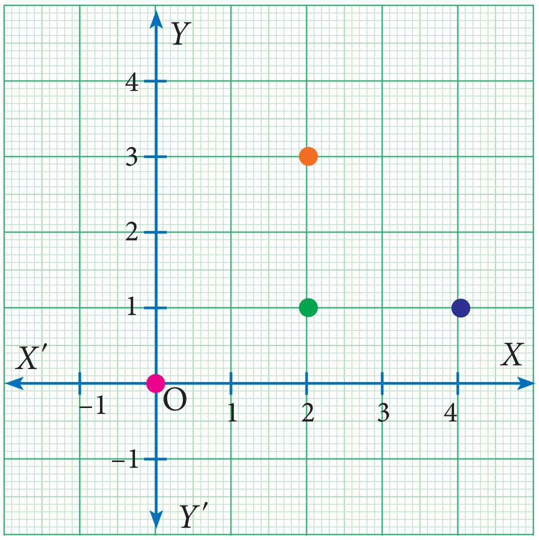
இதேபோல், மற்றொரு புள்ளி சோடிகளைக் குறித்து அவற்றிற்கு இடையேயுள்ள தொலைவைச் சரிபார்க்க.



படம் 5.12

5.3 இரு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு (Distance between any Two Points)

அகிலாவும் சண்முகமும் சத்தியமங்கலத்தில் ஒரே தெருவில் வசிக்கும் இரு நண்பர்கள். இத்தெருவும் நூலகம் அமைந்துள்ள மற்றொரு தெருவும் சந்திக்கும் இடத்தில் சண்முகத்தின் வீடு அமைந்துள்ளது. சண்முகத்தின் வீட்டிற்கு அருகில் உள்ள பள்ளியில் இருவரும் படிக்கின்றார்கள். கீழேயுள்ள வரைபடத்தைப் பார்க்காமல் அவர்களின் வீடுகள், நூலகம் மற்றும் பள்ளியின் படங்களை நீயாக வரைய முயற்சி செய்க. பள்ளியானது, ஆதிப்புள்ளியில் உள்ளதாகக் கருதுக. (ஆயத்தொலை அமைப்பு மொழியின் எல்லா வழிமுறைகளையும் பயன்படுத்தி நாம் இதைச் செய்யலாமே!)



படம் 5.13

இப்பொழுது 1 அலகு = 50 மீட்டர்கள் என அளவுத் திட்டத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தைப் (படம் 5.13) பார்த்து நீங்கள்

5 Cordinate TM.indd 206 12/12/2019 3:36:18 PM

இங்குள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும்.

(1) சண்முகத்தின் வீட்டிலிருந்து அகிலாவின் வீடு எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

(2) சண்முகத்தின் வீட்டிலிருந்து நூலகம் எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

(3) சண்முகம் மற்றும் அகிலாவின் வீடுகளிலிருந்து பள்ளி எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

(4) அகிலாவின் வீட்டிலிருந்து நூலகம் எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

(5) அகிலாவின் வீட்டிலிருந்து சண்முகத்தின் வீடு எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

வினா எண் (1)–ற்கு விடையளித்த பின்பு கேள்வி (5)–ற்கான தேவை இருக்காது. புள்ளி Aஇலிருந்து Bஇக்கு உள்ள தொலைவும், புள்ளி B இலிருந்து A –க்கு உள்ள தொலைவும் சமம் எனத் தெள்ளதெளிவாகிறது. மேலும், நாம் பொதுவாகப் புள்ளி A–க்கும் B–க்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு என அழைப்போம். ஆனால் கணிதவியலாளர்கள் பொதுவாக எவ்வாறு பின்வரும் பண்புகளைக் குறித்துக்கொள்வார்களோ அதேபோல் நாம் இதையும் தொலைவு (A,B) = தொலைவு (B,A) எனக் குறித்துக்கொள்வது சிறந்தது. இது ஒரு தளத்தில் அமையும் எல்லாப் புள்ளிகளுக்கும் பொருந்தும். ஆகவே, எவ்வாறாயினும் வினா எண் (5)உம் வினா எண் (1) உம் ஒன்றே.

மற்ற வினாக்களின் விடைதான் என்ன? அந்த வினாக்கள் அனைத்தும் வெவ்வேறானவையே. இரண்டு வீடுகளும் வடக்குத் தெற்காக ஒரே தெருவில் அமைந்துள்ளதை நாம் அறிவோம். இதிலிருந்து, y அச்சுத் தொலைவானது வினா எண்(1) இன் விடையாக அமைகிறது.

இதேபோன்று, நூலகமும் சண்முகத்தின் இல்லமும் கிழக்கு மேற்காகச் செல்லும் ஒரே தெருவில் இருப்பதால் x ஆயத் தொலைவுதான் (2) ஆவது வினாவிற்கான விடையாகும்.

எத்தகைய வழிகள் உள்ளன என்பதைப் பொருத்துதான் மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது வினாக்களுக்கான விடை அமைகிறது. x மற்றும் y அச்சுகளுக்கு இணையாக 1, 2, 3 . . . எனக் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளை உடைய ஒரேயொரு தெரு மட்டுமே உள்ளதாக நாம் கருதினால் தொலைவுகளைக் கூட்டுவதால் இவ்வினாக்களுக்கு நம்மால் விடையளிக்க இயலும். ஆயினும் அகிலாவின் இல்லத்திற்குக் கிழக்கே உள்ள பரந்த திடலைக் கருதுவோம்.

குறிப்பு

தொலைவு (A,B) = தொலைவு (B,A) என்ற சமன்பாடு சில நேரங்களில் உண்மையல்ல என்பது தெளிவு. A இலிருந்து B–க்குச் செல்லும் சாலையானது ஒரு வழிப்பாதையாக இருக்கும்பொழுது நீங்கள் மறுவழியில் செல்ல இயலுமா? இப்பொழுது B இலிருந்து A –க்குச் செல்லும் தொலைவு மாறுபடும். ஆனால் நாம் இவ்வாறான சிக்கல்கள் எல்லாவற்றையும் தவிர்த்து இருவழியில் செல்வதாகவே கருதுவோம்

ஒருவேளை திடலைக் கடந்து அவள் நடந்து செல்ல விரும்பக் கூடும். இவ்வேளையில் ஓரிடத்திலிருந்து மற்றோர் இடத்திற்குச் செல்ல பல வழிகள் இருப்பதால் அவற்றின் தொலைவினைப் பற்றிக் கணக்கிடுவது துல்லியமாக இருக்காது. எனவே, அதனைக் கணிக்க நமக்கு ஒரு வழிமுறை தேவை. A மற்றும் B –க்கு இடையே பல வழிகள் இருப்பதால் அவற்றில் மீச்சிறு தொலைவினைக் குறிக்கத் தொலைவு (A, B) என்பதைப் பயன்படுத்துவோம்.

தளத்திலுள்ள A மற்றும் B என்ற எவையேனும் இரு புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவைப் பற்றிச் சிந்திக்கும்போது, A மற்றும் B–க்கு இடையே உள்ள நேர்க்கோட்டுத் தொலைவைத்தான் நாம் தொலைவு (A, B) எனக் கருதுவோம். இந்தக் கருத்தே ஆயத்தொலை அமைப்பிலும் முக்கியமான காரணியாகும்! அதற்கு முன்னர், நாம் எடுத்துக்காட்டின் உதவிக்கொண்டு மேலும் இரு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க முயலுவோம்.

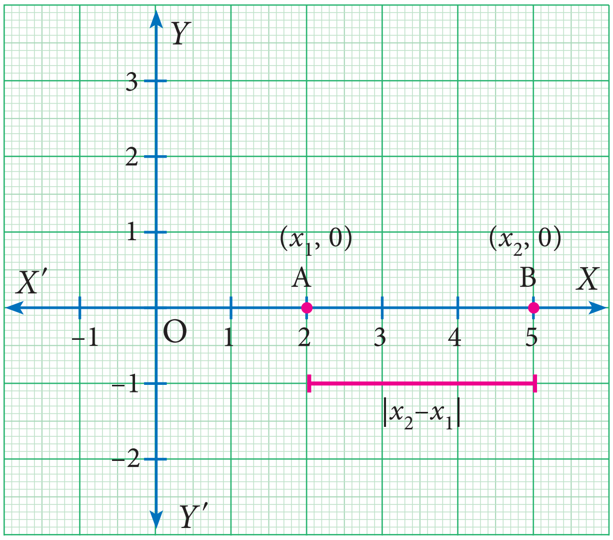
5 Cordinate TM.indd 207 12/12/2019 3:36:18 PM

1. பள்ளியை ஆதியாகக் கொண்டு இரு இல்லங்கள், பள்ளி மற்றும் நூலகத்திற்கான ஆயத் தொலைவுகளை வரையறுக்கவும்.
2. மேற்கண்ட எவையேனும் இரு இடங்களுக்கிடையே உள்ள தூரத்தினை ஆயத்தொலைவுகள் மூலம் கணக்கிடுக.

"நேர்க்கோட்டுத் தொலைவு" என்பது "காகத்தின் பறக்கும் பாங்கு" என அழைக்கப்படுகிறது. அதாவது இடையே தரை வழியாக எத்தன்மையான இடையூறு நேர்ந்தாலும் பொருட்படுத்தாது Aஇலிருந்து B–க்குச் செல்ல வேண்டுமெனில் பறக்கத்தான் வேண்டும் என்பதே இதன் பொருளாகும். எனினும் எந்தப் பறவையும் அவ்வாறு நேர்க்கோட்டில் பறப்பதில்லை என்பது உறுதி.

இதற்கு முறையான விடையளிக்க, $A = (x, y)$ மற்றும் $B = (x', y')$ எனத் தளத்தில் அமையும் இரு புள்ளிகளுக்கிடையே தொலைவு (A, B) கணக்கிட நம்மால் இயலும். மேலும், x, y, x' மற்றும் y' ஆகியவற்றின் வாயிலாக ஒரு வாய்ப்பாட்டை எளிதாகத் தருவிக்கலாம். இதனை நாம் தருவிக்க முயல்வோம்.

5.3.1 ஆய அச்சுகளில் அமைந்த இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு (Distance between Two Points on the Coordinate Axes)



படம் 5.14

x–அச்சின் மேல் உள்ள புள்ளிகள் : x அச்சில் அமைந்த இரு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு என்பது அவற்றின் x அச்சுத் தொலைவுகளின் வித்தியாசம் ஆகும்.

$A(x_1, 0)$ மற்றும் $B(x_2, 0)$ என்ற இரு புள்ளிகளை x அச்சின் மேல் கருதுவோம்.

புள்ளி Aஇல் இருந்து Bஇன் தொலைவு

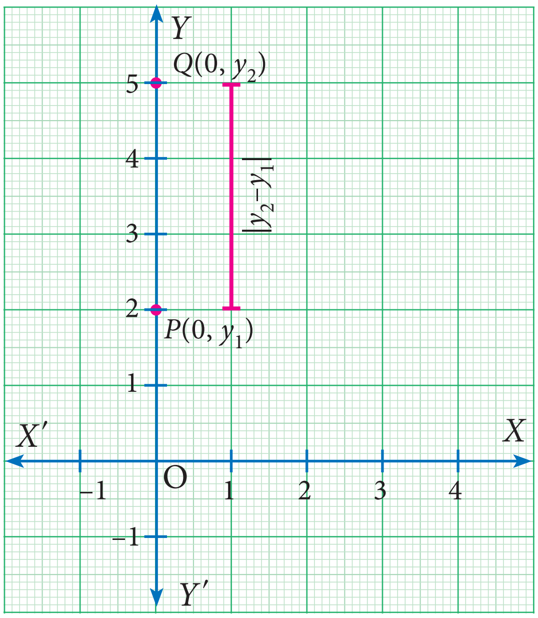
$AB = OB - OA = x_2 - x_1$ ஏனெனில் $x_2 > x_1$ அல்லது

$= x_1 - x_2$ ஏனெனில் $x_1 > x_2$

$AB = |x_2 - x_1|$

(இதை $x_2 - x_1$ இன் மட்டு மதிப்பு அல்லது மிகை மதிப்பு [absolute value] எனப் படிக்க வேண்டும்.)

y–அச்சின் மேல் உள்ள புள்ளிகள் : இதேபோல, y அச்சில் அமைந்த இரு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு என்பது அவற்றின் y அச்சுத் தொலைவுகளின் வித்தியாசம் ஆகும்.



படம் 5.15

$P(0,y_1)$, $Q(0,y_2)$ என்ற புள்ளிகளைக் கருதுக.

புள்ளி P இலிருந்து Q இன் தொலைவு

$PQ = OQ - OP.$

$= y_2 - y_1$ ஏனெனில் $y_2 > y_1$ அல்லது

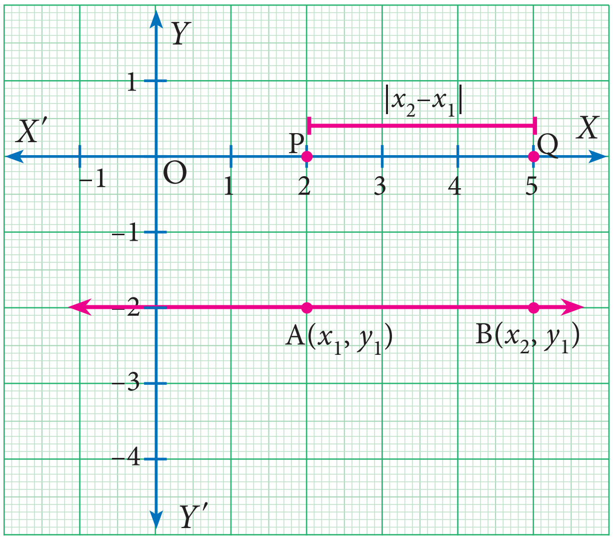
5 Cordinate TM.indd 208 12/12/2019 3:36:19 PM

$= y_1 - y_2$ ஏனெனில் $y_1 > y_2$, $PQ = |y_2 - y_1|$

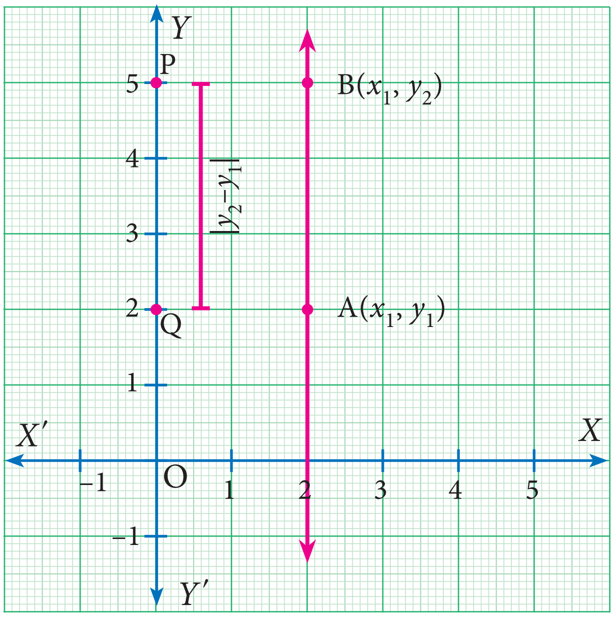
(இதை $y_2 - y_1$ இன் மட்டு மதிப்பு அல்லது மிகை மதிப்பு [absolute value] எனப் படிக்க வேண்டும்)

5.3.2 ஆய அச்சுகளுக்கு இணையான கோட்டில் அமையும் புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு (Distance Between Two Points Lying on a Line Parallel to Coordinate Axes)

$A(x_1, y_1)$ மற்றும் $B(x_2, y_1)$ என்ற புள்ளிகளைக் கருதுவோம். அவற்றின் y அச்சுத் தொலைவுகள் சமமாக உள்ளதால் அவை x அச்சிற்கு இணையாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டில் அமைகின்றன. A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளில் இருந்து x அச்சிற்கு முறையே AP மற்றும் BQ என்ற செங்குத்துக் கோடுகள் வரைக. படத்தை (படம் 5.16) உற்று நோக்கினால் AB இன் தொலைவு, PQ இன் தொலைவிற்குச் சமமாக அமைகிறது.



படம் 5.16



படம் 5.17

AB இன் தொலைவு $= PQ$ இன் தொலைவு

$= |x_2 - x_1|$

[இரு புள்ளிகளின் x அச்சுத் தொலைவுகளின் வித்தியாசம்]

இதேபோல் புள்ளிகள் $A(x_1, y_1)$ மற்றும் $B(x_1, y_2)$ இணைக்கும் கோடு y அச்சிற்கு இணையாகும். எனவே, இரு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $|y_2 - y_1|$ (இரு புள்ளிகளின் y அச்சுத் தொலைவுகளின் வேறுபாடு) ஆகும்.

சிந்தனைக் களம்

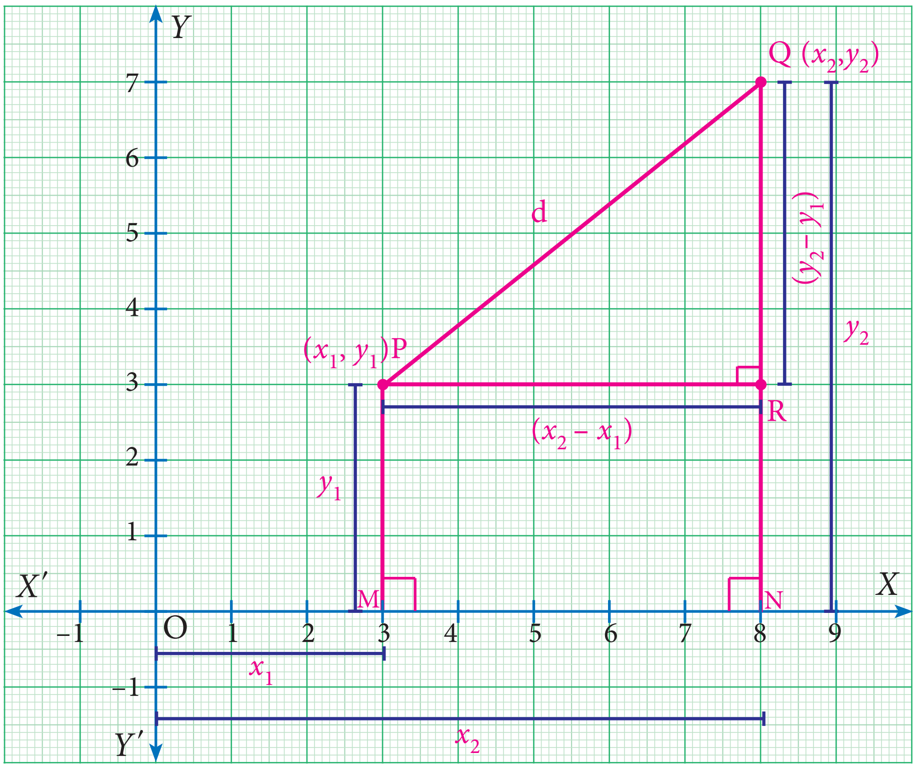
ஒருவர் 3 கி.மீ. தூரம் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறார். பிறகு அங்கிருந்து 4 கி.மீ. கிழக்கு நோக்கிச் செல்கிறார் எனில், தற்போது ஆரம்ப இடத்திலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் இருக்கிறார்?

5.3.3 தளத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு (Distance Between the Two Points on a Plane)

$P(x_1, y_1)$ மற்றும் $Q(x_2, y_2)$ என்பன கார்ட்டீசியன் தளத்தில் (அல்லது xy தளம்) உள்ள இரு புள்ளிகள் என்க. மேலும் அப்புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு "d" என்க. அதாவது $PQ=d$

படி 1 ஆய அச்சுகளின் விதிப்படி,

$OM = x_1$; $MP = y_1$ $ON = x_2$; $NQ = y_2$



படம் 5.18

இங்கு $PR \perp NQ$

மேலும் $PR = MN$ (செவ்வகம் $MNRP$ இன் எதிர்ப் பக்கங்கள்)

$= ON - OM$ (O இல் இருந்து தொலைவு)

$= x_2 - x_1$ ……..(1)

மற்றும் $RQ = NQ - NR$

$= NQ - MP$ (செவ்வகம் $MNRP$ இன் எதிர்ப்பக்கங்கள்)

$= y_2 - y_1$ ………..(2)

CTG2PK

படி 2 ΔPQR இல் R ஒரு செங்கோணம் ($PR \perp NQ$).

$PQ^2 = PR^2 + RQ^2$ (பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி)

$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ (வர்க்க மூலத்தின் மிகைப்பகுதி)

குறிப்பு

இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு

- $P(x_1, y_1)$ மற்றும் $Q(x_2, y_2)$ என்ற இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவிற்கான வாய்ப்பாடு $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$.
- PQ இன் தொலைவு = QP இன் தொலைவு
  $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$
- $P(x_1, y_1)$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளி $O(0,0)$ இக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $OP = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

5 Cordinate TM.indd 210 12/12/2019 3:36:21 PM

5.3.4 தொலைவுப் பண்புகள் (Properties of Distances)

ஒரு தளத்தில் அமைந்த எவையேனும் A, B எனும் இரு புள்ளிகளுக்குத் தொலைவு (A, B) = தொலைவு (B, A) என நாம் முன்னரே கண்டோம். இங்கு மற்ற சில பண்புகளைப் பற்றிச் சிந்திப்போம்.

ஒரு தளத்திலுள்ள A மற்றும் B ஆகிய இரு புள்ளிகளும் ஒரே புள்ளியாக $(A=B)$ இருந்தால் மட்டுமே தொலைவு $(A, B) = 0$ ஆக இருக்கும்.

A மற்றும் B ஆகிய எவையேனும் இரு தனித்த புள்ளிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு $(A, B)>0$.

A, B மற்றும் C என மூன்று புள்ளிகளைக் கருதுவோம். அவற்றின் x ஆயத் தொலைவுகள் ஒன்றாக இருந்தால் அவை மூன்றும் y அச்சுக்கு இணையாக ஒரு கோட்டிலமைந்த புள்ளிகளாக இருக்கும் என நாம் அறிவோம். அதே போன்று, y அச்சுத் தூரங்கள் ஒன்றாக இருப்பின் அவை மூன்றும், x அச்சுக்கு இணையாக ஒரே கோட்டிலமைந்த புள்ளிகளாக இருக்கும் என நாம் அறிவோம். ஆயினும் ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகளாக அமைய இவை மட்டுமே வரையறையன்று. மேலும், புள்ளிகள் $(0,0)$, $(1,1)$ மற்றும் $(2, 2)$ ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகளாகும். இந்த ஆயத் தொலைவுப் புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகளாகத் திகழ எத்தகைய தொடர்பினைக் கொண்டிருக்க வேண்டும் என நினைக்கத் தோன்றுகிறது அல்லவா?

இங்குதான் தொலைவு வாய்ப்பாடு நமக்குப் பயன்படுகின்றது. A, B மற்றும் C ஆகிய புள்ளிகள் முக்கோணத்தின் முனைகளாக முறையாகப் பெயரிடப்பட்ட பிறகு,

தொலைவு (A, B) + தொலைவு $(B, C) >$ தொலைவு (A, C) ஆக இருக்கும் என நாம் அறிவோம்.

ஒரு தளத்திலுள்ள மூன்று புள்ளிகள் எப்போது முக்கோணத்தை அமைக்காது? அவை ஒரே கோட்டில் அமையும்போது, இவ்வாறான நிகழ்வில் நாம்,

தொலைவு(A,B) + தொலைவு(B,C) = தொலைவு(A,C) என நிறுவலாம்.

அதேபோன்று, A, B மற்றும் C ஆகியன ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள், மேலும் $\angle ABC = 90^\circ$ எனில் நாம் அறிவது,

தொலைவு$(AB)^2$+ தொலைவு$(BC)^2$ = தொலைவு$(AC)^2$.

இதன் மறுதலையையும் நம்மால் மெய்ப்பித்துக் காட்ட முடியும். அதாவது புள்ளிகள் A, B மற்றும் C என்பன மேற்காணும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்தால் அப்புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் உச்சிகளாகவே அமையும்.

குறிப்பிட்ட வடிவியல் வடிவங்களுக்கான வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதில் தொலைவுப் பண்புகள் எவ்வாறு பயன்படுகிறது என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் விளக்குகிறது.

5 Cordinate TM.indd 211 12/12/2019 3:36:21 PM

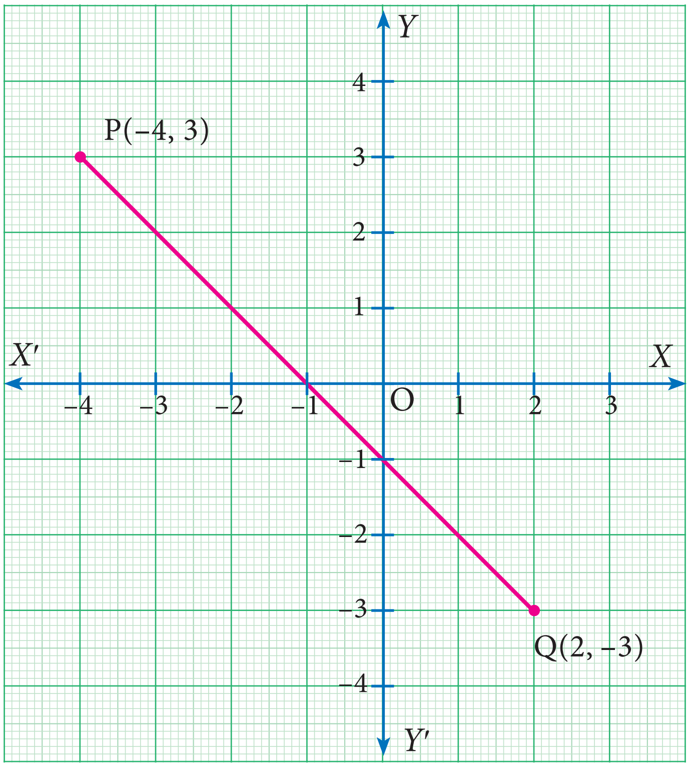
எடுத்துக்காட்டு 5.4

(−4, 3), (2,−3) என்ற புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவினைக் காண்க.

தீர்வு

(-4, 3), (2,-3) என்ற புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(2+4)^2 + (-3-3)^2}$$
$$= \sqrt{(6^2 + (-6)^2)} = \sqrt{(36+36)}$$
$$= \sqrt{(36 \times 2)}$$
$$= 6\sqrt{2}$$



படம் 5.19

எடுத்துக்காட்டு 5.5

$A(3,1)$, $B(6,4)$ மற்றும் $C(8,6)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமையும் புள்ளிகள் என நிறுவுக.

தீர்வு

தொலைவு வாய்பாட்டின் படி

$$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$
$$BC = \sqrt{(8-6)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{(4+4)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$AC = \sqrt{(8-3)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$
$$AB + BC = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = AC$$

ஆகவே, தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைகின்றன.

> **ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள்**
>
> கொடுத்துள்ள மூன்று புள்ளிகளை இரண்டிரண்டு புள்ளிகளின் சோடிகளாக எழுதி, மூன்று சோடிகளைப் பெறலாம். அவற்றுள் ஏதேனும் இரண்டு சோடிகளின் தொலைவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது சோடியின் தொலைவுக்குச் சமமாக இருந்தால் அம்மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும். A, B, C என்ற மூன்று புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமையுமானால் $AB + BC = AC$ எனக் கூறலாம்

எடுத்துக்காட்டு 5.6

$A(7, 10)$, $B(-2, 5)$, $C(3, -4)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் உச்சிகள் என நிறுவுக.

தீர்வு $A = (7, 10)$, $B = (-2, 5)$, $C = (3,-4)$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-2-7)^2 + (5-10)^2}$$
$$= \sqrt{(-9)^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{(81+25)}$$

5 Cordinate TM.indd 212 12/12/2019 3:36:22 PM

$$= \sqrt{106}$$

$$AB^2 = 106 \qquad \dots (1)$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(3-(-2))^2 + (-4-5)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-9)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$$

$$BC^2 = 106 \qquad \dots (2)$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(3-7)^2 + (-4-10)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-14)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 196} = \sqrt{212}$$

$$AC^2 = 212 \qquad \dots (3)$$

(1),(2) மற்றும் (3) இல் இருந்து ,

$$AB^2 + BC^2 = 106 + 106 = 212 = AC^2$$

அதாவது $AB^2 + BC^2 = AC^2$

ஆகவே தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் உச்சி B இல் செங்கோணத்தைக் கொண்ட செங்கோண ΔABC ஐ அமைக்கும்.

செங்கோண முக்கோணம்

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலானது அதன் கர்ணமாகிய மூன்றாவது பக்கத்தின் வர்க்கத்திற்குச் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.7

$A(-4, -3)$, $B(3, 1)$, $C(3, 6)$, $D(-4,2)$ என்ற வரிசைப்படி எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட புள்ளிகள் ஓர் இணைகரத்தின் உச்சிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

தீர்வு புள்ளிகள் $A(-4, -3)$, $B(3, 1)$, $C(3, 6)$, $D(-4, 2)$ என்பன ஏதேனும் ஒரு நாற்கரம் $ABCD$ இன் உச்சிகள் என்க.

தொலைவு வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்த,

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(3+4)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$$

$$BC = \sqrt{(3-3)^2 + (6-1)^2}$$

$$= \sqrt{0 + 25} = \sqrt{25} = 5$$

$$CD = \sqrt{(-4-3)^2 + (2-6)^2}$$

$$= \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$$

$$AD = \sqrt{(-4+4)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{(0)^2 + (5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$AB = CD = \sqrt{65}$ மற்றும் $BC = AD = 5$

எதிரெதிர்ப்பக்கங்கள் சமம் என்பதால் தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் இணைகரம் $ABCD$ இன் உச்சிகளாக அமையும்.

இணைகரம்

இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமநீளமுடையவை

எடுத்துக்காட்டு 5.8

$A(7, 3)$ மற்றும் x அச்சின் மீது அமைந்த புள்ளி B இன் x அச்சுத் தொலைவு 11 எனில் AB இன் தொலைவைக் காண்க.

5 Cordinate TM.indd 213 12/12/2019 3:36:24 PM

தீர்வு புள்ளி B ஆனது x அச்சின் மீது அமைவதால் அதன் y அச்சுத் தொலைவு 0 ஆகும்.

எனவே, புள்ளி $B\,(11, 0)$

$A\,(7, 3)$, $B\,(11, 0)$ என்ற புள்ளிகளுக்கிடையேயான தொலைவு,

தொலைவு வாய்ப்பாட்டின்படி,

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(11-7)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} \quad = 5$$

எடுத்துக்காட்டு 5.9

P, Q மற்றும் R என்ற புள்ளிகளின் அச்சுத் தொலைவுகள் முறையே $(6,-1)$, $(1, 3)$ மற்றும் $(a, 8)$. மேலும், $PQ = QR$ எனில் 'a' இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் $P\,(6, -1)$, $Q\,(1, 3)$ $R\,(a, 8)$

$$PQ = \sqrt{(1-6)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (4)^2} = \sqrt{41}$$

$$QR = \sqrt{(a-1)^2 + (8-3)^2} = \sqrt{(a-1)^2 + (5)^2}$$

கணக்கின்படி $PQ = QR$

ஆகவே $\sqrt{41} = \sqrt{(a-1)^2 + (5)^2}$

$41 = (a-1)^2 + 25$ [இருபுறமும் வர்க்கம் காண]

$(a-1)^2 + 25 = 41$

$(a-1)^2 = 41 - 25$

$(a-1)^2 = 16$

$(a-1) = \pm 4$ [வர்க்க மூலம் காண]

$a = 1 \pm 4$

$a = 1 + 4$ அல்லது $a = 1 - 4$

$a = 5$ அல்லது $a = -3$

CTPXR8

எடுத்துக்காட்டு 5.10

$A(2, 2)$, $B(8,-4)$ என்பன தரப்பட்டுள்ள தளத்திலுள்ள இரு புள்ளிகள் என்க. x-அச்சில் (மிகைப்பகுதி) P என்ற புள்ளி அமைந்துள்ளது. இது ABஐ $1:2$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது எனில், P இன் அச்சுத் தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு $A(2, 2)$ மற்றும் $B(8, -4)$, $P = (x, 0)$ என்க. (P ஆனது x அச்சின் மீதுள்ளதால்)

தொலைவு வாய்ப்பாட்டின்படி,

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AP = \sqrt{(x-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 4 + 4} = \sqrt{x^2 - 4x + 8}$$

$$BP = \sqrt{(x-8)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{x^2 - 16x + 64 + 16} = \sqrt{x^2 - 16x + 80}$$

கணக்கின்படி, $AP : PB = 1 : 2$

5 Cordinate TM.indd 214 12/12/2019 3:36:25 PM

அதாவது $\dfrac{AP}{BP} = \dfrac{1}{2}$ $(\because BP = PB)$

$$2AP = BP$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த,

$$4AP^2 = BP^2$$

$$4(x^2 - 4x + 8) = (x^2 - 16x + 80)$$

$$4x^2 - 16x + 32 = x^2 - 16x + 80$$

$$3x^2 - 48 = 0$$

$$3x^2 = 48$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

புள்ளி P ஆனது x அச்சில் (மிகைப்பகுதியில்) அமைவதால்,

புள்ளி P இன் அச்சுத் தொலைவுகள் $(4, 0)$

எடுத்துக்காட்டு 5.11 புள்ளிகள் $(9, 3)$, $(7,-1)$ மற்றும் $(-1,3)$ வழிச் செல்லும் வட்டத்தின் மையம் $(4, 3)$ என நிறுவுக. மேலும் அவ்வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.

தீர்வு $P(4, 3)$, $A(9, 3)$, $B(7, -1)$ மற்றும் $C(-1, 3)$ என்க

புள்ளிகள் A, B, மற்றும் C வழிச் செல்லும் வட்டத்தின் மையம் P என்பதால் அப்புள்ளிகள் P இல் இருந்து சம தூரத்தில் அமையும். அதாவது $PA = PB = PC$

தொலைவு வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்த,

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AP = PA = \sqrt{(4-9)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{(-5)^2 + 0} = \sqrt{25} = 5$$

$$BP = PB = \sqrt{(4-7)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$CP = PC = \sqrt{(4+1)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{(5)^2 + 0} = \sqrt{25} = 5$$

$PA = PB = PC = 5$, ஆரம் $= 5$.

எனவே, P என்ற புள்ளி A, B மற்றும் C என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் வட்டத்தின் மையமாகும்.

பயிற்சி 5.2

1. கீழ்க்காணும் புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க.

   (i) $(1, 2)$ மற்றும் $(4, 3)$ (ii) $(3,4)$ மற்றும் $(-7, 2)$

   (iii) (a, b) மற்றும் (c, b) (iv) $(3,-9)$ மற்றும் $(-2, 3)$

2. தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் ஒரு கோடமையும் புள்ளிகளா என ஆராய்க.

   (i) $(7,-2),(5,1),(3,4)$ (ii) $(a,-2)$, $(a,3)$, $(a,0)$

5 Cordinate TM.indd 215 12/12/2019 3:36:26 PM

3. பின்வரும் புள்ளிகள் வரிசைப்படி எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டால், அது ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.

   (i) $A\ (5,4), B(2,0), C\ (-2,3)$ (ii) $A\ (6,-4), B\ (-2, -4), C\ (2,10)$

4. பின்வரும் புள்ளிகள் வரிசைப்படி எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டால், அது ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.

   (i) $A(2, 2), B(-2, -2), C(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ (ii) $A(\sqrt{3}, 2), B\ (0,1), C(0,3)$

5. பின்வரும் புள்ளிகள் வரிசைப்படி எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டால், அது ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.

   (i) $A(-3, 1), B(-6, -7), C\ (3, -9), D(6, -1)$ (ii) $A\ (-7, -3), B(5,10), C(15,8), D(3, -5)$

6. பின்வரும் புள்ளிகள் வரிசைப்படி எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டால், அது ஒரு சாய்சதுரத்தை அமைக்குமா என ஆராய்க.

   (i) $A(3,-2), B\ (7,6), C\ (-1,2), D\ (-5, -6)$ (ii) $A\ (1,1), B(2,1), C\ (2,2), D(1,2)$

7. புள்ளிகள் $A(-1, 1)$, $B(1,3)$ மற்றும் $C(3, a)$, மேலும் $AB = BC$ எனில் 'a' இன் மதிப்பைக் காண்க.

8. புள்ளி A இன் x அச்சுத் தொலைவு அதன் y அச்சுத் தொலைவிற்குச் சமம். மேலும், $B(1, 3)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து அப்புள்ளி A ஆனது 10 அலகு தொலைவில் இருக்கிறது. எனில் A இன் அச்சுத் தொலைவுகளைக் காண்க.

9. புள்ளி (x, y) ஆனது புள்ளிகள் $(3, 4)$ மற்றும் $(-5, 6)$ என்ற புள்ளிகளிலிருந்து சம தொலைவில் இருக்கிறது. x மற்றும் y இக்கு இடையே உள்ள உறவைக் காண்க.

10. புள்ளிகள் $A(2, 3)$ மற்றும் $B(2,-4)$ என்க. x அச்சின் மீது அமைந்துள்ள புள்ளி P ஆனது $AP = \frac{3}{7} AB$ என்ற வகையில் அமைந்துள்ளது எனில், புள்ளி P இன் அச்சுத் தொலைவைக் காண்க.

11. புள்ளிகள் $(1, 2)$, $(3, -4)$ மற்றும் $(5, -6)$ இன் வழிச் செல்லும் வட்டத்தின் மையம் $(11, 2)$ என நிறுவுக.

12. ஆதிப் புள்ளியை மையமாக உடைய வட்டத்தின் ஆரம் 30 அலகுகள். அந்த வட்டம் ஆய அச்சுகளை வெட்டும் புள்ளிகளைக் காண்க. இவ்வாறான எந்த இரு புள்ளிகளுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க.

5.4 ஒரு கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி (The Mid–point of a Line Segment)

படம் 5.20

ஒருவர் தனது இரு சக்கர வண்டியைக் கல்லூரியில் இருந்து கிழக்கு நோக்கி நேராகச் செல்லும் பாதையில் கிராமம் A–க்கும் பின்பு கிராமம் B–க்கும் செலுத்துவதாகக் கற்பனை செய்யுங்கள். இரண்டு கிராமங்களுக்கு இடையில் எரிபொருள் நிரப்பும் நிலையம் இல்லை. A மற்றும் B–க்கு இடையில் அமைந்த ஒரு புள்ளியில், தனது பயணத்திற்குத் தேவையான எரிபொருள் இல்லை என்பதை அவர் உணர்கிறார். இந்நிலையில், அவர் A–க்குத் திரும்பி விடுவாரா அல்லது தனது பயணத்தை B-ஐ நோக்கித் தொடர்வாரா?

5 Cordinate TM.indd 216 12/12/2019 3:36:27 PM

குறைந்த தூரம் எது? இவற்றை எவ்வாறு அறிவது? இதற்கு அவர் நடுவில் அமைந்த மையப்புள்ளியைக் கடந்து விட்டாரா என்பதை அறிய வேண்டியுள்ளது

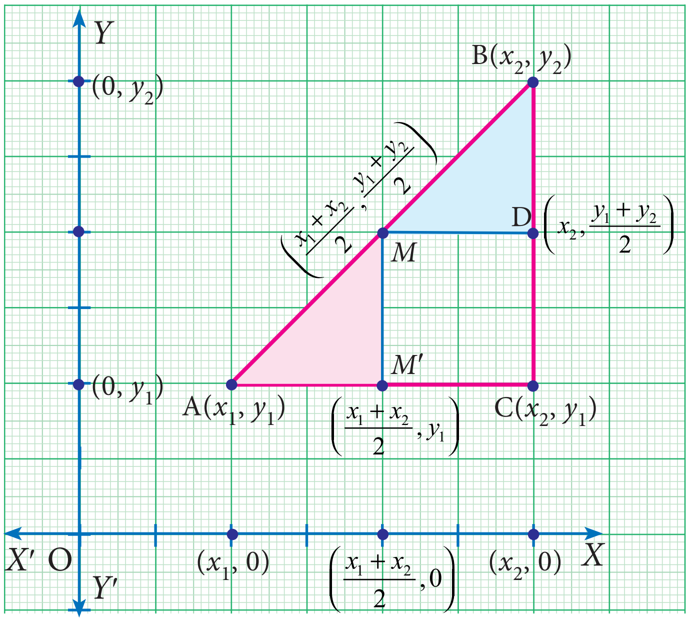
படம் 5.21

மேற்காணும் படம் 5.21 ஆனது இந்தச் சூழ்நிலையை விளக்குகிறது. கல்லூரியானது ஆதி O விலும், இதிலிருந்து கிராமம் A மற்றும் கிராமம் B முறையே தொலைவுகள் x_1 மற்றும் x_2 விலும் $(x_1 < x_2)$ அமைந்துள்ளதாகக் கற்பனை செய்வோம். AB இன் நடுப்புள்ளி M எனில் x ஆனது பின்வரும் வழியில் பெறப்படுகின்றது.

$AM = MB$ மற்றும் $x - x_1 = x_2 - x$

இதிலிருந்து, $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ எனப் பெறலாம்.

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ என்பன இரு புள்ளிகள், படம் 5.22 இல் கோட்டுத் துண்டு AB இன் நடுப்புள்ளி $M(x, y)$ எனில், M' என்பது AC இன் நடுப்புள்ளியாகும். ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் கர்ணத்தின் நடுப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும். (இது படத்தில் காணும் வண்ணமிடப்பட்ட இரண்டு வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பண்புகளில் இருந்தும் பெறப்படுகின்றது. இவ்வகை முக்கோணங்களில் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதங்கள் சமம்).



படம் 5.22

மற்றொரு வகையில் தீர்வு காணல்

(விகிதச் சமப் பண்பைப் பயன்படுத்தி)

நாம் புள்ளி M ஐ $M(x,y)$ எனக் கருதுவோம். இப்போது $\Delta AMM'$ மற்றும் ΔMBD ஆகியவை விகிதச் சமமானவை. எனவே,

$$\frac{AM'}{MD} = \frac{MM'}{BD} = \frac{AM}{MB}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{y - y_1}{y_2 - y} = \frac{1}{1} \quad (AM = MB)$$

$\dfrac{x - x_1}{x_2 - x} = 1$ ஐக் கருதுக.

$$2x = x_2 + x_1 \Rightarrow x = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

இதேபோல், $y = \dfrac{y_2 + y_1}{2}$

M இன் x ஆயத்தொலைவு, A மற்றும் C இன் x ஆயத்தொலைவுகளின் சராசரி $= \dfrac{x_1 + x_2}{2}$, மேலும் இதேபோல், M இன் y-ஆயத் தொலைவு, B மற்றும் C இன் y ஆயத்தொலைவுகளின் சராசரி $= \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ ஆகும்.

5 Cordinate TM.indd 217 12/12/2019 3:36:34 PM

புள்ளிகள் $A(x_1, y_1)$ மற்றும் $B(x_2, y_2)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி $M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ ஆகும்.

சிந்தனைக்களம்

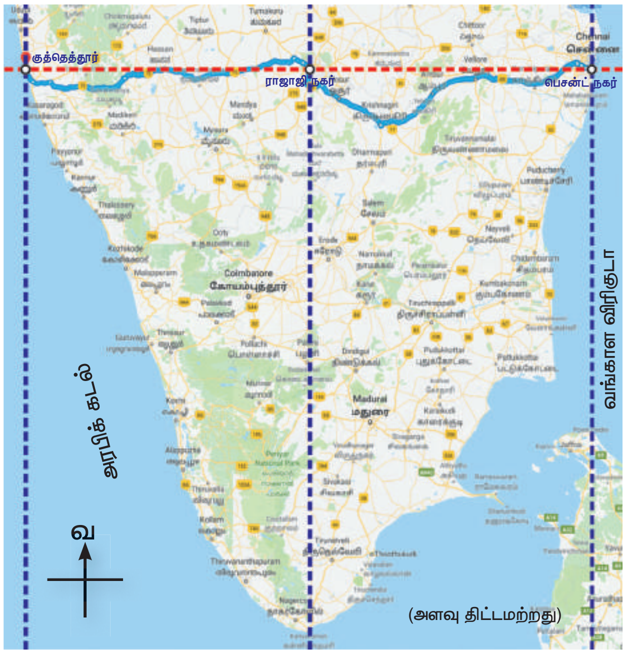
$AD = 4$ செமீ மேலும், D ஆனது AC இன் நடுப்புள்ளி மற்றும் C ஆனது AB இன் நடுப்புள்ளி எனில் AB இன் நீளம் காண்க.

எடுத்துக்காட்டாக, புள்ளிகள் $(-8, -10)$ மற்றும் $(4, -2)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு $x_1 = -8$, $x_2 = 4$, $y_1 = -10$ மற்றும் $y_2 = -2$.

தேவையான நடுப்புள்ளி ஆனது $\left(\frac{-8+4}{2}, \frac{-10-2}{2}\right)$ அல்லது $(-2, -6)$.

நம்முடைய நடைமுறை வாழ்க்கைச் சூழலில் நடுப்புள்ளியின் பயன்பாட்டைப் பார்க்கலாம். பின்வரும் நகரங்களின் தீர்க்கரேகை மற்றும் அட்சரேகையைக் கருதுவோம்.

நகரங்களின் பெயர்	தீர்க்கரேகை	அட்சரேகை
சென்னை (பெசன்ட் நகர்)	$80.27°$ கி	$13.00°$ வ
மங்களூரு (குத்தெத்தூர்)	$74.85°$ கி	$13.00°$ வ
பெங்களூரு (ராஜாஜி நகர்)	$77.56°$ கி	$13.00°$ வ



படம் 5.23

நாம் சென்னை $(80.27°$ கி, $13.00°$ வ) மற்றும் மங்களூரு $(74.85°$ கி, $13.00°$ வ) ஆகியவற்றின் தீர்க்கரேகை மற்றும் அட்சரேகைகளை இணைகளாக எடுக்கலாம். மேலும் பெங்களூருவானது சென்னை மற்றும் மங்களூருவிற்கு நடுவில் அமைந்துள்ள நகரமாகும். இப்பொழுது நாம் ஆயத்தொலைவுகளின் சராசரிகளைக் கணக்கிட்டால், $\left(\frac{80.27+74.85}{2}, \frac{13.00+13.00}{2}\right)$ என அமையும். இது பெங்களூருவின் தீர்க்கரேகை மற்றும் அட்சரேகையான $(77.56°$ கி, $13.00°$ வ)ஐக் கொடுக்கின்றது. மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகளில் இருந்து மையத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளியானது மற்ற இரண்டு புள்ளிகளுக்கும் நடுப் புள்ளியாகும். மேலும் அந்தப் புள்ளியானது மற்ற இரண்டு புள்ளிகளைச் சம விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது.

5 Cordinate TM.indd 218 12/12/2019 3:36:37 PM

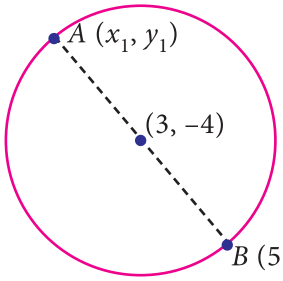
எடுத்துக்காட்டு 5.12 ஒரு வட்டத்தின் மையப்புள்ளி $(3,-4)$. AB ஆனது அந்த வட்டத்தின் விட்டம் மற்றும் $B(5,-6)$ எனில் A இன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.

தீர்வு

A இன் ஆயத்தொலைவு (x_1, y_1) என்க, $B(5,-6)$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. விட்டம் AB இன் நடுப்புள்ளி வட்டத்தின் மையம் என்பதால், நாம் பெறுவது,

$$\frac{x_1+x_2}{2}=3$$
$$x_1+5=6$$
$$x_1=6-5$$
$$x_1=1$$

$$\frac{y_1+y_2}{2}=-4$$
$$y_1-6=-8$$
$$y_1=-8+6$$
$$y_1=-2$$



படம் 5.24

எனவே, A இன் ஆயத்தொலைவுகள் $(1,-2)$ ஆகும்.

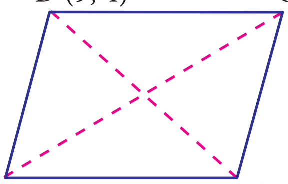
முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தல்

(i) $A(3,0)$ மற்றும் $B(-5,4)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி X என்க. மேலும் $P(-11,-8)$ மற்றும் $Q(8,-2)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி Y என்க. கோட்டுத் துண்டு XY இன் நடுப்புள்ளி காண்க.

(i) $A(8,-5)$ மற்றும் $B(-2,11)$, ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி $(3,x)$ எனில் 'x' இன் மதிப்பு காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 5.13 $(x,3),(6,y),(8,2)$ மற்றும் $(9,4)$ என்பன வரிசையாக எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட இணைகரத்தின் உச்சிகள் எனில் x மற்றும் y இன் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு



படம் 5.25

$A(x,3)$, $B(6,y)$, $C(8,2)$ மற்றும் $D(9,4)$ என்பவை இணைகரம் $ABCD$ இன் உச்சிகள் என்க. வரையறையின்படி, மூலைவிட்டங்கள் AC மற்றும் BD ஒன்றையொன்று இருசமக் கூறிடும்

AC இன் நடுப்புள்ளி = BD இன் நடுப்புள்ளி

$$\left(\frac{x+8}{2},\frac{3+2}{2}\right)=\left(\frac{6+9}{2},\frac{y+4}{2}\right)$$

இருபுறமும் ஆயத் தொலைவுகளைச் சமப்படுத்த, நாம் பெறுவது

F6PZA2

5 Cordinate TM.indd 219 12/12/2019 3:36:41 PM

$$\frac{x+8}{2}=\frac{15}{2} \quad \text{மற்றும்} \quad \frac{5}{2}=\frac{y+4}{2}$$
$$x+8=15 \qquad 5=y+4$$
$$x=7 \qquad y=1$$

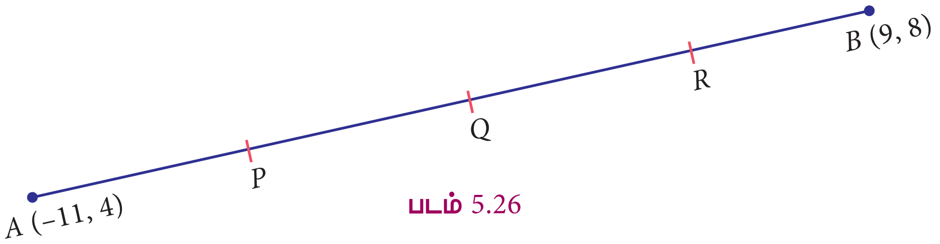
இதிலிருந்து, $x = 7$ மற்றும் $y = 1$.

சிந்தனைக்களம்

$A(6,1)$, $B(8,2)$ மற்றும் $C(9,4)$ என்பன இணைகரம் $ABCD$ இல் வரிசையாக எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட உச்சிகள். நடுப்புள்ளிக்கான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி நான்காவது உச்சி Dயைக் காண்க. (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) மற்றும் (x_4, y_4) என்பன இணைகரத்தின் நான்கு முனைகள் எனில் மேற்காணும் புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி $(x_1+x_3-x_2, y_1+y_3-y_2)$ இன் மதிப்பு காண்க. மேலும் உமது விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக.

எடுத்துக்காட்டு 5.14

புள்ளிகள் $A(-11,4)$ மற்றும் $B(9,8)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை நான்கு சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளைக் காண்க.



படம் 5.26

தீர்வு

$A(-11,4)$ மற்றும் $B(9,8)$ஐ இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டை நான்கு சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகள் P, Q, R என்க. இங்கு $AP = PQ = QR = RB$.

இங்கு AB இன் நடுப்புள்ளி Q, AQ இன் நடுப்புள்ளி P மற்றும் QB இன் நடுப்புள்ளி R என்க.

$$AB \text{ இன் நடுப்புள்ளி } Q = \left(\frac{-11+9}{2}, \frac{4+8}{2}\right) = \left(\frac{-2}{2}, \frac{12}{2}\right) = (-1,6)$$

$$AQ \text{ இன் நடுப்புள்ளி } P = \left(\frac{-11-1}{2}, \frac{4+6}{2}\right) = \left(\frac{-12}{2}, \frac{10}{2}\right) = (-6,5)$$

$$QB \text{ இன் நடுப்புள்ளி } R = \left(\frac{-1+9}{2}, \frac{6+8}{2}\right) = \left(\frac{8}{2}, \frac{14}{2}\right) = (4,7)$$

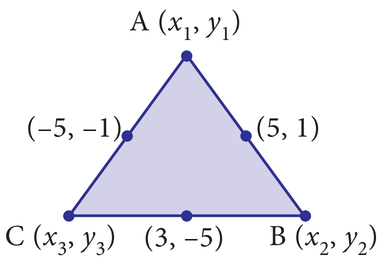
எனவே கோட்டுத்துண்டு AB ஐ நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகள் $P(-6, 5)$, $Q(-1, 6)$ மற்றும் $R(4, 7)$ ஆகும்.

5 Cordinate TM.indd 220 12/12/2019 3:36:45 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.15 ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் $(5,1)$, $(3,-5)$ மற்றும் $(-5,-1)$ எனில், அந்த முக்கோணத்தின் முனைகளின் ஆயத்தொலைவுகளைக் காண்க.

தீர்வு

ΔABC இன் முனைகள் $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ மற்றும் $C(x_3,y_3)$ என்க. மேலும் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் CA இன் நடுப்புள்ளிகள் முறையே $(5,1)$, $(3,-5)$ மற்றும் $(-5,-1)$ என்க.



படம் 5.27

$$\frac{x_1+x_2}{2}=5 \Rightarrow x_1+x_2=10 \quad ...(1)$$
$$\frac{x_2+x_3}{2}=3 \Rightarrow x_2+x_3=6 \quad ...(2)$$
$$\frac{x_3+x_1}{2}=-5 \Rightarrow x_3+x_1=-10 \quad ...(3)$$

(1), (2) மற்றும் (3) ஐக் கூட்டக் கிடைப்பது,

$$2x_1+2x_2+2x_3=6$$

2 ஆல் வகுக்க,

$$x_1+x_2+x_3=3 \quad ...(4)$$

$(4)-(2) \Rightarrow x_1=3-6=-3$

$(4)-(3) \Rightarrow x_2=3+10=13$

$(4)-(1) \Rightarrow x_3=3-10=-7$

$$\frac{y_1+y_2}{2}=1 \Rightarrow y_1+y_2=2 \quad ...(5)$$
$$\frac{y_2+y_3}{2}=-5 \Rightarrow y_2+y_3=-10 \quad ...(6)$$
$$\frac{y_3+y_1}{2}=-1 \Rightarrow y_3+y_1=-2 \quad ...(7)$$

(5), (6) மற்றும் (7) ஐக் கூட்டக் கிடைப்பது,

$$2y_1+2y_2+2y_3=-10$$

2 ஆல் வகுக்க,

$$y_1+y_2+y_3=-5 \quad ...(8)$$

$(8)-(6) \Rightarrow y_1=-5+10=5$

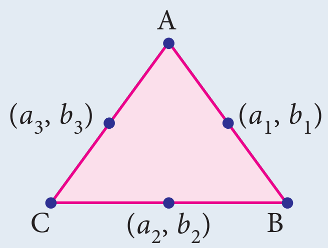
$(8)-(7) \Rightarrow y_2=-5+2=-3$

$(8)-(5) \Rightarrow y_3=-5-2=-7$

முக்கோணத்தின் மூன்று முனைகள் $A(-3,5)$, $B(13,-3)$ மற்றும் $C(-7,-7)$ ஆகும்.

சிந்தனைக்களம்

(a_1,b_1), (a_2,b_2) மற்றும் (a_3,b_3) என்பன ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் என்க. எடுத்துக்காட்டு 5.15 ஐப் பயன்படுத்தி, $(a_1+a_3-a_2,\ b_1+b_3-b_2)$, $(a_1+a_2-a_3,\ b_1+b_2-b_3)$ மற்றும் $(a_2+a_3-a_1,\ b_2+b_3-b_1)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க. விடைகளை ஒப்பிடும்போது நீங்கள் அறிவது என்ன? உங்கள் விடைக்கான காரணத்தைத் தருக.



படம் 5.28

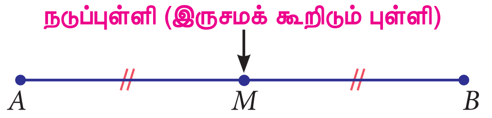
5 Cordinate TM.indd 221 12/12/2019 3:36:52 PM

பயிற்சி 5.3

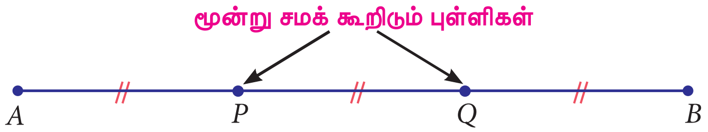
1. கீழ்க்காணும் புள்ளிகளை இணைத்து உருவாக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளிகளைக் காண்க.
   (i) $(-2,3)$ மற்றும் $(-6,-5)$ (ii) $(8,-2)$ மற்றும் $(-8,0)$
   (iii) (a,b) மற்றும் $(a+2b,2a-b)$ (iv) $\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{7}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{3}{2},\frac{-11}{7}\right)$
2. ஒரு வட்டத்தின் மையம் $(-4,2)$. அந்த வட்டத்தில் $(-3,7)$ என்பது விட்டத்தின் ஒரு முனை எனில், மற்றொரு முனையைக் காண்க.
3. $(3,4)$ மற்றும் $(p,7)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி (x,y) ஆனது $2x+2y+1=0$, இன் மேல் அமைந்துள்ளது எனில், p இன் மதிப்பு காண்க.?
4. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் $(2,4)$, $(-2,3)$ மற்றும் $(5,2)$ எனில் அந்த முக்கோணத்தின் முனைகளின் ஆயத்தொலைவுகளைக் காண்க.
5. AB ஐ ஒரு நாணாக உடைய வட்டத்தின் மையம் $O(0,0)$. இங்கு, புள்ளிகள் A மற்றும் B முறையே $(8,6)$ மற்றும் $(10,0)$ ஆகும். வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து நாண் AB –க்கு வரையப்படும் செங்குத்து OD எனில், OD இன் மையப்புள்ளியின் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.
6. புள்ளிகள் $A(-5,4)$, $B(-1,-2)$ மற்றும் $C(5,2)$ என்பன இரு சமபக்கச் செங்கோண முக்கோணத்தின் உச்சிகள், இதில் B இல் செங்கோணம் அமைந்துள்ளது. மேலும் $ABCD$ ஒரு சதுரம் எனில் D இன் ஆயத்தொலைவுகளைக் காண்க.
7. முக்கோணம் DEF இன் பக்கங்கள் DE, EF மற்றும் FD களின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே $A(-3,6)$, $B(0,7)$ மற்றும் $C(1,9)$ எனில், நாற்கரம் $ABCD$ ஓர் இணைகரம் என நிறுவுக.
8. $A(-3,2)$, $B(3,2)$ மற்றும் $C(-3,-2)$ என்பன A இல் செங்கோணத்தைக் கொண்டுள்ள செங்கோண முக்கோணத்தின் உச்சிகள் எனில் கர்ணத்தின் நடுப்புள்ளியானது உச்சிகளிலிருந்து சமத் தொலைவில் உள்ளது என்பதை நிறுவுக.

5.5 ஒரு கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமக்கூறிடும் புள்ளிகள் (Points of Trisection of a Line Segment)

ஒரு கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி ஆனது அந்தக் கோட்டுத்துண்டை இருசமக் கூறிடும் புள்ளி ஆகும். நாம் ஒரு கோட்டுத் துண்டை மூன்று சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்க வேண்டுமெனில், அக்கோட்டுத் துண்டை மூன்று சமக் கூறிடுவதற்கு ஏற்ப புள்ளிகளைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறித்திட வேண்டும்.



படம் 5.29
$AM = MB$

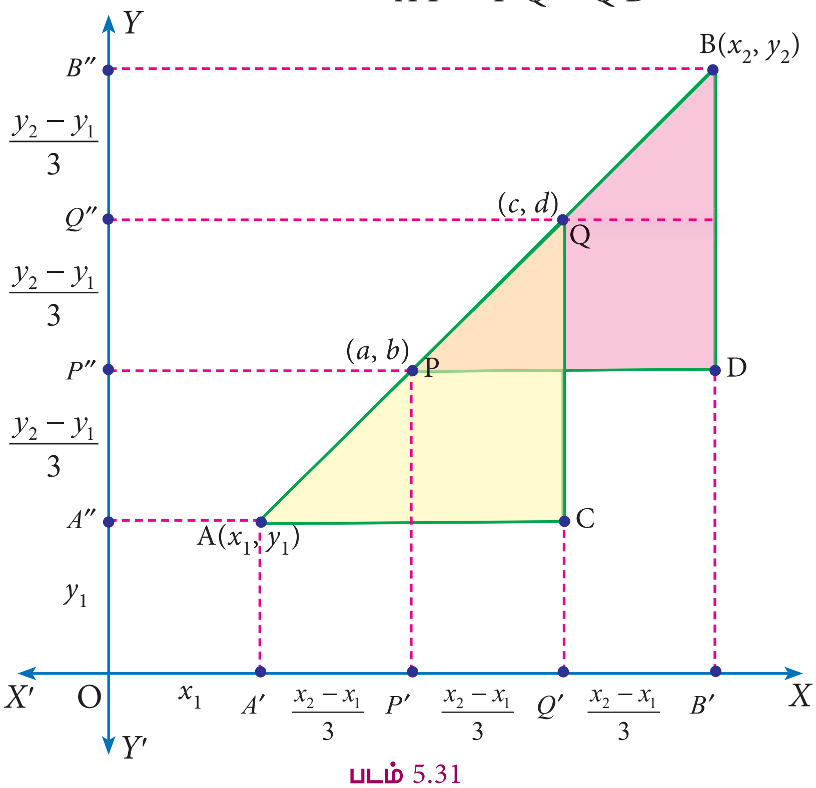


படம் 5.30
$AP = PQ = QB$

5 Cordinate TM.indd 222 12/12/2019 3:36:54 PM

கொடுக்கப்பட்ட ஒரு கோட்டுத்துண்டை, இரண்டு புள்ளிகள் மூன்று சமக் கூறிடும். இந்தப் புள்ளிகளை அடைவதற்கான வழிமுறையானது, நாம் இருசமக் கூறிடும் (அதாவது நடுப்புள்ளி) புள்ளியை அடைவது போன்றதே. கொடுக்கப்பட்ட படம் 5.31 ஐ உற்று நோக்குவோம். இங்கு கோட்டுத்துண்டு AB யை மூன்று சமக் கூறிடும் புள்ளிகள் P மற்றும் Q ஆகும். இதில் A ஆனது (x_1, y_1) மற்றும் B ஆனது (x_2, y_2). இதிலிருந்து நாம் P ஆனது AQ இன் நடுப்புள்ளி மற்றும் Q ஆனது PB இன் நடுப்புள்ளி என்பவற்றை நாம் தெளிவாக உணரலாம். இங்கு ΔACQ மற்றும் ΔPDB ஆகியவற்றைக் கருதுவோம். (இவற்றை வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பண்புகளின் அடிப்படையிலும் சரிபார்க்கலாம்; உயர் வகுப்புகளில் இது விரிவாக விளக்கப்படும்).

$$A'P' = P'Q' = Q'B'$$



படம் 5.31

குறிப்பு

நாம் ஒரு கோட்டுத் துண்டை மூன்று சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும் பொழுது கிடைமட்ட மற்றும் செங்குத்துக் கால்களும் மூன்று சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கப்படும்.

P ஆனது (a, b) எனில்,

$$a = OP' = OA' + A'P' = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{3} = \frac{x_2 + 2x_1}{3};$$

$$b = PP' = OA'' + A''P'' = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{3} = \frac{y_2 + 2y_1}{3}$$

எனவே, புள்ளி P ஆனது $\left(\frac{x_2 + 2x_1}{3}, \frac{y_2 + 2y_1}{3}\right)$ ஆகும்.

Q ஆனது (c, d) எனில்,

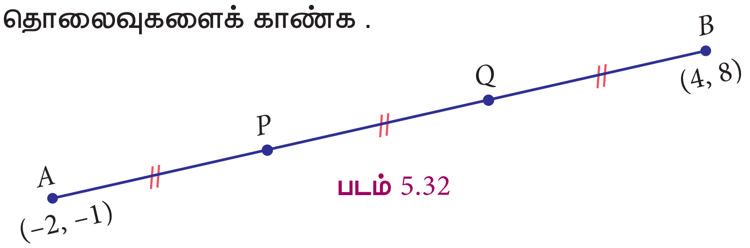
$$c = OQ' = OB' - Q'B' = x_2 - \left(\frac{x_2 - x_1}{3}\right) = \frac{2x_2 + x_1}{3};$$

$$d = OQ'' = OB'' - Q''B'' = y_2 - \left(\frac{y_2 - y_1}{3}\right) = \frac{2y_2 + y_1}{3}$$

அதாவது தேவையான புள்ளி Q ஆனது $\left(\frac{2x_2 + x_1}{3}, \frac{2y_2 + y_1}{3}\right)$ ஆகும்.

5 Cordinate TM.indd 223 12/12/2019 3:37:00 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.16 $(-2,-1)$ மற்றும் $(4,8)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமக்கூறிடும் புள்ளிகளின் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க .



படம் 5.32

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் $A(-2,-1)$ மற்றும் $B(4,8)$ என்க.

AB ஐ மூன்று சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகள் $P(a,b)$ மற்றும் $Q(c,d)$ என்க. ஆகவே $AP=PQ=QB$ ஆகும்.

மேலே நிறுவப்பட்ட சூத்திரத்தின்படி, புள்ளி P ஆனது

$$\left(\frac{x_2+2x_1}{3},\frac{y_2+2y_1}{3}\right)=\left(\frac{4+2(-2)}{3},\frac{8+2(-1)}{3}\right)$$

$$=\left(\frac{4-4}{3},\frac{8-2}{3}\right)=(0,\ 2)$$

மற்றும் புள்ளி Q ஆனது

$$\left(\frac{2x_2+x_1}{3},\frac{2y_2+y_1}{3}\right)=\left(\frac{2(4)-2}{3},\frac{2(8)-1}{3}\right)$$

$$=\left(\frac{8-2}{3},\frac{16-1}{3}\right)=(2,\ 5)$$

முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தல்

(i) புள்ளிகள் $(4,-1)$ மற்றும் $(-2,-3)$ ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமக் கூறிடும் புள்ளிகளின் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.

(ii) புள்ளி $(6,-9)$ மற்றும் ஆதியை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமக் கூறிடும் புள்ளிகளின் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.

5.6 பிரிவுச் சூத்திரம் (Section Formula)

கோட்டுத் துண்டை இரு சமக்கூறிடுதல் மற்றும் மூன்று சமக்கூறிடுதல் பற்றிக் கற்றோம். இப்போது புள்ளிகள் (x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2) ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை $m:n$ என்ற விகிதத்தில் பிரித்தலைக் கற்றுக்கொள்வோம்.

ஒரு கோட்டுத்துண்டு AB மற்றும் ஒரு மிகை மெய் எண் r கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

படம் 5.33

நாம் AB ஐ $r:1$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி P இன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண இருக்கின்றோம்.

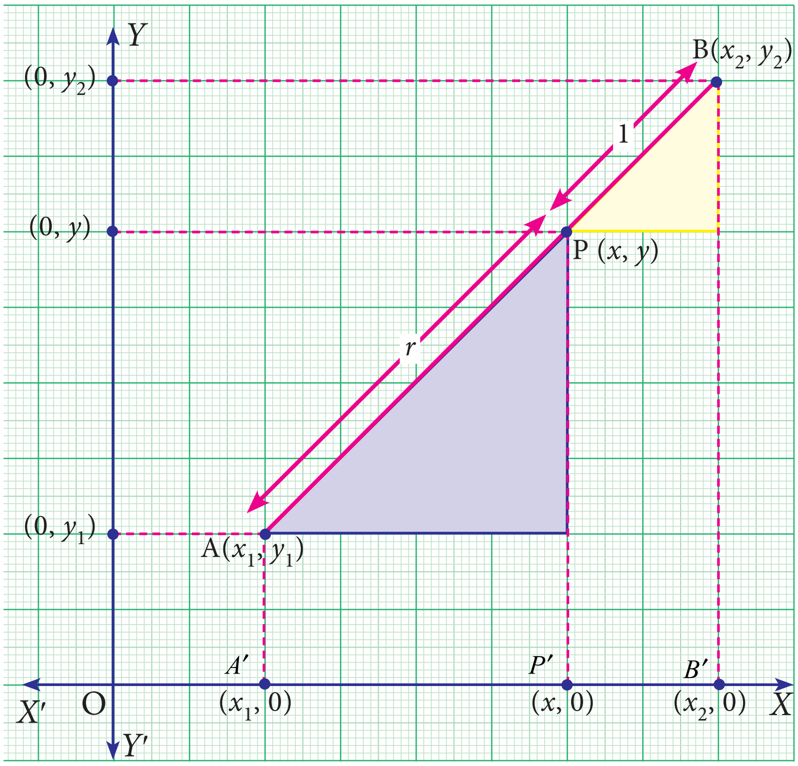
அதாவது $\frac{AP}{PB}=\frac{r}{1}$ அல்லது $AP=r(PB)$.

இதிலிருந்து $x-x_1=r(x_2-x)$

இதைத் தீர்க்க, $x=\frac{rx_2+x_1}{r+1}$ ….. (1)

5 Cordinate TM.indd 224 12/12/2019 3:37:04 PM

நாம் இந்த முடிவை ஒரு கோட்டின் மேல் அமைந்துள்ள எந்தவொரு புள்ளிக்கும் பின்வருமாறு பொதுமைப்படுத்தலாம்



படம் 5.34

$AP : PB = r:1$ என எடுக்க, நாம் பெறுவது $A'P' : P'B' = r:1$.

எனவே $\quad A'P' = r(P'B')$

ஆகவே, $\quad (x - x_1) = r(x_2 - x)$

இதிலிருந்து நாம் பெறுவது,

$$x = \frac{rx_2 + x_1}{r+1} \quad \ldots \text{[(1) ஐப் பார்க்க]}$$

இதே வழியில் நாம் பெறுவது $y = \dfrac{ry_2 + y_1}{r+1}$

A மற்றும் B இக்கு இடையில் P மற்றும் $\dfrac{AP}{PB} = r$, எனில் நாம் பெறும் வாய்ப்பாடு P ஆனது

$\left(\dfrac{rx_2 + x_1}{r+1}, \dfrac{ry_2 + y_1}{r+1}\right)$. r ஆனது $\dfrac{m}{n}$ என எடுக்கப்பட்டால், பிரிவுச் சூத்திரமானது

$\left(\dfrac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \dfrac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$, எனக் கிடைக்கிறது. இதுவே நிலையான அமைப்பாகும் .

சிந்தனைக் களம்

(i) $m = n = 1$ எனில் நிகழ்வது என்ன? நாம் முன்பே நிறுவிய முடிவு ஒன்றை அடையாளம் காண முடிகிறதா?

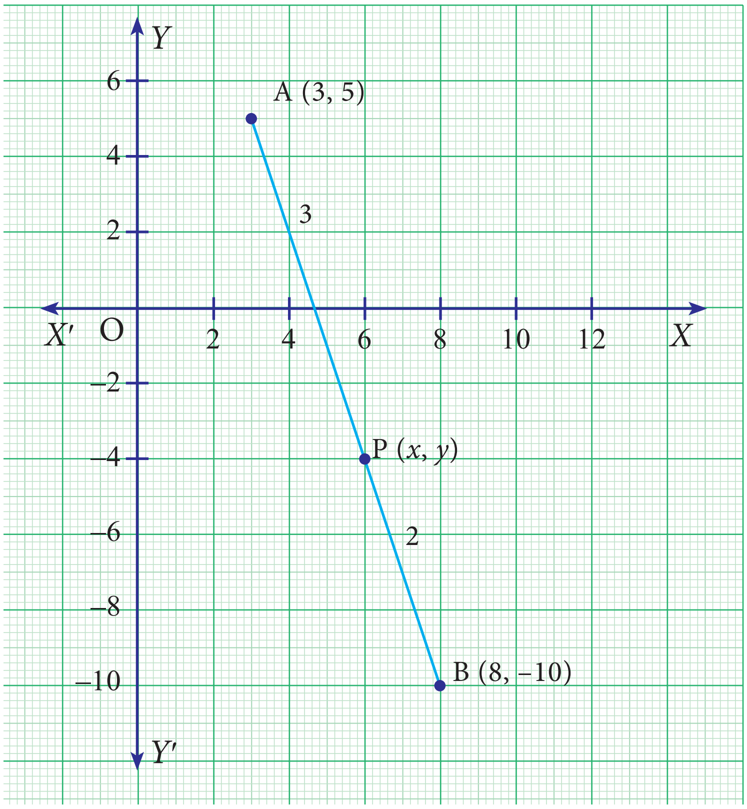
(ii) $AP : PB = 1 : 2$ மற்றும் $AQ : QB = 2:1$ எனில் $AP : AB$ என்ன? $AQ : AB$ என்ன?

5 Cordinate TM.indd 225 12/12/2019 3:37:07 PM

குறிப்பு

- புள்ளிகள் (x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2) ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை X-அச்சு பிரிக்கும் விகிதம் $\frac{-y_1}{y_2}$ மற்றும் Y-அச்சு பிரிக்கும் விகிதம் $\frac{-x_1}{x_2}$.
- மூன்று புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமையும் எனில், அவற்றின் ஒரு புள்ளி மற்ற இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை $r : 1$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும்.
- கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகளும் ஒரு கோட்டில் அமையும்பொழுது மட்டுமே பிரிவுச் சூத்திரம் பயன்படும் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.
- இந்தப் பிரிவுச் சூத்திரமானது ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம், உள்வட்ட மையம், வெளிவட்ட மையம் போன்றவற்றைக் காணப் பயன்படுகிறது. இயற்பியலில் இது பொருளின் பொருண்மை மையம், சமநிலைப் புள்ளிகள் போன்ற பலவற்றில் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 5.17 புள்ளிகள் $(3,5)$ மற்றும் $(8,-10)$ ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை $3:2$ என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளியின் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.



படம் 5.35

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $A(3,5)$, $B(8,-10)$ என்க. மேலும் புள்ளி $P(x,y)$ ஆனது கோட்டுத் துண்டு AB ஐ $3:2$ என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளி என்க.

பிரிவுச் சூத்திரத்தின்படி,

$$P(x,y) = P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

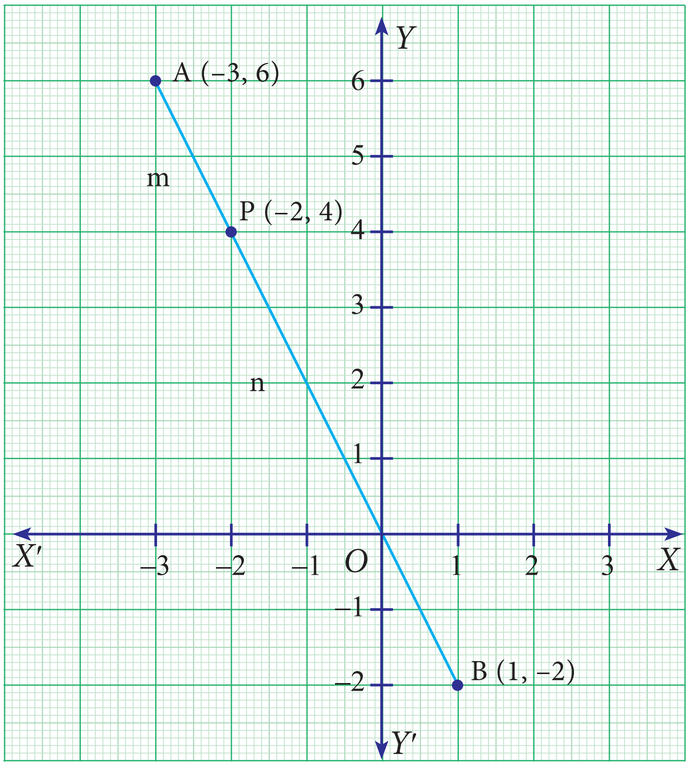
இங்கு, $x_1 = 3,\ y_1 = 5,\ x_2 = 8,\ y_2 = -10$ மற்றும் $m = 3,\ n = 2$

ஆகையால், $$P(x,y) = P\left(\frac{3(8)+2(3)}{3+2}, \frac{3(-10)+2(5)}{3+2}\right)$$

$$= P\left(\frac{24+6}{5}, \frac{-30+10}{5}\right) = P(6,-4)$$

5 Cordinate TM.indd 226 12/12/2019 3:37:10 PM

எடுத்துக்காட்டு 5.18 $A(-3,6)$ மற்றும் $B(1,-2)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டைப் புள்ளி $P(-2,4)$ ஆனது உட்புறமாக என்ன விகிதத்தில் பிரிக்கும்?



படம் 5.36

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் $A(-3,\ 6)$ மற்றும் $B(1,\ -2)$ஆகும். $P(-2,\ 4)$ ஆனது AB ஐ உட்புறமாக $m : n$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது என்க.

பிரிவுச் சூத்திரத்தின்படி

$$P(x,y)=P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

$$=P(-2,4) \quad .....(1)$$

இங்கு $x_1=-3,\ y_1=6,\ x_2=1,\ y_2=-2$

$$(1)\Rightarrow\left(\frac{m(1)+n(-3)}{m+n},\frac{m(-2)+n(6)}{m+n}\right)=P(-2,4)$$

x-இன் ஆயத்தொலைவைச் சமப்படுத்த, நாம் பெறுவது

$\frac{m-3n}{m+n}=-2$ அல்லது $m-3n=-2m-2n$

$$3m=n$$

$$\frac{m}{n}=\frac{1}{3}$$

$$m:n=1:3$$

P ஆனது AB ஐ உட்புறமாக 1:3 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது.

குறிப்பு

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் y இன் ஆயத்தொலைவுகளைச் சமப்படுத்தியும் இதே முடிவைப் பெறலாம். அதை முயன்று பார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.19 புள்ளிகள் $A(-3,5)$ மற்றும் B ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டைப் புள்ளி $P(-2,3)$ ஆனது 1:6 என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகப் பிரிக்கின்றது எனில் B இன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க?

தீர்வு

புள்ளிகள் $A(-3,5)$ மற்றும் $B(x_2,y_2)$ என்க.

புள்ளி $P(-2,3)$ஆனது AB ஐ உட்புறமாக 1:6 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

பிரிவுச் சூத்திரத்தின்படி $P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)=P(-2,3)$

5 Cordinate TM.indd 227 12/12/2019 3:37:13 PM

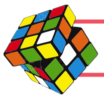
$$P\left(\frac{1(x_2)+6(-3)}{1+6}, \frac{1(y_2)+6(5)}{1+6}\right) = P(-2,3)$$

ஆயத் தொலைவுகளைச் சமப்படுத்த

$$\frac{x_2-18}{7} = -2$$
$$x_2 - 18 = -14$$
$$x_2 = 4$$

$$\frac{y_2+30}{7} = 3$$
$$y_2 + 30 = 21$$
$$y_2 = -9$$

ஆகவே, புள்ளி B இன் ஆயத்தொலைவுகள் $(4,-9)$ ஆகும்.



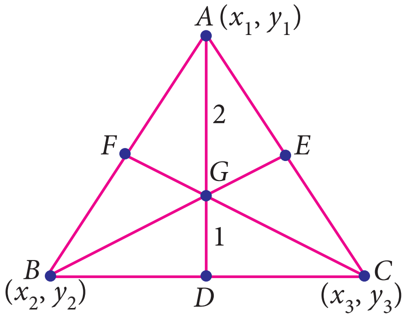
பயிற்சி 5.4

1. $A(4,-3)$ மற்றும் $B(9,7)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை $3:2$ என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளியின் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.
2. $A(-3,5)$ மற்றும் $B(4,-9)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டைப் புள்ளி $P(2,-5)$ என்ன விகிதத்தில் பிரிக்கும்?
3. $A(1,2)$ மற்றும் $B(6,7)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டில் $AP = \frac{2}{5}AB$ என்றவாறு அமையும் புள்ளி P இன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.
4. $A(-5,6)$ மற்றும் $B(4,-3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை மூன்று சமப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளிகளின் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.
5. $A(6,3)$ மற்றும் $B(-1, -4)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டானது, ABஇன் நீளத்தில் பாதி அளவினை இரு முனைகளிலும் இணைத்து இரு மடங்காக ஆக்கப்படுகின்றது எனில் புதிய முனைகளின் ஆயத்தொலைவுகளைக் காண்க.
6. பிரிவுச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் புள்ளிகள் $A(7, -5)$, $B(9, -3)$ மற்றும் $C(13,1)$ ஆகியன ஒரே கோட்டில் அமையும் என நிரூபிக்க.
7. கோட்டுத்துண்டு AB ஆனது முனை B இலிருந்து C இக்கு அதன் நீளம் 25% அதிகரிக்குமாறு நீட்டப்படுகின்றது. புள்ளிகள் A மற்றும் B இன் ஆயத் தொலைவுகள் முறையே $(-2,-3)$ மற்றும் $(2,1)$ எனில் C இன் ஆயத்தொலைவுகளைக் காண்க.

5.7 நடுக்கோட்டு மையத்தின் ஆயத்தொலைவுகள் (The Coordinates of the Centroid)

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ மற்றும் $C(x_3, y_3)$ ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்டுள்ள ΔABC ஐக் கருதுக.

AD, BE மற்றும் CF என்பன ΔABC இன் நடுக்கோடுகள் என்க.



படம் 5.37

BC இன் மையப் புள்ளி $D\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

5 Cordinate TM.indd 228 12/12/2019 3:37:18 PM

நடுக்கோடு AD ஐ நடுக்கோட்டு மையம் G ஆனது உட்புறமாக $2:1$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது. பிரிவுச் சூத்திரத்தின்படி, நடுக்கோட்டு மையம் $G(x,y)$ஆனது,

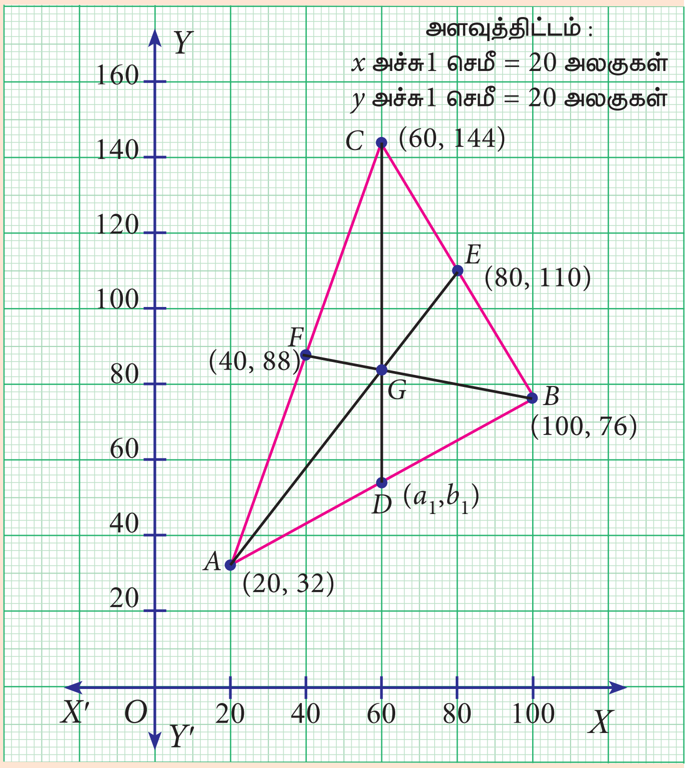
$$\left(\frac{\frac{2(x_2+x_3)}{2}+1(x_1)}{2+1}, \frac{\frac{2(y_2+y_3)}{2}+1(y_1)}{2+1}\right)=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

$A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ மற்றும் $C(x_3,y_3)$ ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்டுள்ள முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் $G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

செயல்பாடு - 2

1. வரைபடத் தாளில் $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ மற்றும் $C(x_3,y_3)$–ஐ உச்சிகளாக உடைய ΔABC –ஐ வரைக.

2. ΔABC இன் நடுக்கோடுகள் வரைந்து நடுக்கோட்டு மையத்தைக் குறிக்கவும்



படம் 5.38

உற்றுநோக்கல்

(i) ΔABC இன் முனைகளின் ஆயத்தொலைவுகள் இங்கு $A(x_1,y_1)=$ ____________________, $B(x_2,y_2)=$ ______________ மற்றும் $C(x_3,y_3)=$ _________

(ii) நடுக்கோட்டு மையம் G இன் ஆயத்தொலைவுகள்= ____________

(iii) நடுக்கோட்டு மையத்திற்கான சூத்திரத்தின்படி, G இன் ஆயத் தொலைவுகள் = __________.

(iv) AB இன் நடுப்புள்ளி ____________.

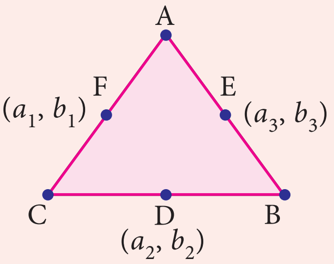
(v) AB இன் நடுப்புள்ளி மற்றும் (x_3,y_3) ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை $2:1$ என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளி ____________.

5 Cordinate TM.indd 229 12/12/2019 3:37:22 PM

குறிப்பு

- ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி (G) யில் சந்திக்கும். மேலும் அந்தப் புள்ளியானது, நடுக்கோட்டின் மேல் உள்ள முனைக்கு எதிர்ப்பக்கத்திலிருந்து மூன்றில் ஒரு பங்கு தொலைவில் அமையும்.

- ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமும் அந்த முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைத்து உருவாக்கப்படும் முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமும் ஒன்றே (வெவ்வேறானவை அல்ல).



படம் 5.39

- $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$ மற்றும் (a_3, b_3) ஆனது ΔABC இன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் எனில் அதன் நடுக்கோட்டு மையம்

  $G\left(\frac{a_1+a_2+a_3}{3}, \frac{b_1+b_2+b_3}{3}\right)$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.20 $A(6,-1)$, $B(8,3)$ மற்றும் $C(10,-5)$ ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் காண்க.

தீர்வு

$A(6,-1)$, $B(8,3)$ மற்றும் $C(10,-5)$ ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் $G(x, y)$

$$G(x,y) = G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

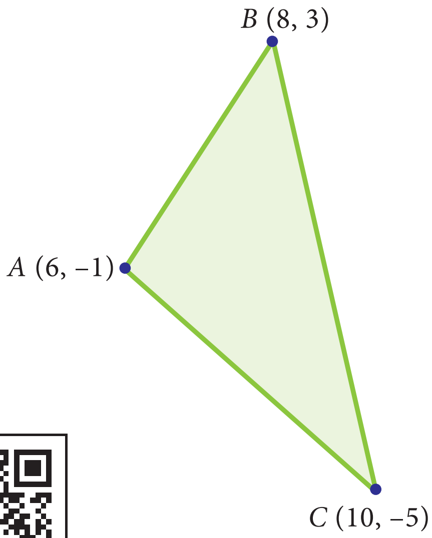
கொடுக்கப்பட்டது $(x_1, y_1) = (6,-1)$; $(x_2, y_2) = (8,3)$;

$(x_3, y_3) = (10,-5)$

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம்

$$G(x,y) = G\left(\frac{6+8+10}{3}, \frac{-1+3-5}{3}\right)$$

$$= G\left(\frac{24}{3}, \frac{-3}{3}\right) = G(8,-1)$$

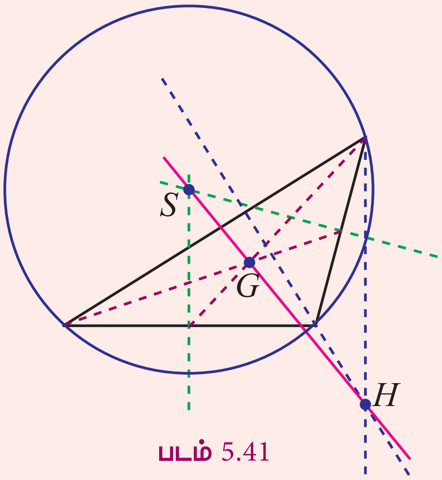


படம் 5.40

F6YVBP

குறிப்பு

- ஒரு முக்கோணத்தில், ஆய்லரின் கோடு என்பது செங்கோட்டு மையம் (H), நடுக்கோட்டு மையம் (G) மற்றும் சுற்றுவட்ட மையம் (S) இன் வழியே செல்லும் கோடு ஆகும். G ஆனது, கோட்டுத்துண்டு $\overline{HS}$ ஐ $2:1$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும். அதாவது நடுக்கோட்டு மையமானது, செங்கோட்டு மையம் மற்றும் சுற்றுவட்ட மையத்தை $2:1$ என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக செங்கோட்டு மையத்திலிருந்து பிரிக்கும்.



படம் 5.41

- ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தில் செங்கோட்டு மையம், உள்வட்ட மையம், நடுக்கோட்டு மையம் மற்றும் சுற்றுவட்ட மையம் அனைத்தும் ஒரே புள்ளியில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.21

$(1,-6)$ மற்றும் $(-5,2)$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு முனைப் புள்ளிகள் மற்றும் அதன் நடுக்கோட்டு மையம் $(-2,1)$ எனில் முக்கோணத்தின் மூன்றாவது முனைப் புள்ளியைக் காண்க.

தீர்வு ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று முனைப் புள்ளிகள் $A(1,-6)$, $B(-5,2)$ மற்றும் $C(x_3, y_3)$ என்க.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் $(-2,1)$ ஆனது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே நாம் பெறுவது,

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=-2 \qquad \frac{y_1+y_2+y_3}{3}=1$$

$$\frac{1-5+x_3}{3}=-2 \qquad \frac{-6+2+y_3}{3}=1$$

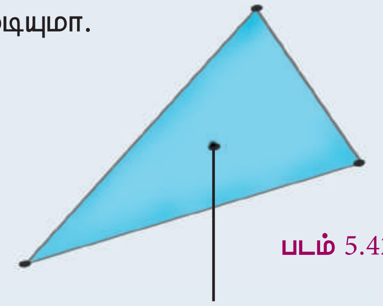
$$-4+x_3=-6 \qquad -4+y_3=3$$

$$x_3=-2 \qquad y_3=7$$

எனவே மூன்றாவது முனைப் புள்ளி $(-2,7)$ ஆகும்.

சிந்தனைக் களம்

(i) ஆசிரியர், முனைகள் A(5, 8), B(2, 4), C(8, 3) இல் அமையுமாறு உள்ள ஒரு முக்கோண வடிவத் தட்டு மற்றும் ஒரு குச்சியை மாணவனிடம் வழங்கித் தட்டைக் குச்சியின் மேல் நிலையாக நிற்கச் செய்யுமாறு கூறினார். அந்த மாணவனுக்குத் தட்டு நிலையாக நிற்கும் புள்ளியைக் காண்பதற்குத் தங்களால் உதவ முடியுமா.


படம் 5.42

(ii) இந்த முக்கோணத்தின் புவிஈர்ப்பு மையம் எது? ஏன்?

பயிற்சி 5.5

1. பின்வரும் புள்ளிகளை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் காண்க.

   (i) $(2,-4)$, $(-3,-7)$ மற்றும் $(7,2)$ (ii) $(-5,-5)$, $(1,-4)$ மற்றும் $(-4,-2)$

5 Cordinate TM.indd 231 12/12/2019 3:37:28 PM

2. ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் $(4,-2)$ மற்றும் அதன் இரு முனைப்புள்ளிகள் $(3,-2)$ மற்றும் $(5,2)$ எனில் மூன்றாவது முனைப் புள்ளியைக் காண்க.

3. $A(-1,3), B(1,-1)$ மற்றும் $C(5,1)$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் எனில் A வழியே செல்லக் கூடிய நடுக்கோட்டின் நீளத்தைக் காண்க.

4. $(1,2)$, $(h,-3)$ மற்றும் $(-4,k)$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள். மேலும் புள்ளி $(5,-1)$ ஆனது அந்த முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் எனில், $\sqrt{(h+k)^2+(h+3k)^2}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

5. $A(-3,5)$ மற்றும் $B(3,3)$ ஆகியன முறையே ஒரு முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம் மற்றும் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். C ஆனது இந்த முக்கோணத்தின் சுற்று வட்ட மையம் எனில், கோட்டுத் துண்டு AC ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.

6. $A(3,4)$, $B(-2,-1)$ மற்றும் $C(5,3)$ என்பன முக்கோணம் ABC இன் முனைப் புள்ளிகள். G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் மற்றும் $BDCG$ ஆனது ஓர் இணைகரம் எனில் முனைப்புள்ளி D இன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.

7. முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் $\left(\frac{3}{2},5\right)$, $\left(7,\frac{-9}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{13}{2},\frac{-13}{2}\right)$ எனில் அந்த முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் காண்க.

பயிற்சி 5.6

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. ஒரு புள்ளியின் y-அச்சுத் தொலைவு பூச்சியம் எனில் அது எப்பொழுதும்_____ அமையும்
   (1) முதலாம் காற்பகுதியில் (2) இரண்டாம் காற்பகுதியில்
   (3) x-அச்சின் மீது (4) y-அச்சின் மீது

2. $(-5, 2)$ மற்றும் $(2, -5)$ என்ற புள்ளிகள் _________ அமையும்
   (1) ஒரே காற்பகுதியில் (2) முறையே II, III காற்பகுதியில்
   (3 முறையே II, IV காற்பகுதியில் (4) முறையே IV, II காற்பகுதியில்

3. புள்ளிகள் O $(0,0)$, A(3, –4), B(3, 4) மற்றும் C(0, 4) ஐக் குறித்து அவற்றை OA, AB, BC மற்றும் CO என இணைத்தால் கிடைக்கும் உருவம் _____________.
   (1) சதுரம் (2) செவ்வகம் (3) சரிவகம் (4) சாய்சதுரம்

4. புள்ளிகள் $P(-1,1)$, $Q(3,-4)$, $R(1,-1)$, $S(-2,-3)$ மற்றும் $T(-4,4)$ என்பன ஒரு வரைபடத் தாளில் குறிக்கப்பட்டால் நான்காவது காற்பகுதியில் அமையும் புள்ளிகள் ___________
   (1) P மற்றும் T (2) Q மற்றும் R (3) மற்றும் S (4) P மற்றும் Q

5. ஒரு புள்ளியின் y அச்சுத் தொலைவு 4 மற்றும் அப்புள்ளி y அச்சில் அமைந்தால் அப்புள்ளி ______ ஆகும்
   (1) (4, 0) (2) (0, 4) (3) (1, 4) (4) (4, 2)

5 Cordinate TM.indd 232 12/12/2019 3:37:29 PM

6. (2, 3) மற்றும் (1, 4) என்ற புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு ______

(1) 2 (2) $\sqrt{56}$ (3) $\sqrt{10}$ (4) $\sqrt{2}$

7. புள்ளிகள் $A(2, 0)$, $B(-6, 0)$, $C(3, a-3)$ ஆனது x-அச்சின் மீது அமைந்தால் a இன் மதிப்பு _____

(1) 0 (2) 2 (3) 3 (4) −6

8. $(x+2, 4) = (5, y-2)$ எனில், (x,y) இன் மதிப்பு _____

(1) (7, 12) (2) (6, 3) (3) (3, 6) (4) (2, 1)

9. Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 என்பன கார்ட்டீசியன் தளத்தின் நான்கு காற்பகுதிகள் எனில், $Q_2 \cap Q_3$ என்பது _____

(1) $Q_1 \cup Q$ (2) $Q_2 \cup Q_3$ (3) வெற்றுக் கணம் (4) x-அச்சின் குறைப் பகுதி.

10. (5, −1) என்ற புள்ளிக்கும் ஆதிப் புள்ளிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு__________

(1) $\sqrt{24}$ (2) $\sqrt{37}$ (3) $\sqrt{26}$ (4) $\sqrt{17}$

11. $P(2,4)$ மற்றும் $Q(5,7)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டை 2:1 என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளி C இன் ஆயத்தொலைவுகள்

(1) $\left(\frac{7}{2},\frac{11}{2}\right)$ (2) (3,5) (3) (4,4) (4) (4,6)

12. $A(-4,3)$ மற்றும் $B(-2,4)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி $P\left(\frac{a}{3},\frac{b}{2}\right)$ எனில் (a,b) ஆனது

(1) $(-9,7)$ (2) $\left(-3,\frac{7}{2}\right)$ (3) $(9,-7)$ (4) $\left(3,-\frac{7}{2}\right)$

13. $P(2,7)$ மற்றும் $R(-2,3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டை $Q(1,6)$என்ற புள்ளியானது என்ன விகிதத்தில் பிரிக்கும்?

(1) 1:2 (2) 2:1 (3) 1:3 (4) 3:1

14. $(-3,2)$, என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் $(3,4)$ ஐ ஒரு முனையாகக் கொண்ட விட்டத்தின் மற்றொரு முனையைக் காண்க

(1) $(0,-3)$ (2) $(0,9)$ (3) $(3,0)$ (4) $(-9,0)$

15. $A(a_1,b_1)$ மற்றும் $B(a_2,b_2)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டை X−அச்சு எந்த விகிதத்தில் பிரிக்கும்?

(1) $b_1 : b_2$ (2) $-b_1 : b_2$ (3) $a_1 : a_2$ (4) $-a_1 : a_2$

16. $(6,4)$ மற்றும் $(1, -7)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டை X−அச்சு எந்த விகிதத்தில் பிரிக்கும்?

(1) 2:3 (2) 3:4 (3) 4:7 (4) 4:3

17. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் CA ஆகியவற்றின் நடுப் புள்ளிகளின் ஆயத் தொலைவுகள் முறையே $(3,4)$, $(1,1)$ மற்றும் $(2,-3)$ எனில் A மற்றும் B இன் ஆயத்தொலைவுகள் யாவை?

(1) (3,2), (2,4) (2) (4,0), (2,8) (3) (3,4), (2,0) (4) (4,3), (2,4)

18. $(-a,2b)$ மற்றும் $(-3a,-4b)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப் புள்ளியானது

(1) $(2a,3b)$ (2) $(-2a, -b)$ (3) $(2a,b)$ (4) $(-2a, -3b)$

5 Cordinate TM.indd 233 12/12/2019 3:37:32 PM

19. $(-5,1)$ மற்றும் $(2,3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டை Y-அச்சு உட்புறமாக என்ன விகிதத்தில் பிரிக்கும்?

(1) 1:3 (2) 2:5 (3) 3:1 (4) 5:2

20. $(1,-2)$, $(3,6)$, $(x,10)$ மற்றும் $(3,2)$ ஆகியன ஓர் இணைகரத்தின் வரிசையாக எடுக்கப்பட்ட முனைப் புள்ளிகள் எனில், x இன் மதிப்பானது

(1) 6 (2) 5 (3) 4 (4) 3

நினைவு கூர்வதற்கான கருத்துகள்

- x_1, x_2 என்பன x–அச்சின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளின் x ஆயத் தொலைவுகள் எனில், அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொலைவு $x_2 - x_1$ ($x_2 > x_1$) ஆகும்.
- y_1, y_2 என்பன y அச்சின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளின் y ஆயத் தொலைவுகள் எனில், அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொலைவு $|y_1 - y_2|$ ஆகும்.
- (x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2) என்ற புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ஆகும்.
- (x_1, y_1) மற்றும் ஆதிப்புள்ளி $(0, 0)$ இக்கு இடையே உள்ள தொலைவு $\sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ ஆகும்.
- $A(x_1, y_1)$ மற்றும் $B(x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- $A(x_1, y_1)$ மற்றும் $B(x_2, y_2)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை உட்புறமாக $m:n$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி $P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$
- $A(x_1, y_1), B\ (x_2, y_2)$ மற்றும் $C(x_3, y_3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் $G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமும் அந்த முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைத்து உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமும் ஒன்றே; வெவ்வேறானவை அல்ல.

செயல்பாடு

$A(1, 0), B(-7, 2), C(-3, 7)$ என்ற புள்ளிகளை வரைபடத் தாளில் குறித்து அவற்றை இணைத்து ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்கவும். $G(-3, 3)$ என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். புள்ளி A இலிருந்து G வழியாக ஒரு கோடு வரையவும். அதை நீட்டித்து BC இல் புள்ளி D இல் சந்திக்கும்படிச் செய்யவும். புள்ளி B இலிருந்து G வழியாக ஒரு கோடு வரையவும். அதை நீட்டித்து AC இல் புள்ளி E இல் சந்திக்கும்படிச் செய்யவும்.

BD, DC, CE மற்றும் EA என்ற தொலைவுகளைக் கண்டு அவற்றின் தொடர்புகளைப் பற்றிக் கூறுக.

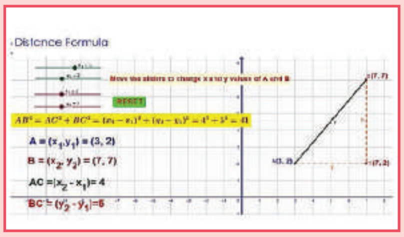
தொலைவு வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி CG மற்றும் GF இவற்றின் தொலைவைக் காண்க. இங்கு, F என்பது AB இல் அமைந்த ஒரு புள்ளி $AG: GD$, $BG: GE$ மற்றும் $CG: GF$ என்பதைப் பற்றி உங்கள் கருத்தைக் கூறுக.

குறிப்பு: G என்பது முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம். AD, BE மற்றும் CF என்பன முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள்.

5 Cordinate TM.indd 234 12/12/2019 3:37:35 PM

இணையச் செயல்பாடு–1

இறுதியில் கிடைக்கப்பெறும் படம்



படி – 1

தேடுபொறியில் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் உரலியைத் தட்டச்சு செய்க அல்லது துரித துலங்கள் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

படி – 2

"IX Analytical Geometry" என்று GeoGebra பக்கத்தில் தோன்றும் . இப்பக்கத்தில் பல பணித்தாள்கள் காணப்படும். அவற்றில் தேவைப்படுவதைத் தேர்ந்தெடுத்து கொள்ளவும். எடுத்துகாட்டாக "Distance Formula" என்பதைத் தெரிவு செய்து கொள்ளவும்.

படி – 3

A மற்றும் B இன் ஒருங்கிணைப்புகளை மாற்ற x_1, x_2, y_1, y_2 என்ற நழுவல்களை நகர்த்தவும். இப்போது நீங்கள் A மற்றும் B யின் தொலைதூரத்தைக் கணக்கிடலாம்.

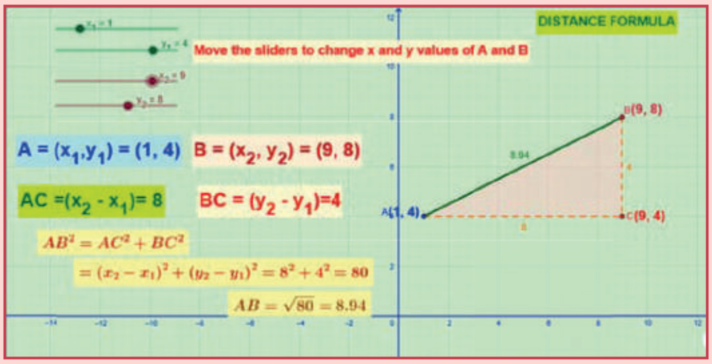
B563_9_MAT_TM_T3

செயல்பாட்டிற்கான உரலி :

பகுப்பாய்வு வடிவியல்: https://ggbm.at/V9HfY4v8

இணையச் செயல்பாடு–2

இறுதியில் கிடைக்கப்பெறும் படம்



படி 1

கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி, GeoGebra வின் "Co-ordinate Geometry" பக்கத்திற்குச் செல்க. Distance Formula மற்றும் Section Formula ஆகிய இரண்டு தலைப்புகளில் பணித்தாள்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்

படி 2

புள்ளிகளையும் விகிதங்களையும் மாற்றுவதற்கு உரிய மதிப்பிற்கு நழுவலை நகர்த்தவும். கணக்குகளைச் செய்து விடைகளைச் சரி பார்க்கவும்.

செயல்பாட்டிற்கான உரலி :

ஆயத் தொலை வடிவியல்: https://ggbm.at/sfszfe24 or Scan the QR Code.

B563_9_MAT_TM_T3

5 Cordinate TM.indd 235 12/12/2019 3:37:35 PM