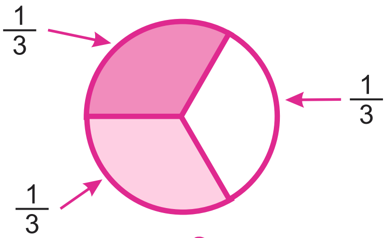
अध्याय 5

भिन्न

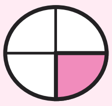
5.1 हमने बराबर–बराबर बाँटने के रूप में भिन्न को प्राथमिक कक्षाओं में पढा है। चलो उसका दोहरान करते हैं। जब एक रोटी को 3 बच्चों में बराबर–बराबर बाँटेंगे तो प्रत्येक बच्चे को मिलने वाला भाग एक बटा तीन $\frac{1}{3}$ या एक तिहाई कहलाता है।

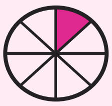


आकृति 5.1

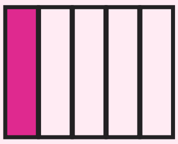
करो और सीखो

नीचे दिए गए चित्रों (रंगे गए भागों) का भिन्न से मिलान कीजिए।

(i)  $\frac{1}{5}$

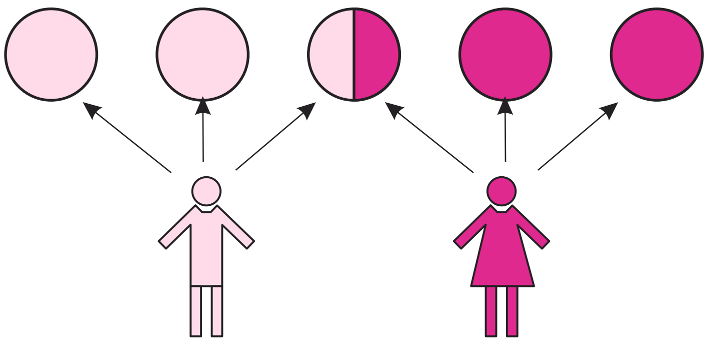
(ii)  $\frac{1}{4}$

(iii) $\frac{1}{8}$

(iv)  $1+\frac{1}{2}$

(इन भिन्नों को पढ़ने की कोशिश कीजिए)

इसी प्रकार जब हम पाँच रोटियों को 2 बच्चों में बराबर–बराबर बाँटते हैं तो इसे इस प्रकार लिखते व पढ़ते हैं।



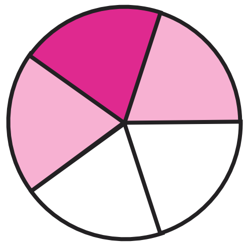
$2+\frac{1}{2}$ (दो और एक बटा दो)

इसे भी समझो

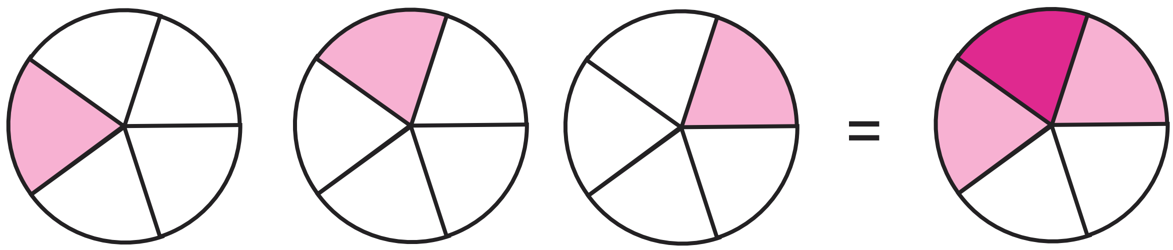
अभी हमने $\frac{3}{5}$ को एक रोटी में इस प्रकार दर्शाया।

सोचो अगर हमारे पास तीन रोटी होती और हम प्रत्येक के पाँच–पाँच हिस्से कर, उसमें से एक हिस्सा लेते, तब रंगे गए हिस्से कितनी रोटी को दर्शाते हैं ?

अत: यह तीनों $\frac{1}{5}$ मिलकर एक रोटी के $\frac{3}{5}$ हिस्से को दर्शाते हैं।



आकृति 5.2



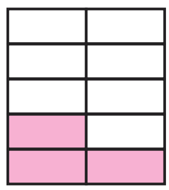
$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ = $\frac{3}{5}$

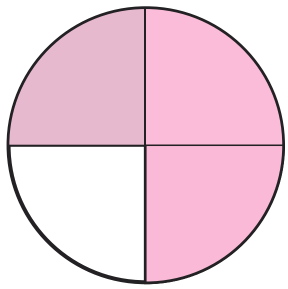
आकृति 5.3

परन्तु ध्यान रहे अगर तीन रोटी में से हिस्से पूछे जाए तो रंगे गए हिस्से कुल 3 रोटी के $\frac{1}{5}$ हिस्से को दर्शा रहे हैं।

अभी तक हमने बराबर–बराबर बाँटने के रूप में भिन्न को दर्शाना व पढ़ना सीखा है। अब हम इकाई के हिस्सों के रूप में भिन्न को समझने का प्रयास करेंगे।

लाली के पास एक बड़ी टॉफी थी जिसमें दस बराबर भागों पर निशान बने थे। आधी छुट्टी होने पर लाली ने टॉफी के तीन बराबर हिस्से अलग कर खा लिए।





सोचो लाली ने टॉफी का कितना हिस्सा खाया ?

टॉफी के खाए गए हिस्से = 3

टॉफी के कुल किए गए बराबर हिस्से = 10

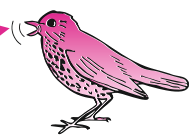
लाली द्वारा खाई गई टॉफी = $\frac{3}{10}$ (तीन बटा दस)

इसी प्रकार विक्रम ने विद्यालय में पोषाहार में मिली रोटी के चार बराबर हिस्से कर उसमें से तीन हिस्से खाए। तब विक्रम द्वारा रोटी खाई गई

$$= \frac{\text{रोटी के लिए गए या दर्शाए गए हिस्से}}{\text{रोटी के किए गए कुल समान हिस्से}}$$

$$= \frac{3}{4}$$

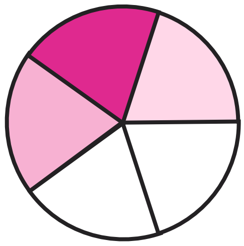
एक इकाई के किए गए कुल टुकडे हर और उसमें से लिए गए टुकड़ों की संख्या को अंश कहते हैं।



इसे तीन बटा चार या तीन चौथाई पढ़ते हैं।

एक इकाई के किए गए कुल टुकड़े हर, और उनमें से लिए गए टुकड़ों की संख्या को अंश कहते हैं। इस प्रकार तुम सोचकर बताओ कि एक रोटी के पाँच बराबर हिस्सों में तीन हिस्से लेने पर वह इकाई के कितने भाग को दर्शाता है ?

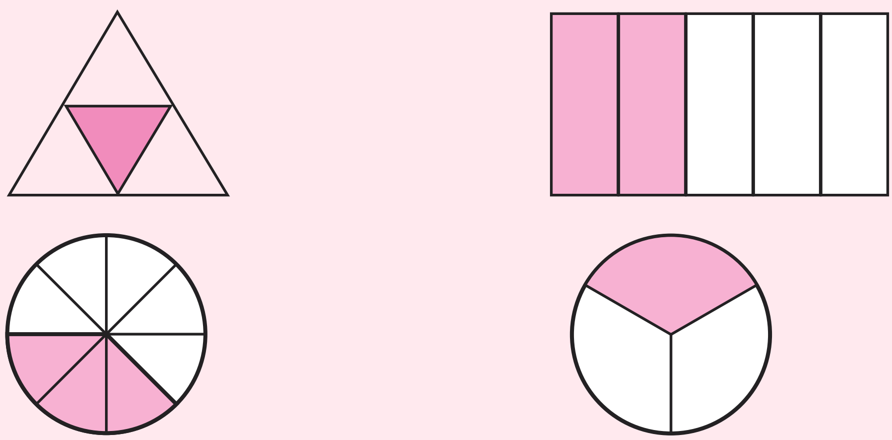
तुमने ठीक सोचा $= \frac{3}{5} \frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$



इसे तीन बटा पाँच पढ़ते हैं यहाँ 3 अंश व 5 हर को व्यक्त करता है।

करो और सीखो

निम्नांकित आकृतियों के छायांकित भाग को भिन्न के रूप में लिखिए।



5.2 भिन्नों को चित्रों द्वारा समझाना

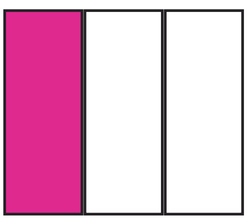
अब तक हमने भिन्न को बराबर–बराबर बाँटने व इकाई को हिस्सों के रूप में दर्शाना सीख लिया है। अब हम दी गई भिन्न को चित्र द्वारा दर्शाना सीखेंगे।

$\frac{1}{3}$ को चित्र द्वारा दर्शाना- $\frac{1}{3}$ में अंश 1 व हर 3 है, हर बताता है कि हमें इकाई के कितने बराबर हिस्से करने हैं। यहाँ हर तीन है अतः हम इकाई के तीन समान हिस्से करेंगे।

सीमा ने आयत का चित्र बनाकर तीन समान हिस्से किए।

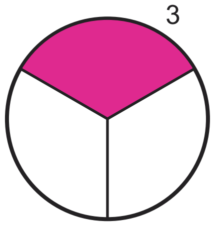
जॉन ने वृत बनाया तीन समान हिस्से किए।

फज़्लू ने स्केल से 1 इंच की रेखा बना कर उसके तीन समान हिस्से किए।



$\frac{1}{3}$

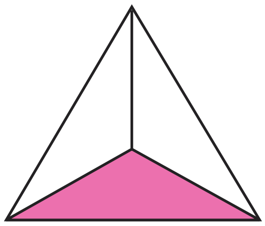
$\frac{1}{3}$



$\frac{1}{3}$ में अंश 1 रंगे अथवा लिए गए हिस्सों को दर्शाता है।

तुम कोई भी चित्र बनाकर उसमें भिन्न $\frac{1}{3}$ को दर्शा सकते हो, पर शर्त यह है कि तीनों टुकड़े बराबर होने चाहिए।

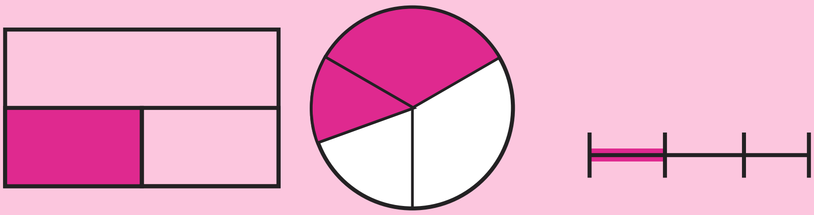
यह देखो चंदा ने त्रिभुज में $\frac{1}{3}$ को दर्शाया



यहाँ सीमा, जॉन व फज़लू ने $\frac{1}{3}$ को अलग–अलग चित्रों के द्वारा दर्शाया परंतु एक चीज़ समान है, वह यह है कि इन सभी चित्रों में इकाई के तीन समान टुकड़े कर उसका एक हिस्सा छायांकित किया गया है।

करो और सीखो

1. नीचे दिए गए चित्र में से $\frac{1}{3}$ के लिए कौन से चित्र ठीक हैं और कौन से नहीं ? कारण भी बताइए।

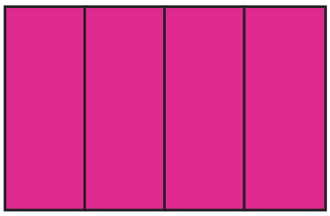


2. नीचे दिए गए भिन्नों को उचित चित्रों द्वारा दर्शाइए।

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{1}{5}$

5.3 उचित, अनुचित एवं मिश्रित भिन्न

अभी हमने भिन्नों को चित्रों द्वारा दर्शाना सीखा है। अब क्या आप $\frac{5}{4}$ को चित्र द्वारा दर्शा सकते हो?
$\frac{5}{4}$ में 5 अंश है, व 4 हर है।

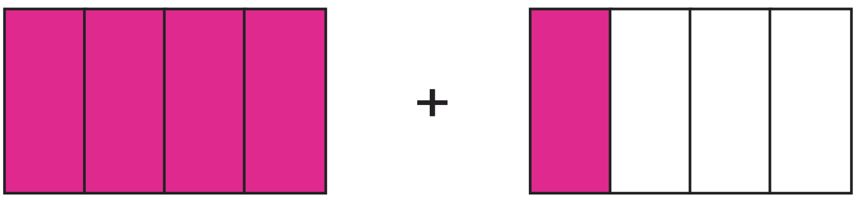


हम जानते हैं कि हर, इकाई के किए जाने वाले कुल बराबर हिस्सों को दर्शाता है। अतः हमने आयत बना कर उसके 4 हिस्से किए।

अब $\frac{5}{4}$ में 5 अंश है जो बताता है कि हमें कितने हिस्से लेने हैं। पर क्या हम कुल 4 हिस्सों में से 5 हिस्से ले सकते हैं?
नहीं अतः हम एक और इकाई बना कर उसके भी 4 समान हिस्से करते हैं।

अब पहली इकाई के चार पूरे हिस्से व दूसरी इकाई से एक हिस्सा अतः कुल पाँच हिस्से रंगे हुए लेते हैं यह $\frac{5}{4}$ को दर्शाता है। $\frac{5}{4}$ को अनुचित भिन्न भी कहते हैं।

ऐसी भिन्न जिसमें अंश, हर से बड़ा या बराबर होता है, अनुचित भिन्न कहलाती है।



$\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$

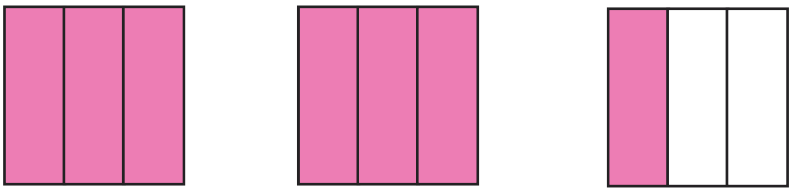
उचित भिन्न इकाई के टुकडे को दर्शाती है क्या आप उचित भिन्न को परिभाषित कर सकते हैं ? तो अपने साथियों के साथ इस पर चर्चा कीजिए।

5.3.1 अनुचित भिन्न को मिश्रित भिन्न के रूप में दर्शाना

अनुचित भिन्न को पूर्ण इकाई व उचित भिन्न (इकाई के हिस्से) के योग के रूप में भी दर्शाया जा सकता है, यह मिश्रित भिन्न कहलाती है। जैसे $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$ या $1\frac{1}{4}$ (इसे एक सही एक बटा चार पढ़ते हैं)

उदाहरण 1 अनुचित भिन्न $\frac{7}{3}$ को चित्र द्वारा दर्शाइए व मिश्रित भिन्न के रूप में भी लिखिए।

हल भिन्न $\frac{7}{3}$ को अंश/हर के रूप में देखने पर, हर 3 है अतः हमें एक इकाई के तीन बराबर टुकड़े करने है। अंश 7 है अतः 7 टुकड़े रंगने हैं इसके लिए हमें तीन इकाईयाँ लेकर उनमें 7 हिस्से रंगने होंगे।



$\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

अतः अनुचित भिन्न $\frac{7}{3}$ का मिश्रित रूप हुआ

$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

इसे सात बटा तीन व दो सही एक बटा तीन पढ़ते हैं।

> **अनुचित से मिश्र भिन्न में बदलाव**
>
> 3) 7(2
> -6
> 1
>
> $= 2\frac{1}{3}$
>
> $=$ भागफल $\frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$

रश्मि ने खाखरे के कुछ टुकड़े रखे हैं, इन्हें देखकर भिन्न रूप में लिखिए तथा बताइए कौनसे उचित भिन्न के रूप में तथा कौनसे अनुचित भिन्न के रूप में है।

	$\frac{1}{4}$	उचित

उदाहरण 2 निम्नलिखित को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $\frac{19}{4}$ (ii) $\frac{23}{6}$

हल (i) $\frac{19}{4}$

4)19(4
-16
3

भाजक = 4
भागफल = 4
शेषफल = 3

अतः $\frac{19}{4}$ = 4 पूर्ण इकाई व $\frac{3}{4}$ या $4\frac{3}{4}$

हल (ii) $\frac{23}{6}$

6)23(3
-18
5

भाजक = 6
भागफल = 3
शेषफल = 5

अतः $\frac{23}{6}$ = 3 पूर्ण इकाई व $\frac{5}{6}$ या $3\frac{5}{6}$

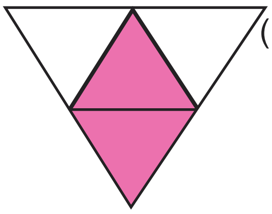
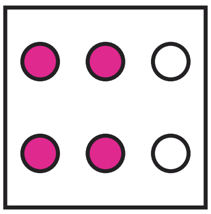
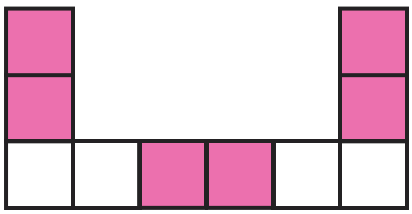
करो और सीखो

निम्न मिश्रित भिन्नों को अनुचित भिन्नों के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $3\frac{2}{3}$ (ii) $7\frac{1}{9}$

प्रश्नावली 5.1

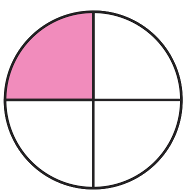
1. छायांकित भाग को दर्शाने वाली भिन्न लिखिए

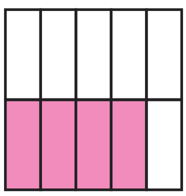
(i)  (ii)  (iii) 

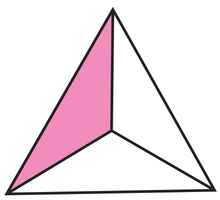
2. दी गई भिन्नों को चित्र द्वारा दर्शाइए।

   (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{5}{4}$ (iii) $\frac{3}{6}$ (iv) $2\frac{2}{5}$

3. 35 मिनट एक घंटे की कौनसी भिन्न है ?
4. 1 से 15 तक की सम संख्याएँ इसकी कितनी भिन्न को बताती है।
5. नीचे दी गई आकृतियों में बिना रंगा भाग कितनी भिन्न को दर्शाता है।

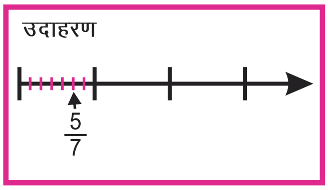

(i)


(ii)


(iii)

6. संख्या रेखा पर निम्न भिन्नों को दर्शाइए।

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{3}{7}$ (iii) $\frac{8}{3}$



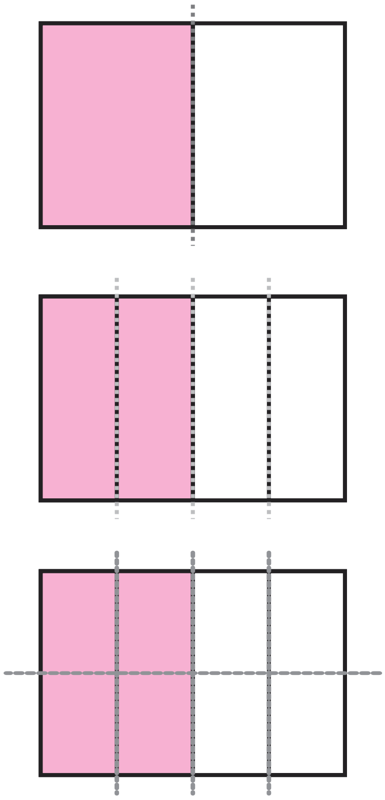
7. निम्नलिखित को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $\frac{20}{3}$ (ii) $\frac{11}{5}$ (iii) $\frac{19}{6}$

8. निम्नलिखित को अनुचित (विषम) भिन्न के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $7\frac{2}{3}$ (ii) $5\frac{3}{4}$ (iii) $4\frac{1}{2}$

5.4 समान या तुल्य भिन्न



जानवी और देवांश ने भिन्नों को चित्रों से दर्शाना सीख लिया है। तब उनकी शिक्षिका ने एक कागज लेकर उसे आधा मोड़ा और पूछा –

शिक्षिका – इसका एक हिस्सा कितनी भिन्न को दर्शाता है?

जानवी – $\frac{1}{2}$ (एक बटा दो)

शिक्षिका – चलो हम इसके एक हिस्से को रंग देते हैं। अब इसे दो बार मोड़कर, खोलते हैं। अब रंगा हुआ हिस्सा कितनी भिन्न को दर्शा रहा है।

देवांश – कागज के 4 समान हिस्से हुए ओर 2 रंगे हुए हैं, तो यह $\frac{2}{4}$ को दर्शाता है।

जानवी – यहाँ $\frac{1}{2}$ और $\frac{2}{4}$ तो कागज के समान रंगे हिस्सो को ही दर्शा रहे हैं।

शिक्षिका – जानवी तुमने ठीक कहा, ऐसी भिन्न जो समान हिस्सों को दर्शाती है, समान या तुल्य भिन्न कहलाती है। इन्हें इस प्रकार लिखते है।

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

इस कागज को तीन बार मोड़ने पर रंगा हुआ हिस्सा $\frac{4}{8}$ दर्शाता है।

गतिविधि – तुम भी अपने साथी के साथ एक कागज लेकर उसे आधा रंगो और अलग–अलग तरीकों से मोड़कर रंगे हुए भाग द्वारा दर्शाती भिन्न बनाओ। पर ध्यान रहे, मोड़ते समय सब हिस्से समान होने चाहिए।

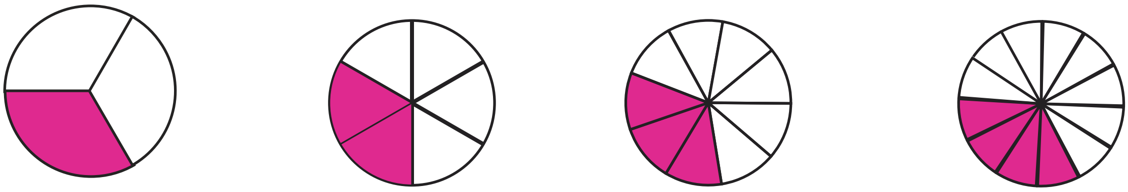
देवांश – मैं बिना कागज को मोड़े भी तुल्य भिन्न बता सकता हूँ।

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}, \quad \frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8}$$

शिक्षिका – देवांश तुमने ठीक पैटर्न पकड़ा, किसी भी भिन्न के अंश व हर को समान संख्या से गुणा या भाग कर हम **तुल्य भिन्न** बना सकते हैं। कुछ भिन्नों जैसे $\frac{12}{16}$ की तुल्य भिन्न भाग से भी निकाली जा सकती है।

इन चित्रों से भी तुल्य भिन्नों को समझो।

क्या सभी चित्रों में इकाई के रंगे गए भाग समान हैं ? तो यह भी तुल्य भिन्न हुई।



$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{4}{12}$

उदाहरण 3 भिन्न $\frac{1}{4}$ की तुल्य भिन्न बताइए।

हल $\frac{1}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{8}$, $\frac{1}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$

अर्थात् भिन्न $\frac{1}{4}$ की तुल्य भिन्न –

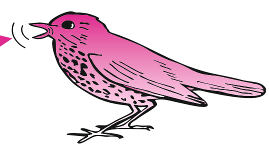
$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$

उदाहरण 4 $\frac{3}{6}$ की तीन तुल्य भिन्न बनाइए।

हल $\frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$, $\frac{3 \times 2}{6 \times 2} = \frac{6}{12}$, $\frac{3 \times 3}{6 \times 3} = \frac{9}{18}$

हम $\frac{3}{6}$ की तुल्य भिन्न $\frac{1}{2}$ से भी $\frac{3}{6}$ की तुल्य भिन्न बना सकते हैं।

तुल्य भिन्नों के सरल रूप वह है जिसमें अंश व हर आपस में सहअभाज्य हो जैसे $\frac{8}{14}$ का सरल रूप $\frac{4}{7}$ जहाँ 4 व 7 आपस में सहअभाज्य है।



उदाहरण 5 क्या $\frac{3}{4}$ और $\frac{6}{9}$ तुल्य भिन्न है जाँचिए।

हल तरीका 1 $\frac{3}{4}$ भिन्न का सरल रूप है चूंकि 3 व 4 में 1 के अलावा किसी संख्या का भाग नहीं जाता है। $\frac{6}{9}$ का सरल रूप $\frac{2}{3}$ (3 से अंश व हर में भाग देने पर) $\frac{3}{4}$ व $\frac{2}{3}$ समान सरल भिन्न नहीं हैं।

अतः $\frac{3}{4}$ व $\frac{6}{9}$ तुल्य भिन्न नहीं हैं।

तरीका 2 –

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$

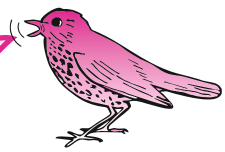
अतः $\frac{3}{4}$ की कोई तुल्य भिन्न $\frac{6}{9}$ नहीं होती अतः $\frac{3}{4}$ व $\frac{6}{9}$ तुल्य भिन्न नहीं है।

करो और सीखो

1. दी गई भिन्नों की तीन–तीन तुल्य भिन्न बनाइए।
   (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{2}{7}$

2. जाँच कीजिए इनमें से कौन–कौन से तुल्य भिन्न हैं ?
   (i) $\frac{5}{10}$ व $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{3}{7}$ व $\frac{11}{13}$

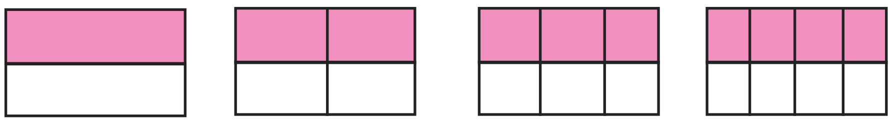
ऐसी सभी भिन्नें जिनके अंश चाहे जो भी हो, पर हर समान होते हैं उन्हें समान भिन्न कहते हैं जैसे $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{6}{5}$ आदि। याद रहे कोई समान भिन्न तुल्य नहीं होती सोचिए! क्यों?



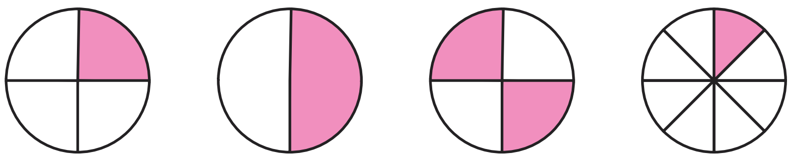
प्रश्नावली 5.2

1. प्रत्येक चित्र में छायांकित भागों के लिए भिन्न लिखिए क्या ये सभी तुल्य भिन्न हैं ?

(i)



(ii)



2. निम्नलिखित में से प्रत्येक खाली बॉक्स को सही संख्या से प्रतिस्थापित कीजिए।

   (i) $\frac{3}{7} = \frac{6}{\square}$ (ii) $\frac{8}{6} = \frac{4}{\square}$ (iii) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{20}$ (iv) $\frac{100}{10} = \frac{10}{\square}$ (v) $\frac{18}{24} = \frac{\square}{4}$

3. $\frac{3}{4}$ के तुल्य वह भिन्न ज्ञात कीजिए जिसका –

   (i) हर 24 (ii) अंश 15 (iii) हर 32 (iv) अंश 9

4. निम्न भिन्नों को सरलतम रूप में बदलिए।

   (i) $\frac{15}{27}$ (ii) $\frac{84}{98}$ (iii) $\frac{21}{49}$ (iv) $\frac{6}{72}$

5. तुल्य भिन्नों का मिलान कीजिए।

(i) $\frac{25}{40}$	(a) $\frac{30}{36}$
(ii) $\frac{250}{100}$	(b) $\frac{8}{7}$
(iii) $\frac{180}{200}$	(c) $\frac{25}{5}$
(iv) $\frac{2}{3}$	(d) $\frac{5}{8}$
(v) $\frac{9}{13}$	(e) $\frac{27}{39}$
(vi) $\frac{500}{100}$	(f) $\frac{5}{2}$
(vii) $\frac{3}{4}$	(g) $\frac{100}{150}$
(viii) $\frac{16}{14}$	(h) $\frac{9}{10}$
(ix) $\frac{1}{2}$	(i) $\frac{600}{800}$
(x) $\frac{5}{6}$	(j) $\frac{3}{6}$

5.5 भिन्नों की तुलना

क्या भिन्नों की तुलना आप सामान्य संख्याओं 18, 81, 28 की तरह कर सकते हैं ?

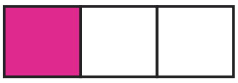
आपने संख्याओं की तुलना में बाएँ से दाएँ अंकों की तुलना कर छोटी–बड़ी संख्याओं का पता लगाया है जैसे 526, 702 से छोटी है। भिन्नों की तुलना के लिए क्या ऐसे नियम बनाए जा सकते हैं? चलिए देखते हैं।

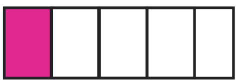
5.5.1 समान अंश वाली भिन्न संख्याओं की तुलना

निम्नलिखित भिन्नों पर विचार कीजिए।

$$\frac{1}{3},\quad \frac{4}{5},\quad \frac{7}{3},\quad \frac{8}{5},\ 2\frac{1}{4},\ 3\frac{3}{4},\quad \frac{1}{5}$$

इन भिन्नों में से $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ को इकाई भिन्न कहते हैं, क्योंकि यह इकाई के कुल हिस्सों में से एक हिस्से को दर्शाती है।

$\frac{1}{3}$ 

$\frac{1}{5}$ 

चित्र देखकर बताओ $\frac{1}{3}$ व $\frac{1}{5}$ में कौनसी भिन्न छोटी है ?

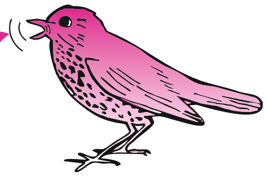
इसी प्रकार इकाई भिन्न $\frac{1}{4}$ व $\frac{1}{7}$ में से बड़ी भिन्न कौनसी हैं ?

$\frac{1}{4}$ अर्थात् 1 इकाई के 4 हिस्सों में से एक हिस्सा

$\frac{1}{7}$ अर्थात् 1 इकाई के 7 हिस्सों में से एक हिस्सा। अतः भिन्न $\frac{1}{7}$ छोटी है $\frac{1}{4}$ से

क्या आप इकाई भिन्नों की तुलना के लिए कोई नियम बना सकते हैं?

दो भिन्नों के अंश समान हो तो दोनों भिन्नों में छोटे हर वाली भिन्न बड़ी होती है।



उदाहरण 6 $\frac{3}{5}$ व $\frac{3}{7}$ में कौनसी भिन्न बड़ी है?

हल यहाँ $\frac{3}{5}$ की इकाई भिन्न $= \frac{1}{5}$

तथा $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$ की इकाई भिन्न है।

हम जानते हैं कि $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ से बड़ी भिन्न है।

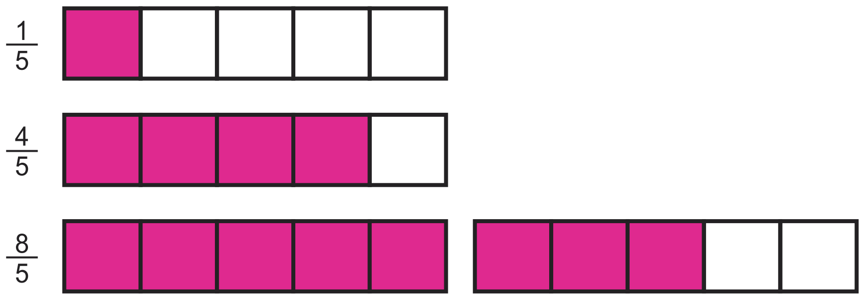
अतः $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

करो और सीखो

1. एक केक का $\frac{1}{5}$ वाँ हिस्सा डोली व $\frac{1}{7}$ वाँ हिस्सा टीनू को मिलता है। तो किसको ज्यादा केक मिला?
2. कौनसी भिन्न बड़ी है?
   (i) $\frac{1}{3}$ व $\frac{1}{5}$ में से (ii) $\frac{2}{5}$ व $\frac{2}{7}$ में से

5.5.2 समान हर वाली भिन्न संख्याओं की तुलना

$\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{5}$ समान हर वाली भिन्न संख्याएँ हैं। इन भिन्नों का सबसे छोटा हिस्सा समान है।



ऊपर बने चित्रों से हम कह सकते हैं कि समान हर वाली भिन्नों में जिस भिन्न का अंश बड़ा हो वह भिन्न बड़ी होती है।

अतः $\frac{8}{5}$ बड़ी है $\frac{4}{5}$ व $\frac{1}{5}$ से ठीक इसी प्रकार $\frac{4}{5}$ बड़ी है $\frac{1}{5}$ से।

बड़े से छोटे क्रम में रखने पर $\frac{8}{5} > \frac{4}{5} > \frac{1}{5}$ इसे अवरोही क्रम कहते हैं।

छोटे से बड़े क्रम में रखने पर $\frac{1}{5} < \frac{4}{5} < \frac{8}{5}$ इसे आरोही क्रम कहते हैं।

करो और सीखो

1. निम्नलिखित भिन्नों को आरोही व अवरोही क्रम में लिखिए।

(i) $\frac{3}{7}, \frac{1}{7}, \frac{4}{7}, \frac{8}{7}, \frac{6}{7}$

(ii) $\frac{4}{13}, \frac{12}{13}, \frac{8}{13}$

5.5.3 ऐसी भिन्नों की तुलना जिनके अंश व हर दोनों अलग–अलग हों

मान लीजिए आप $\frac{2}{3}$ व $\frac{3}{4}$ की तुलना करना चाहते हैं तो हम पहले इनकी तुल्य भिन्न बनाते हैं –

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} \quad \text{तथा} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16}$$

$\frac{2}{3}$ व $\frac{3}{4}$ में समान हर 12 वाली तुल्य भिन्न क्रमशः $\frac{8}{12}$ व $\frac{9}{12}$ है

अतः $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ व $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ में $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$ या $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

उदाहरण 7 $\frac{3}{4}$ व $\frac{5}{8}$ में बड़ी भिन्न कौनसी है।

हल ये असमान अंश व हर वाली भिन्न संख्याएँ है। आइए इनकी तुल्य भिन्न निकालते हैं।
समान हर वाली तुल्य भिन्न है।

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = \frac{21}{35} = \frac{24}{40} = \frac{27}{45}$$

$$\text{तथा} \quad \frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \frac{15}{24} = \frac{20}{32} = \frac{25}{40} = \frac{30}{48} = \frac{35}{56}$$

समान हर वाली तुल्य भिन्न है

$\frac{3}{5} = \frac{24}{40}$ तथा $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$

चूकि $\frac{25}{40} > \frac{24}{40}$ है अतः $\frac{5}{8} > \frac{3}{5}$ है।

सोचो अगर बड़ी असमान भिन्नों की तुलना करनी हो तो तुल्य भिन्न द्वारा हल करना कठिन पड़ेगा इन स्थितियों में सार्व गुणज द्वारा तुल्य भिन्न सीधे निकालकर, तुलना की जाती है।

उदाहरण 8 $\frac{7}{8}$ और $\frac{7}{10}$ की तुलना कीजिए।

हल ये असमान हर वाली भिन्न है। $\frac{7}{8}$ व $\frac{7}{10}$ में हर

8 के गुणज 8,16, ...

इस प्रकार 10 के गुणज 10, 20......... इस प्रकार 8 व 10 के पहाड़े में 40 सार्व गुणज है।

$$\frac{7}{8} \times \frac{5}{5} = \frac{35}{40} \quad ; \quad \frac{7}{10} \times \frac{4}{4} = \frac{28}{40}$$

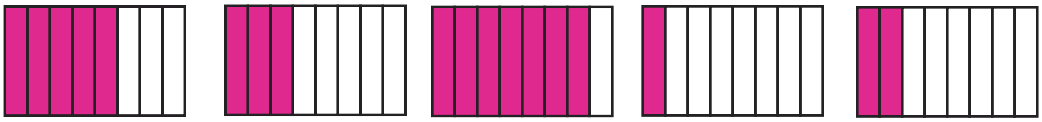
अतः $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ व $\frac{7}{10} = \frac{28}{40}$ है

चूकि $\frac{35}{40} > \frac{28}{40}$ है, इसलिए $\frac{7}{8} > \frac{7}{10}$ है।

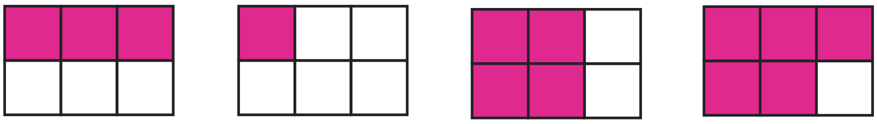
प्रश्नावली 5.3

1. प्रत्येक चित्र के लिए भिन्नों को लिखिए और फिर उन्हें अवरोही व आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

(i)



(ii)



2. भिन्नों की तुलना कीजिए और उचित चिह्न (<, >, =)लगाइए।

(i) $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{9}{11}$ (ii) $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{3}{7}$

3. निम्नलिखित भिन्न तीन अलग–अलग संख्याएँ निरूपित करती है इन्हें सरलतम रूप में बदलकर उन तीन भिन्नों के समूह में लिखिए।

(i) $\frac{2}{12}$ (ii) $\frac{3}{15}$ (iii) $\frac{8}{50}$ (iv) $\frac{16}{100}$

(v) $\frac{10}{60}$ (vi) $\frac{15}{75}$ (vii) $\frac{18}{90}$ (viii) $\frac{16}{96}$

(ix) $\frac{12}{75}$ (x) $\frac{12}{72}$ (xi) $\frac{10}{50}$ (xii) $\frac{4}{25}$

4. निम्नलिखित के उत्तर लिखिए और दर्शाइए कि आपने इन्हें कैसे हल किया ?

(i) क्या $\frac{12}{15}$, $\frac{15}{30}$ के बराबर है ? (iii) क्या $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{15}$ के बराबर है ?

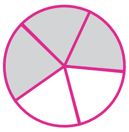
(ii) क्या $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ के बराबर है ? (iv) क्या $\frac{9}{16}$, $\frac{5}{9}$ के बराबर है ?

5. 25 विद्यार्थियों की एक कक्षा A में 20 विद्यार्थी प्रथम श्रेणी में पास हुए और 30 विद्यार्थियों की एक कक्षा B में 24 विद्यार्थी प्रथम श्रेणी में पास हुए। किस कक्षा में विद्यार्थियों का अधिक भाग प्रथम श्रेणी में पास हुआ?

6. रोहित कुल 8 रोटियों में से 4 रोटियाँ खाता है। रोहिणी कुल 8 रोटियों का $\frac{1}{4}$ भाग खाती है। बताइए किसने कम खाया?

5.6 भिन्नों की जोड़

हमने भिन्नों को प्रदर्शित करते समय सीखा है कि $\frac{3}{5}$ को हम दो तरह से प्रदर्शित कर सकते हैं।

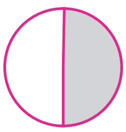


इकाई में $\frac{3}{5}$

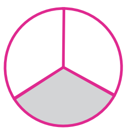
$\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{5}$ = $\frac{3}{5}$

अलग–अलग इकाईयों को जोड़ के रूप में $\frac{3}{5}$

क्या हम $\frac{1}{2}$ व $\frac{1}{3}$ को भी इसी प्रकार से जोड़ सकते हैं ?



$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{3}$

जिस प्रकार हमने संख्याओं के जोड़ में देखा है। उदाहरण – 333 + 40 = 373 होता है, 333 में (एक) सबसे छोटी इकाई है व 40 भी 1 को 40 बार जोड़ने पर आता है अतः ऐसी सभी संख्याएँ जिनकी सबसे छोटी इकाई समान हो उन्हें हम आपस में जोड़ सकते हैं।

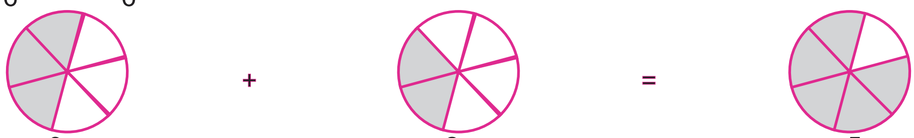
$\frac{1}{2}$ व $\frac{1}{3}$ में इकाइयाँ असमान है। इन भिन्नों की तुल्य भिन्न बनाने पर

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \boxed{\frac{3}{6}} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$ तथा $\frac{1}{3} = \boxed{\frac{2}{6}} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

अतः $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ व $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

समान इकाइयों वाली भिन्नों को दर्शाती है जहाँ $\frac{1}{6}$ समान व सबसे छोटी इकाई है।

$\frac{3}{6}$ व $\frac{2}{6}$ को चित्र द्वारा दर्शाने पर



$\frac{3}{6}$ + $\frac{2}{6}$ = $\frac{5}{6}$

असमान हर वाली भिन्नों को जोड़ने का एक और तरीका (ल.स.प. विधि)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{(1x3) \quad + \quad (1x2)}{6}$$

$$= \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

चरण 1. हर 2 व 3 का लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M.) लेते हैं जो कि 6 है।

चरण 2. भिन्न $\frac{1}{2}$ में हर 2 का भाग लघुत्तम 6 में लगाने पर प्राप्त भागफल 3 का गुणा अंश 1 में करते हैं। ठीक इसी प्रकार भिन्न $\frac{1}{3}$ में हर 3 का भाग लघुत्तम 6 में लगाने पर प्राप्त भागफल 2 का गुणा अंश 1 में करते हैं।

चरण 3. प्राप्त गुणनफलों को जोड़ देते हैं।

करो और सीखो

निम्नलिखित को हल कीजिए।

(i) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7}$ (iii) $\frac{4}{5} + \frac{7}{15}$

5.6.1 मिश्रित भिन्नों को जोड़ना

मिश्रित भिन्नों को दो प्रकार से जोडा जा सकता है।

1. मिश्रित भिन्नों के पूर्ण भागों और अनुचित भागों को अलग–अलग जोड़ा जाए।
2. मिश्रित भिन्नों को अनुचित भिन्न में बदल कर जोड़ा जाए।

$$2\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5}$$

$$2 + 5 + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$$

$$7 + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{3x5}{4x5} + \frac{4x4}{5x4} \quad (4 \text{ व } 5 \text{ का ल.स.} = 20)$$

$$= \frac{15}{20} + \frac{16}{20} = \frac{31}{20}$$

$$= 1 + \frac{11}{20} \left(\frac{31}{20} \text{ को मिश्रित भिन्न में बदलना}\right)$$

पुनः $7 + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = 7 + 1 + \frac{11}{20}$

$$= 8 + \frac{11}{20} = 8\frac{11}{20}$$

$$\therefore \quad 2\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5} = 8\frac{11}{20}$$

मिश्रित भिन्नों को अनुचित भिन्न में बदलकर जोड़ना

$$2\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5}$$

$$= \frac{11}{4} + \frac{29}{5}$$

$$= \frac{11 \text{ x } 5}{4 \text{ x } 5} + \frac{29 \text{ x } 4}{5 \text{ x } 4}$$

$$= \frac{55}{20} + \frac{116}{20} = \frac{171}{20} = 8\frac{11}{20}$$

प्रश्नावली 5.4

1. हल कीजिए।

(i) $\frac{5}{19} + \frac{2}{19}$ (ii) $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$ (iii) $\frac{12}{23} + \frac{27}{23} + \frac{10}{23}$

(iv) $\frac{4}{7} + \frac{3}{14}$ (v) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{5}{3}$ (vi) $\frac{17}{6} + \frac{18}{5}$

(vii) $4\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3}$ (viii) $5\frac{3}{5} + 3\frac{5}{7}$

2. एक आम का $\frac{1}{4}$ भाग सुनीता को तथा $\frac{1}{4}$ भाग मेरी को मिलता है। दोनों को मिलाकर आम का कितना भाग प्राप्त होता हैं?

3. रेशमा ने $\frac{1}{3}$ मी. और जया ने $\frac{3}{5}$ मी. रिबन खरीदा दोनों ने कुल कितना रिबन खरीदा?

4. रमेश ने अपने घर से स्कूल पहुँचने के लिए $4\frac{1}{4}$ किमी. दूरी बस से तय की तथा $\frac{3}{4}$ किमी. दूरी पैदल तय की उसने घर से स्कूल पहुँचने के लिए कुल कितनी दूरी तय की?

5. अमित पहले दिन $\frac{1}{2}$ ली. दूसरे दिन $\frac{3}{4}$ ली. और तीसरे दिन $1\frac{1}{4}$ ली. दूध लेता है। बताइए तीनों दिन मिलाकर उसने कितना दूध लिया?

6. देवांश ने अपने कमरे की दीवार के $\frac{2}{3}$ भाग पर पेंट किया, उसकी बहन जानवी ने उसकी सहायता की और उस दीवार के $\frac{1}{3}$ भाग पर पेंट किया, बताइए उन दोनों ने मिलकर कितना पेंट किया ?

5.7 भिन्नों को घटाना

भिन्नों को घटाने के लिए भी उन्हीं तरीकों का प्रयोग करेंगे जो हमने भिन्नों को जोड़ने के लिए प्रयोग में लिए हैं।

(i) $\frac{7}{8}$ में से $\frac{5}{8}$ घटाइए।

यहाँ $\frac{7}{8}$ व $\frac{5}{8}$ के हर समान है अतः अंशों को घटाकर हर को वहीं रखेंगे।

अतः $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{7-5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

(ii) $\frac{8}{6}$ में से $\frac{2}{5}$ घटाइए।

अब $\frac{8}{6}$ व $\frac{2}{5}$ के हर असमान है अतः इन भिन्नों की समान हर वाली तुल्य भिन्न ज्ञात करेंगे।

$\frac{8}{6} = \frac{8 \times 5}{6 \times 5} = \frac{40}{30}$, $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{12}{30}$

$\frac{40}{30} - \frac{12}{30} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$

अतः $\frac{8}{6} - \frac{2}{5} = \frac{14}{15}$

ल.स. विधि

$\frac{8}{6} - \frac{2}{5}$ **हर 6 व 5 का L.C.M. 30 है।**

$= \frac{(8\times5) - (2\times6)}{30}$

$= \frac{40-12}{30} = \frac{28}{30}$

$\frac{28}{30}$ **का सरलरूप** $\frac{14}{15}$

(iii) $7\frac{1}{6} - 5\frac{2}{5}$ को हल कीजिए।

मिश्रित भिन्नों को अनुचित भिन्न में बदल कर घटाना आसान होता है अतः हम यहाँ केवल इसी प्रकार के घटाने का अध्ययन करेंगे।

$$7\frac{1}{6} = \frac{43}{6}, \quad 5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}$$

$$\frac{43}{6} - \frac{21}{4}$$

अब हम दोनों भिन्नों की समान हर वाली तुल्य भिन्न ज्ञात करें उन्हे घटाएँ ?

$$\frac{43 \times 2}{6 \times 2} - \frac{21 \times 3}{4 \times 3}$$

$$\frac{86}{12} - \frac{63}{12}$$

$$= \frac{86 - 63}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$$

अतः $7\frac{1}{6} - 5\frac{1}{4} = 1\frac{11}{12}$

सबसे पहले हम मिश्रित भिन्न को अनुचित भिन्न में बदलेंगे।
अब हम दोनों भिन्नों की समान हर वाली तुल्य भिन्न ज्ञात कर उन्हें घटाएँगे।

प्रश्नावली 5.5

1. हल कीजिए

(i) $\frac{6}{5} - \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{4}{5} - \frac{3}{7}$

(iii) $4\frac{3}{2} - 2\frac{1}{5}$ (iv) $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$

(v) $\frac{17}{6} - \frac{9}{4}$ (vi) $\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right)$

2. हीरा ने $\frac{3}{7}$ ली. दूध में से $\frac{1}{4}$ ली. दूध भावना को दिया। उसके पास कितने लीटर दूध शेष रहा ?
3. एक लकड़ी के टुकड़े की लम्बाई $\frac{9}{10}$ मी. है इसमें से $\frac{2}{5}$ मी. लम्बाई का टुकड़ा काट लिया है। बचे टुकड़े की लम्बाई क्या है ?
4. अंशुल 1 गिलास पानी में से $\frac{2}{3}$ भाग पानी पी जाता है, तो बताइए गिलास में कितना पानी शेष बचता है ?
5. सुनील $5\frac{1}{2}$ किग्रा. आम तथा विजय $3\frac{4}{5}$ किग्रा. आम खरीदता है। बताइए सुनील ने कितने किग्रा. आम अधिक खरीदे।

6. नेहा ने एक दौड़ $3\frac{1}{2}$ मिनट में पूरी की तथा गीता ने $\frac{13}{4}$ मिनट में। बताइए किसने कम समय में दौड़ पूरी की और उसे कितना समय कम लगा ?

7. निम्नलिखित योग व्यवकलन तालिका पूरी कीजिए।

(i) → (+), ↓ (−)

$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	

(ii) → (+), ↓ (−)

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	

हमने सीखा

1. भिन्न एक ऐसी संख्या है जो एक पूर्ण के एक भाग को निरूपित करती है या संख्या रेखा पर संक्रियाओं को निरूपित करती है। पूर्ण एक अकेली वस्तु भी हो सकती है और वस्तुओं का समूह भी। किसी स्थिति में गिने हुए भागों को भिन्न में व्यक्त करने के लिए यह आवश्यक है कि उसके सभी भाग बराबर हो।
2. भिन्न $\frac{5}{7}$ में 5 अंश तथा 7 भिन्न का हर कहलाता है।
3. भिन्नों को संख्या रेखा पर भी दर्शाया जा सकता है। प्रत्येक भिन्न के लिए संख्या रेखा का एक निश्चित बिंदु होता है।
4. एक उचित भिन्न में अंश, हर से छोटा होता है और अनुचित भिन्न में अंश हमेशा हर से बड़ा होता है। अनुचित भिन्न को एक पूर्ण और एक भाग के रूप में भी लिखा जा सकता है। इस स्थिति में यह भिन्न मिश्रित में बदल जाती है।
5. दो भिन्न तुल्य भिन्न कहलाती है यदि वे समान मात्रा को निरूपित करती हों। प्रत्येक उचित या अनुचित भिन्न की अनेक तुल्य भिन्न होती है। एक दी हुई भिन्न की तुल्य भिन्न निकालने के लिए हम भिन्न के अंश तथा हर दोनों को समान शून्येतर संख्या से गुणा या भाग कर सकते हैं।
6. एक भिन्न अपने सरलतम रूप (न्यूनतम) में होती है। उसके अंश तथा हर में 1 के अलावा कोई दूसरा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो।