अध्याय–13

प्रकाश विद्युत प्रभाव एवं द्रव्य तरंगें (Photoelectric Effect and Matter Waves)

प्रकाश की तरंग प्रकृति के सम्बन्ध में आप पिछले अध्याय में पढ़ चुके हैं कि प्रकाश सम्बन्धित परिघटनाओं यथा परावर्तन, अपवर्तन, व्यतिकरण, विवर्तन एवं ध्रुवण की सैद्धांतिक व्याख्या प्रकाश के तरंग सिद्धांत द्वारा की जा सकती है। सन् 1887 में मैक्सवेल (Maxwell) द्वारा स्थापित विद्युत चुम्बकीय तरंग सिद्धांत तथा फिर हर्ट्ज द्वारा विद्युत चुम्बकीय तरंगों के अस्तित्व की प्रायोगिक पुष्टि से प्रकाश की विद्युत चुम्बकीय तरंग प्रकृति भली भांति स्थापित हो गई थी। विद्युत चुम्बकीय तरंगों के सम्बन्ध में आप अध्याय 17 में विस्तृत जानकारी प्राप्त कर सकेंगें।

वस्तुतः उन्नीसवीं शताब्दी तक प्रकाश का तरंग सिद्धांत लगभग सर्वमान्य हो चुका था किन्तु लगभग इसी काल में प्रकाश से सम्बन्धित कुछ परिघटनाएँ यथा प्रकाश विद्युत प्रभाव, कम्पटन प्रभाव एवं बाद में रमन प्रभाव सामने आई जिनकी व्याख्या में तरंग सिद्वांत पूर्णतः विफल हुआ। इन प्रभावों को समझने के लिए हमे प्रकाश के क्वांटा (फोटॉन) सिद्धांत की सहायता लेनी पड़ती है जो प्रकाश के कणीय स्वरूप को व्यक्त करता है। इस अध्याय में हम प्रकाश विद्युत प्रभाव इसके प्रायोगिक परिणामों तथा इनके स्पष्टीकरण के लिए आइंसटीन (Einstein) द्वारा प्रतिपादित प्रकाश विद्युत समीकरण का विवरण प्रस्तुत करेंगे। कॉम्पटन प्रभाव (Compton effect) तथा रमन प्रभाव (Raman effect) इत्यादि के बारे में आप उच्चतर कक्षाओं में जानकारियाँ प्राप्त कर सकेंगे। तदुपरांत हम प्रकाश की द्वैत प्रकृति के बारे में अध्ययन करेंगे।

प्रकाश की द्वैत प्रकृति के बारे में जानकारी प्राप्त करने के बाद यह प्रश्न उठना स्वाभाविक है कि यदि एक प्रकाश पुंज (light beam) जिसे सामान्यतः तरंग प्रकृति का माना जाता है कतिपय परिस्थितियों में कण सदृश व्यवहार करता है तो क्या कणों का पुंज यथा इलेक्ट्रॉनों का पुंज (electron beem) भी कतिपय परिस्थितियों में तरंग सदृश व्यवहार दर्शाता है? इस अध्याय में आगे फ्रेंच वैज्ञानिक देब्रॉगली (फ्रेंच उच्चारण में दे ब्राय) की द्रव्य तरंग संबंधी अवधारणा तथा इनकी प्रायोगिक पुष्टि के बारे में अध्ययन करने पर हम उपर्युक्त प्रश्न का उत्तर प्राप्त कर सकेंगें। इसके उपरान्त हम भौतिकी के एक अत्यन्त महत्वपूर्ण सिद्धांत जिसे हाइजेन बर्ग का अनिश्चितता सिद्धांत कहा जाता है के बारे में अध्याय के अंत में जानकारी प्राप्त करेंगे।

13.1 प्रकाश विद्युत प्रभाव (Photo Electric Effect)

सन् 1887 में विद्युत चुम्बकीय तरंगों का प्रायोगिक अध्ययन करते समय हर्ट्ज ने प्रेक्षित किया कि जब कैथोड पर किसी आर्कलैम्प से प्राप्त पराबैंगनी प्रकाश द्वारा प्रदीपन किया जाता है तब इलेक्ट्रॉनों के मध्य विद्युत विसर्जन अधिक सुगमता से होता है। इन प्रेक्षणों द्वारा हर्ट्ज ने अनुमान लगाया कि कैथोड़ पर पराबैंगनी विकिरण डालने पर इसमें से आवेशित कण निष्कासित होते हैं जिनके कारण विद्युत विसर्जन अधिक सुगम हो जाता है।

सन् 1888 में वैज्ञानिक हॉलवाक्स (Hallwachs) ने एक अन्य प्रयोग में एक ऋणावेशित जिंक पट्टिका को किसी विद्युतदर्शी से जोड़कर प्रेक्षित किया कि ऐसी ऋणावेशित पट्टिका पर जब पराबैंगनी प्रकाश आपतित होता है तो पट्टिका अपना ऋणावेश खो देती है। इसके अतिरिक्त यदि एक अनावेशित जिंक पट्टिका ली जाती है तो पराबैंगनी प्रकाश से प्रदीप्त किए जाने पर यह धनावेशित हो जाती है। प्रयोग में पहले से ही धनावेशित पट्टिका लिए जाने पर या तो पट्टिका और धनावेशित हो जाती है अथवा अप्रभावित रहती है। इन प्रयोगों के आधार पर यह निष्कर्ष प्राप्त हुआ कि ऋणावेशित अथवा उदासीन जिंक पट्टिका पर पराबैंगनी प्रकाश डालने पर इनमें से ऋणावेशित कण उत्सर्जित होते हैं जिसके कारण पट्टिका अनावेशित हो जाती है अथवा अनावेशित पट्टिका धनावेशित हो जाती है। सन् 1897 में इलेक्ट्रॉन की खोज के उपरान्त जिंक पट्टिका से उत्सर्जित कणों के e/m अनुपात के मापन के पश्चात यह सुनिश्चित हो गया कि ये कण इलेक्ट्रॉन हैं जिनके उत्सर्जन का कारण पट्टिका पर आपतित प्रकाश है। हालवाक्स तथा एक अन्य वैज्ञानिक लीनार्ड (Lenard) ने यह भी प्रेक्षित किया कि उत्सर्जक पट्टिका पर एक नियत न्यूनतम मान से कम आवृति का प्रकाश डाला जाए तो इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन नहीं होता। आवृति का यह नियत न्यूनतम मान देहली आवृति (Threshold frequency) कहलाता है तथा इसका मान उत्सर्जक पट्टिका (अथवा प्रकाश संवेदी सतह) के पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

हम जानते है कि धातुओं के सुचालक होने का कारण इनमें मुक्त इलेक्ट्रॉनों की बहुसंख्या में उपस्थिति है। ये मुक्त इलेक्ट्रॉन धातु के भीतर मुक्त रूप से विचरण करते हैं किन्तु इसके पृष्ठ से बाहर नहीं आ पाते है। यदि ऐसा होता तो धातु

की सतह धनावेशित हो जाती जो इलेक्ट्रॉनों को पुनः भीतर आकर्षित कर लेती। स्पष्टतः धातु की सतह के निकट इलेक्ट्रॉन विद्युत अवरोध का सामना करते हैं। अतः धातु की सतह से बाहर आने के लिए इन्हें कुछ अतिरिक्त ऊर्जा की आवश्यकता होती है जो किसी बाह्य स्त्रोत द्वारा ही दी जा सकती है। धातु की सतह से बस ठीक बाहर ही आने (अर्थात् शून्य गतिज ऊर्जा से बाहर आने) के लिए इलेक्ट्रॉनों को आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा की मात्रा को धातु का कार्यफलन (Work function) कहा जाता है। कार्य फलन को सामान्यतः ϕ_0 से व्यक्त करते है तथा eV (इलेक्ट्रॉन वोल्ट) में मापते हैं [ध्यातव्य है कि $1 eV = 1.602 \times 10^{-19} J$]। भिन्न–भिन्न धातुओं के कार्यफलन भिन्न–भिन्न होते हैं जो इनके पृष्ठ की प्रकृति पर भी निर्भर करते हैं। जब धातु के मुक्त इलेक्ट्रॉनों को कार्य फलन के बराबर या इससे अधिक ऊर्जा आपतित प्रकाश से प्राप्त होती है तो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन होता है। प्रकाश द्वारा जनित होने कारण ऐसे इलेक्ट्रॉन प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन (Photoelectrons) कहे जाते हैं। ऐसे उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों के कारण किसी बंद परिपथ में प्रवाहित धारा प्रकाश विद्युत धारा (Photo electric current) कहलाती है। अतः (सार रूप में) ''जब किसी धात्विक प्लेट अथवा प्रकाश संवेदी सतह पर किसी विशिष्ट आवृत्ति (specific frequency) या इससे उच्च आवृत्ति का प्रकाश डाला जाता है तो उससे इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते है। इस परिघटना को प्रकाश विद्युत प्रभाव कहते हैं''

सारणी 13.1 में कुछ धातुओं के लिए कार्यफलन के मान दर्शाए गए हैं। धातुओं के पृष्ठों पर अपद्रव्यों (impurities) की उपस्थिति होने पर इन मानों में परिवर्तन हो जाता है।

सारणी 13.1 कुछ धातुओं के लिए कार्यफलन

धातु	कार्य फलन	(eV)	धातु	कार्य फलन	(eV)
सीजियम	Cs	2.14	एल्युमिनियम	Al	4.28
पोटेशियम	K	2.30	पारा	Hg	4.49
सोडियम	Na	2.75	तांबा	Cu	4.65
कैल्शियम	Ca	3.20	चांदी	Ag	4.70
मॉल्बेडनम	Mo	4.17	निकिल	Ni	5.15
सीसा (लैड)	Pb	4.25	प्लेटिनम	Pt	5.65

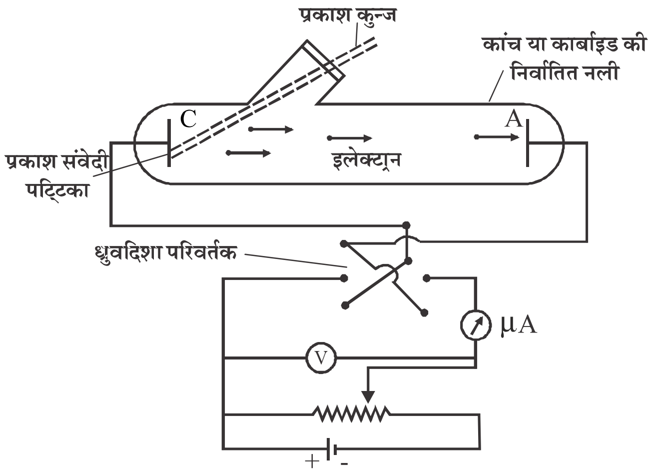
प्रयोगों से यह प्रेक्षित है कि क्षार धातुओं यथा लीथियम, सोडियम, पोटेशियम इत्यादि दृश्य प्रकाश (visible light) के लिए भी प्रकाश विद्युत प्रभाव दर्शाती है जबकि जिंक, कैडमियम, मैगनीशियम जैसी धातुओं में यह प्रभाव केवल उच्च आवृत्तियों की पराबैंगनी तरंगों के लिए ही प्रेक्षित होता है [धातुओं से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन के लिए अन्य विधियाँ भी है। यदि धातु का उपयुक्त तापन किया जाए तो अतिरिक्त तापीय ऊर्जा पाकर इलेक्ट्रॉन धातु से बाहर आ सकते हैं। यह विधि ''तापायनिक उत्सर्जन'' (Thermionic emission) कहलाती है। धातुओं पर प्रबल विद्युत क्षेत्र (10^8 V/m की कोटि का) लगाकर भी इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित किए जा सकते हैं यह विधि ''क्षेत्र उत्सर्जन'' (Field emission) कहलाती है। इसके अतिरिक्त यदि उच्च गतिज ऊर्जा के इलेक्ट्रॉन धातु पर आपतित हों तो भी धातुओं से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन संभव है। यह विधि द्वितीयक उत्सर्जन (secondary emission कहलाती है)

13.2 प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रायोगिक परिणाम एवं उनकी व्याख्या (Experimental Results of Photoelectric Effect and their Interpretation)

प्रयोगशाला में प्रकाश विद्युत प्रभाव का अध्ययन करने के लिए काम ली जा सकने वाली एक सरल प्रायोगिक व्यवस्था चित्र 13.1 में दर्शाई गई है। इसमें काँच अथवा क्वार्टज की एक नली है जो निर्वातित है। इस नली में दो धात्विक इलेक्ट्राड C तथा A है। C जिसे कैथोड (अथवा उत्सर्जक) कहा जाता है धातु की एक पट्टिका है जो प्रकाश संवेदी है। पट्टिका A को एनोड (या संग्राहक) कहा जाता है। प्रकाश स्त्रोत S से निर्गत प्रकाश गवाक्ष (window) को पार कर उत्सर्जक C पर आपतित होता है।

C तथा A के मध्य विभवान्तर को बैटरी द्वारा बनाए रखा जाता है तथा इसे परिपथ में लगे धारा नियंत्रक की सहायता से परिवर्तित किया जा सकता है। परिपथ में लगे दिक् परिवर्तक (commutator) की सहायता से A का विभव C के सापेक्ष धनात्मक या ऋणात्मक रखा जा सकता है। C पर आपतित प्रकाश के कारण इससे उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन A की ओर आकर्षित होते हैं यदि A, C की तुलना में धनात्मक है। A द्वारा संग्रहित इलेक्ट्रॉन बाह्य परिपथ में लगे माइक्रोऐमीटर, बैटरियों इत्यादि से प्रवाहित होते हुएं पुनः कैथोड C पर पहुँचते हैं तथा इस प्रकार परिपथ में धारा स्थापित होती है जिसे प्रकाश विद्युत धारा कहा जाता है। परिपथ में लगा वोल्टमीटर V, A व C के मध्य विभवान्तर का पठन करता है तथा प्रकाशिक विद्युत धारा का मापन माइक्रोअमीटर द्वारा किया जाता है। प्रकाश विद्युत धारा पर तीव्रता का प्रभाव देखने के लिए स्त्रोत S व उत्सर्जक C के मध्य की दूरी को परिवर्तित किया जाकर प्रकाश की तीव्रता

बढ़ाई या घटाई जा सकती है। प्रकाश विद्युत प्रभाव पर आवृत्ति का प्रभाव देखने के लिए भिन्न आवृत्तियों के स्त्रोत काम में लिए जा सकते हैं अथवा C पर आपतित प्रकाश के मार्ग में उपयुक्त फिल्टर रखकर वांछित आवृत्ति का प्रकाश प्राप्त किया जा सकता है।

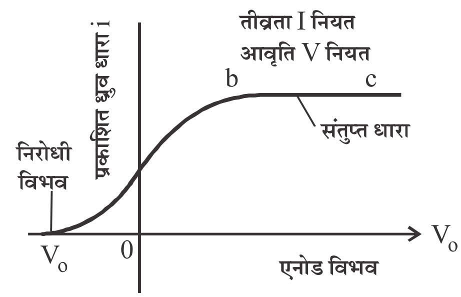


चित्र 13.1 प्रकाश विद्युत प्रभाव के अध्ययन के लिए प्रायोगिक व्यवस्था

प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रायोगिक अध्ययन से निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होते हैं

13.2.1 प्रकाश विद्युत धारा पर विभव का प्रभाव (Effect of Potential on Photo Electric Current)

सर्वप्रथम आपतित प्रकाश की आवृत्ति ν तथा तीव्रता I को निश्चित रखते हुए C पर प्रकाश आपतित किया जाता है। प्रारम्भ में माना एनोड या संग्राहक C के सापेक्ष शून्य विभव पर है। इस स्थिति में C से उत्सर्जित होने वाले समस्त इलेक्ट्रॉन A तक नहीं पहुँच पाते। किसी दिए समय पर इनमें से अधिकांश इलेक्ट्रॉन कैथोड (उत्सर्जक) के समीप रहते हुए अन्तराकाशी आवेश (space charge) का निर्माण करते है। ऋणात्मक प्रकृति का यह अन्तराकाशी आवेश उत्सर्जक से निर्गत इलेक्ट्रॉनों को प्रतिकर्षित करता है तथापि कुछ इलेक्ट्रॉन एनोड (संग्राहक) पर पहुँच जाते हैं तथा इस कारण प्रकाश विद्युत धारा होती है। जब एनोड को कैथोड के सापेक्ष कुछ अल्प धनात्मक विभव दिया जाता है तो और इलेक्ट्रॉन एनोड की ओर आकर्षित होते जिससे अन्तराकाशी आवेश में कमी आती है तथा प्रकाश विद्युत धारा बढ़ती है। इस प्रकार धारा एनोड पर आवेशित विभव पर निर्भर करती है। चित्र 13.2, धारा में विभव के साथ परिवर्तन को दर्शाता है। यदि ऐनोड विभव में शनैःशनैः वृद्धि की जाए तो एक ऐसी स्थिति प्राप्त होती है जब अन्तराकाशी आवेश का प्रभाव नगण्य हो जाता है तथा अब कैथोड से उत्सर्जित सभी इलेक्ट्रॉन ऐनोड तक पहुँचने में सक्षम होते है। तब धारा नियत हो जाती है तथा संतृप्त धारा कहलाती है। इसे चित्र 13.2 में भाग bc से प्रदर्शित किया गया है। ऐनोड विभव में आगे और वृद्धि करने पर अब प्रकाशिक धारा के परिमाण में कोई परिवर्तन नहीं होता।



चित्र 13.2 नियत आवृत्ति तथा नियत प्रकाश तीव्रता के लिए प्रकाशिक धारा एवं संग्राहक विभव के मध्य आलेख

यदि ऐनोड का विभव कैथोड के सापेक्ष ऋणात्मक कर दिया जाए तो ऐनोड द्वारा इलेक्ट्रॉनों के प्रतिकर्षण के कारण कुछ इलेक्ट्रॉन पुनः कैथोड पर लौट जाते हैं तथा धारा के मान में कमी आती है। ऐनोड पर ऋणात्मक विभव बढ़ाने पर धारा तेजी से घटती है। ऋणात्मक विभव को मंदक विभव भी कहा जाता है। ऋणात्मक विभव के एक निश्चित मान V_0 पर अंततः धारा शून्य हो जाती है। आपतित विकिरण की एक निश्चित आवृत्ति के लिए ऐनोड पर इस ऋणात्मक विभव V_0 जिस पर प्रकाश विद्युत धारा शून्य हो जाती है को अंतक विभव (cut off potential) या निरोधी विभव (stopping potential) कहा जाता है। यह आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करता है।

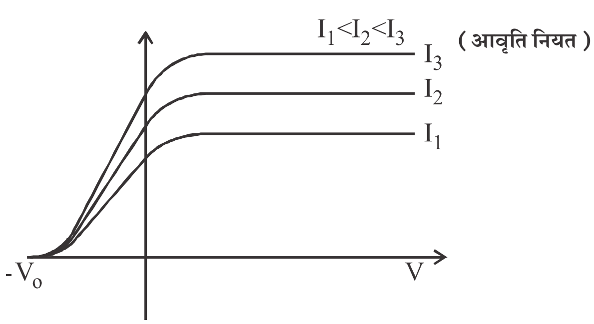
निरोधी विभव का उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा से सीधा सम्बन्ध है। कैथोड से उत्सर्जित सभी इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जाएँ समान नहीं होती। धारा का मान शून्य होने के लिए हमे यह सुनिश्चित करना होगा कि अधिकतम गतिज ऊर्जा का (या तीव्रतम वेग से गतिमान इलेक्ट्रॉन) भी ऐनोड पर पहुँचने में विफल हो जाए। इस अवस्था में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा K_{max} निरोधी विभव V_0 के प्रतिकर्षण बल के विरूद्ध किए गए कार्य के बराबर होती है अर्थात्

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0 \qquad \ldots (13.1)$$

यहां m इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, e इलेक्ट्रॉन का आवेश तथा v_{max} कैथोड से उत्सर्जित किसी इलेक्ट्रॉन की अधिकतम चाल है।

13.2.2 प्रकाश विद्युत धारा पर प्रकाश की तीव्रता का प्रभाव (Effect of Intensity of Light on Photo Electric Current)

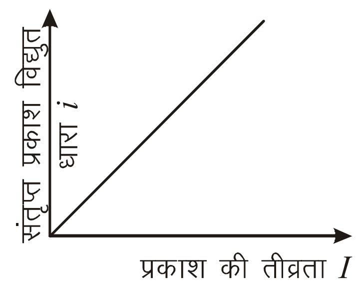
उपर्युक्त वर्णित प्रयोग को अब यदि हम नियत आवृत्ति किन्तु विभिन्न तीव्रताओं, के प्रकाश हेतु दोहराएँ तो हम पाते हैं कि प्रकाश की तीव्रता में वृद्धि के साथ संतृप्त धारा में भी वृद्धि होती है। चित्र 13.3 में तीन भिन्न तीव्रताओं के प्रकाश हेतु प्रकाश विद्युत धारा बनाम एनोड विभव के लिए आलेख दर्शाए हैं। यहाँ तीव्रताओं के क्रम इस प्रकार है कि $I_3 > I_2 > I_1$ । यहाँ स्पष्ट है कि तीव्रता में वृद्धि के साथ संतृप्त धारा में वृद्धि हो रही है। इससे ज्ञात होता है कि तीव्रता बढ़ने पर कैथोड से प्रति सैकण्ड उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों एवं ऐनोड पर प्रति सैकण्ड पहुँचने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ती है जिससे धारा का मान भी बढ़ता है। ध्यान दें कि निरोधी विभव प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करता है। अतएव यदि किसी धातु के लिए किसी निश्चित आवृत्ति के 1 W तीव्रता के प्रकाश स्त्रोत के लिए निरोधी विभव –1.0 V है तो इसी धातु के लिए इसी आवृति किन्तु 5 W तीव्रता के स्त्रोत के लिए भी निरोधी विभव –1.0 V ही रहेगा।



चित्र 13.3 आपतित प्रकाश की विभिन्न तीव्रताओं के लिए प्रकाश विद्युत धारा तथा ऐनोड विभव के मध्य आलेख

आपतित प्रकाश की तीव्रता बढ़ने पर संतृप्त प्रकाश विद्युत धारा रैखिकतः बढ़ती है जैसा कि चित्र 13.4 में दर्शाया गया है। चूंकि प्रकाश विद्युत धारा प्रति सैंकण्ड उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की संख्या के अनुक्रमानुपाती है अतः प्रति सेकंड उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की संख्या भी आपतित प्रकाश तीव्रता के समानुपाती है। यदि प्रकाश स्त्रोत बिन्दु स्त्रोत है तो प्रकाश की तीव्रता I स्त्रोत की कैथोड से दूरी d के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होगी अतः प्रकाश विद्युत द्वारा भी ऐसे ही नियम का पालन करेगी

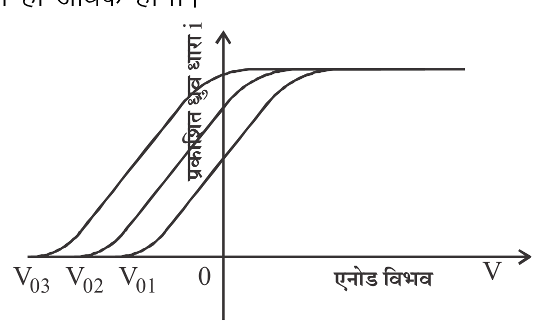
अर्थात् $I \propto \frac{1}{d^2}$



चित्र 13.4 प्रकाश विद्युत धारा तथा प्रकाश की तीव्रता के मध्य आलेख

13.2.3 प्रकाश विद्युत धारा पर आवृत्ति का प्रभाव (Effect of Frequency on Photo Electric Current)

किसी दी गई प्रकाश संवेदी प्लेट के लिए विकिरण की तीव्रता को नियत रखते हुए यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति को परिवर्तित किया जाए एवं प्रत्येक आवृत्ति के संगत निरोधी विभव का मापन किया जाए तो यह प्रेक्षित किया जा सकता है कि आपतित प्रकाश की आवृत्ति जितनी अधिक होगी उतना ही अधिक निरोधी विभव प्राप्त होगा। परन्तु संतृप्त धारा का एक ही मान प्राप्त होगा। चित्र 13.5 में तीन आवृत्तियों ν_1, ν_2 व ν_3 (जहाँ $\nu_3 > \nu_2 > \nu_1$) के लिए एनोड विभव V के सापेक्ष प्रकाश विद्युत धारा के परिवर्तन को प्रदर्शित किया गया है। यहाँ देखा जा सकता है कि परिमाण में $V_{03} > V_{02} > V_{01}$ । चूंकि निरोधी विभव इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा का सूचक है अतः यह कहा जा सकता है कि आपतित प्रकाश की आवृत्ति जितनी अधिक होगी, प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनो की अधिकतम गतिज ऊर्जा उतनी ही अधिक होगी।

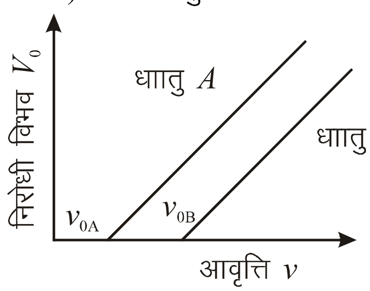


चित्र 13.5 नियत तीव्रता के आपतित प्रकाश की विभिन्न आवृतियों के लिए ऐनोड विभव V तथा प्रकाश विद्युत धारा *i* के मध्य आलेख

यदि भिन्न धातुओं के लिए आपतित प्रकाश की आवृत्ति और संगत निरोधी विभव के मध्य ग्राफ खींचा जाए तो यह एक सीधी रेखा प्राप्त होती है जैसा कि चित्र 13.6 में दो धातुओं A तथा B के लिए दर्शाया गया है। इस चित्र से स्पष्ट है कि आवृत्ति

ν_{0A} पर धातु A तथा आवृत्ति ν_{0B} पर धातु B से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों के लिए निरोधी विभव (अर्थात् अधिकतम गतिज ऊर्जाएँ भी) शून्य है। अतः प्रत्येक धातु के लिए एक निश्चित अंतक (cut off) या देहली (threshold) आवृत्ति ν_0 होती है जिसके संगत निरोधी विभव शून्य होता है। यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति ν का मान अंतक आवृत्ति ν_0 से कम है तो प्रकाश विद्युत उत्सर्जन नहीं होगा भले ही प्रकाश की तीव्रता कितनी अधिक क्यों न हों। ν_0 आवृत्ति के संगत तरंग दैर्ध्य $\lambda_0 (\lambda_0 = c/\nu_0)$ को देहली तरंग दैर्ध्य कहा जाता है।

उपरोक्त सभी प्रेक्षणों के लिए यह ध्यान देने योग्य है कि यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति देहली आवृत्ति से अधिक है तो प्रकाश के आपतन तथा प्रकाशिक उत्सर्जन में कोई काल पश्चता (timelag) नहीं है अर्थात् प्रकाश आपतन के होते ही तुंरत(10^{-9} s या इससे कम समय में) प्रकाश विद्युत उत्सर्जन प्रारम्भ हो जाता है।



चित्र 13.6 किसी दी गई प्रकाश संवेदी धातु के लिए आपतित प्रकाश की आवृति ν के साथ निरोधी विभव का परिवर्तन

उपरोक्त वर्णित प्रयोगों से प्राप्त परिणाम सार रूप में निम्नानुसार है

1. जब पर्याप्त उच्च आवृत्ति (अथवा पर्याप्त न्यून तरंग दैर्ध्य) का प्रकाश किसी धात्विक सतह पर आपतित होता है तो धातु इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन करती है। यह उत्सर्जन बिना किसी काल पश्चता के होता है (अर्थात् लगभग तात्क्षणिक है)
2. किसी दी गई धातु के लिए एक निश्चित देहली आवृत्ति ν_0 होती है, इससे कम आवृत्ति का प्रकाश आपतित होने पर प्रकाश विद्युत प्रभाव प्रेक्षित नहीं होता चाहे आपतित प्रकाश की तीव्रता कितनी भी अधिक क्यों न हो।
3. प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा शून्य से एक अधिकतम मान K_{max} के मध्य कुछ भी हो सकता है।
4. कैथोड के सापेक्ष एनोड को ऋणात्मक विभव पर रखकर प्रकाश विद्युत उत्सर्जन रोका जा सकता है। एनोड पर न्यूनतम ऋणात्मक विभव जिस पर प्रकाश विद्युत धारा शून्य हो जाती है निरोधी विभव कहलाता है। निरोधी विभव V_0 व उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा K_{max} में सम्बन्ध $K_{max} = eV_0$ से व्यक्त होता है।
5. निरोधी विभव प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करता अर्थात् प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा प्रकाश की तीव्रता पर अनाश्रित है। किन्तु निरोधी विभव आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर रैखिकतः निर्भर करता है।
6. प्रकाश की तीव्रता बढाने पर संतृप्त प्रकाश विद्युत धारा बढ़ती है।

13.2.4 प्रकाश विद्युत प्रभाव की व्याख्या करने में तरंग सिद्धान्त की असमर्थता (Failure of Wave Theory to Explain Photo Electric Effect)

प्रकाश के विद्युत चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त के अनुसार प्रकाश तरंगे जिस स्थान में उपस्थित हैं वहाँ ऊर्जा का सतत वितरण होता है। चूंकि तरंगें ऊर्जा रखती हैं, अतः ऐसा प्रतीत होता है कि तरंगों से ऊर्जा अवशोषण कर धातु के इलेक्ट्रॉन धातु से बाहर आ सकते हैं किन्तु इस आधार पर हम प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रायोगिक परिणामों की सही व्याख्या नहीं कर सकते।

(i) **प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा की प्रकाश की तीव्रता पर निर्भरता:** प्रकाश के विद्युत चुम्बकीय स्वरूप के अनुसार धातु पर प्रकाश आपतित होने पर इसके इलेक्ट्रॉनों पर तरंग के दोलनी विद्युतीय क्षेत्र के कारण आवर्ती बल कार्यकारी होना चाहिए। यदि विद्युत चुम्बकीय तरंग के विद्युत क्षेत्र का आयाम E_0 है तो इसकी तीव्रता $I \propto E_0^2$ होती है तथा इलेक्ट्रॉन पर विद्युत बल का आयाम $F = eE_0$ होता है। इस कारण तीव्रता बढ़ने पर इलेक्ट्रॉन पर बल तदानुसार इसका त्वरण एवं गतिज ऊर्जा बढ़नी चाहिए। दूसरे शब्दों में तरंग सिद्धांत के अनुसार इलेक्ट्रॉन के विद्युत चुम्बकीय तरंगों से सतत् रूप से ऊर्जा अवशोषित करने के कारण तीव्र प्रकाश पुंज द्वारा इलेक्ट्रॉन अपेक्षाकृत अधिक ऊर्जा अवशोषित करेंगे तथा इन्हें अधिक गतिज ऊर्जा से बाहर आना चाहिए। परन्तु प्रायोगिक परिणाम के अनुसार प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करती।

(ii) **इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन की प्रकाश तरंग आवृत्ति पर निर्भरता:** तरंग सिद्धांत के अनुसार प्रकाश विद्युत प्रभाव प्रकाश की सभी आवृत्तियों पर होना चाहिए

बशर्ते तरंग तीव्रता पर्याप्त उच्च हो ताकि इलेक्ट्रॉनों को धातु से बाहर आने के लिए आवश्यक ऊर्जा उपलब्ध होती रहे। यह प्रायोगिक परिणामों से सुसंगत नहीं है जिसके अनुसार देहली आवृत्ति से कम आवृत्ति की प्रकाश तरंगें चाहे कितनी ही तीव्रता की ही क्यों न हों प्रकाश उत्सर्जन प्रभाव उत्पन्न नहीं करतीं।

(iii) **काल पश्चता:** किसी तरंग में ऊर्जा तरंग्राग पर वितरित होती है अतः यह धातु के उन सभी इलेक्ट्रॉनों द्वारा अवशोषित की जाएगी जो प्रदीपन क्षेत्र में उपस्थित हैं। यदि प्रकाश की तीव्रता कम है तो इलेक्ट्रॉनों को धातु से बाहर आने के लिए आवश्यक ऊर्जा अवशोषण करने में परिमित समय लगना चाहिए अर्थात् प्रकाश के आपतन तथा प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन में मापन योग्य काल पश्चता होनी चाहिए। तरंग सिद्धांत के आधार पर गणना करने पर यह समय कुछ घंटों का भी हो सकता है। जबकि प्रायोगिक तथ्य यह है कि प्रकाश आपतन के लगभग तुरंत बाद (10^{-9} s या उससे भी कम समय में) ही प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित हो जाते हैं।

(iv) **प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा का प्रकाश आवृत्ति पर निर्भरता:** तरंग सिद्धांत के अनुसार प्रकाश तरंग आवृत्ति तथा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा में कोई सम्बन्ध नहीं होना चाहिए जबकि प्रायोगिक साक्ष्य यह है कि उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा प्रकाश की आवृत्ति के साथ बढ़ती है।

इस प्रकार हम देख सकते हैं कि प्रकाश के तरंग सिद्धांत द्वारा प्रकाश विद्युत प्रभाव की व्याख्या प्रायोगिक परिणामों से मेल नहीं रखती।

13.3 फोटॉन की अवधारणा (Concept of Photon)

सन् 1900 में कृष्णिका विकिरण स्पेक्ट्रम में ऊर्जा वितरण की व्याख्या के लिए प्लॉक (Planck) ने विचार प्रस्तुत किया कि किसी पिंड द्वारा विकिरण का उत्सर्जन अथवा अवशोषण सतत् न होकर विविक्त बन्डलों जिन्हें क्वांटा (Quanta) कहा जाता है के रूप में होता है। प्लांक के विचारों के आधार पर 1905 में ऑइन्सटीन ने प्रस्तावित किया कि प्रकाश ऊर्जा (व्यापक रूप में विद्युत चुम्बकीय विकिरण) क्वांटीकृत होती है अर्थात् विकिरण ऊर्जा विविक्त इकाइयों से निर्मित होती है जिन्हें विकिरण ऊर्जा के क्वांटा कहा जाता है। इन्हें अब हम फोटॉन के नाम से जानते है। द्रव्य के साथ अन्योन्य क्रिया में विकिरण इस प्रकार व्यवहार करता है मानो यह कणों जिन्हें फोटॉन कहते है से बना है। फोटॉनों के कुछ महत्वपूर्ण गुणधर्म निम्नलिखित हैं

(i) निर्वात में प्रत्येक फोटॉन सदैव प्रकाश की चाल $c = 3\times10^8 m/s$ से चलता है।

(ii) प्रत्येक फोटॉन की एक निश्चित ऊर्जा होती है तथा एक निश्चित संवेग होता है। ν आवृत्ति के विकिरण (प्रकाश) के फोटॉन की ऊर्जा $E = h\nu = hc/\lambda$ होती है तथा संवेग $p = h\nu/c = h/\lambda$ होता है। यहां λ विद्युत चुम्बकीय विकिरण (प्रकाश) की तरंग दैर्ध्य है। तथा h एक सार्वत्रिक नियतांक है जो प्लांक नियतांक कहलाता है। इसका मान है $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s $= 4.1 \times 10^{-15}$ eV.s

(iii) फोटॉन किसी द्रव्यकण (जैसे इलेक्ट्रॉन) से संघट्ट कर सकता है। ऐसे संघट्ट में कुल ऊर्जा तथा कुल संवेग संरक्षित रहते हैं। संघट्ट में फोटॉन अवशोषित भी हो सकता है तथा/अथवा एक नया फोटॉन सृजित हो सकता है अर्थात् आवश्यक नहीं है कि फोटॉनों की संख्या संरक्षित रहे।

(iv) फोटॉन विद्युत उदासीन होते हैं एवं विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्रों के द्वारा विक्षेपित नहीं होते।

(v) यदि किसी दी गई आवृत्ति के प्रकाश की तीव्रता बढ़ाई जाती है तो किसी दिए गए क्षेत्रफल से किसी दिए गए समय में गुजरने वाले फोटॉनों की संख्या ही बढ़ती है। प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा यथावत ही रहती है।

(vi) फोटॉन का विराम द्रव्यमान (rest mass) शून्य होता है।

उदाहरण 13.1 तरंग दैर्ध्य 4000Å के फोटॉन के लिए ज्ञात कीजिए (a) आवृत्ति (Hz में) (b) ऊर्जा (eV में) तथा (c) संवेग [h = 6.63×10^{-34} J.S तथा c = 3×10^8 m/s]

हल: (a) चूंकि प्रकाश के लिए $c = \nu\lambda$

$$\therefore \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8 m/s}{4000\times10^{-10} m}$$

$$= 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

(b) फोटॉन की ऊर्जा $E = h\nu$

$$= (6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})(7.5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1})$$

$$= 4.97 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$= \frac{4.97\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 3.10 eV$$

(c) फोटॉन का संवेग

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{4000\times10^{-10}}$$

$= 1.66 \times 10^{-27}$ N.s

उदाहरण 13.2 100 W पर प्रचालित प्रकाश का एक एकवर्णी स्त्रोत 4×10^{20} फोटॉन प्रति सेकण्ड उत्सर्जित करता है। प्रकाश की आवृत्ति ज्ञात कीजिए [$h = 6.63\times10^{-34}$ J.s तथा $c = 3\times10^{8}$ m/s]

हल: यदि स्त्रोत से प्रतिसेकण्ड उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या n तथा प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा E है तथा स्त्रोत (विकिरण) शक्ति P है तब

$$P = nE$$

$$\therefore \quad E = \frac{P}{n} = \frac{(100\,Js^{-1})}{4\times10^{20}}$$

$= 2.5 \times 10^{-19}\ J$

अतः फोटॉन की तरंग दैर्ध्य $\lambda = \frac{hc}{E}$

$$= \frac{(6.63\times10^{-34}\,Js)(3\times10^{8}\,m/s)}{2.5\times10^{-19}}$$

$= 8.0 \times 10^{-7}\,m = 8000$Å

13.4 ऑइन्सटीन प्रकाश विद्युत समीकरण तथा इसके द्वारा प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रायोगिक परिणामों का स्पष्टीकरण (Einstein's Photoelectric Equation and Explanation of Experimental Results of Photo Electric Effect on the Basis of this Equation)

जैसा कि पिछले अनुभाग में उल्लेखित किया गया है सन् 1905 में प्रकाश विद्युत प्रभाव की सैद्धांतिक व्याख्या के उद्देश्य से आंइन्सटीन ने प्रकाश (विद्युत चुम्बकीय विकिरण) को क्वांटा से निर्मित माना। आइंसटीन के तत् सम्बन्धी शोधपत्र में क्वांटा शब्द का प्रयोग किया गया था जिसके स्थान पर यहाँ हम फोटॉन शब्द का उपयोग कर रहे हैं। इस क्रांतिकारी भौतिक सिद्धांत द्वारा प्रकाश विद्युत प्रमाण के प्रायोगिक परिणामों की सफलता पूर्वक व्याख्या की गई जिसके लिए आइन्सटीन को 1921 में नोबेल पुरस्कार से सम्मानित किया गया।

प्रकाश का धात्विक सतह पर आपतन होने पर, फोटॉन धातु के मुक्त इलेक्ट्रॉनों से टक्कर करते हैं। किसी टक्कर विशेष में फोटॉन अपनी समस्त ऊर्जा E मुक्त इलेक्ट्रॉन को स्थानांतरित कर सकता है। यदि यह ऊर्जा धातु के कार्य फलन ϕ_0 से अधिक है तो इलेक्ट्रॉन धातु से बाहर आ सकता है। यह आवश्यक नहीं है कि इलेक्ट्रॉन को दी गई ऊर्जा ϕ_0 से अधिक है तो यह उत्सर्जित हो ही। धातु के भीतर सतह से दूर के इलेक्ट्रॉन इस ऊर्जा को प्राप्त करने के उपरान्त भी धातु के आयनों से टक्करों में यह ऊर्जा खो सकते हैं। सतह के निकट स्थित इलेक्ट्रॉन यदि अतिरिक्त ऊर्जा प्राप्त कर सतह की ओर गतिमान हो तो ही यह बाहर आ सकता है। यदि ऐसे इलेक्ट्रॉन फोटॉन से ऊर्जा E प्राप्त कर बिना किसी अन्य टक्कर, के बाहर आते हैं तो इनकी गतिज ऊर्जा $E - \phi_0$ होगी। यदि इलेक्ट्रॉन बाहर आने से पूर्व कुछ टक्करें करते हैं तो इनकी गतिज ऊर्जा $E - \phi_0$ से कम होगी। इस प्रकार धातु से उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा शून्य से लेकर अधिकतम मान $E - \phi_0$ के मध्य कुछ भी हो सकती है। यदि इस अधिकतम मान को K_{max} से व्यक्त करे तो

$$K_{max} = E - \phi_0 \qquad \ldots (13.2)$$

किन्तु ν आवृत्ति के फोटॉन की ऊर्जा $E = h\nu$ से दी जाती है

अतः $$K_{max} = h\nu - \phi_0 \qquad \ldots (13.3\text{अ})$$

या $$h\nu = K_{max} + \phi_0 \qquad \ldots (13.3\text{ब})$$

समीकरण 13.3 को आइंसटीन प्रकाश विद्युत समीकरण कहते है। वस्तुतः यह समीकरण कार्यफलन ϕ_0 की धातु द्वारा एकल फोटॉन के अवशोषण के लिए ऊर्जा संरक्षण का ही कथन है। यदि उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m तथा अधिकतम वेग v_{max} है तो

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + \phi_0 \qquad \ldots (13.4)$$

तथा यदि निरोधी विभव V_0 है तो $K_{max} = eV_0$ होने से

$$h\nu = eV_0 + \phi \qquad \ldots (13.5)$$

समीकरण 13.4 व 13.5 प्रकाश विद्युत समीकरण के ही अन्य रूप हैं। अब हम प्रकाश विद्युत समीकरण के आधार पर प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रायोगिक परिणामों की व्याख्या करेंगे।

(i) समीकरण 13.3 के अनुसार प्रकाशिक इलेक्ट्रानों की

अधिकतम ऊर्जा K_{max} आपतित प्रकाश की आवृत्ति के साथ रैखिकतः बदलती है तथा तीव्रता पर निर्भर नहीं करती। यह परिणाम प्रायोगिक प्रेक्षणों के अनुरुप ही है।

(ii) परिभाषा से गतिज ऊर्जा कभी भी ऋणात्मक नहीं होती अतः समीकरण 13.3 में यह अंतर्निहित है कि प्रकाश विद्युत प्रभाव प्रेक्षणीय होने के लिए आवश्यक है कि

$$h\nu > \phi_0$$

या $$h\nu > h\nu_0$$

जहाँ $$\nu_0 = \frac{\phi_0}{h} \qquad ...(13.6)$$

ν_0 को देहली आवृत्ति कहा जाता है। अतः स्पष्ट है कि इस प्रकार एक देहली आवृत्ति अस्तित्व में आती है जिससे कम आवृत्ति का प्रकाश चाहे कितनी ही तीव्रता का हो प्रकाश विद्युत प्रभाव उत्पन्न नहीं करेगा। यह परिणाम भी प्रायोगिक साक्ष्यों के अनुरूप है। साथ ही समीकरण 13.5 से यह भी स्पष्ट है कि अधिक कार्यफलन ϕ_0 की धातु के लिए देहली आवृत्ति का मान भी अधिक होगा।

(iii) देहली आवृत्ति से अधिक नियत आवृत्ति के प्रकाश के लिए प्रकाश विद्युत धारा की प्रकाश तीव्रता पर निर्भरता सम्बन्धी प्रायोगिक परिणाम को भी प्रकाश की फोटॉन अवधारणा के आधार पर समझाया जा सकता है। प्रकाश की तीव्रता प्रति एकांक क्षेत्रफल पर प्रति एकांक समय में आपतित फोटॉन संख्या के अनुक्रमानुपाती है। फोटॉनों के अधिक संख्या में आपतित होने पर उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की संख्या भी अधिक होगी अर्थात् प्रकाश विद्युत धारा भी अधिक होगी। अतः प्रतिबंध $\nu > \nu_0$ के अन्तर्गत प्रकाश विद्युत धारा प्रकाश तीव्रता के अनुक्रमानुपाती होगी।

(iv) प्रकाश विद्युत समीकरण के प्रतिपादन में मूल विचार एक इलेक्ट्रॉन द्वारा एक फोटॉन के अवशोषण पर आधारित है जिसे एक संघट्ट के रूप में माना जा सकता है। चूंकि संघट्ट में लगने वाला समय नगण्य होता है अतः अवशोषण की प्रक्रिया लगभग तात्क्षणिक ही है। इस प्रकार प्रकाश विद्युत प्रभाव में प्रकाश आपतन तथा इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन में काल पश्चता नहीं होगी। यह भी प्रायोगिक प्रेक्षणों के अनुरूप ही है। प्रकाश की तीव्रता कम होने पर भी उत्सर्जन विलम्बित नहीं होता क्योंकि मूल प्रक्रिया अभी भी इलेक्ट्रॉन द्वारा फोटॉन का अवशोषण ही है। जैसा ऊपर बिन्दु (iii) में उल्लेखित है तीव्रता धारा के परिमाण को ही प्रभावित करती है। इसके अतिरिक्त प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन की दर आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर नहीं करती है क्योंकि प्रकाश विद्युत समीकरण से स्पष्ट है कि ν बढ़ने से इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा ही बढ़ती है ना कि उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की संख्या।

सम्बन्ध $\nu = c/\lambda$ का उपयोग करने पर प्रकाश विद्युत समीकरण को आवृत्ति के स्थान पर तरंगदैर्ध्य λ के पदों में भी लिखा जा सकता है।

समीकरण 13.5 द्वारा दिए गए प्रकाश विद्युत समीकरण को निम्न प्रकार से भी लिखा जा सकता है।

$$V_0 = \left(\frac{h}{e}\right)\nu - \frac{\phi_0}{e} \qquad ...(13.7)$$

जिसकी प्रकृति सरल रेखा समीकरण $y = mx + c$ के समान है अर्थात् निरोधी विभव V_0 तथा आवृति ν के मध्य ग्राफ एक सरल रेखा होनी चाहिए जिसकी प्रवणता (slope) h/e है जो पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर नहीं करती। इस प्रकार के ग्राफ को हम पूर्व में चित्र 13.6 में प्रदर्शित कर चुके हैं। चूंकि इलेक्ट्रॉन का आवेश e एक ज्ञात नियतांक है अतः इस ज्ञात मान की सहायता से प्रवणता h/e के मापन उपरान्त h का मान ज्ञात किया जा सकता है।

1906 से 1916 के मध्य मिलिकन (Millikan) ने प्रकाश विद्युत प्रभावों पर प्रायोगिक अध्ययन में सोडियम धातु के लिए प्राप्त प्रायोगिक सरल रेखा की प्रवणता नाप कर प्लांक नियतांक h का मान निर्धारित किया जो कि अन्य विधियों द्वारा ज्ञात किए गए मानों से सहमति में था। इस प्रकार मिलिकन ने आइंसटीन प्रकाश विद्युत समीकरण को प्रायोगिक रूप से सत्यापित किया।

उदाहरण 13.3 किसी धातु के लिए कार्य फलन 2.2 eV है। इस धातु के लिए वह अधिकतम तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो जो इसमें प्रकाश विद्युत प्रभाव उत्पन्न कर सके।

$[h = 4.14 \times 10^{-15}$ eV. s, $c = 3 \times 10^{8}$ ms$^{-1}]$

हलः देहली आवृत्ति $\nu_0 = \frac{h}{\phi_0}$ किन्तु $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ जहाँ λ_0 संगत

देहली तरंगदैर्ध्य है।

$$\therefore \quad \lambda_0 = \frac{hc}{\phi_0}$$

$$= \frac{(4.14\times10^{-15}\, eVs)\times(3\times10^{8}\, m/s)}{2.2\, eV}$$

$$= \frac{12.42\times10^{-7}\, eV.m}{2.2\, eV}$$

$$= \frac{1242\, eV\, nm}{2.2\, eV} = 564.5\, nm = 5645 \text{ Å}$$

टिप्पणी – इस **उदाहरण** से हम देख सकते हैं कि राशि hc = 1242 eV nm प्राप्त होती है। यदि इस परिणाम को याद रखें तो उन प्रश्नों को हल करने (विशेषकर वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के) हल में सहायता मिलती है जहाँ h व c के मान या तो नहीं दिए गए हैं अथवा प्रश्न में ऊर्जा eV में दी गई हो व तरंग दैर्ध्य λ ज्ञात करनी है या इसके विपरीत।

उदाहरण 13.4 प्रकाश विद्युत प्रभाव के किसी प्रयोग में 200 nm का प्रकाश लीथियम धातु $(\phi_0 = 2.5\, eV)$ पर आपतित है ज्ञात कीजिए (a) प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा eV में तथा (b) निरोधी विभव

हलः (a) अधिकतम गतिज ऊर्जा इस प्रकार दी जाती है

$$K_{\max} = h\nu - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi$$

$$\therefore \quad K_{\max} = \left(\frac{1242\, eV.nm}{200\, nm}\right) - 2.5\, eV$$

= 6.21 eV – 2.5 eV = 3.71 eV

अभ्यास हेतु इस परिणाम को $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.S तथा $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1} लेकर भी ज्ञात करो यहाँ आपको $h\nu$ जूल मात्रक में प्राप्त होगा जिसे आपको eV में बदलना होगा।

(b) निरोधी विभव इस प्रकार दिया जाता है

$$V_0 = \frac{K_{\max}}{e}$$

$$= \frac{3.71\, eV}{e} = 3.71\, V$$

उदाहरण 13.5 किसी धात्विक सतह को पहले 2000Å तरंग दैर्ध्य के प्रकाश से तथा फिर 6000Å के प्रकाश से प्रदीप्त किया जाता है। यह प्रेक्षित किया जाता है कि इन प्रदीपनों के अन्तर्गत उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम चालों का अनुपात 3 : 1 है। धातु का कार्य फलन ज्ञात करो।

हलः आंइसटीन प्रकाश विद्युत समीकरण में

$$\frac{hc}{\lambda} = \phi_0 + \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$\lambda_1 = 3000\, Å = 300\, nm$ के लिए

$$\frac{hc}{300\, nm} = \phi_0 + \frac{1}{2}m(3v)^2 \qquad \text{... (i)}$$

$\lambda_2 = 6000\, Å = 600\, nm$ के लिए

$$\frac{hc}{600\, nm} = \phi_0 + \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{...(ii)}$$

समीकरण (ii) को 9 से गुणा करने तथा फिर इसमें से समीकरण (i) को घटाने पर हम पाते है

$$8\phi_0 = hc\left\{\frac{9}{600\, nm} - \frac{1}{300\, nm}\right\}$$

$$= \frac{1242\, eV.nm\times7}{600\, nm}$$

$$\therefore \quad \phi_0 = \frac{1242\times7}{8\times600} = 1.81\, eV$$

= 2.89 J

13.5 प्रकाश की द्वैत प्रकृति (Dual Nature of Light)

प्रकाश की प्रकृति क्या है? क्या यह तरंग है या कणीय प्रकृति का है? इस प्रकार के प्रश्नों के उत्तरों की खोज की अपनी एक रोचक एतिहासिक पृष्ठभूमि है। खोज की इस प्रक्रिया में भौतिक विज्ञान के क्षेत्र में ज्ञान एवं समझ में महत्वपूर्ण योगदान हुआ जो अंततः क्वाण्टम यात्रिकी के उद्भव का कारण बना।

सत्रहवीं शताब्दी तक प्रकाश के कुछ ज्ञात गुण इस प्रकार थे (1) प्रकाश का सरल रेखीय पथ पर गमन (2) प्रकाश का समतल एवं वक्रीय पृष्ठों द्वारा परावर्तन (3) दो माध्यमों के अंतःपृष्ठ पर अपवर्तन (4) प्रकाश का वर्ण विक्षेपण जिनके बारे में आप पूर्व में अध्ययन कर चुके हैं।

महान वैज्ञानिक न्यूटन ने प्रकाश के कणिका सिद्वांत (copuscular theory) में प्रकाश को छोटी कणिकाओं से निर्मित माना। किसी स्त्रोत से उत्सर्जित कणिकाएँ बाह्य बलों की अनुपस्थिति में सीधी रेखाओं में गमन करती गई मानी गई। यहाँ हम इस सिद्धांत के विस्तार में नहीं जाते हुए केवल यह उल्लेखित करना चाहेंगे कि कणिका सिद्धांत ने प्रकाश के सरल रेखीय संचरण, प्रकाश द्वारा अवरोधक के पीछे छाया निर्माण, प्रकाश के परावर्तन की सफल व्याख्या की। प्रकाश के अपवर्तन की भी आंशिक व्याख्या की जा सकी किन्तु इस सिद्धांत का यह निष्कर्ष कि यदि दूसरे माध्यम में अपवर्तित किरण यदि अभिलम्ब की ओर मुड़ती है तो इस माध्यम में प्रकाश की चाल अधिक होंगी प्रायोगिक साक्ष्यों के विपरीत था।

न्यूटन के समकालीन वैज्ञानिक हाइगेंस ने 1678 में प्रकाश के तरंग सिद्धांत को प्रस्तुत किया। आप पिछले अध्याय में इसके बारे में विस्तार से पढ़ चुके हैं। प्रकाश के परावर्तन, अपवर्तन इत्यादि की सफल व्याख्या के उपरान्त तरंग सिद्धांत प्रकाश की अन्य परिघटनाओं यथा व्यतिकरण, विवर्तन एवं ध्रुवण की भी सही व्याख्या कर सका जिनकी व्याख्या में कणिका सिद्धांत पूरी तरह विफल था। तरंग सिद्धांत को तब और समर्थन मिला जब सन् 1860 में मैक्सवेल ने विद्युत चुम्बकत्व सम्बन्धी समीकरणों के द्वारा गणितीय रूप से विद्युत चुम्बकीय तरंगों का अस्तित्व स्थापित किया। ये तरंगें निर्वात में प्रकाश की चाल से ही गमन करती हैं तथा इनकी अनुप्रस्थ प्रकृति प्रकाश के ध्रुवण जो कि केवल अनुप्रस्थ तरंगों का ही गुणधर्म है से तारतम्य में थी। सन् 1887 में हर्टज द्वारा विद्युत चुम्बकीय तरंगों की उत्पत्ति तथा संसूचन संबंधी प्रायोगिक कार्य से एक बार तो प्रकाश का तरंग सिद्धांत लगभग सर्वमान्य हो गया।

यह विडम्बना ही हैं कि हर्ट्ज द्वारा किए जा रहे अन्वेषणों में ही प्रकाश विद्युत प्रभाव की खोज हुई जिसमें प्रकाश के तरंग सिद्धांत की सम्पूर्णता पर ही प्रश्न चिह्न लगा दिया। इसके बाद प्रेक्षित कॉम्पटन प्रभाव तथा रमन प्रभाव, प्रकाश विद्युत प्रभाव की ही भांति प्रकाश के फोटॉन (कणीय) प्रतिरूप द्वारा ही समझे जा सके। (डिबाई ने ठोसों की विशिष्ट उष्मा की व्याख्या करने के लिए जालक के कम्पनों के क्वांटीकृत (कणीय) होने की कल्पना की।)

इस प्रकार हम पाते हैं कि प्रकाश से सम्बन्धित कुछ परिघटनाओं यथा परावर्तन, अपवर्तन, व्यतिकरण, विवर्तन, ध्रुवण इत्यादि में प्रकाश का व्यवहार तरंग प्रकृति का है इस प्रकार की परिघटनाओं को कण प्रतिरूप द्वारा नहीं समझा जा सकता। दूसरी ओर प्रकाश विद्युत प्रभाव, काम्पटन प्रभाव तथा रमन प्रभाव जैसी परिघटनाएँ है जिन्हें प्रकाश के क्वांटम (फोटॉन प्रति रूप) सिद्धांत से ही समझा जा सकता है तरंग सिद्धांत से नहीं। इस प्रकार प्रकाश तरंग है अथवा कण यह अब भी एक खुला प्रश्न है। वर्तमान में यह आम सहमति है कि प्रकाश द्वैत प्रकृति रखता है यह कण व तरंग दोनों ही अभिलक्षण रखता है। किसी एक परिघटना में यह तरंग तो किसी अन्य परिघटना में यह कण सदृश्य व्यवहार दर्शाता है। आप यह ध्यान दें कि प्रकाश का कोई पुंज जो किसी प्रयोग में कण सदृश्य व्यवहार दर्शाता है वहीं पुंज किसी अन्य प्रयोग में तरंग व्यवहार को दर्शा सकता है। इस संदर्भ में कहा जा सकता है कि प्रकाश का कण प्रतिरूप तथा तरंग प्रतिरूप एक दूसरे के पूरक हैं। यहाँ यह भी उल्लेखनीय है कि किसी भी एक प्रयोग में प्रकाश तरंग एवं कण दोनों व्यवहार एक साथ नहीं दर्शाता।

13.6 दे ब्राग्ली परिकल्पना तथा द्रव्य तरंगों का तरंग दैर्ध्य (de-Broglie Hypothesis and Wavelength of Matter Wave)

जैसा कि इस अध्याय के प्रारम्भ में उल्लेखित किया जा चुका है कि सामान्यतः तंरग सदृश्य व्यवहार करने वाला प्रकाश कतिपय परिस्थितियों में कण (फोटॉन) की तरह व्यवहार करता है। अतः यह प्रश्न उठना स्वाभाविक है कि इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन एवं न्यूटॉन, इत्यादि द्रव्य कण भी क्या कतिपय परिस्थितियों में तरंग जैसा व्यवहार दर्शा सकते हैं? प्रकृति में विविध प्रकार की सममितताओं के परिप्रेक्ष्य में सन् 1924 में फ्रेंच भौतिकी विद्वान दे–ब्रॉगली ने परिकल्पना प्रस्तुत की जिस प्रकार प्रकाश (विद्युत चुम्बकीय किरण) ऊर्जा द्वैत लक्षण दर्शाती है तो उसी प्रकार द्रव्य को भी द्वैत लक्षण दर्शाना चाहिए अर्थात् द्रव्यकणों को भी विशिष्ट परिस्थितियों में तरंगों के रूप में व्यवहार करना चाहिए। दे–ब्राग्ली ने सुझाव दिया कि फोटॉन के लिए प्राप्त सूत्र $p = h/\lambda$ द्रव्यकणों पर भी लागू होना चाहिए अर्थात् संवेग p के कण को एक तरंग दैर्ध्य से संबद्ध किया जा सकता है जो इस प्रकार दी जाती है

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad \ldots(13.8)$$

जहाँ m कण का द्रव्यमान तथा v इसकी चाल है। λ को द्रव्य तरंग (matter wave) का तरंगदैर्ध्य या दे–ब्राग्ली तरंग दैर्ध्य भी कहा जाता है। समीकरण 13.8 जिसे दे–ब्रॉग्ली समीकरण भी कहा जाता है द्रव्य के द्वैत स्वरूप को स्पष्ट करता है। इस समीकरण के वामपक्ष में तरंग दैर्ध्य λ तरंग का लक्षण है जबकि दक्षिण पक्ष में संवेग $(p = mv)$ द्रव्यकण का अभिलक्षण है।

द्रव्य तरंगों के लिए λ की कोटि का अनुमान लगाने के लिए हम पिंगपांग की एक गेंद जिसका द्रव्यमान $10\,\text{gm}\ (10^{-2}\text{kg})$ है पर विचार करें जो कि $2\ \text{m/s}$ के वेग से गतिमान है तो

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\times10^{-34}\,Js}{(10^{-2}\,kg)(2\,m/s)} = 3.31\times10^{-34}\,m$$

निश्चित ही इतने लघुमान की तरंगदैर्ध्य का मापन वर्तमान में उपलब्ध उपकरणों से संभव नहीं है। यही कारण है कि दैनिक जीवन में स्थूल पिंडों से संबद्ध तरंग गुण प्रेक्षित नहीं हो पाते। दूसरी ओर शीघ्र ही हम देखेंगे कि अवपरमाण्विक कणों जैसे पर्याप्त ऊर्जा के इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन इत्यादि के साथ संबद्ध द्रव्यतरंगो की तरंग दैर्ध्य, X किरणों की तरंगदैर्ध्य की कोटि की होने के कारण मापन योग्य है।

यदि m द्रव्यमान के किसी कण की गतिज ऊर्जा K है तो संबध $K = p^2/2\,m$ से $p = \sqrt{2mK}$ समीकरण 13.8 में रखने पर

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}} \qquad \ldots(13.9)$$

अतः यदि किसी कण की गतिज ऊर्जा ज्ञात है तो उपरोक्त समीकरण द्वारा उसकी दे–ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य ज्ञात की जा सकती है।

13.7 विभिन्न प्रकार के द्रव्य कणों से द्रव्य तरंगों का तरंगदैर्ध्य (Wavelength of Matter Waves Associared with Diffrent Types of Particiles)

अब हम विभिन्न प्रकार के कणों से संबंद्ध द्रव्य तरंगों के तरंगदैर्ध्य की जानकारी प्राप्त करेंगे।

(अ) किसी विभवान्तर V से त्वरित आवेशित कणों से संबद्ध द्रव्यतरंगों की तरंगदैर्ध्यः यदि m द्रव्यमान तथा q आवेश का कोई कण विभवान्तर V से त्वरित किया गया है तो इसकी गतिज ऊर्जा $K = qV$ होगी। अतः समीकरण (13.9) से

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$$

इस प्रकार इलेक्ट्रॉन $m = m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg तथा $q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ C के लिए

$$\lambda_e = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ J.s}{\sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} kg \times 1.6 \times 10^{-19}\ CV}}$$

$$= \frac{12.27}{\sqrt{V}} \times 10^{-10} m = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \mathring{A} \qquad \ldots.(13.9)$$

प्रोटॉन $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$kg तथा $q = e = 1.6 \times 10^{-19}$C के लिए

$$\lambda_p = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 1.6 \times 10^{-19} V}}$$

$$= \frac{0.286}{\sqrt{V}} \qquad \ldots(13.10)$$

इसी प्रकार ड्यूट्रॉन $m_d = 2\,m_p$ तथा $q = e$ के लिए

$$\lambda_d = \frac{0.0202}{\sqrt{V}} \mathring{A} \qquad \ldots(13.11)$$

तथा एल्फा कण $m_\alpha = 4m_p$ तथा $q = 2e$ के लिए

$$\lambda_\alpha = \frac{0.101}{\sqrt{V}} \mathring{A} \qquad \ldots(13.12)$$

(ब) अनावेशित कणों यथा न्यूट्रॉन एवं गैस परमाणु के लिए

यदि m द्रव्यमान के द्रव्य कण यथा न्यूट्रॉन अथवा गैस परमाणु परम ताप T पर तापीय साम्य में है तो ऊर्जा समविभाजन नियम से इनकी माध्य गतिज ऊर्जा $K = 3/2\,kT$ से दी जाती है जहाँ $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K बोल्ट्जमान नियतांक है एवं समीकरण (13.9) से

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{h}{\sqrt{3\,mkT}} \qquad \ldots(13.13)$$

उपरोक्त सूत्र में m, k तथा T के मान रखने पर संबन्धित कण की तरंगदैर्ध्य ज्ञात की जा सकती है।

इस प्रकार एक न्यूट्रॉन या प्रोटॉन के लिए $m_n = m_p = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$ लेते हुए

$$\lambda = \frac{25.2}{\sqrt{T}} \text{Å}$$

कभी–कभी तापीय ऊर्जा kT की कोटि की मानी जाती है जो वस्तुतः अधिकतम प्रसंभाव्य ऊर्जा है अर्थात् $K = kT$ लेने पर

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mkT}} \qquad \ldots(13.14)$$

इस स्थिति में न्यूट्रॉन की तरंग दैर्ध्य $\lambda = \frac{30.8}{\sqrt{T}}$ Å होगी।

उदाहरण 13.6 समान विभवान्तर से त्वरित प्रोटॉन एवं एल्फा कण की दे–ब्रॉग्ली तरंग दैर्ध्य का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हलः आवेशित कणों के लिए दे–ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य के सूत्र से

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$$

समान V के लिए

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{h}{\sqrt{2m_p q_p V}} \frac{\sqrt{2m_\alpha q_\alpha V}}{h}$$

$$= \sqrt{\frac{m_\alpha q_\alpha}{m_p q_p}}$$

चूंकि $m_\alpha = 4m_p$ तथा $q_\alpha = 2q_p$

$$\therefore \quad \frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

उदाहरण 13.7 100 V के विभवान्तर से त्वरित इलेक्ट्रॉन से संबद्ध द्रव्य तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए।

हलः विभवान्तर V से त्वरित इलेक्ट्रॉन के लिए दे–ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य सूत्र

$$\lambda_e = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \mathring{A}$$ से दी जाती है। अतः

$$\lambda_e = \frac{12.27}{\sqrt{100}} \mathring{A} = 1.227 \mathring{A} \quad 1.23 \mathring{A}$$

यहाँ हम देख सकते है कि यह तरंग दैर्ध्य X किरणों की तरंग दैर्ध्य की कोटि की है।

उदाहरण 13.8 एक α कण तथा एक प्रोटॉन समान चुम्बकीय क्षेत्र में प्रवेश करते है जो इनके वेग सदिशों के लम्बवत् है। α कण तथा प्रोटॉन इस प्रकार गति करते है ताकि उनके पथों की वक्रता त्रिज्या समान है। इनकी दे–ब्राग्ली तरंगदैर्ध्य का अनुपात ज्ञात करो।

हलः हम जानते हैं कि m द्रव्यमान तथा q आवेश का कण जब वेग v से चुम्बकीय क्षेत्र B जहां B व v परस्पर लंबवत है में प्रवेश करता है तब यह वृत्ताकार पथ में गति करता है। यदि पथ की त्रिज्या r है तो

$$Bqv = \frac{mv^2}{r}$$

या $$mv = qBr$$

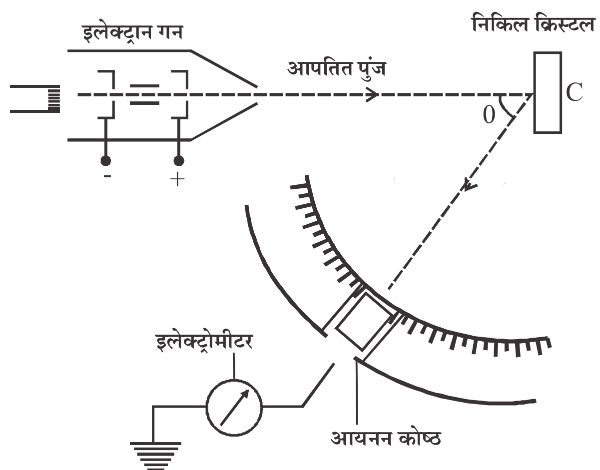
$$\therefore \quad \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{qBr}$$

अतः $$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \frac{q_p}{q_\alpha}$$ (चूंकि प्रश्नानुसार B तथा r समान हैं)

$$= \frac{1}{2} \quad \{ \text{चूंकि } q_\alpha = 2q_p \}$$

13.8 डेविसन एवं जरमर का प्रयोग तथा इसके निष्कर्ष (Davisson and Germer Experiment and its Conclusion)

इस प्रयोग द्वारा सर्वप्रथम इलेक्ट्रानों की तरंग प्रकृति का सत्यापन किया गया। हम जानते हैं कि विवर्तन तरंग प्रकृति का अभिलक्षण है। इस प्रयोग द्वारा यह प्रदर्शित किया गया कि इलेक्ट्रॉन पुंज का विवर्तन संभव होता है। हम जानते हैं कि स्पष्ट विवर्तन प्रभाव के लिये विवर्तक का आकार तरंग की तरंगदैर्ध्य की कोटि का होना आवश्यक होता है। गतिशील इलेक्ट्रॉनों से सम्बद्ध द्रव्यतरंगों का तरंगदैर्ध्य, X- किरणों के तरंगदैर्ध्य की कोटि का होता है। X-किरणों का विवर्तन देखने के लिये एक क्रिस्टल का उपयोग विवर्तक के रूप में किया जाता हैं। अतः डेविसन एवं जरमर ने विचार किया कि यदि द्रव्यकणों जैसे इलेक्ट्रॉनों, में तरंग गुण विद्यमान है तो इनका भी क्रिस्टल से X- किरणों की भांति विवर्तन होना चाहिए।



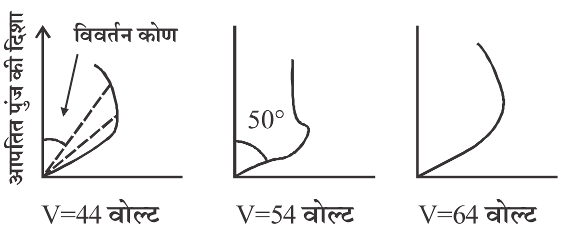
चित्र 13.7 डेविसन एवं जरमर प्रयोग की प्रायोगिक व्यवस्था

डेविसन एवं जरमर के प्रयोग की प्रायोगिक व्यवस्था को चित्र 13.7 में दर्शाया गया हैं। इलेक्ट्रॉन गन से उच्च ऊर्जा का इलेक्ट्रॉन पुंज प्राप्त होता हैं। इसमें टंगस्टन से बने तन्तु में धारा प्रवाहित की जाती है जिसके कारण तापायनिक उत्सर्जन की प्रक्रिया से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। ये इलेक्ट्रॉन छिद्र युक्त संरेखित डायफ्रामों में से गुजरते हैं। डायफ्रामों का तन्तु के सापेक्ष उच्च धन विभव पर रखा जाता है जिसके कारण इलेक्ट्रॉन त्वरित होते हैं। इस प्रकार से त्वरित इलेक्ट्रॉनों को संकीर्ण पुंज प्राप्त होता है। तन्तु एवं डायफ्रामों के मध्य विभवान्तर को परिवर्तित कर इलेक्ट्रॉन पुंज की ऊर्जा परिवर्तित की जा सकती हैं।

इलेक्ट्रॉन गन से प्राप्त इलेक्ट्रॉन पुंज को निकिल क्रिस्टल पर अभिलंबवत आपतित किया जाता है। क्रिस्टल से प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉनों को एक संसूचक में एकत्रित कर लिया जाता है। संसूचक एक ऐसी युक्ति होती है जो कणों की पहचान एवं उनकी ऊर्जा के

मापन के लिये उपयोग में लायी जाती है। इस प्रयोग में आयनन कोष्ठ का उपयोग संसूचक के रूप में किया गया। जब क्रिस्टल से प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉन आयनन कोष्ठ में प्रवेश करते हैं तो इसमें भरी गैस का आयनन कर देते हैं। उत्पन्न आयनों की संख्या, प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉन पुंज की ऊर्जा पर निर्भर करती है। इन आयनों के कारण इलेक्ट्रोमीटर में धारा प्राप्त होती है। संसूचक को एक वृत्ताकार पैमाने पर घुमा कर आपतित इलेक्ट्रॉन पुंज तथा प्रकीर्णित पुंज के मध्य कोण θ को परिवर्तित किया जा सकता है। यदि इलेक्ट्रॉनों को कण माना जाए तो प्रकीर्णन के चिरसम्मत सिद्धांत के अनुसार प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉन किरण की तीव्रता में θ के साथ अल्प परिवर्तन होना चाहिए जबकि इस प्रयोग के परिणाम इससे भिन्न प्राप्त होते हैं।

प्रयोग में इलेक्ट्रॉन गन पर आरोपित त्वरक वोल्टता के विभिन्न मानों के लिये प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता तथा प्रर्कीणन कोण θ के मध्य ध्रुवीय आलेख(polar graphs) खींचे जाते हैं। चित्र 13.8 में त्वरण वोल्टता 44, 54 तथा 64 वोल्ट के लिये ध्रुवीय आलेख प्रदर्शित किये गये हैं। इन आलेखों में किसी निश्चित θ के मान के लिए त्रिज्य सदिश की लम्बाई, प्रकीर्णित इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता की मापक होती हैं। इन आलेखों से यह स्पष्ट है कि जब त्वरण वोल्टता 54 वोल्ट होती है तो 50^o के कोण पर संसूचक में तीव्रता का मान अधिकतम होता है। इससे कम या अधिक वोल्टता पर यह उच्चिष्ठ लुप्त हो जाता है। 54 वोल्ट पर तीक्ष्ण उच्चिष्ठ शिखर का बनना यह प्रदर्शित करता है कि इलैक्ट्रॉनों का विवर्तन हो रहा है।



चित्र 13.8 विभिन्न त्वरण वोल्टताओं के संगत ध्रुवीय आलेख

इलेक्ट्रॉन पुंज के निकिल क्रिस्टल से विवर्तन को चित्र 13.9 में दर्शाया गया हैं। इस प्रयोग में क्रिस्टल के उन जालक तलों का उपयोग किया जाता है जिन पर स्थित परमाणुओं के बीच की दूरी d का मान 2.15 Å होता है। यदि इलेक्ट्रॉन पुंज तथा X- किरणों के विवर्तन की तुलना करें तो X- किरण विवर्तन के लिये ब्रैग के नियमानुसार पथान्तर

$$d\sin\theta = n\lambda$$

यहाँ n विवर्तन की कोटि है। अतः $d = 2.15\,\AA$, $\theta = 50^o$ तथा $n = 1$ के लिये तरंगदैर्ध्य का मान निम्न होगा

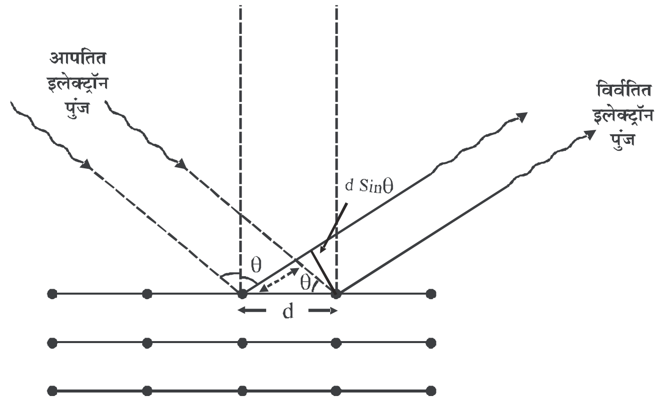
$$\lambda = 2.15\times\sin 50^o$$

$$= 2.15\times 0.766$$

$$= 1.65\,\AA$$

अब त्वरक वोल्टता 54 वोल्ट के लिये इलेक्ट्रॉन की दे ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य का सैद्धान्तिक मान

$$\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}}\AA = \frac{12.27}{\sqrt{54}}\AA = \frac{12.27}{7.348}\AA = 1.67\,\AA$$



चित्र 13.9 क्रिस्टल के जालक तलों द्वारा इलेक्ट्रॉनों का विवर्तन

इस प्रकार डेविसन तथा जरमर के प्रयोग से प्राप्त तरंगदैर्ध्य के प्रायोगिक मान तथा सैद्धान्तिक मान अति सन्निकट होते हैं।

अतः डेविसन तथा जरमर के प्रयोग से यह निष्कर्ष निकलता है कि इलेक्ट्रॉनों का विवर्तन संभव है। चूंकि विवर्तन तरंगों का गुण है अतः इससे यह सिद्ध होता है कि इलेक्ट्रॉन से तरंग सम्बद्ध होती हैं अर्थात् दे–ब्राग्ली की द्रव्य तरंगों की परिकल्पना की प्रायोगिक पुष्टि होती है।

इस प्रयोग के अतिरिक्त जी.पी.थॉमसन का प्रयोग भी द्रव्यतरंगों की पुष्टि करता है। प्रकाश की तरह इलेक्ट्रॉनों के लिए भी द्विस्लिट व्यतिकरण प्रेक्षित किया जा चुका है। दे–ब्राग्ली अभिकल्पना का एक महत्वपूर्ण सैद्धान्तिक अनुप्रयोग इसके द्वारा बोर के परमाणु मॉडल के द्वितीय अभिग्रहीत का स्पष्टीकरण देना है जिसके बारे में आप अगले अध्याय में जान सकेंगे। इलेक्ट्रॉन तथा न्यूट्रॉन विवर्तन के द्वारा क्रिस्टल संरचना के बारे में जानकारी मिलती है। इसके अतिरिक्त इलेक्ट्रॉनों के तरंग गुणों के आधार पर ही इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी (electron microscope) विकसित हुआ है।

13.9 हाइजेनबर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त (Heisenberg's Uncertainty Principle)

सन् 1927 में हाइजेनबर्ग ने अनिश्चितता सिद्धांत का प्रतिपादन किया इस सिद्धान्त के अनुसार ''किसी भी एक क्षण (समय) पर एक कण की स्थिति तथा संवेग का एक साथ एक ही दिशा में पूर्ण रूप से यथार्थता पूर्वक निर्धारण नहीं किया जा सकता है। कण की स्थिति में अनिश्चितता Δx तथा संवेग के x- घटक में अनिश्चितता Δp_x का गुणनफल कभी भी $\hbar/2$ से कम नहीं हो सकता है'' गणितीय रूप में इस सिद्धान्त के अनुसार

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \ldots(13.15)$$

यहाँ $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34}\ J \cdot s$ होता है। ध्यान रहे कि स्थिति तथा संवेग में अनिश्चिततायें Δx तथा Δp_x मापन उपकरणों द्वारा की जाने वाली त्रुटियाँ नहीं हैं। अति सुग्राही उपकरणों का उपयोग करने पर भी उपर्युक्त अनिश्चिततायें समाप्त नहीं होती हैं। वास्तव में Δx तथा Δp_x ऐसी अन्तर्निष्ठ (inherent) अनिश्चिततायें है जो द्रव्य कणों के द्रव्य तरंग स्वरूप के कारण, हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त का पालन करती है।

X- दिशा में स्थिति x तथा संवेग p_x दो विहित संयुग्मी (canonical conjugate) चर राशियाँ है। व्यापक रूप में अनिश्चितता सिद्धान्त विहित संयुग्मी राशियों के लिये ही होता है। समीकरण (3.15) की भांति ही निम्न अनिश्चितता सम्बन्ध भी लिखे जा सकते हैं।

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{h}{2} \qquad \ldots(13.16)$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{h}{2} \qquad \ldots(13.17)$$

इसी प्रकार से ऊर्जा तथा समय भी विहित संयुग्मी राशियाँ होती है अतः इनके लिये अनिश्चितता सम्बन्ध निम्न होगा।

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \ldots(13.18)$$

इसके अनुसार किसी कण की ऊर्जा तथा उसके समय निर्देशांक दोनों का असीमित परिशुद्धता के साथ मापन करना संभव नहीं है। समस्त ऊर्जा मापनों में एक अर्न्तनिहित अनिश्चतता होगी जब तक कि आपके पास मापन के लिए अनन्त समय उपलब्ध नहीं हो। उदाहरण के लिए किसी परमाणु की मूल अवस्था ऊर्जा सुपरिभाषित है क्योंकि सामान्यतः परमाणु इसमें अनन्त समय तक रहता हैं परमाणु की उत्तेजित अवस्थाएँ इतनी सुपरिभाषित नहीं है क्योंकि इनमें परमाणु $\Delta t \quad 10^{-8}\, s$ के लगभग ही रहता है इसके उपरान्त यह निम्न ऊर्जा अवस्था में संक्रमित होता हैं इसके कारण उत्तेजित अवस्था की ऊर्जा में अनिश्चितता उत्पन्न होती है अर्थात् ऊर्जा स्तर तीक्ष्णतः परिभाषित नहीं है इसकी कुछ चौड़ाई होगी जिसका मान

$$\Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta t}$$

से दिया जाएगा।

हाइजेनबर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त सूक्ष्म (micro) तथा स्थूल (macro) दोनों प्रकार के कणों के लिये होता है। स्थूल वस्तुओं का आकार बड़ा होने के कारण इनकी स्थिति में अनिश्चितता नगण्य होती है तथा द्रव्यमान अधिक होने के कारण संवेग में अनिश्चितता भी नगण्य होती है अतः स्थूल कणों में अनिश्चितता का सिद्धान्त प्रेक्षित नहीं होता है।

उदाहरण 13.9 यदि किसी इलेक्ट्रॉन की स्थिति में अनिश्चितता 0.1 nm हो तो उसके संवेग अनिश्चितता का परिकलन कीजिये।

हलः हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार

$$\Delta x . \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

यदि अनिश्चितताओं के गुणनफल का न्यूनतम मान भी लें तो

$$\Delta x . \Delta p_x \quad \frac{\hbar}{2}$$

अतः संवेग में अनिश्चितता

$$\Delta p_x \quad \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{1.054 \times 10^{-34}}{2 \times 0.1 \times 10^{-9}}$$

$$= 0.53 \times 10^{-24}\ kg \cdot m / s$$

उदाहरण 13.10 किसी परमाणु में एक उत्तेजित ऊर्जा स्तर का आयुकाल 1.0×10^{-8} s है। उत्तेजित अवस्था से संक्रमण में उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति में न्यूनतम अनिश्चितता ज्ञात करें।

हलः प्रश्नानुसार $\Delta t = 10^{-8}\, s$

अतः हाइजेनबर्ग अनिश्चितता सिद्धांत से

$$\Delta E = \frac{h}{4\pi \Delta t}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 10^{-8}} = 0.53 \times 10^{-26}\ J$$

$\therefore$ आवृत्ति में अनिश्चितता

$$\Delta v = \frac{\Delta E}{h}$$

$$= \frac{0.53 \times 10^{-26}}{6.63 \times 10^{-34}} = 8 \times 10^{6}\ Hz$$

महत्वपूर्ण बिन्दु (Important Points)

1. **कार्यफलन** – धातु पृष्ठ से धातु में उपस्थित अधिकतम गतिज ऊर्जा वाले मुक्त इलेक्ट्रॉन को धातु सतह से बाहर लाने के लिये आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा को उस धातु का कार्यफलन कहते हैं। कार्यफलन का मान भिन्न–भिन्न धातुओं के लिये भिन्न–भिन्न होता है एवं धातु के पृष्ठ पर उपस्थित अशुद्धियों पर निर्भर करता है।
2. **प्रकाश–विद्युत प्रभाव** – जब धातु की प्लेट पर एक विशिष्ट आवृत्ति या उससे अधिक आवृत्ति का प्रकाश डाला जाता है तो उसमें से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है। इस परिघटना को प्रकाश–विद्युत प्रभाव कहते हैं।
3. **देहली आवृत्ति**– किसी धातु के लिये देहली आवृत्ति, प्रकाशीय ऊर्जा की वह न्यूनतम आवृत्ति होती है जिससे कम आवृत्ति का प्रकाश डालने पर धातु की सतह से फोटो–इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन प्रारम्भ नहीं होता है।
4. **देहली तरंगदैर्ध्य** – देहली आवृत्ति से सम्बन्धित तरंगदैर्ध्य को देहली तरंगदैर्ध्य कहते हैं।
5. देहली आवृत्ति एवं देहली तरंगदैर्ध्य का मान प्रकाश सुग्राही पदार्थ (धातु) एवं उसके पृष्ठ की प्रकृति पर निर्भर करता है।
6. प्रति सेकण्ड उत्सर्जित फोटो–इलेक्ट्रॉनों की संख्या आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर करती है, ऊर्जा पर नहीं।
7. फोटो–इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करती है, तीव्रता पर नहीं।
8. **निरोधी विभव** – संग्राहक प्लेट के ऋण विभव का वह मान जिस पर प्रकाश विद्युत धारा का मान शून्य हो जाता है, निरोधी विभव कहलाता है। इसका मान आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करता है।
9. **फोटॉन** – यह विद्युत चुंबकीय ऊर्जा का क्वाण्टा होता है जिसमें निहित ऊर्जा प्रकाश की आवृत्ति के अनुक्रमानुपाती होती है एवं सूत्र $E = h\nu$ से ज्ञात की जा सकती है। फोटॉन का विराम द्रव्यमान शून्य होता है।
10. प्रकाश विद्युत प्रभाव की व्याख्या विद्युत–चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त के आधार पर संभव नहीं हैं इसकी व्याख्या आइसटीन ने प्रकाश के क्वाण्टम सिद्धान्त (फोटॉन) के आधार पर की थी।
11. आइन्सटीन प्रकाश–विद्युत समीकरण निम्न होता है।

$$K_{max} = h\nu - \phi_0$$

या $$K_{max} = h\nu - h\nu_0$$

12. **दे–ब्राग्ली की परिकल्पना** – ''प्रत्येक गतिशील द्रव्य कण से सम्बद्ध एक तरंग होती है जिसे द्रव्य तरंग कहते है'' अर्थात् प्रकाश की भांति द्रव्यकणों की भी द्वैत प्रकृति होती है।
द्रव्य तरंग का तरंगदैर्ध्य कण के संवेग के व्युत्क्रमानुपाती होता है एवं निम्न सूत्र से ज्ञात किया जा सकता है।

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

13. विभिन्न कणों से सम्बद्ध दे–ब्रोगली तरंगदैर्ध्य के सूत्र

$$\lambda_e = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \text{Å} \quad ; \quad \lambda_p = \frac{0.286}{\sqrt{V}} \text{Å}$$

$$\lambda_\alpha = \frac{0.101}{\sqrt{V}} \text{Å}$$; ताप T (तापीय सॉम्य में) पर किसी कण की तरंग दैर्ध्य $\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}}$

14. डेविसन एवं जरमर के प्रयोग की सहायता से दे–ब्राग्ली की परिकल्पना का सत्यापन होता है। इस प्रयोग द्वारा यह सिद्ध किया जाता है कि द्रव्यकणों का विवर्तन संभव है।
15. **हाइजेनबर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त** – ''किसी भी एक क्षण पर एक कण की स्थिति एवं संवेग का एक साथ एक ही दिशा में पूर्ण रूप से यथार्थता पूर्वक निर्धारण नहीं किया जा सकता है।'' इसके अनुसार

$$\Delta x \Delta p_x \ge \hbar / 2$$

इसके अतिरिक्त समय–ऊर्जा में अनिश्चितता संबंध इस प्रकार है

$$\Delta E \Delta t \ge \hbar / 2$$

अभ्यासार्थ प्रश्न

बहुचयनात्मक प्रश्न

1. 40 eV ऊर्जा का एक फोटॉन धातु के पृष्ठ पर आपतित होता है इसके कारण 37.5 eV गतिज ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन होता है। धातु के पृष्ठ का कार्यफलन होगा
(अ) 2.5 eV (ब) 57.5 eV
(स) 5.0 eV (द) शून्य

2. देहली आवृति से अधिक आवृति के प्रकाश के लिए प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रयोग में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की संख्या समानुपाती है
(अ) इनकी गतिज ऊर्जा के
(ब) इनकी स्थितिज ऊर्जा के
(स) आपतित प्रकाश की आवृति के
(द) धातु पर आपतित फोटॉनों की संख्या के

3. किसी प्रकाश पुंज A के फोटॉन की ऊर्जा एक अन्य प्रकाश पुंज B के फोटॉन की ऊर्जा से दुगनी है। इनके संवेगों का अनुपात p_A/p_B है
(अ) 1/2 (ब) 1/4
(स) 4 (द) 2

4. एक धातु से हरे रंग के प्रकाश के आपतन पर इलेक्ट्रानों का उत्सर्जन प्रारम्भ होता है। निम्न रंगों के समूह में से किस समूह के प्रकाश के कारण इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन संभव होगा?
(अ) पीला, नीला, लाल (ब) बैंगनी, लाल, पीला
(स) बैंगनी, नीला, पीला (द) बैंगनी, नीला, आसमानी

5. इलेक्ट्रॉन गन से निर्गत इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध दे–ब्राग्ली तरंगदैर्ध्य 0.1227 Å है। गन पर आरोपित त्वरक वोल्टता का मान होगा
(अ) 20 kV (ब) 10 kV
(स) 30 kV (द) 40 kV

6. यदि किसी अनापेक्षकीय मुक्त इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा दुगनी कर दी जाती है तो इससे संबद्ध द्रव्य तरंग की आवृत्ति किस गुणक से परिवर्तित होती है
(अ) $1/\sqrt{2}$ (ब) 1/2
(स) $\sqrt{2}$ (द) 2

7. अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार यदि किसी कण की स्थिति का शत प्रतिशत शुद्धता से मापन कर लिया जाये तो उसके संवेग में अनिश्चितता होगी
(अ) शून्य (ब) ∞
(स) ~h
(द) कुछ भी कहा नही जा सकता

8. इलेक्ट्रॉनों का तरंगों से सम्बद्ध कौन सा गुण डेविसन एवं जरमर के प्रयोग द्वारा प्रदर्शित किया गया
(अ) अपवर्तन (ब) ध्रुवण
(स) व्यक्तिकरण (द) विवर्तन

9. 10 eV गतिज ऊर्जा के एक इलेक्ट्रॉन से संबद्ध दे ब्रॉग्ली तरंग दैर्ध्य है।
(अ) 10 Å (ब) 12.27 Å
(स) 0.10 Å (द) 3.9 Å

10. एक इलेक्ट्रॉन तथा एक प्रोटॉन 10 Å विमा के एक रेखीय बॉक्स में रहने हेतु बाध्य है। तब इनके संवेगों में अनिश्चितताओं का अनुपात है
(अ) 1 : 1 (ब) 1 : 1836
(स) 1836 : 1 (द) अपर्याप्त सूचना

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1 आइन्सटाइन की प्रकाश–विद्युत समीकरण लिखिए।
2 निरोधी विभव का मान किस पर निर्भर करता है?
3 प्रकाश–विद्युत प्रभाव को प्रेक्षित करने के लिये आपतित प्रकाश की आवृति किस आवृति से अधिक होनी चाहिये?
4 ***विद्युत–चुम्बकीय ऊर्जा के क्वांटा को क्या कहते हैं?***
5 दे–ब्राग्ली परिकल्पना के अनुसार द्रव्य तरंग के तरंगदैर्ध्य का सूत्र लिखिये।
6 कण की स्थिति एवं सम्बन्धित संवेग में अनिश्चितताओं के लिये हाइजनबर्ग का सम्बन्ध लिखिये।
7 किसी एक प्रयोग का नाम लिखिये जिससे दे–ब्राग्ली के तरंग सिद्धान्त की पुष्टि होती हो।

लघूत्तरात्मक प्रश्न

1 प्रकाश–विद्युत प्रभाव क्या होता है?
2 देहली आवृत्ति से आप क्या समझते हैं?
3 कार्यफलन की परिभाषा लिखिये।
4 डेविसन एवं जरमर के प्रयोग का उद्देश्य बतलाइये।
5 द्रव्य तरंगों की द्वैत प्रकृति से सम्बन्धित दे ब्राग्ली की परिकल्पना लिखिये।
6 अनिश्चितता सिद्धान्त की परिभाषा लिखिये।

निबन्धात्मक प्रश्न

1 प्रकाश–विद्युत प्रभाव को समझाते हुए इससे सम्बन्धित प्रायोगिक प्रेक्षणों का विवरण दीजिये।
2 प्रकाश–विद्युत प्रभाव की व्याख्या चिरसम्मत तरंग सिद्धान्त के आधार पर सम्भव क्यों नहीं है? स्पष्ट कीजिये।
3 आइन्सटाइन ने प्रकाश–विद्युत प्रभाव का क्या स्पष्टीकरण दिया समझाइये। देहली आवृत्ति से आप का क्या अभिप्राय है?

4 फोटॉन की अवधारणा को स्पष्ट करते हुए इसके विभिन्न गुण लिखिये।

5 दे–ब्राग्ली की परिकल्पना का उल्लेख कीजिये एवं इसके प्रायोगिक सत्यापन के लिये डेविसन एवं जरमर के प्रयोग का विस्तार पूर्वक वर्णन कीजिये।

6 इलेक्ट्रॉन, प्रोटोन एवं $\alpha-$कण के दे–ब्राग्ली तरंगदैर्ध्य ज्ञात करने के लिये सूत्र स्थापित कीजिये।

उत्तरमाला (बहुचयनात्मक प्रश्न)

1. (अ) 2. (द) 3. (द) 4. (द) 5. (ब) 6. (द)
7. (ब) 8. (द) 9. (द) 10. (अ)

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. $hv = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + \phi$

2. आपतित प्रकाश की आवृति पर

3 प्रकाश सुग्राही पदार्थ की देहली आवृति से

4 फोटॉन

5 $\lambda = \frac{h}{mv}$

6 $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

7 डेविसन एवं जरमर का प्रयोग

आंकिक प्रश्न

1 तांबे के लिये देहली आवृति का मान 1.12×10^{15} Hz है इसके पृष्ठ पर 2537 Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश आपतित किया जाता हैं तांबे के कार्य फलन एवं निरोधी विभव की गणना कीजिये। $h = 6.63\times10^{-34}\ Js$

(उत्तर : 4.64 eV, 0.24 V)

2 एक धातु के लिये देहली तरंगदैर्ध्य का मान 5675 Å है। धातु के कार्यफलन की गणना कीजिये। $h = 6.63\times10^{-34}\ Js$

(उत्तर : 2.2 eV)

3 3000 Å एवं 6000 Å तरंगदैर्ध्य के विकिरणों से उत्सर्जित फोटो–इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जाओं में अन्तर की गणना कीजिये।

(उत्तर : 2.07 eV)

4 100 V के समान विभवान्तर से त्वरित एक इलेक्ट्रॉन तथा $\alpha-$कण से सम्बन्धित दे ब्राग्ली तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिये।

(उत्तर : 1.227 Å, 0.010 Å)

5 20 वाट के एक बल्ब से 5×10^{14} Hz आवृत्ति का प्रकाश उत्सर्जित हो रहा है। बल्ब से एक सेकण्ड में उत्सर्जित होने वाले फोटॉनों की संख्या ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : 6×10^{19})

6 डेविसन एवं जरमर के प्रयोग में प्रथम कोटि का विवर्तन प्रेक्षित किया जाता है। त्वरक वोल्टता का मान 54 वोल्ट है। यदि प्रयुक्त Ni क्रिस्टल के परावर्तक तलों के मध्य दूरी 0.92 Å हो तो विवर्तन कोण का मान ज्ञात कीजिये।

(उत्तर : 65^o)

7 एक गतिशील इलेक्ट्रॉन के संवेग के X- घटक में अनिश्चितता 13.18×10^{-30} kg m/s है। स्थिति तथा वेग के X- घटक में अनिश्चितताओं की गणना कीजिये।

(उत्तर : 0.40×10^{-5} m, 14.48 m/s)

8 समान ऊर्जा के प्रोटॉन एवं $\alpha-$कणों के द्र–ब्राग्ली तरंगदैर्ध्यों के अनुपात की गणना कीजिये।

(उत्तर : 2 : 1)

9 विद्युत चुंबकीय स्पंद का काल 0.30 ms है। फोटॉन की ऊर्जा में अनिश्चितता ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : 1.76×10^{-31} J)

10 सोडियम के लिए कार्य फलन 2.3 eV है। प्रकाश की वह अधिकतम तरंगदैर्ध्य ज्ञात करो जो सोडियम से प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनो का उत्सर्जन कर सकती है?

(उत्तर : 539 nm)

11 एक धात्विक सतह को $8.5\times10^{14}\ Hz$ के प्रकाश से प्रदीपन करने पर इससे उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा 0.52 eV है। इसी सतह को $12.0\times10^{14}\ Hz$ के प्रकाश से प्रदीपन करने पर उत्सर्जित प्रकाशित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा 1.97 eV है। धातु का कार्यफलन ज्ञात करो।

(उत्तर : –3 eV)

12 कक्ष ताप ($T = 300$ K) पर न्यूट्रॉन तापीय साम्य में है। इनकी दे–ब्राग्ली तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : 1.45 Å)