അധ്യായം 3

Y9I6Y8

പ്രാഥമിക കലനം (Elementary Calculus)

ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ ഒരു പ്രധാന ശാഖയാണ് കലനം (Calculus). ഇതിന് രണ്ട് ഭാഗങ്ങളുണ്ട്.

1) അവകലനം (Differentiation)

2) സമാകലനം (Integration)

സാംഖ്യക വിശകലനത്തിന് സഹായകമാവുന്ന പ്രാഥമിക കലനത്തെക്കുറിച്ചാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ നാം പഠിക്കുന്നത്. X എന്ന ചരത്തിൽ ഉണ്ടാവുന്ന മാറ്റങ്ങൾക്കനുസൃതമായി Y എന്ന ചരത്തിൽ മാറ്റം വരുന്ന രീതിയിലുള്ള രണ്ട് ചരങ്ങളാണ് X, Y എന്നിവ. X ഉം Y ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം Y = f(X) എന്ന സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കാം. ഇവിടെ X സ്വതന്ത്ര ചരവും Y ആശ്രിത ചരവുമാണ്.

സവിശേഷ പഠനനേട്ടങ്ങൾ

ഈ അധ്യായത്തിന്റെ പൂർത്തീകരണത്തിന് ശേഷം പഠിതാവ്:

- ഒരു ഏകദത്തിന്റെ മണ്ഡലം, രംഗം എന്നിവ തിരിച്ചറിയുന്നു.
- അവകലനം എന്ന ആശയം വിവരിക്കുന്നു.
- ഒന്നാം അവകലനം, രണ്ടാം അവകലനം എന്നീ ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- സമാകലനം എന്ന ആശയം വിവരിക്കുന്നു.
- അനുയോജ്യമായ സന്ദർഭങ്ങളിൽ നിശ്ചിത സമാകലനം ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- സമാകലന ആശയം സാംഖ്യകത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

X ന് സ്വീകരിക്കാവുന്ന വിലകളുടെ കൂട്ടത്തിന് മണ്ഡലം (Domain) എന്നും X ന്റെ വിലകൾക്കനുസരിച്ച് Y യ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന വിലകളുടെ കൂട്ടത്തിന് രംഗം (Range) എന്നു പറയുന്നു.

X ഉം Y ഉം തമ്മിലുള്ള, Y=2X+3 എന്ന ഏകദം പരിഗണിക്കുക. ഇവിടെ X സ്വതന്ത്രചരവും Y ആശ്രിതചരവുമാണ്. (അതായത് Y യുടെ വിലകളെ X ന്റെ വിലകൾ സ്വാധീനിക്കുന്നു). X,Y എന്നിവക്ക് $(-\infty, +\infty)$ എന്ന പരിധിയിലെ വിലകൾ സ്വീകരിക്കാം. ഒരു ഉല്പന്നത്തിന്റെ വിതരണം S കൊണ്ടും വില p കൊണ്ടും സൂചിപ്പിച്ചാൽ S=5+2p എന്ന വിതരണ ഏകദം പരിഗണിക്കുക. വില നെഗറ്റീവ് ആവില്ല എന്നതിനാൽ ഇതിന്റെ മണ്ഡലം പോസിറ്റീവ് രേഖീയ സംഖ്യകളുടെ ഗണം ആണ് അതായത് $p \geq 0$. ഇതിന്റെ രംഗം നെഗറ്റീവ് അല്ലാത്ത വിലകളാണ്. D എന്നത് ഒരു ഉല്പന്നത്തിന്റെ ചോദനവും (demand), p എന്നത് അതിന്റെ വിലയും ആയ D=12 - 3p എന്ന ചോദന സമവാക്യത്തിൽ വില സ്വതന്ത്രചരവും ചോദനം വിലയുടെ ആശ്രിത ചരവുമാണ്. ഇവിടെ പൂജ്യം മുതൽ 4 വരെയുള്ള വിലകൾ p സ്വീകരിക്കുന്നു. p>4 ആയാൽ ചോദനം നെഗറ്റീവ് ആകുന്നു. ഇത് സാധ്യമല്ല. അതുകൊണ്ട് ഇവിടെ മണ്ഡലം ($0 \leq p \leq 4$) ആണ്. p=0 ആകുമ്പോൾ ചോദനം, D=12 ഉം p=4 ആകുമ്പോൾ ചോദനം, D=0 വും ആകുന്നു. അത്കൊണ്ട് രംഗം ($0 \leq D \leq 12$) ആകുന്നു.

നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയാം

തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളിൽ സ്വതന്ത്ര ചരം ആശ്രിതചരം എന്നിവ തിരിച്ചറിയുക.

(i) X = 3Y + 8 (ii) S = D - 2p (iii) Y = 6X - 9 (iv) $K = Z + \frac{1}{3}$. ഈ ഏകദങ്ങളുടെ മണ്ഡലവും രംഗവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

3.1 ഒരു ഏകദത്തിന്റെ അവകലന മൂല്യം (Derivative of a function)

X ഉം Y ഉം ചരങ്ങളായതിനാൽ സ്വതന്ത്ര ചരത്തിലെ മാറ്റങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് ഏകദത്തിന്റെ വിലകളിലുണ്ടാവുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്ക് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടതുണ്ട്. സ്വതന്ത്ര ചരത്തിന്റെ മാറ്റങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് ഏകദത്തിന്റെ വിലകളിലുണ്ടാവുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്കിനെയാണ് അവകലന മൂല്യം (derivative) എന്ന് വിളിക്കുന്നത്. അവകലന മൂല്യം കാണുന്ന പ്രക്രിയയെ അവകലനം എന്ന് പറയുന്നു.

$Y = 3X + 5$ എന്ന ഏകദം പരിഗണിക്കുക. X ന്റെ ചില വിലകൾക്ക് Y യ്ക്ക് സ്വീകരിക്കാവുന്ന വിലകൾ താഴെ പറയും പ്രകാരമാണ്.

X	-2	-1	0	1	2	3
Y	-1	2	5	8	11	14

X ന്റെ വില 1 യൂണിറ്റ് വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ Y യുടെ വില '3' യൂണിറ്റ് വർദ്ധിക്കുന്നു. X ൽ ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റം Δx എന്നും Y യുൽ ഉണ്ടാവുന്ന മാറ്റം Δy എന്നും സൂചിപ്പിച്ചാൽ X ലെ മാറ്റത്തിനനുസരിച്ചുള്ള Y ലെ മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്ക് $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാം ഇവിടെ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3$

ആണ്. സ്വതന്ത്രചരത്തിലെ മാറ്റം വേറിട്ട യുണിറ്റിലാവുമ്പോൾ Δx ന്റെ വില പൂജ്യത്തിലേക്ക് സമീപിക്കുന്ന നിലയിലുള്ള $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ന്റെ പരിധി (limit) യെ ആണ് അവകലന മൂല്യം എന്നിറയപ്പെടുന്നത്. മുകളിലത്തെ ഉദാഹരണത്തിൽ $y = 3x + 5$ എന്ന ഏകദത്തിന്റെ അവകലന മൂല്യം 3 ആകുന്നു. x ആപേക്ഷികമായ y യുടെ അവകലന മൂല്യം $\frac{dy}{dx}$ അല്ലെങ്കിൽ y' അല്ലെങ്കിൽ $f'(x)$ എന്നിങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കാം.

$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$. ഇത് സ്വതന്ത്ര ചരമായ x ന് അപേക്ഷികമായുള്ള y യുടെ അവകലന വില അഥവാ അവകലന മൂല്യം ആകുന്നു.

നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയാം

താഴെതന്നിരിക്കുന്നവയുടെ അവകലന മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

1. $y = 5 - 3x$
2. $y = 8x$
3. $y = \frac{x}{5} + 2$
4. $y = 3 - 0.6x$

അടിസ്ഥാന സമവാക്യങ്ങൾ (Standard formulae)

ഏകദം	അവകലന മൂല്യം $\frac{dy}{dx}$
K, ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ	0 (പൂജ്യം)
x	1 (ഒന്ന്)
x^n	nx^{n-1}
$kf(x)$	$k\frac{df(x)}{dx}$
$f \pm g$	$\frac{df}{dx} \pm \frac{dg}{dx}$

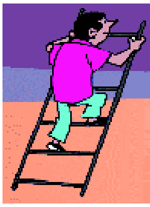
(f, g എന്നിവ x ന്റെ ഏകദങ്ങൾ)

വിശദീകരണം 3.1

$y = x^{-6}$ ന്റെ അവകലന മൂല്യം കാണുക

പരിഹാരം

$$\frac{dy}{dx} = -6\times x^{(-6-1)} = -6x^{-7}$$



നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയാം

താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയുടെ അവകലന മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

1. $y = x^{10}$ 2. $y = 2x^{5}$ 3. $y = x^{4} + 3x$

കുറിപ്പ്: $R(x)$ വരുമാന ഏകദം (*revenue function*) ആയാൽ $\frac{dR(x)}{dx}$ പാർശ്വവരുമാന ഏകദം (*Marginal Revenue (MR)*) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. $C(x)$ ചെലവ് ഏകദം (*cost function*) ആയാൽ $\frac{dC(x)}{dx}$ പാർശ്വ ചെലവ് ഏകദം (*Marginal Cost (MC)*) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. $P(x)$ ലാഭ ഏകദം (*profit function*) ആയാൽ $\frac{dP(x)}{dx}$ പാർശ്വലാഭ ഏകദം (*Marginal Profit (MP)*) എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

3.2 രണ്ടാം നിര അവകലന മൂല്യം (Second Order Derivative)

$y = f(x)$, ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ എന്നത് x ആധാരമാക്കിയുള്ള y യുടെ അവകലന മൂല്യം ആണ്. $\frac{dy}{dx}$ നെ ഒന്നാം നിര അവകലന മൂല്യം എന്നും പറയുന്നു. $\frac{dy}{dx}$ നെ വീണ്ടും അവകലനം നടത്തുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഫലത്തെ $\frac{d^2y}{dx^2}$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കാം. ഇതിനെ രണ്ടാം നിര അവകലന മൂല്യം എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

വിശദീകരണം 3.2

1. $y = x^3 + x + 2$, ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2}$ കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(3x^2+1) = 6x$$

വിശദീകരണം 3.3

If $y = 4x^3 - 3x^2 + 2x$, ആയാൽ രണ്ടാം നിര അവകലന മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം

$$\frac{dy}{dx} = 12x^2 - 6x + 2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(12x^2 - 6x + 2) = 24x - 6$$

നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയാം

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഏകദങ്ങളുടെ $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) $y = 3x^2 - 26x + 111$ (ii) $y = x^2 - 3x$

(iii) $y = 4x^3 - 3x^{3} + 6$ (iv) $y = 4x^2 - 24x + 9$

3.3 രണ്ടാം നിര അവകലന മൂല്യങ്ങളുടെ ഉപയോഗം

ഒരു ഏകദത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിലയും കണ്ടുപിടിക്കാൻ രണ്ടാം നിര അവകലന മൂല്യങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

$y \quad f(x)$ ഒരു ഏകദമാണെന്നിരിക്കട്ടെ.

താഴെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന വ്യവസ്ഥകൾ ശരിയാവുന്ന ബിന്ദുവിൽ ഒരു ഏകദം അതിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയിലെത്തുന്നു.

1. $\frac{dy}{dx} = 0$

2. $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$

അതേപോലെ താഴെ പറയുന്ന പ്രത്യേകതകൾ ശരിയാവുന്ന ബിന്ദുവിൽ ഒരു ഏകദം അതിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിലയിലെത്തുന്നു.

1. $\frac{dy}{dx} = 0$

2. $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$

വിശദീകരണം 3.4

$f(x) = x^3 - 27x + 3$ എന്ന ഏകദത്തിന്റെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിലയും കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം

$$y = x^3 - 27x + 3$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 - 27x + 3)$$

$$= (3x^2 - 27)$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow$$

$$3x^2 - 27 = 0$$

$$3x^2 = 27$$

$x^2 = 9 \Rightarrow x = -3$ അല്ലെങ്കിൽ $x = +3$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$$

തരം (1) $x = -3$, ആവുമ്പോൾ $\frac{d^2y}{dx^2} = 6 \times -3 = -18 < 0$

അത് കൊണ്ട് ഈ ഏകദം $x = -3$ എന്ന വിലയിൽ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയിലെത്തുന്നു.

$x = -3$ ആയാൽ

$$f(x) = (-3)^2 - 27 \times (-3) + 3 = -27 + 81 + 3 = 57$$

അതായത് ഏകദത്തിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ വില 57 ആകുന്നു.

തരം (2) $x = +3$ ആയാൽ

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6 \times +3 = +18 > 0$$

അത്കൊണ്ട് ഈ ഏകദം $x = +3$ എന്ന വിലയിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിലയിലെത്തുന്നു.

$x = +3$ ആയാൽ

$$f(x) = (3)^3 - 27 \times 3 + 3 = 27 - 81 + 3 = -51$$

$\therefore f(x)$ ന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞവില = - 51

നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയാം

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഏകദങ്ങളുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിലയും കണ്ടുപിടിക്കുക.

i) $f(x) = 2x^3 - 3x + 5$ ii) $f(x) = x^3 - 5x + 14$

3.4 സമാകലനം (Integration)

ഒരു ഏകദത്തിന്റെ അവകലനം അറിയാമെങ്കിൽ ആ ഏകദം കണ്ടുപിടിക്കുന്ന രീതിയാണ് സമാകലനം (integration). ചില നിശ്ചിത വ്യവസ്ഥകളിൽ ഒരു ഏകദത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് പരിധിയുടെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് ഇത് ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഗണിത ശാസ്ത്ര സാഹചര്യങ്ങളിലും സംഭാവ്യതയിലും ഇത് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

f (x) എന്ന ഏകദത്തിന്റെ സമാകലന മൂല്യം $\int f(x)dx$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

$\frac{d}{dx}F(x) = f(x) + c$, (c സമാകലനത്തിന്റെ സ്ഥിരസംഖ്യ) ആവുന്ന തരത്തിലുള്ള F(x) എന്ന ഏകദമാണ് ഇത്.

ചില ഏകദങ്ങളും അവയുടെ അവകലന മൂല്യങ്ങളും സമാകലന മൂല്യങ്ങളും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഏകദം	അവകലന മൂല്യം $\frac{dy}{dx}$	സമാകലന മൂല്യം
k, ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ	0 (പൂജ്യം)	$\int 0dx = k + c$
kx	k	$\int k\,dx = kx + c$
x	1 (One)	$\int dx = x + c$
$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	x^n	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$ax + c$	a	$\int a\,dx = ax + c$
$ax^2 + bx + c$	$2ax + b$	$\int (2ax + b)dx = ax^2 + bx + c$

വിശദീകരണം 3.5

$\int x^2 dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക

പരിഹാരം: $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c$

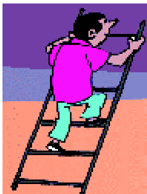
വിശദീകരണം 3.6

$\int (6x - 2x^2)dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക

പരിഹാരം

$$\int (6x - 2x^2)dx = \int 6x\,dx - \int 2x^2\,dx = \frac{6x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} + c$$

$$= 3x^2 - \frac{2}{3}x^3 + c$$



നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയാം

(1) $\int x^6 dx$ (2) $\int (x^3 + 4)dx$

(3) $\int (1 - 3x)\,dx$ (4) $\int (x^4 - 2x + 3)dx$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക

കുറിപ്പ്: പാർശ്വവരുമാന ഏകദം MR ആയാൽ വരുമാന ഏകദം, $R(x) = \int MR\,dx$,

പാർശ്വ ചെലവ് ഏകദം MC ആയാൽ ചെലവ് ഏകദം, $C(x) = \int MC\,dx$,

പാർശ്വലാഭ ഏകദം MP ആയാൽ ലാഭ ഏകദം, $P(x) = \int MP\,dx$ ആയിരിക്കും.

വിശദീകരണം 3.7

ഉല്പന്നങ്ങളുടെ എണ്ണം x ഉം പാർശ്വ ചെലവ് $5x^2 - 6x + 8$ ആണെങ്കിൽ ആകെ ചെലവ് ഏകദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം

ആകെ ചെലവ്, TC = $\int$ (പാർശ്വ ചെലവ്) dx

$$TC = \int (5x^2 - 6x + 8)dx$$

$$= \int 5x^2 dx - \int 6x\,dx + \int 8\,dx$$

$$= \frac{5x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 8x + c = \frac{5x^3}{3} + 3x^2 + 8x + c$$

വിശദീകരണം 3.8

വില്പന നടന്ന ഇനങ്ങളുടെ എണ്ണം p യും പാർശ്വവരുമാന ഏകദം $16p + 9$ ഉം ആയാൽ ആകെ വരുമാന ഏകദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം

ആകെ വരുമാനം, TR $= \int MR\,dp$

$$TR = \int (16p + 9)dp = \frac{16p^2}{2} + 9p + c = 8p^2 + 9p + c$$

3.5 നിശ്ചിത സമാകലനം (Definite Integrals)

അവകലനം ഉപയോഗിക്കുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് നിശ്ചിത സമാകലനം ഉപയോഗിക്കുന്നു. സംഭാവ്യതയിലേയും ഗണിത സാംഖ്യകത്തിലേയും പ്രശ്ന നിർദ്ധാരണത്തിന് ഇത് ഉപയോഗിക്കുന്നു. ചില വ്യവസ്ഥകളിൽ ഒരു ഏകദത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് ഉൾക്കൊള്ളുന്ന തലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് നിശ്ചിത സമാകലനം ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഈ നിശ്ചിത സമാകലനത്തിന് നിശ്ചിത വിലകൾ ഉണ്ടായിരിക്കും, $y = f(x)$ എന്ന ഏകദത്തിന്റെ വക്രത്തിന്റെ പരപ്പളവ് പരിഗണിക്കുക.

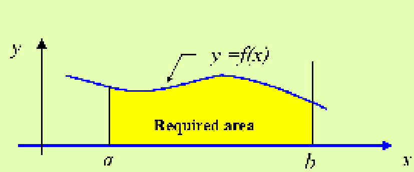


Fig. 3.1

$x=a$ എന്ന ബിന്ദു മുതൽ $x=b$ എന്ന ബിന്ദുവരെയുള്ള $y = f(x)$ എന്ന വക്രത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ $\int_a^b f(x)dx$ എന്ന നിശ്ചിത സമാകലനം കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം. ഇവിടെ f(x) എന്നത് വക്രത്തിന്റെ ഏകദ രൂപവും ഇതിന്റെ താഴ്ന്നപരിധി a യും ഉയർന്നപരിധി b യും ആണ്.

വിശദീകരണം 3.9

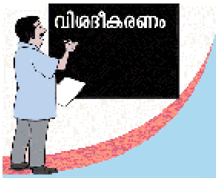
$\int_1^{10} 3x^2\,dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം

$$\int_1^{10} 3x^2\,dx = \left[3 \times \frac{x^3}{3}\right]_1^{10} \quad \text{(സമാകലനം ചെയ്യുന്നു)}$$

$$= \left[x^3\right]_1^{10}$$

$$= 10^3 - 1^3 = 1000 - 1 = 999$$



വിശദീകരണം 3.10

$\int_0^1 (x^2 - x)dx$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

പരിഹാരം

$$\int_0^1 (x^2 - x)dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)_0^1$$

$$= \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^2}{2}\right) - \left(\frac{0^3}{3} - \frac{0^2}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - 0 = -\frac{1}{6}$$

നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയാം

താഴെ പറയുന്നവ കണക്കാക്കുക

(1) $\int_1^2 x^3 dx$

(2) $\int_{-1}^1 x dx$

(3) $\int_2^2 3x^2 dx$

(4) $\int_1^2 (x^2 - 2x + 1)dx$

നമുക്ക് സംഗ്രഹിക്കാം

ഈ അധ്യായത്തിൽ ഒരു ഏകദത്തിന്റെ മണ്ഡലം, രംഗം എന്നിവ പരിചയപ്പെട്ടു. അവകലനത്തിന്റെയും സമാകലനത്തിന്റെയും അടിസ്ഥാന തത്വങ്ങൾ നാം ചർച്ച ചെയ്തു. ഒരു സ്വതന്ത്ര ചരത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഒരു ആശ്രിതചരത്തിലുണ്ടാവുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ അനുപാതം കണ്ടെത്തുന്ന പ്രക്രിയയാണ് അവകലനം. അവകലനത്തിന്റെ പ്രതിക്രിയ ആയി സമാകലനത്തെ കണക്കാക്കാം. അവകലനമൂല്യങ്ങളും സമാകലന മൂല്യങ്ങളും കണ്ടുപിടിക്കുന്ന രീതികളും ചിലപ്രധാന ഫലങ്ങളും നാം ചർച്ച ചെയ്തു. നിശ്ചിത സമാകലനം എന്ന ആശയവും നാം വിശദീകരിച്ചു.

നമുക്ക് വിലയിരുത്താം

ചോദ്യം 1 മുതൽ 10 വരെ തന്നിരിക്കുന്ന ഉത്തരങ്ങളിൽ നിന്നും ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

1. $\frac{d(x^8)}{dx} = $ ....

   a) x^9 b) $8x^7$ c) $\frac{x^9}{9}$ d) $\frac{x^7}{8}$

2. x^{10} ന്റെ അവകലനമൂല്യം kx^9 ആയാൽ k യുടെ വില .... ആണ്.

   a) 10 b) 9 c) 0 d) 1

3. $\frac{d}{dx}(8x+10) = $ ....

   a) 0 b) 8 c) 18 d) 10

4. $\frac{1}{x^3}$ ന്റെ സമാകലന മൂല്യം .... ആണ്.

   a) $-3x^{-4}$ b) $3x^2$ c) $-0.5x^{-2}$ d) x^2

5. $\int_0^1 x^2 dx = $ ....

   a) 1 b) 2 c) 0 d) $\frac{1}{3}$

6. $\int x^n dx = \frac{x^4}{4}$, ആയാൽ n ന്റെ വില .... ആണ്.

   a) 4 b) 3 c) 0 d) 5

7. അവകലന മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

   a) $y = x^5$ b) $y = x^2 + 5x + 8$ c) $y = x^3 + 7x^2 + 10x + 6$
   d) $y = 8x - 10x^2$ e) $y = 10 - 2x$ f) $y = ax + b$
   g) $(x-a)(x+a)$ h) x^3

8. താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയുടെ രണ്ടാം നിര അവകലന മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

   a) $y = 20x^3$ b) $y = 4x^3 - 20x^2 + 5x - 9$
   c) $y = (x+2)(x^2 + 3x + 5)$

9. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഏകദങ്ങളുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വിലയും അവ ഉണ്ടെങ്കിൽ കാണുക.

a) $y = x^3 - 12x$ b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

c) $f(x) = 9x^2 + 12x + 2$ d) $f(x) = (x-1)(x-2)$

c) $f(x) = 2x^3 - 24x + 107$

10. ഒരു കമ്പനിയുടെ മൊത്ത വരുമാന ഏകദം $R(x) = 22x - x^2$, (വില്പനയുടെ എണ്ണം x) ആയാൽ പാരശ്വവരുമാന ഏകദം കണ്ടുപിക്കുക.

11. x എണ്ണം സാധനങ്ങളുടെ നിർമാണ ചെലവ് $c(x) = 2x^2 - 16x + 10$ എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. കുറഞ്ഞ ചെലവിൽ ഉൽപാദനം നടത്തുന്നതിന് എത്രഎണ്ണം സാധനങ്ങൾ ഉൽപാദിപ്പിക്കണം എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

12. ലാഭ ഏകദം $p(x) = 500 - 72x + 4x^2$ ആയാൽ ഒരു കമ്പനിക്ക് ലഭിക്കാവുന്ന ഏറ്റവും കൂടിയ ലാഭം എത്രയെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

13. താഴെതന്നിരിക്കുന്നവ സമാകലനം ചെയ്യുക.

a) x^8 b) x^{24} c) x^{-12}

d) $\frac{1}{x^5}$ e) $3x^2 + 5x - 2$ f) $25x^4 - 16x^3 + 10$

g) $4x^5 + 3x^{-1} + 7$

14. താഴെ തന്നിരിക്കുന്നത് കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) $\int_1^3 x^2 dx$ b) $\int_1^2 (4x^3 - 3x^2 + 6x + 9) dx$

c) $\int_0^8 x^{\frac{5}{3}} dx$ d) $\int_{-1}^1 (x+1) dx$

15. ഉല്പന്നങ്ങളുടെ എണ്ണം x ഉം പാർശ്വ ലാഭം $4 - 6x$ ഉം ആയാൽ ലാഭ ഏകദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

16. ABC കമ്പനിയുടെ ലാഭ ഏകദം $p(x) = 2x - \frac{x^2}{400} - 75$ ആണ് (ഉല്പന്നങ്ങളുടെ എണ്ണം x ആണെങ്കിൽ) കമ്പനിക്ക് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഏറ്റവും കൂടിയ ലാഭം കണ്ടുപിടിക്കുക.