KMG–MATH. (B & E)

2022

MATHEMATICS

Time—3 Hours 15 Minutes

(First 15 minutes for reading the question paper only)

Full Marks — { **90 — For Regular Candidates**, **100 — For External Candidates** }

Special credit will be given for answers which are brief and to the point.
Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting.

[1, 2, 3, 4 প্রশ্নগুলির উত্তর প্রশ্নসংখ্যা লিখে অবশ্যই ক্রমানুযায়ী উত্তরপত্রের প্রথম দিকে লিখতে হবে। এর জন্য প্রয়োজনবোধে গণনা ও চিত্র অঙ্কন উত্তরপত্রের ডানদিকে মার্জিন টেনে করতে হবে। কোনো প্রকার সারণি বা গণকযন্ত্র ব্যবহার করা যাবে না। গণনার প্রয়োজনে π-এর আসন্ন মান $\frac{22}{7}$ ধরে নিতে হবে। দরকার মতো গ্রাফ পেপার দেওয়া হবে। পাটীগণিতের অঙ্ক বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে করা যেতে পারে।]

[দৃষ্টিহীন পরীক্ষার্থীদের জন্য 11 নং প্রশ্নের বিকল্প দেওয়া আছে 7 নং পৃষ্ঠায়]

[অতিরিক্ত প্রশ্ন নং 13 কেবলমাত্র বহিরাগত পরীক্ষার্থীদের জন্য 8 নং পৃষ্ঠায় দেওয়া আছে]

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির প্রতিটি ক্ষেত্রে সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো : $1 \times 6 = 6$

(i) একটি গ্রামের বর্তমান জনসংখ্যা P এবং প্রতিবছর জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার $2r\%$ হলে, n বছর পর জনসংখ্যা হবে :

(a) $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}$ (b) $P\left(1+\frac{r}{50}\right)^{n}$

(c) $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2n}$ (d) $P\left(1-\frac{r}{100}\right)^{n}$

(ii) ফতিমা, শ্রেয়া এবং স্মিতা তিনজনে মোট 6,000 টাকা দিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে। এক বছর পরে ফতিমা, শ্রেয়া এবং স্মিতা যথাক্রমে লভ্যাংশের 50, টাকা 100 টাকা এবং 150 টাকা পায়। স্মিতা ঐ ব্যবসায় নিয়োজিত করে :

(a) 1,000 টাকা (b) 2,000 টাকা

(c) 3,000 টাকা (d) 4,000 টাকা

(iii) $A : B = 2 : 3$, $B : C = 5 : 8$, $C : D = 6 : 7$, হলে, $A : D$ = কতো ?

(a) 2 : 7 (b) 7 : 2

(c) 5 : 8 (d) 5 : 14

(iv) 'O' কেন্দ্রীয় বৃত্তে PQ একটি ব্যাস; R বৃত্তের ওপর একটি বিন্দু এবং $PR = RQ$ হলে $\angle RPQ$ এর মান :

(a) 30° (b) 90°

(c) 60° (d) 45°

(v) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ বা ছেদ না করলে বৃত্তদুটির সাধারণ স্পর্শক সংখ্যা :

(a) 2 টি (b) 1 টি

(c) 3 টি (d) 4 টি

(vi) $2r$ একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলকের আয়তন :

(a) $\frac{32\pi r^3}{3}$ ঘন একক (b) $\frac{16\pi r^3}{3}$ ঘন একক

(c) $\frac{8\pi r^3}{3}$ ঘন একক (d) $\frac{64\pi r^3}{3}$ ঘন একক

2. শূন্যস্থান পূরণ করো (যে কোনো পাঁচটি) : $1\times5=5$

(i) বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি সুদের হার $r\%$ এবং প্রথম বছরের মূলধন P টাকা হলে, দ্বিতীয় বছরের মূলধন ______ ।

(ii) $7\sqrt{11}$ একটি ______ সংখ্যা।

(iii) কোনো গোলকের ব্যাসার্ধ r এবং আয়তন v হলে, $v \propto$ ______ ।

(iv) দুটি ত্রিভুজ সদৃশ হবে, যদি তাদের অনুরূপ বাহুগুলি ______ হয়।

(v) একটি চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক হলে, চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি ______ ।

(vi) সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে সেই ঘনবস্তুর বিশেষ নাম ______ ।

3. সত্য বা মিথ্যা লেখো (যে কোনো পাঁচটি) : $1\times5=5$

(i) অংশীদারি ব্যবসায় কমপক্ষে 3 জন লোকের দরকার।

(ii) আসল ও সবৃদ্ধিমূলের মধ্যে সম্পর্কটি হল আসল < সবৃদ্ধিমূল।

(iii) $x^2 = 100$ সমীকরণের দুটি বীজ হল ±10.

(iv) a ও b ব্যস্ত ভেদে থাকলে, $\frac{a}{b} =$ ধ্রুবক হবে।

(v) দুটি এককেন্দ্রীয় বৃত্তের একটি মাত্র সাধারণ স্পর্শক থাকবে।

(vi) একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা, ব্যাসার্ধ এবং তির্যক উচ্চতা সর্বদা একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহুত্রয়।

4. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : (যে কোনো দশটি) $2\times10=20$

(i) বার্ষিক সুদ আসলের $\frac{1}{16}$ অংশ হলে, 8 মাসে 690 টাকার সুদ কতো হবে ?

(ii) কোনো স্থানের লোকসংখ্যা 13,310 জন ছিল। কি হারে বৃদ্ধি পেলে 3 বছরে 17,280 জন হবে ?

(iii) কোনো ব্যবসাতে A, B, C এর মূলধনের অনুপাত $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}$, বছরের শেষে ব্যবসাতে z টাকা ক্ষতি হয়েছে। C এর ক্ষতির পরিমাণ নির্ণয় করো।

(iv) $7x^2 - 66x + 27 = 0$ সমীকরণটির বীজদ্বয়ের যোগফল ও গুণফলের অনুপাত কতো ?

(v) হরের করণী নিরসন করো :

$$\frac{12}{\sqrt{15} - 3}$$

(vi) 'O' কেন্দ্রীয় একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 13 সেমি. এবং AB একটি জ্যা এর দৈর্ঘ্য 10 সেমি., 'O' বিন্দু থেকে AB জ্যা এর দূরত্ব কতো ?

(vii) AOB বৃত্তের একটি ব্যাস যার কেন্দ্র O, C বৃত্তের উপর একটি বিন্দু। $\angle OBC = 60°$, হলে $\angle OCA$ এর মান নির্ণয় করো।

(viii) একটি 'O' কেন্দ্রীয় বৃত্ত যার কেন্দ্র থেকে 26 সেমি. দূরত্বে অবস্থিত P বিন্দু থেকে অঙ্কিত বৃত্তের স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 10 সেমি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কতো ?

(ix) ΔABC এর $DE \parallel BC$, যেখানে D ও E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর ওপর অবস্থিত। যদি $AD = 5$ সেমি., $DB = 6$ সেমি. এবং $AE = 7.5$ সেমি. হয়, তবে AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(x) দুটি লম্ববৃত্তাকার চোঙের উচ্চতার অনুপাত 1 : 2, ভূমির পরিধির অনুপাত 3 : 4 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো।

(xi) একটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করলে বক্রতলের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পায়, তা নির্ণয় করো।

(xii) একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $4\sqrt{3}$ সেমি.। ঘনকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

5. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5×2=10

(i) কোনো মূলধনের একই বার্ষিক শতকরা সরল সুদের হারে 7 বছরে সুদে আসলে 7,100 টাকা এবং 4 বছরে সুদে-আসলে 6,200 টাকা হলে মূলধন ও বার্ষিক শতকরা সরল সুদের হার নির্ণয় করো।

(ii) তিনবন্ধু যথাক্রমে 8,000 টাকা, 10,000 টাকা ও 12,000 টাকা সংগ্রহ করে এবং ব্যাঙ্ক থেকে কিছু টাকা ঋণ নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করেন। বছরের শেষে তারা দেখলেন 13,400 টাকা লাভ হয়েছে। সেই লাভ থেকে ব্যাঙ্কের বছরের কিস্তি 5,000 টাকা শোধ দেওয়ার পর বাকি টাকা তারা মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নিলেন। লভ্যাংশ থেকে কে কতো টাকা পাবেন ?

(iii) 20,000 টাকার বার্ষিক 5% সুদের হারে, 2 বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সরল সুদের পার্থক্য কতো হবে ?

6. যে কোনো দুটি প্রশ্নের সমাধান করো ঃ $3\times2=6$

(i) $\frac{1}{a+b+x}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{x},\ x\neq0,\ -(a+b)$

(ii) সমীকরণের বীজদ্বয় – 4, 3 হলে দ্বিঘাত সমীকরণটি নির্ণয় করো।

(iii) $m+\frac{1}{m}=\sqrt{3}$ হলে, (a) $m^2+\frac{1}{m^2}$ এবং (b) $m^3+\frac{1}{m^3}$ এদের সরলতম মান নির্ণয় করো ?

7. যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ $3\times2=6$

(i) সরলতম মান নির্ণয় করো।

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$

(ii) যদি $a=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ এবং ab = 1 হয়, তবে $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$ এর মান নির্ণয় করো।

(iii) 15 জন কৃষক 5 দিনে 18 বিঘা জমি চাষ করতে পারেন। ভেদতত্ত্ব প্রয়োগ করে 10 জন কৃষক 12 বিঘা জমি কত দিনে চাষ করতে পারবেন, তা নির্ণয় করো।

8. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3

(i) যদি a : b = b : c হয়, তবে প্রমাণ করো

$$\frac{abc(a+b+c)^3}{(ab+bc+ca)^3} = 1.$$

(ii) $\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = 1$ হলে, $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c}$ এর মান নির্ণয় করো।

9. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(i) প্রমাণ করো যে বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক।

(ii) প্রমাণ করো ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যা-এর উপর বৃত্তের কেন্দ্র থেকে লম্ব অঙ্কন করা হলে, ঐ লম্ব জ্যাটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

10. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3

(i) $ABCD$ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। DE জ্যা $\angle BDC$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করো যে AE (বা বর্ধিত AE) $\angle BAC$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক।

(ii) O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্তের AB ও CD দুটি জ্যা-কে বর্ধিত করলে তারা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে, প্রমাণ করো যে $\angle AOC - \angle BOD = 2\angle BPC$.

11. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(i) একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার সমকোণ সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্য 4 সেমি. ও 8 সেমি.। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করো। (কেবলমাত্র অঙ্কনচিহ্ন দিতে হবে।)

(ii) 2.6 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো এবং ঐ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 6 সেমি. দূরে, ঐ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তটির একটি স্পর্শক অঙ্কন করো।

12. যে কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 4 = 16$

(i) 2.1 মিটার দীর্ঘ, 1.5 মিটার প্রশস্ত একটি আয়তঘনাকার চৌবাচ্চার অর্ধেক জলপূর্ণ আছে। ওই চৌবাচ্চায় আরও 630 লিটার জল ঢাললে জলের উচ্চতা কতটা বৃদ্ধি পাবে নির্ণয় করো।

(ii) একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা উহার ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। যদি উচ্চতা 6 গুণ হতো, তবে চোঙটির আয়তন 539 ঘন ডেসিমি. বেশী হতো, চোঙটির উচ্চতা কতো।

(iii) লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু আকৃতির একটি তাঁবুতে 11 জন লোক থাকতে পারে। প্রত্যেক লোকের জন্য ভূমিতে 4 বর্গমিটার জায়গা লাগে এবং 20 ঘনমিটার বাতাসের প্রয়োজন। ঠিক এই 11 জন লোকের জন্য নির্মিত তাঁবুর উচ্চতা নির্ণয় করো।

(iv) 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি নিরেট লোহার গোলককে গলিয়ে 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের কয়টি নিরেট গোলাকার গুলি তৈরী করা যাবে তা নির্ণয় করো।

(v) একটি চা-এর বাক্সের ভিতরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 7.5 ডেসিমি., 6 ডেসিমি. এবং 5.4 ডেসিমি.। চা ভর্তি বাক্সটির ওজন 52 কিগ্রা. 350 গ্রাম। কিন্তু খালি অবস্থায় বাক্সটির ওজন 3.75 কিগ্রা. হলে, 1 ঘন ডেসিমি. চা-এর ওজন কত হবে তা নির্ণয় করো।

[দৃষ্টিহীন পরীক্ষার্থীদের জন্য বিকল্প প্রশ্ন]

11. যে কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(i) একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্যের পরিমাপ দেওয়া থাকলে ঐ ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন প্রণালী বর্ণনা করো।

(ii) কোনো বৃত্তের বহিস্থঃ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তের একটি স্পর্শকের অঙ্কন প্রণালী বর্ণনা করো।