

4

प्रक्षेप्य गति

प्रक्षेप्य गति

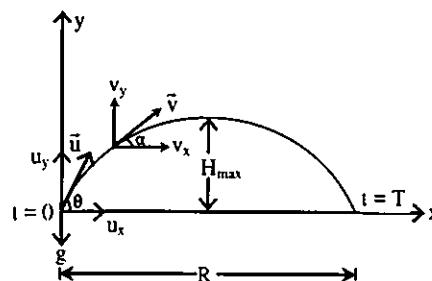
क्षेत्रिज से किसी कोण पर फेंका हुआ

$$(a) \quad y = x \tan \theta - \frac{1}{2} g \left[\frac{x}{u \cos \theta} \right]^2$$

$$\vec{u}_x = u \cos \theta \hat{i}; \quad a_x = 0$$

$$\vec{u}_y = u \sin \theta \hat{j}; \quad a_y = -g \hat{j}$$

$$\text{or } y = x \tan \theta \left[1 - \frac{x}{R} \right]$$



$$(b) \quad \text{अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में लगा समय} \quad t = \frac{u \sin \theta}{g} = \frac{u_y}{a_y}$$

$$(c) \quad \text{उड़ायन काल} \quad T = \frac{2u \sin \theta}{g} = \frac{2u_y}{a_y}$$

$$(d) \quad \text{क्षेत्रिज परास} \quad R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} = u_x \times T$$

$$(e) \quad \text{अधिकतम ऊँचाई} \quad H_{\max} = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{u_y^2}{2a_y}$$

(f) किसी भी समय पर कण के वेग का क्षेत्रिज घटक

$$v_x = u \cos \theta$$

$$(g) \quad \text{किसी भी समय पर कण के वेग का ऊर्ध्वाधर घटक} \quad v_y = u \sin \theta - gt$$

$$(h) \quad \text{किसी समय } t \text{ पर कण का वेग} \quad \vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$

$$\vec{v} = u \cos \theta \hat{i} + (u \sin \theta - gt) \hat{j}$$

$$\text{कण की चाल } v = |\vec{v}| = \sqrt{u^2 + g^2 t^2 - 2ugt \sin \theta} \quad \text{एवं} \quad \tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

सामान्य परिणाम

अधिकतम परास के लिए $\theta = 45^\circ$

$$R_{\max} = \frac{u^2}{g} \text{ और } H_{\max} = \frac{R_{\max}}{4}, \text{ प्रारम्भिक वेग } u \text{ और } \theta = 45^\circ \text{ पर}$$

$$H_{\max} = \frac{R_{\max}}{2}, \text{ प्रारम्भिक वेग } u \text{ और } \theta = 90^\circ \text{ पर}$$

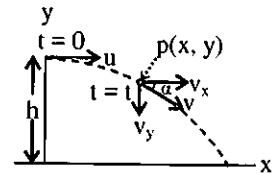
(i) संवेग में परिवर्तन

(1) पूर्ण गति में = $-2 m u \sin \theta \hat{j}$

(2) उच्चिष्ठ बिन्दु तक = $-m u \sin \theta \hat{j}$

क्षैतिज से समान्तर फेंका हुआ प्रक्षेप्य

(a) पथ का समीक्षण $y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2}$
 $u_x = u$ $v_x = u$
 $u_y = 0$ $v_y = gt$ (नीचे की ओर)
 $v_y = -gt$ (ऊपर की ओर)



(b) किसी समय पर कण की चाल

$$v = \sqrt{u^2 + g^2 t^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

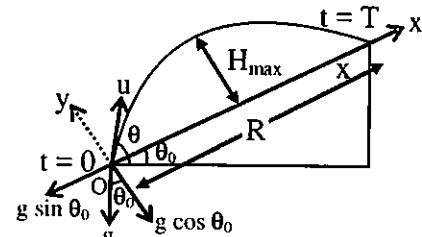
(c) विस्थापन $S = x \hat{i} + y \hat{j} = ut \hat{i} + \frac{1}{2} gt^2 \hat{j}$

(d) उड़ायन काल $T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

(e) क्षैतिज परास $R = u \sqrt{\frac{2h}{g}} = u_x T$

नततल पर प्रक्षेप्य गति

$$\begin{aligned}\vec{a}_x &= -g \sin \theta_0 \hat{i} \\ \vec{a}_y &= -g \cos \theta_0 \hat{j} \\ \vec{u}_x &= u \cos (\theta - \theta_0) \hat{i} \\ \vec{u}_y &= u \sin (\theta - \theta_0) \hat{j}\end{aligned}$$



(a) उड़ायन काल $T = \frac{2u_y}{a_y} = \frac{2u \sin(\theta - \theta_0)}{g \cos \theta_0}$

$$R = u \cos (\theta - \theta_0) T - \frac{1}{2} g \sin \theta_0 T^2$$

$$R = \frac{2 u^2 \sin(\theta - \theta_0) \cos \theta}{g \cos^2 \theta_0}$$

R_{max} के लिये $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_0}{2}$ तथा $R_{max} = \frac{u^2}{g(1 + \sin \theta_0)}$

अधिकतम ऊँचाई $H_{max} = \frac{u_y^2}{2a_y} = \frac{u^2 \sin^2(\theta - \theta_0)}{2g \cos \theta_0}$