08

ऊँचाई और दूरी
(Height and Distance)

8.01 प्रस्तावना (Introduction)

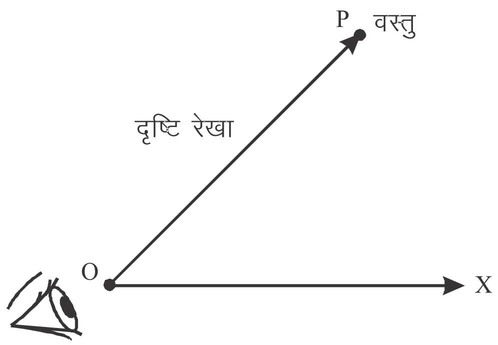
पूर्व अध्यायों में हमने त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं तथा पूरक कोणों के लिए त्रिकोणमितीय अनुपातों का अध्ययन किया है।

इस अध्याय में त्रिकोणमितीय अनुपातों का प्रयोग कर ऊँचाई–दूरी पर आधारित सरल समस्याओं का अध्ययन करेंगे हमारा उद्देश्य त्रिकोणमिति की सहायता से ऊँचाई एंव दूरी की वास्तविक माप के बिना दो बिन्दुओं के मध्य दूरी या किसी वस्तु/मीनार की ऊँचाई ज्ञात करना है। इससे पूर्व हम कुछ परिभाषाओं का अध्ययन करेंगे।

8.02 महत्वपूर्ण परिभाषाएँ

दृष्टि रेखा (Line of sight)

प्रेक्षक की आँख से प्रेक्षक द्वारा देखी गई वस्तु को मिलाने वाली रेखा को दृष्टि रेखा कहते है। अर्थात्जब हम वस्तु को देखते है, तो हमारी आँख व वस्तु को जोड़ने वाली रेखा को दृष्टि रेखा कहते है।

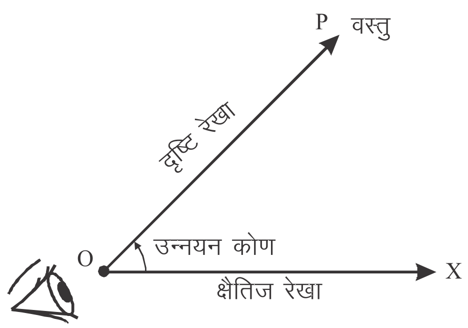


आकृति 8.01

आकृति 8.01 में आँख बिन्दु O पर हो और वस्तु की स्थिति बिन्दु P हों तब OP दृष्टि रेखा होगी।

उन्नयन कोण (Angle of Elevation)

यदि कोई वस्तु आँख से ऊपर हो, तो दृष्टि रेखा, क्षैतिज रेखा के साथ जो कोण बनाती है। उसे उन्नयन या उन्नति या उन्नताश कोण कहते है।



आकृति 8.02

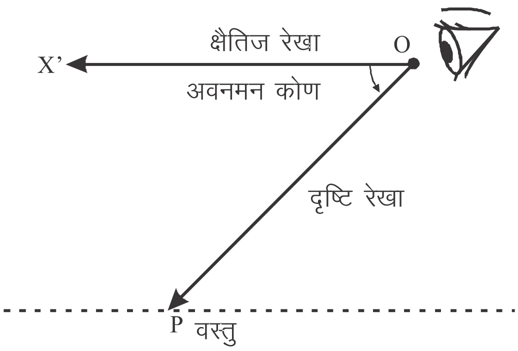
आकृति 8.02 में, आँख बिन्दु O पर हो और वस्तु (Object) की स्थिति बिन्दु P हो तब OP दृष्टि रेखा जो क्षैतिज रेखा OX से कोण $\angle XOP$ बनाती हो तो

उन्नयन कोण $= \angle XOP$

नोटः उन्नयन कोण को वस्तु की कोणीय ऊँचाई भी कहते हैं।

अवनमन कोण (Angle of depression)

यदि कोई वस्तु (Object), आँख से नीचे हो तो दृष्टि रेखा क्षैतिज रेखा के साथ जो कोण बनाती है। उसे अवनमन या अवनति कोण कहते है।



आकृति 8.03

आकृति 8.03 में, आँख बिन्दु O पर और वस्तु (Object) की स्थिति बिन्दु P हो तब OP दृष्टि रेखा है। जो क्षैतिज रेखा OX^1 से कोण X^1OP बनाती है तो अवनमन कोण $= \angle X^1OP$

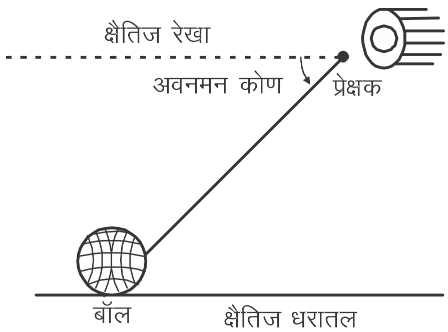
ऊँचाई व दूरी की समस्याओं को हल करते समय निम्न बिन्दुओं को ध्यान में रखना चाहिए

(i) सर्वप्रथम प्रश्न को ध्यानपूर्वक पढ़ने के उपरान्त आकृति बनाकर समकोण त्रिभुज का निर्माण करते हैं।

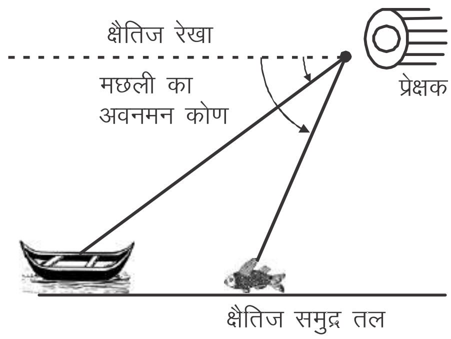
(ii) समकोण त्रिभुज में ज्ञात कोण के त्रिकोणमिति अनुपातों (sin, cos, tan आदि) को ज्ञात भुजाओं के पदो में व्यक्त करते हैं।

नोटः पूरक कोण–यदि दो कोणों का योग 90° हो पूरक कोण कहलाते हैं।

वस्तुओं द्वारा प्रेक्षक की आँख पर अन्तरित अवनमन कोण के आकृति सहित उदाहरण



आकृति 8.04



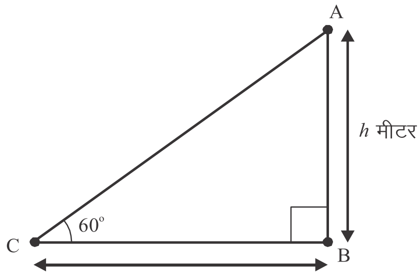
आकृति 8.05

दृष्टांतीय उदाहरण

उदाहरण-1. एक स्तम्भ के ऊपरी सिरे का उन्नयन कोण आधार तल के एक बिन्दु पर 60° है। यदि यह बिन्दु स्तम्भ के आधार बिन्दु से $10\sqrt{3}$ मीटर की दूरी पर हो तो स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हलः माना AB एक स्तम्भ है जिसके आधार से $10\sqrt{3}$ मीटर की दूरी पर स्थित बिन्दु C से स्तम्भ के शिखर का उन्नयन कोण 60° माना स्तम्भ AB की ऊँचाई h मीटर है।

समकोण ΔABC में,



$10\sqrt{3}$ मीटर
आकृति 8.06

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{10\sqrt{3}}$$

या $$h = 10\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

या $$h = 10 \times 3 = 30$$

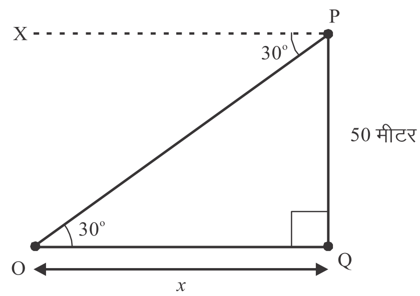
अतः स्तम्भ AB की ऊँचाई = 30 मीटर है।

उदाहरण-2. 50 मीटर ऊँचे पुल से किसी नाव का अवनमन कोण 30° है। नाव की पुल से क्षैतिज दूरी ज्ञात कीजिए।

हल: माना नाव की पुल से क्षैतिज दूरी x मीटर है

दिया हुआ है अवनमन कोण 30° है।

यहाँ $PQ = 50$ मीटर



आकृति 8.07

$$\angle XPO = \angle POQ = 30^\circ \text{ (एकान्तर कोण)}$$

समकोण ΔPQO में

$\because$ $$\tan 30^\circ = \frac{PQ}{OQ}$$

$\therefore$ $$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{x}$$

या $$x = 50\sqrt{3} = 50 \times 1.732 \quad (\because \sqrt{3} = 1.732)$$

या $$x = 86.60$$

अतः नाव की पुल से क्षैतिज दूरी 86.60 मीटर है।

उदाहरण-3. एक समतल जमीन पर 1.5 मीटर लम्बे छात्र की छाया की लम्बाई 1 मीटर है तथा उसी समय एक मीनार की छाया की लम्बाई 5 मीटर है तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

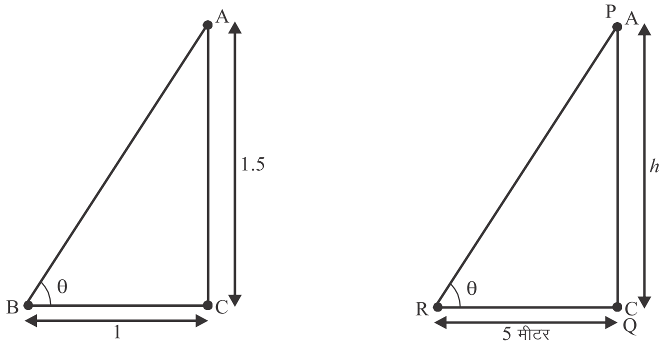
हल : दिया हुआ है: छात्र की लम्बाई AC = 1.5 मीटर

छात्र की छाया BC = 1 मीटर

समकोण ΔACB में,

$$\tan\theta = \frac{AC}{BC} \qquad \tan\theta = \frac{1.5}{1}$$

या $$\tan\theta = 1.5 \qquad \ldots(1.5)$$



आकृति 8.08

अब दिया हुआ है कि

मीनार की छाया की लम्बाई $BC = 5$ मीटर है।

माना मीनार की ऊँचाई $PQ = \hbar$

समकोण PQR में,

या $\tan\theta = \dfrac{PQ}{QR}$

या $\dfrac{h}{5} = 1.5$ $[\because \tan\theta = 1.5$ (समीकरण (1) से)$]$

या $h = 5 \times 1.5$

या $h = 7.5$

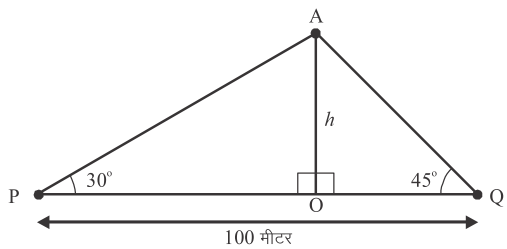
अत: मीनार की ऊँचाई $= 7.5$ मीटर है।

उदाहरण-4. 100 मीटर चौड़ी एक नदी के मध्य में एक छोटा टापू है। इस टापू पर एक ऊँचा वृक्ष है। नदी के विपरीत किनारों पर दो बिन्दु P व Q इस प्रकार स्थित है कि P, Q और वृक्ष एक रेखा में है। यदि P और Q से वृक्ष की चोटी का उन्नयन कोण 30^o और 45^o हों, तो वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: माना OA वृक्ष है जिसकी ऊँचाई h मीटर है।

आकृति में $PQ = 100$ मीटर

$\angle APO = 30^\circ$ और $\angle AQO = 45^\circ$ है



आकृति 8.09

अब समकोण ΔPOA और ΔQOA में

$\tan 30^\circ = \dfrac{OA}{OP}$ और $\tan 45^\circ = \dfrac{OA}{OQ}$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{h}{OP}$ और $1 = \dfrac{h}{OQ}$

$OP = h\sqrt{3}$ और $OQ = h$

? आकृति से $PQ \; ? \; OP \; ? \; OQ$

$100 = h\sqrt{3} + h$

$100 = h\left(\sqrt{3}+1\right)$

$\therefore \quad h = \dfrac{100}{\sqrt{3}+1} = \dfrac{100}{\left(\sqrt{3}+1\right)} \times \left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}\right)$

$h = \dfrac{100\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$

$h = 50\left(\sqrt{3}-1\right) = 36.6$ मीटर $\left(\because \sqrt{3} \; ? \; 1.732\right)$

उदाहरण-5. एक कार एक सीधी सड़क पर चल रही है जो एक मीनार की ओर जाती है मीनार से 500 मीटर की दूरी पर कार के ड्राइवर ने मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30^o पाया। 10 सेकण्ड तक कार को मीनार की ओर चलाने के बाद ड्राइवर ने मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60^o पाया। कार की चाल ज्ञात कीजिए।

हलः माना मीनार की ऊँचाई $AB = h$ मीटर और 10 सैकण्ड में कार द्वारा तय दूरी $(DC) = x$ मीटर है।

$BD = 500$ मीटर

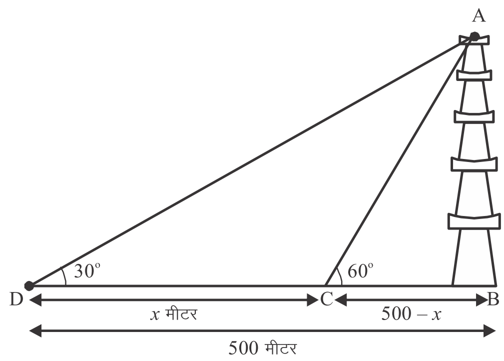
$\therefore \quad BC = (500 - x)$ मीटर

$\angle ADC = 30^\circ, \angle ACB = 60^\circ$

समकोण $=ABD$ में

$$\frac{AB}{BD} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{h}{500} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \hbar = \frac{500}{\sqrt{3}} ...(1)$$



आकृति 8.10

पुनः समकोण $=ABC$ में $\dfrac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$

या $\quad \dfrac{h}{500 - x} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \left(500 - x\right)\sqrt{3} ...(2)$

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{500}{\sqrt{3}} = (500 - x)\sqrt{3} \Rightarrow 500 = (500 - x)\sqrt{3}.\sqrt{3}$$

या $\quad 500 = (500 - x).3$

या $\quad 500 = 1500 - 3x$

या $\quad 3x = 1500 - 500 = 1000$

या $\quad x = \dfrac{1000}{3}$

10 सेकण्ड में कार द्वारा तय दूरी $= \dfrac{1000}{3}$ मीटर

$\therefore \quad$ 1 मिनट में कार द्वारा तय दूरी $= \dfrac{1000 \times 60}{3 \times 10} = 2000$ मीटर

$= 2$ किलोमीटर

अतः $\quad$ कार की चाल $= 2$ किलोमीटर / मिनट

उदाहरण-8. किसी मीनार के आधार से a और b दूरी पर एक ही रेखा पर स्थित दो बिन्दु क्रमशः C व D से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण एक दूसरे के पूरक हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई $\sqrt{ab}$ है।

हलः माना मीनार की ऊँचाई $AB = \hbar$ मीटर तथा C व D बिन्दु इस प्रकार है कि $BC = a, BD = b$

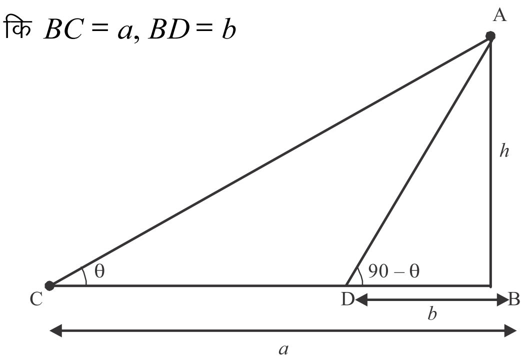
यदि $\angle ACB = \theta$ तो $\angle ADB = 90^\circ - \theta$

समकोण ΔABC में $\tan\theta = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\hbar}{a} ..(1)$

पुनः समकोण ΔABD में,

$$\tan\left(90^\circ - \theta\right) = \frac{AB}{BD}$$

या $\quad \cot\theta = \dfrac{\hbar}{b} ...(2)$



आकृति 8.11

समीकरण (1) व समीकरण (2) का गुणा करने पर

$$\tan\theta \times \cot\theta = \frac{h}{a} \times \frac{h}{b}$$

या $$1 = \frac{h^2}{ab} \Rightarrow h^2 = ab$$

या $$h = \sqrt{ab}$$

उदाहरण-7. एक 80 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने–सामने समान लम्बाई के दो खम्बे लगे हुये हैं। इन दोनों खम्बों के मध्य सड़क के एक बिन्दु से खम्बों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° व 30° है। खम्बों की ऊँचाई तथा खम्बों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हलः माना BC व DE दो समान ऊँचाई के खम्बे है। जिनकी ऊँचीाई मीटर है। इन खम्बों के मध्य सड़क BD पर एक बिन्दु से खम्बों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° व 30°है।

अतः $\angle CAB = 60^\circ$ और $\angle EAD = 30^\circ$, $BC = DE = h$ मी. $BD = 80$ मीटर

माना $AD = x$ मीटर

$\therefore$ $AB = BD - AD = (80 - x)$ मीटर

समकोण ΔADE में

$$\tan 30^\circ = \frac{DE}{AD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$\therefore$ $$h = \frac{x}{\sqrt{3}} \quad ...(1)$$

पुनः समकोण ΔABC में,

$$\tan 60^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{(80 - x)}$$

$$h = (80 - x)\sqrt{3} \text{ मीटर } ...(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) से

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}(80 - x)$$

$$x = \sqrt{3}.\sqrt{3}(80 - x)$$

$$x = 3(80 - x)$$

$$x = 240 - 3x$$

$\Rightarrow$ $$x + 3x = 240$$

$$4x = 240$$

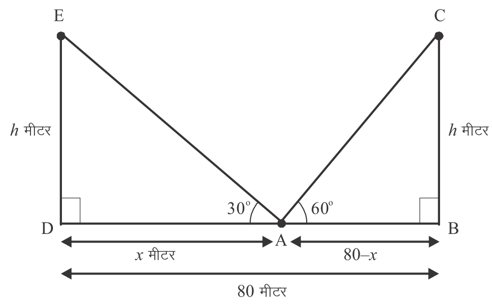
$$x = \frac{240}{4} = 60 \text{ मीटर}$$

समीकरण (1) से

$$h=\frac{60}{\sqrt{3}}=\frac{60}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{60\sqrt{3}}{3}$$

$$h=20\sqrt{3}\text{ मीटर}$$

अतः खम्बों की ऊँचाई $(h)=20\sqrt{3}$ मीटर एवं बिन्दु की खम्बों से दूरी 20 मीटर व 60 मीटर है।



आकृति 8.12

उदाहरण-8. एक झील के पानी की सतह से h मीटर ऊँचाई पर स्थित एक बिन्दु से एक बादल का उन्नयन कोण α है। तथा झील के पानी में उसकी छाया का अवनमन कोण β है। सिद्ध कीजिए कि पानी के तल से बादल की ऊँचाई $\dfrac{h(\tan\beta+\tan\alpha)}{\tan\beta-\tan\alpha}$ मीटर है।

हलः माना झील की सतह AB है। तथा प्रेक्षण बिन्दु P है

दिया है $AP=h$ मीटर माना बादल की स्थिति c है तथा c' झील में बादल की छाया है $\therefore CB=C'B$

माना PM बिन्दु P से CB पर लम्ब है दिया हुआ है कि

$\angle CPM=\alpha$ तथा $\angle MPC'=\beta$ माना कि $CM=x$

स्पष्ट है कि $CB=CM+MB=CM+PA=x+h$

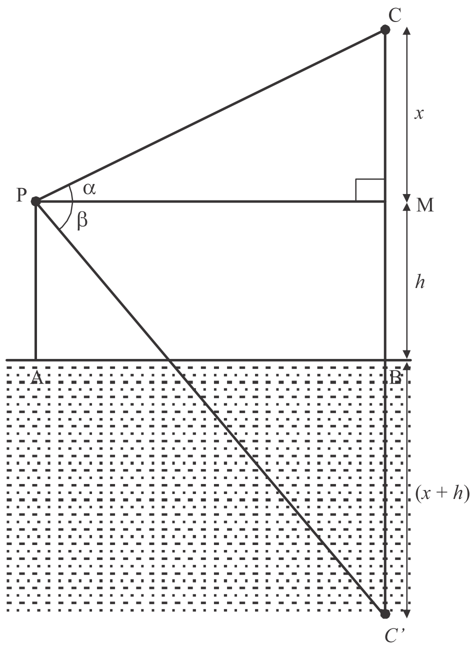
ΔCMP में, $\tan\alpha=\dfrac{CM}{PM}$

या $\tan\alpha=\dfrac{x}{AB}$ $(\because PM=AB)$

$\therefore$ $AB=x\cot\alpha$ ... (1)

ΔPMC^1 में, $\tan\beta=\dfrac{C'M}{PM}=\dfrac{x+2h}{AB}$

$\therefore$ $AB=(x+2h)\cot\beta$ ... (2)



आकृति 8.13

समीकरण (1) व समीकरण (2) के मान बराबर करने पर

$$x\cot\alpha=(x+2h)\cot\beta$$

$$x(\cot\alpha-\cot\beta)=2h\cot\beta$$

या $$x\left(\frac{1}{\tan\alpha}-\frac{1}{\tan\beta}\right)=\frac{2h}{\tan\beta}$$

या $$x\left[\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{\tan\alpha\tan\beta}\right]=\frac{2h}{\tan\beta}$$

या $$x=\frac{2h\tan\alpha}{\tan\beta-\tan\alpha}$$

अतः बादल की ऊँचाई $CB=x+h=\dfrac{2h\tan\alpha}{\tan\beta-\tan\alpha}+h=\dfrac{h(\tan\alpha+\tan\beta)}{\tan\beta-\tan\alpha}$

विविध प्रश्नमाला–8

1. एक उर्ध्वाधर खम्बे की परछाई, खम्बे की ऊँचाई के बराबर है, तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा

   $(A)\ 45^\circ$ $(B)\ 30^\circ$ $(C)\ 60^\circ$ $(D)\ 50^\circ$

2. यदि एक मीनार के पाद बिन्दु से 100 मीटर की दूरी से उसके शिखर का उन्नयन कोण 60° है। तो मीनार की ऊँचाई है।

   $(A)\ 100\sqrt{3}$ मीटर $(B)\ \frac{100}{\sqrt{3}}$ मीटर $(C)\ 50\sqrt{3}$ मीटर $(D)\ \frac{200}{\sqrt{3}}$ मीटर

3. 15 मीटर लम्बी एक सीढ़ी एक ऊर्ध्वाधर दीवार के शिखर तक पहूँचती है यदि यह सीढ़ी दीवार के साथ 60° का कोण बनाती है। तो दीवार की ऊँचाई है

   $(A)\ 15\sqrt{3}$ मीटर $(B)\ \frac{15\sqrt{3}}{2}$ मीटर $(C)\ \frac{15}{2}$ मीटर (D) 15 मीटर

4. 10 मीटर ऊँची मीनार के शिखर से पृथ्वी पर एक बिन्दु का अवनमन कोण 30° है। बिन्दु की मीनार के आधार से दूरी है

   $(A)\ 10\sqrt{3}$ मीटर $(B)\ \frac{10}{\sqrt{3}}$ मीटर (C) 10 मीटर $(D)\ 5\sqrt{3}$ मीटर

5. एक नदी के ऊपर एक पुल नदी के तट के साथ 45° का कोण बनाता है। यदि नदी के ऊपर पुल की लम्बाई 150 मीटर हो तो नदी की चौडाई होगी

   (A) 75 मीटर $(B)\ 50\sqrt{2}$ मीटर (C) 150 मीटर $(D)\ 75\sqrt{2}$ मीटर

6. दो खम्बों के शीर्ष, जिनकी ऊँचाई 20 मीटर तथा 14 मीटर है, एक तार से जुडे हुये है। यदि तार क्षैतिजरेखा के साथ 30° का कोण बनाता है। तो तार की लम्बाई है

   (A) 12 मीटर (B) 10 मीटर (C) 8 मीटर (D) 6 मीटर

7. यदि किसी मीनार के आधार से a तथा $b\ (a > b)$ दूरी पर उसी सरल रेखा पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 30° व 60° हो तो मीनार की ऊँचाई है

   $(A)\ \sqrt{a ? b}$ $(B)\ \sqrt{a ? b}$ $(C)\ \sqrt{ab}$ $(D)\ \sqrt{\frac{a}{b}}$

8. 25 मीटर ऊचे एक स्तम्भ के शीर्ष से एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण तथा मीनार के पाद का अवनमन कोणसमान हो तो मीनार की ऊँचाई है

   (A) 25 मीटर (B) 100 मीटर (C) 75 मीटर (D) 50 मीटर

9. एक उर्ध्वाधर छड की लम्बाई तथा इसकी छाया की लम्बाई का अनुपात $1 : \sqrt{3}$ हो तो सूर्य का उन्नयन कोण है

   $(A)\ 30^\circ$ $(B)\ 45^\circ$ $(C)\ 60^\circ$ $(D)\ 90^\circ$

10. एक पहाड़ी का ढ़लान क्षैतिज से 60° का कोण बनाता है। यदि शिखर तक पहुँचने में 500 मीटर चलना पडता है। तो पहाड़ी की ऊँचाई है

    $(A)\ 500\sqrt{3}$ मीटर $(B)\ \frac{500}{\sqrt{3}}$ मीटर $(C)\ 250\sqrt{3}$ मीटर $(D)\ \frac{250}{\sqrt{3}}$ मीटर

11. एक मीनार क्षैतिज समतल पर उर्ध्वाधर खड़ी हैं यदि सूर्य का उन्नयन कोण 30° हो और मीनार की छाया की लम्बाई 45 मीटर हो तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए

12. आंधी के कारण एक वृक्ष का ऊपरी भाग टूटकर क्षैतिज तल पर 60° का कोण बनाता है। वृक्ष का शिखर क्षैतिज तल पर वृक्ष की जड़ से 10 मीटर की दूरी पर मिलता है। टूटने से पहले वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात कीजिए $\left(\sqrt{3} ? 1.732\right)$

13. किसी अपूर्ण मीनारके आधार से 120 मीटर दूर किसी बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। ज्ञात कीजिए कि मीनार को और कितना ऊँचा बनाया जाय जिससे उसी स्थान पर उसका उन्नयन कोण 60° हो जाये?

14. एक मीनार के आधार से 100 मीटर दूरी पर स्थित बिन्दु से शिखर का उन्नयन कोण 30^o है तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

15. किसी स्तम्भ की चोटी का उन्नयन कोण समतल पर स्थित एक बिन्दु से 15^o है स्तम्भ की ओर 100 मीटर चलने पर उन्नयन कोण 30^o हो जाता है तो स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (जहाँ $\tan 15 = 2-\sqrt{3}$ है।)

16. एक समतल जमीन पर खड़ी मीनार की छाया उस स्थिति में 40 मीटर अधिक लम्बी हो जाती है। जबकि सूर्य का उन्नतांश कोण 60^o से घटकर 30^o हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

17. समुद्र तल से 60 मीटर ऊंचे लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण30^o व 45^o है। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो, तो जहाजों के मध्य की दूरी ज्ञात कीजिए।

18. 1.5 मीटर लम्बा एक लड़का 30मीटर ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा हो जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30^o से 60^o हो जाता है। बताइये कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है

19. 7 मीटर ऊँचे भवन के शिखर से एक टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60^o है और इसके पाद (Foot) का अवनमन कोण 45^oहै टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

20. एक पर्वत के शिखर से पूर्व की ओर स्थिति दो बिन्दुओं से शिखर के अवनमन कोण 30^o व 45^o है। यदि बिन्दुओं के बीच की दूरी 1 किमी. हो तो पर्वत की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

21. एक झील में पानी के तल से 20 मीटर ऊँचे बिन्दु A से एक बादल का उन्नयन कोण 30^o है। यदि झील में बादल के प्रतिबिम्ब का बिन्दु A से अवनमन कोण 60^o हो तो बिन्दु A से बादल की दूरी ज्ञात कीजिए।

22. एक नदी के पुल के एक बिन्दु से नदी के सम्मुख किनारो के अवनमन कोण क्रमशः30^o और 45^o है। यदि पुल किनारों से 4 मीटर की ऊँचाई पर हो, तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

23. एक व्यक्ति एक जहाज के डैक जो पानी की सतह से 10 मीटर ऊँचा है, पर खड़ा है यदि वह पहाडी के शिखर का उन्नयन कोण 60^o तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30^o देखता हो, तो जहाज से पहाड़ी की दूरी तथा पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

24. एक 12 मीटर ऊँचा पेड तेज हवा से इस प्रकार टूट जाता है। कि उसका शीर्ष जमीन को छूने लगता है और जमीन के साथ 60^o का कोण बनाता है। ज्ञात करे कि तेज हवा से पेड, जमीन से कितनी ऊँचाई से टूटा है $\left(\sqrt{3}\ ?\ 1.732\right)$?

25. एक राजमार्ग एक मीनार के नीचे से होकर गुजरता है। एक आदमी मीनार के शिखर से एक कार को अवनमन कोण30° पर देखता है। वह कार एक समान गति से मीनार के नजदीक आ रही है 6 सैकण्ड के पश्चात कार का अवनमन कोण 60° हो जाता है। कार कितने समय में मीनार के नीचे से गुजर जायेगी?

26. मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में 4 मीटर तथा 9 मीटर की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनारके शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण है सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई 6 मीटर है।

27. सड़क के एक ओर एक मीनार तथा दूसरी ओर एक मकान स्थित है। मीनार के शिखर से मकान की छत और आधार के अवनमन कोण क्रमशः 45^o व 60^o हो यदि मकान की ऊँचाई 12 मीटर हो, तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए $\left(\sqrt{3}\ ?\ 1.732\right)$?

28. यदि सूर्य का उन्नयन कोण 30^o से 60^o में परिवर्तित हो जाता है। तो इन दोनों उन्नयन कोणों पर 15 मीटर ऊँचे खम्बे की छाया की लम्बाई में अन्तर ज्ञात कीजिए।

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. जब आँख किसी वस्तु को देखती है तो आँख और वस्तु को मिलाने वाली रेखा दृष्टि रेखा कहलाती है।
2. जब कोई वस्तु, आँख से ऊपर हो तो दृष्टि रेखा क्षैतिज के साथ जो कोण बनाती है। वह उन्नयन या उन्नतांश या उन्नति कोण कहलाता है।
3. जब कोई वस्तु, आँख से नीचे हो, तो दृष्टि रेखा, क्षैतिज के साथ जो कोण बनाती है वह अवनमन या अवनति कोण कहलाता है।
4. $\sin 30^\circ = 0.5774 = \cos 60^\circ$

   $\sin 45^\circ = 07071 = \cos 45^\circ$

   $\sin 60^\circ = 0.8660 = \cos 30^\circ$

   $\sqrt{2} = 1.4141,\ \sqrt{3} = 1.732$

उत्तरमाला–8
विविध प्रश्नमाला–8

1. $(A)\ 45^\circ$	2. $(A)\ 100\sqrt{3}$ मीटर	3. $(C)\ \frac{15}{2}$ मीटर	4. $(A)\ 10\sqrt{3}$ मीटर	5. $(D)\ 75\sqrt{2}$
7. (A) 12 मीटर	7. $(C)\ \sqrt{ab}$	8. (D) 50 मीटर	9. $(A)\ 30^\circ$	10. $(C)\ 250\sqrt{3}$ मीटर
11. $15\sqrt{3}$ मीटर	12. 37.32 मीटर	13. 138.56 मीटर	14. 57.73 मीटर	15. 50 मीटर
18. 34.64 मीटर	17. 43.92 मीटर	18. $19\sqrt{3}$ मीटर	19. $7\left(\sqrt{3}+1\right)$ मीटर	20. 1.366 किमी.
21. 40 मीटर	22. 10.92 मीटर	23. $10\sqrt{3}$ मी., 40 मी.	24. 5.569 मीटर	
25. 3 मीटर	27. 28.392 मीटर	28. 17.32 मीटर		