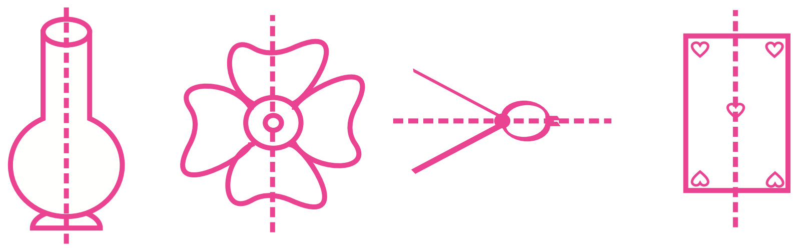
अध्याय 11

सममिति

11.1 हम आस–पास में बहुत सारी वस्तुओं, चित्रों आदि को देखते हैं। इन सभी में अलग–अलग तरह की ज्यामिति दिखाई देती है।



इन आकृतियों को ठीक बीचो–बीच खींची गई रेखा के अनुदिश मोड़ा जाए या काटा जाए तो दोनों हिस्से एक दूसरे को पूरी तरह से ढँक लेते हैं। इस तरह की आकृतियाँ सममित आकृतियाँ कहलाती है। सममित आकृतियों, सममिति एवं सममित अक्ष के बारे में हमने पिछली कक्षाओं में जाना है। इस अध्याय में हम दी गई आकृतियों में सममित अक्ष पहचानना एवं बनाना, परावर्तन सममिति एवं घूर्णन सममिति के बारे में अध्ययन करेंगे।

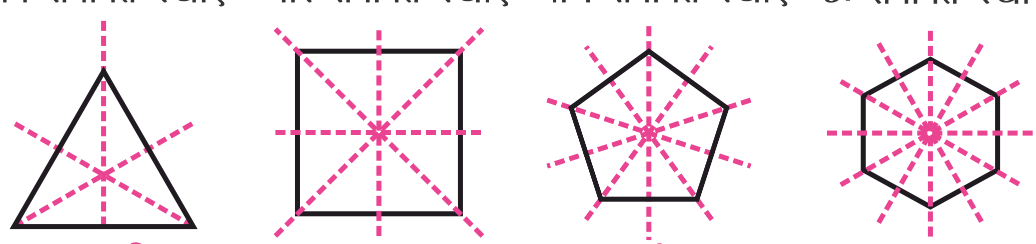
करो और सीखो ◆ सममिति दर्शाने के लिए
1. सममिति दर्शाने वाला एक चित्र बनाइए ।
2. कागज के कटे हुए कुछ डिजाईन बनाइए।
3. रंगोली बनाइए।

11.2 रैखिक सममिति

अभी हमने जिस सममिति के बारे में चर्चा की है, वह रैखिक सममिति है। इन चित्रों में एक ऐसी सरल रेखा है जिसके अनुदिश आकृतियों को मोड़ने से आकृति के दोनों भाग संपाति (एक–दूसरे को पूरा–पूरा ढँक लेते हैं) हो जाते हैं। क्या आप समबहुभुज से परिचित हैं ? यदि नहीं तो अपने साथियों एवं अध्यापकजी से चर्चा कर जानने का प्रयास कीजिए ।

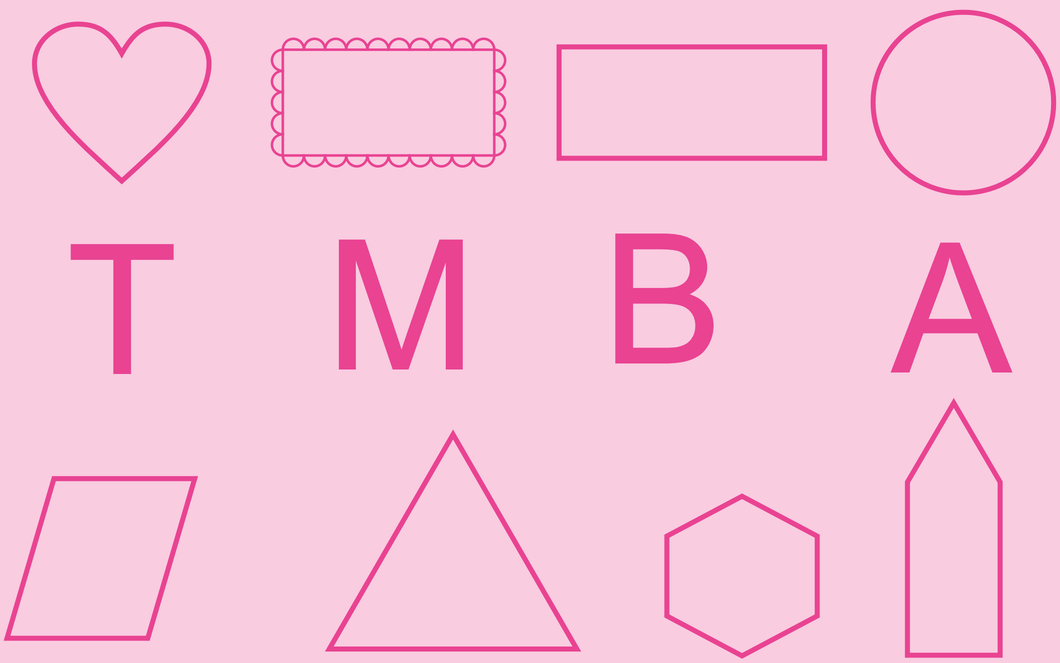
सम बहुभज सममित आकृतियाँ हैं। यह एक रोचक निष्कर्ष है कि प्रत्येक समबहुभुज की उतनी ही सममित रेखाएँ होती हैं जितनी उसकी भुजाएँ है।

तीन सममित रेखाएँ **चार सममित रेखाएँ** **पाँच सममित रेखाएँ** **छः सममित रेखाएँ**



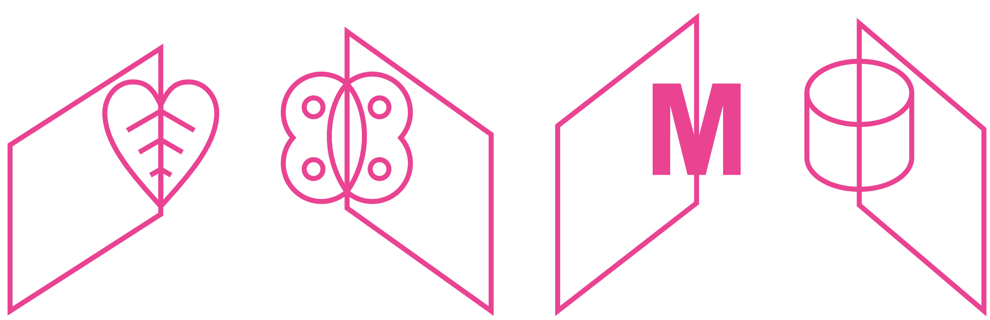
समबाहु त्रिभुज वर्ग सम पंचभुज सम षट्भुज

करो और सीखो नीचे बने चित्रों में सममित रेखाएँ खींचिए।



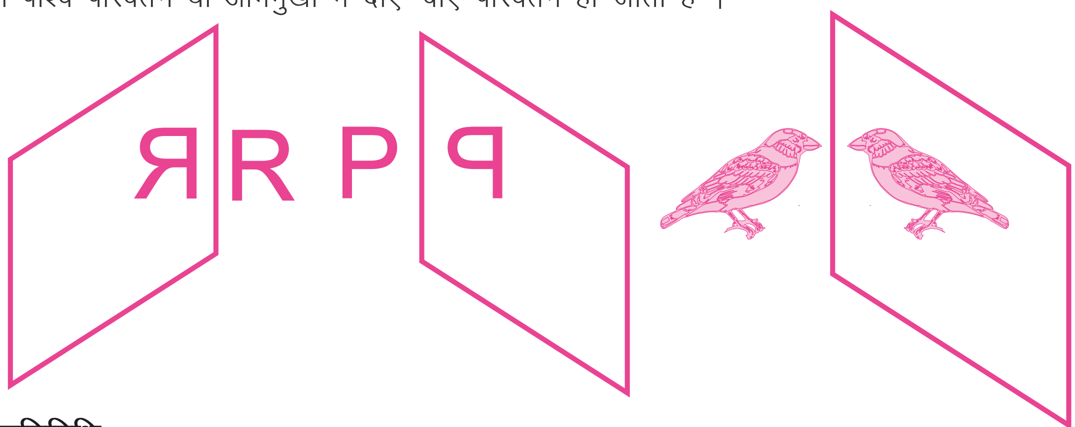
11.3 परावर्तन सममिति

एक समतल दर्पण लीजिए तथा उसके सामने विभिन्न वस्तुओं को बारी–बारी से देखिए। हम वस्तुओं के प्रतिबिम्ब दर्पण में देख सकते हैं। नीचे दिए चित्रों पर दर्पण को इस प्रकार रखो कि आधा हिस्सा दर्पण के सामने रहे। हम देखते हैं कि आधा हिस्सा दर्पण के सामने हैं तथा आधा दर्पण में। दोनों हिस्सों के मिलने से चित्र पूरा होता दिखाई देता है। यह परावर्तन सममिति है। दर्पण में बनने वाले इन प्रतिबिम्बों का अवलोकन कीजिए।



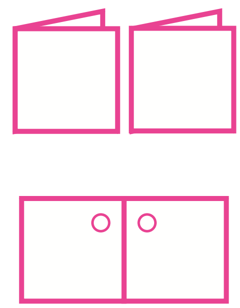
इन चित्रों का दर्पण प्रतिबिम्ब चित्र का आधा भाग है। दर्पण का किनारा सममित अक्ष के रूप में हैं। इस प्रकार रैखिक सममिति की अवधारणा का दर्पण परावर्तन से निकट का संबंध हैं। दर्पण रेखा हमें एक सममित रेखा ज्ञात करने में मदद करती है।

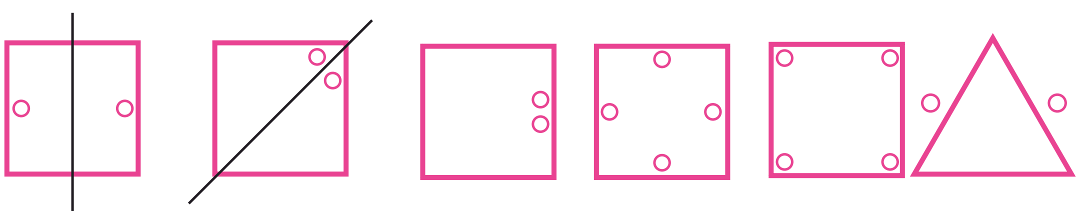
चित्र में R, P और चिड़िया का दर्पण परावर्तन दिखाया गया है। यहाँ आकृति के दर्पण परावर्तन में पार्श्व परिवर्तन या अभिमुखों में दाएँ–बाएँ परिवर्तन हो जाता है ।



गतिविधि

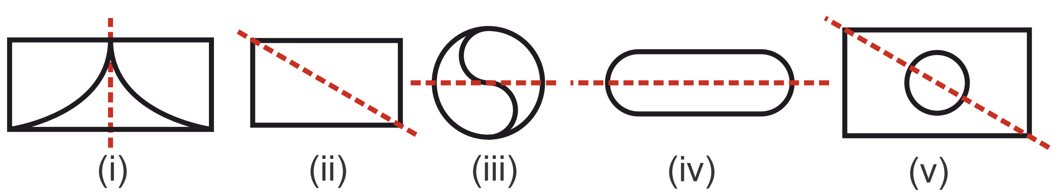
चौकोर सादा कागज लीजिए । उसे बीच से चित्र में दिखाए अनुसार मोड़िए। अब कागज में एक छेद कीजिए। अब कागज को खोलिए, कागज का मोड़, सममित रेखा है, तथा कागज में बना छेद सममित आकृति के रूप में हैं। आइए इस तरह बनी अन्य छेद की हुई आकृतियों में सममित रेखा ढूँढ़ने का प्रयास करें ।



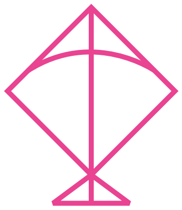
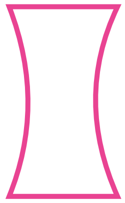
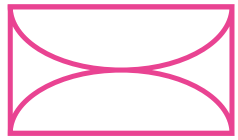


प्रश्नावली 11.1

1. नीचे दी गई आकृति में जो बिन्दु रेखा दर्शाइ गई है, वह उस आकृति की सममित रेखा है या नहीं ? बताइए।

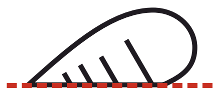
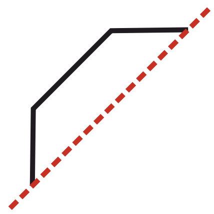
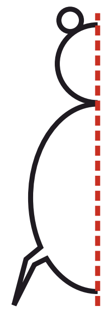


2. नीचे दी गयी आकृति में सममित रेखा खींचिए ।


(i)

(ii)

(iii)

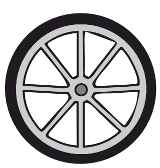
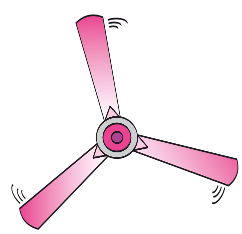
(iv)

3. नीचे दी अधूरी आकृति को सममित रेखा के अनुदिश पूरा कीजिए ।

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

11.4 घूर्णन सममिति

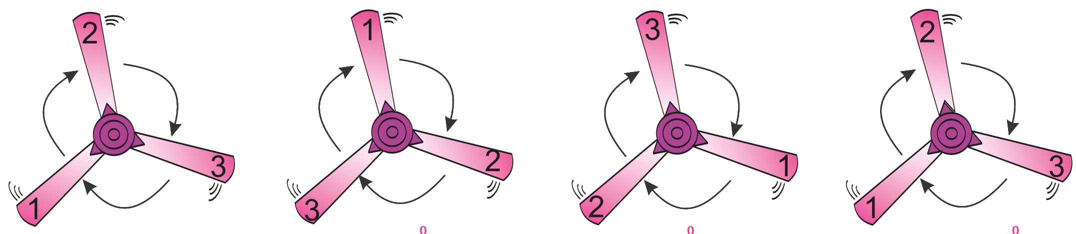
घड़ी की सुईयाँ, साइकिल का पहिया तथा छत से लगे पंखों आदि को हम गतिशील कहते हैं जब वे घूमते है या घूर्णन करते हैं । कुछ वस्तुओं में यह घूर्णन दोनों तरफ होता है, जबकि घड़ी की सुईयों में यह केवल एक दिशा मे होता है। घड़ी की सुईयाँ, जिस दिशा में घूमती है वह घड़ी की दिशा में (दक्षिणावर्त) घूर्णन कहलाता है। शेष घूर्णनों को घड़ी की विपरीत दिशा में (वामावर्त) घूर्णन कहते हैं। साइकिल का पहिया दोनों दिशाओं में घूर्णन करता है।

करो और सीखो

1. घड़ी की दिशा में घूर्णन के दो उदाहरण दीजिए ।
2. घड़ी की विपरीत दिशा में घूर्णन के दो उदाहरण दीजिए ।

सोचिए ! साइकिल का पहिया, घड़ी की सुईयाँ जैसी वस्तुएँ घूर्णन करती है तो क्या उनके आकार एवं माप में कोई परिवर्तन होता है? नहीं। आकार और माप में परिवर्तन हुए बिना वस्तु एक निश्चित बिन्दु के चारों तरफ घूमती है। यह निश्चित बिन्दु **घूर्णन का केन्द्र** कहलाता है। घूर्णन के दौरान घूमे गए कोण को **घूर्णन कोण** कहते हैं। नीचे पखें की पंखुड़ियों द्वारा केन्द्र पर बनने वाले कोण को दिखाया गया है ।



पंखे की स्थिति | 120^0 घूर्णन क्रम–1 | 240^0 घूर्णन क्रम–2 | 360^0 घूर्णन क्रम–3

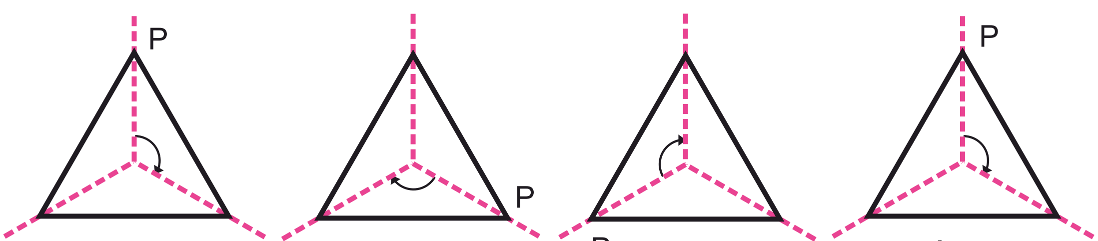
यहाँ हम देखते है कि पंखे को 120^0 घूमाने पर उसकी पंखुडियाँ पूर्व के समान ही दिखाई देती हैं, इसी प्रकार 240^0 तथा 360^0 घूर्णन पर भी वही स्थिति दिखाई देती है अतः हम कह सकते हैं कि पंखे में घूर्णन सममिति है तथा घूर्णन सममिति का क्रम 3 है।

एक पूरे चक्कर (360^0) में कोई वस्तु जितनी बार स्थिति के अनुसार पहले जैसी ही दिखाई देती है वह संख्या उस **घूर्णन सममिति का क्रम** कहलाती है उदाहरण के लिए ऊपर दिए गए पंखे के उदाहरण में पूरे चक्कर में तीन समान स्थितियाँ प्राप्त होने से उसका घूर्णन क्रम 3 प्राप्त होता है। इसी प्रकार वर्ग में घूर्णन सममिति का क्रम 4 प्राप्त होता है।

प्रत्येक वस्तु (आकृति) एक पूरे चक्कर अर्थात् 360^0 घूर्णन के बाद अपनी प्रारम्भिक स्थिति मे आ जाती है अतः प्रत्येक वस्तु में क्रम – 1 की घूर्णन सममिति निश्चित रूप से होती है।

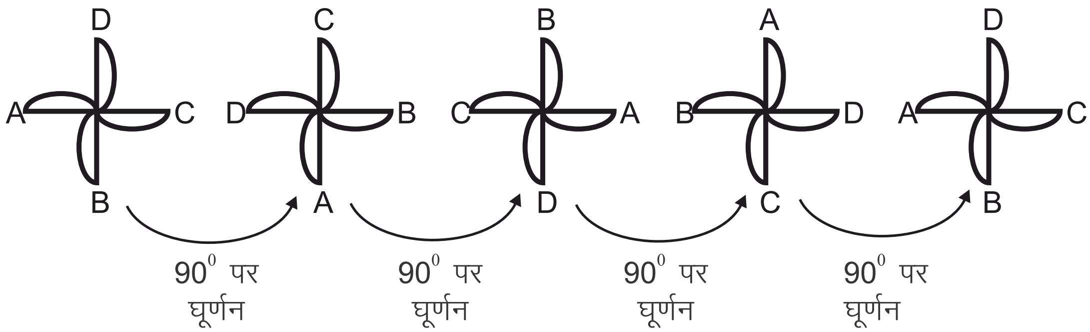
11.4.1 घूर्णन के कुछ उदाहरण

समबाहु त्रिभुज के लिए (दक्षिणावर्त घूर्णन) एक पूरे चक्कर में त्रिभुज तीन बार अपनी प्रारम्भिक स्थिति में आता है। इसे तीन क्रम का घूर्णन कहते हैं। चूंकि त्रिभुज अपनी प्रारम्भिक स्थिति से 120^0 घूमने के बाद पुनः अपनी पहले वाली स्थिति में आ जाता है, अतः इसका घूर्णन कोण 120^0 हैं ।



प्रारम्भिक स्थिति | 120^0 पर घूर्णन | 120^0 पर घूर्णन | 120^0 पर घूर्णन

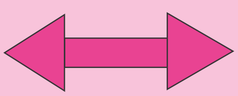
चकरी का घूर्णन– चकरी को देखें । चकरी अपने एक घूर्णन में चार बार अपने प्रारम्भिक अवस्था में आती है। अतः इसका घूर्णन क्रम 4 है। तथा प्रत्येक 90^0 पर वह अपनी पहले वाली अवस्था में आती है। अतः चकरी का घूर्णन कोण 90^0 है।



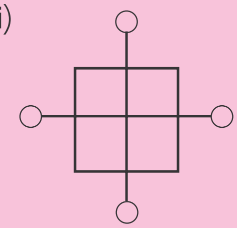
करो और सीखो

1. निम्न आकृतियों में घूर्णन सममिति के लिए घूर्णन कोण तथा घूर्णन क्रम बताइए।

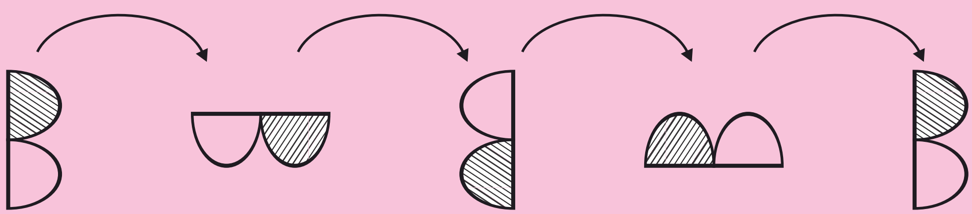
(i)



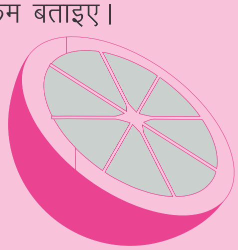
(ii)



2. B का घूर्णन की दिशा, घूर्णन कोण व घूर्णन क्रम बताइए–

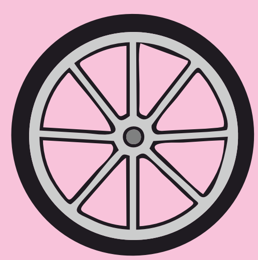


3. फलों के अनुप्रस्थ काट, यातायात संकेत, पहिया आदि में भी घूर्णन सममिति को देखिए। इनका घूर्णन क्रम बताइए।



फल का अनुप्रस्थ काट

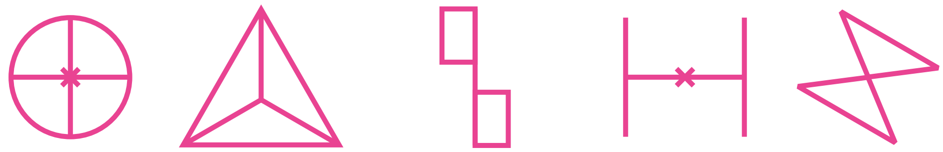
सड़क संकेत



पहिया

प्रश्नावली 11.2

1. नीचे दी आकृतियों में घूर्णन सममिति का क्रम बताइए।



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. दो ऐसी आकृतियों के नाम बताइए, जिसमें रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक घूर्णन सममिति दोनों ही है ।
3. ऐसे चतुर्भुजों के नाम बताइए जिनमें रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति दोनों हो।
4. किसी आकृति को उसके परित 60^{0} के कोण पर घुमाने पर वह उसकी प्रारम्भिक स्थिति जैसी दिखाई पड़ती है, और किन–किन कोणों के लिए ऐसी स्थिति बनेगी?

हमने सीखा

1. एक आकृति में रैखिक सममिति तब होती है, जब कोई ऐसी रेखा प्राप्त की जा सके जिसके अनुदिश उस आकृति को मोड़ने पर, उसके दोनों भाग परस्पर संपाति हो जाएँ ।
2. समबहुभुजों में बराबर भुजाएँ और बराबर कोण होते हैं। उनकी अनेक अर्थात् एक से अधिक सममित रेखाएँ होती है।
3. प्रत्येक समबहुभुज की उतनी ही सममित रेखाएँ होती हैं, जितनी उसकी भुजाएँ होती है ।

समबहुभुज	समषट्भुज	समपंचभुज	वर्ग	समबाहु त्रिभुज
सममित रेखाओं की संख्या	6	5	4	3

4. दर्पण परावर्तन में अभिमुखों में दाएँ–बाएँ परिवर्तन हो जाता है।
5. घूर्णन में एक वस्तु को एक निश्चित बिन्दु के चारों तरफ घुमाया जाता है। निश्चित बिन्दु घूर्णन का केन्द्र कहलाता है। जिस कोण पर वस्तु घूमती है, उसे घूर्णन का कोण कहते हैं ।
6. यदि घूर्णन के बाद वस्तु, स्थिति के अनुसार पहले जैसी दिखाई देती है, तो हम कहते हैं कि उसमें घूर्णन सममिति है।
7. एक पूरे चक्कर (360^{0} के) में, एक वस्तु जितनी बार स्थिति के अनुसार, पहले जैसी ही दिखाई देती है, वह संख्या उस घूर्णन सममिति का क्रम कहलाती है।