24 ठोस वस्तुओं के आयतन (VOLUME OF SOLIDS)

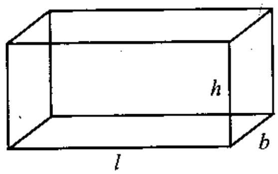
सूत्र

1. घनाभ (CUBOID) : इसके छः फलक होते हैं तथा प्रत्येक फलक आयताकार होता है. माना घनाभ की लम्बाई = l सेमी०, चौड़ाई = b सेमी० तथा ऊँचाई = h सेमी०. तब,

(*i*) घनाभ का आयतन = $(l \times b \times h)$ घन सेमी०.

(*ii*) घनाभ का विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$ सेमी०.

(*iii*) घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\,(lb + bh + lh)$ वर्ग सेमी०.

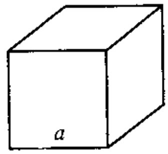


2. घन (CUBE) : इसके छः फलक होते हैं तथा प्रत्येक फलक वर्गाकार होता है.
माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब,

(*i*) घन का आयतन $= a^3$ घन सेमी०.

(*ii*) घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= (6a^2)$ वर्ग सेमी०.

(*iii*) घन का विकर्ण $= \left(\sqrt{3}a\right)$ सेमी०.

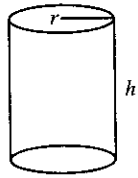


3. बेलन (CYLINDER): माना बेलन के आधार की त्रिज्या = r सेमी०
तथा बेलन की लम्बाई (अथवा ऊँचाई) = h सेमी०. तब,

(*i*) बेलन का आयतन $= (\pi r^2 h)$ घन सेमी०.

(*ii*) बेलन के वक्र-पृष्ठ का क्षेत्रफल = $(2\pi rh)$ वर्ग सेमी०.

(*iii*) बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= (2\pi rh + 2\pi r^2)$ वर्ग सेमी०.



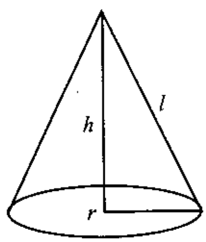
4. शंकु (CONE) : माना शंकु के आधार की त्रिज्या = r सेमी०, ऊँचाई = h सेमी० तथा तिर्यक ऊँचाई = l सेमी०. तब,

(*i*) $l = \sqrt{r^2 + h^2}$.

(*ii*) शंकु का आयतन $= \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$ घन सेमी०.

(*iii*) शंकु का वक्र पृष्ठ = (πrl) वर्ग सेमी०.

(*iv*) शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ $= (\pi rl + \pi r^2)$ वर्ग सेमी०.



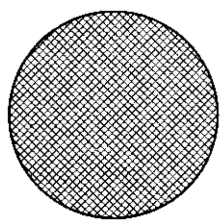
5. गोला (SPHERE): माना किसी गोले की त्रिज्या = r सेमी०. तब,

(*i*) गोले का आयतन $= \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$ घन सेमी०.

(*ii*) गोले का वक्र-पृष्ठ $= (4\pi r^2)$ वर्ग सेमी०.

(*iii*) अर्द्ध-गोले का आयतन $= \left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$ घन सेमी०.

(*iv*) अर्द्ध-गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 3\pi r^2$ वर्ग सेमी०.



6. शंकु का छिन्नक (FRUSTUM OF A CONE) :
माना किसी शंकु के छिन्नक के आधार तथा शीर्ष की त्रिज्यायें क्रमशः R सेमी० तथा r सेमी० हैं.
माना इसकी ऊँचाई = h सेमी० तथा तिर्यक ऊँचाई = l सेमी०.

(i) शंकु के छिन्नक का आयतन $= \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$ घन सेमी॰.

(ii) तिर्यक भाग का क्षेत्रफल $= \pi l(R + r)$ वर्ग सेमी॰,

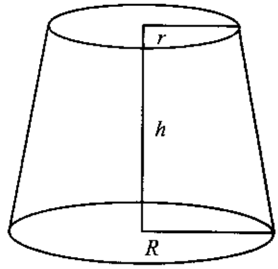
जहाँ $l^2 = h^2 + (R-r)^2$.

(iii) छिन्नक के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

= (आधार का क्षेत्रफल) + (शीर्ष भाग का क्षेत्रफल) + (वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल)

$= \{\pi R^2 + \pi r^2 + \pi l(R+r)\}$ वर्ग सेमी॰

$= \pi[R^2 + r^2 + l(R+r)]$ वर्ग सेमी॰.



साधित उदाहरण

प्रश्न 1. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई क्रमशः 20 सेमी॰, 12 सेमी॰ तथा 9 सेमी॰ है. इसका आयतन, सम्पूर्ण पृष्ठ तथा विकर्ण ज्ञात कीजिए.

हल : घनाभ का आयतन $= (l \times b \times h)$

$= (20 \times 12 \times 9)$ सेमी॰^{3} $= 2160$ सेमी॰^{3}.

घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 2 \times [(l \times b) + (b \times h) + (l \times h)]$

$= 2 \times [(20 \times 12) + (12 \times 9) + (20 \times 9)]$ सेमी॰^{2}

$= 2 \times (240 + 108 + 180)$ सेमी॰^{2} $= (2 \times 528)$ सेमी॰^{2} $= 1056$ सेमी॰^{2}.

घनाभ का विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

$= \sqrt{(20)^2 + (12)^2 + (9)^2} = \sqrt{400 + 144 + 81} = \sqrt{625} = 25$ सेमी॰.

प्रश्न 2. 8 मीटर लम्बी, 6 मीटर ऊँची तथा 22.5 सेमी॰ चौड़ी एक दीवार को बनाने के लिए कितनी ईंटें चाहियें जबकि प्रत्येक ईंट 25 सेमी॰ लम्बी, 11.25 सेमी॰ चौड़ी तथा 6 सेमी॰ ऊँची हो ?

हल : दीवार का आयतन $= (800 \times 600 \times 22.5)$ सेमी॰^{3}.

प्रत्येक ईंट का आयतन $= (25 \times 11.25 \times 6)$ सेमी॰^{3}.

$\therefore$ अभीष्ट ईंटों की संख्या $= \frac{\text{दीवार का आयतन}}{\text{प्रत्येक ईंट का आयतन}} = \left(\frac{800 \times 600 \times 22 \cdot 5}{25 \times 11 \cdot 25 \times 6}\right) = 6400.$

प्रश्न 3. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का अनुपात 8 : 5 : 3 है तथा इसके सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 63200 वर्ग सेमी॰ है. इसका आयतन ज्ञात कीजिए.

हल : माना लम्बाई $= 8x$ सेमी॰, चौड़ाई $= 5x$ सेमी॰ तथा ऊँचाई $= 3x$ सेमी॰.

$\therefore$ घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2 \times [(l \times b) + (b \times h) + (l \times h)]$ सेमी॰^{2}

$= 2 \times [(8x \times 5x) + (5x \times 3x) + (8x \times 3x)]$ सेमी॰^{2} $= (158x)$ सेमी॰^{2}.

$\therefore 158x = 63200 \Rightarrow x = \frac{63200}{158} = 400.$

अतः लम्बाई =3200 सेमी॰ =32 मी॰, चौड़ाई =2000 सेमी॰ =20 मी॰, ऊँचाई =1200 सेमी॰ =12 मी॰.

$\therefore$ घनाभ का आयतन $= (32 \times 20 \times 12)$ घन मीटर $= 7680$ घन मीटर.

प्रश्न 4. एक घन की प्रत्येक भुजा 8 सेमी॰ लम्बी है. घन का आयतन, सम्पूर्ण पृष्ठ तथा विकर्ण ज्ञात कीजिए.

हल : घन का आयतन $= a^3 = (8 \times 8 \times 8)$ सेमी॰^{3} $= 512$ सेमी॰^{3}.

घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2 = (6 \times 8 \times 8)$ सेमी॰^{2} $= 384$ सेमी॰^{2}.

घन का विकर्ण $= \sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$ सेमी॰.

प्रश्न 5. किसी घन का सम्पूर्ण पृष्ठ 150 वर्ग सेमी० है. इस घन का आयतन ज्ञात कीजिए.

हल : माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०.

तब, घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2$ सेमी०^2.

$\therefore$ $6a^2 = 150 \Rightarrow a^2 = 25 = 5^2 \Rightarrow a = 5$ सेमी०.

$\therefore$ घन का आयतन $= a^3 = 5^3 = 125$ सेमी०^3.

प्रश्न 6. एक घन के विकर्ण की लम्बाई $6\sqrt{3}$ सेमी० है. इसका आयतन तथा सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए.

हल : माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब, घन का विकर्ण $= \sqrt{3}\,a$ सेमी०.

$\therefore$ $\sqrt{3}\,a = 6\sqrt{3} \Rightarrow a = 6.$

अत: घन का आयतन $= a^3 = (6\times6\times6)$ सेमी०$^3 = 216$ सेमी०^3.

तथा घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6\,a^2 = (6 \times 6 \times 6)$ सेमी०$^2 = 216$ सेमी०^2.

प्रश्न 7. एक लम्बवृत्तीय बेलन की लम्बाई 80 सेमी० तथा आधार की त्रिज्या 3.5 सेमी० हैं. इस बेलन का आयतन, वक्रपृष्ठ तथा सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए.

हल : यहाँ $r = \frac{7}{2}$ सेमी० तथा $h = 80$ सेमी०.

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = \left(\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times80\right)$ सेमी०$^3 = 3080$ सेमी०^3.

बेलन का वक्रपृष्ठ $= 2\pi rh = \left(2\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times80\right)$ सेमी०$^2 = 1760$ सेमी०^2.

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= \left(2\pi rh + 2\pi r^2\right) = 2\pi r(h+r)$

$= \left[2\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\left(80+\frac{7}{2}\right)\right]$ सेमी०$^2 = (11\times167)$ सेमी०$^2 = 1837$ सेमी०^2.

प्रश्न 8. एक बेलनाकार टंकी की धारिता 1848 मीटर^3 तथा इसका व्यास 14 मीटर है. टंकी की गहराई ज्ञात कीजिए.

हल : दिया है : टंकी का अर्द्धव्यास $r = 7$ मीटर तथा टंकी की धरिता $= 1848$ मी^{3}.

माना टंकी की गहराई $= h$ मीटर. तब

$$\pi r^2 h = 1848 \Rightarrow \frac{22}{7}\times7\times7\times h = 1848$$

$$\Rightarrow h = \frac{1848}{154} = 12.$$

$\therefore$ टंकी की गहराई = 12 मीटर.

प्रश्न 9. लोहे के बने एक खोखले पाईप की लम्बाई 1 मीटर तथा इसकी अन्दरी चौड़ाई 3 सेमी० है. यह 1 सेमी० मोटी लोहे की चादर का बना है. यदि 1 घन सेमी० लोहे का भार 21 ग्राम हो, तो इस पाईप का भार कितना है?

हल : पाईप की अन्दरी त्रिज्या = 1·5 सेमी०, बाहरी त्रिज्या = 2·5 सेमी०.

लोहे का आयतन $= \{\pi \times (2.5)^2 \times 100 - \pi \times (1{\cdot}5)^2 \times 100\}$ घन सेमी०

$= \pi \times 100 \times \{(2{\cdot}5)^2 - (1{\cdot}5)^2\}$ घन सेमी०

$= \left\{\frac{22}{7}\times100\times(2{\cdot}5+1{\cdot}5)\,(2{\cdot}5-1{\cdot}5)\right\}$ घन सेमी०

$= \left(\frac{22}{7}\times100\times4\times1\right)$ घन सेमी० $= \frac{8800}{7}$ घन सेमी०.

पाईप का भार $= \left(\frac{8800}{7} \times \frac{21}{1000}\right)$ किग्रा० $= 26{\cdot}4$ किग्रा०.

प्रश्न 10. एक शंकु के आधार की त्रिज्या 21 सेमी० तथा ऊँचाई 28 सेमी० है. इसकी तिर्यक ऊँचाई, आयतन, वक्र-पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए.

हल : दिया है : $r = 21$ सेमी० तथा $h = 28$ सेमी०.

तिर्यक ऊँचाई, $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(21)^2 + (28)^2} = \sqrt{1225} = 35$ सेमी०.

(*i*) शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \left(\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 28\right)$ घन सेमी० $= 12936$ घन सेमी०.

(*ii*) वक्र-पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l = \left(\frac{22}{7} \times 21 \times 35\right)$ वर्ग सेमी० $= 2310$ वर्ग सेमी०.

(*iii*) सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= (\pi r l + \pi r^2) = \left(2310 + \frac{22}{7} \times 21 \times 21\right)$ वर्ग सेमी० $= 3696$ वर्ग सेमी०.

प्रश्न 11. एक शंक्वाकार तम्बू के आधार की त्रिज्या 7 मीटर तथा ऊँचाई 24 मीटर है. इसे बनाने में 1·25 मीटर चौड़ा कितना कपड़ा लगेगा ?

हल : यहाँ $r = 7$ मीटर तथा $h = 24$ मीटर.

$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$ मीटर.

कपड़े का क्षेत्रफल $= \pi r l = \left(\frac{22}{7} \times 7 \times 25\right)$ वर्ग मीटर $= 550$ वर्ग मीटर.

कपड़े की चौड़ाई $= 1{\cdot}25$ मीटर.

कपड़े की लम्बाई $= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}} = \frac{550}{1{\cdot}25}$ मीटर $= 440$ मीटर.

प्रश्न 12. दो लम्बवृत्तीय शंकुओं की ऊँचाई का अनुपात 1 : 2 है तथा इनके आधार की परिमिति का अनुपात 3 : 4 है. इनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए.

हल : माना शंकुओं की ऊँचाई क्रमशः $h, 2h$ हैं तथा आधार की त्रिज्यायें क्रमशः r तथा R हैं. तब, $\frac{2\pi r}{2\pi R} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{3}{4}$.

दिये गये शंकुओं के आयतनों का अनुपात $= \dfrac{\frac{1}{3}\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi R^2 (2h)} = \frac{r^2}{2R^2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{32}$.

अतः अभीष्ट अनुपात $= 9 : 32$.

प्रश्न 13. एक गोले की त्रिज्या 10·5 सेमी० है. इसका आयतन तथा सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए.

हल : यहाँ $r = \frac{21}{2}$ सेमी०.

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \left(\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ घन सेमी० $= 4851$ घन सेमी०.

गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= \left(4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ वर्ग सेमी० $= 1386$ वर्ग सेमी०.

प्रश्न 14. एक गोले की त्रिज्या में 50% वृद्धि करने पर इसके आयतन में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी तथा इसके सम्पूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी ?

हल : माना गोले की प्रारम्भिक त्रिज्या $= r$.

तब इसका सम्पूर्ण पृष्ठ $= 4\pi r^2$.

नई त्रिज्या $= r$ का 150% $= \left(r \times \frac{150}{100}\right) = \frac{3r}{2}$.

नया सम्पूर्ण पृष्ठ $= 4\pi\left(\frac{3r}{2}\right)^2 = 9\pi r^2.$

सम्पूर्ण पृष्ठ में वृद्धि $\% = \left(\frac{5\pi r^2}{4\pi r^2}\times 100\right)\% = 125\%.$

प्रश्न 15. एक गोले की त्रिज्या में 20% वृद्धि होने पर इसके आयतन में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी ?

हल : माना गोले की प्रारम्भिक त्रिज्या $= r$.

तब, इसका आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3.$

नई त्रिज्या $= \left(r\times\frac{120}{100}\right) = \frac{6r}{5}.$

नया आयतन $= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{6r}{5}\right)^3 = \frac{216}{125}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right).$

आयतन में वृद्धि $= \frac{4}{3}\pi r^3\left(\frac{216}{125}-1\right) = \frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{91}{125}.$

आयतन में वृद्धि $\% = \left\{\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi r^3}\left(\frac{91}{125}\right)\times 100\right\}\% = \frac{364}{5}\% = 72\cdot 8\%.$

प्रश्न 16. धातु के बने 28 सेमी० ऊँचे तथा 6 सेमी० त्रिज्या वाले ठोस बेलन को पिघलाकर गोलियाँ बनाई गई हैं. जिनमें से प्रत्येक का व्यास 1·5 सेमी० है. इन गोलियों की संख्या कितनी है ?

हल : बेलन का आयतन $= \pi R^2 H = (\pi\times 6\times 6\times 28)$ घन सेमी०.

एक गोली का अर्द्ध-व्यास $= \frac{3}{4}$ सेमी०.

1 गोली का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{9\pi}{16}$ घन सेमी०.

गोलियों की संख्या $= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{1 गोली का आयतन}} = \left(36\times 28\times\pi\times\frac{16}{9\pi}\right) = 1792.$

प्रश्न 17. जस्ते के बने एक गोले का व्यास 18 सेमी० है. इस गोले से 4 मिमी० व्यास की तार खींची गई है. इस तार की लम्बाई कितनी है ?

हल : गोले का अर्द्धव्यास = 9 सेमी०.

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi R^3 = \left\{\frac{4}{3}\pi\times(9)^3\right\}$ घन सेमी०.

तार की त्रिज्या $= \frac{2}{10}$ सेमी० $= \frac{1}{5}$ सेमी०.

माना तार की लम्बाई $= x$ सेमी०. तब $\pi\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times x = \frac{4}{3}\pi\times 9\times 9\times 9 \Rightarrow x = 24300$ सेमी० $= 243$ मीटर.

अतः तार की अभीष्ट लम्बाई = 243 मीटर.

प्रश्न 18. एक शंकु तथा एक गोले की बराबर त्रिज्या तथा बराबर आयतन हैं. गोले के व्यास तथा शंकु की ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिए.

हल : माना प्रत्येक की त्रिज्या $= R$ तथा शंकु की ऊँचाई $= h$. तब

$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{3}\pi R^2 h \Rightarrow \frac{R}{h} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2R}{h} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$ अभीष्ट अनुपात = 1 : 2.

प्रश्न 19. एक अर्द्ध गोले की त्रिज्या 10·5 सेमी० है. इसका आयतन, वक्र-पृष्ठ तथा सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए.

हल : दिया है : $r = \frac{21}{2}$ सेमी०.

(*i*) अर्द्ध-गोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \left(\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ घन सेमी० $= \frac{4851}{2}$ घन सेमी०

$= 2425.5$ घन सेमी०.

(*ii*) अर्द्ध-गोले का वक्र-पृष्ठ $= 2\pi r^2 = \left(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ वर्ग सेमी० $= 693$ वर्ग सेमी०.

(*iii*) अर्द्ध-गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 3\pi r^2 = \left(3 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ वर्ग सेमी० $= 1039·5$ वर्ग सेमी०.

प्रश्न 20. एक शंकु, एक अर्द्ध-गोला तथा एक बेलन के बराबर आधार तथा बराबर ऊँचाई हैं. इनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए.

हल : माना प्रत्येक की त्रिज्या $= R =$ अर्द्ध गोले की ऊँचाई = बेलन की ऊँचाई.

(शंकु का आयतन) : (अर्द्ध गोले का आयतन) : (बेलन का आयतन)

$$= \left(\frac{1}{3}\pi R^2 \times R\right) : \left(\frac{2}{3}\pi R^3\right) : (\pi R^2 \times R) = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 = 1 : 2 : 3.$$

अतः अभीष्ट अनुपात = 1 : 2 : 3.

प्रश्नमाला 24A

निम्नलिखित प्रश्नों में से प्रत्येक में ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए :

1. एक कमरा 12 मीटर लम्बा, 9 मीटर चौड़ा तथा 8 मीटर ऊँचा है. इसमें अधिकतम किस लम्बाई का बाँस रखा जा सकता है? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**

(*a*) 17 मीटर (*b*) 16 मीटर (*c*) 15 मीटर (*d*) 14 मीटर

2. (10 मीटर × 10 मीटर × 5 मीटर) विभाओं वाले कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे लम्बी छड़ की लम्बाई कितनी होगी? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) $15\sqrt{3}$ मीटर (*b*) 15 मीटर (*c*) $10\sqrt{2}$ मीटर (*d*) $5\sqrt{3}$ मीटर

3. रीता और मीता दोनों के लंच बॉक्स घनाभाकार हैं. रीता के बॉक्स की लम्बाई तथा चौड़ाई मीता के बॉक्स से 10% अधिक है. परन्तु रीता के बॉक्स की गहराई मीता के बॉक्स से 20% कम है. रीता के बॉक्स की धारिता और मीता के बॉक्स की धारिता में क्या अनुपात है? **(होटल मैनेजमैंट परीक्षा, 2010)**

(*a*) 11 : 15 (*b*) 15 : 11 (*c*) 125 : 121 (*d*) 121 : 125

4. एक आयताकार जलाशय में 42000 लीटर जल है. यदि जलाशय की लम्बाई 6 मीटर तथा चौड़ाई 3·5 मीटर हो, तो जलाशय में जल की गहराई कितनी है? **(रेलवे परीक्षा, 2006)**

(*a*) 2 मीटर (*b*) 5 मीटर (*c*) 6 मीटर (*d*) 8 मीटर

5. एक कमरे की चौड़ाई इसकी ऊँचाई की दुगुनी तथा लम्बाई से आधी है. यदि कमरे का आयतन 512 घन मीटर हो, तो कमरे की लम्बाई कितनी है?

(*a*) 12 मीटर (*b*) 16 मीटर (*c*) 20 मीटर (*d*) 32 मीटर

6. 8 मीटर लम्बे, 7 मीटर चौड़े तथा 6 मीटर ऊँचे डिब्बे में 8 सेमी० लम्बे, 7 सेमी० चौड़े तथा 6 सेमी० ऊँचे अधिक से अधिक कितने डिब्बे रखे जा सकते हैं?

(*a*) 9800000 (*b*) 7500000 (*c*) 1000000 (*d*) 1200000

7. 4 मीटर लम्बी, 3 मीटर ऊँची तथा 13 सेमी० चौड़ी दीवार बनाने के लिए 20 सेमी० लम्बी, 12 सेमी० चौड़ी तथा 6·5 सेमी० ऊँची कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?

(*a*) 500 (*b*) 1000 (*c*) 1500 (*d*) 2000

8. 24 मीटर लम्बी, 8 मीटर ऊँची तथा 60 सेमी० चौड़ी दीवार बनाने के लिए 24 सेमी० लम्बी, 12 सेमी० चौड़ी तथा 8 सेमी० ऊँची कितनी ईंटें लगेंगी, जबकि दीवार के कुल आयतन का 10% भाग सीमेंट तथा रेत के मिश्रण से बना हो ?

(*a*) 50000 (*b*) 45000 (*c*) 40000 (*d*) 25000

9. एक घनाभ के विकर्ण की नाप 28 सेमी० है तथा इसके तीनों कोरों की लम्बाई का योग 44 सेमी है. इस घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल कितना होगा ?

(*a*) 576 वर्ग सेमी० (*b*) 1152 वर्ग सेमी० (*c*) 1728 वर्ग सेमी० (*d*) 2304 वर्ग सेमी०

10. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का योग 19 सेमी० है तथा इसके विकर्ण की लम्बाई $5\sqrt{5}$ सेमी० है. इसके सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल कितना है ?

(*a*) 361 वर्ग सेमी० (*b*) 486 वर्ग सेमी० (*c*) 236 वर्ग सेमी० (*d*) 125 वर्ग सेमी०

11. एक घनाभ का आयतन 210 घन सेमी० है तथा इसके सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 214 वर्ग सेमी० है. यदि इसके आधार का क्षेत्रफल 42 वर्ग सेमी० हो, तो इस घनाभ की विभायें हैं:

(*a*) 5 सेमी०, 4 सेमी०, 3 सेमी०, (*b*) 6 सेमी०, 5 सेमी०, 4 सेमी०,

(*c*) 7 सेमी०, 6 सेमी०, 5 सेमी०, (*d*) 8 सेमी०, 7 सेमी०, 6 सेमी०,

12. लोहे का एक शहतीर 9 मीटर लम्बा, 40 सेमी० चौड़ा तथा 20 सेमी० ऊँचा है. यदि 1 घनमीटर लोहे का भार 50 किग्रा० हो, तो शहतीर का भार कितना होगा ?

(*a*) 56 किग्रा० (*b*) 48 किग्रा० (*c*) 36 किग्रा० (*d*) 27 किग्रा०

13. संगमरमर के एक आयताकार टुकड़े की चौड़ाई 28 सेमी० तथा मोटाई 5 सेमी० है. इस टुकड़े का भार 112 किग्रा० है. यदि 1 घन सेमी० संगमरमर का भार 25 ग्राम हो, तो टुकड़े की लम्बाई कितनी है ?

(*a*) 36 सेमी० (*b*) 37.5 सेमी० (*c*) 32 सेमी० (*d*) 26·5 सेमी०

14. एक 45 मीटर चौड़ी तथा 2·5 मीटर गहरी नदी का बहाव 3·6 किमी०/घण्टा है. इससे कितना पानी प्रति मिनट समुद्र में गिरता है ?

(*a*) 6650 घन मीटर (*b*) 6750 घन मीटर (*c*) 6850 घन मीटर (*d*) 6950 घन मीटर

15. एक आयताकार पानी की टंकी के आधार का क्षेत्रफल 6500 वर्ग सेमी० है तथा इसमें भरे पानी का आयतन 2·6 घन मीटर है टंकी में पानी की गहराई कितनी है ?

(*a*) 3·5 मीटर (*b*) 4 मीटर (*c*) 5 मीटर (*d*) 6 मीटर

16. धातु के बने एक घनाभ का भार 16 किग्रा० है. यदि इसकी सभी विभाओं में से प्रत्येक को पहले का एक–चौथाई कर दें, तो नये घनाभ का भार कितना होगा ? **(मैट्रो रेलवे परीक्षा, 2003)**

(*a*) 0·25 किग्रा० (*b*) 0·50 किग्रा० (*c*) 0·75 किग्रा० (*d*) 1 किग्रा०

17. 1·5 हैक्टेयर के क्षेत्रफल के मैदान में 5 सेमी० गहरी वर्षा गिरने पर इक्कट्ठे हुये पानी का आयतन कितना होगा ?

(*a*) 75 घन मीटर (*b*) 750 घन मीटर (*c*) 7500 घन मीटर (*d*) 75000 घन मीटर

18. एक 0·6 घन मीटर की सोने की चादर को पीटकर इस प्रकार फैलाया गया है कि यह ठीक 1 हैक्टेयर क्षेत्रफल को पूरा का पूरा ढ़क लेती है. इस फैली हुई चादर की मोटाई कितनी है ?

(*a*) 6 मिमी० (*b*) 0.6 मिमी० (*c*) ·06 मिमी० (*d*) ·006 मिमी०

19. एक 24 सेमी० लम्बे, 14 सेमी० चौड़े तथा 7·5 सेमी० ऊँचे घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ कितना है ?

(*a*) 2520 वर्ग सेमी० (*b*) 1260 वर्ग सेमी० (*c*) 1242 वर्ग सेमी० (*d*) 621 वर्ग सेमी०

20. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का अनुपात 6 : 5 : 4 है. यदि इसका सम्पूर्ण पृष्ठ 33300 वर्ग सेमी० हो, तो इसका आयतन कितना होगा ?

(*a*) 45000 घन सेमी० (*b*) 455000 घन सेमी० (*c*) 405000 घन सेमी० (*d*) आँकड़े अपर्याप्त

21. तैरने के लिए बना एक तालाब 24 मीटर लम्बा तथा 15 मीटर चौड़ा है. कुछ व्यक्तियों के इस तालाब में डुबकी लगाने पर पानी के तल की ऊँचाई में 1 सेमी० की वृद्धि हो जाती है. यदि प्रत्येक व्यक्ति 0·1 घन मीटर पानी विस्थापित करे, तो तालाब में कितने व्यक्ति हैं ? **(मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2005)**

(*a*) 32 (*b*) 36 (*c*) 42 (*d*) 46

22. एक आयताकार लोहे की चादर 48 सेमी० लम्बी तथा 36 सेमी० चौड़ी है. इसके चारों कोनों से चार बराबर वर्ग काटे गये हैं जिनमें से प्रत्येक की भुजा 8 सेमी० है. शेष बची चादर को मोड़कर एक खुला डिब्बा बनाया गया है. इस डिब्बे की धारिता कितनी है ? **(मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2006)**

(*a*) 5110 घन सेमी० (*b*) 5120 घन सेमी० (*c*) 5130 घन सेमी० (*d*) 5140 घन सेमी०

23. एक आयताकार प्लाट 13·5 मीटर लम्बा तथा 2·5 मीटर चौड़ा है. इसमें एक आयताकार टंकी (5 मीटर × 4.5 मीटर × 2.1 मीटर) खोदी गई है. इसमें से निकाली गई मिट्टी को प्लाट के शेष भाग में समान रूप से बिछाया गया है. इससे प्लाट के धरातल की ऊँचाई में कितनी वृद्धि होगी ? **(मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2005)**

(*a*) 4 मीटर (*b*) 4·1 मीटर (*c*) 4·2 मीटर (*d*) 4·3 मीटर

24. धातु से बना एक खुला ट्रंक 50 सेमी लम्बा, 40 सेमी० चौड़ा तथा 23 सेमी० ऊँचा है. इसकी तली तथा प्रत्येक दीवार की मोटाई 3 सेमी० है. यदि ट्रंक के धातु के एक घन सेमी० का भार 0·5 ग्राम हो, तो खाली ट्रंक का भार कितना है ?

(*a*) 6·832 किग्रा० (*b*) 7·576 किग्रा० (*c*) 7·16 किग्रा० (*d*) 8·04 किग्रा०

25. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई क्रमशः a, b, c हैं. इसका आयतन V घन इकाई तथा इसके सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल S वर्ग इकाई है. तब, $\frac{1}{V} = ?$

(*a*) $\frac{1}{2}S(a+b+c)$ (*b*) $\frac{2S}{(a+b+c)}$ (*c*) $2S(a+b+c)$ (*d*) $\frac{2}{S}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

26. एक घनाभ के तीन आसन्न पृष्ठों के क्षेत्रफल क्रमशः x, y तथा z वर्ग इकाई हैं तथा इसका आयतन V घन इकाई है. तब, $xyz = ?$

(*a*) V (*b*) V^2 (*c*) $2V$ (*d*) $2V^2$

27. किसी घनाभ के तीन संगत फलकों के क्षेत्रफलों का अनुपात 2 : 3 : 4 है तथा इसका आयतन 9000 घन सेमी० है. घनाभ की सबसे छोटी भुजा की लम्बाई कितनी है ?

(*a*) 10 सेमी० (*b*) 15 सेमी० (*c*) 20 सेमी० (*d*) 30 सेमी०

28. किसी घनाभ की माप 25 सेमी० × 20 सेमी० × 4 सेमी० है. एक घन का आयतन इस घनाभ के आयतन से आधा है. घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल कितना है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

(*a*) 400 सेमी०^2 (*b*) 600 सेमी०^2 (*c*) 800 सेमी०^2 (*d*) 1200 सेमी०^2

29. किसी घन के विकर्ण की लम्बाई 6 सेमी० है. घन का आयतन कितना होगा ?

(*a*) $18\sqrt{3}$ सेमी०^3 (*b*) $24\sqrt{3}$ सेमी०^3 (*c*) $28\sqrt{3}$ सेमी०^3 (*d*) $30\sqrt{3}$ सेमी०^3

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)

30. एक घन के विकर्ण की लम्बाई $9\sqrt{3}$ सेमी० है. इसके सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल कितना होगा ?

(*a*) 243 सेमी०^2 (*b*) 486 सेमी०^2 (*c*) 648 सेमी०^2 (*d*) 324 सेमी०^2

31. एक घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 13254 सेमी०^2 है. इसके विकर्ण की लम्बाई कितनी होगी ?

(*a*) $44\sqrt{3}$ सेमी० (*b*) $45\sqrt{3}$ सेमी० (*c*) $46\sqrt{3}$ सेमी० (*d*) $47\sqrt{3}$ सेमी०

32. एक घन के विकर्ण की माप $4\sqrt{3}$ सेमी० है. इस घन का आयतन कितना होगा ?

(*a*) 16 सेमी०^3 (*b*) 27 सेमी०^3 (*c*) 64 सेमी०^3 (*d*) 48 सेमी०^3

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)

33. एक घन का आयतन 512 सेमी०^3 है. इसका सम्पूर्ण पृष्ठ कितना होगा?
(*a*) 192 सेमी०^2 (*b*) 256 सेमी०^2 (*c*) 320 सेमी०^2 (*d*) 384 सेमी०^2

34. एक घनाभ का आयतन एक घन से दुगुना है. यदि घनाभ की विमायें 9 सेमी०, 8 सेमी० तथा 6 सेमी० हों, तो घन का सम्पूर्ण पृष्ठ कितना होगा? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**
(*a*) 72 सेमी०^2 (*b*) 216 सेमी०^2 (*c*) 108 सेमी०^2 (*d*) 432 सेमी०^2

35. 25 सेमी० भुजा वाले एक घन को पिघलाकर, 5 सेमी० भुजा वाले कितने घन बनेंगे? **(रेलवे परीक्षा, 2004)**
(*a*) 100 (*b*) 120 (*c*) 125 (*d*) 150

36. लोहे के तीन घनों के सिरों की लम्बाई क्रमश: 6 सेमी०, 8 सेमी० तथा 10 सेमी० है. इन्हें पिघला कर बनाये गये घन की प्रत्येक भुजा की लम्बाई कितनी होगी? **(मैनेजमैंट परीक्षा, 2008)**
(*a*) 12 सेमी० (*b*) 14 सेमी० (*c*) 16 सेमी० (*d*) 18 सेमी०

37. एक घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 150 वर्ग सेमी० है. इसका आयतन कितना होगा?
(*a*) 100 सेमी०^3 (*b*) 125 सेमी०^3 (*c*) 150 सेमी०^3 (*d*) 175 सेमी०^3

38. धातु के बने एक घन की प्रत्येक भुजा 12 सेमी० है. इसे पिघला कर तीन छोटे घनों में ढ़ाला गया है. यदि इनमें से दो घनों की भुजायें क्रमश: 6 सेमी० तथा 8 सेमी० हों, तो तीसरे घन की प्रत्येक भुजा की लम्बाई कितनी है?
(*a*) 10 सेमी० (*b*) 12 सेमी० (*c*) 14 सेमी० (*d*) 18 सेमी०
(मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2006)

39. एक ठोस घनाभ की भुजायें क्रमश: 72 सेमी०, 75 सेमी० तथा 135 सेमी० हैं. ऐसे घन की प्रत्येक भुजा की लम्बाई कितनी होगी जिसका आयतन इस ठोस घनाभ के आयतन के बराबर हो?
(*a*) 75 सेमी० (*b*) 80 सेमी० (*c*) 85 सेमी० (*d*) 90 सेमी०

40. 8 सेमी० कोर वाले दो घनों को उनके सिरों से मिलाने पर प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?
(*a*) 1440 वर्ग सेमी० (*b*) 830 वर्ग सेमी० (*c*) 640 वर्ग सेमी० (*d*) 560 वर्ग सेमी०
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)

41. 125 घन सेमी० आयतन वाले तीन समान घनों को परस्पर साथ रखकर किनारे से इस प्रकार जोड़ा गया है कि एक घनाभ बन जाता है. इस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा? **(बी०एड० प्रवेश परीक्षा, 2007)**
(*a*) 175 सेमी०^2 (*b*) 200 सेमी०^2 (*c*) 300 सेमी०^2 (*d*) 350 सेमी०^2

42. एक आयताकार लकड़ी का टुकड़ा (6 सेमी० × 9 सेमी० × 12 सेमी०) विमाओं का है. इसे काटकर बराबर आयतन के घन बनाये गये हैं जिनकी संख्या पूर्ण है. ऐसे घनों की कम से कम संख्या कितनी होगी?
(*a*) 6 (*b*) 9 (*c*) 24 (*d*) 30
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2003)

43. 15 सेमी० लम्बी कोर वाले घन को एक आयताकार बर्तन में पानी में पूरा डूबो दिया गया है. यदि बर्तन की तली की लम्बाई 20 सेमी० तथा चौड़ाई 15 सेमी० हो तो पानी की सतह में कितनी वृद्धि होगी?
(*a*) 11·25 सेमी० (*b*) 12·5 सेमी० (c) 16 सेमी० (*d*) 22·5 सेमी०
(रेलवे परीक्षा, 2003)

44. दो घनों के आयतनों का अनुपात 27 : 64 है. इनके सम्पूर्ण पृष्ठों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?
(*a*) 3 : 8 (*b*) 3 : 4 (*c*) 9 : 16 (*d*) 27 : 64
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2002)

45. धातु के बने तीन ठोस घनों की कोरें क्रमश: 30 सेमी०, 40 सेमी० तथा 50 सेमी० हैं. इन्हें पिघला कर बनाये गये घन का सम्पूर्ण पृष्ठ कितना होगा?
(*a*) 2 वर्ग मीटर (*b*) 2·15 वर्ग मीटर (*c*) 2·16 वर्ग मीटर (*d*) 2·2 वर्ग मीटर

46. एक घन की प्रत्येक भुजा में 50% वृद्धि करने पर इसके आयतन में कितनी वृद्धि होगी?
(*a*) 50% (*b*) 150% (*c*) $133\frac{1}{3}\%$ (*d*) $237\frac{1}{2}\%$
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)

47. एक घन की प्रत्येक भुजा को दुगुना करने पर इसके सम्पूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी ?
(*a*) 150% (*b*) 200% (*c*) 300% (*d*) 600%
(रेलवे परीक्षा, 2005)

48. एक बेलन के आधार की त्रिज्या 3·5 सेमी० तथा लम्बाई 8 सेमी० है. इस बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ कितना है ?
(*a*) 165 सेमी०^2 (*b*) 126·5 सेमी०^2 (*c*) 253 सेमी०^2 (*d*) 214·5 सेमी०^2

49. दो बेलनों की आधार त्रिज्यायें 2 : 3 के अनुपात में हैं तथा इनकी ऊँचाइयों का अनुपात 5 : 3 है. इनके आयतनों का अनुपात कितना है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**
(*a*) 27 : 28 (*b*) 20 : 27 (*c*) 9 : 4 (*d*) 4 : 9

50. दो बेलनों की आधार त्रिज्यायें क्रमश: 3 : 5 के अनुपात में हैं तथा इनकी ऊँचाईयाँ क्रमश: 2 : 3 के अनुपात में हैं. इनके वक्रपृष्ठों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**
(*a*) 2 : 5 (*b*) 2 : 3 (*c*) 3 : 5 (*d*) 5 : 3

51. एक बेलनाकार स्तम्भ का वक्रपृष्ठ 264 वर्ग मीटर तथा आयतन 924 घन मीटर है. इसके व्यास का इसकी ऊँचाई से क्या अनुपात होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**
(*a*) 7 : 6 (*b*) 6 : 7 (*c*) 3 : 7 (*d*) 7 : 3

52. एक बेलन के आधार का व्यास 42 सेमी० है तथा इसके वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल 1320 सेमी०^2 है. इस बेलन की ऊँचाई कितनी है ?
(*a*) 8 सेमी० (*b*) 9 सेमी० (*c*) 10 सेमी० (*d*) 12 सेमी०

53. एक लम्बवृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या तथा ऊँचाई का अनुपात क्रमश: 2 : 3 है. यदि इसका आयतन 12936 सेमी०^3 हो, तो इस बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल कितना होगा ?
(*a*) 3080 सेमी०^2 (*b*) 38808 सेमी०^2 (*c*) 25872 सेमी०^2 (*d*) 2587·2 सेमी०^2

54. एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 14 सेमी० है तथा इसका वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल 88 वर्ग सेमी० है. इसके आधार की त्रिज्या कितनी है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**
(*a*) 4 सेमी० (*b*) 8 सेमी० (*c*) 1 सेमी० (*d*) 2 सेमी०

55. दो बेलनों A तथा B के आधारों के अर्द्धव्यास 3 : 2 तथा इनकी ऊँचाईयाँ n : 1 के अनुपात में हैं. यदि बेलन A का आयतन, बेलन B के आयतन का 3 गुना हो, तो n का मान कितना होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**
(*a*) $\frac{4}{3}$ (*b*) $\frac{2}{3}$ (*c*) $\frac{3}{4}$ (*d*) $\frac{3}{2}$

56. 0·75 सेमी० त्रिज्या तथा 0·2 सेमी० मोटाई वाले सिक्कों को पिघला कर 3 सेमी० त्रिज्या तथा 8 सेमी० ऊँचाई वाला एक लम्बवृत्तीय बेलन बनाने के लिए कितने सिक्कों की आवश्यकता होगी ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**
(*a*) 640 (*b*) 600 (*c*) 500 (*d*) 480

57. एक लम्बवृत्तीय बेलन के आधार के अर्द्धव्यास तथा उसकी ऊँचाई में से प्रत्येक में 10% वृद्धि कर दिये जाने पर बेलन के आयतन में कितनी वृद्धि होगी ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**
(*a*) 3·31% (*b*) 14·5% (*c*) 33·1% (*d*) 19·5%

58. यदि एक बेलन की ऊँचाई में 15% वृद्धि तथा इसके आधार के अर्द्धव्यास में 10% कमी कर दी जाये तो उसके वक्रपृष्ठ में कितना परिवर्तन होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)**
(*a*) 3·5% की कमी (*b*) 3·5% की वृद्धि (*c*) 5% की वृद्धि (*d*) 5% की कमी

59. बेलनाकार आकृति वाले एक गीजर का व्यास 35 सेमी० तथा ऊँचाई 1·2 मीटर है. इसकी दीवारों की मोटाई की उपेक्षा करते हुए इसके बाहरी पार्श्व-पृष्ठ का क्षेत्रफल कितना होगा ? **(रेलवे परीक्षा, 2009)**
(*a*) 11200 सेमी०^2 (*b*) 13200 सेमी०^2 (*c*) 12100 सेमी०^2 (*d*) 9600 सेमी०^2

60. एक बेलनाकार खम्भे के वक्र-पृष्ठ का क्षेत्रफल 528 मी०^2 है तथा इसका आयतन 2772 मी०^3 है. खम्भे की ऊँचाई कितनी है ?
(*a*) 10·5 मीटर (*b*) 7·5 मीटर (*c*) 8 मीटर (*d*) 5·25 मीटर

61. एक ठोस बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ 231 सेमी॰^{2} है. यदि इसका वक्र-पृष्ठ इसके सम्पूर्ण पृष्ठ का दो-तिहाई हो, तो बेलन का आयतन कितना है ?

(*a*) 269·5 सेमी॰^{3} (*b*) 385 सेमी॰^{3} (*c*) 308 सेमी॰^{3} (*d*) 363·4 सेमी॰^{3}

62. एक बेलन के वक्र-पृष्ठ तथा सम्पूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफलों का अनुपात 1 : 2 है. यदि इसके सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 616 सेमी॰^{2} हो, तो बेलन का आयतन कितना है ?

(*a*) 1078 सेमी॰^{3} (*b*) 1232 सेमी॰^{3} (*c*) 1848 सेमी॰^{3} (*d*) इनमें से कोई नहीं

63. 3 सेमी॰ त्रिज्या वाले ताँबे के एक गोले को पीट पीट कर 0·2 सेमी॰ व्यास की एक तार में बदलें, तो इस तार की लम्बाई कितनी होगी ? **(एस॰एस॰सी॰ परीक्षा, 2005)**

(*a*) 9 मीटर (*b*) 12 मीटर (*c*) 18 मीटर (*d*) 36 मीटर

64. एक तार को पिघला कर एक-तिहाई त्रिज्या की तार बनाने पर समान आयतन वाले तार की लम्बाई कितनी होगी ?

(*a*) 3 गुनी (*b*) 2 गुनी (*c*) 6 गुनी (*d*) 9 गुनी

65. 1·5 सेमी॰ व्यास तथा 0·2 सेमी॰ मोटाई के कितने सिक्के पिघलाये जायें जिससे एक ऐसा ठोस बेलन प्राप्त किया जा सके जिसका व्यास 4·5 सेमी॰ तथा ऊँचाई 10 सेमी॰ हो ?

(*a*) 380 (*b*) 450 (*c*) 472 (*d*) 540

66. एक ठोस बेलन के आधार की त्रिज्या तथा ऊँचाई का योग 37 मीटर है. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ 1628 मी॰^{2} है. बेलन का आयतन कितना है ?

(*a*) 5240 मी॰^{3} (*b*) 4620 मी॰^{3} (*c*) 3180 मी॰^{3} (*d*) इनमें से कोई नहीं

67. पानी से भरे दो बेलनाकार बर्तनों के आधार की त्रिज्यायें क्रमश: 15 सेमी॰ तथा 10 सेमी॰ हैं तथा इनकी ऊँचाइयाँ क्रमश: 35 सेमी॰ तथा 15 सेमी॰ हैं. इन बर्तनों के पानी को 15 सेमी॰ ऊँचे नये बेलनाकार बर्तन में पलट दिये जाने पर यह बर्तन ठीक पूरा भर जाता है. इस बर्तन के आधार की त्रिज्या कितनी है ?

(*a*) 17·5 सेमी॰ (*b*) 18 सेमी॰ (*c*) 20 सेमी॰ (*d*) 25 सेमी॰

68. दो बेलनों के बराबर आयतन हैं तथा इनकी ऊँचाइयों का अनुपात 1 : 3 है. इनकी त्रिज्याओं का अनुपात क्या होगा ?

(*a*) $4:\sqrt{3}$ (*b*) $3:2\sqrt{3}$ (*c*) $2:\sqrt{3}$ (*d*) $3:\sqrt{3}$

69. यदि 1 घन सेमी॰ कच्चे लोहे का भार 21 ग्राम हो, तो कच्चे लोहे से बने उस पाईप का भार क्या होगा जिसकी लम्बाई 1 मीटर, अन्दरी व्यास 3 सेमी॰ तथा दीवार की मोटाई 1 सेमी॰ हो ?

(*a*) 18·6 किग्रा॰ (*b*) 21 किग्रा॰ (*c*) 24·2 किग्रा॰ (*d*) 26·4 किग्रा॰

70. एक बेलनाकार पाईप का अन्दरी व्यास 2 सेमी॰ है. इसमें से 6 मीटर प्रति सैकन्ड की दर से पानी बहकर एक बेलनाकार टंकी में गिरता है जिसके आधार की त्रिज्या 60 सेमी॰ है. 30 मिनट में इस टंकी में पानी के स्तर में कितनी वृद्धि होगी ? **(मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2006)**

(*a*) 2 मीटर (*b*) 3 मीटर (*c*) 4 मीटर (*d*) 5 मीटर

71. ताँबे की एक गोल छड़ 8 सेमी॰ लम्बी है तथा इसका व्यास 1 सेमी॰ है. इसे पिघला कर 18 मीटर लम्बी तथा समान व्यास की तार बनाई गई है. इस तार की त्रिज्या कितनी है ? **(एस॰एस॰सी॰ परीक्षा, 2005)**

(*a*) $\frac{1}{15}$ सेमी॰ (*b*) $\frac{1}{30}$ सेमी॰ (*c*) $\frac{2}{15}$ सेमी॰ (*d*) $\frac{1}{5}$ सेमी॰

72. 2 इंच व्यास का एक पाईप एक टंकी को 1 घन्टे में पूरी भर देता है. यदि पाईप का व्यास 4 इंच हो, तो टंकी को भरने में कितना समय लगेगा ? **(रेलवे परीक्षा, 2006)**

(*a*) 10 मिनट (*b*) 15 मिनट (*c*) 30 मिनट (*d*) 45 मिनट

73. 80 सेमी॰ व्यास के एक बेलनाकार बर्तन में कुछ पानी भरा है. इसमें 60 सेमी॰ व्यास का एक गोला पूर्णतया डूबो देने पर पानी के स्तर में कितनी वृद्धि हो जायेगी ?

(*a*) 22·5 सेमी॰ (*b*) 30·5 सेमी॰ (*c*) 32·5 सेमी॰ (*d*) 35·2 सेमी॰

74. 20 सेमी० लम्बे लोहे के पाईप का बाहरी व्यास 25 सेमी० है तथा इसकी दीवारों की मोटाई 1 सेमी० है. पाईप के सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल कितना है ? **(मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2006)**

(*a*) 3068 वर्ग सेमी० (*b*) 3168 वर्ग सेमी० (*c*) 3268 वर्ग सेमी० (*d*) 3368 वर्ग सेमी०

75. एक कुयें का व्यास 7 मीटर तथा गहराई 22·5 मीटर है. इसकी अन्दरी सतह पर ₹ 30 प्रति वर्ग मीटर की दर से पलास्टर कराने का खर्च कितना होगा ?

(*a*) ₹ 14650 (*b*) ₹ 14850 (*c*) ₹ 14750 (*d*) ₹ 14950

76. एक आयताकार कागज का साइज 100 सेमी० × 44 सेमी० है. इस कागज को इसकी लम्बाई के अनुदिश मोड़कर एक बेलन बनाया जाता है. बेलन का आयतन कितना है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

(*a*) 4400 घन सेमी० (*b*) 15400 घन सेमी० (*c*) 35000 घन सेमी० (*d*) 144 घन सेमी०

77. एक 4 मीटर व्यास वाली 56 मीटर लम्बी बेलनाकार सुरंग को खोदने से प्राप्त हुई मिट्टी से एक 48 मीटर लम्बी, 16·5 मीटर चौड़ी तथा 4 मीटर गहरी खाई का कितना भाग भरा जा सकता है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

(*a*) $\frac{1}{9}$ (*b*) $\frac{2}{9}$ (*c*) $\frac{7}{9}$ (*d*) $\frac{8}{9}$

78. समान अर्द्धव्यास वाले एक लम्ब-वृत्तीय बेलन तथा एक गोले के आयतन बराबर हैं. गोले के व्यास का बेलन की ऊँचाई से अनुपात कितना है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

(*a*) 3 : 2 (*b*) 2 : 3 (*c*) 1 : 2 (*d*) 2 : 1

79. एक ठोस बेलन के आधार का व्यास 16 सेमी० तथा ऊँचाई 2 सेमी० है. इसे पिघलाकर समान माप के 12 गोले बनाये गये हैं. प्रत्येक गोले का व्यास क्या होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

(*a*) 2 सेमी० (*b*) 4 सेमी० (*c*) 3 सेमी० (*d*) $\sqrt{3}$ सेमी०

80. 6 सेमी० व्यास के गोले को पिघलाकर 1 मिमी० त्रिज्या वाला तार बनाया जाये, तो इस तार की लम्बाई क्या होगी ?

(*a*) 20 मीटर (*b*) 30 मीटर (*c*) 36 मीटर (*d*) 40 मीटर

(रेलवे परीक्षा, 2005)

81. यदि किसी गोले के अर्द्धव्यास में 2 मीटर की वृद्धि कर दी जाये तो उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में 704 वर्ग मीटर की वृद्धि हो जाती है. गोले का प्रारम्भिक अर्द्धव्यास कितना है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 16 मीटर (*b*) 15 मीटर (*c*) 14 मीटर (*d*) 13 मीटर

82. 1 सेमी०, 2 सेमी० तथा 3 सेमी० त्रिज्या की तीन गोलाकार गेंदों को पिघलाकर एक नई गेंद बनाई गई है. इस प्रक्रिया में 25% सामग्री नष्ट हुई है. नई गेंद की त्रिज्या कितनी है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 6 सेमी० (*b*) 5 सेमी० (*c*) 3 सेमी० (*d*) 2 सेमी०

83. 3 सेमी०, 4 सेमी० तथा 5 सेमी० त्रिज्याओं वाले तीन गोलों को पिघलाकर एक नया गोला बनाया गया है. बड़े गोले की त्रिज्या कितनी है ? **(होटल मैनेजमैंट परीक्षा, 2009)**

(*a*) 6 सेमी० (*b*) 7·5 सेमी० (*c*) 10 सेमी० (*d*) 12 सेमी०

84. यदि दो गोलों के अर्द्धव्यास क्रमश: 3 : 2 के अनुपात में हों तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा ?

(*a*) 9 : 4 (*b*) 3 : 2 (*c*) 8 : 27 (*d*) 27 : 8

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)

85. यदि दो गोलों के अर्द्धव्यास क्रमश: 1 : 4 के अनुपात में हों तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ?

(*a*) 1 : 2 (*b*) 1 : 4 (*c*) 1 : 8 (*d*) 1 : 16

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)

86. r सेमी० त्रिज्या वाली गोलीय खोखली गेंद के अन्तर्गत बड़े से बड़े घन का आयतन कितना होगा ?

(*a*) $\frac{2r^2}{\sqrt{3}}$ सेमी०^3 (*b*) $\frac{4r^2}{3}$ सेमी०^3 (*c*) $\frac{8r^3}{3\sqrt{3}}$ सेमी०^3 (*d*) $\frac{r^3}{3\sqrt{3}}$ सेमी०^3

(होटल मैनेजमैंट परीक्षा, 2009)

87. 3 सेमी० व्यास वाले धातु के ठोस गोले कितने पिघलाये जायें कि इनसे एक ठोस बेलन बन सके जिसका व्यास 4 सेमी० तथा ऊँचाई 54 सेमी० हो ?
(*a*) 16 (*b*) 24 (*c*) 36 (*d*) 48

88. किसी 2 सेमी० व्यास वाले ठोस बेलन की लम्बाई क्या होगी जिसे पिघलाकर एक खोखला बेलन बनाया जाये जिसकी लम्बाई 16 सेमी०, मोटाई 2·5 मिमी० तथा बाहरी व्यास 20 सेमी० है ?
(*a*) 81 सेमी० (*b*) 29·62 सेमी० (*c*) 39·5 सेमी० (*d*) 79 सेमी०

89. एक गोले का आयतन 4851 सेमी०^3 है. इसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल कितना होगा ?
(*a*) 1716 सेमी०^2 (*b*) 1386 सेमी०^2 (*c*) 1625 सेमी०^2 (*d*) 3087 सेमी०^2

90. एक गोले के वक्र-पृष्ठ का क्षेत्रफल 5544 सेमी०^2 है. इसका आयतन कितना है ?
(*a*) 38808 सेमी०^3 (*b*) 42304 सेमी०^3 (*c*) 22176 सेमी०^3 (*d*) 33951 सेमी०^3

91. एक घन तथा एक गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ समान हैं. इनके आयतनों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) $\sqrt{\pi}:\sqrt{6}$ (*b*) $\sqrt{\pi}:\sqrt{2}$ (*c*) $\sqrt{\pi}:\sqrt{3}$ (*d*) इनमें से कोई नहीं

92. एक घन तथा इसमें ठीक पूरी तरह से फिट हो जाने वाले गोले के आयतनों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) $2:\pi$ (*b*) $4:\pi$ (*c*) $6:\pi$ (*d*) $4:3\pi$

93. एक शंकु तथा एक गोले की समान त्रिज्यायें तथा समान आयतन हैं. गोले के व्यास तथा शंकु की ऊँचाई का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) 3 : 1 (*b*) 1 : 3 (*c*) 6 : 1 (*d*) 1 : 2

94. एक बेलन तथा एक शंकु की त्रिज्याओं का अनुपात 3 : 4 है तथा इनकी ऊँचाईयों का अनुपात 2 : 3 है. इनके आयतनों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) 9 : 8 (*b*) 3 : 4 (*c*) 8 : 9 (*d*) 4 : 3

95. दो शंकुओं के आयतनों का अनुपात 1 : 4 है तथा इनके व्यास 4 : 5 के अनुपात में हैं. इनकी ऊँचाइयों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) 1 : 5 (*b*) 5 : 4 (*c*) 5 : 16 (*d*) 25 : 64

96. दो शंकुओं की ऊँचाइयों का अनुपात 1 : 3 है तथा उनके आधार के व्यास 3 : 5 के अनुपात में हैं. इनके आयतनों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) 1 : 5 (*b*) 5 : 9 (*c*) 3 : 25 (*d*) इनमें से कोई नहीं

97. समान व्यास तथा समान ऊँचाई वाले एक बेलन, एक शंकु तथा एक गोले के आयतनों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) 1 : 3 : 2 (*b*) 2 : 3 : 1 (*c*) 3 : 1 : 2 (*d*) 3 : 2 : 1

98. यदि एक गोले, एक बेलन तथा एक शंकु की त्रिज्यायें समान हों तथा इनके सम्पूर्ण पृष्ठ समान हों, तो इनकी ऊँचाइयों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) $2:1:2\sqrt{2}$ (*b*) $\sqrt{2}:1:2$ (*c*) $2:1:3\sqrt{2}$ (*d*) $6\sqrt{2}:3\sqrt{3}:4$

99. एक शंकु, एक अर्द्ध गोला तथा एक बेलन के समान आधार तथा समान ऊँचाइयाँ हैं. इनके आयतनों का अनुपात क्या होगा ?
(*a*) 1 : 2 : 3 (*b*) 2 : 1 : 3 (*c*) 2 : 3 : 1 (*d*) 3 : 2 : 1

100. एक लम्ब-वृत्तीय शंकु की ऊँचाई में 200% की वृद्धि तथा उसके आधार के अर्द्धव्यास में 50% की कमी करने पर शंकु के आयतन में क्या परिवर्तन होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)**
(*a*) 25% की वृद्धि (*b*) 50% की वृद्धि (*c*) 25% की कमी (*d*) कोई परिवर्तन नहीं

101. एक समकोण त्रिभुज की भुजायें 3 सेमी०, 4 सेमी०, 5 सेमी० लम्बी हैं. यदि इसे 3 सेमी० वाली भुजा के अनुदिश घुमाया गया हो, तो इस तरह से बने शंकु का आयतन क्या होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**
(*a*) (16π) सेमी०^3 (*b*) (12π) सेमी०^3 (*c*) (15π) सेमी०^3 (*d*) (20π) सेमी०^3

102. धातु के कुछ ठोस लम्ब-वृत्तीय शंकुओं में से प्रत्येक के आधार की त्रिज्या 3 सेमी० तथा ऊँचाई 4 सेमी० है. इन्हें पिघलाकर 6 सेमी० त्रिज्या का एक ठोस गोला बनाया जाता है. इन शंकुओं की संख्या कितनी है ?
(*a*) 12 (*b*) 24 (*c*) 48 (*d*) 6
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)

103. यदि किसी लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या तथा उसकी ऊँचाई में से प्रत्येक में 10% की वृद्धि कर दी जाये तो शंकु के आयतन में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**
(*a*) 20% (*b*) 33·1% (*c*) 44·2% (*d*) 100%

104. एक लम्बवृत्तीय बेलन का आयतन एक गोले के आयतन के बराबर है तथा इनके अर्द्धव्यास भी बराबर हैं. यदि बेलन की ऊँचाई h तथा गोले का व्यास d हो, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सम्बन्ध सही है ?
(*a*) $h = d$ (*b*) $2h = d$ (*c*) $2h = 3d$ (*d*) $3h = 2d$
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)

105. एक ठोस लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 8 सेमी० तथा आधार की त्रिज्या 2 सेमी० है. इस शंकु को पिघलाकर एक गोला बनाया गया है. इस गोले का व्यास कितना है ?
(*a*) 2 सेमी० (*b*) 3 सेमी० (*c*) 4 सेमी० (*d*) 6 सेमी०

106. एक ताँबे के तार की लम्बाई 36 मीटर तथा व्यास 2 मिमी० है. इसे पिघलाकर एक गोला बनाया गया है. गोले का अर्द्धव्यास कितना है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**
(*a*) 2·5 सेमी० (*b*) 3 सेमी० (*c*) 3·5 सेमी० (*d*) 4 सेमी०

107. किसी धातु के एक ठोस बेलन के आधार की त्रिज्या r सेमी० तथा ऊँचाई 6 सेमी० है. इसे पिघलाकर उतनी ही आधार की त्रिज्या वाला एक ठोस शंकु बनाया जाता है. शंकु की ऊँचाई कितनी है ?
(*a*) 54 सेमी० (*b*) 27 सेमी० (*c*) 18 सेमी० (*d*) 9 सेमी०
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)

108. एक शंकु की ऊँचाई 6 सेमी० तथा आधार की त्रिज्या 12 सेमी० है. यदि इस शंकु का आयतन एक गोले के आयतन के बराबर हो, तो गोले की त्रिज्या कितनी है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**
(*a*) 8 सेमी० (*b*) 6 सेमी० (*c*) 7.2 सेमी० (*d*) 2·5 सेमी०

109. यदि किसी शंकु की ऊँचाई तथा आधार के अर्द्धव्यास में से प्रत्येक में 100% वृद्धि कर दी जाये तो इसका आयतन प्रारम्भिक आयतन का **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)**
(*a*) दुगुना हो जायेगा (*b*) 3 गुना हो जायेगा (*c*) 6 गुना हो जायेगा (*d*) 8 गुना हो जायेगा

110. 9 सेमी० ऊँचाई तथा 18 सेमी० आधार के व्यास वाला एक शंकु एक 9 सेमी० त्रिज्या वाले लकड़ी के ठोस गोले से काट लिया जाता है. इस प्रक्रिया में नष्ट हुई लकड़ी कितने प्रतिशत है ? **(रेलवे परीक्षा, 2006)**
(*a*) 55% (*b*) 65% (*c*) 75% (*d*) 60%

111. 3 सेमी० त्रिज्या वाली एक गोलाकार गेंद को पिघलाकर तीन गोलाकार गेंदें बनाई जाती हैं. इनमें से दो गेंदों की त्रिज्यायें क्रमशः 1·5 सेमी० तथा 2 सेमी० हैं. तीसरी गेंद की त्रिज्या कितनी है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)**
(*a*) 0·5 सेमी० (*b*) 1 सेमी० (*c*) 1·5 सेमी० (*d*) 2·5 सेमी०

112. 21 सेमी० गहरे तथा 16 सेमी० व्यास वाले एक शंक्वाकार बर्तन में रखे पानी का भार कितना होगा ?
(*a*) 1·256 किग्रा० (*b*) 1·408 किग्रा० (*c*) 2·480 किग्रा० (*d*) 3·875 किग्रा०
(रेलवे परीक्षा, 2006)

113. जस्ते के बने 6 सेमी० त्रिज्या के अर्द्ध-गोले को पिघला कर 75 सेमी० ऊँचाई के शंकु में ढाला गया है. इस शंकु के आधार की त्रिज्या क्या होगी ?
(*a*) 1·4 सेमी० (*b*) 2 सेमी० (*c*) 2·4 सेमी० (*d*) 4·2 सेमी०

114. एक अर्द्ध–गोलाकार आकृति के बर्तन की आन्तरिक त्रिज्या 9 सेमी० है. यह बर्तन किसी द्रव से भरा है. इस द्रव को छोटी बेलनाकार बोतलों से भरा गया है. यदि प्रत्येक बोतल के आधार का व्यास 3 सेमी० तथा ऊँचाई 4 सेमी० हो, तो ऐसी कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी ?

(*a*) 27 (*b*) 35 (*c*) 54 (*d*) 63

115. एक अर्द्ध गोले तथा एक शंकु के आधार की त्रिज्यायें बराबर हैं. यदि इनकी ऊँचाइयाँ भी समान हों, तो उनके वक्रपृष्ठों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

(*a*) $1:\sqrt{2}$ (*b*) $\sqrt{2}:1$ (c) 1 : 2 (d) 2 : 1

116. धातु की दो गोलाकार गेंदें *A* तथा *B* इस प्रकार हैं कि *A* का व्यास *B* के व्यास से दुगुना है. *A* तथा *B* के आयतनों का अनुपात क्या है ? **(रेलवे परीक्षा, 2006)**

(*a*) 6 : 1 (*b*) 8 : 1 (*c*) 2 : 1 (*d*) 4 : 1

117. लोहे की उस चादर का क्षेत्रफल क्या होगा जिससे 24 सेमी० ऊँचा तथा 7 सेमी० आधार की त्रिज्या वाला शंकु बनाया जा सके ?

(*a*) 550 वर्ग सेमी० (*b*) 1232 वर्ग सेमी० (*c*) 704 वर्ग सेमी० (*d*) 616 वर्ग सेमी०

118. एक शंकु तथा एक बेलन के आधारों के क्षेत्रफल समान हैं तथा इनके वक्र–पृष्ठों के क्षेत्रफल भी समान हैं. यदि बेलन की ऊँचाई 3 मीटर हो, तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई कितनी होगी ?

(*a*) 3 मीटर (*b*) 4 मीटर (*c*) 6 मीटर (*d*) 7 मीटर

119. धातु के बने 10·5 सेमी० त्रिज्या वाले एक गोले को पिघलाकर छोटे-छोटे लम्ब–वृत्तीय शंकुओं में ढ़ाला गया है. यदि प्रत्येक शंकु के आधार की त्रिज्या 3·5 सेमी० तथा ऊँचाई 3 सेमी० हो, तो ऐसे शंकुओं की संख्या कितनी होगी ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

(*a*) 105 (*b*) 113 (*c*) 126 (*d*) 135

120. एक लम्ब–वृत्तीय शंकु के आधार का व्यास 14 सेमी० है तथा इसके वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल 550 वर्ग सेमी० है. इस शंकु का आयतन क्या होगा ?

(*a*) 1230 घन सेमी० (*b*) 1231 घन सेमी० (*c*) 1232 घन सेमी० (*d*) 1233 घन सेमी०

121. एक बेलनाकार बर्तन की त्रिज्या 18 सेमी० तथा ऊँचाई 32 सेमी० है. रेत से भरे इस बर्तन को पृथ्वी पर उलट कर खाली कर दिया गया तथा रेत को एक शंक्वाकार ढ़ेर के रूप में परिवर्तित कर दिया गया. यदि इस ढ़ेर की ऊँचाई 24 सेमी० हो, तो इसके आधार की त्रिज्या क्या होगी ?

(*a*) 12 सेमी० (*b*) 24 सेमी० (*c*) 36 सेमी० (*d*) 48 सेमी०

122. एक लम्ब–वृत्तीय शंकु की त्रिज्या तथा ऊँचाई का अनुपात 3 : 4 है. यदि इसका आयतन 96π घन सेमी० हो, तो इसकी तिर्यक ऊँचाई कितनी है ?

(*a*) 8 सेमी० (*b*) 9 सेमी० (*c*) 10 सेमी० (*d*) 12 सेमी०

123. एक लम्ब–वृत्तीय शंकु की तिर्यक ऊँचाई 10 सेमी० तथा ऊँचाई 8 सेमी० हैं. इसके वक्र–पृष्ठ का क्षेत्रफल कितना है ? ($\pi = 3.14$ लें)

(*a*) 175·5 सेमी०^2 (*b*) 185·5 सेमी०^2 (*c*) 188·4 सेमी०^2 (*d*) 198·5 सेमी०^2

124. एक शंक्वाकार पहाड़ी की तिर्यक ऊँचाई 2·5 किमी० है तथा इसके आधार का क्षेत्रफल 1·54 वर्ग किमी० है. पहाड़ी की ऊँचाई कितनी है ?

(*a*) 2·2 किमी० (*b*) 2·4 किमी० (*c*) 3 किमी० (*d*) 3·11 किमी०

125. 5 मिमी० व्यास के एक बेलनाकार पाईप द्वारा पानी 10 मीटर प्रति मिनट की गति से बहकर एक शंक्वाकार बर्तन में गिरता है, जिसके आधार का व्यास 40 सेमी० तथा ऊँचाई 24 सेमी० है. कितनी देर में यह बर्तन पानी से भर जायेगा ?

(*a*) 48 मिनट 15 सै० (*b*) 51 मिनट 12 सै० (*c*) 52 मिनट 1 सै० (*d*) 55 मिनट

126. 10 सेमी० त्रिज्या के एक ठोस गोले को पिघला कर बराबर त्रिज्या वाले 8 छोटे ठोस गोलों में ढ़ाला गया है. ऐसे प्रत्येक गोले की त्रिज्या कितनी होगी ?

(*a*) 1·25 सेमी० (*b*) 2·5 सेमी० (*c*) 3·75 सेमी० (*d*) 5 सेमी०

127. एक लम्बवृत्तीय बेलन एक अर्द्धगोले के परिगत इस प्रकार है कि इनके आधार उभयनिष्ठ हैं. इनके आयतनों में क्या अनुपात है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) 1 : 3 (*b*) 1 : 2 (*c*) 2 : 3 (*d*) 3 : 4

128. यदि *r* त्रिज्या के एक गोले को समान चार भागों में विभक्त किया जाये, तो चारों भागों का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2010)**

(*a*) $4\pi r^2$ वर्ग इकाई (*b*) $2\pi r^2$ वर्ग इकाई (*c*) $8\pi r^2$ वर्ग इकाई (*d*) $3\pi r^2$ वर्ग इकाई

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 24A)

1. (*a*)	2. (*b*)	3. (*d*)	4. (*a*)	5. (*b*)	6. (*c*)	7. (*b*)	8. (*b*)	9. (*b*)	10. (*c*)
11. (*c*)	12. (*c*)	13. (*c*)	14. (*b*)	15. (*b*)	16. (*a*)	17. (*b*)	18. (*c*)	19. (*c*)	20. (*c*)
21. (*b*)	22. (*b*)	23. (*c*)	24. (*d*)	25. (*d*)	26. (*b*)	27. (*b*)	28. (*b*)	29. (*b*)	30. (*b*)
31. (*d*)	32. (*c*)	33. (*d*)	34. (*b*)	35. (*c*)	36. (*a*)	37. (*b*)	38. (*a*)	39. (*d*)	40. (*c*)
41. (*d*)	42. (*c*)	43. (*a*)	44. (*c*)	45. (*c*)	46. (*d*)	47. (*c*)	48. (*c*)	49. (*b*)	50. (*a*)
51. (*d*)	52. (*c*)	53. (*a*)	54. (*c*)	55. (*a*)	56. (*a*)	57. (*c*)	58. (*b*)	59. (*b*)	60. (*c*)
61. (*a*)	62. (*a*)	63. (*d*)	64. (*d*)	65. (*b*)	66. (*b*)	67. (*d*)	68. (*d*)	69. (*d*)	70. (*b*)
71. (*b*)	72. (*b*)	73. (*a*)	74. (*b*)	75. (*b*)	76. (*b*)	77. (*b*)	78. (*a*)	79. (*b*)	80. (*c*)
81. (*d*)	82. (*c*)	83. (*a*)	84. (*d*)	85. (*d*)	86. (*c*)	87. (*d*)	88. (*d*)	89. (*b*)	90. (*a*)
91. (*a*)	92. (*c*)	93. (*d*)	94. (*a*)	95. (*d*)	96. (*c*)	97. (*c*)	98. (*a*)	99. (*a*)	100. (*c*)
101. (*a*)	102. (*b*)	103. (*b*)	104. (*d*)	105. (*c*)	106. (*b*)	107. (*c*)	108. (*b*)	109. (*d*)	110. (*c*)
111. (*d*)	112. (*b*)	113. (*c*)	114. (*c*)	115. (*b*)	116. (*b*)	117. (*c*)	118. (*c*)	119. (*c*)	120. (*c*)
121. (*c*)	122. (*c*)	123. (*c*)	124. (*b*)	125. (*b*)	126. (*d*)	127. (*d*)	128. (*c*)		

दिये गये प्रश्नों के हल — प्रश्नमाला 24A

1. बाँस की अभीष्ट लम्बाई = कमरे के विकर्ण की लम्बाई

$$= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} = \sqrt{(12)^2 + (9)^2 + (8)^2} = \sqrt{144 + 81 + 64}$$
$$= \sqrt{289} = 17 \text{ मीटर.}$$

2. छड़ की अभीष्ट लम्बाई = कमरे के विकर्ण की लम्बाई

$$= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2} = \sqrt{(10)^2 + (10)^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 100 + 25}$$
$$= \sqrt{225} = 15 \text{ मीटर.}$$

3. माना मीता के बॉक्स की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई क्रमशः *x*, *y* तथा z है.

तब रीता के बॉक्स की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई क्रमशः $\frac{110x}{100}, \frac{110y}{100}, \frac{80z}{100}$

अर्थात $\frac{11x}{10}, \frac{11y}{10}, \frac{4z}{5}$

$$\therefore \frac{\text{रीता के बॉक्स की धारिता}}{\text{मीता के बॉक्स की धारिता}} = \frac{\left(\frac{11x}{10} \times \frac{11y}{10} \times \frac{4z}{5}\right)}{xyz} = \frac{121}{125}.$$

अभीष्ट अनुपात = 121 : 125.

4. जलाशय का आयतन = 42000 लीटर = 42 घन मीटर.
माना जलाशय की गहराई = x मीटर. तब
$$6\times3\cdot5\times x=42\Rightarrow 21\,x=42\Rightarrow x=2.$$
अत: जलाशय की गहराई = 2 मीटर.

5. माना ऊँचाई = x मीटर. तब, चौड़ाई = $2\,x$ मीटर तथा लम्बाई = $4\,x$ मीटर.
कमरे का आयतन = $(4\,x \times 2\,x \times x)$ घन मीटर $= 8\,x^3$ घन मीटर.
$\therefore\ 8\,x^3=512\Rightarrow x^3=64=(4)^3\Rightarrow x=4.$
अत: कमरे की लम्बाई = $4\,x$ मीटर = (4×4) मीटर = 16 मीटर.

6. बड़े डिब्बे का आयतन = $(800 \times 700 \times 600)$ घन सेमी०.
छोटे डिब्बे का आयतन = $(8 \times 7 \times 6)$ घन सेमी०.
डिब्बों की अभीष्ट संख्या $=\dfrac{(800\times700\times600)}{(8\times7\times6)}=1000000.$

7. दीवार का आयतन = $(400 \times 300 \times 13)$ घन सेमी०.
1 ईंट का आयतन = $(20 \times 12 \times 6.5)$ घन सेमी०.
ईंटों की अभीष्ट संख्या $=\dfrac{400\times300\times13}{20\times12\times6\cdot5}=1000.$

8. दीवार का कुल आयतन = $(2400 \times 800 \times 60)$ घन सेमी०.
दीवार में लगी ईंटों का कुल आयतन $=\left(2400\times800\times60\times\dfrac{90}{100}\right)$ घन सेमी०.
1 ईंट का आयतन = $(24 \times 12 \times 8)$ घन सेमी०.
ईंटों की संख्या $=\left(2400\times800\times60\times\dfrac{90}{100}\times\dfrac{1}{24\times12\times8}\right)=45000.$

9. विकर्ण $=\sqrt{l^2+b^2+h^2}=28$ तथा $(l+b+h)=44.$
अब, $(l^2+b^2+h^2)=(l+b+h)^2-2(lb+bh+lh)$
$\Rightarrow\ (28)^2=(44)^2-$ (सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल)
$\Rightarrow$ सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $[(44)^2-(28)^2]$ वर्ग सेमी० = $(44+28)(44-28)$ वर्ग सेमी०
= (72×16) वर्ग सेमी० = 1152 वर्ग सेमी०.

10. $(l+b+h)=19$ तथा $(l^2+b^2+h^2)=\left(5\sqrt{5}\right)^2=125.$
अब, $(l+b+h)^2=(l^2+b^2+h^2)+2(lb+bh+lh)$
$\Rightarrow 2(lb+bh+lh)=(l+b+h)^2-(l^2+b^2+h^2)=[(19)^2-125]=(361-125)=236.$
$\therefore$ घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल = 236 वर्ग सेमी०.

11. $lbh=210,\ 2(lb+bh+lh)=214$ तथा $lb=42.$
$\therefore\ h=\dfrac{lbh}{lb}=\dfrac{210}{42}=5.$
अत: $2(42+5b+5l)=214\Rightarrow 42+5(l+b)=107\Rightarrow 5(l+b)=65\Rightarrow l+b=13.$
$(l-b)^2=(l+b)^2-4lb=(13)^2-(4\times42)=(169-168)=1\Rightarrow(l-b)=1.$
$(l+b=13)$ तथा $(l-b)=1$ को हल करने पर, $l=7$ तथा $b=6$.
अत: घनाभ की विमायें हैं 7 सेमी०, 6 सेमी० तथा 5 सेमी०.

12. शहतीर का आयतन $=\left(9\times\dfrac{40}{100}\times\dfrac{20}{100}\right)$ घन मीटर $=\dfrac{18}{25}$ घन मीटर.
शहतीर का भार $=\left(\dfrac{18}{25}\times50\right)$ किग्रा० = 36 किग्रा०.

13. माना टुकड़े की लम्बाई = x सेमी०. तब, आयतन = $(x \times 28 \times 5)$ घन सेमी०.

टुकड़े का भार $= \left(x \times 28 \times 5 \times \frac{25}{1000}\right)$ किग्रा०. $= \frac{7x}{2}$ किग्रा०.

$\therefore \frac{7x}{2} = 112 \Rightarrow x = \frac{(112 \times 2)}{7} = 32.$

अत: टुकड़े की लम्बाई = 32 सेमी०.

14. पानी का बहाव $= \frac{3 \cdot 6 \times 1000}{60}$ मीटर/मिनट = 60 मीटर/मिनट.

पानी का अभीष्ट आयतन $= \left(60 \times 45 \times \frac{25}{10}\right)$ घन मीटर = 6750 घन मीटर.

15. टंकी में पानी का आयतन = 2.6 घन मीटर.

टंकी के आधार का क्षेत्रफल $= \left(\frac{6500}{100 \times 100}\right)$ वर्ग मी० $= \frac{13}{20}$ वर्ग मीटर.

पानी की गहराई $= \frac{\text{आयतन}}{\text{क्षेत्रफल}} = \left(2 \cdot 6 \times \frac{20}{13}\right)$ मीटर = 4 मीटर.

16. माना दिये गये घनाभ की लम्बाई = x मी०, चौड़ाई = y मी० तथा ऊँचाई = z मी०.

घनाभ का आयतन = xyz घन मी०.

नई लम्बाई $= \frac{x}{4}$ मी०, नई चौड़ाई $= \frac{y}{4}$ मी०, नई ऊँचाई $= \frac{z}{4}$ मी०.

नये घनाभ का आयतन $= \left(\frac{x}{4} \times \frac{y}{4} \times \frac{z}{4}\right)$ घन मी० $= \frac{xyz}{64}$ घन मी०.

नये घनाभ का भार $= \left(\frac{1}{64} \times 16\right)$ किग्रा० $= \frac{1}{4}$ किग्रा० = 0.25 किग्रा०.

17. मैदान का क्षेत्रफल = $(1 \cdot 5 \times 10000)$ वर्ग मी० = 15000 वर्ग मी०, गहराई $= \frac{5}{100}$ मीटर.

पानी का आयतन = (क्षेत्रफल × गहराई) $= \left(15000 \times \frac{5}{100}\right)$ घन मीटर = 750 घन मीटर.

18. चादर का आयतन = 0.6 घन मी० = $(0.6 \times 100 \times 100 \times 100)$ घन सेमी०.

चादर का क्षेत्रफल = 1 हैक्टेयर = 10000 वर्ग मी० = $(10000 \times 100 \times 100)$ वर्ग सेमी०.

चादर की मोटाई $= \frac{\text{आयतन}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{0 \cdot 6 \times 100 \times 100 \times 100}{10000 \times 100 \times 100}$ सेमी० $= \frac{0 \cdot 6 \times 10}{100}$ मिमी० = 0·06 मिमी०.

19. दिये गये घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2(lb + bh + lh)$

$= 2 \times (24 \times 14 + 14 \times 7.5 + 24 \times 7.5)$ वर्ग सेमी० = 1242 वर्ग सेमी०.

20. माना लम्बाई = $6x$ सेमी०, चौड़ाई = $5x$ सेमी० तथा ऊँचाई = $4x$ सेमी०. तब,

घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 2[(6x \times 5x) + (5x \times 4x) + (6x \times 4x)]$ वर्ग सेमी० $= (148x^2)$ वर्ग सेमी०.

$\therefore 148x^2 = 33300 \Rightarrow x^2 = 225 = (15)^2 \Rightarrow x = 15.$

$\therefore$ लम्बाई = 90 सेमी०, चौड़ाई = 75 सेमी० तथा ऊँचाई = 60 सेमी०

घनाभ का आयतन = $(90 \times 75 \times 60)$ घन सेमी० = 405000 घन सेमी०.

21. माना कुल डुबकी लगाने वालों की संख्या = x. तब

$x \times 0 \cdot 1 = 24 \times 15 \times \frac{1}{100} \Rightarrow x \times \frac{1}{10} = \frac{18}{5} \Rightarrow x = \left(\frac{18}{5} \times 10\right) \Rightarrow x = 36.$

अत: अभीष्ट व्यक्तियों की संख्या = 36.

22. डिब्बे की लम्बाई = (48 – 8 × 2) सेमी० = 32 सेमी०.
डिब्बे की चौड़ाई = (36 – 8 × 2) सेमी० = 20 सेमी०.
डिब्बे की ऊँचाई = 8 सेमी०.
डिब्बे की धारिता = (32 × 20 × 8) घन सेमी० = 5120 घन सेमी०.

23. दिये गये प्लाट का क्षेत्रफल $= \left(\frac{27}{2} \times \frac{5}{2}\right)$ वर्ग मीटर $= \frac{135}{4}$ वर्ग मीटर.
आयताकार टंकी का क्षेत्रफल $= \left(5 \times \frac{9}{2}\right)$ वर्ग मीटर $= \frac{45}{2}$ वर्ग मीटर.
शेष जगह का क्षेत्रफल $= \left(\frac{135}{4} - \frac{45}{2}\right)$ वर्ग मीटर $= \frac{45}{4}$ वर्ग मीटर.
निकाली गई मिट्टी का आयतन $= \left(5 \times \frac{9}{2} \times \frac{21}{10}\right)$ घन मीटर $= \frac{189}{4}$ घन मीटर.
ऊँचाई में वृद्धि $= \left(\frac{189}{4} \times \frac{4}{45}\right)$ मीटर $= \frac{21}{5}$ मीटर = 4·2 मीटर.

24. धातु का आयतन = [(50 × 40 × 23) – (44 × 34 × 20)] घन सेमी०
= (46000 – 29920) घन सेमी० = 16080 घन सेमी०.
धातु का भार $= \left(16080 \times \frac{5}{10} \times \frac{1}{1000}\right)$ किग्रा० = 8·04 किग्रा०.

25. $\frac{1}{V} = \left(\frac{1}{S} \times \frac{S}{V}\right) = \frac{2(ab+bc+ca)}{S \times abc} = \frac{2}{S}\left(\frac{ab+bc+ca}{abc}\right) = \frac{2}{S}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right).$

26. दिया है $lb = x, bh = y$ तथा $lh = z.$
$\therefore\ xyz = (lb) \times (bh) \times (lh) = (lbh)^2 = V^2.$

27. माना $lb = 2x, bh = 3x$ तथा $lh = 4x.$ तब, $(lbh)^2 = 24x^3.$
$lbh = 9000 \Rightarrow (lbh)^2 = (9000)^2$
$$\Rightarrow 24x^3 = (9000)^2 \Rightarrow x^3 = \frac{9000 \times 9000}{24} = \frac{27000000}{8} = \left(\frac{300}{2}\right)^3 = (150)^3$$
$$\Rightarrow x = 150$$
$\therefore\ lb = 300, bh = 450,\ lh = 600$ तथा $lbh = 9000$
$\Rightarrow h = \frac{lbh}{lb} = \frac{9000}{300} = 30,\ l = \frac{lbh}{bh} = \frac{9000}{450} = 20$ तथा $b = \frac{lbh}{lh} = \frac{9000}{600} = 15.$
$\Rightarrow$ सबसे छोटी भुजा = 15 सेमी०.

28. घन का आयतन $= \frac{1}{2}(25 \times 20 \times 4)$ सेमी०^3 = (1000) सेमी०^3 $= (10)^3$ सेमी०^3
घन की प्रत्येक भुजा = 10 सेमी०.
घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2 = (6 \times 10 \times 10)$ सेमी०^2 = 600 सेमी०^2.

29. घन का विकर्ण $= \sqrt{3}a.$ अत: $\sqrt{3}a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times 2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ सेमी०.
घन का आयतन $= a^3 = (2\sqrt{3})^3 = (8 \times 3 \times \sqrt{3}) = 24\sqrt{3}$ सेमी०^3.

30. माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब, इसका विकर्ण $= \sqrt{3}a$ सेमी०.
$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3} \Rightarrow a = 9$ सेमी०.
अत: घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2 = (6 \times 9 \times 9)$ सेमी०^2 = 486 सेमी०^2.

4	$\overline{22}\,\overline{09}$ (47
	16
87	609
	609
	X

31. माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब इसका सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2$ सेमी०^2.

$\therefore\ 6a^2 = 13254 \Rightarrow a^2 = 2209 = (47)^2 \Rightarrow a = 47$ सेमी०.

विकर्ण की लम्बाई $= \sqrt{3}a$ सेमी० $= 47\sqrt{3}$ सेमी०.

32. माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब, इसका विकर्ण $= \sqrt{3}a$ सेमी०.

$\sqrt{3}a = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 4$ सेमी०.

अत: घन का आयतन $= a^3 = (4)^3 = 64$ सेमी०^3.

33. माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब, इसका आयतन $= a^3$ सेमी०^3.

$\therefore\ a^3 = 512 = (8)^3 \Rightarrow a = 8.$

अत: सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2 = (6\times 8\times 8)$ सेमी०^2 $= 384$ सेमी०^2.

34. घनाभ का आयतन $= (9\times 8\times 6)$ सेमी०^3.

घन का आयतन $= \frac{1}{2}(9\times 8\times 6)$ सेमी०^3 $= 216$ सेमी०^3.

माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०.

तब, $a^3 = 216 = (6)^3 \Rightarrow a = 6$ सेमी०.

घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2 = (6\times 6\times 6)$ सेमी०^2 $= 216$ सेमी०^2.

35. बड़े घन का आयतन = $(25 \times 25 \times 25)$ सेमी०^3.

प्रत्येक छोटे घन का आयतन = $(5 \times 5 \times 5)$ सेमी०^3.

छोटे घनों की संख्या $= \dfrac{(25\times 25\times 25)}{(5\times 5\times 5)} = 125.$

36. नये घन का आयतन $= \left[(6)^3 + (8)^3 + (10)^3\right]$ सेमी०^3

$= (216 + 512 + 1000)$ सेमी०^3 $= 1728$ सेमी०^3.

नये घन की प्रत्येक भुजा $= (1728)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^3 \times 6^3}$

$= (2 \times 6)$ सेमी० $= 12$ सेमी०.

37. माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब, सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2$ सेमी०^2.

$\therefore\ 6a^2 = 150 \Rightarrow a^2 = 25 = (5)^2 \Rightarrow a = 5.$

घन का आयतन $= a^3 = 5^3 = 125$ सेमी०^3.

38. माना तीसरे घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब

$(12)^3 = (6)^3 + (8)^3 + a^3 \Rightarrow a^3 = (1728) - (216 + 512) = (1728 - 728) = 1000$

$\Rightarrow a^3 = (10)^3 \Rightarrow a = 10$ सेमी०.

अत: घन की प्रत्येक भुजा = 10 सेमी०.

39. घन का आयतन = घनाभ का आयतन

$= (72\times 75\times 135) = (3^2\times 2^3\times 3\times 5^2\times 5\times 3^3)$

$= (3^3\times 2^3\times 3^3\times 5^3) = (3\times 2\times 3\times 5)^3 = (90)^3.$

घन की प्रत्येक भुजा = 90 सेमी०.

40. घनाभ की लम्बाई = 16 सेमी०, चौड़ाई = 8 सेमी० तथा ऊँचाई = 8 सेमी०.

$\therefore$ घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + lh)$

$= 2(16\times 8 + 8\times 8 + 16\times 8)$ सेमी०^2 $= 2(128 + 64 + 128)$ सेमी०^2 $= 640$ सेमी०^2.

41. प्रत्येक घन का आयतन = 125 सेमी०^3 = $(5)^3$ सेमी०^3.
प्रत्येक घन की प्रत्येक भुजा = 5 सेमी०.
नये घनाभ की लम्बाई = (3×5) सेमी० = 15 सेमी०, चौड़ाई = 5 सेमी०, ऊँचाई = 5 सेमी०.
∴ इस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$
$= 2(15 \times 5 + 5 \times 5 + 15 \times 5)$ सेमी०^2 $= 2(75 + 25 + 75)$ सेमी०^2 = 350 सेमी०^2.

42. लकड़ी के टुकड़े का आयतन = $(6 \times 9 \times 12)$ घन सेमी० = 648 घन सेमी०.
सबसे बड़े घन की भुजा = {6, 9, 12 का म०स०} सेमी० = 3 सेमी०.
इस घन का आयतन = $(3 \times 3 \times 3)$ घन सेमी० = 27 घन सेमी०.
अभीष्ट घनों की संख्या $= \left(\frac{648}{27}\right) = 24.$

43. पानी के आयतन में वृद्धि = घन का आयतन.
माना पानी की सतह में वृद्धि = x सेमी०. तब,
$$20 \times 15 \times x = 15 \times 15 \times 15 \Rightarrow x = \frac{(15\times15)}{20} = \frac{45}{4} \text{ सेमी०} = 11.25 \text{ सेमी०}.$$

44. माना इन घनों की भुजायें क्रमशः a तथा b हैं. तब
$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{27}{64} = \frac{3^3}{4^3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4}.$$
इनके सम्पूर्ण पृष्ठों के क्षेत्रफलों का अनुपात $= \frac{6a^2}{6b^2} = \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} = 9 : 16.$

45. नये घन का आयतन $= \left[\left(\frac{30}{100}\right)^3 + \left(\frac{40}{100}\right)^3 + \left(\frac{50}{100}\right)^3\right]$ घनमीटर
$$= \left[\left(\frac{3}{10}\right)^3 + \left(\frac{4}{10}\right)^3 + \left(\frac{5}{10}\right)^3\right] \text{ घनमीटर} = \left(\frac{27}{1000} + \frac{64}{1000} + \frac{125}{1000}\right) \text{ घनमीटर}$$
$$= \left(\frac{216}{1000}\right) \text{ घनमीटर} = \left(\frac{6}{10}\right)^3 \text{ घनमीटर}.$$
इन घन की प्रत्येक भुजा $= \frac{6}{10}$ मीटर $= \frac{3}{5}$ मीटर.
इस घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2 = \left[6 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2\right]$ वर्ग मीटर $= \left(\frac{6\times9}{25}\right)$ वर्ग मीटर
$= \frac{54}{25}$ वर्ग मीटर = 2·16 वर्ग मीटर.

46. माना घन की प्रत्येक भुजा = a. तब, इसका आयतन $= a^3$.
नये घन की प्रत्येक भुजा $= \left(a \times \frac{150}{100}\right) = \frac{3a}{2}$. नये घन का आयतन $= \left(\frac{3a}{2}\right)^3 = \frac{27a^3}{8}.$
आयतन में वृद्धि $= \left(\frac{27a^3}{8} - a^3\right) = \frac{19a^3}{8}.$
आयतन में वृद्धि % $= \left(\frac{19a^3}{8} \times \frac{1}{a^3} \times 100\right)\% = \frac{475}{2}\% = 237\frac{1}{2}\%.$

47. माना घन की प्रत्येक भुजा = a. तब, इसका सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2$.

नये घन की प्रत्येक भुजा = $2a$. नये घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6\times(2a)^2 = 24a^2$.

सम्पूर्ण पृष्ठ में वृद्धि $= (24a^2 - 6a^2) = 18a^2$.

सम्पूर्ण पृष्ठ में वृद्धि % $= \left(\frac{18a^2}{6a^2}\times 100\right)\% = 300\%$.

48. यहाँ $r = \frac{7}{2}$ सेमी० तथा $h = 8$ सेमी०,

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= (2\pi rh + 2\pi r^2)$

$= 2\pi r(h+r) = \left[2\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\left(8+\frac{7}{2}\right)\right]$ सेमी०^2

$= \left(22\times\frac{23}{2}\right)$ सेमी०^2 $= 253$ सेमी०^2.

49. माना बेलनों की आधार त्रिज्यायें क्रमशः $2x$ तथा $3x$ हैं तथा इनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः $5y$ तथा $3y$ हैं. तब,

इनके आयतनों का अनुपात $= \frac{\pi\times(2x)^2\times 5y}{\pi\times(3x)^2\times 3y} = \frac{20}{27} = 20:27$.

50. माना बेलनों की आधार त्रिज्यायें क्रमशः $3x$ तथा $5x$ हैं तथा इनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः $2y$ तथा $3y$ हैं. तब,

इनके वक्रपृष्ठों के क्षेत्रफलों का अनुपात $= \frac{2\pi\times 3x\times 2y}{2\pi\times 5x\times 3y} = \frac{2}{5} = 2:5$.

51. माना स्तम्भ का अर्द्धव्यास = r मीटर तथा ऊँचाई = h मीटर.

तब, $\frac{\text{वक्रपृष्ठ}}{\text{आयतन}} = \frac{264}{924} \Rightarrow \frac{2\pi rh}{\pi r^2 h} = \frac{2}{7} \Rightarrow r = 7$ मीटर.

$2\pi rh = 264 \Rightarrow 2\times\frac{22}{7}\times 7\times h = 264 \Rightarrow h = \frac{264}{44} = 6$.

$\therefore$ व्यास : ऊँचाई $= 2r : h = 14:6 = 7:3$.

52. दिया है $2r = 42$ तथा $2\pi rh = 1320$.

$\therefore\ 2\times\frac{22}{7}\times 21\times h = 1320 \Rightarrow 132h = 1320 \Rightarrow h = 10$ सेमी०.

53. माना $r = 2x$ सेमी० तथा $h = 3x$ सेमी०.

तब, $\pi r^2 h = 12936 \Rightarrow \frac{22}{7}\times 4x^2\times 3x = 12936$

$\Rightarrow x^3 = \left(\frac{12936\times 7}{22\times 12}\right) = (7)^3 \Rightarrow x = 7$.

$\therefore r = 14$ सेमी० तथा $h = 21$ सेमी०.

अतः सम्पूर्ण पृष्ठ $= (2\pi rh + 2\pi r^2) = 2\pi r(h+r)$

$= \left[2\times\frac{22}{7}\times 14\times(21+14)\right]$ सेमी०^2 $= 3080$ सेमी०^2.

54. दिया है : $h = 14$ सेमी० तथा $2\pi rh = 88$.

$\therefore\ 2\times\frac{22}{7}\times r\times 14 = 88 \Rightarrow r = 1$.

अतः बेलन के आधार की त्रिज्या = 1 सेमी०.

55. माना बेलन A का अर्द्धव्यास = $3x$ तथा बेलन B का अर्द्धव्यास = $2x$.

माना A की ऊँचाई = ny तथा B की ऊँचाई = y.

तब, A का आयतन = 3 × (B का आयतन)

$\Rightarrow \pi\times(3x)^2\times ny = 3\times\left[\pi\times(2x)^2\times y\right] \Rightarrow 9n(\pi x^2 y) = 12\,(\pi x^2 y)$

$\Rightarrow n = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}.$

56. प्रत्येक सिक्के के लिए, $r = \frac{75}{100}$ सेमी० $= \frac{3}{4}$ सेमी० तथा $h = \frac{2}{10}$ सेमी० $= \frac{1}{5}$ सेमी०.

प्रत्येक सिक्के का आयतन $= \pi r^2 h = \left(\pi\times\frac{9}{16}\times\frac{1}{5}\right)$ सेमी०$^3 = \frac{9\pi}{80}$ सेमी०^3.

माना सिक्कों की अभीष्ट संख्या $= n$.

बनाये जाने वाले बेलन का आयतन $= \pi R^2 H = [\pi\times(3)^2\times 8]$ सेमी०^3 $= 72\,\pi$ सेमी०^3.

$\therefore\ n\times\frac{9\pi}{80} = 72\pi \Rightarrow n = \left(\frac{72\times 80}{9}\right) = 640.$

अत: सिक्कों की अभीष्ट संख्या = 640.

57. माना बेलन के आधार की त्रिज्या $= r$ तथा ऊँचाई $= h$.

तब, बेलन का आयतन $= \pi r^2 h.$

नया आधार $= \left(r\times\frac{110}{100}\right) = \frac{11r}{10}$, नई ऊँचाई $= \left(h\times\frac{110}{100}\right) = \frac{11h}{10}.$

नये बेलन का आयतन $= \pi\times\left(\frac{11r}{10}\right)^2\times\left(\frac{11h}{10}\right) = \left(\frac{1331}{1000}\right)\pi r^2 h.$

आयतन में वृद्धि $= \left(\frac{1331}{1000}\pi r^2 h - \pi r^2 h\right) = \left(\frac{331}{1000}\right)\pi r^2 h.$

आयतन में वृद्धि % $= \left(\frac{331}{1000}\times\pi r^2 h\times\frac{1}{\pi r^2 h}\times 100\right)\% = \frac{331}{10}\% = 33\cdot 1\%.$

58. माना बेलन के आधार की त्रिज्या $= r$ तथा ऊँचाई $= h$.

तब, बेलन का वक्रपृष्ठ $= 2\pi rh.$

नये आधार की त्रिज्या $= \left(r\times\frac{90}{100}\right) = \frac{9r}{10}$, नई ऊँचाई $= \left(h\times\frac{115}{100}\right) = \frac{23h}{20}.$

नये बेलन का वक्रपृष्ठ $= \left(2\pi\times\frac{9r}{10}\times\frac{23h}{20}\right) = \frac{207}{200}(2\pi rh).$

वक्रपृष्ठ में वृद्धि $= \left(\frac{207}{200} - 1\right)(2\pi rh) = \frac{7}{200}(2\pi rh).$

वक्रपृष्ठ में वृद्धि % $= \left(\frac{7}{200}\times 2\pi rh\times\frac{1}{2\pi rh}\times 100\right)\% = \frac{7}{2}\% = 3\cdot 5\%.$

59. दिया है : $r = \frac{35}{2}$ सेमी० तथा $h = (1\cdot 2\times 100)$ सेमी० = 120 सेमी०.

पार्श्व-पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= \left(2\times\frac{22}{7}\times\frac{35}{2}\times 120\right)$ सेमी०^2 = 13200 सेमी०^2.

60. दिया है : $2\pi rh = 528$ तथा $\pi r^2 h = 2772.$

$\frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{2772}{528} = 5\cdot 25 \Rightarrow r = 10\cdot 5 = \frac{21}{2}.$

$\therefore\ 2\times\frac{22}{7}\times\frac{21}{2}\times h = 528 \Rightarrow h = \frac{528}{66} = 8.$

अत: खम्भे की ऊँचाई = 8 मीटर.

61. सम्पूर्ण पृष्ठ = 231 सेमी॰^{2}, वक्र-पृष्ठ $=\left(\frac{2}{3}\times 231\right)$ सेमी॰^{2} = 154 सेमी॰^{2}.

$2\pi rh = 154$ तथा $2\pi rh + 2\pi r^2 = 231$.

$\therefore\ (154+2\pi r^2) = 231 \Rightarrow 2\pi r^2 = 77 \Rightarrow 2\times\frac{22}{7}\times r^2 = 77$

$$\Rightarrow r^2 = \left(77\times\frac{7}{44}\right) = \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2 \Rightarrow r = \frac{7}{2}.$$

$\therefore\ 2\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times h = 154 \Rightarrow h = 7$.

बेलन का आयतन $=\pi r^2 h = \left(\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times 7\right)$ सेमी॰^{3} $=\frac{539}{2}$ सेमी॰^{3} = 269·5 सेमी॰^{3}.

62. दिया है : $\frac{2\pi rh}{2\pi rh+2\pi r^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi rh}{2\pi r(h+r)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h}{(h+r)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2h = h+r \Rightarrow h = r.$

$2\pi rh + 2\pi r^2 \Rightarrow 2\pi r(h+r) = 616$

$\Rightarrow 4\pi r^2 = 616 \quad [\because \underline{h=r}].$

$\Rightarrow 4\times\frac{22}{7}\times r^2 = 616 \Rightarrow r^2 = \left(616\times\frac{7}{88}\right) = 49 \Rightarrow r = 7 = h.$

बेलन का आयतन $=\pi r^2 h = \left(\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 7\right)$ सेमी॰^{3} = 1078 सेमी॰^{3}.

63. माना तार की अभीष्ट लम्बाई = x मीटर. गोले की त्रिज्या = 0·1 सेमी॰ $=\frac{1}{1000}$ मी॰.

तब, तार का आयतन = गोले का आयतन

$\Rightarrow \pi\times\left(\frac{1}{1000}\right)^2\times x = \frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{100}\right)^3$

$\Rightarrow x = \left(\frac{4}{3}\times\frac{27}{1000000}\times 1000000\right)$ मीटर = 36 मीटर.

64. माना तार की त्रिज्या = r तथा लम्बाई = h.

इस तार का आयतन $=\pi r^2 h$.

नई तार की त्रिज्या $=\frac{r}{3}$. माना नई लम्बाई = H.

इस तार का आयतन $=\pi\left(\frac{r}{3}\right)^2\times H = \frac{\pi r^2 H}{9}$.

$\pi r^2 h = \frac{\pi r^2 H}{9} \Rightarrow H = 9h.$

नई तार की लम्बाई = 9 × (दिये गये तार की लम्बाई).

65. प्रत्येक सिक्के का अर्द्धव्यास $=\left(\frac{15}{2\times 10}\right)$ सेमी॰ $=\frac{3}{4}$ सेमी॰, ऊँचाई $=\frac{2}{10}$ सेमी॰ $=\frac{1}{5}$ सेमी॰.

प्रत्येक सिक्के का आयतन $=\left\{\pi\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{5}\right\} = \frac{9\pi}{80}$ सेमी॰^{3}.

नये बेलन का अर्द्धव्यास $=\left(\frac{45}{2\times 10}\right)$ सेमी॰ $=\frac{9}{4}$ सेमी॰, ऊँचाई = 10 सेमी॰.

इस बेलन का आयतन $=\left\{\pi\times\left(\frac{9}{4}\right)^2\times 10\right\} = \frac{405\pi}{8}$ सेमी॰^{3}.

माना अभीष्ट सिक्कों की संख्या = n.

तब, $n\times\frac{9\pi}{80}=\frac{405\pi}{8}\Rightarrow n=\left(\frac{405}{8}\times\frac{80}{9}\right)=450.$

अत: अभीष्ट सिक्कों की संख्या = 450.

66. दिया है : $(r+h)=37$.

सम्पूर्ण पृष्ठ $=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi r(r+h)=(2\pi r\times 37)$

$2\pi r\times 37=1628\Rightarrow 2\times\frac{22}{7}\times r\times 37=1628$

$\Rightarrow r=\left(1628\times\frac{7}{44\times 37}\right)=7.$

$\therefore$ $r=7$ मीटर तथा $h=30$ मीटर.

बेलन का आयतन $=\pi r^2h=\left(\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 30\right)$ मी॰^{3} $=4620$ मी॰^{3}.

67. दोनों बर्तनों के पानी का कुल आयतन $=\left[\left\{\pi\times(15)^2\times 35\right\}+\left\{\pi\times(10)^2\times 15\right\}\right]$ घन सेमी॰

$=(7875\pi+1500\pi)$ घन सेमी॰ = 9375 घन सेमी॰.

माना नये बर्तन के आधार की त्रिज्या = r सेमी॰. तब

$\pi r^2\times 15=9375\pi\Rightarrow r^2=625=(25)^2\Rightarrow r=25.$

$\therefore$ अभीष्ट त्रिज्या = 25 सेमी॰.

68. माना दिये गये बेलनों की त्रिज्यायें क्रमश: R तथा r हैं तथा ऊँचाईयाँ क्रमश: h तथा $3h$ हैं. तब

$\pi R^2h=\pi r^2(3h)\Rightarrow\frac{R^2}{r^2}=\frac{3}{1}\Rightarrow\frac{R}{r}=\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{3}{\sqrt{3}}\Rightarrow R:r=3:\sqrt{3}.$

69. पाईप की बाहरी त्रिज्या $=\frac{25}{10}$ सेमी॰ $=\frac{5}{2}$ सेमी॰ तथा अन्दरी त्रिज्या $=\frac{15}{10}$ सेमी॰ $=\frac{3}{2}$ सेमी॰.

लोहे का आयतन $=\left\{\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2\times 100-\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times 100\right\}$ घन सेमी॰

$=\left\{\pi\times 100\times\left(\frac{25}{4}-\frac{9}{4}\right)\right\}$ घन सेमी॰ $=\left(\frac{22}{7}\times 400\right)$ घन सेमी॰ $=\frac{8800}{7}$ घन सेमी॰.

लोहे का भार $=\left(\frac{8800}{7}\times\frac{21}{1000}\right)$ किग्रा॰ = 26·4 किग्रा॰.

70. 1 सैकण्ड में गिरने वाले पानी का आयतन $=\left\{\pi\times\left(\frac{1}{100}\right)^2\times 6\right\}$ घन मीटर.

30 मिनट में गिरने वाले पानी का आयतन $=\left(\pi\times\frac{1}{100}\times\frac{1}{100}\times 6\times 60\times 30\right)$ घन मीटर

$=\frac{108\pi}{100}$ घन मीटर $=\frac{27\pi}{25}$ घन मीटर.

माना पानी के स्तर में वृद्धि = x मीटर. तब

$\pi\times\left(\frac{60}{100}\right)^2\times x=\frac{27\pi}{25}\Rightarrow\frac{9}{25}x=\frac{27}{25}\Rightarrow x=\left(\frac{27}{25}\times\frac{25}{9}\right)=3.$

अत: पानी के स्तर में वृद्धि = 3 मीटर.

71. माना तार की त्रिज्या = r सेमी॰. तब

$$\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 8=\pi r^2\times 1800 \Rightarrow r^2=\frac{1}{900}=\left(\frac{1}{30}\right)^2 \Rightarrow r=\frac{1}{30}.$$

अत: तार की त्रिज्या $=\frac{1}{30}$ सेमी॰.

72. पहले पाईप का आयतन = $[\pi\times(1)^2\times h]$ घन इंच = (πh) घन इंच.

दूसरे पाईप का आयतन = $[\pi\times(2)^2\times h]$ घन इंच = $(4\pi h)$ घन इंच.

दूसरे पाईप से 4 गुना पानी जायेगा.

अत: इस पाईप द्वारा टंकी को भरने में लगा समय $=\left(\frac{1}{4}\times 60\right)$ मिनट = 15 मिनट.

73. माना पानी के स्तर में वृद्धि = h सेमी॰. तब

$$\pi\times(40)^2\times h=\frac{4}{3}\pi\times(30)^3 \Rightarrow h=\left(\frac{4}{3}\times\frac{27000}{1600}\right)\Rightarrow h=\frac{45}{2}.$$

∴ पानी के स्तर में वृद्धि = 22·5 सेमी॰.

74. सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = बाहरी क्षेत्र॰ + अन्दरी सतह का क्षेत्र॰ + अन्तिम छोरों का क्षेत्र॰

$$=\left(2\pi\times\frac{25}{2}\times 20\right)+\left(2\pi\times\frac{23}{2}\times 20\right)+2\pi\times\left\{\left(\frac{25}{2}\right)^2-\left(\frac{23}{2}\right)^2\right\}$$

= $(500\,\pi+460\,\pi+48\,\pi)$ वर्ग सेमी॰

= $(1008\,\pi)$ वर्ग सेमी॰ $=\left(1008\times\frac{22}{7}\right)$ वर्ग सेमी॰ = 3168 वर्ग सेमी॰.

75. कुयें की अन्दरी सतह का क्षेत्रफल $=2\pi rh$

$=\left(2\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{45}{2}\right)$ मीटर^2 = 495 मीटर^2.

अभीष्ट खर्च = ₹ (495 × 30) = ₹ 14850.

76. माना बेलन के आधार की त्रिज्या = r सेमी॰. तब

$$2\pi r=44 \Rightarrow 2\times\frac{22}{7}\times r=44 \Rightarrow r=\left(44\times\frac{7}{44}\right)=7$$ सेमी॰.

अत: $r=7$ तथा $h=100$.

∴ $V=\pi r^2 h=\left(\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 100\right)$ सेमी॰^{3} = 15400 सेमी॰^{3}.

अत: बेलन का आयतन = 15400 घन सेमी॰.

77. सुरंग से निकली मिट्टी का आयतन $=\pi r^2 h$

$=\left(\frac{22}{7}\times 2\times 2\times 56\right)$ मीटर^3 = (22 × 32) मीटर^3.

खाई का आयतन $=\left(48\times\frac{33}{2}\times 4\right)$ मीटर^3 = (48 × 66) मीटर^3.

अभीष्ट भाग $=\frac{(22\times 32)}{(48\times 66)}=\frac{2}{9}.$

78. माना प्रत्येक का अर्द्धव्यास = r इकाई तथा बेलन की ऊँचाई = h इकाई. तब,

$$\pi r^2 h=\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r=\frac{3}{4}h \Rightarrow 2r=\frac{3}{2}h.$$

(गोले का व्यास) : (बेलन की ऊँचाई) $=\frac{2r}{h}=\frac{3}{2}=3:2.$

79. बेलन का आयतन $= \pi R^2 H = (\pi \times 8 \times 8 \times 2)$ सेमी॰^{3} $= (128\pi)$ सेमी॰^{3}.

माना प्रत्येक गोले का व्यास $= 2r$ सेमी॰.

तब, प्रत्येक गोले का आयतन $= \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$ सेमी॰^{3}.

$\therefore\ 12 \times \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = 128\pi \Rightarrow r^3 = 8 = 2^3 \Rightarrow r = 2.$

अत: प्रत्येक गोले का व्यास $= 2r = 4$ सेमी॰.

80. गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{3}{100}\right)^3$ घन मीटर.

माना तार की लम्बाई $= x$ मीटर.

तब, $\pi \times \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{100}\right)^2 \times x = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{3}{100}\right)^3 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \times \frac{27}{10^6} \times 10^6 \Rightarrow x = 36.$

अभीष्ट लम्बाई $= 36$ मीटर.

81. माना गोले का प्रारम्भिक अर्द्धव्यास $= r$ मीटर.

तब, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= (4\pi r^2)$ वर्ग मीटर.

गोले का नया अर्द्धव्यास $= (r + 2)$ मीटर.

$\therefore$ नये गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi(r + 2)^2$ वर्ग मीटर.

$\therefore 4\pi(r+2)^2 - 4\pi r^2 = 704$

$\Rightarrow 4\pi(r^2 + 4r + 4) - 4\pi r^2 = 704$

$\Rightarrow 16\pi r + 16\pi = 704 \Rightarrow 16\pi(r+1) = 704$

$\Rightarrow 16 \times \frac{22}{7} \times (r+1) = 704 \Rightarrow (r+1) = \left(704 \times \frac{7}{16 \times 22}\right) = 14 \Rightarrow r = 13.$

$\therefore$ गोले का प्रारम्भिक अर्द्धव्यास $= 13$ मीटर.

82. तीनों गेंदों को पिघलाने पर प्राप्त आयतन $= \left[\frac{4}{3}\pi \times (1)^3 + \frac{4}{3}\pi \times (2)^3 + \frac{4}{3}\pi \times (3)^3\right]$ सेमी॰^{3}

$= \frac{4}{3}\pi \times \{1 + 8 + 27\}$ सेमी॰^{3} $= (48\pi)$ सेमी॰^{3}.

इनसे बची सामग्री $= \left(48\pi \times \frac{75}{100}\right)$ सेमी॰^{3} $= (36\pi)$ सेमी॰^{3}.

माना नई गेंद की त्रिज्या $= r$ सेमी॰.

$\therefore\ \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Rightarrow r^3 = \left(36 \times \frac{3}{4}\right) = 27 = 3^3 \Rightarrow r = 3$ सेमी॰.

अत: नई गेंद की त्रिज्या $= 3$ सेमी॰.

83. माना नये गोले की त्रिज्या $= r$ सेमी॰. तब

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times \{(3)^3 + (4)^3 + (5)^3\} \Rightarrow r^3 = (27 + 64 + 125) = 216 = (6)^3$$
$$\Rightarrow r = 6.$$

अत: बड़े गोले की त्रिज्या $= 6$ सेमी॰.

84. माना गोलों के अर्द्धव्यास क्रमश: $3x$ तथा $2x$ हैं. तब,

इन गोलों के आयतनों का अनुपात $= \dfrac{\frac{4}{3}\pi\,(3x)^3}{\frac{4}{3}\pi\,(2x)^3} = \frac{27x^3}{8x^3} = \frac{27}{8} = 27 : 8.$

85. माना गोलों के अर्द्धव्यास क्रमशः x तथा $4x$ हैं. तब,

इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात $= \dfrac{4\pi(x)^2}{4\pi(4x)^2} = \dfrac{4\pi x^2}{64\pi x^2} = \dfrac{4}{64} = \dfrac{1}{16} = 1:16.$

86. बड़े से बड़े सम्भव घन का विकर्ण = गोले का व्यास = $2r$ सेमी०.

इस घन की प्रत्येक भुजा $= \dfrac{2r}{\sqrt{3}}$ सेमी०.

इस घन का आयतन $= \left(\dfrac{2r}{\sqrt{3}}\right)^3$ सेमी०^3 $= \dfrac{8r^3}{3\sqrt{3}}$ सेमी०^3.

87. माना ठोस गोलों की अभीष्ट संख्या = n. तब

$$n \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \pi \times (2)^2 \times 54 \Rightarrow n \times \frac{4}{3} \times \frac{27}{8} = 4 \times 54$$

$$\therefore\ n = \frac{4 \times 54 \times 24}{4 \times 27} = 48.$$

गोलों की अभीष्ट संख्या = 48.

88. माना बेलन की अभीष्ट लम्बाई = x सेमी०.

खोखले बेलन का बाहरी अर्द्धव्यास = 10 सेमी०, अन्दरी अर्द्धव्यास = (10 – 0·25) सेमी० = 9·75 सेमी० तथा लम्बाई = 16 सेमी०.

$$\pi \times (1)^2 \times x = \pi\,[(10)^2 - (9{\cdot}75)^2] \times 16 \Rightarrow x = (19{\cdot}75 \times 0{\cdot}25 \times 16) = 79 \text{ सेमी०}.$$

89. माना गोले की त्रिज्या = r सेमी०. तब

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4851 \Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = 4851$$

$$\Rightarrow r^3 = \left(4851 \times \frac{21}{88}\right) = \frac{441 \times 21}{8} = \left(\frac{21}{2}\right)^3 \Rightarrow r = \frac{21}{2}.$$

गोले के वक्र-पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$$= \left(4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right) \text{ सेमी०}^2 = 1386 \text{ सेमी०}^2.$$

90. माना गोले की त्रिज्या = r सेमी०. तब

$$4\pi r^2 = 5544 \Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 5544$$

$$\Rightarrow r^2 = \left(5544 \times \frac{7}{88}\right) = 441 = (21)^2 \Rightarrow r = 21.$$

$\therefore$ गोले का आयतन $= \dfrac{4}{3}\pi r^3$

$$= \left(\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21\right) \text{ सेमी०}^3 = 38808 \text{ सेमी०}^3.$$

91. माना घन की प्रत्येक भुजा = a तथा गोले की त्रिज्या = r.

तब, $6a^2 = 4\pi r^2 \Rightarrow \dfrac{a^2}{r^2} = \dfrac{4\pi}{6}$.

इनके आयतनों का अनुपात $= \dfrac{a^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \dfrac{3a^3}{4\pi r^3} = \dfrac{3}{4\pi} \cdot \left(\dfrac{a^2}{r^2}\right) \cdot \left(\dfrac{a}{r}\right)$

$$= \frac{3}{4\pi} \times \frac{4\pi}{6} \times \sqrt{\frac{4\pi}{6}} = \sqrt{\frac{\pi}{6}} = \sqrt{\pi} : \sqrt{6}.$$

92. माना घन की भुजा = a इकाई. तब, गोले की त्रिज्या $= \frac{a}{2}$ इकाई.

घन का आयतन $= a^3$ घन इकाई तथा गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi \times \frac{a^3}{8} = \frac{\pi a^3}{6}$.

अभीष्ट अनुपात $= a^3 : \frac{\pi a^3}{6} = 6 : \pi$.

93. माना गोले की त्रिज्या = शंकु की त्रिज्या = r तथा शंकु की ऊँचाई = h.

दिया है कि गोले तथा शंकु के आयतन समान हैं.

अतः $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow 4r = h \Rightarrow \frac{2r}{h} = \frac{1}{2} = 1:2$.

94. माना बेलन की त्रिज्या = $3x$ तथा शंकु की त्रिज्या = $4x$.

माना बेलन की ऊँचाई = $2h$ तथा शंकु की ऊँचाई = $3h$.

इनके आयतनों का अनुपात $= \dfrac{\pi \times (3x)^2 \times 2h}{\frac{1}{3}\pi \times (4x)^2 \times 3h} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8} = 9:8$.

95. माना दो शंकुओं के आधार के व्यास क्रमशः $4x$ तथा $5x$ हैं तथा इनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः h तथा H हैं. तब

इनके आयतनों का अनुपात $= \dfrac{\frac{1}{3}\pi \times (4x)^2 \times h}{\frac{1}{3}\pi \times (5x)^2 \times H} = \frac{16h}{25H}$.

दिया है : $\frac{16h}{25H} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h}{H} = \left(\frac{1}{4} \times \frac{25}{16}\right) = \frac{25}{64} = 25:64$.

96. माना दो शंकुओं के आधार के व्यास क्रमशः $3x$ तथा $5x$ हैं तथा इनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः y तथा $3y$ हैं. तब

इनके आयतनों का अनुपात $= \dfrac{\frac{1}{3}\pi \times (3x)^2 \times y}{\frac{1}{3}\pi \times (5x)^2 \times 3y} = \frac{9}{75} = \frac{3}{25} = 3:25$.

97. माना प्रत्येक का अर्द्धव्यास = r तथा प्रत्येक की ऊँचाई = h. तब

इनके आयतनों का अनुपात $= \pi r^2 h : \frac{1}{3}\pi r^2 h : \frac{4}{3}\pi r^3$

$= h : \frac{1}{3}h : \frac{4}{3}r = 3h : h : 4r$

$= 3h : h : 2h = 3:1:2$ [$\because$ गोले में $2r = h$]

98. माना प्रत्येक की त्रिज्या = r तथा गोले की ऊँचाई = $2r$.

माना बेलन की ऊँचाई = h तथा शंकु की ऊँचाई = H.

दिया है : गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ = बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ

$\therefore 4\pi r^2 = (2\pi rh + 2\pi r^2) = (\pi rl + \pi r^2) = \pi r\left(\sqrt{r^2 + H^2}\right) + \pi r^2$

$4\pi r^2 = 2\pi r(h + r) \Rightarrow h + r = 2r \Rightarrow h = r$.

$4\pi r^2 = \pi r\sqrt{r^2 + H^2} + \pi r^2$

$\Rightarrow 4\pi r^2 = \pi r\left[\sqrt{r^2 + H^2} + r\right] \Rightarrow \sqrt{r^2 + H^2} = 3r$

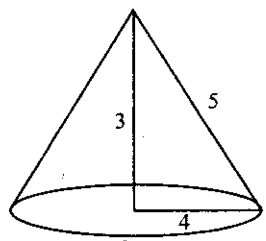
$\Rightarrow r^2 + H^2 = 9r^2 \Rightarrow 8r^2 = H^2 \Rightarrow H = 2\sqrt{2}r$.

इनकी ऊँचाईयों का अनुपात $= 2r : h : H = 2r : r : 2\sqrt{2}r = 2:1:2\sqrt{2}$.

99. माना शंकु, अर्द्ध-गोले तथा बेलन में से प्रत्येक की त्रिज्या $= r$
तथा प्रत्येक की ऊँचाई $= h$. तब $h = r$.
इनके आयतनों का अनुपात $= \frac{1}{3}\pi r^2 h : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^2 h$
$= \frac{1}{3}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^3 = 1:2:3.$

100. माना शंकु के आधार की त्रिज्या $= r$ तथा ऊँचाई $= h$.
तब, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h.$
नई त्रिज्या $= \left(r \times \frac{50}{100}\right) = \frac{r}{2}$, नई ऊँचाई $= \left(h \times \frac{300}{100}\right) = 3h.$
शंकु का नया आयतन $= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 \times 3h = \frac{1}{4}\pi r^2 h.$
आयतन में कमी $= \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h - \frac{1}{4}\pi r^2 h\right) = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)\pi r^2 h = \frac{1}{12}\pi r^2 h.$
आयतन में कमी $\% = \left(\frac{1}{12}\pi r^2 h \times \frac{3}{\pi r^2 h} \times 100\right)\% = 25\%.$

101. इस शंकु के लिए $r = 4$ सेमी॰ तथा $h = 3$ सेमी॰.
शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \left(\frac{1}{3}\pi \times 16 \times 3\right)$
$= (16\pi)$ सेमी॰^{3}.



102. माना शंकुओं की अभीष्ट संख्या $= n$. तब
$n.\left\{\frac{1}{3}\pi \times (3)^2 \times 4\right\} = \frac{4}{3}\pi \times (6)^3 \Rightarrow 9n = 216 \Rightarrow n = 24.$
अत: शंकुओं की अभीष्ट संख्या $= 24$.

103. माना शंकु के आधार की त्रिज्या $= r$ तथा ऊँचाई $= h$.
तब, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h.$
नए शंकु के आधार की त्रिज्या $= \left(\frac{110}{100} \times r\right) = \frac{11r}{10}$ तथा नई ऊँचाई $= \left(\frac{110}{100} \times h\right) = \frac{11h}{10}.$
नए शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{11r}{10}\right)^2 \times \frac{11h}{10} = \frac{1}{3}\pi r^2 h\left(\frac{1331}{1000}\right).$
आयतन में वृद्धि $= \frac{1}{3}\pi r^2 h\left(\frac{1331}{1000} - 1\right) = \frac{1}{3}\pi r^2 h \times \frac{331}{1000}.$
आयतन में वृद्धि $\% = \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h \times \frac{331}{1000} \times \frac{3}{\pi r^2 h} \times 100\right)\% = \frac{331}{10}\% = 33 \cdot 1\%.$

104. बेलन का अर्द्धव्यास = गोले का अर्द्धव्यास $= \frac{d}{2}$. बेलन की ऊँचाई $= h$.
दिया है गोले का आयतन = बेलन का आयतन.
$\therefore \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \times h \Rightarrow \frac{d^3}{6} = \frac{d^2}{4} \times h \Rightarrow \frac{3h}{2} = d \Rightarrow 3h = 2d.$

105. शंकु का आयतन $=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\left(\frac{1}{3}\pi\times4\times8\right)$ सेमी॰^{3} $=\left(\frac{32\pi}{3}\right)$ सेमी॰^{3}.

माना गोले की त्रिज्या $= r$. तब, गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi r^3$.

$\therefore\ \frac{4}{3}\pi r^3=\frac{32\pi}{3}\Rightarrow r^3=8\Rightarrow r^3=2^3\Rightarrow r=2\Rightarrow d=2r=4$ सेमी॰.

अत: गोले का व्यास = 4 सेमी॰.

106. तार की लम्बाई = (36 × 100) सेमी॰, तार का अर्द्धव्यास = 1 मिमी॰ $=\frac{1}{10}$ सेमी॰.

तब, तार का आयतन $=\left[\pi\times\left(\frac{1}{10}\right)^2\times36\times100\right]$ सेमी॰^{3} $=(36\pi)$ सेमी॰^{3}.

माना गोले का अर्द्धव्यास $= r$. तब, गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi r^3$.

$\therefore\ \frac{4}{3}\pi r^3=36\pi\Rightarrow r^3=\left(36\times\frac{3}{4}\right)=27=3^3\Rightarrow r=3.$

अत: गोले का अर्द्धव्यास = 3 सेमी॰.

107. माना शंकु की ऊँचाई = h सेमी॰. तब

$\pi r^2\times6=\frac{1}{3}\pi r^2 h\Rightarrow h=18.$

अत: शंकु की ऊँचाई = 18 सेमी॰.

108. माना गोले की त्रिज्या = r सेमी॰. तब

$\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{3}\pi\times(12)^2\times6\Rightarrow r^3=\left(288\times\frac{3}{4}\right)=216=(6)^3\Rightarrow r=6.$

अत: गोले की त्रिज्या = 6 सेमी॰.

109. माना प्रारम्भिक अर्द्धव्यास = r सेमी॰ तथा ऊँचाई = h सेमी॰.

प्रारम्भिक आयतन $=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ घन सेमी॰.

नया अर्द्धव्यास = (r का 200%) $=\left(r\times\frac{200}{100}\right)=2r.$

नई ऊँचाई = (h का 200%) $=\left(h\times\frac{200}{100}\right)=2h.$

नया आयतन $=\frac{1}{3}\pi(2r)^2\times(2h)=8\times\frac{1}{3}\pi r^2 h=8\times$ (प्रारम्भिक आयतन).

110. ठोस गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi\times(9)^3$ घन सेमी॰ = 972 π घन सेमी॰.

शंकु के लिए $r = 9$ सेमी॰ तथा $h = 9$ सेमी॰.

शंकु का आयतन $=\frac{1}{3}\pi\times(9)^2\times9=243\pi$ घन सेमी॰.

नष्ट हुई लकड़ी = (972 π − 243 π) घन सेमी॰ = 729 π घन सेमी॰

नष्ट हुई लकड़ी की प्रतिशतता $=\left(\frac{729\pi}{972\pi}\times100\right)\%=75\%.$

111. माना तीसरी गेंद की त्रिज्या = r सेमी॰. तब,

$$\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^3+\frac{4}{3}\pi\times2^3+\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\times(3)^3$$

$$\Rightarrow\frac{27}{8}+8+r^3=27\Rightarrow r^3=\left(27-8-\frac{27}{8}\right)=\left(19-\frac{27}{8}\right)=\frac{125}{8}=\left(\frac{5}{2}\right)^3$$

$\Rightarrow r = \frac{5}{2}$.

अतः तीसरी गेंद की त्रिज्या = 2·5 सेमी०.

112. यहाँ $r = 8$ सेमी० तथा $h = 21$ सेमी०.

पानी का आयतन $= \left(\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times 21\right)$ घन सेमी० = 1408 घन सेमी० = 1·408 लीटर.

$\therefore$ पानी का भार = 1·408 किग्रा०.

113. अर्द्ध-गोले का आयतन $= \left\{\frac{2}{3}\pi \times (6)^3\right\}$ सेमी०^3 $= (144\pi)$ सेमी०^3.

शंकु का आयतन $= \left\{\frac{1}{3}\pi r^2 \times 75\right\}$ सेमी०^3 $= (25\pi r^2)$ सेमी०^3.

$\therefore 25\pi r^2 = 144\pi \Rightarrow r^2 = \frac{144}{25} = \left(\frac{12}{5}\right)^2 \Rightarrow r = \frac{12}{5} = 2 \cdot 4$.

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या = 2·4 सेमी०.

114. अर्द्ध-गोलाकार बर्तन में द्रव का आयतन $= \left(\frac{2}{3}\pi \times 9 \times 9 \times 9\right)$ सेमी०^3 $= (486\,\pi)$ सेमी०^3.

एक भरी बोतल में द्रव का आयतन $= \left\{\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 4\right\}$ सेमी०^3 $= (9\pi)$ सेमी०^3.

बोतलों की अभीष्ट संख्या $= \left(\frac{486\pi}{9\pi}\right) = 54$.

115. माना अर्द्ध-गोले तथा शंकु में से प्रत्येक की त्रिज्या = r तथा ऊँचाई = r.

शंकु की त्रिर्यक ऊँचाई, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2r^2} = \sqrt{2}r$.

अर्द्ध गोले का वक्र-पृष्ठ $= 2\pi r^2$.

शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi rl = \pi r \times \sqrt{2}r = \sqrt{2}\,(\pi r^2)$.

अभीष्ट अनुपात $= \frac{2\pi r^2}{\sqrt{2}(\pi r^2)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} : 1$.

116. माना B का व्यास = d. तब, A का व्यास = $2d$.

$\Rightarrow B$ का अर्द्धव्यास $= \frac{d}{2}$ तथा, A का अर्द्धव्यास = d.

A तथा B के आयतनों का अनुपात $= \dfrac{\frac{4}{3}\pi d^3}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3} = \frac{8}{1} = 8:1$.

117. चादर का क्षेत्रफल = शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ $= (\pi rl + \pi r^2)$.

अब, $r = 7$ तथा $h = 24 \Rightarrow l^2 = (r^2 + h^2) = (49 + 576) = 625$

$\Rightarrow l = \sqrt{625} = 25$.

चादर का क्षेत्रफल $= (\pi rl + \pi r^2) = \pi r(l + r)$

$= \left[\frac{22}{7} \times 7 \times (25 + 7)\right]$ सेमी०^2 $= 704$ सेमी०^2.

118. $\pi r^2 = \pi R^2 \Rightarrow r = R$.

$\pi rl = 2\pi rh = 2\pi r \times 3 \Rightarrow l = 6$.

अतः तिर्यक ऊँचाई = 6 मीटर.

119. माना शंकुओं की अभीष्ट संख्या = n. तब,

$$n\times\frac{1}{3}\pi\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times3=\frac{4}{3}\pi\times\frac{21}{2}\times\frac{21}{2}\times\frac{21}{2}\Rightarrow\frac{49n}{4}=\frac{3087}{2}\Rightarrow n=\frac{3087}{2}\times\frac{4}{49}=126.$$

120. दिया है : $r=7$ सेमी० तथा वक्रपृष्ठ, $\pi rl=550$.

$$\therefore\ \frac{22}{7}\times7\times l=550\Rightarrow l=\frac{550}{22}=25 \text{ सेमी०.}$$

$$h^2=(l^2-r^2)=(25)^2-(7)^2=(625-49)=576=(24)^2\Rightarrow h=24 \text{ सेमी०.}$$

$$\text{शंकु का आयतन}=\frac{1}{3}\pi r^2h=\left(\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times7\times7\times24\right)\text{ सेमी०}^3=1232\text{ सेमी०}^3.$$

121. माना शंकु के आधार की त्रिज्या = r सेमी०. तब

$$\pi\times(18)^2\times32=\frac{1}{3}\pi\times r^2\times24\Rightarrow8r^2=18\times18\times32$$

$$\therefore\ r^2=\frac{18\times18\times32}{8}=(18\times2)^2=(36)^2\Rightarrow r=36.$$

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या = 36 सेमी०.

122. माना शंकु की त्रिज्या = $3x$ तथा ऊँचाई = $4x$. तब

$$l^2=(3x)^2+(4x)^2=25x^2=(5x)^2\Rightarrow l=5x.$$

$$\text{शंकु का आयतन}=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\times9x^2\times4x=12\pi x^3.$$

$$\therefore\ 12\pi x^3=96\pi\Rightarrow x^3=8=2^3\Rightarrow x=2.$$

$\therefore$ तिर्यक ऊँचाई = $5x=(5\times2)$ सेमी० = 10 सेमी०.

123. दिया है : $l=10$ सेमी० तथा $h=8$ सेमी०.

$$r^2=(l^2-h^2)=(10)^2-(8)^2=36=6^2\Rightarrow r=6.$$

$$\text{वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल}=\pi rl=(3\cdot14\times6\times10)\text{ सेमी०}^2=188\cdot4\text{ सेमी०}^2.$$

124. दिया है $l=2\cdot5$ किमी०. माना आधार की त्रिज्या = r किमी० तथा ऊँचाई = h किमी०.

$$\pi r^2=1\cdot54\Rightarrow r^2=\left(\frac{154}{100}\times\frac{7}{22}\right)=\left(\frac{7\times7}{10\times10}\right)\Rightarrow r=\frac{7}{10}=0\cdot7\text{ किमी०.}$$

$$h^2=(l^2-r^2)=(2\cdot5)^2-(0\cdot7)^2=(2\cdot5+0\cdot7)(2\cdot5-0\cdot7)$$

$$=(3\cdot2\times1\cdot8)=\left(\frac{32\times18}{100}\right)=\left(\frac{16\times36}{100}\right)$$

$$\Rightarrow h=\frac{(4\times6)}{10}=\frac{24}{10}=2\cdot4\text{ किमी०}$$

125. $$\text{1 मिनट में बर्तन में गिरने वाला आयतन}=\left\{\pi\times\left(\frac{2\cdot5}{10}\right)^2\times1000\right\}\text{ सेमी०}^3.$$

$$=\left\{\pi\times\left(\frac{25}{100}\right)^2\times1000\right\}\text{ सेमी०}^3=\left(\frac{125\pi}{2}\right)\text{ सेमी०}^3.$$

$$\text{शंक्वाकार बर्तन का आयतन}=\left\{\frac{1}{3}\pi\times(20)^2\times24\right\}\text{ सेमी०}^3=(3200\pi)\text{ सेमी०}^3.$$

$$\text{बर्तन भरने में लगा समय}=\left(3200\pi\times\frac{2}{125\pi}\right)\text{ मिनट}=51\text{ मिनट }12\text{ सैकण्ड.}$$

126. माना प्रत्येक गोले की त्रिज्या = r सेमी०. तब

$$8\times\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\times(10)^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1000}{8} = 125 = (5)^3 \Rightarrow r = 5.$$

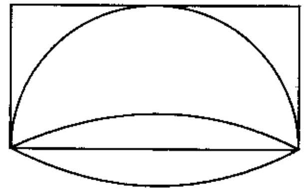
अत: प्रत्येक गोले की त्रिज्या = 5 सेमी०.

127. माना अर्द्धगोले की त्रिज्या = r.

तब, बेलन की त्रिज्या = r तथा बेलन की ऊँचाई = r.

बेलन तथा अर्द्धगोले के आयतनों का अनुपात

$$= \frac{\pi r^2 \times r}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{4} = 3:4.$$



128. एक गोले को समान चार भागों में विभक्त करने पर प्रत्येक भाग की ऊपरी सतह गोले की कुल सतह का $\frac{1}{4}$ भाग होगी तथा नीचे दो अर्द्धवृत्त बनेंगे.

अत: चारों भागों का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\times\left[\left(\frac{1}{4}\times 4\pi r^2\right)+\frac{1}{2}(\pi r^2)+\frac{1}{2}(\pi r^2)\right] = 4\times\left[\left(\pi r^2+\pi r^2\right)\right]$$

$$= (4\times 2\pi r^2) = (8\pi r^2) \text{ वर्ग इकाई.}$$

प्रश्नमाला 24B

1. ΔABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle B = 90°$. इस त्रिभुज को भुजा BC के अनुदिश घुमाने पर बने शंकु का आयतन 2512 सेमी०^3 है तथा इस त्रिभुज को भुजा AB के अनुदिश घुमाने पर बने शंकु का आयतन 6028·8 सेमी०^3 है. इस त्रिभुज के कर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिये. (दिया है : $\pi = 3.14$)
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)
2. धातु के बने एक ठोस आयताकार टुकड़े की लम्बाई 32 सेमी०, चौड़ाई 22 सेमी० तथा ऊँचाई 14 सेमी० है. इसे पिघलाकर एक ठोस बेलन में ढाला गया है जिसकी ऊँचाई 16 सेमी० है. इस बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लें}\right)$.
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)
3. धातु के बने एक ठोस बेलन के आधार की त्रिज्या r सेमी० तथा ऊँचाई 3 सेमी० है. इसे पिघलाकर आधार की उसी त्रिज्या वाले शंकु में ढ़ाला गया है. इस शंकु की ऊँचाई कितनी है ? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**
4. एक ठोस बेलन के आधार का व्यास 7 सेमी० है तथा इसकी ऊँचाई 15 सेमी० है. इसमें दो बराबर शंक्वाकार छेद किये गये हैं जिनमें से प्रत्येक का व्यास बेलन की ऊँचाई का $\frac{2}{5}$ तथा ऊँचाई 4 सेमी० है. शेष ठोस का आयतन तथा सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए. $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$.
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2009)
5. एक लम्बवृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या तथा ऊँचाई का योग 37 सेमी० है. यदि बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 1628 सेमी०^2 हो, तो इसका आयतन ज्ञात कीजिए. $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$.
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)
6. एक लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन एक लम्बवृत्तीय बेलन के आयतन के बराबर है, जिसके आधार की त्रिज्या 30 सेमी० तथा ऊँचाई 9 सेमी० है. शंकु की ऊँचाई 108 सेमी० है. इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए.
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)
7. एक बेलनाकार पाईप की भीतरी त्रिज्या 7 सेमी० है. इस पाईप से 5 किमी०/घण्टा की गति से पानी बहकर 100 मीटर लम्बी तथा 44 मीटर चौड़ी एक आयताकार टंकी में गिरता है. कितने समय में इस टंकी में पानी के स्तर में 14 सेमी० की वृद्धि होगी. $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$.
(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)

8. एक बेलनाकार पाईप की भीतरी त्रिज्या 0·5 सेमी० है. इस पाईप से 10 मीटर/मिनट की दर से पानी बहकर एक शंक्वाकार बर्तन में गिरता है जिसकी ऊपरी सिरे की त्रिज्या 20 सेमी० तथा गहराई 21 सेमी० है. इस बर्तन को भरने में कितना समय लगेगा? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2007)**

9. एक वृत्ताकार पाईप का भीतरी व्यास 2 सेमी० है. इसमें से 7 मीटर प्रति सैकण्ड की गति से पानी निकल कर एक बेलनाकार टंकी में गिरता है जिसके आधार की त्रिज्या 40 सेमी० है. आधे घण्टे में टंकी में पानी का स्तर कितना बढ़ेगा? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)**

10. एक टंकी घनाभ आकार की है जिसकी लम्बाई 7·2 मीटर तथा चौड़ाई 2·5 मीटर है. 5 सेमी० × 3 सेमी० के अनुप्रस्थ काट वाले एक पाईप से 10 मीटर प्रति सैकण्ड की गति से पानी इस टंकी में भरा जा रहा है. ज्ञात कीजिए कि 40 मिनट बाद टंकी में पानी का स्तर कितना ऊँचा उठ जायेगा? **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2004)**

11. एक घन के विकर्ण की लम्बाई 17·32 सेमी० है. घन का आयतन ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2005)**

12. एक 14 सेमी० लम्बे धातु के बेलनाकार पाईप के बाह्य तथा आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अन्तर 44 वर्ग सेमी० है. यदि पाईप 99 घन सेमी० आयतन वाली धातु का बना हो, तो पाईप के बाह्य तथा आन्तरिक अर्द्धव्यास ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2003)**

13. 4·4 मीटर लम्बे, 2·6 मीटर चौड़े तथा 1 मीटर ऊँचे लोहे के टुकड़े को पिघला कर एक खोखला बेलनाकार पाईप बनाया गया है जिसकी अन्दर से त्रिज्या 30 सेमी० है तथा जिसकी दीवार की मोटाई 5 सेमी० है. पाईप की लम्बाई ज्ञात कीजिए.

14. किसी ठोस का आकार एक लम्ब वृत्तीय बेलन जैसा है जिसके दोनों सिरे अर्द्धगोलाकार हैं. ठोस की कुल ऊँचाई 35 सेमी० है तथा बेलन का व्यास उसकी ऊँचाई का $\frac{1}{4}$ है. उस ठोस का आयतन तथा सम्पूर्ण-पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2008)**

15. एक कुएँ का अन्दरी व्यास 5·6 मीटर है तथा इसे 10 मीटर गहरा खोदा गया है. इसमें से निकाली गई मिट्टी को कुएँ के चारों ओर 7 मीटर चौड़े रास्ते पर फैलाया गया है. रास्ते की ऊँचाई ज्ञात कीजिए.

16. जस्ते के बने एक खोखले बेलनाकार पाईप की लम्बाई 3·5 मीटर, बाहरी व्यास 2·4 सेमी० तथा दीवार की मोटाई 2 मिमी० है. इस पाईप का भार क्या होगा जबकि 1 घन सेमी० जस्ते का भार 11·4 ग्राम है?

17. एक सर्कस का टैन्ट 7 मीटर की ऊँचाई तक बेलनाकार तथा उसके ऊपर शंकु के आकार का है. बेलनाकार भाग का व्यास 10 मीटर तथा टैन्ट की कुल ऊँचाई 19 मीटर है. टैन्ट को बनाने में ₹ 35 प्रति वर्ग मीटर की दर से कपड़ा लगाने का व्यय ज्ञात कीजिए.

18. 45 सेमी० ऊँची एक बाल्टी एक शंकु के छिन्नक के रूप में है. इसके सिरों की त्रिज्यायें क्रमशः 28 सेमी० तथा 7 सेमी० हैं. बाल्टी की धारिता तथा पृष्ठ-क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)**

19. 120 सेमी० लम्बे एक रोलर का व्यास 84 सेमी० है. एक खेल के मैदान को समतल करने के लिए यदि इसे 1000 चक्कर लगाने पड़ें, तो ₹ 5 प्रति वर्ग मीटर की दर से कितना धन खर्च होगा?

20. लोहे के एक खम्भे का कुछ भाग एक लम्ब-वृत्तीय बेलन है तथा शेष भाग एक लम्ब-वृत्तीय शंकु है. बेलन तथा शंकु में से प्रत्येक के आधार की त्रिज्या 8 सेमी० है. बेलनाकार भाग की ऊँचाई 240 सेमी० तथा शंक्वाकार भाग की ऊँचाई 36 सेमी० है. इस खम्भे का भार ज्ञात कीजिए जबकि 1 घन सेमी० लोहे का भार 7·5 ग्राम है.

21. एक अर्द्ध-गोले पर एक खोखला बेलन टिका कर रखने से एक बर्तन बना है. अर्द्ध-गोले का व्यास 12 सेमी० तथा बर्तन की कुल ऊँचाई 16 सेमी० है. बर्तन की धारिता ज्ञात कीजिए.

22. धातु की बनी एक गोलाकार गेंद की त्रिज्या 3 सेमी० है. इसे गला कर तीन अन्य गोलाकार गेंदों में ढ़ाला जाता है. यदि इनमें से दो गेंदों की त्रिज्यायें क्रमशः 1·5 सेमी० तथा 2 सेमी० हों, तो तीसरी गेंद का व्यास ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2001)**

23. एक लम्ब-वृत्तीय बेलन तथा एक गोले के आयतनों का अनुपात 3 : 2 है. यदि गोले की त्रिज्या बेलन के आधार की त्रिज्या की दुगुनी हो, तो बेलन तथा गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए.

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2001)

24. किसी लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन एक लम्बवृत्तीय बेलन के आयतन के बराबर है. यह बेलन 9 सेमी० ऊँचा है तथा इसके आधार का व्यास 60 सेमी० है. शंकु की ऊँचाई 108 सेमी० है. शंकु के आधार का व्यास ज्ञात कीजिए.

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2000)

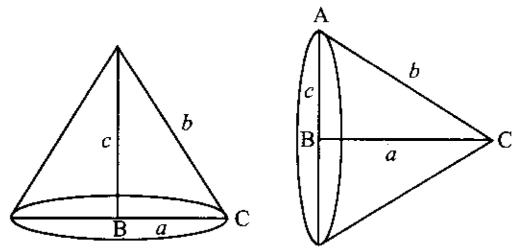
25. r सेमी० अर्द्धव्यास वाले एक ठोस अर्द्धगोले में से अधिकतम आयतन वाला एक गोला काटा गया है. अर्द्धगोले के आयतन का गोले के आयतन से अनुपात ज्ञात कीजिए. **(एस०एस०सी० परीक्षा, 2003)**

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 24B)

1. 26 सेमी० **2.** 2640 सेमी०^2 **3.** 9 सेमी० **4.** 502·07 सेमी०^3, 444·7 सेमी०^2
5. 4620 सेमी०^3 **6.** 15 सेमी० **7.** 8 घण्टे **8.** 11 मिनट 12 सैकण्ड
9. 7·875 मीटर **10.** 2 मीटर **11.** 1 मीटर^3 **12.** 7 सेमी०, 6·5 सेमी० **13.** 112 मीटर
14. 1257·67 सेमी०^3, 770 सेमी०^2 **15.** 89 सेमी० **16.** 5·52 किग्रा० **17.** ₹ 14850
18. 48510 घन सेमी०, 8074 वर्ग सेमी० **19.** ₹ 15840 **20.** 380·16 किग्रा०
21. 1584 घन सेमी० **22.** 5 सेमी० **23.** 2 : 1 **24.** 30 सेमी० **25.** 4 : 1

दिये गये प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 24B

1. भुजा BC के अनुदिश घुमाने पर
$r = BC = a, h = AB = c$.
इस शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi \times a^2 \times c.$
भुजा AB के अनुदिश घुमाने पर बने शंकु के लिए
$r = AB = c, h = BC = a$.
इस शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi \times c^2 \times a.$



$\therefore \ \frac{1}{3}\pi \times a^2 \times c = 2512$ तथा $\frac{1}{3}\pi \times c^2 \times a = 6028 \cdot 8$

भाग देने पर $\frac{a^2c}{c^2a} = \frac{2512}{6028 \cdot 8} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{25120}{60288} = \frac{5}{12}$.

माना $a = 5x$ तथा $c = 12x$.

तब, $\frac{1}{3} \times 3 \cdot 14 \times 25x^2 \times 12x = 2512 \Rightarrow x^3 = \frac{2512 \times 3 \times 100}{314 \times 25 \times 12} = 8 = 2^3$
$\Rightarrow x = 2.$

$\therefore \ b^2 = (c^2 + a^2) = (12x)^2 + (5x)^2 = 169x^2 = (169 \times 4)$
$\Rightarrow b = \sqrt{169 \times 4} = (13 \times 2) = 26$ सेमी०.
अतः कर्ण की लम्बाई = 26 सेमी०.

2. दिये गये ठोस आयताकार टुकड़े का आयतन = (32 × 22 × 14) सेमी०^3 = 9856 सेमी०^3.
दिया गया है, बेलन की ऊँचाई = 16 सेमी०. माना बेलन की त्रिज्या = r सेमी०
तब, $\pi r^2 \times 16 = 9856 \Rightarrow r^2 = \left(9856 \times \frac{1}{16} \times \frac{7}{22}\right) = 196 \Rightarrow r = \sqrt{196} = 14$ सेमी०.
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 2\pi rh + 2\pi r^2$
$= 2\pi r(h + r) = \left[2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (16 + 14)\right]$ सेमी०^2
$= (88 \times 30)$ सेमी०^2 = 2640 सेमी०^2.

3. बेलन का आयतन $=(\pi\times r^2\times 3)$ सेमी॰^{3}.

माना शंकु की ऊँचाई $=h$ सेमी॰. दिया है शंकु के लिए आधार की त्रिज्या $=r$ सेमी॰.

तब, शंकु का आयतन $=\frac{1}{3}\pi r^2 h.$

$\therefore\ 3\pi r^2=\frac{1}{3}\pi r^2 h\Rightarrow h=9.$

अतः शंकु की ऊँचाई = 9 सेमी॰.

4. प्रत्येक शंक्वाकार छेद की त्रिज्या $=\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times 15\right)$ सेमी॰ = 3 सेमी॰.

प्रत्येक शंक्वाकार छेद की ऊँचाई = 4 सेमी॰.

2 शंक्वाकार छेदों का कुल आयतन $=\left(2\times\frac{1}{3}\pi\times 3\times 3\times 4\right)$ सेमी॰^{3} $=(24\pi)$ सेमी॰^{3}.

दिये गये ठोस बेलन का आयतन $=\pi r^2 h=\left(\pi\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times 15\right)$ सेमी॰ $=\frac{735\pi}{4}$ सेमी॰^{3}.

शेष ठोस का आयतन $=\left(\frac{735\pi}{4}-24\pi\right)$ सेमी॰^{3} $=\left(\frac{639\pi}{4}\right)$ सेमी॰^{3}.

$=\left(\frac{639}{4}\times\frac{22}{7}\right)$ सेमी॰^{3} $=\frac{7029}{14}$ सेमी॰^{3} $=502{\cdot}07$ सेमी॰^{3}.

शेष ठोस का सम्पूर्ण पृष्ठ = (बेलन का वक्र पृष्ठ + शेष आधार का क्षेत्रफल + शंक्वाकार 2 छेदों का वक्र पृष्ठ)

$=2\pi r_1 h+2\pi\left(r_1^2-r_2^2\right)+2\pi r_2\times l$, जहाँ $r_1=3\cdot 5$ सेमी॰, $r_2=3$ सेमी॰, $l=\sqrt{3^2+4^2}=5$ सेमी॰

$=2\pi\left[3\cdot 5\times 15+\left\{(3\cdot 5)^2-3^2\right\}+3\times 5\right]$ सेमी॰^{2} $=2\pi(52\cdot 5+3\cdot 25+15)$ सेमी॰^{2}

$=\left(2\times\frac{22}{7}\times 70\cdot 75\right)$ सेमी॰^{2} $=\frac{3113}{7}$ सेमी॰^{2} $=444{\cdot}7$ सेमी॰^{2}.

5. माना लम्बवृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या $=r$ सेमी॰, तथा ऊँचाई $=h$ सेमी॰.

$\therefore\ (h+r)=37$.

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = 1628 सेमी॰^{2}

$\Rightarrow 2\pi rh+2\pi r^2=1628$

$\Rightarrow 2\pi r(h+r)=1628\Rightarrow 2\pi r\times 37=1628$

$\Rightarrow 2\pi r=\frac{1628}{37}=44\Rightarrow 2\times\frac{22}{7}\times r=44\Rightarrow r=\left(44\times\frac{7}{44}\right)=7$ सेमी॰.

$\therefore\ r=7$ सेमी॰ तथा $h=(37-7)$ सेमी॰ = 30 सेमी॰.

बेलन का आयतन $=\pi r^2 h$

$=\left(\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 30\right)$ सेमी॰^{3} $=4620$ सेमी॰^{3}.

6. माना शंकु के आधार की त्रिज्या $=r$ सेमी॰. तब

$\frac{1}{3}\pi r^2\times 108=\pi\times(30)^2\times 9\Rightarrow 36r^2=8100\Rightarrow r^2=\frac{8100}{36}=\left(\frac{90}{6}\right)^2=(15)^2\Rightarrow r=15.$

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या = 15 सेमी॰.

7. पानी के बहाव की दर = 5 किमी॰/घण्टा $=\left(5\times\frac{5}{18}\right)$ मीटर/सैकण्ड $=\frac{25}{18}$ मीटर/सैकण्ड.

1 सैकण्ड में बहने वाले पानी का आयतन $=\left(\pi\times\frac{7}{100}\times\frac{7}{100}\times\frac{25}{18}\right)$ मीटर^3.

$$= \left(\frac{49}{7200} \times \frac{22}{7}\right) \text{ मीटर}^3 = \left(\frac{77}{3600}\right) \text{ मीटर}^3.$$

टंकी में पानी का आयतन = $(100 \times 44 \times 0{\cdot}14)$ मीटर^3 = 616 मीटर^3.

अभीष्ट समय $= \left(616 \times \frac{3600}{77}\right)$ सैकण्ड $= \left(\frac{616 \times 3600}{77} \times \frac{1}{60 \times 60}\right)$ घण्टे = 8 घण्टे.

8. बेलनाकार पाईप की त्रिज्या $= \frac{1}{2}$ सेमी०.

पानी के बहाव की गति = 10 मीटर/मिनट = 1000 सेमी०/मिनट.

इस पाईप से प्रति मिनट बहने वाले पानी का आयतन $= \pi r^2 h$

$$= \left\{\pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 1000\right\} \text{ सेमी०}^3 = (250\,\pi) \text{ सेमी०}^3.$$

शंक्वाकार बर्तन के लिए $r = 20$ सेमी० तथा $h = 21$ सेमी०.

इस बर्तन का आयतन $= \left\{\frac{1}{3}\pi \times (20)^2 \times 21\right\}$ सेमी०^3 $= (2800\pi)$ सेमी०^3.

अभीष्ट समय $= \left(\frac{2800\pi}{250\pi}\right)$ मिनट $= \frac{56}{5}$ मिनट = 11 मिनट 12 सैकण्ड.

9. वृत्ताकार पाईप का भीतरी अर्द्धव्यास = 1 सेमी०.

1 सै० में इस पाईप से निकले पानी का आयतन $= \pi r^2 h = \left(\frac{22}{7} \times 1 \times 1 \times 700\right)$ घन सेमी० = 2200 घन सेमी०.

आधे घण्टे में इस पाईप से टंकी में गिरने वाले पानी का आयतन

$$= (2200 \times 60 \times 30) \text{ घन सेमी०} = 3960000 \text{ घन सेमी०}.$$

माना बेलनाकार टंकी में पानी के स्तर में वृद्धि = h सेमी०. तब,

$\frac{22}{7} \times 40 \times 40 \times h = 3960000 \Rightarrow h = \left(3960000 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{1600}\right) = 787{\cdot}5$ सेमी० $\Rightarrow h = 7{\cdot}875$ मीटर.

पानी के स्तर में अभीष्ट वृद्धि = 7·875 मीटर.

10. माना टंकी में पानी की अभीष्ट गहराई = x मीटर.

इस टंकी में पानी का आयतन $= (7{\cdot}2 \times 2{\cdot}5 \times x)$ मीटर^3 $= (18x)$ मीटर^3.

40 मिनट में टंकी में भरे पानी का आयतन $= \left(\frac{5}{100} \times \frac{3}{100} \times 10 \times 40 \times 60\right)$ मीटर^3 = 36 मीटर^3.

$\therefore\ 18x = 36 \Rightarrow x = 2.$

पानी के ऊँचे उठे स्तर की गहराई = 2 मीटर.

11. माना घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी०. तब, घन के विकर्ण की लम्बाई $= \left(\sqrt{3}a\right)$ सेमी०.

$\therefore\ \sqrt{3}a = 17{\cdot}32 \Rightarrow 1{\cdot}732a = 17{\cdot}32 \Rightarrow a = 10.$

अत: घन की प्रत्येक भुजा = 10 सेमी०.

$\therefore$ घन का आयतन $= (10 \times 10 \times 10)$ सेमी०^3 = 1000 सेमी०^3 = 1 मी०^3.

12. माना पाईप के बाह्य तथा आन्तरिक अर्द्धव्यास क्रमश: R सेमी० तथा r सेमी० हैं.

पाईप की लम्बाई = 14 सेमी०.

पाईप के बाह्य पृष्ठ का क्षेत्रफल = $(2\pi R \times 14)$ वर्ग सेमी० = $(28\,\pi R)$ वर्ग सेमी०.

पाईप के आन्तरिक पृष्ठ का क्षेत्रफल = $(2\pi r \times 14) = (28\,\pi r)$ वर्ग सेमी० .

$$(28\,\pi R - 28\,\pi r) = 44 \Rightarrow 28\pi\,(R - r) = 44 \Rightarrow (R - r) = \left(44 \times \frac{1}{28} \times \frac{7}{22}\right) = \frac{1}{2}.$$

पाईप के धातु का आयतन

$$= \left(\frac{1}{3}\pi R^2 \times 14\right) - \left(\frac{1}{3}\pi r^2 \times 14\right) = \frac{14\pi}{3}(R^2 - r^2) \text{ घन सेमी०}$$

$=\frac{14}{3}\times\frac{22}{7}\times(R^2-r^2)=\frac{44}{3}(R^2-r^2)$ घन सेमी०.

$\therefore\ \frac{44}{3}(R^2-r^2)=99\Rightarrow(R^2-r^2)=\left(99\times\frac{3}{44}\right)=\frac{27}{4}$

$\therefore\ (R^2-r^2)=\frac{27}{4}$ तथा $(R-r)=\frac{1}{2}$.

भाग देने पर : $(R+r)=\left(\frac{27}{4}\times\frac{2}{1}\right)=\frac{27}{2}$.

$R-r=\frac{1}{2}$ तथा $R+r=\frac{27}{2}$ को हल करने पर, $R=7$ तथा $r=6\cdot5$.

अत: पाईप की बाह्य त्रिज्या = 7 सेमी० तथा आन्तरिक त्रिज्या = 6·5 सेमी०.

13. लोहे के टुकड़े का आयतन = (440 × 260 × 100) घन सेमी०.

पाईप की अन्दरी त्रिज्या = 30 सेमी० तथा बाहरी त्रिज्या = 35 सेमी०.

माना पाईप की लम्बाई = x मीटर. तब,

पाईप का आयतन $=\{\pi(R^2-r^2)\times x\times100\}=[\pi\times\{(35)^2-(30)^2\}\times x\times100]$ घन सेमी०

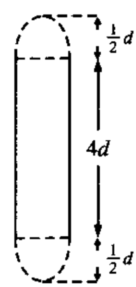
$=\left(\frac{22}{7}\times65\times5\times x\times100\right)$ घन सेमी०.

$\therefore\ \frac{22}{7}\times65\times5\times x\times100=440\times260\times100\Rightarrow x=\frac{440\times260\times100\times7}{22\times65\times500}=112.$

अत: पाईप की अभीष्ट लम्बाई = 112 मीटर.

14. एक लम्बवृत्तीय बेलन दिया गया है जिसके दोनों सिरे अर्द्ध-गोलाकार हैं.

माना बेलन का व्यास = d सेमी०.



प्रत्येक अर्द्धगोले की त्रिज्या $=\frac{d}{2}$ सेमी०.

बेलन की ऊँचाई = $4d$ सेमी०.

पूर्ण ठोस की ऊँचाई $=\left(4d+\frac{d}{2}+\frac{d}{2}\right)$ सेमी० = $5d$ सेमी०.

$\therefore\ 5d=35\ \Rightarrow\ d=7.$

अर्द्ध गोले की त्रिज्या $=\frac{d}{2}=\frac{7}{2}$ सेमी०.

बेलन की ऊँचाई = (4 × 7) सेमी० = 28 सेमी०.

दिये गये ठोस का आयतन = (बेलन का आयतन) + (दो अर्द्धगोलों का आयतन) $=\left(\pi r^2h+2\times\frac{2}{3}\pi r^3\right)$

$=\left[\left(\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times28\right)+\left(\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\right)\right]$ घन सेमी०

= 1257·67 घन सेमी०.

दिये गये ठोस के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

$=(2\pi rh+2\pi r^2+2\pi r^2)=(2\pi rh+4\pi r^2)$

$=2\pi r\,(h+2r)=\left\{2\times\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times(28+7)\right\}$ वर्ग सेमी०

= (22 × 35) वर्ग सेमी० = 770 वर्ग सेमी०.

15. कुएँ की त्रिज्या = 2·8 मीटर तथा गहराई = 10 मीटर.

कुएँ से निकाली गई मिट्टी का आयतन $=\pi R^2H=\left(\frac{22}{7}\times\frac{28}{10}\times\frac{28}{10}\times10\right)$ घन मीटर $=\frac{1232}{5}$ घन मीटर.

रास्ते सहित कुएँ की त्रिज्या = (2·8 + 7) मीटर = 9·8 मीटर.

रास्ते का क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times [(9 \cdot 8)^2 - (2 \cdot 8)^2]$ वर्ग मीटर $= \left[\frac{22}{7} \times (9 \cdot 8 + 2 \cdot 8)(9 \cdot 8 - 2 \cdot 8)\right]$ वर्ग मीटर

$= \left(\frac{22}{7} \times 12 \cdot 6 \times 7\right)$ वर्ग मीटर $= \frac{1386}{5}$ वर्ग मीटर.

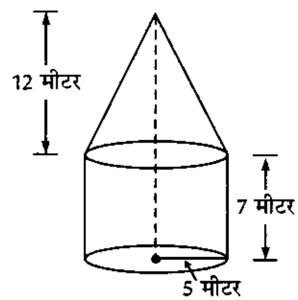
रास्ते की ऊँचाई $= \frac{\text{आयतन}}{\text{क्षेत्रफल}} = \left(\frac{1232}{5} \times \frac{5}{1386}\right)$ मीटर $= 0 \cdot 89$ मी० $= 89$ सेमी०.

16. पाईप की बाहरी त्रिज्या $= 1 \cdot 2$ सेमी० तथा अन्दरी त्रिज्या $= (1 \cdot 2 - 0 \cdot 2)$ सेमी० $= 1$ सेमी०.

जस्ते का आयतन $= (\pi R^2 h - \pi r^2 h) = \pi h(R^2 - r^2) = \times 350 \times [(1 \cdot 2)^2 - 1^2] = 484$ घन सेमी०.

पाईप का भार $= \frac{(484 \times 11 \cdot 4)}{1000}$ किग्रा० $= 5 \cdot 5176$ किग्रा० $= 5 \cdot 52$ किग्रा०.

17. बेलनाकार भाग का अर्द्धव्यास = 5 मीटर तथा ऊँचाई = 7 मीटर.



बेलनाकार भाग में लगने वाले कपड़े का क्षेत्रफल

$= 2\pi rh = \left(2 \times \frac{22}{7} \times 5 \times 7\right)$ वर्ग मी० $= 220$ मीटर^2.

शंक्वाकार भाग की त्रिज्या = 5 मीटर, ऊँचाई = 12 मीटर.

शंक्वाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई

$= \sqrt{5^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ मीटर.

शंक्वाकार भाग पर लगने वाले कपड़े का क्षेत्रफल $= \pi rl$

$= \left(\frac{22}{7} \times 5 \times 13\right)$ मीटर^2 $= \frac{1430}{7}$ मीटर^2

टैन्ट में लगने वाले कुल कपड़े का क्षेत्रफल $= \left(220 + \frac{1430}{7}\right)$ मीटर^2 $= \left(\frac{2970}{7}\right)$ मीटर^2

अभीष्ट व्यय = ₹ $\left(\frac{2970}{7} \times 35\right)$ = ₹ 14850.

18. यहाँ $R = 28$ सेमी०, $r = 7$ सेमी० तथा $h = 45$ सेमी०.

$\therefore\ l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{(45)^2 + (21)^2} = \sqrt{2466} = 49 \cdot 6$ सेमी०.

(*i*) बाल्टी की धारिता = छिन्नक का आयतन

$= \frac{\pi h}{3} . (R^2 + r^2 + Rr) = \frac{22}{7} \times \frac{1}{3} \times 45 \times [(28)^2 + 7^2 + (28 \times 7)]$ घन सेमी०

$= \left(\frac{330}{7} \times 1029\right)$ घन सेमी० $= 48510$ घन सेमी०.

(*ii*) बाल्टी का क्षेत्रफल $= \{\pi R^2 + \pi r^2 + \pi l (R + r)\}$

$= \pi \{R^2 + r^2 + l(R + r)\} = \frac{22}{7} \times \{784 + 49 + 49 \cdot 6 \times 35\}$ वर्ग सेमी०

$= \left(\frac{22}{7} \times 2569\right)$ वर्ग सेमी० $= 8074$ वर्ग सेमा०.

19. रोलर का अर्द्धव्यास $= r = \frac{42}{100}$ मीटर $= \frac{21}{50}$ मीटर, लम्बाई $= h = \frac{120}{100}$ मीटर $= \frac{6}{5}$ मीटर.

रोलर का वक्र-पृष्ठ $= 2\pi rh = \left(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{50} \times \frac{6}{5}\right)$ वर्ग मीटर $= \frac{396}{125}$ वर्ग मीटर.

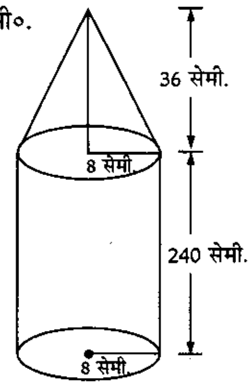
1 चक्कर लगाने पर समतल क्षेत्रफल $= \frac{396}{125}$ वर्ग मीटर.

1000 चक्कर लगाने पर समतल क्षेत्रफल $=\left(\frac{396}{125}\times 1000\right)$ वर्ग मीटर = 3168 वर्ग मीटर.

कुल खर्च = ₹ (3168 × 5) = ₹ 15840.

20. बेलन के आधार की त्रिज्या = $r = 8$ सेमी०, शंकु के आधार की त्रिज्या = $r = 8$ सेमी०.

बेलन की ऊँचाई = $h = 240$ सेमी०, शंकु की ऊँचाई = $H = 36$ सेमी०.



लोहे का कुल आयतन = (बेलन का आयतन) + (शंकु का आयतन)

$$= \pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^2 H = \pi r^2\left(h + \frac{1}{3}H\right)$$

$$= \frac{22}{7}\times 8\times 8\times\left(240 + \frac{1}{3}\times 36\right) \text{ घन सेमी०}$$

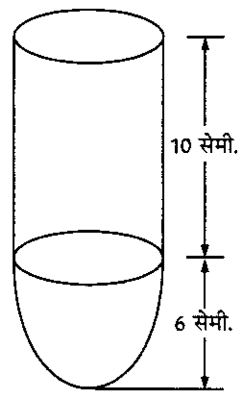
$$= \left(\frac{22}{7}\times 64\times 252\right) \text{ घन सेमी०} = 50688 \text{ घन सेमी०}.$$

स्तम्भ का भार $= \frac{(50688\times 7\cdot 5)}{1000}$ किग्रा० = 380·16 किग्रा०.

21. अर्द्ध-गोले की त्रिज्या = $r = 6$ सेमी०.

बेलन की त्रिज्या = अर्द्ध-गोले की त्रिज्या = $r = 6$ सेमी०.

बेलन की ऊँचाई = $h = (16 - 6)$ सेमी० = 10 सेमी०.



बर्तन की धारिता = (अर्द्ध-गोले का आयतन) + (बेलन का आयतन)

$$= \left(\frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h\right) = \pi r^2\left(\frac{2r}{3} + h\right)$$

$$= \left\{\frac{22}{7}\times 6\times 6\times\left(\frac{2}{3}\times 6 + 10\right)\right\} \text{ घन सेमी०}$$

$$= \left(\frac{22}{7}\times 36\times 14\right) \text{ घन सेमी०} = 1584 \text{ घन सेमी०}.$$

22. माना तीसरी गेंद की त्रिज्या = r सेमी०. तब,

तीनों गेंदों के आयतन का योग = बड़ी गेंद का आयतन.

$$\therefore\ \frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi\times(2)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\times(3)^3$$

$$\therefore\ \frac{27}{8} + 8 + r^3 = 27 \Rightarrow r^3 = \left(19 - \frac{27}{8}\right) = \frac{(152-27)}{8} = \frac{125}{8} = \left(\frac{5}{2}\right)^3.$$

अतः तीसरी गेंद की त्रिज्या $= \frac{5}{2}$ सेमी०.

∴ तीसरी गेंद का व्यास = 5 सेमी०.

23. माना बेलन के आधार की त्रिज्या = r सेमी०. तब, गोले की त्रिज्या = $2r$ सेमी०

$$\frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\pi r^2 h}{\frac{4}{3}\pi(2r)^3} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3\pi r^2 h}{32\pi r^3} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{r} = \left(\frac{3}{2}\times\frac{32}{3}\right) = 16 \Rightarrow h = 16r.$$

$$\frac{\text{बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल}} = \frac{2\pi rh}{4\pi(2r)^2} = \frac{2\pi rh}{16\pi r^2} = \frac{h}{8r} = \frac{16r}{8r} = \frac{2}{1}.$$

अतः अभीष्ट अनुपात = 2 : 1.

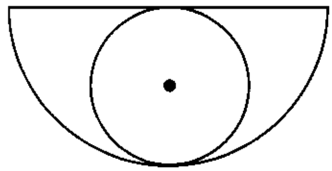
24. बेलन का आयतन $= \pi R^2 H = (\pi \times 30 \times 30 \times 9)$ सेमी०^3 $= (8100\,\pi)$ सेमी०^3.

माना शंकु के आधार की त्रिज्या = r सेमी०.

तब, शंकु का आयतन $= \left(\frac{1}{3}\pi r^2 \times 108\right)$ सेमी०^3

$\therefore\ 8100\,\pi = \frac{1}{3}\pi r^2 \times 108 = 36\pi r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{8100\,\pi}{36\,\pi} = 225 = (15)^2$.

अत: शंकु के आधार का व्यास = $2\,r = 30$ सेमी०.



25. अर्द्धगोले का अर्द्धव्यास = r सेमी०.

अर्द्धगोले में बने गोले का व्यास = r सेमी०.

अर्द्धगोले में बने गोले का अर्द्धव्यास $= \frac{r}{2}$ सेमी०.

$$\frac{\text{अर्द्ध गोले का आयतन}}{\text{अर्द्ध गोले में बने गोले का आयतन}} = \frac{\frac{2}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^3} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times 2^3\right) = \frac{(2 \times 3 \times 8)}{12} = \frac{4}{1}.$$

अत: अभीष्ट अनुपात = 4 : 1.

अवश्य पढ़ें !

प्रतियोगी परीक्षाओं के लिए

वस्तुनिष्ठ अंकगणित

(पूर्ण हल सहित)

— आर०एस० अग्रवाल