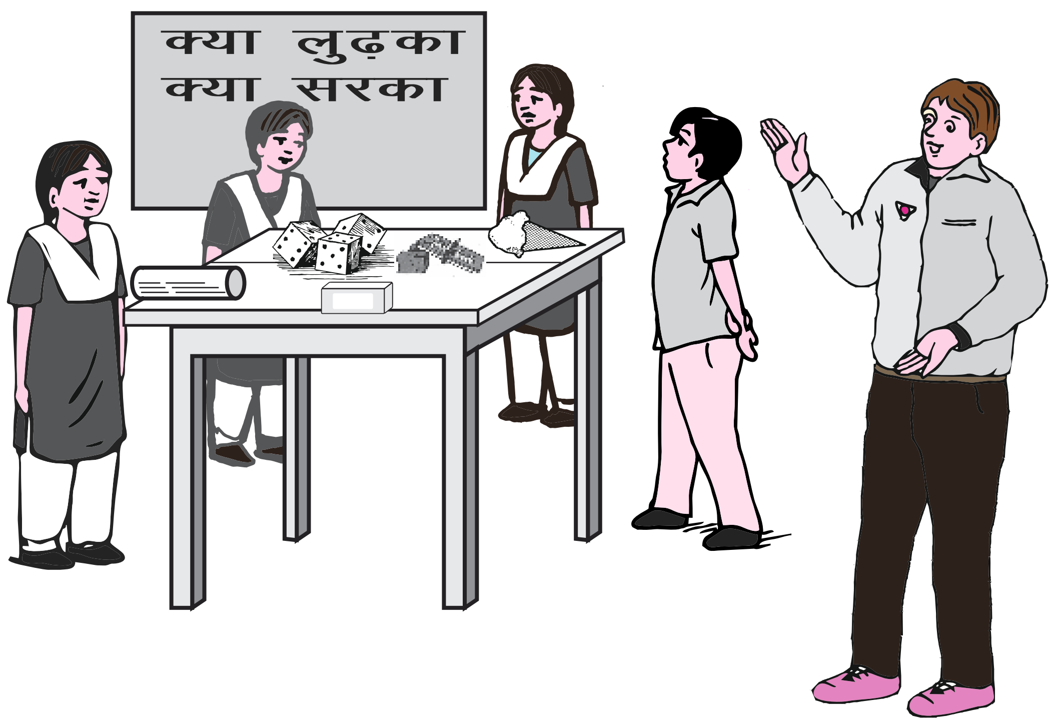
अध्याय 10

त्रिविमीय आकारों की समझ

10.1 नीचे दिए गए चित्रों को ध्यान से देखिए।

कक्षा में बच्चे टेबल पर ज्यामिति बॉक्स की फिसल पट्टी बनाकर खेल रहे हैं। वह ज्यामिति बॉक्स पर माचिस, पासा, कंचे, गेंद, लकड़ी का बेलनाकार टुकड़ा, रबर, जोकर की टोपी आदि लुढ़काकर/खिसकाकर देख रहे हैं।



विभिन्न वस्तुओं के साथ यह खेल आप भी खेल कर देखिए कौन–कौनसी वस्तुएँ लुढ़कती है ?

शंकर – कंचे, गेंद जैसी गोल वस्तुएँ लुढ़कती हैं।

वर्षा – हाँ! परन्तु माचिस, पासा, रबर आदि तो सरकते हैं।

ताहिर – जोकर की टोपी तो सरकती भी है और लुढ़कती भी है।

शिक्षक – बिल्कुल ठीक! ठोसों की ऐसी सतहें जिससे वह सरकती है वे सपाट सतह कहलाती है तथा जिससे लुढ़कती है वह सतह वक्र सतह कहलाती है। जैसे गेंद पूरी तरह वक्राकार है जबकि लकड़ी का बेलनाकार टुकड़ा ऊपर तथा नीचे से सपाट सतह वाला है तथा मध्य सतह से वक्राकार है।

करो और सीखो

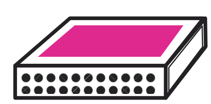
अपने चारों ओर की कम से कम 20 वस्तुओं की सूची बनाएँ एवं उनकी सतह का अवलोकन करें। उन्हें निम्नलिखित सारणी के आधार पर वर्गीकृत कीजिए।

केवल वक्र सतह वाली वस्तुएँ	केवल सपाट सतह वाली वस्तुएँ	दोनों प्रकार की सतह वाली वस्तुएँ
नारंगी	बॉक्स	सेल

10.2 त्रिविमीय आकार अध्याय 8 में हमने वृत्त, वर्ग, त्रिभुज, आयत आदि आकृतियों के बारे में पढ़ा है। इन सभी में केवल लम्बाई एवं चौड़ाई ही होती है। इन्हें द्विविमीय (2 D) आकृतियाँ कहते हैं। इसी अध्याय में हमने रेखा के बारे में पढ़ा है। इसकी केवल लम्बाई होती है। अतः रेखा एक विमा वाली आकृति है। ऊपर दिए गए ठोस तथा अन्य सभी ठोसों में लम्बाई तथा चौड़ाई के साथ–साथ ऊँचाई अथवा गहराई भी होती है। अतः इन्हें त्रिविमीय (3 D) आकृतियाँ कहते हैं।

10.2.1 घनाभ

केवल सपाट सतह वाले ठोस आकारों जैसे संदूक, टूथपेस्ट का डिब्बा, ईंट, चाय पत्ती का पैकेट, तेल का पीपा (टिन) आदि घनाभ के उदाहरण हैं। ऐसा ही एक घनाभ माचिस की बंद डिब्बी है। इसकी प्रत्येक सतह को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



घनाभ में कितनी सतहें हैं ? ....

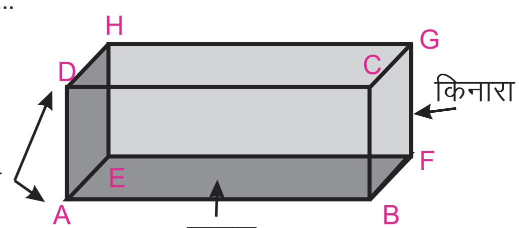
प्रत्येक सतह का आकार कैसा है ? ....

जहाँ दो सतहें मिलती है उन्हें किनारा कहते हैं।

बताइए माचिस में कितने किनारे हैं ? ....

तीन किनारे एक शीर्ष पर आकर मिलते हैं।

बताइए घनाभ में कितने शीर्ष होते हैं ? ....

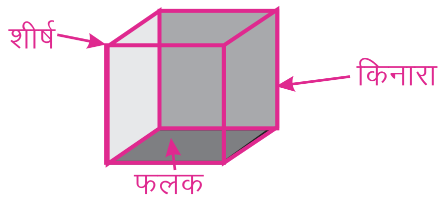


घनाभ का प्रत्येक सपाट पृष्ठ आयताकार होता है। यह पृष्ठ इसका फलक कहलाता है। घनाभ के 6 फलक होते हैं। इसके दो फलक एक रेखाखण्ड से मिलते हैं जो घनाभ का एक किनारा कहलाता है। घनाभ में 12 किनारे तथा 8 शीर्ष होते हैं।

उपर्युक्त चित्र में घनाभ के 6 आयताकार फलक क्रमशः A B C D, E F G H, B F G C, A E H D, A B F E तथा C G H D है। इसी प्रकार 12 किनारे (कोर) क्रमशः AB, CD, EF, GH, BC, FG, AD, EH, BF, CG, AE तथा DH है। घनाभ के 8 शीर्ष (कोने) क्रमशः A, B, C, D, E, F, G, तथा H है।

10.2.2 घन

चॉक का डिब्बा, पासा आदि घनाभों के सभी फलक वर्गाकार होते हैं, अर्थात इनकी लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई पूर्णतः समान होती है। ऐसी आकृतियाँ घन कहलाती हैं।
घनाभ के समान घन के भी 6 फलक, 8 शीर्ष तथा 12 किनारे होते हैं।

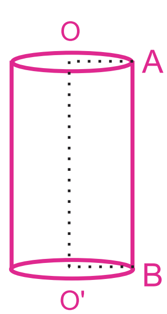


10.2.3 बेलन

लकड़ी का गट्टा जैसी आकृतियाँ जिनकी दो सतहें वृत्ताकार व एक सतह वक्राकार हो बेलन कहलाती हैं।
आपने लोहे का पानी का पाईप, अनाज रखने का ड्रम आदि को देखा है। यह भी बेलन के उदाहरण हैं।

करो और सीखो

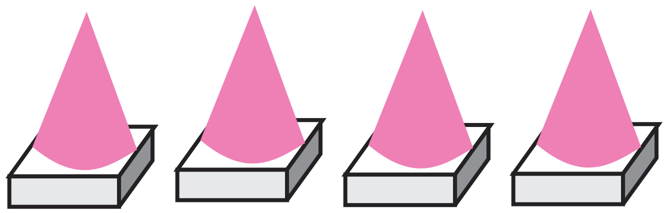
क्या आप रसोईघर के बेलन को भी बेलन कहेंगे। तर्क द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।



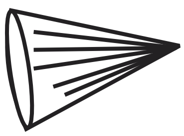
दिए गए बेलन के चित्र में दो पृष्ठ वृत्ताकार है तथा मध्य का पृष्ठ वक्राकार है। और OA व $O'B$ वृत्ताकार पृष्ठों की त्रिज्या एवं OO' बेलन की ऊँचाई है।

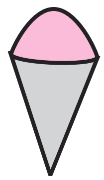
10.2.4 शंकु

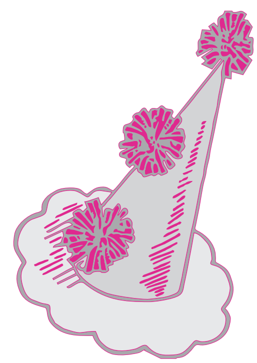
हमने सड़क पर मरम्मत कार्य करते समय निम्न आकृतियों को रखा हुआ देखा है।



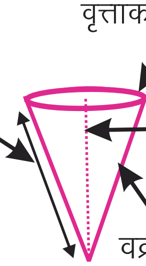
इनके अलावा जोकर की टोपी, आइसक्रीम कोन जैसी आकृतियों में एक वक्रपृष्ठ तथा एक वृत्ताकार पृष्ठ होता है।







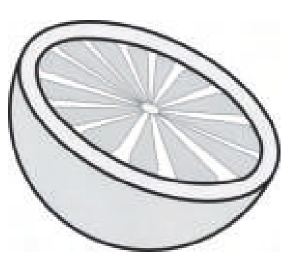
अतः ऐसी आकृतियाँ जिसका एक सिरा वृत्ताकार तथा एक वक्राकार पृष्ठ हो शंकु कहलाती हैं।

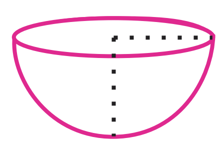


10.2.5 गोला

गेंद, कंचे, फुटबॉल सभी की आकृतियाँ समान होती हैं। इनकी सम्पूर्ण सतह वक्राकार होती हैं। ये सभी आकृतियाँ गोलाकार हैं। क्या आप सिक्के को गोला कह सकते हैं ? क्या यह अपनी सभी सतहों पर लुढ़कते है ? क्या चूड़ी में भी यह संभव है ?

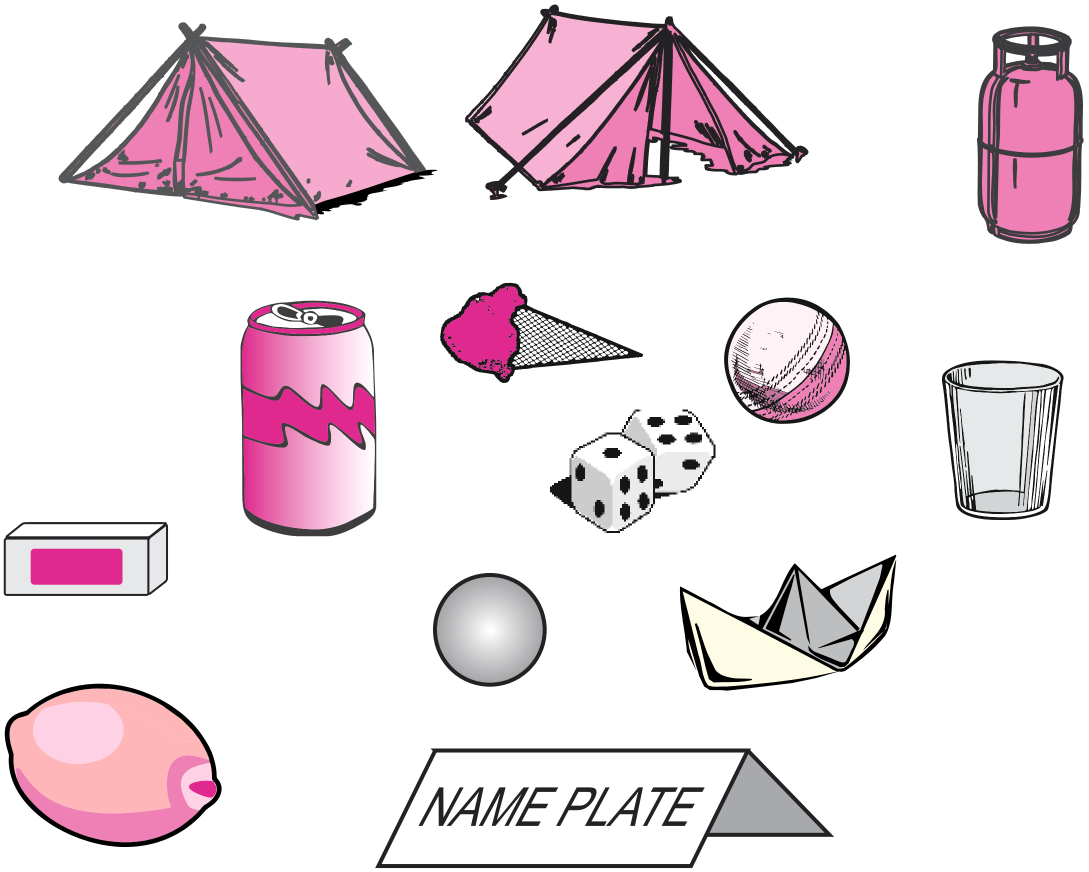
आपने अपने दैनिक जीवन में नींबू अवश्य देखा होगा। इसे बीच में से काटने पर यह अर्द्धगोला दिखाई देता है।





सोचिए और चर्चा कीजिए : वृत्त, गोला तथा बेलन में क्या–क्या अन्तर है ?

10.2.6 बहुफलक नीचे दिए चित्रों को ध्यान से देखिए, इनमें कौन–कौन से चित्र की सतह सपाट है?

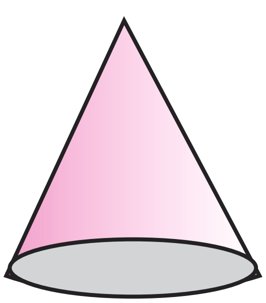


ऐसी आकृतियाँ जिनकी सभी सतहें सपाट होती हैं तथा प्रत्येक सतह एक बहुभुज (त्रिभुज, चतुर्भुज ...) होती है बहुफलक कहलाती हैं।

प्रश्नावली 10

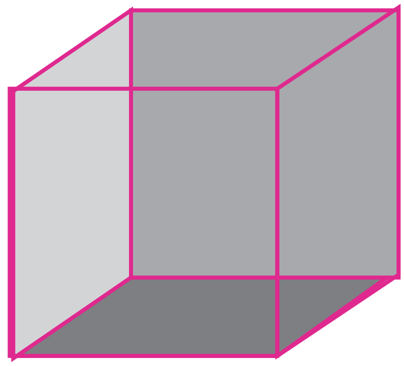
1. निम्नांकित चित्रों को पहचानिए तथा प्रत्येक आकृति का नाम लिखिए।

(i)



(ii)

(iii)

(iv) 

(v)

2. सोचकर लिखिए।

(i) किन्हीं दो गोलाकार फलों के नाम।

(ii) ताजा मूली से बनने वाली दो ठोस आकृतियों के नाम।

(iii) रसोई घर में उपयोग की जाने वाली दो बेलनाकार आकृतियों के नाम लिखिए।

(iv) आपके स्कूल बेग में उपलब्ध दो घनाभाकार वस्तुओं के नाम।

3. सही / गलत लिखिए।

(i) घनाभ तथा घन दोनों के छः फलक होते हैं। ( )

(ii) घनाभ के सभी किनारे समान होते हैं। ( )

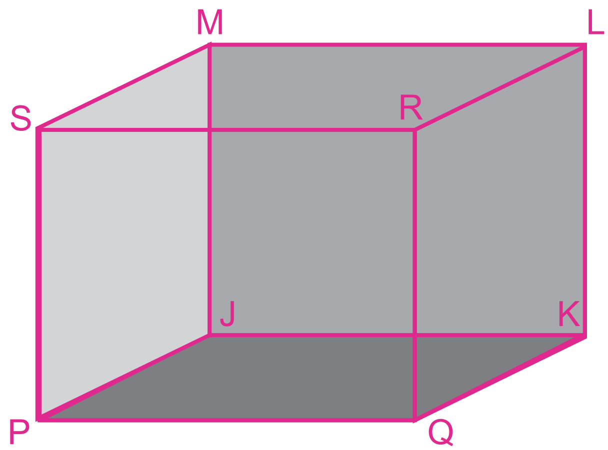
(iii) एक बेलनाकार डिब्बे का ढ़क्कन हटा दिया जाए तो एक वृत्ताकार तथा एक वक्राकार पृष्ठ शेष रहते हैं। ( )

(iv) शंकु के दोनों सिरे वृत्ताकार होते हैं।

(v) घनाभ के किनारों को काटकर घन बनाया जा सकता है।

(vi) चूड़ी का आकार गोल होता है।

4. चित्रानुसार घनाभ के शीर्षों, किनारों तथा फलकों के नाम लिखिए।



हमने सीखा

1. ठोसों की ऐसी सतहें जिनसे वह सरकती है वे सपाट सतह तथा जिनसे लुढ़कती है वह वक्र सतह कहलाती है।
2. ऐसे ठोस जिनमें लम्बाई तथा चौड़ाई के साथ–साथ ऊँचाई अथवा गहराई भी होती है इन्हें त्रिविमीय (3D) आकृतियाँ कहते हैं।
3. घनाभ का प्रत्येक सपाट पृष्ठ आयताकार होता है, घनाभ में 6 फलक, 8 शीर्ष व 12 किनारे होते हैं।
4. घन का प्रत्येक फलक वर्गाकार होता है, घन में भी 6 फलक, 8 शीर्ष व 12 किनारे होते हैं।
5. ऐसी आकृतियाँ जिनकी दो सतहें वृत्ताकार व एक सतह वक्राकार हो बेलन कहते हैं।
6. ऐसी आकृतियाँ जिसका एक पृष्ठ वत्ताकार तथा एक वक्राकार पृष्ठ हो, शंकु कहलाती हैं।
7. ऐसी आकृतियाँ जिनकी सम्पूर्ण सतह वक्राकार होती है। जैसे गेंद, कंचे, फुटबॉल। ये सभी आकृतियाँ गोलाकार हैं।
8. ऐसी आकृतियाँ जिनकी सभी सतहें सपाट होती है तथा प्रत्येक सतह एक बहुभुज (त्रिभुज, चतुर्भुज) होती है, बहुफलक कहलाती हैं।