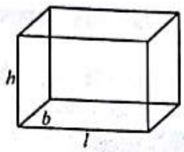
29 आयतन पर आधारित प्रश्न
(PROBLEM BASED ON VOLUME)

घन (Cube)

(a) घन का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 6a^2$

(b) घन का विकर्ण $= \sqrt{3}a$

(c) घन का आयतन $(V) = a^3$

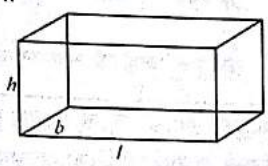


घनाभ (Cuboid)

(a) घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2(lb + lh + bh)$

(b) घनाभ का विकर्ण $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

(c) घनाभ का आयतन $= lbh$

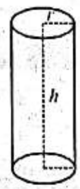


बेलन (Cylinder)

(a) बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh + 2\pi r^2$
$= 2\pi r(h + r)$

(b) लंबवृत्तीय बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

(c) बेलन का आयतन $(v) = \pi r^2 h$



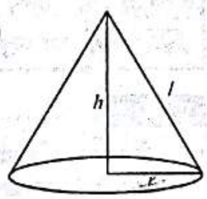
शंकु (Cone)

(a) शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ-क्षेत्रफल $= \pi rl + \pi r^2$
$= \pi r(l + r)$

(b) लंबवृत्तीय शंकु का पृष्ठ-क्षेत्रफल $= \pi rl$

(c) शंकु का आयतन $(V) = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

(d) त्रिर्यक् लंबाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$



बाल्टी (Bucket)

(a) बाल्टी का पृष्ठ-क्षेत्रफल $= \pi\{R^2 + r^2 + (R + r)l\} - \pi r^2$

(b) बाल्टी का आयतन $(V) = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

(c) ठोस बाल्टी-जैसी आकृति का पृष्ठ-क्षेत्रफल
$= \pi\{R^2 + r^2 + (R + r)l\}$

जहाँ $l = \sqrt{(R - r)^2 + h^2}$

गोला (Sphere)

(a) गोला का पृष्ठ-क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

(b) गोला का आयतन $(V) = \frac{4}{3}\pi r^3$

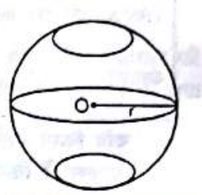
(c) गोला की त्रिज्या $= \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \times \text{गोले का आयतन}}$

(d) गोले का व्यास $= \sqrt[3]{\frac{6 \times \text{गोले का आयतन}}{\pi}}$

(e) गोला की त्रिज्या $= \sqrt{\frac{\text{सम्पूर्ण पृष्ठ}}{4\pi}}$

(f) गोला का व्यास $= \sqrt{\frac{\text{सम्पूर्ण पृष्ठ}}{\pi}}$

(g) गोलाकार छल्ले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

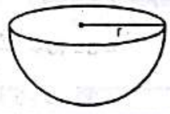


अर्द्धगोला (Semi-sphere)

(a) अर्द्धगोला का सम्पूर्ण पृष्ठ-क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

(b) अर्द्धगोला का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

(c) अर्द्धगोला का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$



पिरामिड (Piramid)

(a) पिरामिड का क्षेत्रफल = आधार का क्षेत्रफल + सभी त्रिभुजाकार पृष्ठों के क्षेत्रफलों का योग

(b) आयतन $= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

प्रिज्म (Prism)

(a) लंबप्रिज्म का पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार का परिमाप × ऊँचाई

(b) लंबप्रिज्म का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (एक सिरा का क्षे० + पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल)

(c) लंबप्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

Scanned by CamScanner

TYPE - 1

1. **किसी घन की भुजा को 10% बढ़ा दिया गया है इसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी ?**

Speedy Solution :-

∴ आयतन में प्रतिशत वृद्धि

$= 3\times10+\frac{3\times10\times10}{100}+\frac{10\times10\times10}{100\times100}$

$= 30+3+0.1 = 33.1\%$

> **TRICK :** यदि घन/गोला की एक भुजा को $x\%$ बढ़ा दिया जाए तब उसके आयतन में $\left[3x+\frac{3x^2}{100}+\frac{x^3}{100^2}\right]$ प्रतिशत की वृद्धि हो जाएगा।

2. **यदि किसी गोले की त्रिज्या को 10% बढ़ा दिया जाए तब उसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी ?**

Speedy Solution :-

∴ आयतन में प्रतिशत वृद्धि

$= 3\times10+\frac{3\times10\times10}{100}+\frac{10\times10\times10}{100\times100}$

$= 30+3+0.1 = 33.1\%$

TYPE - 2

3. **यदि किसी बेलन की त्रिज्या एवं ऊँचाई में से प्रत्येक को 10% बढ़ा दिया गया हो तब उसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी ?**

Speedy Solution :-

∴ आयतन में प्रतिशत वृद्धि

$= 3\times10+\frac{3\times10\times10}{100}+\frac{10\times10\times10}{100\times100}$

$= 30+3+0.1 = 33.1\%$

> **TRICK :** यदि किसी बेलन अथवा शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई में से प्रत्येक को $x\%$ बढ़ा दिया गया हो तब उसके आयतन में $\left[3x+\frac{3x^2}{100}+\frac{x^3}{100^2}\right]\%$ की वृद्धि होगा।

TYPE - 3

4. **यदि एक घनाभ की लम्बाई को 10% एवं चौड़ाई को 20% बढ़ा दिया गया हो तब उसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी ?**

Speedy Solution :-

∴ अभीष्ट वृद्धि प्रतिशत $= 10+20+\frac{10\times20}{100} = 32\%$

> **TRICK :** यदि एक घनाभ की लम्बाई को $x\%$ चौड़ाई को $y\%$ बढ़ाया जाए तथा ऊँचाई को अपरिवर्तित रखा जाए तब उसके आयतन में $\left[x+y+\frac{xy}{100}\right]$ प्रतिशत की वृद्धि होगी।

TYPE - 4

5. **किसी बेलन की त्रिज्या को 10% कम कर दिया गया है। उसके आयतन में कितने प्रतिशत की कमी होगी ?**

Speedy Solution :-

अभीष्ट कमी $= 2\times10-\frac{10\times10}{100} = 19\%$

> **TRICK :** यदि किसी बेलन की त्रिज्या को $x\%$ बढ़ाया जाए तथा उसकी ऊँचाई को अपरिवर्तित रखा जाए तब
>
> (a) उसके आयतन में प्रतिशत वृद्धि $= 2x+\frac{x^2}{100}$
>
> (b) यदि $x\%$ की कमी हो तब, कमी प्रतिशत $= 2x-\frac{x^2}{100}$

TYPE - 5

6. **दो घनों के आयतन में 8 : 27 का अनुपात है। बतलाइए -**
(i) उनकी भुजाओं में क्या अनुपात होगा ?
(ii) उनके पृष्ठ क्षेत्रफलों में क्या अनुपात है ?

Speedy Solution :-

(i) इसकी भुजाओं का अनुपात $= \sqrt[3]{8}:\sqrt[3]{27} = 2:3$

(ii) पृष्ठ सतहों के क्षेत्रफल का अनुपात $= (8)^{\frac{2}{3}}:(27)^{\frac{2}{3}} = 4:9$

> **TRICK :** यदि दो घनों के आयतन में V_1 एक V_2 का अनुपात हो जब इनकी भुजाओं में $\sqrt[3]{V_1}:\sqrt[3]{V_2}$ का अनुपात होगा एवं इनके पृष्ठ सतहों के क्षेत्रफल का अनुपात $= (V_1)^{\frac{2}{3}}:(V_2)^{\frac{2}{3}}$ होगा।

TYPE - 6

7. **दो बेलन के आयतन में 3:4 का अनुपात है एवं इसकी ऊँचाई में 1 : 3 का अनुपात है। इनकी आधार की त्रिज्या में अनुपात है -**

Speedy Solution :-

$\therefore r_1:r_2 : \sqrt{(3\times3)}:\sqrt{(1\times4)} = 3:2$

> **TRICK :** यदि दो बेलन के आयतन में $V_1 : V_2$ का अनुपात हो तथा उनकी ऊँचाई में $h_1 : h_2$ का अनुपात हो तब इनकी आधार की त्रिज्या में $\sqrt{h_2V_1}:\sqrt{h_1V_2}$ का अनुपात होगा।

TYPE - 7

8. **दो बेलन के आयतन बराबर हैं एवं उनकी ऊँचाई में 9 : 16 का अनुपात है। इनकी त्रिज्या में क्या अनुपात होगा ?**

Speedy Solution :-

$\therefore r_1:r_2 = \sqrt{16}:\sqrt{9} = 4:3$

> **TRICK :** यदि दो बेलन के आयतन बराबर हो एवं इनकी ऊँचाई में $h_1:h_2$ का अनुपात हो तब इनके आधार की त्रिज्या का अनुपात $= r_1:r_2 = \sqrt{h_2}:\sqrt{h_1}$ होगा।

TYPE - 8

9. **दो बेलनों के आधार की त्रिज्या में 1 : 3 का अनुपात है तथा ऊँचाई में 2 : 1 का अनुपात है उनके आयतन में क्या अनुपात होगा ?**

Speedy Solution :-

Scanned by CamScanner

$\therefore$ आयतन में अनुपात $= (1)^2 \times 2 : (3)^2 \times 1 = 2 : 9$

TRICK : यदि दो बेलनों के आधार की त्रिज्या में $r_1 : r_2$ का अनुपात हो एवं इनकी ऊँचाई में $h_1 : h_2$ का अनुपात हो तब इनके आयतन का अनुपात $(r_1)^2 h_1 : (r_2)^2 h_2$ होगा।

TYPE - 9

10. यदि दो बेलन के आधार की त्रिज्या में 1 : 2 का तथा आयतन में 3 : 2 का अनुपात हो तब इनकी ऊँचाई का अनुपात क्या होगा ?

Speedy Solution :-

ऊँचाईयों का अनुपात $= 3(2)^2 : 2(1)^2 = 6 : 1$

TRICK : यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं में $r_1 : r_2$ का अनुपात हो एवं उनके आयतन में $V_1 : V_2$ का अनुपात हो तब –

$h_1 : h_2 = v_1 \times (r_2)^2 : V_2 \times (r_1)^2$ होगा।

TYPE - 10

11. यदि दो बेलन के आधार की त्रिज्या में 1 : 3 का अनुपात है तथा उनके आयतन में 2 : 9 का अनुपात है। उनकी ऊँचाई में क्या अनुपात होगा ?

Speedy Solution :-

$h_1 : h_2 = 2 \times (3)^2 : 9 \times (1)^2 = 18 : 9 = 2 : 1$

TRICK : यदि दो बेलनों की आधार की त्रिज्याएँ क्रमशः $r_1 : r_2$ अनुपात में हो एवं उनके आयतन में $v_1 : v_2$ का अनुपात हो तब $h_1 : h_2 = v_1 (r_2)^2 : v_2 (r_1)^2$

TYPE - 11

12. दो बेलनों के आयतन बराबर है तथा उनके आधार की त्रिज्या का अनुपात 3 : 2 है। बतलाइए उनके ऊँचाई में क्या अनुपात होगा।

Speedy Solution :-

$\therefore$ ऊँचाई का अनुपात $= 3^2 : 1^2 = 9 : 1$

TRICK : यदि दो बेलन के आयतन बराबर हो तथा उनकी त्रिज्याओं में $r_1 : r_2$ का अनुपात हो तब $h_1 : h_2 = (r_2)^2 : (r_1)^2$

TYPE - 12

13. दो शंकु की त्रिज्या में 1 : 2 का अनुपात है तथा इसकी ऊँचाई में 3 : 2 का अनुपात है तब इनके आयतन में क्या अनुपात होगा ?

Speedy Solution :-

आयतन का अनुपात $= (1)^2 \times 3 : (2)^2 \times 2 = 3 : 8$

TRICK : यदि दो शंकु की त्रिज्या में $r_1 : r_2$ का अनुपात है तथा इसकी ऊँचाई में $h_1 : h_2$ का अनुपात हो तब इसके आयतन में $(r_1)^2 h_1 : (r_2)^2 h_2$ का अनुपात होगा।

TYPE - 13

14. यदि दो शंकु के आयतन बराबर हो तथा उनकी ऊँचाई में 9 : 1 का अनुपात हो तो आधार की त्रिज्या में क्या अनुपात होगा ?

Speedy Solution :-

$\therefore$ त्रिज्या का अनुपात $= \sqrt{1} : \sqrt{9} = 1 : 3$

TRICK : यदि दो शंकु के आयतन बराबर हों तथा उनकी ऊँचाई में $h_1 : h_2$ का अनुपात हो तब $r_1 : r_2 = \sqrt{h_2} : \sqrt{h_1}$

TYPE - 14

15. एक बेलन एवं शंकु के आयतन बराबर है तथा उनकी आधार की त्रिज्या में 2 : 1 का अनुपात है। बतलाइए उनकी ऊँचाई के क्या अनुपात है ?

Speedy Solution :-

$\therefore h_1 : h_2 = (1)^2 : 3 \times (2)^2 = 1 : 12$

TRICK : यदि एक बेलन एवं एक शंकु के आयतन बराबर हों तथा उनके आधार की त्रिज्या में $r_1 : r_2$ का अनुपात हो तब – $h_1 : h_2 = (r_2)^2 : 3(r_1)^2$

TYPE - 15

16. दो गोलों के पृष्ठ क्षेत्रफल में 1 : 9 का अनुपात है। उनके आयतन में क्या अनुपात होगा ?

Speedy Solution :-

$\therefore$ आयतन का अनुपात $= [\sqrt{1}]^3 : [\sqrt{9}]^3 = 1 : 27$

TRICK : गोलों के पृष्ठ क्षेत्रफल में a : b का अनुपात हो तब उसके आयतन का अनुपात $= (a)^{\frac{3}{2}} : (b)^{\frac{3}{2}}$

TYPE - 16

18. एक आयताकार चद्दर जिसकी भुजाएँ 22 मीटर तथा 15 मीटर है तथा इस आयताकार चद्दर को मोड़कर बेलन बनाया जाता है। इस आयत की छोटी भुजा बेलन की ऊँचाई हो तो इस प्रकार बने बेलन का आयतन क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$\because$ बेलन का अभीष्ट आयतन $= \dfrac{(22)^2 \times 15}{4\pi}$

$= \dfrac{22 \times 7 \times 15}{4} = 577.5$ घन मीटर

TRICK : यदि एक आयताकार चद्दर को मोड़कर बेलन बनाया गया हो तथा इस आयत की छोटी भुजा बेलन की ऊँचाई हो, तो इस प्रकार बने बेलन का आयतन $= \dfrac{\text{ऊँचाई} \times (\text{आयताकार चद्दर की दूसरी भुजा})^2}{4\pi}$

TYPE - 17

20. 9 सेमी॰ त्रिज्या वाली 150 गोलियों को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया गया। इस बड़े गोले की त्रिज्या क्या होगी ?

Speedy Solution :-

बड़े गोले की अभीष्ट त्रिज्या $= 9\sqrt[3]{150} = 47.80$ सेमी॰ (लगभग)

Scanned by CamScanner

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. एक कोणीय टेन्ट की ऊँचाई 9 मीटर है और उसके आधार की त्रिज्या 12 मीटर है। 10 रुपया प्रतिवर्ग मीटर की दर से कैनवास लगाने में कुल खर्च होगा -

(A) 5650 रुपया (B) 5652 रुपया (C) 5655 रुपया (D) 5658 रुपया

(RRB राँची A.S.M., 2004)

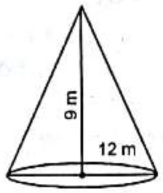
Speedy Solution : (D)

$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(9)^2 + (12)^2}$

$= \sqrt{81 + 144}$

$= \sqrt{225} = 15$ मीटर



शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times 15 = \frac{3960}{7}$ वर्ग मीटर

कैनवास लगाने का कुल खर्च $= \frac{3960}{7} \times 10 = 5658$ रुपया

2. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठ 600 वर्ग सेमी॰ है। इसके विकर्ण की लम्बाई है -

(A) $10\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $10\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

(RRB सिकन्दराबाद A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (C)

माना घन की भुजा $= a$ सेमी॰

$\therefore$ घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2 = 600$ वर्ग सेमी॰

$\therefore a^2 = 100, \ a = 10$ सेमी॰

$\therefore$ घन का विकर्ण $= \sqrt{3}a = \sqrt{3} \times 10 = 10\sqrt{3}$ सेमी॰

3. 1.5 सेमी॰ व्यास तथा 0.2 सेमी॰ मोटाई के कितने सिक्के पिघलायें जाये, जिससे एक ऐसा ठोस बेलन प्राप्त किया जा सके, जिसका व्यास 4.5 सेमी॰ तथा ऊँचाई 10 सेमी॰ हो ?

(A) 450 (B) 250 (C) 155 (D) कोई नहीं

(RRB सिकन्दराबाद A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (A)

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$ [h = मोटाई/ ऊँचाई]

$= \pi \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} \times 10 = \frac{405\pi}{8}$ घन सेमी॰

$\therefore$ एक सिक्के का आयतन $= \pi \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 0.2 = \frac{9\pi}{80}$ घन सेमी॰

$\therefore$ सिक्कों की अभीष्ट संख्या $= \frac{405\pi}{8} \times \frac{80}{9\pi} = 450$

4. दो लम्बवृत्तीय बेलनों के आयतन बराबर हैं तथा उसकी ऊँचाईयों का अनुपात 1 : 3 है। उनके आधार की त्रिज्याओं का अनुपात होगा -

(A) $\sqrt{3}:1$ (B) $\sqrt{2}:1$ (C) 1 : 2 (D) $4:\sqrt{3}$

(RRB सिकन्दराबाद A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (A)

माना कि लम्ब वृत्तीय बेलन की त्रिज्याएँ R तथा r तथा ऊँचाई h तथा 3h हैं।

$\therefore \pi R^2 h = \pi r^2 \times 3h$

$\therefore \frac{R^2}{r^2} = \frac{3}{1}$

$\therefore \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{3}}{1}$ [वर्गमूल लेने पर]

$\therefore R : r = \sqrt{3} : 1$

5. एक 25 सेमी॰ किनारे वाले घनाकार पिंड को गलाकर 5 सेमी॰ किनारे वाले घनाकार पिंड बनाये जा सकते है -

(A) 150 (B) 100 (C) 120 (D) 125

(RRB बंगलोर A.S.M./G.G., 2004)

Speedy Solution : (D)

नये घनों की अभीष्ट संख्या $= \frac{l_1^3}{l_2^3} = \frac{25 \times 25 \times 25}{5 \times 5 \times 5} = 125$

6. यदि लकड़ी की मोटाई 2 सेमी॰ हो, तो 24 सेमी॰ × 22 सेमी॰ × 17 सेमी॰ लकड़ी के एक बक्से को बनाने के लिए लकड़ी की आवश्यकता होगी -

(A) 2376 सेमी॰³ (B) 2276 सेमी॰³ (C) 2500 सेमी॰³ (D) 2600 सेमी॰³

(RRB गोरखपुर P.W.I., 2004)

Speedy Solution : (A)

बक्से में लगी लकड़ी का कुल

आयतन $= (24 \times 22 \times 17) - [(24-2) \times (22-2) \times (17-2)]$

$= 8976 - [22 \times 20 \times 15] = 8976 - 6600$

$= 2376$ सेमी॰³

7. एक गोले का आयतन $2145\frac{11}{21}$ घन सेमी॰ है। इसकी त्रिज्या बराबर है - ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए)

(A) 9 सेमी॰ (B) 7 सेमी॰ (C) 8 सेमी॰ (V) कोई नहीं

(RRB चंडीगढ़ Fetter, 2004)

Speedy Solution : (C)

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = 2145 + \frac{11}{21}$

$\Rightarrow \pi r^3 = \frac{45056}{21} \times \frac{3}{4}$ $\Rightarrow \frac{22}{7} \times r^3 = \frac{11264}{7}$

$\Rightarrow r^3 = \frac{11264}{7} \times \frac{7}{22}$ $\Rightarrow r^3 = 512$

$\Rightarrow r = 8$ सेमी॰

8. यदि किसी शंकु की त्रिज्या 21 सेमी॰ तथा उसकी तिर्यक ऊँचाई 10 सेमी॰ है, तो उसके वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल होगा -

(A) 230 वर्ग सेमी॰ (B) 600 वर्ग सेमी॰
(C) 660 वर्ग सेमी॰ (D) 580 वर्ग सेमी॰

Scanned by CamScanner

(RRB पटना G.M./T.M./Group D, 2003)

Speedy Solution : (C)

शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l$

यहाँ पर त्रिज्या $= r$, तिर्यक ऊँचाई $= l$ है।

$\therefore$ क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 21 \times 10 = 660$ वर्ग सेमी॰

9. किसी आयताकार आधार वाली टंकी का क्षेत्रफल 6500 वर्ग सेमी॰ तथा भरी टंकी में पानी का आयतन 2.6 घन मीटर है, तो टंकी में पानी की गहराई है –

(A) 3.5 मीटर (B) 5 मीटर (C) 4 मीटर (D) 6 मीटर

(RRB सिकन्दराबाद G.M./T.M./Group D, 2003)

Speedy Solution : (C)

टंकी की गहराई $= \frac{26 \times 100 \times 100 \times 100}{10 \times 6500} = 400$ सेमी॰ $= 4$ मीटर

10. अगर बेलन का वक्र पृष्ठ 880 वर्ग सेमी॰ है, इसकी लम्बाई 20 सेमी॰ है, तो इसका आयतन होगा ?

(A) 3080 घन सेमी॰ (B) 1580 घन सेमी॰

(C) 1540 घन सेमी॰ (D) 2280 घन सेमी॰

(RRB राँची Asstt. Driver, 2003)

Speedy Solution : (A)

बेलन का वक्रपृष्ठ $(2\pi rh) = 880$ वर्ग सेमी॰

बेलन की ऊँचाई (h) अर्थात् लम्बाई $= 20$ सेमी॰

$2\pi rh = 880$, जहाँ $h = 20$

$2 \times \frac{22}{7} \times 20 \times r = 880$

$\Rightarrow r = \frac{880 \times 7}{2 \times 22 \times 20}$ $\Rightarrow r = 7$ सेमी॰

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

आयतन $= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 20 = 3080$ घन सेमी॰

11. 15 सेमी॰ कोर वाले एक घन को एक आयताकार बर्तन में रखे हुए पानी में पूरी तरह डुबो दिया जाता है। यदि बर्तन के आधार की विमा 20 सेमी॰ × 15 सेमी॰ है, तो पानी की सतह कितनी ऊपर चढ़ जायेगी ?

(A) 12.5 सेमी॰ (B) 11.25 सेमी॰ (C) 22.5 सेमी॰ (D) 16 सेमी॰

(RRB गोरखपुर E.S.M. III, II, 2003)

Speedy Solution : (B)

माना पानी की सतह x ऊपर चढ़ जाएगी।

15 सेमी॰ कोर वाले घन का आयतन $= 15 \times 15 \times 15$ घन सेमी॰

आयताकार विमा का क्षेत्रफल $= 20 \times 15$ वर्ग सेमी॰

$x = \frac{15 \times 15 \times 15}{20 \times 15} = \frac{45}{4} = 11.25$ सेमी॰

12. एक 28 सेमी॰ ऊँचाई वाले और 6 सेमी॰ त्रिज्या वाले सीसे के बेलन से कितनी बन्दूक की गोलियाँ बनाई जा सकती हैं, प्रत्येक गोली का व्यास 1.5 सेमी॰ होना चाहिए ?

(A) 1729 (B) 1927 (C) 1792 (D) 1972

(RRB गोरखपुर E.S.M. II, II, 2003)

Speedy Solution : (C)

बेलन की ऊँचाई $= 28$ सेमी॰

बेलन की त्रिज्या $= 6$ सेमी॰

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 6 \times 6 \times 28 = 1008\pi$

गोली का व्यास $= 1.5$ सेमी॰

गोली की त्रिज्या $= 0.75$ सेमी॰

गोली का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times \frac{75}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{75}{100}$

गोलियों की कुल संख्या $= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{एक गोली का आयतन}}$

$= \frac{1008\pi \times 3 \times 100 \times 100 \times 100}{4 \times \pi \times 75 \times 75 \times 75} = 1792$ गोली

13. किसी लम्बवृत्तीय शंकु की तिर्यक ऊँचाई 10 मीटर और ऊँचाई 8 मीटर है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा –

(A) 80π मी॰^{2} (B) 60π मी॰^{2} (C) 40π मी॰^{2} (D) 30π मी॰^{2}

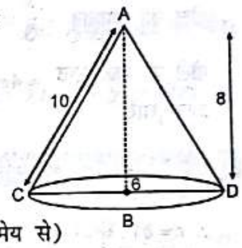
(RRB गोरखपुर E.S.M. II, II, 2003)

Speedy Solution : (B)

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = 10$ मीटर

शंकु की ऊँचाई $h = 8$ मीटर

समकोण ΔABC में –



AB = 8 मीटर

AC = 10 मीटर

BC = ?

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$\Rightarrow (8)^2 + BC^2 = (10)^2$

$\Rightarrow BC^2 = 100 - 64$ $\Rightarrow BC^2 = 36$

$\therefore BC = 6$

या $r = 6$ मीटर

शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l = \pi \times 6 \times 10 = 60\pi$ मीटर^2

14. किसी बेलन के आधार की त्रिज्या 8 सेमी॰ है तथा इसकी ऊँचाई 2 सेमी॰ है। इसे पिघलाकर 6 सेमी॰ ऊँचा शंकु बनाया गया है। शंकु के आधार की त्रिज्या होगी –

(A) 8 सेमी॰ (B) 4 सेमी॰ (C) 5 सेमी॰ (D) 5 सेमी॰

(RRB राँची Assitt. Driver (Diesel/Ele.), 2003)

Speedy Solution : (A)

बेलन की त्रिज्या $= 8$ सेमी॰

बेलन की ऊँचाई $= 2$ सेमी॰

बेलन की आयतन $= \pi \times (8)^2 \times 2 = 128\pi$ घन सेमी॰

शंकु की ऊँचाई $= 6$ सेमी॰

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 6 = 128\pi$

$\Rightarrow r^2 = \frac{128\pi \times 3}{1 \times 6 \times \pi} = 64$

$\therefore r = \sqrt{64} = 8$ सेमी॰

Scanned by CamScanner

15. दो सिलंडरों का आयतन समान है, उनकी ऊँचाईयों का अनुपात 1 : 2 है, तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा –

(A) 2 : 1 (B) 1 : 2 (C) $1:\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2}:1$

(RRB डी॰एम॰आर॰सी॰ J.S.C., 2003)

Speedy Solution : (D)

प्रश्नानुसार, दोनों बेलनों का आयतन समान है।

अतः $\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$

$$\Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{\pi h_2}{\pi h_1} = \frac{h_2}{h_1} \qquad \therefore \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{2}{1}}$$

$\therefore r_1 : r_2 = \sqrt{2} : 1$

16. किसी गोले के आयतन को इसके वक्र पृष्ठ से विभाजित करने पर फल 27 सेमी॰ होता है, तो गोले की त्रिज्या होगी –

(A) 9 सेमी॰ (B) 27 सेमी॰ (C) 81 सेमी॰ (D) 24 सेमी॰

(RRB राँची Assitt Driver (Diesel/Ele.), 2002)

Speedy Solution : (C)

गोल का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

गोले का वक्र पृष्ठ $= 4\pi r^2$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{4 \times \pi \times r^3}{3 \times 4 \times \pi \times r^2} = 27 \qquad \Rightarrow \frac{r}{3} = 27$$

$\therefore r = 81$ सेमी॰

17. 3 सेमी॰ व्यास की गोलाकार गेंद को पिघलाकर तीन गोलाकार गेंदें बनाई जाती हैं, इनमें से दो गेंदों का व्यास क्रमशः 1.5 सेमी॰ व 2 सेमी॰ है। तीसरी गेंद का व्यास होगा –

(A) 1.25 सेमी॰ (B) 2.5 सेमी॰ (C) 1.5 सेमी॰ (D) 3.5 सेमी॰

(E) उपर्युक्त में से कोई नहीं

(RRB कोलकाता/भुवनेश्वर T.C., 2003)

Speedy Solution : (B)

माना 3 सेमी॰ व्यास वाले वृत्त की त्रिज्या r_1, 1.5 सेमी॰ व्यास वाले गोले की त्रिज्या r_2 तथा 2 सेमी॰ व्यास वाले गोले की त्रिज्या r_3 है।

तीसरे गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3 - \frac{4}{3}\pi r_3^3$

$$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\left(r_1^3 - r_2^3 - r_3^3\right)$$

तीसरे गोले का व्यास $= 2 \times 1.25 = 2.50$ सेमी॰

18. एक गोले व घन की सतहों का क्षेत्रफल समान है, गोले व घन के आयतनों का अनुपात है –

(A) $4r^2$ (B) $\sqrt{2}:\sqrt{\pi}$ (C) $\sqrt{\pi}:\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{6}:\sqrt{\pi}$

(RRB कोलकाता/भुवनेश्वर T.C., 2003)

Speedy Solution : (D)

गोले का क्षेत्रफल = घन का क्षेत्रफल

$4\pi r^2 = 6a^2$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{6a^2}{4\pi} \qquad \therefore \frac{r}{a} = \sqrt{\frac{3}{2\pi}}$$

$$\frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{r}{a}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \times \left(\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\right)^3$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{\pi}} = \sqrt{6} : \sqrt{\pi}$$

19. एक बेलन जिसका अर्द्धव्यास (त्रिज्या) 80 सेमी॰ तथा ऊँचाई 20 सेमी॰ है, उसके सम्पूर्ण एवं पार्श्वभाग के क्षेत्रफल का अनुपात है –

(A) 3 : 1 (B) 2 : 1 (C) 4 : 1 (D) 5 : 1

(RRB मुजफ्फरपुर, 2003)

Speedy Solution : (D)

$$r^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 - 13 = \frac{27}{8} - \frac{27}{64} - 1 = \frac{125}{64} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

$\therefore r = \frac{5}{4} = 1.25$ सेमी॰

अभीष्ट अनुपात $= 2\pi rh(h+r) = 2\pi rh(h+r)$

$= (20+80) : 20 = 100 : 20 = 5 : 1$

20. एक गोला जिसका आयतन $905\frac{1}{7}$ घन सेमी॰ है। उसका व्यास है –

(A) 9 सेमी॰ (B) 12 सेमी॰ (C) $12\frac{1}{7}$ सेमी॰ (D) $9\frac{1}{7}$ सेमी॰

(RRB राँची A.S.M., 2003)

Speedy Solution : (B)

गोले का आयतन $\frac{4}{3}\pi r^3 = 905\frac{1}{7}$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = \frac{6336}{7}$$

$$r^3 = \frac{6336}{7} \times \frac{7 \times 3}{4 \times 22}$$

$\therefore r = 6$ सेमी॰

व्यास $= 2 \times 6 = 12$ सेमी॰

21. एक गोला जिसकी त्रिज्या r है और एक शंकु जिसके आधार की त्रिज्या r है, दोनों का आयतन बराबर है। शंकु की ऊँचाई होगी –

(A) 2r (B) 3r (C) 4r (D) r

(RRB राँची Assitt. Driver, 2003)

Speedy Solution : (C)

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad \therefore h = 4r$$

22. एक r त्रिज्या वाले गोले को बेलन के अन्दर इस तरह बिठाया गया है कि गोले का वक्र पृष्ठ बेलन को स्पर्श करता है। बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल है –

(A) $\frac{4}{3}\pi r^2$ (B) $4\pi r^2$ (C) πr^2 (D) $2\pi r^2$

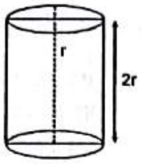
Scanned by CamScanner

(RRB कोलकाता G.G., 2002)

Speedy Solution : (B)

गोले की त्रिज्या $= r$

$\therefore$ बेलन की त्रिज्या $= r$



बेलन की ऊँचाई $= r + r = 2r$

बेलन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi rh = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$

23. समान आयतन वाले दो वृत्ताकार बेलनों की ऊँचाई 1 : 3 के अनुपात में हैं। उनकी त्रिज्याओं का अनुपात है -

(A) $4:\sqrt{3}$ (B) $3:2\sqrt{3}$ (C) $2:\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}:1$

(E) इनमें से कोई नहीं

(RRB कोलकाता G.G., 2002)

Speedy Solution : (D)

पहले बेलन की त्रिज्या r_1 तथा दूसरी की r_2 है।

$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$

$\Rightarrow \pi r_1^2 \times 1 = \pi r_2^2 \times 3$ $\quad \Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{3}{1}$

$\Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{3}{1}$ $\quad \therefore \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{3}{1}} = \sqrt{3}:1$

24. एक r त्रिज्या वाले गोले को बेलन के अंदर इस तरह रखा गया है कि गोले का वक्र बेलन को स्पर्श करता है। बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल है -

(A) $\frac{4}{3}\pi r^2$ (B) $4\pi r^2$ (C) πr^2 (D) $2\pi r^2$

(E) इनमें से कोई नहीं

(RRB कोलकाता G.G., 2002)

Speedy Solution : (B)

बेलन की ऊँचाई, गोले की त्रिज्या की दोगुनी होगी $(h = 2r)$

बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$

25. यदि ठोस से बने तीन घनों जिनकी एक भुजा क्रमशः 30 सेमी॰, 40 सेमी॰ और 50 सेमी॰ है, को पिघलाकर एक घन बनाया जाये, तो नये बने घन के सभी सतहों का कुल क्षेत्रफल होगा -

(A) 2 मी॰² (B) 21600 सेमी॰²

(C) 2160 सेमी॰² (D) 2.15 मी॰²

(RRB कोलकाता G.G., 2002)

Speedy Solution : (B)

नये घन का आयतन = पुराने घनों के आयतनों का योग

$= 30^3 + 40^3 + 50^3$

$= 27000 + 64000 + 125000$

$= 216000$ घन सेमी॰

नये घन की भुजा $= \sqrt[3]{216000} = 60$ सेमी॰

सतह का क्षेत्रफल $= 6a^2 = 6 \times 60 \times 60 = 21600$ समी॰²

26. एक गोलाकार गेंद जिसका व्यास 9 सेमी॰ है, को पिघलाकर 2 मिमी॰ व्यास का एक तार बनाया जाता है, तो तार की लम्बाई होगी -

(A) 1512 मीटर (B) 2521 मीटर (C) 1152 मीटर (D) 121.5 मीटर

(RRB राँची A.S.M., 2002)

Speedy Solution : (D)

9 सेमी॰ = 90 मिमी॰

त्रिज्या $= \frac{90}{2} = 45$ मिमी॰

गोलाकार गेंद का आयतन $= \frac{4}{3} \times \pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 45 \times 45 \times 45$

तार की त्रिज्या $= \frac{2}{2} = 1$ मिमी॰

तार का आयतन $= \pi r^2 h = \pi (1)^2 h$

प्रश्नानुसार,

$\pi h = \frac{4 \times \pi \times 45 \times 45 \times 45}{3}$

$\therefore$ h = 121500 मिली मीटर = 121.5 मीटर

27. एक बेलन का वक्रपृष्ठ 264 वर्ग मीटर है, उसका आयतन 924 घन मीटर है, तो बेलन की ऊँचाई है -

(A) 4 मीटर (B) 6 मीटर (C) 8 मीटर (D) 10 मीटर

(E) इनमें से कोई नहीं

(RRB कोलकाता Diesel Driver, 2002)

Speedy Solution : (B)

बेलन का आयतन $\pi r^2 h = 924$ मीटर

बेलन का वक्रपृष्ठ $2\pi rh = 264$ वर्ग मीटर

$\frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{924}{264}$

$\Rightarrow \frac{r}{2} = \frac{924}{264}$

$\Rightarrow r = \frac{924 \times 2}{264} = 7$ मीटर

$\because 2\pi rh = 264$ $\quad \therefore h = \frac{264 \times 7}{2 \times 22 \times 7} = 6$ मीटर

28. लोहे की बेलनाकार छड़ जिसकी ऊँचाई उसकी त्रिज्या से आठ गुणी है, तो पिघलाकर गोले बनाए जाते हैं। जिनकी त्रिज्या बेलन की त्रिज्या से आधी है, गोलों की संख्या है -

(A) 4 (B) 12 (C) 16 (D) 48

(RRB अजमेर A.S.M., 2001)

Speedy Solution : (D)

माना कि बेलनाकार छड़ की त्रिज्या r है।

$\therefore$ ऊँचाई $= 8r$

$\therefore$ बेलनाकार छड़ का आयतन $= \pi r^2 h = \pi r^2 \times 8r = 8\pi r^3$

तथा एक गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{r^3}{8} = \frac{\pi r^3}{6}$

$\therefore$ कुल गोलों की संख्या $= \frac{\text{छड़ का आयतन}}{\text{एक गोले का आयतन}} = \frac{8\pi r^3}{\pi r^3} = 48$

Scanned by CamScanner

29. एक घन का आयतन 1000 घन सेमी॰ है उसके विकर्ण की लम्बाई बताओं ?

(A) 10 सेमी॰ (B) $10\sqrt{2}$ सेमी॰

(C) $10\sqrt{3}$ सेमी॰ (D) $5\sqrt{2}$ सेमी॰

(RRB चंडीगढ़ A.S.M., 2005)

Speedy Solution : (C)

घन का आयतन = 1000 घन सेमी॰

अतः घन की भुजा $(a) = (1000)^{\frac{1}{3}} = 10$ सेमी॰

$\therefore$ इसकी विकर्ण $= a\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ सेमी॰

30. एक हौज 4 मी॰ लम्बा और 2.5 मी॰ चौड़ा है, उसमें 15000 लीटर पानी आता है। यदि 1 लीटर पानी 1 घन डेमी स्थान घेरता हो, तो हौज की गहराई बताओ।

(A) 1.5 मी॰ (B) 15 मी॰ (C) 25 मी॰ (D) 35 मी॰

(RRB अहमदाबाद T.C, 2005)

Speedy Solution : (A)

हौज की लम्बाई = 4 मी॰, चौड़ाई = 2.5 मी॰, माना गहराई = h मी॰

1 घन डेसीमीटर = 1 लीटर

$\therefore$ 1 घन मी॰ = 10 × 10 × 10 = 1000 लीटर

प्रश्नानुसार हौज का आयतन = 15000 लीटर

$\therefore 4 \times 2.5\, h = 15000$

$\Rightarrow h = \frac{15000}{1000} \times \frac{1}{4 \times 2.5}$ मीटर $= \frac{15}{10} = 1.5$ मीटर

31. एक घनाभ का आयतन 64000 घन सेमी॰ है तथा उसकी भुजाओं का अनुपात 1 : 2 : 4 है सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई कितनी है ?

(A) 40 सेमी॰ (B) 60 सेमी॰ (C) 64 सेमी॰ (D) 80 सेमी॰

(RRB सिकन्दराबाद Diesel driver, 2005)

Speedy Solution : (D)

घनाभ की भुजाओं में अनुपात = 1 : 2 : 4

अतः भुजाएँ क्रमशः $x, 2x$ व $4x$ होगी।

प्रश्नानुसार घनाभ का आयतन = 64000

अर्थात् $x \times 2x \times 4x = 64000$ या $x^3 = \frac{64000}{8} = 8000 \therefore x = 20$

$\therefore$ सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई $= 4x = 4 \times 20 = 80$ सेमी॰

32. एक पिरामिड का आधार वर्गाकार है, जिसकी प्रत्येक भुजा 14 सेमी॰ है। यदि इस पिरामिड का आयतन 1568 घन सेमी॰ हो तो पिरामिड की ऊँचाई बताओं ?

(A) 16 सेमी॰ (B) 24 सेमी॰ (C) 32 सेमी॰ (D) 8 सेमी॰

(RRB राँची A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (B)

पिरामिड के आधार का क्षेत्रफल $= (14)^2 = 196$ सेमी॰^{2}

पिरामिड का आयतन = 1568 घन सेमी॰

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षे॰ × ऊँचाई = 1568

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times 196 \times$ ऊँचाई = 1568

$\therefore$ ऊँचाई $= \frac{1568 \times 3}{196} = 8 \times 3 = 24$ सेमी॰

33. एक बेलनाकार टैंक का जल धारण क्षमता 6160 घन मी॰ है। उसकी गहराई क्या होगी। यदि इसके आधार का व्यास 28 मी॰ हो।

(A) 5 मी॰ (B) 15 मी॰ (C) 10 मी॰ (D) 27 मी॰

(RRB अजमेर Goods Guards, 2004)

Speedy Solution : (C)

बेलनाकार टैंक का आयतन = 6160 घन मी॰

$\therefore \pi r^2 h = 6160$

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h = 6160$ जहाँ h टैंक की गहराई है।

$\therefore h = \frac{6160}{22 \times 2 \times 14} = 10$ मीटर

34. एक गोले, एक बेलन तथा एक शंकु की त्रिज्याएँ समान हैं तथा सम्पूर्ण पृष्ठ समान हो तो उसकी ऊँचाईयों में क्या अनुपात होगा ?

(A) $2:1:2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}:1:2$

(C) $2:1:3\sqrt{2}$ (D) $6\sqrt{2}:3\sqrt{2}:4$

(RRB मुम्बई A.S.M., 2005)

Speedy Solution : (A)

माना गोले, बेलन तथा शंकु की त्रिज्या = r

गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ = बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ

$4\pi r^2 = 2\pi r(r+h) = \pi r(l+r) \quad \Rightarrow 4r = 2(r+h) = (l+r)$

$\Rightarrow 4r = 2r + 2h = \sqrt{r^2 + H^2} + ... \quad (1)$

यदि $4r = 2r + 2h$ तो $h = r$

पुनः यदि $\sqrt{r^2 + H^2} = 3r \Rightarrow r^2 + H^2 = 9r^2$

$\Rightarrow H^2 = 8r^2 \Rightarrow h = 2\sqrt{2}\, r$

अतः समी॰ (1) में h व H का मान रखने पर ऊँचाइयों का अनुपात $= 2r : r : 2\sqrt{2}\, r = 2:1:2\sqrt{2}$

नोट : गोले की ऊँचाई उसका व्यास $(2x)$ होती है।

35. एक तार को पिघलाकर एक तिहाई त्रिज्या की तार बनाने पर तार के लम्बाईयों में अनुपात क्या होगा ?

(A) 1 : 2 (B) $2:\sqrt{2}$ (C) 9 : 1 (D) 1 : 9

(RRB भुवनेश्वर T.A., 2005)

Speedy Solution : (D)

माना प्रारंभिक तार की लम्बाई $= l$ व त्रिज्या $= r$ है।

अतः तार का आयतन $= \pi r^2 l$ ...(I)

पुनः दूसरे तार की त्रिज्या $= \frac{r}{3}$, माना लम्बाई L हो जाती है।

$\therefore \pi\left(\frac{r}{3}\right)^2 L = \pi r^2 l$

$\Rightarrow L = 9l$ $\therefore$ लम्बाई में अनुपात $= l : L = 1:9$

Scanned by CamScanner