6 क्षेत्रमिति सिद्धांत (Mensuration Theory)

घनाभ (Cuboid)

1. घनाभ का आयतन ज्ञात करें यदि उसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई दी हुई है।

घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

Ex. एक घनाभ का आयतन ज्ञात करें जिसकी लम्बाई 24 मीटर, चौड़ाई 18 मीटर और ऊँचाई 16 मीटर है।

Solⁿ. घनाभ का आयतन = 24 × 18 × 16

= 6912 मी^{3}

2. एक घनाभ का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि इसके आधार का क्षेत्रफल, फलक का क्षेत्रफल और दूसरे फलक का क्षेत्रफल दिया हुआ है।

घनाभ का आयतन = $\sqrt{A_1 \times A_2 \times A_3}$

$= \sqrt{\text{आधार का क्षे.} \times \text{एक फलक का क्षे.} \times \text{दूसरे फलक का क्षे.}}$

जहाँ,

A_1 = आधार का क्षेत्रफल

A_2 = पहले फलक का क्षेत्रफल और

A_3 = दूसरे फलक का क्षेत्रफल

Ex. एक घनाभ के आधार का क्षेत्रफल 9मी^{2} है और इसकी पहले और दूसरे फलक का क्षेत्रफल क्रमशः 16 मी^{2} और 25 मी^{2} है तो घनाभ का आयतन ज्ञात करो।

Solⁿ. घनाभ का आयतन = $\sqrt{9 \times 16 \times 25}$

$= \sqrt{3600} = 60$मी^{3}

Ex. एक घनाभ का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके आधार का क्षेत्रफल 180 वर्ग सेमी और दो क्रमागत फलकों का क्षेत्रफल क्रमशः 96 वर्ग सेमी और 120 वर्ग सेमी है।

Solⁿ. घनाभ का आयतन

$= \sqrt{\text{आधार का क्षे.} \times \text{एक फलक का क्षे.} \times \text{दूसरे फलक का क्षे.}}$

$= \sqrt{180 \times 96 \times 120} = 1440$ मी3

3. एक घनाभ के संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करें यदि इसके लंबाई चौड़ाई और ऊँचाई दी हुई है।

घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे. = $2(lb + bh + lh)$

जहा, l = लंबाई, b = चौड़ाई और h = ऊँचाई है घनाभ की

Ex. एक 4 मीटर लम्बाई वाले 2 मीटर चौड़ाई वाले और $\frac{1}{4}$ मीटर मोटाई वाले एक पत्थर के टुकड़े का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Solⁿ. पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\left(4 \times 2 + 4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4}\right) = 19$मी^{2}

4. एक घनाभ का विकर्ण ज्ञात करना यदि इसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई दी हुई है।

घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$;

जहाँ l = लंबाई, b = चौड़ाई और

h = घनाभ की ऊँचाई

Ex: एक 12 मीटर लंबाई वाले, 9 मीटर चौड़ाई और 8 मीटर ऊँचाई वाले विकर्ण का घनाभ क्या होगा?

Solⁿ. विकर्ण = $\sqrt{12^2 + 9^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$ मीटर.

5. एक घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करना यदि घनाभ की तीनों भुजाओं का योग और विकर्ण दिया हुआ है।

संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. = (तीनो भुजाओं का योग)^2 – (विकर्ण)^2

Scanned by CamScanner

Ex. एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई का योग 25 सेमी है और विकर्ण 15 सेमी है। तो घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करें।

Sol^n. सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= (25)^2 - (15)^2 = 625 - 225 = 400$ सेमी^{2}

6. यदि एक घन की प्रत्येक भुजा 'a' इकाई है, तब
   (i) घन का आयतन $= a^3$ घनाभ इकाई
   (ii) घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= (6a^2)$ वर्ग इकाई
   (iii) घन का विकर्ण $= \left(\sqrt{3}a\right)$ इकाई.

   नोट : यदि घन का विकर्ण दिया हुआ है, तब घन का आयतन होगा– $\left(\frac{\text{विकर्ण}}{\sqrt{3}}\right)^3$

Ex: एक घन की भुजा 2 सेमी है, तो उसका आयतन, संपूर्ण पृष्ठीय क्षे. और विकर्ण ज्ञात करो।

Sol^n. आयतन $= a^3 = (2 \times 2 \times 2) = 8$ सेमी^{3}

पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2 = (6 \times 2 \times 2) = 24$ सेमी^{2}

विकर्ण $= \sqrt{3} \times a = 2\sqrt{3}$ सेमी

बेलन (Cylinder)

7. यदि बेलन के आधार की त्रिज्या 'r' इकाई है और ऊँचाई 'h' इकाई है, तब बेलन का आयतन है $\left(\pi r^2 h\right)$ घन इकाई।

बेलन का आयतन = बेलन के आधार का क्षेत्रफल × बेलन की ऊँचाई

Ex: एक बेलन का आयतन ज्ञात करो जिसकी ऊँचाई 14 मीटर और आधार की त्रिज्या 3 मीटर है।

Sol^n. आयतन $= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 14 = 396$ मी^{3}

8. यदि एक बेलन के आधार की त्रिज्या 'r' इकाई और ऊँचाई 'h' इकाई है, तब उस बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $(2\pi rh)$ वर्ग इकाई होगा–

बेलन का पृष्ठीय क्षे. = परिधि के आधार का क्षे. × ऊँचाई

Ex: एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसकी ऊँचाई 14 मीटर और आधार की त्रिज्या 3 मीटर है।

Sol^n. वक्र पृष्ठ का क्षे. $= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 14 = 264$ मी^{2}

9. यदि एक बेलन के आधार की त्रिज्या 'r' इकाई और ऊँचाई 'h' इकाई है, तब उस बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $(2\pi rh + 2\pi r^2)$ वर्ग इकाई होगा।

   या, संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(h + r)$ वर्ग इकाई = परिधि × (ऊँचाई + त्रिज्या)

Ex: बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करान जिसकी ऊँचाई 14 मीटर और आधार की त्रिज्या 3 मीटर है।

Sol^n. संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 3 + \frac{22}{7} \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= 264 + \frac{396}{7} = 320.57 \text{ वर्ग इकाई}$$

गोला (Sphere)

10. यदि एक गोल की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब उस गोले का आयतन $\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$ घन इकाई होगा। यदि व्यास दिया हुआ है, तब गोले का आयतन $\left(\frac{1}{6}\pi D^3\right)$ घन इकाई होगा। [जहाँ D = व्यास]

Ex: एक गोला जिसका व्यास 42 सेमी और त्रिज्या 21 सेमी है, तब उसका आयतन ज्ञात करो।

Sol^n. Case I: गोले का आयतन

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21 = 38808 \text{ सेमी}^3$$

Case II : गोले का आयतन

$$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 42 \times 42 \times 42 = 38808 \text{ सेमी}^3$$

Scanned by CamScanner

11. यदि एक गोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब उस गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $(4\pi r^2)$ वर्ग इकाई होगा। यदि त्रिज्या के जगह व्यास दिया हो तब–

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल$= 4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2$ वर्ग इकाई होगा।

Ex: एक 42 सेमी व्यास वाले गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol^n. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \frac{22}{7} \times 42 \times 42 = 5544$ सेमी^{2}

12. यदि गोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब अर्द्धगोले का आयतन $= \left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$ घन इकाई होगा। यदि व्यास दिया हुआ है, तब अर्द्धगोले का आयतन $\left(\frac{\pi}{2}D^3\right)$ घन इकाई होगा।

[जहाँ, D = गोले का व्यास]

Ex: एक 21 सेमी त्रिज्या वाले अर्द्धगोले का आयतन क्या होगा?

Sol^n. अर्द्धगोले का आयतन $= \left(\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21\right)$

$= 19404$ सेमी^{3}

13. यदि एक अर्द्धगोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $(2\pi r^2)$ वर्ग इकाई होगा। यदि त्रिज्या के स्थान पर व्यास दिया है, तब अर्द्धगोले के वक्र पृष्ठीय $\left(\frac{\pi}{2}D^2\right)$ वर्ग इकाई होगा–

Ex: अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसकी त्रिज्या 21 सेमी है।

Sol^n. वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21\right)$ सेमी^{2}

$= 2772$ सेमी^{2}

14. यदि एक अर्द्धगोले की त्रिज्या 'r' इकाई है, तब अर्द्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $(3\pi r^2)$ वर्ग इकाई होगा। यदि त्रिज्या के स्थान पर व्यास दिया हुआ हो तब अर्द्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $\left(\frac{3}{4}\pi D^2\right)$ वर्ग इकाई होगा।

Ex: अर्द्धगोले की त्रिज्या 21 सेमी है, तो इसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol^n. संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 3\pi r^2 = \left(3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21\right)$ सेमी$^2 = 4158$ सेमी^{2}

नोट:- जब एक ठोस काटा जाता है.....

(i) ठोस के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं।

(ii) ठोस के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि

लंबवृत्तीय शंकु (Right Circular Cone)

15. एक लंबवृत्तीय शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात करना जब शंकु के आधार की त्रिज्या और शंकु की ऊँचाई दी हुई हो।

तिर्यक ऊँचाई $(l) = \left(\sqrt{h^2 + r^2}\right)$ इकाई

जहाँ, h = ऊँचाई और r = आधार की त्रिज्या है।

Ex: एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 3 सेमी और ऊँचाई 4 सेमी है। शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात करो।

Sol^n. तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ सेमी.

16. एक लंबवृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात करना जब इसके आधार की त्रिज्या और ऊँचाई दी हुई हो।

शंकु का आयतन $= \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)$ घन इकाई

Ex: एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 7 सेमी और उसकी ऊँचाई 3 सेमी है तो शंकु का आयतन क्या होगा?

Sol^n. शंकु का आयतन $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 3$

$= 154$ सेमी^{3}

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

17. शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करना

(i) यदि शंकु के आधार की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई दी हुई हो।

शंकु वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = πrl वर्ग इकाई.

(ii) यदि आधार की त्रिज्या और ऊँचाई दी हुई है।

शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= \pi r\left(\sqrt{r^2+h^2}\right) \text{ वर्ग इकाई}$$

Ex: एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 3 सेमी और ऊँचाई 4 सेमी है तो शंकु का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Solⁿ. शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= \frac{22}{7} \times 3\left(\sqrt{4^2+3^2}\right)$$

$$= \frac{22\times3\times5}{7} = 47\frac{1}{7} \text{ सेमी}^2$$

18. एक लंबवृत्तीय शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करना।

(i) यदि इसकी तिर्यक ऊँचाई और आधार की त्रिज्या दी हुई है।

शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= (\pi rl + \pi r^2) = \pi r(l + r)$ वर्ग इकाई

(ii) यदि इसकी ऊँचाई और आधार की त्रिज्या दी हुई हो।

शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \pi r\left(\sqrt{h^2+r^2}+r\right) \text{ वर्ग इकाई}$$

Ex: एक लंबवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 3 सेमी और उसकी ऊँचाई 4 सेमी है, तब शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Solⁿ. संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. $= \frac{22}{7} \times 3\left(\sqrt{4^2+3^2}+3\right)$

$$= \frac{22\times3\times8}{7} = \frac{528}{7} = 75\frac{3}{7} \text{ सेमी}^2$$

एक लंबवृत्तीय शंकु का छिन्नक

(Frustum of a Right Circular Cone)

छिन्नक: यदि एक शंकु को एक तल के द्वारा इसके आधार के समानांतर दो भागों में बांटा जाता है। शंकु के निचले हिस्से को छिन्नक कहते हैं।

माना छिन्नक के आधार की त्रिज्या = R, और छिन्नक के ऊपरी भाग की त्रिज्या = r, और छिन्नक कि तिर्यक ऊँचाई = l इकाई

(i) तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{h^2+(R-r)^2}$ इकाई

(ii) वक्र पृष्ठ का क्षे. $= \pi(R+r)l$ वर्ग इकाई

(iii) संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. $= \pi[(R+r)l + r^2 + R^2]$ वर्ग इकाई

(iv) छिन्नक का आयतन $= \frac{\pi h}{3}(r^2 + R^2 + rR)$ घन इकाई

Ex: एक लंबवृत्ती छिन्नक के आधार की त्रिज्या 10 सेमी और ऊपरी भाग की त्रिज्या 6 सेमी है, और ऊँचाई 5 सेमी है। ज्ञात करे–

(i) तिर्यक ऊँचाई

(ii) वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

(iii) संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल

(iv) छिन्नक का आयतन

Solⁿ. जहाँ, $r = \frac{6}{2} = 3$सेमी; $R = \frac{10}{2} = 5$ सेमी; $h = 5$सेमी

(i) तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{h^2+(R-r)^2}$

$= \sqrt{5^2+(5-3)^2} = \sqrt{29}$ सेमी = 5.385सेमी

(ii) वक्र पृष्ठ का क्षे.

$= \pi(R+r)l = \frac{22}{7} \times 8 \times 5.385 = 135.4$सेमी²

(iii) छिन्नक का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \pi\left[(R+r)l+r^2+R^2\right]$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$= \frac{22}{7}[8 \times 5.385 + (3)^2 + 5^2]$

$= \frac{22}{7}[43.08 + 9 + 25] = 242.25$ सेमी²

(iv) छिन्नक का आयतन $= \frac{\pi h}{3}(r^2 + R^2 + rR)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{5}{3}[5^2 + 3^2 + 5 \times 3] = 256.67$ सेमी³

20. ईंटो की संख्या ज्ञात करना जब ईंट और दीवार दोनों की वीमाएँ दी हुई हों।

आवश्यक ईंटो की संख्या $= \frac{\text{दीवार का आयतन}}{\text{1 ईंट का आयतन}}$

Ex: एक ईंट की वीमा 20 सेमी × 10 सेमी × $7\frac{1}{2}$ सेमी है। एक 25 मीटर लम्बी 2 मीटर ऊँची और $\frac{3}{4}$ मीटर मोटी दीवार को बनाने में कितने ईंटो की आवश्यकता होगी।

Solⁿ. दीवार का आयतन $= 25 \times 2 \times \frac{3}{4}$ मी³

एक ईंट का आयतन

$= \frac{20}{100} \times \frac{10}{100} \times \frac{15}{200} = \frac{3}{2000}$ मी³

आवश्यक ईंटो की संख्या

$= \left(25 \times 2 \times \frac{3}{4}\right) \div \frac{3}{2000} = 25000$

21. एक बंद बॉक्स की क्षमता, पदार्थ का आयतन और वजन ज्ञात करना जब बाहरी वीमाएँ (लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई) और पदार्थ की मोटाई दे रखी हो–

(i) बॉक्स की क्षमता = (बाह्य लम्बाई – 2 × मोटाई) × (बाह्य चोड़ाई – 2 × मोटाई) × (बाह्य ऊँचाई – 2 × मोटाई)

(ii) पदार्थ का आयतन = बाह्य आयतन – क्षमता

(iii) लकड़ी का वजन = लकड़ी का आयतन × लकड़ी का घनत्व

Ex: एक बंद लकड़ी के बक्से की बाहरी वीमाएँ 9 सेमी × 7 सेमी × 6 सेमी है। यदि लकड़ी की मोटाई 0.5 सेमी है, तब ज्ञात करें (i) बक्से की क्षमता (ii) बक्से का वजन (माना लकड़ी के 1 घन सेमी का वजन 0.9 ग्राम है)

Solⁿ. क्षमता = (बाह्य लम्बाई – 2 × मोटाई) × (बाह्य चोड़ाई – 2 × मोटाई) × (बाह्य ऊँचाई – 2 × मोटाई)

पदार्थ का आयतन = बाह्य आयतन – क्षमता

∴ प्रश्न में

क्षमता $= (9 - 2 \times 0.5)(7 - 2 \times 0.5)(6 - 2 \times 0.5) = 8 \times 6 \times 5 = 240$ सेमी³

∴ लकड़ी का आयतन = बाह्य आयतन – क्षमता

$= 9 \times 7 \times 6 - 240 = 138$ घन सेमी.

∴ लकड़ी का भार = लकड़ी का आयतन × लकड़ी का घनत्व

$= 138 \times 0.9 = 124.2$ ग्राम

22. एक घन का आयतन ज्ञात करना है, यदि उसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया हुआ है।

घन का आयतन $= \left(\sqrt{\frac{\text{वक्र पृष्ठीय क्षे.}}{6}}\right)^3$

Ex: एक घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $30\frac{3}{8}$ वर्ग मीटर है। इसका आयतन ज्ञात करो।

Solⁿ. आयतन $= \left(\sqrt{\frac{\frac{243}{8}}{6}}\right)^3 = 11\frac{25}{64}$ घन मीटर

23. एक जगह पर वर्षा के पानी का आयतन ज्ञात करना यदि उस जगह पर वार्षिक वर्षा दी हुई है।

वर्षा के पानी का आयतन = पानी (वार्षिक वर्षा) की ऊँचाई (स्तर) × आधार का क्षेत्रफल (जगह का क्षे.)

Ex: एक स्थान पर वार्षिक वर्षा 43 है। 1 हैक्टेयर के स्थान पर वार्षिक वर्षा का वजन मिट्रिक टन में ज्ञात करें। यदि पानी के 1 घन मीटर का वजन 1 मिट्रिक टन है।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ. पानी का आयतन = पानी की ऊँचाई × आधार का क्षे.

प्रश्नानुसार:

वर्षा के पानी का स्तर = 43 सेमी

$\therefore$ पानी का आयतन = $\frac{43}{100}$ मी × 10000 वर्ग मीटर

= 4300 घन मीटर

(1 हैक्टेयर = 10,000 वर्ग मीटर).

$\therefore$ पानी का भार = 4300 × 1 = 4300 मिट्रिक टन

24. एक आयताकार टेंक जिसकी लंबाई 'l' मीटर और गहराई 'h' है। यदि टेंक से 'x' घन मीटर पानी निकाल लिया जाता है, तो टेंक में पानी का स्तर 'd' मीटर नीचे चला जाता है, तब टेंक में बचे हुए पानी का आयतन $\left(\frac{x \times h}{d}\right)$ घने सेमी होगा तथा टेंक की चौड़ाई $\left(\frac{x}{ld}\right)$ होगी।

Ex: एक आयतकार टेंक जिसकी लम्बाई 50 मी. और गहराई 29 मी. है। यदि 1000 घन मीटर पानी निकाल लिया जाता है तो पानी का स्तर 2 मी. नीचे गिर जाता है तो टेंक आयतन ज्ञात करो और टेंक की चौड़ाई भी ज्ञात करो?

Solⁿ. माना एक टंकी की चौड़ाई x मी. है तो टेंक का आयतन = 50 × 29 × x

प्रश्न से,

$50 \times 29 \times x = 1000 + 50 \times (29 - 2) \times x$

or, $x \times 50 \times 2 = 1000$ $\therefore x = 10$ मीटर

$\therefore$ टंकी की चौड़ाई 10 मीटर

टेंक का आयतन = 50 × 29 × 10 = 14500 घनाभ मीटर

विधि:2

टेंक का आयतन = $\frac{1000 \times 29}{2}$ = 14500 घनाभ मीटर.

नोट: इससे निष्कर्ष निकलता है कि, यदि आयताकार टेंक की लम्बाई ना दे रखी हो तब भी हम उसका आयतन ज्ञात कर सकते है। टेंक की चौड़ाई ज्ञात करने के लिए हमें टेंक की ऊँचाई की आवश्यकता नहीं है।

$\therefore$ टेंक की चौड़ाई = $\frac{1000}{50 \times 2}$ = 10 मीटर.

25. x घन मीटर आयतन वाले कॉपर जिसका वजन y किलोग्राम है, को 1 मीटर वर्गाकार आधार वाली छड़ में बदला जाता है। जब इस छड़ से एक घन काटा जाता है तब घन का आयतन होगा– $\left[\left(\sqrt{\frac{x}{l}}\right)^3 \times y\right]$ किलोग्राम

Ex: एक घन मीटर आयतन वाले कॉपर का वजन 9000 किलोग्राम है, इस कॉपर को 9 मीटर वर्गाकार आधार वाली एक छड़ में बदला जाता है। इस छड़ से एक घन काटा जाता है तब घन का वजन क्या होगा?

Solⁿ. प्रश्नानुसार, कॉपर के आयतन को एक वर्गाकार छड़ में बदला जाता है। (एक घनाभ जिसका आधार एक वर्ग है।) तब इस छड़ से एक घन काटा जाता है। घन की विमाएँ छड़ के आधार की विमाओं के बराबर होंगी।

अब, दिया गया आयतन = 1 घन मीटर

= वर्गाकार आधार का क्षे. × लंबाई

वर्गाकार आधार का क्षेत्रफल × लम्बाई = 1

वर्गाकार आधार का क्षेत्रफल = $\frac{1}{\text{लंबाई}} = \frac{1}{9}$

$\therefore$ वर्गाकार आधार की भुजा = $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ काटे गए घन का आयतन

= (वर्गाकार आधार की भुजा)^3 = $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

mathswithabhinav.com

Scanned by CamScanner

$\therefore$ घन का भार $= \frac{1}{27} \times 9000 = 333.3$ किग्रा.

विधि:2

काटे हुए घन का आयतन

$$= \left(\sqrt{\frac{\text{वास्तविक ठोस का आयतन}}{\text{ठोस की लंबाई}}}\right)^3$$

$\therefore$ आयतन $= \left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^3 = \frac{1}{27}$

$\therefore$ भार $= \frac{9000}{27} = 333.3$ किग्रा.

नोट: सूत्र का प्रयोग करके।

$\therefore$ घन का भार

$$= \left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^3 \times 9000 = \frac{9000}{27} = 333.3 \text{ किग्रा.}$$

26. जब बहुत सारे घन को मिलाकर एक नया घन बनाया जाता है तो उसकी भुजा होगी

$= \sqrt[3]{\text{सभी घन की भुजाओं के घनों का योग}}$

Ex: धातु के तीन घन जिनकी भुजा क्रमश 3, 4, 5 सेमी है, उनको पिघलाकर एक नया घन बनाया जाता है तो नये घन की भुजा ज्ञात करो यदि इस प्रक्रिया में धातु व्यर्थ ना गई हो।

Solⁿ. पहले घन का आयतन $= (3)^3 = 27$ सेमी^{3}

दूसरे घन का आयतन $= (4)^3 = 64$ सेमी^{3}

तीसरे घन का आयतन $= (5)^3 = 125$ सेमी^{3}

$\because$ आयतन समान रहेगा

$\therefore$ नए घन का आयतन $= 27 + 64 + 125 = 216$ सेमी^{3}

$\therefore$ नए घन की भुजा $= \sqrt[3]{216} = 6$ सेमी

विधि:2

भुजा $= \sqrt[3]{3^3 + 4^3 + 5^3} = \sqrt[3]{27 + 64 + 125}$

$= \sqrt[3]{216} = 6$ सेमी

27. ठोस का आकार बदलने पर उसके आयतन पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

$\therefore$ पुराना आयतन = नया आयतन

Ex: एक घन मीटर सोने को पीटकर 6 हेक्टेयर के क्षेत्रफल में फैला दिया जाता है तो उसकी मोटाई ज्ञात करो।

Solⁿ.

$\Rightarrow$ 1 घन मीटर $= 60000 \times$ मोटाई

$\Rightarrow$ मोटाई $= \frac{1}{60000}$ मी $= 0.0017$ सेमी

28. संभावित घनो की संख्या ज्ञात करो, जब एक घनक ो छोटे-छोटे समान घनों में तोड़ा जाता है।

$$\text{घन की संख्या} = \left(\frac{\text{भुजा की वास्तविक लम्बाई}}{\text{भुजा की नई लम्बाई}}\right)^3$$

Ex: एक 3 सेमी भुजा वाले घन को पिघलाकर 1 सेमी भुजा वाले छोटे घनों में बदला जाता है। छोटे घनों की संभावित संख्या ज्ञात करो।

Solⁿ. संभावित घनों की संख्या=

$$\left(\frac{\text{भुजा की वास्तविक लम्बाई}}{\text{भुजा की नई लम्बाई}}\right)^3$$

$\therefore$ घन की संभावित संख्या

$$= \left(\frac{3}{1}\right)^3 = 27$$

29. एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों सक खुली हुई है, धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का आंतरिक व्यास या त्रिज्या, धातु की मोटाई और लंबाई दी हुई हो तब धातु का आयतन [π × ऊँचाई × (2 × आंतरिक त्रिज्या + मोटाई) × मोटाई] घन सेमी होगा।

Scanned by CamScanner

Ex. एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, 2 सेमी मोटाई वाली लोहे की बनी हुई है। यदि आंतरिक व्यास 50 सेमी और ट्यूब की लंबाई 140 सेमी है, तब लोहे का आयतन क्या होगा?

Solⁿ. यहाँ, आन्तरिक व्यास = 50 सेमी

$$\therefore \text{आन्तरिक त्रिज्या} = \frac{50}{2} = 25 \text{ सेमी}$$

$$\text{लोहे का आयतन} = \frac{22}{7} \times 140 \times (25 \times 2 + 2) \times 2$$

$$= \frac{22}{7} \times 140 \times 52 \times 2$$

$$= 45760 \text{ सेमी}^3$$

30. एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का आंतरिक और बाह्य व्यास या त्रिज्या दी हुई हो तब धातु का आयतन π × ऊँचाई × [(बाह्य त्रिज्या)^2 – (आन्तरिक त्रिज्या)^2] घन सेमी होगा।

Ex: एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, लोहे की बनी हुई है। यदि ट्यूब की आंतरिक और बाह्य त्रिज्या क्रमशः 25 सेमी और 23 सेमी है, तब लोहे का आयतन ज्ञात करो।

Solⁿ. लोहे का आयतन

$$= \frac{22}{7} \times 140 \times (25^2 - 23^2) = 42240 \text{ सेमी}^3$$

31. एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का बाह्य व्यास या त्रिज्या, ट्यूब की मोटाई और ट्यूब की लम्बाई दी हुई हो तब धातु का आयतन [π × ऊँचाई × (2 × बाह्य त्रिज्या – मोटाई) × मोटाई] घन सेमी होगा।

Ex: एक खोखली बेलनाकार ट्यूब जो दोनों सिरों से खुली हुई है, 2 सेमी मोटाई की धातु की बनी हुई है। यदि ट्यूब का बाह्य व्यास 50 सेमी है। और ट्यूब की लम्बाई 140 सेमी दी हुई हो तब धातु का आयतन ज्ञात करो।

Solⁿ. बाह्य व्यास = 50 cm

$$\therefore \text{बाह्य त्रिज्या} = \frac{50}{2} = 25 \text{सेमी.}$$

$$\text{लोहे का आयतन} = \frac{22}{7} \times 140 (25 \times 2 - 2) \times 2$$

$$= \frac{22}{7} \times 140 \times 48 \times 2 = 42240 \text{सेमी}^3$$

32. यदि एक आयताकार शीट को घुमाकर एक बेलन के रूप में बदला जाता है, तब शीट की एक भुजा बेलन की ऊँचाई हो जाती है, तब बेलन का आयतन होगा–

$$\frac{\text{ऊँचाई} \times (\text{शीट की दूसरी भुजा})^2}{4\pi}$$

Ex: एक 22 मीटर × 10 मीटर विमा वाली आयताकार शीट को घुमाकर एक बेलन में इस प्रकार बदला जाता है कि शीट की छोटी भुजा बेलन की ऊँचाई है। इस प्रकार बने बेलन का आयतन क्या होगा?

Solⁿ. $$\text{आयतन} = \frac{10 \times (22)^2}{4 \times \frac{22}{7}} = 385 \text{ सेमी}^3$$

33. यदि एक निश्चित व्यास या त्रिज्या वाले गोले को एक निश्चित व्यास या त्रिज्या वाले बेलन में बदला जाता है तब बेलन की लम्बाई या ऊँचाई होगी–

$$\frac{4 \times (\text{गोले की त्रिज्या})^3}{3 \times (\text{बेलन की त्रिज्या})^2}$$

Ex: एक तांबे का गोला जिसका व्यास 18 सेमी है, को 4 मीली. मीटर व्यास वाले तार में बदला जाता है तब तार की लंबाई ज्ञात करो।

Solⁿ. जब एक गोले को बेलन में बदला जाता है (तार एक बेलन होता है) तब–

$$\text{बेलन की लंबाई} = \frac{4 \times (\text{गोले की त्रिज्या})^3}{3 \times (\text{बेलन की त्रिज्या})^2}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

लम्बाई = $\frac{4\times(90)^3}{3\times(2)^2}$

∴ = 243000 मिली मीटर = 24300 सेमी.

34. एक गोले को एक बेलन में बदला जाता है यदि बेलन की लंबाई और त्रिज्या दी हुई हो तब गोले की त्रिज्या होगी–

$$\sqrt[3]{\frac{3}{4}(\text{बेलन की लंबाई})(\text{बेलन की त्रिज्या})^2}$$

Ex: एक बेलन जिसकी त्रिज्या 2 सेमी है और ऊँचाई 15 सेमी है को पिघलाकर एक गोला बनाया जाता है, तब गोले की त्रिज्या क्या होगी?

Solⁿ. गोले की त्रिज्या = $\sqrt[3]{\frac{3}{4}\times15\times2\times2} = \sqrt[3]{45}$

35. यदि एक निश्चित त्रिज्या या व्यास वाले गोले को एक निश्चित लंबाई या ऊँचाई वाले बेलन में बदला जाता है तब बेलन की त्रिज्या होगी–is given by =

$$\sqrt{\frac{4\times(\text{गोले की त्रिज्या})^3}{3\times(\text{बेलन की लंबाई})}}$$

Ex: एक तांबे का गोला जिसका व्यास 36 मीटर है, को 7.29 कि.मी लंबाई वाले तार में बदला जाता है, तब तार की त्रिज्या क्या होगी?

Solⁿ. तार की त्रिज्या

$$= \sqrt{\frac{4\times\left(\frac{36}{2}\right)^3}{3\times7.29\times1000}} = \sqrt{\frac{4\times18\times18\times18}{3\times7290}}$$

= 1.03 मी.

36. यदि एक गोले को पिघलाकर एक बेलन में बदला जाता है, जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या की n गुना है तब गोले की त्रिज्या का बेलन की त्रिज्या से अनुपात होगा–

$$\left(\frac{3}{4}\times n\right)^{1/3}$$

Ex: एक गोले को पिघलाकर एक बेलन में बदला जाता है, जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या की $4\frac{1}{2}$ गुना है तब गोले की त्रिज्या बेलन की त्रिज्या से अनुपात क्या होगा?

Solⁿ. माना गोले तथा बेलन की त्रिज्या क्रमशः 'R' और 'r' है।

बेलन का आयतन

$$= \pi r^2h = \pi r^2\left(\frac{9}{2}r\right)\left[\because h=\frac{9}{2}r\right] = \frac{9}{2}\pi r^3$$

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi R^3$

गोले का आयतन = बेलन का आयतन

या, $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9}{2}\pi r^3$ या, $\left(\frac{R}{r}\right)^3 = \frac{27}{8}$

∴ R : r = 3 : 2

विधि:2

$$\text{आवश्यक अनुपात} = \left(\frac{9}{2}\times\frac{3}{4}\right)^{1/3} = \left(\frac{27}{8}\right)^{1/3}$$

$$= \frac{3}{2} = 3:2$$

37. यदि एक शंकु जिसकी ऊँचाई उसकी त्रिज्या की n गुनी है, को पिघलाकर एक गोले में बदला जाता है। तब गोले की त्रिज्या का शंकु की त्रिज्या से अनुपात होगा– $\left(\frac{n}{4}\right)^{1/3}$

Ex: एक शंकु जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या की आधी है तब गोले की त्रिज्या का शंकु की त्रिज्या से अनुपात क्या होगा?

Solⁿ. माना गोले की त्रिज्या और बेलन की त्रिज्या क्रमशः R और r है।

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2h = \frac{1}{3}\pi r^2\left(\frac{r}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi r^3}{3\times2}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi R^3$

गोले का आयतन = शंकु का आयतन

or. $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{3} \times \frac{r^3}{3}$

or. $\left(\frac{R}{r}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$\therefore$ $R : r = 1 : 2$

विधि -2

आवश्यक अनुपात $= \left[\frac{1/2}{4}\right]^{1/3} = \left[\frac{1}{8}\right]^{1/3} = \frac{1}{2} = 1:2$

38. जब एक बेलन को कई एक समान छोटे गोलो में बदला जाता है, तब गोलों की संख्या निम्न सूत्र से ज्ञात करते हैं।

छोटे गोलों की संख्या $= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{1 गोले का आयतन}}$

Ex: एक 28 सेमी ऊँचाई और 6 सेमी त्रिज्या वाले शीशे के बेलन से 1.5 सेमी व्यास वाली कितनी गोलियाँ बनाई जा सकती है।

Sol^n.

गोलियों की संख्या $= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{1 गोली का आयतन}}$

$= \frac{\pi\times6\times6\times28}{\frac{4}{3}\times\pi\times0.75\times0.75\times0.75} = 1792$

39. यदि R त्रिज्या वाले एक गोले के अंदर एक r त्रिज्या वाली गुहा है, तब इस प्रकार बनी गोलाकार खोल का आयतन होगा–

$\left[\frac{4}{3}\pi\left(R^3 - r^3\right)\right]$ घन इकाई

Ex: एक 5 सेमी त्रिज्या का गोला जिसकी अंदर 3 सेमी त्रिज्या की गुहा है, बेलनाकार खोल का आयतन ज्ञात करो।

Sol^n. गोलाकार खोल का आयतन $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left[5^3 - 3^3\right]$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 98 = 410\frac{2}{3}$ सेमी^{3}

40. एक r त्रिज्या और h ऊँचाई वाले शंकु के अंदर बड़े से बड़े गोले की त्रिज्या $\left(\frac{rh}{r+l}\right)$ है। जहाँ, l = शंकु की तिर्यक ऊँचाई है

$= \sqrt{r^2 + h^2}$

Ex: एक 3 मीटर त्रिज्या और 4 मीटर ऊँचाई वाले शंकु के अंदर बड़े से बड़े गोले की त्रिज्या क्या होगी?

Sol^n. तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ और

बड़े से बड़े गोले की त्रिज्या

$= \frac{3\times4}{3+5} = \frac{12}{8} = 1\frac{1}{2} = 1.5$ मीटर

41. जब एक बड़े गोले को छोटे गोले में बदला जाता है, तब छोटे गोलों की संख्या होगी– $\left(\frac{\text{बड़ी त्रिज्या}}{\text{छोटी त्रिज्या}}\right)^3$

Ex: 16 सेमी व्यास वाले गोले से 1 सेमी व्यास वाले कितने गोले बनाये जा सकते हैं।

Sol^n. गोलों की संख्या $= \frac{\text{बड़े गोले का आयतन}}{\text{छोटे गोले का आयतन}}$

$= \frac{\frac{4}{3}\pi\times8\times8\times8}{\frac{4}{3}\pi\times0.5\times0.5\times0.5} = 4096$

विधि :2

गोलों की संख्या $= \left(\frac{8}{0.5}\right)^3 = 16^3 = 4096$

42. यदि 2 गोलों का पृष्ठीय क्षेत्रफल दिया हुआ हो तो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा–

(पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात)^3 = (आयतनों का अनुपात)^2

Scanned by CamScanner

Ex: दो गोलों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 1 : 4 है तब उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो।

Sol^n. $(1:4)^3$ = (आयतनों का अनुपात)^2

या, $(1:64)$ = (आयतनों का अनुपात)^2

या, $\sqrt{1:64} = 1:8$ = आयतनों का अनुपात

43. यदि दो गोलों की त्रिज्या का अनुपात दिया हो तब उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = (त्रिज्याओं का अनुपात)^2

Ex: दो गोलों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

Sol^n. (पृष्ठीय क्षेत्रफलपों का अनुपात) = (त्रिज्याओं का अनुपात)^2

$= (1:2)^2 = 1:4$

44. यदि दो गोलों की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हो तब उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

(त्रिज्याओं का अनुपात)^3 = आयतनों का अनुपात

Ex: दो गोलों की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है तब उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

Sol^n. आयतनों का अनुपात

= (त्रिज्याओं का अनुपात)^3 = $(1:2)^3 = 1:8$

दो बेलन

A. जब आयतन बराबर हो

45. यदि दो समान आयतन वाले वृतीय बेलनों की ऊँचाईयों का अनुपात दिया हो तब उनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा–

त्रिज्याओं का अनुपात = $\sqrt{\text{ऊँचाई के अनुपात के विपरीत}}$

Ex: दो समान आयतन वाले बेलन की ऊँचाईयों का अनुपात 1 : 2 है, तब उनकी त्रिज्याओं का अनुपात क्या होगा?

Sol^n. त्रिज्याओं का अनुपात

$= \sqrt{\text{ऊँचाई के अनुपात के विपरीत}} = \sqrt{2:1} = \sqrt{2}:1.$

46. यदि दो समान आयतन वाले बेलनों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके ऊँचाईयों का अनुपात होगा–

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = $\sqrt{\text{ऊँचाईयों का अनुपात}}$

Ex: दो समान आयतन वाले बेलनों के ऊँचाईयों का अनुपात 1 : 2 है, तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

Sol^n.

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = $\sqrt{\text{ऊँचाईयों का अनुपात}}$

∴ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = $\sqrt{1:2} = 1:\sqrt{2}$

47. यदि दो समाने आयतन वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत

Ex: दो समान आयतन वाले बेलन के त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा–

Sol^n. वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत = 2 : 1

B. जब त्रिज्या समान हो

48. यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलनों की ऊँचाईयों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा–

आयतनों का अनुपात = ऊँचाईयों का अनुपात

Ex: दो समान त्रिज्या वाले बेलन की ऊँचाई का अनुपात 1 : 2 है उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो।

Sol^n. आयतनों का अनुपात = ऊँचाईयों का अनुपात

∴ आयतनों का अनुपात = 1 : 2

49. यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलन की ऊँचाइयों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = ऊँचाईयों का अनुपात

Scanned by CamScanner

Ex: यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलन की ऊँचाइयों का अनुपात 1 : 2 दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

Sol^n. वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = 1 : 2.

50. यदि दो समान त्रिज्या वाले बेलन के आयतनों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

आयतन का अनुपात = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात

Ex: दो समान त्रिज्या वाले बेलन के आयतनों का अनुपात 3 : 1 दिया हुआ है तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा–

Sol^n. आयतन का अनुपात = वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = 3 : 1.

C. जब ऊँचाईयाँ बराबर हो

51. यदि दो समाने ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा–

आयतन का अनुपात = (त्रिज्याओं का अनुपात)^2

Ex: यदि दो समाने ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

Sol^n.

आयतन का अनुपात = (त्रिज्याओं का अनुपात)^2 = $(2:3)^2$ = 4 : 9

52. यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात

Ex: यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

Sol^n.

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात = 2 : 3

53. यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा–

आयतनों का अनुपात = (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात)^2

Ex: यदि दो समान ऊँचाई वाले बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

Sol^n.

आयतनों का अनुपात = (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात)^2 = $(2:3)^2$ = 4 : 9

D. जब वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर हो

54. यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा–

आयतनों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात

Ex: यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात 3 : 4 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात क्या होगा?

Sol^n. आयतनों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात = 3 : 4

55. यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की ऊँचाईयों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा।

आयतनों का अनुपात = ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत

Ex: यदि दो समान वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले बेलन की ऊँचाईयों का अनुपात 3 : 4 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा–

Sol^n.

आयतनों का अनुपात

= ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत = $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ = 4 : 3

दो घन (Two Cubes)

58. यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा–

आयतनों का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)^3

Ex: यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा–

Scanned by CamScanner

Sol^n.
आयतनों का अनुपात
= (भुजाओं का अनुपात)^3 = $(2:3)^3 = 8:27$

59. यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)^2

Ex: यदि दो घनों की भुजाओं का अनुपात 2 : 3 दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

Sol^n. पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)^2
$(2:3)^2 = 4:9$

60. यदि दो घनों के आयतनों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

(पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात)^3 = (आयतनों का अनुपात)^2

Ex: यदि दो घनों के आयतनों का अनुपात 1 : 8 दिया हुआ हो तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

Sol^n.
(पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात)^3 = (आयतनों का अनुपात)^2 = $(1:8)^2 = 1:64$

∴ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = $\sqrt[3]{1:64} = 1:4$

61. यदि दो शंकुओं की ऊँचाईयों और व्यास या त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा–

आयतनों का अनुपात = (त्रिज्याओं का अनुपात)^2 × (ऊँचाईयों का अनुपात)

Ex: यदि दो शंकुओं की ऊँचाईयों और व्यास का अनुपात क्रमशः 1 : 4 और 4 : 5 दिया हुआ हो तो तब उनके आयतनों का अनुपात होगा–

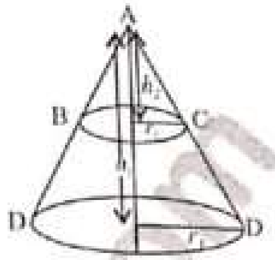
Sol^n.

आयतनों का अनुपात = $(4:5)^2\,(1:4) = \frac{16}{25}\times\frac{1}{4}$

$= 4:25$

[व्यासों का अनुपात = त्रिज्याओं का अनुपात]

अवधारणा (Concept):



यदि एक समतल BC शंकु को दो भागों में बाँटता है, ऊपर वाले भाग का आयतन V_1 और V_2 और संपूर्ण शंकु का आयतन V_2 है।

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$$ (समरूपता का प्रयोग करके)

62. यदि दो शंकुओं की त्रिज्याओं और उनके आयतनों का अनुपात दिया हुआ हो तब उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा–

ऊँचाईयों का अनुपात = (त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत)^2 (आयतनों का अनुपात)

Ex: यदि दो शंकुओं की त्रिज्याओं और उनके आयतनों का अनुपात क्रमशः 1 : 4 और 4 : 5 दिया हुआ हो तब उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा–

Sol^n.

ऊँचाईयों का अनुपात = $\left(\frac{1}{1}:\frac{1}{4}\right)^2 (4:5) = 16\times\frac{4}{5}$

$= 64:5$

63. यदि दो शंकुओं के आयतनों और ऊँचाईयों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा–

= $\sqrt{\text{(आयतनों का अनुपात)(ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत)}}$

Ex: यदि दो शंकुओं के आयतनों और ऊँचाईयों का अनुपात क्रमशः 4 : 1 और 4 : 9 दिया हुआ हो तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात होगा–

त्रिज्याओं का अनुपात = $\sqrt{(4:1)\left(\frac{1}{4}:\frac{1}{9}\right)} = \sqrt{(4:1)(9:4)}$

$= 3:1$

Scanned by CamScanner

64. यदि दो बेलनों की ऊँचाईयों तथा त्रिज्याओं का अनुपात दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

Ex: यदि दो बेलनों की ऊँचाईयों तथा त्रिज्याओं का अनुपात क्रमशः 2 : 3 और 1 : 2 दिया हुआ हो तब उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा–

Solⁿ. आवश्यक अनुपात = (2 : 3) (1 : 2) = 1 : 3

65. यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ हो तो उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा–
(वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात) =(त्रिज्याओं के अनुपात के विपरीत)

Ex: यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्रमशः 3 : 5 और 6 : 7 दिया हुआ हो तो उनकी ऊँचाईयों का अनुपात होगा–

Solⁿ.

आवश्यक अनुपात

$$= (6:7)\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{5}\right) = (6:7)(5:3) = \frac{30}{21} = 10:7$$

66. यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात दिया हुआ तो उनके त्रिज्याओं का अनुपात होगा–(वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात) (ऊँचाईयों के अनुपात के विपरीत)

Ex: यदि दो बेलनों की त्रिज्याओं और उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्रमशः 1 : 3 और 4 : 5 दिया हुआ तो उनके त्रिज्याओं का अनुपात होगा–

Solⁿ.

$$\text{आवश्यक अनुपात} = (4:5)\left(1:\frac{1}{3}\right) = (4:5)(3:1)$$

$$= 12:5$$

67. एक y वर्ग इकाई वाले क्षेत्र पर x इकाई वर्षा होती है यह मानकर की R% वर्षा की बूँदे एकत्रित करके एक पूल में इकट्ठा की जाती है पूल का आधार x_1 इकाई × y_1 इकाई है

पूल में पानी के स्तर में वृद्धि होगी $\frac{R}{100}\left(\frac{xy}{x_1 y_1}\right)$ इकाई

Ex: 1 किलोमीटर वर्गाकार क्षेत्रफल में 2 सेमी वर्षा होती है यह मानकर की 50% वर्षा की बूंदे एकत्रित होती है को 100 मी × 10 मी आधार वाले पूल में इकट्ठा की जाती हैं। पूल में पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?

Solⁿ. वर्षा के पानी का आयतन = क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$= (1\text{किमी})^2 \times 2\text{सेमी} = (1000\text{ मी})^2 \times 0.02\text{ मी}$$
$$= 20{,}000\text{ मी}^3$$

एकत्रित पानी की मात्रा

$$= 20{,}000 \text{ का } 50\% \text{ मी}^3 = \frac{1}{2} \times 20{,}000 = 10{,}000 \text{ मी}^3$$

∴ पूल में पानी के स्तर में वृद्धि

$$= \frac{\text{एकत्रित पानी का आयतन}}{\text{पूल के आधार का क्षे.}} = \frac{10000}{10 \times 100} = 10\text{ m.}$$

विधि:2

पूल में पानी के स्तर में वृद्धि

$$= \left[\frac{(1000)2 \times 0.02}{100 \times 10}\right]\frac{50}{100} = \frac{20000}{1000} \times \frac{1}{2} = 10\text{ मी.}$$

68. यदि एक बेलन की त्रिज्या 'x' गुना और ऊँचाई 'y' गुना हो जाती है तब उसके नए आयतन का पुराने आयतन से अनुपात (x^2y) होगा।

Ex: यदि एक बेलन की त्रिज्या को दुगना कर दिया जाए और ऊँचाई को आधी कर दी जाए तब उसके नए आयतन का पुराने आयतन से अनुपात क्या होगा।

Solⁿ. माना बेलन की प्रारम्भ में त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः r सेमी और h सेमी है।

तब, $V_1 = \pi r^2 h$ और $V_2 = \pi (2r)^2 \frac{h}{2} = 2\pi r^2 h$

$$\frac{\text{नया आयतन}}{\text{पुराना आयतन}} = \frac{2\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = \frac{2}{1} = 2:1$$

विधि-2

$$x = 2 \text{ और } y = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{आवश्यक अनुपात} = (2)^2 \times \frac{1}{2} = 2:1$$

Scanned by CamScanner

69. यदि एक बेलन की त्रिज्या 'x' गुना और ऊँचाई 'y' गुना हो जाती है तब उसके नए वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात पुराने वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात xy होगा।

Ex: यदि एक बेलन की त्रिज्या 2 गुना और ऊँचाई आधी हो जाती है तब उसके नए वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात पुराने वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात क्या होगा?

Solⁿ. माना बेलन की प्रारम्भ में त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः r सेमी और h सेमी है।

तब वास्तविक बेलन वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल$=2\pi rh$ और नए बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$=2\pi(2r)\times\frac{h}{2}=2\pi rh$$

∴ आवश्यक अनुपात

$$=\frac{\text{नए वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{पुराने वक्र पृष्ठ का क्षे.}}=\frac{2\pi rh}{2\pi rh}=1:1$$

विधि : 2

यहाँ, $x=2$ और $y=\frac{1}{2}$

$$\therefore \text{ आवश्यक अनुपात}=2\times\frac{1}{2}=1:1$$

70. एक कूँआ जिसका व्यास 'D' मीटर और त्रिज्या 'r' मीटर है (यहाँ, $r=\frac{D}{2}$) 'h' मीटर की गहराई तक खोदा जाता है, कुँए से निकली मिट्टी को कुँए के मुंडेर के चारों ओर 'w' मीटर चौड़ाई वाले चबूतरे के रूप में जमा दिया जाता है। तब चबूतरें की ऊँचाई होगी–

$$\left[\frac{r^2h}{w(w+D)}\right] \text{ मीटर}$$

Ex: 11.2 मीटर व्यास वाले कुँए को 8 मीटर गहराई तक खोदा जाता है और इससे निकली मिट्टी को इसके चारो ओर 7 मीटर चौड़ाई वाले चबूतरें के रूप में जमा दिया जाता है। तब चबूतरे की ऊँचाई क्या होगी?

Solⁿ. निकाले गए मिट्टी का आयतन

$$\pi r^2h=\frac{22}{7}\times\left(\frac{11.2}{2}\right)^2\times 8$$

$$=\frac{22}{7}\times 5.6\times 5.6\times 8=788.48 \text{ m}^3$$

चबूतरें का क्षेत्रफल $=\pi(5.6+7)^2-\pi(5.6)^2$

$$=\pi[(5.6+7)^2-(5.6)^2]$$

$$=\pi[(5.6+7-5.6)(5.6+5.6+7)]$$

$$=\frac{22}{7}\times 7\times 18.2=400.4 \text{ मी}^2$$

$$\therefore \text{ चबूतरें की ऊँचाई}=\frac{788.48}{400.4}$$

$$=1.97 \text{ मीटर}$$

विधि-2

चबूतरें की ऊँचाई

$$=\frac{5.6\times5.6\times8}{7(7+11.2)}=\frac{6.4\times5.6}{18.2}=1.97 \text{ मीटर}$$

71: एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार x मीटर और ऊँचाई y मीटर है, को इसकी ऊँचाई के चारो ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन होगा–

(i) शंकु का आयतन $=\left[\frac{\pi}{3}x^2y\right]$ घन मीटर

(ii) शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$=\left[\pi x\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)\right] \text{ मी}^2$$

Ex: एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार 3 मीटर और ऊँचाई 4 मीटर है, को इसकी ऊँचाई के चारो ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Solⁿ.

आवश्यक आयतन

$$=\frac{\pi}{3}x^2y=\frac{\pi}{3}\times3\times3\times4=12\pi \text{ घन मीटर}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

पृष्ठीय क्षे. $= \pi x\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$

$= \pi \times 3 \times \sqrt{3^2+4^2} = 15\pi$ वर्ग मीटर

72. एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार x मीटर और ऊँचाई y मीटर है, को इसकी आधार के चारो ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन होगा–

(i) शंकु का आयतन $= \left[\frac{\pi}{3}xy^2\right]$ घन मीटर

(ii) पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi y\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$ वर्ग मीटर

Ex: एक समकोण त्रिभुज जिसका आधार 3 मीटर और ऊँचाई 4 मीटर है, को इसकी आधार के चारो ओर घुमाया जाता है इस प्रकार बने शंकु का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol^n. शंकु का आयतन $= \frac{\pi}{3} \times 3 \times 4 \times 4 = 16\pi$ मी^{3}

शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi \times 4 \times 5 = 20\pi$ मी^{2}

त्रिज्या = त्रिभुज की ऊँचाई

तिर्यक ऊँचाई = त्रिभुज का कर्ण

73. यदि किसी घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई में $x\%$, $y\%$ और $z\%$ की वृद्धि कर दी जाए तो इसके आयतन में वृद्धि होगी–

$$= \left[x+y+z+\frac{xy+xz+yz}{100}+\frac{xyz}{(100)^2}\right]\%$$

Ex: दो घन जिनमें प्रत्येक की भुजा 10 सेमी है, को जोड़कर एक घनाभ बनाया जाता है इस प्रकार बने घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol^n. घनाभ की ऊँचाई और चौड़ाई घन के बराबर होंगी तथा लंबाई दुगनी हो जाएगी।

लंबाई $(l) = 2 \times 10 = 20$ सेमी.

चौड़ाई $(b) = 10$ सेमी.

ऊँचाई $(h) = 10$ सेमी.

$\therefore$ घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2[lb + bh + lh]$

$= 2[20 \times 10 + 10 \times 10 + 20 \times 10]$

$= 2[500] = 1000$ सेमी^{2}

Ex: एक वृत्ताकार तार जिसकी त्रिज्या 42 सेमी है को काटकर एक आयताकार शीट के रूप में मोड़ा जाता है जिसकी भुजाओं का अनुपात 6 : 5 है आयत की छोटी भुजा ज्ञात करो।

Sol^n. तार की लम्बाई = वृत्त की परिधि

$= 2\pi \times 42 = \frac{2\times22\times42}{7} = 264$ सेमी

आयत का परिमाप = 264 सेमी

परिमाप में लंबाई और चौड़ाई 2 बार शामिल है अतः भुजा ज्ञात करते समय 2 से और विभाजित करेंगे।

अतः लंबाई $= \frac{264}{2(6+5)} \times 6 = 72$ सेमी

और चौड़ाई $= \frac{264}{2(6+5)} \times 5 = 60$ सेमी

Ex: एक लम्ब वृत्तीय शंकु एक घन के अन्द इस प्रकार व्यवस्थित है कि शंकु का आधार घन के एक फलक पर है तथा शंकु का शीर्ष घन के विपरीत फलक पर है। यदि घन का आयतन 343 घन सेमी है तब शंकु का आयतन लगभग होगा–

Sol^n. घन का किनारा $= \sqrt[3]{343} = 7$सेमी

$\therefore$ शंकुम की त्रिज्या = 3.5 सेमी

आयतन = 89.83 या 90

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली (क्षेत्रफल और परिमाप)

1. एक वर्ग का विकर्ण $4\sqrt{2}$ सेमी. है, दूसरे वर्ग का विकर्ण क्या होगा जिसका क्षेत्रफल पहले का दुगना है।

(a) $8\sqrt{2}$ सेमी (b) 16 सेमी

(c) $\sqrt{32}$ सेमी (d) 8 सेमी

2. यदि दो वर्ग के विकर्ण का अनुपात 2 : 5, तो इनके क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?

(a) $\sqrt{2} : \sqrt{5}$ (b) 2 : 5

(c) 4 : 25 (d) 4 : 5

3. यदि दो वर्ग के क्षेत्रफल का अनुपात 225 : 256.है, तब इनके परिमाप का अनुपात क्या होगा?

(a) 225 : 256 (b) 256 : 225

(c) 15 : 16 (d) 16 : 15

4. चारे कोनो वाली एक वर्गाकार सीट की भुजा 4 सेमी. है तो 2 सेमी. त्रिज्या के चाप से चार टुकड़े काट लिये गये तो बचे हुए भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) $(8 - \pi)$ वर्ग सेमी.

(b) $(16 - 4\pi)$ वर्ग सेमी.

(c) $(16 - 8\pi)$ वर्ग सेमी.

(d) $(4 - 2\pi)$ वर्ग सेमी.

5. एक रूम जिसकी लम्बाई 8 मीटर और चौड़ाई 6 मीटर है इसको ढकने के लिए एसे कितने टाइल्स की जरूरत होगी जबकि प्रत्येक टाइल्स 4 डेसीमीटर^2 हैं।

(a) 1200 (b) 1260

(c) 1280 (d) 1300

6. एक गोलाकार तार का व्यास 42 सेमी. है जिसे मोड़कर एक आयत बनाया गया जिनकी भुजाओं का अनुपात 5 : 6 है, तो आयत द्वारा निर्मित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) 540 सेमी^{2} (b) 1080 सेमी^{2}

(c) 2160 सेमी^{2} (d) 4320 सेमी^{2}

7. A एक आयतकार मैदान को विकर्णवत पार करने मे 15 सेकण्ड, 52 मीटर प्रति मिनट की दर से लेता है तब B उतना ही समय उस क्षेत्र को किनारे से पार करने में 68 मीटर प्रति मिनट की दर से लेता है। मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) 30 मी^{2} (b) 40 मी^{2}

(c) 50 मी^{2} (d) 60 मी^{2}

8. 38 मीटर लम्बे और 32 मीटर चौड़े मैदान के अन्दर की तरफ चारो ओर एक समान चौड़ाई का रास्ता है। यदि रास्ते का क्षेत्रफल 600 मीटर^2 है, तब रास्ते की चौड़ाई क्या होगी?

(a) 30 मी. (b) 5 मी.

(c) 18.75 मी. (d) 10 मी.

9. किसी आयत की लम्बाई व चौड़ाई में क्रमशः 20% और 25% की वृद्धि कर देते है। तब नये बने आयत के क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात करे।

(a) 60% (b) 50%

(c) 40% (d) 30%

10. 200 मीटर लम्बे और 180 मीटर चौड़े एक आयताकार बगीचे के चारो ओर एक 10 मीटर चौड़ी गली है। तब इस रास्ते का क्षेत्रफल (वर्गमीटर में) होगा।

(a) 8000 (b) 7000

(c) 7500 (d) 8200

11. एक आयत की माप के दौरान उसकी लम्बाई में 5% की अधिकता व चौड़ाई में 2% की कमी पायी जाती है। तब आयत के क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात करे।

(a) 3.3 (b) 3.0

(c) 2.9 (d) 2.7

12. एक आयताकार बगीचे की लम्बाई व चौड़ाई का अनुपात 3:4 है। बगीचे का क्षेत्रफल $\frac{1}{12}$ हैक्टेयर है। तब बगीचे की लम्बाई है–

(a) 25 मीटर (b) 50 मीटर

(c) 75 मीटर (d) 100 मीटर

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

13. एक आयताकार क्षेत्र की लम्बाई व चौड़ाई का अनुपात 7:4 है। जिसके चारो ओर एक 4 मीटर चौड़ाई का रास्ता है जिसका क्षेत्रफल 416 मीटर^2 है। क्षेत्र की चौड़ाई (मीटर में) है।
(a) 28 (b) 14
(c) 15 (d) 16

14. यदि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 1176 सेमी^{2} है और त्रिभुज के आधार और आधार पर लम्ब का अनुपात 3:4 है, तब त्रिभुज का लम्ब होगा–
(a) 42 सेमी. (b) 52 सेमी.
(c) 54 सेमी. (d) 56 सेमी.

15. त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ है यदि त्रिभुज का परिमाप 52 सेमी. है, तब सबसे छोटी भुजा की लम्बाई क्या होगी?
(a) 24 सेमी. (b) 18 सेमी.
(c) 12 सेमी. (d) 9 सेमी.

16. एक त्रिभुजाकार मैदान की भुजाऐं 30 मी., 72मी., और 78मी. है, तब 72 मी. वाली भुजा पर डाले गये लम्ब की लम्बाई है–
(a) 25 मी. (b) 28 मी.
(c) 30 मी. (d) 35 मी.

17. ABC एक 2 सेमी. भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है। विन्दु A, B, व C केन्द्र मानकर 1 सेमी. त्रिज्या की तीन चाप बनायी गयी। त्रिभुज के अन्दर तीनों चाप द्वारा घेरे गये क्षेत्र का क्षेत्रफल है–

(a) $\left(3\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$ सेमी^{2}

(b) $\left(\sqrt{3}-\frac{3\pi}{2}\right)$ सेमी^{2}

(c) $\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)$ सेमी^{2}

(d) $\left(\frac{\pi}{2}-\sqrt{3}\right)$ सेमी^{2}

18. 10 सेमी भुजा वाले समबाहु त्रिभुज ABC में विन्दु D व E भुजा BC को तीन भागों में विभाजित करता है। तब AD की लम्बाई (सेमी.में) है–
(a) $3\sqrt{7}$ (b) $7\sqrt{3}$
(c) $\frac{10\sqrt{7}}{3}$ (d) $\frac{7\sqrt{10}}{3}$

19. अगर एक समबाहु त्रिभुज के परिमाप का मान इसके क्षेत्रफल का $\sqrt{3}$ गुणा है तो त्रिभुज की भुजा क्या होगी।
(a) 2 इकाई (b) 3 इकाई
(c) 4 इकाई (d) 6 इकाई

20. एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई का अनुपात 3 : 4 : 5 है व क्षेत्रफल 72 वर्ग इकाई है। तो उस समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल बताए जिसका परिमाप पहले वाले त्रिभुज के परिमाप के बराबर है।
(a) $32\sqrt{3}$ वर्ग इकाई
(b) $48\sqrt{3}$ वर्ग इकाई
(c) $24\sqrt{3}$ वर्ग इकाई
(d) $64\sqrt{3}$ वर्ग इकाई

21. एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज को 7 सेमी त्रिज्या वाले अर्द्धवृत्त में अंतर्निहित किया गया है। तद्नुसार उस त्रिभुज को छोड़कर, अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा।
(a) 14 सेमी^{2} (b) 28 सेमी^{2}
(c) 44 सेमी^{2} (d) 68 सेमी^{2}

22. एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष से आधार तक खीचा गया लंब 8 सेमी है और उसका परिमाप 64 सेमी है तो उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात किजिए?
(a) 240 (b) 180
(c) 360 (d) 120

23. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 24 सेमी. व 10 सेमी. है, तो समचतुर्भज का परिमाप क्या होगा?
(a) 68 (b) 65
(c) 54 (d) 52

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

24. एक समचतुर्भज का परिमाप 40 सेमी. है व एक विकर्ण की लम्बाई 12 सेमी. है। दूसरे विकर्ण की लम्बाई क्या होगी?
(a) 12 सेमी. (b) $\sqrt{136}$ सेमी.
(c) 16 सेमी. (d) $\sqrt{44}$ सेमी.

25. एक समलम्ब मैदान का क्षेत्रफल 1440 मी^{2} है। इसकी समान्तर भुजाओं के बीच की दूरी 24 मी है। इसकी समान्तर भुजाओं की लम्बाई का अनुपात 5:3 है। इसकी लम्बी वाली की भुजा की लम्बाई कितनी होगी?
(a) 75 मी. (b) 45 मी.
(c) 120 मी. (d) 60 मी.

26. समचतुर्भुज की एक भुजा की लम्बाई 6.5 सेमी. व ऊँचाई 10 सेमी. हैं अगर एक विकर्ण की लम्बाई 26 सेमी. है। तो दूसरे विकर्ण कि लम्बाई क्या होगी?
(a) 5 सेमी. (b) 10 सेमी.
(c) 6.5 सेमी. (d) 26 सेमी.

27. एक समान्तर चतुर्भुज की भुजाएँ 15 सेमी. व 7 सेमी. लम्बी है। एक विकर्ण की लम्बाई 20 सेमी. है। चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 42 सेमी^{2} (b) 60 सेमी^{2}
(c) 84 सेमी^{2} (d) 96 सेमी^{2}

28. एक समान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजाएँ AB = 24 सेमी. और AD = 16 सेमी. है। AB व DC के बीच 10 सेमी. की दूरी है। भुजा है। भुजा AD और DC के बीच की दूरी ज्ञात करे?
(a) 16 सेमी. (b) 18 सेमी.
(c) 15 सेमी. (d) 26 सेमी.

29. एक समचतुर्भज का एक कोण 60° है। यदि प्रत्येक भुजा 8 सेमी. है। इसके लम्बे वाले विकर्ण की लम्बाई क्या होगी?
(a) $8\sqrt{3}$ सेमी. (b) 8 सेमी.
(c) $4\sqrt{3}$ सेमी. (d) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ सेमी.

30. एक समचतुर्भज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई $40\sqrt{2}$ सेमी. विकर्ण वाले वर्ग के बराबर है। यदि समचतुर्भज के विकर्णों का अनुपात 8 : 9 तो बड़े वाला विकर्ण की लम्बाई (सेमी.) ज्ञात करें।
(a) 30 (b) 60
(c) 20 (d) 40

31. एक समषट्भुज की प्रत्येक भुजा 1 सेमी. है तो समषट्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।
(a) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ सेमी^{2} (b) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ सेमी^{2}
(c) $4\sqrt{3}$ सेमी^{2} (d) $3\sqrt{2}$ सेमी^{2}

32. एक वृत्ताकार पहिए का व्यास 7 मी. है। 22 किमी. की दूरी तय करने के लिए कितने चक्कर लगाने होंगे।
(a) 100 (b) 400
(c) 500 (d) 1000

33. दो संकेन्द्रीय वृत्तों के बीच का क्षेत्रफल क्या होगा। जिनकी परिधी 88 सेमी. और 132 सेमी. है।
(a) 780 सेमी.^{2} (b) 770 सेमी.^{2}
(c) 715 सेमी.^{2} (d) 660 सेमी.^{2}

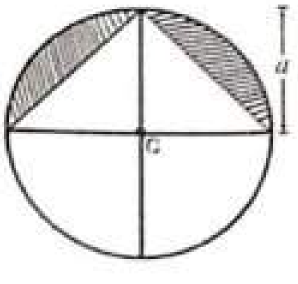
34. A 40 मिनट में एक वृत्ताकार पथ के 8 चक्कर लगा सकता है। यदि वृत्ताकार पथ का व्यास 10 गुणा बढ़ा दिया जाए तब A को नए पथ के चारों ओर उसी चाल से 1 चक्कर लगाने में कितना समय लगेगा?
(a) 25 मिनट (b) 20 मिनट
(c) 50 मिनट (d) 100 मिनट

35. 3 वृत्त जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 3.5 सेमी. है, को इस प्रकार रखा जाता है कि एक वृत्त बाकी दो वृत्तो को स्पर्श करता है। तो तीनों वृत्तों के द्वारा घेरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 1.905 सेमी^{2} (b) 1.985 सेमी^{2}
(c) 19.67 सेमी^{2} (d) 21.21 सेमी^{2}

36. एक वृत्त का क्षेत्रफल 22 सेमी^{2}. बढ़ा दिया जाता है, तो उसकी त्रिज्या 1 सेमी. से बढ़ जाती है, तो वृत्त की वास्तविक त्रिज्या ज्ञात करें।
(a) 6 सेमी. (b) 3.2 सेमी
(c) 3 सेमी. (d) 3.5 सेमी.

Scanned by CamScanner

37. दिए गए चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



(a) $\frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ वर्ग इकाई

(b) $a^2(\pi - 1)$ वर्ग इकाई

(c) $a^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ वर्ग इकाई

(d) $\frac{a^2}{2}(\pi-1)$ वर्ग इकाई

38. एक कार के पहिए को 440 मी. की दूरी तय करने में 1000 चक्कर लगाने पड़ते हैं। तो पहिए का व्यास मीटर में ज्ञात करें।

(a) 0.44 (b) 0.14
(c) 0.24 (d) 0.34

39. एक वृत्त की परिधी 11 सेमी. है और वृत्त के एक भाग का कोण 60° है, तो इस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$(\pi = \frac{22}{7})$

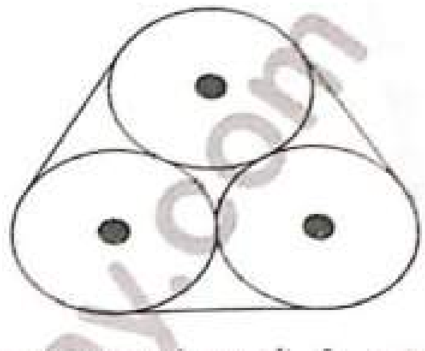
(a) $1\frac{29}{48}$ सेमी.^{2} (b) $2\frac{29}{48}$ सेमी.^{2}

(c) $1\frac{27}{48}$ सेमी.^{2} (d) $2\frac{27}{48}$ सेमी.^{2}

40. 12 सेमी व्यास वाला एक गियर 18 सेमी व्यास के दूसरे गियर को घुमा रहा है यदि छोटे गियर ने 42 चक्कर लगाए हो तो बड़े गियर द्वारा लगाए गए चक्करों की संख्या कितनी है।

(a) 28 (b) 20
(c) 15 (d) 24

41. तीन वर्ग जिनमें प्रत्येक का व्यास 10 मी. है को एक रबड़ बैंड के साथ एक साथ बांध दिया जाता है। जैसा चित्र में दिखाया गया है।



रबड़ बैंड की लंबाई ज्ञात करें यदि यह खिंची हुई है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है।

(a) 30 (b) $30+10\pi$
(c) 10π (d) $60+20\pi$

42. एक वृत्ताकार पार्क के चारों ओर 7 मी. चौड़ाई की एक सड़क है, जिसकी परिधी 176 मी. है, तो सड़क क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$(\pi = \frac{22}{7})$

(a) 1386 मी.^{2} (b) 1472 मी.^{2}
(c) 1512मी.^{2} (d) 1760 मी.^{2}

43. एक वृत्ताकार मैदान के चारो ओर एक सड़क है, यदि बाह्य और आन्तरिक परिधी का अन्तर 66मी. है तो सड़क की चौड़ाई ज्ञात करो।$(\pi = \frac{22}{7})$

(a) 10.5 मीटर (b) 7 मीटर
(c) 5.25 मीटर (d) 21 मीटर

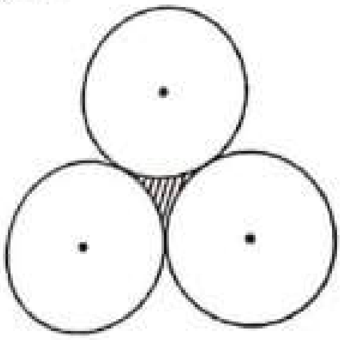
44. एक व्यक्ति को एक वृत्ताकार मैदान को इसके व्यास के साथ पार करने में, इसके परिधी के साथ पार करने में लगे समय से 30 सैकेण्ड कम लगती हैं। यदि उसकी गति 30 मी./मिनट है, तो वृत्ताकार मैदान की त्रिज्या ज्ञात करो।$(\pi = \frac{22}{7})$

(a) 5.5 मीटर (b) 7.5 मीटर
(c) 10.5मीटर (d) 3.5 मीटर

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

45. तीन वर्ग जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 'a' सेमी. है तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



(a) $\left(\frac{\sqrt{3}+\pi}{2}\right)a^2$ वर्ग सेमी.

(b) $\left(\frac{6\sqrt{3}-\pi}{2}\right)a^2$ वर्ग सेमी.

(c) $\left(\sqrt{3}-\pi\right)a^2$ वर्ग सेमी.

(d) $\left(\frac{2\sqrt{3}-\pi}{2}\right)a^2$ वर्ग सेमी.

46. 120 मी. परिमाप के वर्ग के अंदर बनाया गया बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(a) $\frac{22}{7}\times(15)^2$ सेमी^{2}

(b) $\frac{22}{7}\times\left(\frac{7}{2}\right)^2$ सेमी^{2}

(c) $(\sqrt{3}-\pi)a^2$ सेमी^{2}

(d) $\left(\frac{2\sqrt{3}-\pi}{2}\right)a^2$ सेमी^{2}

47. एक वृत्त की परिधी 100 सेमी. है, वृत्त के अंदर बनाए गए वर्ग की भुजा ज्ञात करें।

(a) $\left(\frac{100\sqrt{2}}{\pi}\right)$ सेमी.
(b) $\left(\frac{50\sqrt{2}}{\pi}\right)$ सेमी.

(a) $\frac{100}{\pi}$ सेमी.
(d) $50\sqrt{2}$ सेमी.

48. एक आयत 18 सेमी. लम्बी व 14 सेमी. चौड़ी है, इस आयत के अंदर बनाए गए बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 49 सेमी^{2}
(b) 154 सेमी^{2}
(c) 378 सेमी^{2}
(d) 1078 सेमी^{2}

49. एक त्रिभुज की भुजाएँ 6 सेमी., 8 सेमी. और 10 सेमी. है। इसके अंदर बनाए गए बड़े से बड़े वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 18 सेमी^{2}
(b) 15 सेमी^{2}
(c) $\frac{2304}{49}$ सेमी^{2}
(d) $\frac{576}{49}$ सेमी^{2}

50. एक त्रिभुज के अंतःवृत्त की त्रिज्या 2 सेमी. है, यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 6 सेमी^{2}. है, तो इसका परिमाप क्या होगा?

(a) 2 सेमी
(b) 3 सेमी
(c) 6 सेमी
(d) 9 सेमी

51. एक सम्बाहु त्रिभुज के अंदर एक वृत्त बनाया गया और वृत्त के अंदर एक वर्ग बनाया गया। तो त्रिभुज के क्षेत्रफल और वर्ग के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?

(a) $\sqrt{3}:4$
(b) $\sqrt{3}:8$
(c) $3\sqrt{3}:2$
(d) $3\sqrt{3}:1$

52. एक आयत का परिमान 160 मीटर है और इसकी दो भुजाओं का अंतर 48 मीटर है। एक वर्ग की भुजा ज्ञात करें जिसका क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल के बराबर है।

(a) 32 मीटर
(b) 8 मीटर
(c) 4 मीटर
(d) 16 मीटर

53. यदि एक वृत्त की त्रिज्या को 50% बढ़ा दिया जाए तो इसके क्षेत्रफल में कितनी वृद्धि होगी।

(a) 125%
(b) 100%
(c) 75%
(d) 50%

54. एक वर्गाकार मैदान को सपाट कराने का खर्चा 160 रुपये/हैक्टेयर की दर से 1440रु है। तो मैदान के चारों तरफ बाढ़ लगाने का खर्चा 75 पैसे/मीटर के दर से क्या होगा?

(a) Rs. 900
(b) Rs. 1800
(c) Rs. 360
(d) Rs. 810

Scanned by CamScanner

55. एक आयत की लंबाई उसकी चौड़ाई की दोगुनी है। यदि लंबाई को 5 सेमी. कम कर दिया जाए और चौड़ाई को 5 सेमी. बढ़ा दिया जाए तो आयत का क्षेत्रफल 75 सेमी^{2} बढ़ जाता है, तो आयत की लंबाई ज्ञात करें।

(a) 20 सेमी. (b) 30 सेमी.
(c) 40 सेमी. (d) 50 सेमी.

56. एक आयतकार हॉल के फर्श की विमाएँ 4 मी × 3 मी फर्श पर टाइल बिछाने के लिए 8 सेमी × 6 सेमी कि कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी?

(a) 4800 (b) 2600
(c) 2500 (d) 2400

57. एक 100 मीटर भुजा वाले वर्गाकार मैदान के केन्द्र में एक वृत्ताकार फूलो का बगीचा है। यदि वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल फूलों के बगीचे को छोड़कर 8614 मीटर^2 है, तो फूलों के बगीचे की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 31 मीटर (b) 21 मीटर
(c) 41 मीटर (d) इनमें से कोई नहीं

58. एक 20 मी भुजा वाला वर्गाकार पेपर है। दो विपरित भुजाओं को व्यास मानकर अन्दर की तरफ दो अर्द्धवृत्त बनाए जाते हैं। दोनों अर्द्धवृत्त का क्षेत्र हटा दिया जाता है। तो अब बचे हुए पेपर का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) $(40 - 2\pi)$मी^{2}
(b) $(400 - 200\pi)$मी^{2}
(c) $(400 - 100\pi)$मी^{2}
(d) 200π मी^{2}

59. एक वृत्त का क्षेत्रफल एक वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर है। तब वर्ग की भुजा का वृत्त की त्रिज्या के साथ अनुपात क्या होगा?

(a) $\sqrt{\pi} : 1$ (b) $1 : \sqrt{\pi}$
(c) $1 : \pi$ (d) $\pi : 1$

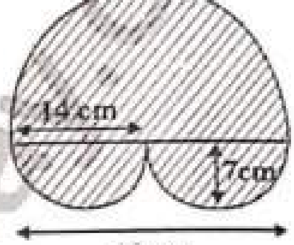
60. एक तार एक समबाहु त्रिभुज के आकार में है। जिसका क्षेत्रफल 5 मी^{2} है। इसको एक वृत्त के आकार में बदला जाता है, तो वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?

(a) $\frac{3\sqrt{20}}{2\pi}$ मी (b) $3^{3/4}\frac{\sqrt{20}}{2\pi}$ मी
(c) $\sqrt{3}\frac{\sqrt{20}}{2\pi}$ मी (d) $\frac{3^{3/4}\sqrt{20}}{2\pi}$ मी

61. एक वृत्त के केन्द्र से बने चाप का क्षेत्रफल 12.4 सेमी^{2} है। यदि वो चाप केन्द्र से $60°$ का कोण बनाती हो तो वो वृत्त के बचे हुए भाग का क्षेत्रफल क्या होगा।

(a) 70 वर्ग सेमी. (b) 80 वर्ग सेमी.
(c) 62 वर्ग सेमी (d) 85 वर्ग सेमी.

62. दिए गए चित्र में छायाँकित भाग का क्षेत्रफल (सेमी^{2}) ज्ञात करें।

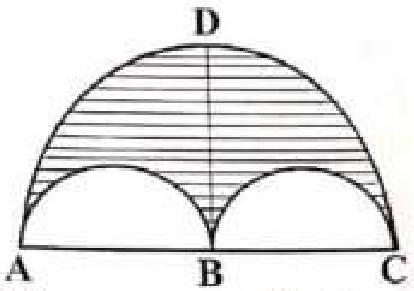


(a) 324 (b) 428
(c) 462 (d) 500

63. एक वृत्त जिसकी त्रिज्या a है, को 6 बराबर भागो में बाटा गया है। सभी भागो की जीवाओं पर वृत्त से बाहर की ओर समबाहु त्रिभुज बनाए गए हैं। इस प्रकार बने चित्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(a) $\frac{3\sqrt{3}\pi a^2}{2}$ (b) $\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$
(c) $3\pi a^2$ (d) $3\sqrt{3}a^2$

64. माना AB = 4 सेमी. और BD = $4\sqrt{3}$ सेमी. है। तो चित्र में दिखाए गए अनुसार छायाँकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



(a) 48π (b) 24π
(c) 16π (d) 12π

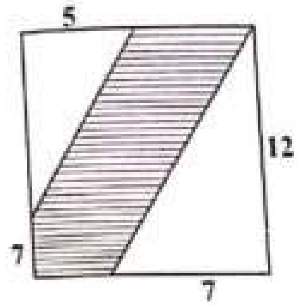
Scanned by CamScanner

65. एक समचतुर्भज के एक विकर्ण की लम्बाई दूसरे विकर्ण की 80% है। तब समचतुर्भज का क्षेत्रफल उसके बड़े विकर्ण के वर्ग का कितना गुना होगा?

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$

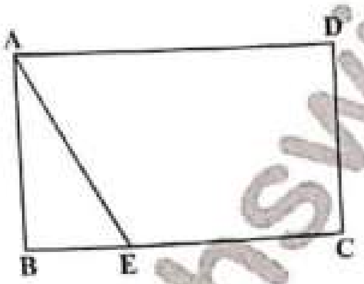
66. चित्र में दिखाए गए छायाँकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



(a) 77 वर्ग इकाई (b) 89.5 वर्ग इकाई

(c) 72 वर्ग इकाई (d) 69 वर्ग इकाई

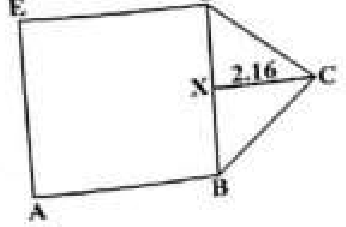
67. दिए गए चित्र में ABCD एक आयत है और Δ ABE का क्षेत्रफल = 15 सेमी². है, यदि EC = 2 BE तो आयत का क्षेत्रफल सेमी² में क्या होगा?



(a) 24 (b) 48

(c) 90 (d) 120

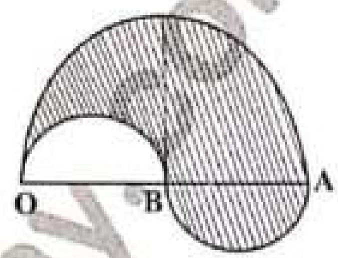
68. दिए गए चित्र में AB = BD = DE = EA = 2.5 सेमी. यदि BX = XD तो चित्र का क्षेत्रफल क्या होगा? (सेमी².)



(a) 18.41 सेमी² (b) 15.40 सेमी²

(c) 12.70 सेमी² (d) 8.95 सेमी²

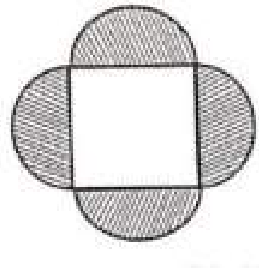
69. दिए गए चित्र में छायाँकित भाग के किनारे (boundary) से तीन अर्द्धवृत्त बने हैं। छोटे वाले दोनों अर्द्धवृत्त बराबर हैं। यदि बड़े वाले अर्द्धवृत्त का व्यास 10 सेमी. है, तो छायाँकित भाग का क्षेत्रफल क्या है? ($\pi = 3.14$):



(a) 39.25 सेमी² (b) 46.45 सेमी²

(c) 35.60 सेमी² (d) 37.95 सेमी²

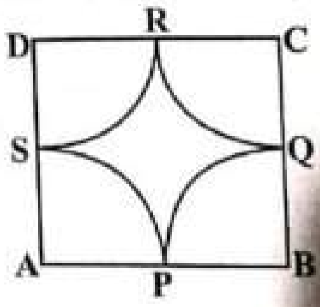
70. दिए गए चित्र में केन्द्र में एक वर्ग है, जिसकी चारो भुजाओं पर चार अर्द्धवृत्त बने हुए हैं। वर्ग की भुजा की लम्बाई 21 मीटर है। इस क्षेत्र में गुलाब के पेड़ लगाने है। यदि प्रत्येक गुलाब के पेड़ को 6 वर्ग मीटर क्षेत्र चाहिए। तो कितने पेड़ो की जरूरत होगी?



(a) 176 (b) 163

(c) 168 (d) 189

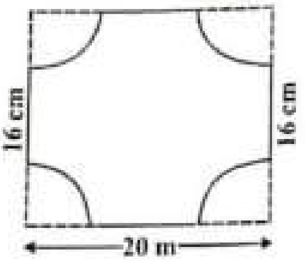
71. एक 63 मीटर भुजा वाले वर्गाकार मैदान के चारो कोनों पर 4 घोड़े बाँध दिए जाते हैं। वो एक-दूसरे को सिर्फ स्पर्श कर सकते हैं। तो मैदान का बिना चरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा?



Scanned by CamScanner

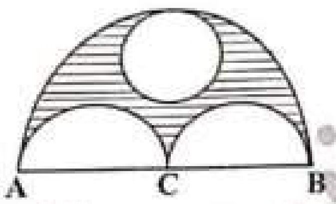
(a) 675.5 मीटर^2 (b) 780.6 मीटर^2
(c) 785.8 मीटर^2 (d) 850.5 मीटर^2

72. एक आयताकार टुकड़े की लंबाई 20 मी. और चौड़ाई 16 मीटर है, इसके चारो कोनो से 3.5 मीटर त्रिज्या के चतुर्थांश काटे जाते हैं। तो बचे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा?



(a) 281.5 मीटर^2 (b) 276.4 मीटर^2
(c) 265.6 मीटर^2 (d) 264.8 मीटर^2

73. दिए गए चित्र में बड़े वाले अर्द्धवृत्त का व्यास 56 सेमी. है और सबसे छोटे वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी. है, तो छायाँकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



(a) 482 सेमी^{2} (b) 462 सेमी^{2}
(c) 654 सेमी^{2} (d) 804 सेमी^{2}

74. 5 वर्गों का परिमाप क्रमशः 24 सेमी., 32 सेमी., 40 सेमी., 76सेमी., और 80 सेमी. है। एक दूसरे वर्ग का परिमाप क्या होगा? जिसका क्षेत्रफल इन पाँच वर्गों के क्षेत्रफल के योग के बराबर है।

(a) 31 सेमी^{2} (b) 62 सेमी^{2}
(c) 124 सेमी^{2} (d) 961 सेमी^{2}

75. एक अर्द्धवृत्त का परिमाप (मीटर में) संख्या में इसके क्षेत्रफल (वर्ग मीटर) के बराबर है। तो इसका व्यास कितना होगा? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) $3\frac{3}{11}$ मीटर (b) $5\frac{6}{11}$ मीटर
(c) $6\frac{6}{11}$ मीटर (d) $6\frac{2}{11}$ मीटर

76. एक वृत्त की परिधी 11 सेमी. है और वृत्त के एक भाग का कोण 60° है। तो इस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें। ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) $1\frac{29}{48}$ सेमी^{2} (b) $2\frac{29}{48}$ सेमी^{2}
(c) $1\frac{27}{48}$ सेमी^{2} (d) $2\frac{27}{48}$ सेमी^{2}

77. एक वृत्त का क्षेत्रफल इसकी त्रिज्या के वर्ग के समानुपाती है। एक पाँच सेमी. त्रिज्या के वृत्त के अंदर एक तीन सेमी. त्रिज्या का वृत्त बनाया जाता है। दोनों वृत्तों के बीच के बीच का क्षेत्रफल का बड़े वाले वृत्त के क्षेत्रफल से अनुपात क्या होगा?

(a) 9 : 16 (b) 9 : 25
(c) 16 : 25 (d) 16 : 27

78. एक समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त और अंत:वृत्त के क्षेत्रफल का का अंतर 44वर्ग सेमी. है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 28 सेमी^{2} (b) $7\sqrt{3}$ सेमी^{2}
(c) $14\sqrt{3}$ सेमी^{2} (d) 21 सेमी^{2}

79. एक वर्ग और एक वृत्ताकार मैदान का परिमाप समान है, यदि वृत्ताकार मैदान का क्षेत्रफल 3850 वर्ग मीटर है, तो वर्ग का क्षेत्रफल (वर्ग मीटर) क्या होगा?

(a) 4225 (b) 3025
(c) 2500 (d) 2025

80. एक वर्ग और एक आयत का क्षेत्रफल समान है, आयत की लम्बाई वर्ग की एक भुजा से 5 सेमी. बड़ी है और चौड़ाई 3 सेमी. छोटी है, तो आयत का परिमाप ज्ञात करो।

Scanned by CamScanner

(a) 17 सेमी. (b) 26 सेमी.
(c) 30 सेमी. (d) 34 सेमी.

81. एक 784 वर्ग सेमी. क्षेत्रफल वाली वर्गाकार पेपर शीट से 4 बड़े से बड़े आकार की वृत्ताकार प्लेट काटी जाती है, तो प्रत्येक प्लेट की परिधि क्या होगी? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 22 सेमी. (b) 44 सेमी.
(c) 66 सेमी. (d) 88 सेमी.

82. एक 30 मी. × 20 मी. विमा वाले आयताकार मैदान के एक कोने पर 14 मीटर लम्बी रस्सी से एक गाय बांधी जाती है, गाय के द्वारा चरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 150 मीटर² (b) 196 मीटर²
(c) 154 मीटर² (d) 22 मीटर²

83. एक 150 सेमी. लम्बा रोलर जिसका व्यास 70 सेमी. है, एक मैदान को प्लेन करने के लिए 750 चक्कर लगाने पड़ते हैं। मैदान को प्लेन करने का खर्च 2रु/वर्ग मीटर है तो पूरे मैदान को प्लेन करने में कितना खर्च आयेगा।

(a) 5000 रु. (b) 2950 रु.
(c) 4500 रु. (d) 4950 रु.

84. एक 28 फिट व्यास वाले वृत्ताकार स्विमिंग पूल के चारों ओर एकसमान आकार की टेक बनी हुई है। यदि टेक का क्षेत्रफल 60 π वर्ग फिट है, तो इसकी चौड़ाई क्या होगी?

(a) 3 फिट (b) 2.8 फिट
(c) 2 फिट (d) 2.5 फिट

85. एक आयताकार बोर्ड की लम्बाई इसकी चौड़ाई से 8 मीटर ज्यादा है। यदि इसकी लम्बाई को 7 मीटर बढ़ा दे और चौड़ाई को 4 मीटर घटा दे तो इसके क्षेत्रफल में कोई परिवर्तन नहीं होता है। तो आयताकार बोर्ड की लम्बाई व चौड़ाई क्या है?

(a) 24 मी, 16 मी (b) 20 मी, 24 मी
(c) 28 मी, 20 मी (d) 28 मी, 16 मी

86. एक आयताकार खेत है जिसका क्षेत्रफल 1200 मी² और जिसकी बड़ी भुजा की लम्बाई 30 मी. है। आयताकार खेत की बड़ी भुजा, छोटी भुजा और विकर्ण की बाढ़ लगानी है यदि बाढ़ लगाने का खर्च 100 रु./वर्ग मीटर हो तो बाढ़ लगाने का कुल खर्च ज्ञात करो।

(a) Rs. 14000 (b) Rs. 12000
(c) Rs. 7000 (d) Rs. 15000

87. एक समद्विबाहु त्रिभुज के आकार का मैदान है, इसका आधार 40 मीटर लम्बा है, इस मैदान में घास बिछाने का खर्च 4रु/वर्ग मीटर की दर से 1200रु है। तो इसकी दो समान भुजाओं की लम्बाई क्या होगी?

(a) 25 मी (b) 24 मी
(c) 26 मी
(d) इनमें से कोई नहीं

88. एक खेल के मैदान की लम्बाई व चौड़ाई क्रमश: 36 मीटर व 21 मीटर है, इसकी चारों ओर 3 मीटर की दूरी पर खम्बे लगाने है। तो कितने खम्बों की आवश्यकता होगी?

(a) 39 (b) 38
(c) 37 (d) 40

89. 50 सेमी. × 5 सेमी. की चार शीट को एक वर्ग के रूप में व्यवस्थित किया जाता है जिसकी भुजा 55 सेमी है। अंदर बने हुए वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 2500 वर्ग सेमी (b) 2025 वर्ग सेमी
(c) 1600 वर्ग सेमी
(d) इनमें से कोई नहीं

90. एक 14 मीटर भुजा वाले वर्गाकार मैदान के चारों कोनों पर चार घोड़े इस प्रकार बांधे जाते है, की प्रत्येक घोड़ा दो घोड़ों को केवल स्पर्श कर सकता है। वे इस क्षेत्र में 11 दिनों तक चर सकते हैं। तो बिना चरा हुआ क्षेत्र उनके लिए कितने दिनों के लिए पर्याप्त रहेगा?

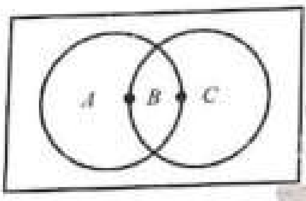
(a) 3 दिन (b) 4 दिन
(c) 5 दिन (d) 2 दिन

Scanned by CamScanner

91. एक वृत्ताकार मैदान की परिधी 88 मीटर है। अंदर की और तीन मीटर चौड़ाई के मैदान (परिधी के साथ-साथ) को प्लेन करना है। 7रु/वर्ग मीटर की दर से 3 मीटर चौड़ाई वाले मैदान को प्लेन करने का खर्चा क्या होगा?
(a) Rs. 1050 (b) Rs. 1125
(c) Rs. 1325 (d) Rs. 1650

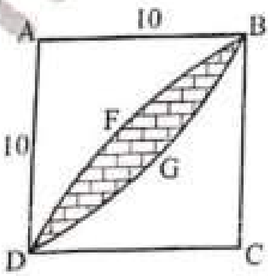
92. एक 15 मीटर लम्बाई की सीढ़ी एक खिड़की तक पहुँचती है, जो गली के एक किनारे जमीन से 9 मीटर की ऊँचाई पर है। सीढ़ी के पाद को वहीं रखते हुए, सीढ़ी को गली को दूसरे किनारे की ओर एक खिड़की तक पहुंचाया जाता है। जो जमीन से 12 मीटर की ऊँचाई पर है। गली की चौड़ाई ज्ञात करें।
(a) 19 मी (b) 21 मी
(c) 20 मी (d) 22 मी

93. दिए गए चित्र में दो वृत्त एक-दूसरे के केन्द्र से गुजरते हैं। यदि प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या 2 है, तो दिखाये गए B वाले क्षेत्र का परिमाप क्या होगा?



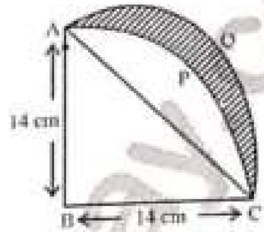
(a) $(8/3)\pi$ (b) $(4/5)\pi$
(c) 4π (d) $(5/3)\pi$

94. चित्र में ABCD एक 10सेमी. भुजा का वर्ग है, BFD एक वृत्त की चाप है जिसका केन्द्र C है। BGD एक वृत्त का चाप है, जिसका केन्द्र A है। छायाँकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



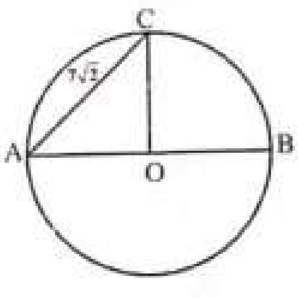
(a) $100-50\pi$ (b) $100-25\pi$
(c) $50\pi-100$ (d) $25\pi-100$

95. ABCP एक वृत्त का चतुर्थांश है, जिसकी त्रिज्या 14 सेमी. है। AC को व्यास मानकर एक अर्द्धवृत्त बनाया जाता है। छायाँकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



(a) 49 सेमी² (b) 196 सेमी²
(c) 98 सेमी² (d) इनमें से कोई नही

96. दिए गए चित्र में AB वृत्त का व्यास है और OC इसके लम्बवत है O वृत्त का केन्द्र है। यदि AC की लम्बाई $7\sqrt{2}$ सेमी. है, तो वृत्त का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी.) क्या होगा?



(a) 24.5 (b) 49
(c) 98 (d) 154

97. एक नहर का अनुप्रस्थकाट (cross section) समलम्ब आकार का है यदि इसका शीर्ष 10 मीटर चौड़ा और तल 6 मीटर चौड़ा है और अनुप्रस्थकाट का क्षेत्रफल 72 मी² है, तो नहर की गहराई ज्ञात करो।
(a) 10 मीटर (b) 7 मीटर
(c) 6 मीटर (d) 9 मीटर

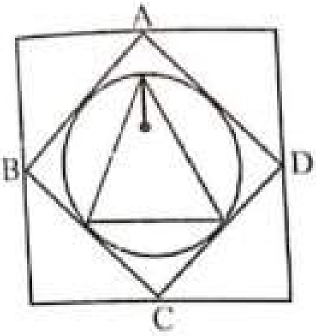
mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner

98. एक 42×35 मी. का आयताकार मैदान है जिसके चारो भुजाओं पर अर्द्धवृत्त बने हुए हैं। इस प्रकार बने चित्र का क्षेत्रफल कितना होगा?

(a) 3818.5 मी^{2} (b) 8318 मी^{2}

(c) 5813 मी^{2} (d) 1358 मी^{2}

99. यदि बाहरी वर्ग की भुजा a है, तो अंदर वाले सम्बाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा? (ABCD एक वर्ग है।)



(a) $\frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{2}}$ (b) $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$

(c) $\frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt{3}}$ (d) इनमें से कोई नहीं

100. दिए गए चित्र में ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है।AB, BC और AC व्यास मानकर तीन अर्द्धवृत्त बनाए जाते हैं। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 37वर्ग इकाई है, तो छायाँकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 24 वर्ग इकाई (b) 37 वर्ग इकाई

(c) (18.5π+2 वर्ग इकाई (d) 18.5 वर्ग इकाई

101. एक वर्ग और एक आयत का परिमाप समान है। आयत की लम्बाई 26 सेमी. और 18 सेमी. है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें। [$\pi = \frac{22}{7}$]

(a) 125 सेमी^{2} (b) 230 सेमी^{2}

(c) 550 सेमी^{2} (d) 616 सेमी^{2}

102. एक खेल का मैदान आयताकार है, मैदान को प्रयोग में लाने लायक बनाने के लिए 25पैसे/वर्ग मीटर की दर से 1000रु. खर्च किये जाते हैं। मैदान की चौड़ाई 50 मीटर है। यदि मैदान की लम्बाई 20 मीटर बढ़ा दी जाए तब उसी दर से कितना खर्चा आएगा।

(a) 1,250 (b) 1,000

(c) 1,500 (d) 2,250

103. एक 60 मीटर लम्बे और 20 मीटर चौड़े शोरूम में मार्बल की फर्श बिछानी है। मार्बल की शीट का आकार 3मी. × 2मी. है और प्रत्येक शीट 100 रु. की है, तो कितनी मार्बल की शीटो की आवश्यकता होगी और इन्हें लगाने में कितना खर्चा आएगा?

(a) Rs. 20,000 और 200 (b) Rs. 30,000 और 300

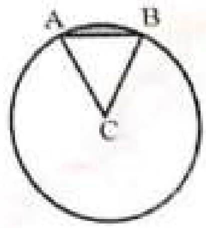
(c) Rs. 15,000 और 150 (d) Rs. 18,000 और 180

104. 40 मीटर लम्बे और 13.5 मीटर चौड़े आँगन में एक निश्चित संख्या में मार्बल पत्थर बिछाये जाते हैं, जिनका आकार 3मी. × 2मी है। 3रु. प्रति 1 मार्बल पत्थर की दर से पूरे आँगन में बिछाने में कितना खर्चा आएगा?

(a) Rs. 270 (b) Rs. 270

(c) Rs. 370 (d) Rs. 240

105. दिए गए चित्र में ABC एक सम्बाहु त्रिभुज है, और C वृत्त का केंद्र है। A और B वृत्त पर दो बिन्दु है और वृत्त की त्रिज्या 28 सेमी. है, तो छायाँकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



(a) $\left(102\frac{2}{3} - 49\sqrt{3}\right)$ सेमी^{2}

(b) $\left(102\frac{2}{3} - 48\sqrt{3}\right)$ सेमी^{2}

Scanned by CamScanner

(c) $\left(109-98\sqrt{3}\right)$ सेमी²

(d) इनमें से कोई नहीं

106. एक आयताकार मैदान 25मी × 15मी का है। दो लम्बवत रास्ते जिनकी चौड़ाई 2 मीटर है मैदान के बीचो-बीच है। मैदान के शेष भाग में घास उगाई जाती है। तो बताओ घास उगाई गई भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 295 मी² (b) 299 मी²

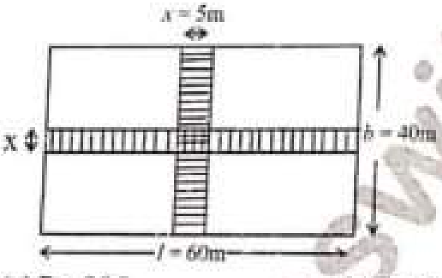
(c) 200 मी² (d) 375 मी²

107. एक आयत का क्षेत्रफल एक वर्ग के क्षेत्रफल का 4 गुणा है। आयत की लम्बाई 90 सेमी. और चौड़ाई वर्ग की भुजा की 2/3 है, तो वर्ग की भुजा ज्ञात करें।

(a) 10 सेमी. (b) 15 सेमी.

(c) 20 सेमी. (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।

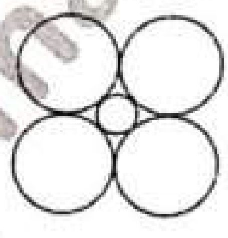
108. एक आयताकार मैदान (60मी×40मी) जिसकी बीचो बीच पाँच मीटर चौड़ाई की दो लम्बवत रोड है। मैदान में 60पैसे प्रति वर्ग मीटर की दर से घास लगाने में कितना खर्चा आएगा।



(a) Rs. 285 (b) Rs. 300

(c) Rs. 275 (d) Rs. 270

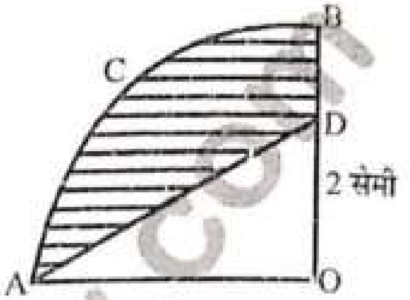
109. दिए गए चित्र में बाह्य वृत्त की त्रिज्या 'R' है, तो अन्दर वाले वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?



(a) $\frac{2}{(\sqrt{2}+1)R}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}R$

(c) $(\sqrt{2}-1)R$ (d) $\sqrt{2}R$

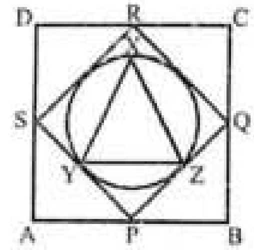
110. दिए गए चित्र में AOBCA, O केन्द्र वाले वृत्त का चतुर्थांश है। जिसकी त्रिज्या 4 सेमी है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



(a) 8.56 सेमी² (b) 7.35 सेमी²

(c) 8.45 सेमी² (d) 9 सेमी²

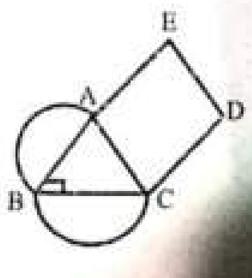
111. दिए गए चित्र में PQRS एक वर्ग है। जो वर्ग ABCD की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाए गए है। वर्ग PQRS के अन्दर एक वृत्त बनाया गया है। और वृत्त के अंदर एक समबाहु ΔXYZ बनाया गया है। वर्ग ABCD की भुजा का त्रिभुज XYZ की भुजा के साथ अनुपात क्या होगा?



(a) $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{2}:3$

(c) $2\sqrt{2}:\sqrt{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं

112. एक वर्ग का क्षेत्रफल 128 वर्ग सेमी. है जिसकी एक भुजा AC है। त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, जहाँ AC उसका कर्ण है। AB और AC को व्यास मानकर दो अर्द्धवृत्त बनाए जाते है तो दोनों अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?



Scanned by CamScanner

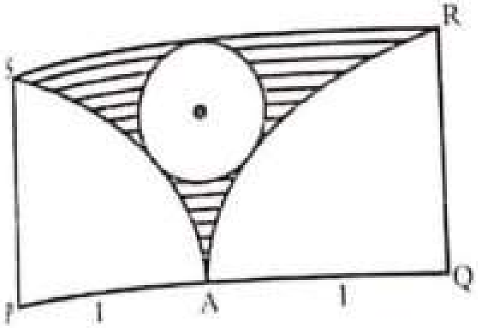
(a) 32π सेमी²

(b) 16π सेमी²

(c) 16 सेमी²

(d) 32 सेमी²

114. दिए गए चित्र में PQRS एक आयत है, जहाँ PS और PS क्रमशः 1 और 2 इकाई है। P और Q को केन्द्र मानकर दो 1/4 वृत्त (quarter circles) 1 सेमी. त्रिज्या के बनाए जाते है। छायाँकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



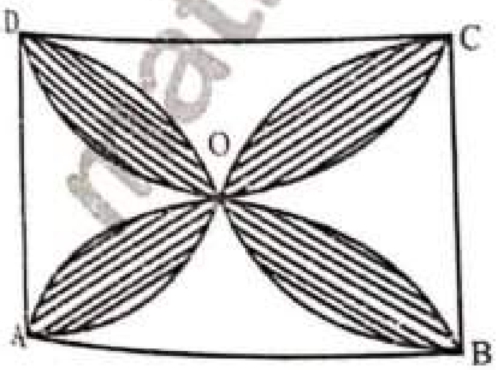
(a) $\frac{32}{115}$ वर्ग इकाई

(b) $\frac{13}{56}$ वर्ग इकाई

(c) $\frac{16}{83}$ वर्ग इकाई

(d) $\frac{7}{20}$ वर्ग इकाई

114. दिए गए चित्र में ABCD एक वर्ग है। भुजा AB, BC, CD और DA को व्यास मानकर 4 अर्द्धवृत्त इस प्रकार बनाए जाते है कि वो बिन्दु O पर मिलते हैं। वर्ग की भुजा की लम्बाई 8 सेमी. है। छायाँकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



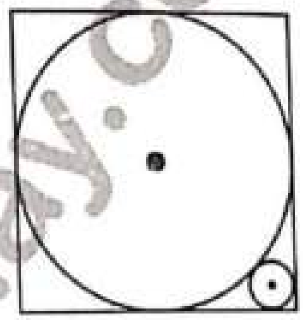
(a) $32(\pi-2)$ सेमी²

(b) $16(\pi-2)$ सेमी²

(c) $(2\pi-8)$ सेमी²

(d) $\left(\frac{3}{4}\pi-4\right)$ सेमी²

115 दिए गए चित्र में छोटे वाले वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें यदि बड़े वाले वृत्त की त्रिज्या 'R' है।



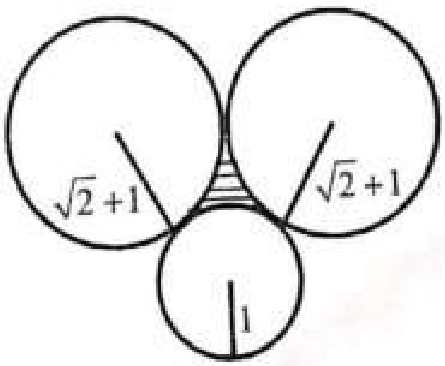
(a) $\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)R$

(b) $2\left(\sqrt{2}-1\right)R$

(c) $\left(3-2\sqrt{2}\right)R$

(d) इनमें से कोई नहीं

116 तीन वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ $\sqrt{2}+1, \sqrt{2}+1$ और 1 इकाई है, बाह्य रूप से एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं, तब तीनों वृत्त के द्वारा घेरे गए क्षेत्र का परिमाप क्या होगा?



(a) $\frac{\pi}{2}\left(2\sqrt{2}+2\right)$

(b) $\frac{\pi}{2}\left(\sqrt{2}+2\right)$

(c) $\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$

(d) इसमें से कोई नहीं

Scanned by CamScanner

उत्तरमाला

1.	(d)	2.	(c)	3.	(c)	4.	(b)	5.	(a)	6.	(b)	7.	(d)	8.	(b)	9.	(b)
10.	(a)	11.	(c)	12.	(a)	13.	(d)	14.	(d)	15.	(c)	16.	(c)	17.	(c)	18.	(c)
19.	(c)	20.	(c)	21.	(b)	22.	(d)	23.	(d)	24.	(c)	25.	(a)	26.	(a)	27.	(c)
28.	(c)	29.	(a)	30.	(b)	31.	(a)	32.	(c)	33.	(b)	34.	(c)	35.	(b)	36.	(c)
37.	(c)	38.	(b)	39.	(a)	40.	(a)	41.	(b)	42.	(a)	43.	(a)	44.	(d)	45.	(d)
46.	(a)	47.	(b)	48.	(b)	49.	(d)	50.	(c)	51.	(c)	52.	(a)	53.	(a)	54.	(a)
55.	(c)	56.	(c)	57.	(b)	58.	(c)	59.	(a)	60.	(d)	61.	(c)	62.	(c)	63.	(d)
64.	(d)	65.	(b)	66.	(b)	67.	(c)	68.	(d)	69.	(a)	70.	(d)	71.	(d)	72.	(a)
73.	(b)	74.	(c)	75.	(c)	76.	(a)	77.	(c)	78.	(c)	79.	(b)	80.	(d)	81.	(b)
82.	(c)	83.	(d)	84.	(c)	85.	(c)	86.	(b)	87.	(a)	88.	(a)	89.	(b)	90.	(a)
91.	(d)	92.	(b)	93.	(a)	94.	(c)	95.	(c)	96.	(d)	97.	(d)	98.	(a)	99.	(a)
100.	(b)	101.	(d)	102.	(a)	103.	(a)	104.	(b)	105.	(a)	106.	(b)	107.	(b)	108.	(a)
109.	(c)	110.	(a)	111.	(c)	112.	(b)	113.	(b)	114.	(a)	115.	(c)	116.	(b)		

Scanned by CamScanner

संकेत एवं हल

Sol^n 1. पहले वर्ग का विकर्ण $= 4\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

तब भुजा $a = 4$

अतः पहले वर्ग का क्षेत्रफल $= a^2 = 16$

दूसरे वर्ग का क्षेत्रफल $= 2 \times 16$

$$A^2 = 32$$

$$A = 4\sqrt{2}$$

विकर्ण $= A\sqrt{2} = 8$

या

क्षेत्रफल $\propto$ (विकर्ण)^2

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{A_1}{2A_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d_2 = d_1\sqrt{2} = 8$$

Sol^n 2. $\frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{4}{25}$

Sol^n 3. क्षेत्रफल $\propto$ (परिमाप)^2

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{225}{256}} = \frac{15}{16}$$

Sol^n 4.

शेष भाग का क्षेत्रफल

= वर्ग का क्षेत्रफल - चारो भाग का क्षेत्रफल

$$= (4)^2 - 4\left(\frac{1}{4}\pi(2)^2\right)$$

$$= 16 - 4\pi$$

Sol^n 5. आवश्यक टाइलों की संख्या $= \frac{\text{फर्श का क्षे.}}{\text{1 टाइल का क्षे.}}$

$$= \frac{8 \times 6}{4 \times 10^{-2}} = 1200$$

($\because$ 1मी = 10 डेसीमीटर

1मी^{2} = 100 डेसीमीटर^2)

Sol^n 6. तार की लम्बाई $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$= 132$ सेमी.

माना लम्बाई $= 6k$, चौड़ाई $= 5k$

$$2(l + b) = 132$$

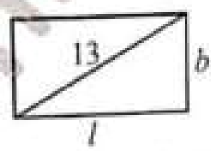
$$2(11k) = 132 \Rightarrow k = 6$$

क्षेत्रफल $= 6k.\ 5k = 36 \times 30 = 1080$ सेमी.^{2}

Sol^n 7. विकर्ण की लम्बाई

= A 15 सेकेण्ड में ये दूरी समाप्त करता है।

$$= 52 \times \frac{15}{60} = 13 \text{ मी.}$$



लम्बाई और चौड़ाई का योग

= B 15 सेकंण्ड में ये दूरी समाप्त करता है।

$$= 68 \times \frac{15}{60} = 17 \text{ मीटर}$$

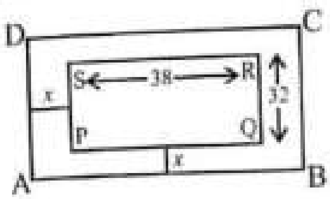
$$l + b = 17$$

हम जानते हैं समकोण त्रिभुज का कर्ण 13 है तो लम्बाई और चौड़ाई 5 और 12 हो सकती है।

$(\because l + b = 17)$

क्षेत्रफल $= 5 \times 12 = 60$ मी^{2}

Sol^n 8.



रास्ते का क्षे. = आयत ABCD का क्षे. - आयत PQRS का क्षे.

$$600 = (38 \times 32) - (38 - 2x)(32 - 2x)$$

$$600 = 1216 - 1216 + 76x + 64x - 4x^2$$

$$4x^2 - 140x + 600 = 0$$

$$x^2 - 35x + 150 = 0$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

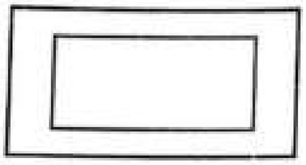
$x^2-30x-5x+150=0$
$x(x-30)-5(x-30)=0$
$(x-30)(x-5)=0$
$x=5 \quad (\because x \neq 30)$
नही तो अन्दर वाला आयत संभव नहीं है।

Solⁿ 9. क्षेत्रफल पर प्रभाव $= l+b+\frac{lb}{100}$

$=20+25+\frac{20\times25}{100}$

$=50\%$

Solⁿ 10.



$xy=AB$
$=200+10+10$
$=220$

रास्ते का क्षेत्रफल = 2 × आयत XABY का क्षेत्रफल
+ 2 × आयत PQYZ का क्षेत्रफल
$=2\times220\times10+2\times180\times10=8000\,m^2$

Solⁿ 11. क्षेत्रफल पर प्रभाव $= l+b+\frac{lb}{100}$

$=5-2+\frac{5(-2)}{100}$

$=3-0.1=2.9\%$

Solⁿ 12. 1 हेक्टो मीटर = 100 मीटर

1 हेक्टेयर = 1 वर्ग हेक्टोमीटर
= 100 × 100 मीटर²

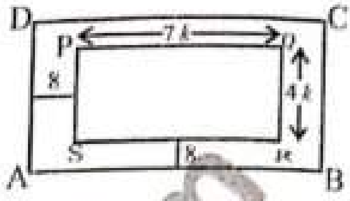
माना लम्बाई = 3k, चौड़ाई = 4k

क्षेत्रफल $=\frac{1}{12}$ हेक्टेयर $=\frac{10000}{12}$

$k^2=\left(\frac{100}{12}\right)^2 \Rightarrow k=\frac{100}{12}=\frac{25}{3}$

लम्बाई = 3k = 25 मीटर

Solⁿ 13.



रास्ते का क्षे. = आयत ABCD का क्षे. – आयत PQRS का क्षे.
$416=(7k+8)(4k+8)-7k.4k$
$416-64=88k$
$352=88k$
$k=4$
चौड़ाई = 4k = 16 मीटर

Solⁿ 14. माना आधार = 3k, लम्ब = 4k

त्रिभुज का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}$ आधार × लम्ब

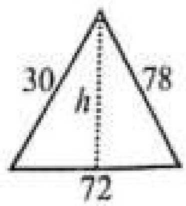
$\therefore 176=\frac{1}{2}\times3k\times4k$

$k^2=196$
$k=14$
अत: लम्ब = 4k = 56 सेमी

Solⁿ 15. ऊँचाईयों का अनुपात $=\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}\right)\times12$

$=6:4:3$
परिमाप = (6 + 4 + 3) इकाई
52 सेमी = 13 इकाई
1 इकाई = 4 सेमी
सबसे छोटी भुजा = 3 इकाई
= 3 × 4 = 12 सेमी

Solⁿ 16.



$s=\frac{a+b+c}{2}=90$

क्षेत्रफल बराबर रखने पर

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

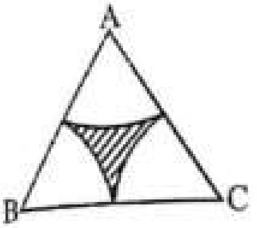
$= \sqrt{90(90-30)(90-72)(90-78)}$

$= \frac{1}{2} \times 72 \times h$

$1080 = \frac{1}{2} \times 72 \times h$

$h = 30$ सेमी

Solⁿ 17.



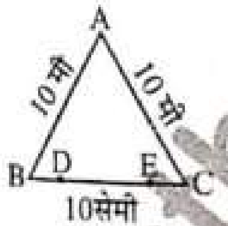
तीन चापों के द्वारा घेरा गया क्षेत्र

= त्रिभुज का क्षेत्रफल – तीनो क्षेत्र का क्षेत्रफल

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2 - 3\left(\frac{1}{6}\pi \times (1)^2\right)$

$= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ सेमी²

Solⁿ 18.



$BD = DE = EC = \frac{10}{3}$

$DO = \frac{10}{3 \times 2} = \frac{5}{3}$

ऊँचाई $AO = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$

ΔADO में

$AD^2 = AO^2 + DO^2$

$= \left(5\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 75 + \frac{25}{9}$

$AD = \sqrt{25\left(3 + \frac{1}{9}\right)} = \frac{5\sqrt{28}}{3} = \frac{10\sqrt{7}}{3}$

Solⁿ 19. परिमाप = $\sqrt{3}$ क्षेत्रफल

$3a = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$1 = \frac{a}{4}$

$a = 4$ इकाई

Solⁿ 20. परिमाप $= 3k + 4k + 5k$

$= 12k$

$s = \frac{12k}{2} = 6k$

Δ का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$72 = \sqrt{6k \times 3k \times 2k \times k}$

$72 = k^2 \times 6$

$k^2 = 12$

$k = 2\sqrt{3}$

परिमाप $= k(3+4+5)$

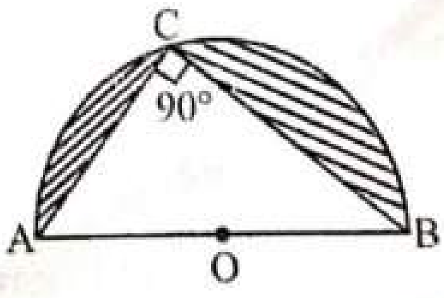
$= 2\sqrt{3} \times 12$

$= 24\sqrt{3}$

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = Δ का परिमाप

$= 24\sqrt{3}$ वर्ग इकाई

Solⁿ 21.



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

AC = CB = x सेमी (समद्विबाहु त्रिभुज)

AB = 14 सेमी.

$AC^2 + BC^2 = AB^2$

$x^2 + x^2 = 14^2$

$x = \sqrt{14 \times 7} = 7\sqrt{2}$ सेमी.

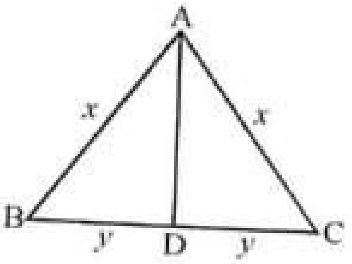
ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 7\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 49$ सेमी²

अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल =

$\frac{\pi r^2}{2} = \frac{22}{7 \times 2} \times 7 \times 7 = 77$ सेमी²

छायाँकित भाग का क्षेत्रफल = 77 – 49 = 28 सेमी²

Solⁿ 22.



परिमाप = 64

$x + x + 2y = 64$

$x + y = 32$ ...(1)

$AB^2 = BD^2 + AD^2$ [पाईथागोरस प्रमेय द्वारा]

$x^2 + x^2 = 14^2$ ...(2)

समीकरण (1) से समीकरण (2) को भाग देने पर

$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = \frac{64}{32} \Rightarrow x + y = 2$ ...(3)

समीकरण (1) और (3) से

$2x = 34 \Rightarrow x = 17$ सेमी

$y = 15$ सेमी

ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (15 + 15) \times 8 = 120$ सेमी²

Solⁿ 23. $4a^2 = d_1^2 + d_2^2$

$4a^2 = (24)^2 + (10)^2$

$4a^2 = 576 + 100$

$4a^2 = 676$

$a^2 = 169$

$a = 13$

समचतुर्भज का परिमाप

$= 4a$

$= 4 \times 13$

= 52 सेमी

Solⁿ 24. $4a^2 = d_1^2 + d_2^2$

$4a = 40$ सेमी

$2a = 20$ सेमी

$(2a)^2 = d_1^2 + d_2^2$

$(20)^2 = (12)^2 + d_2^2$

$d_2^2 = (20 + 12)(20 - 12)$

$d_2 = \sqrt{4 \times 8 \times 8}$

= 16 सेमी

Solⁿ 25. माना समानांतर भुजाएँ 5 K और 3 K है।

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}(5K + 3K) \times 24$

$96k = 1440$

K = 15

बड़ी भुजा = 5 K = 75 m

Solⁿ 26. समचतुर्भज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} d_1 d_2$

= भुजा × लम्ब

$d_2 = \frac{2 \times \text{भुजा} \times \text{लम्ब}}{d_1}$

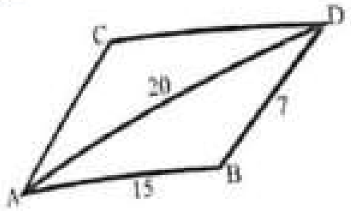
$= \frac{2 \times 6.5 \times 10}{26}$

= 5 सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol" 27.



$$s=\frac{20+7+15}{2}=21$$

समानांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$= 2\times$ त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

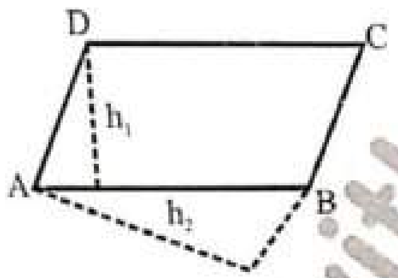
$= 2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= 2\sqrt{21(21-20)(21-15)(21-7)}$

$= 2\times\sqrt{21\times1\times16\times14}$

$= 84$ सेमी^{2}

Sol" 28.



AB = 24 सेमी AD = BC = 16 सेमी

$h_1 = 10$ सेमी

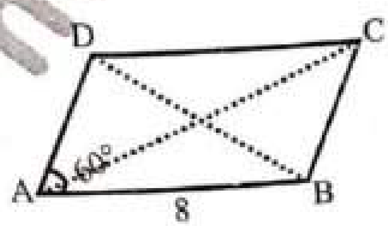
समानांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$h_1.AB = h_2.BC$

$10\times24 = h_2\times16$

$h_2 = 15$ सेमी.

Sol" 29.



AB = AD

$$\angle ABD=\angle ADB=\frac{180^\circ-60^\circ}{2}=60^\circ$$

ΔABD एक समबाहु त्रिभुज है।

अतः समचतुर्भुज का क्षेत्रफल

$= \quad 2\times\Delta ABD$ का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}d_1d_2$

$$2\times\frac{\sqrt{3}}{4}(8)^2=\frac{1}{2}\times8\times d_2$$

$d_2 = 8\sqrt{3}$

Sol" 30. वर्ग का विकर्ण $= 40\sqrt{2}$ सेमी

तब भुजा = 40 सेमी.

$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल = 1600 सेमी^{2}

माना समचतुर्भज के विकर्ण 8 K और 9 K है।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2}.8K.9K=1600$$

$$36K^2=1600$$

$$K=\frac{40}{6}=\frac{20}{3}$$

अतः बड़ा विकर्ण = 9K

$$=9\times\frac{20}{3}$$

$= 60$ सेमी.

Sol" 31. षट्भुज का क्षेत्रफल $= 6\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$$=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}(1)^2$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$ सेमी^{2}

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol^n 32. पहिए की परिधी = $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

= 44 सेमी.

एक चक्कर में 44 मीटर की दूरी तय की जाती है।

22 किमी. = 22000 मी. तय करेगा = $\frac{1}{44} \times 22000$

= 500 चक्कर

Sol^n 33. $2\pi r_1 = 88$ सेमी. $\Rightarrow r_1 = 14$ सेमी.

$2\pi r_2 = 132$ सेमी. $\Rightarrow r_2 = 21$ सेमी.

रिंग का क्षेत्रफल = $\pi(r_2^2 - r_1^2)$

$$= \pi(r_2 + r_1)(r_2 - r_1)$$

$$= \pi(35)(7)$$

= 770 सेमी²

Sol^n 34. समय दूरी के समानुपाती है।

समय $\propto$ दूरी

समय $\propto$ (परिधी)

समय $\propto$ व्यास

शुरुआती 8 बार 40 मिनट में

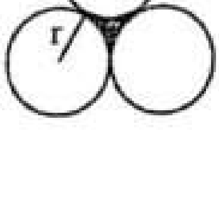
एक बार 5 मिनट में

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\frac{5}{t_2} = \frac{d_1}{10d_1} = \frac{1}{10}$$

$t_2 = 50$ मिनट

Sol^n 35. तीन वृत्त के द्वारा घेरा गया क्षेत्र



$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(2r)^2 - \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)r^2 = (0.162)r^2$$

$$= 0.162 \times (3.5)^2$$

= 1.985 सेमी²

Sol^n 36. माना त्रिज्या = r

$$\pi(1+r)^2 - \pi r^2 = 22$$

$$\pi\{(1+r)^2 - r^2\} = 22$$

$$\frac{22}{7}(2r+1)(1) = 22$$

$$2r + 1 = 7$$

r = 3 सेमी

Sol^n 37. छायाँकित भाग का क्षे. = अर्द्धवृत्त का क्षे. – त्रिभुज का क्षे

$$= \frac{1}{2}\pi a^2 - \frac{1}{2}.2a.a$$

$$= a^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

Sol^n 38. 1000 चक्कर में तय की गई दूरी = 440 मी

पहिए की परिधी = एक चक्कर में तय दूरी

$$2\pi r = \frac{440}{1000}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = \frac{440}{1000}$$

$$r = \frac{7}{100} = .07$$

व्यास = 2r = 0.14

Sol^n 39. $\because$ $2\pi r = 11$ $\Rightarrow r = \frac{7}{4}$ सेमी

भाग का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2}{360°} \times 60$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$= \frac{77}{48} = 1\frac{29}{48} \text{ सेमी}^2$$

Solⁿ40. छोटे गियर का व्यास $= d_1$

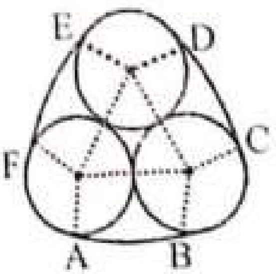
बड़े गियर का व्यास $= d_2$

$d_1 \times$ चक्करो की संख्या $= d_2 \times$ चक्करो की संख्या

$12 \times 42 = 18 \times n$

$n = 28$ चक्कर

Solⁿ41.



$AB = CD = EF = 2r$

रबड़ बैण्ड की लम्बाई $= AB + CD + EF + 3 \times$ चाप की लम्बाई

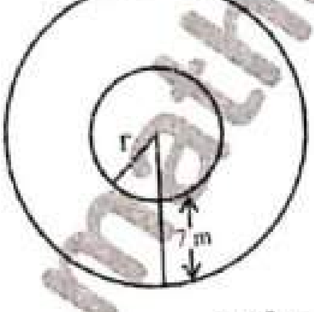
$$= 6r + 3 \times \frac{2\pi r}{360^\circ} \times 120^\circ$$

$$= 6r + 2\pi r$$

$$= 6 \times 5 + 2\pi \times 5$$

$$= 30 + 10\pi$$

Solⁿ42.



$2\pi r = 176 \Rightarrow r = 28$ मीटर

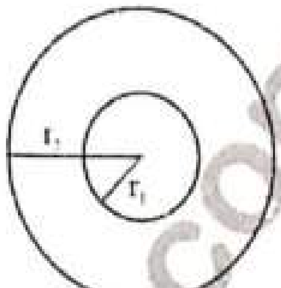
सड़क का क्षेत्रफल $= \pi\left((r+7)^2 - r^2\right)$

$$= \pi(2r+7)(7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 63 \times 7$$

$= 1386$ मीटर^2

Solⁿ43.



$2\pi r_2 - 2\pi r_1 = 66$

$2 \times \frac{22}{7}(r_2 - r_1) = 66$

चौड़ाई $= r_2 - r_1 = \frac{21}{2} = 10.5$ मी.

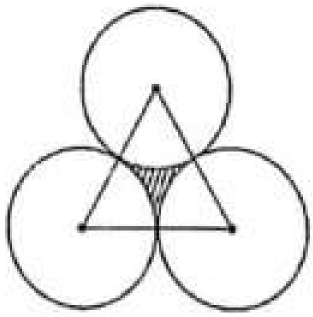
Solⁿ44. समय का अंतर $= \frac{2\pi r}{\text{चाल}} - \frac{2r}{\text{चाल}}$

$\Rightarrow 30\text{sec} = \frac{30}{60}$ मिनट $= \frac{2r}{\text{चाल}}(\pi - 1)$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2 \times r}{30}\left(\frac{22}{7} - 1\right) = \frac{r}{15} \times \frac{15}{7}$

$\Rightarrow r = 3.5$ मीटर

Solⁿ45. छायाँकित भाग का क्षेत्रफल = त्रिभुज ABC का क्षे. – तिनों भाग का क्षे.



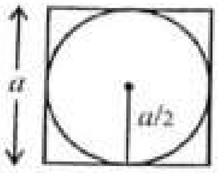
$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2 - 3\left(\frac{\pi r^2}{360^\circ} \times 60\right)$$

$$= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)a^2 \text{ वर्ग सेमी.}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol^n 46.



$4a = 120$ सेमी

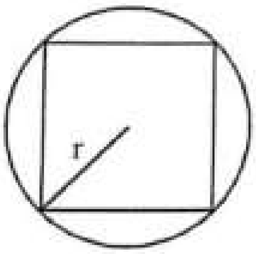
$a = 30$ सेमी

त्रिज्या $r = \frac{a}{2} = \frac{30}{2} = 15$ सेमी

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times (15)^2$ सेमी^{2}

Sol^n 47.

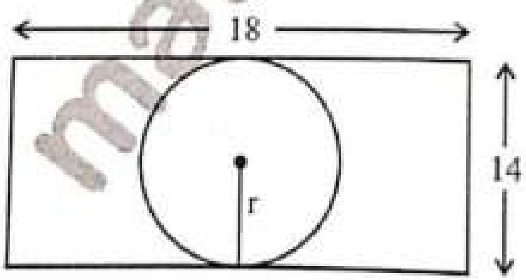


$2\pi r = 100$ सेमी

$2r = \frac{100}{\pi}$ सेमी = विकर्ण की लम्बाई $= a\sqrt{2}$.

$a = \frac{100}{\pi\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{\pi}$ सेमी

Sol^n 48.

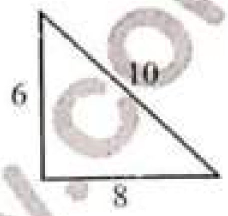


$r = \frac{14}{2} = 7$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times (7)^2$

$= 154$ सेमी^{2}

Sol^n 49. समकोण त्रिभुज के अंदर वर्ग की भुजा को अधिकतम रखना है।



क्षेत्रफल $= \frac{ab}{a+b} = \frac{6 \times 8}{6+8} = \frac{24}{7}$

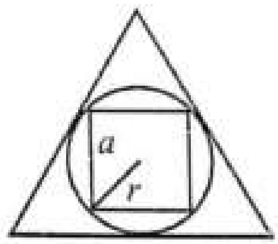
अतः क्षेत्रफल $= \frac{576}{49}$ सेमी^{2}

Sol^n 50. अंतः त्रिज्या $r = \frac{\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल}}{\text{अर्द्धपरिमाप}}$

$2 = \frac{6}{s} \Rightarrow s = 3$

अतः परिमाप $= 2s = 6$ सेमी

Sol^n 51. वर्ग की भुजा $= a$



$2r = a\sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{a}{\sqrt{2}}$

त्रिभुज की अंतः त्रिज्या $= \frac{A}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

अतः $\frac{\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल}}{\text{वर्ग का क्षेत्रफल}} =$

$\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}A^2}{a^2} = \frac{\sqrt{3}.6a^2}{4a^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 52. $2(l+b)=160 \Rightarrow l+b=80$

$l-b=48$

हल करने पर $l=64,\ b=16$

वर्ग का क्षेत्रफल = आयत का क्षेत्रफल

$a^2=16\times64$

$a=\sqrt{16\times64}=32$ वर्ग

Solⁿ 53. वृत्त के क्षेत्रफल पर प्रभाव $=r+r+\dfrac{r\times r}{100}$

$=50+50+\dfrac{50\times50}{100}=125\%$

Solⁿ 54. वर्ग का क्षे. $=\dfrac{1440}{160}=9$ हेक्टेयर

9 हेक्टेयर = 90000 मी²

मैदान के चारो ओर बाड़ लगाने का खर्चा = 75 पैसे × परिमाप

$=\dfrac{3}{4}\times4\times300$

= 900 रु.

Solⁿ 55. माना लम्बाई $=2b$, चौड़ाई $=b$

क्षेत्रफल $=2b.b=2b^2$

$(2b-5)(b+5)=2b^2+75$

$2b^2+10b-5b-25=2b^2+75$

$5b=100$

$b=20$ सेमी

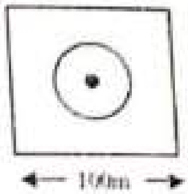
लम्बाई = 40 सेमी.

Solⁿ 56. टाइलों की संख्या $=\dfrac{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}{\text{एक टाइल क्षेत्रफल}}$

$=\dfrac{400\text{ सेमी}\times30\text{ सेमी}}{8\text{ सेमी}\times6\text{ सेमी}}$

= 2500 टाइल

Solⁿ 57.



मैदान का क्षे. (फुलों के बगीचे को छोड़कर) = 8614m²

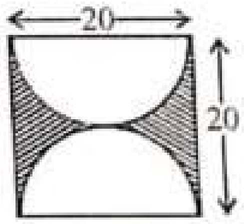
$(100)^2-\pi r^2=8614$

$\pi r^2=10000-8614=1386$

$r^2=\dfrac{1386\times7}{22}$

$r=21$ सेमी

Solⁿ 58



छायाँकित पेपर का क्षे. = वर्ग का क्षे. – दोनों अर्द्धवृत्त का क्षे.

$=20\times20-2\times\dfrac{\pi\times(10)^2}{2}=(400-100\pi)\text{m}^2$

Solⁿ 59. वृत्त का क्षेत्रफल $A=\pi r^2$

(त्रिज्या) $r=\sqrt{\dfrac{A}{\pi}}$

वर्ग का क्षेत्रफल $A=a^2$

(भुजा) $a=\sqrt{A}$

$\dfrac{\text{वर्ग का क्षे.}}{\text{वृत्त कि त्रिज्या}}=\dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{\dfrac{A}{\pi}}}$

$=\dfrac{\sqrt{\pi}}{1}=\sqrt{\pi}:1$

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

$BC = 12$ सेमी $\Rightarrow AC = 4 + 12 = 16$ सेमी.

छायांकित भाग का क्षे. = बड़े वाले अर्द्धवृत्त का क्षे.

– दोनों छोटे वृत्त का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}\pi.(8)^2 - \frac{1}{2}\pi.(2)^2 - \frac{1}{2}\pi.(6)^2$

$= 12\pi$

Sol 65. माना बड़ा विकर्ण = 100

दूसरा विकर्ण = 80

तब समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 100 \times 80 = 4000$

वर्ग का क्षेत्रफल = (बड़ा विकर्ण)$^2 = 10000$

समचतुर्भुज का वर्ग के साथ अनुपात $= \frac{40000}{10000} = \frac{2}{5}$

Sol 66. छायांकित भाग का क्षे. $= 12 \times 12 - \frac{1}{2} \times 12 \times 7 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5$

$= 144 - 42 - 12.5$

$= 89.5$ वर्ग इकाई

Sol 67. माना $BE = x$

तब $EC = 2x$

भुजा $BC = 3x$

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AB \times BE = 15$

$\Rightarrow AB \times x = 30$

आयत का क्षेत्रफल $= AB.\ BC = AB.3x = 3 \times 30 = 90$ सेमी^{2}

Sol 68. चित्र का क्षे. = वर्ग ABDE का क्षे. + ΔBCD का क्षे.

$= 2.5 \times 2.5 + \frac{1}{2} \times 2.16 \times 2.5$

$= 6.25 + 1.08 \times 2.5 = 8.95$ सेमी^{2}

Sol 69. दिए गए चित्र में हम देख सकते हैं। छायाँकित भाग क्षेत्रफल केवल बड़े अर्द्धवृत्त के बराबर है, क्योंकि छोटे वाले दोनों अर्द्धवृत्त बराबर है।

इसलिए छायाँकित भाग का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\pi(5)^2$

$= 1.57 \times 25$

$= 39.25$ सेमी^{2}

Sol 70 पूरे चित्र का क्षे. = 4 × अर्द्धवृत्त का क्षे. + वर्ग का क्षे.

$= 4 \times \frac{1}{2}\pi\left(\frac{21}{2}\right)^2 + 21 \times 21$

$= 1134$ मी^{2}

पौधों की संख्या =

$$\frac{\text{कुल क्षेत्रफल}}{\text{एक गुलाब के पौधे के लिए आवश्यक क्षे.}}$$

$= \frac{1134}{6} = 189$

Sol 71 बिना चरा हुआ क्षे. $= (4-\pi)\frac{63^2}{4} = \frac{6}{7} \times \frac{63 \times 63}{4}$

$= 850.5$ मी^{2}

Sol 72. शेष भाग का क्षे. = त्रिभुज का क्षे. – 4 × एक चौथाई वृत्त का क्षे. $= 20 \times 16 - 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 = 281.5$ मी^{2}

Sol 73. छायाँकित भाग का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times \pi(28)^2 - \frac{1}{2} \times \pi(14)^2 \times 2 - \pi(7)^2$

$= 462$ सेमी^{2}

Sol 74. सभी 5 वर्गों की भुजा क्रमशः 6 सेमी, 8 सेमी, 10 सेमी, 19 सेमी, 20 सेमी है।

अतः नए वर्ग का क्षे. $= (6)^2 + (8)^2 + (10)^2 + (19)^2 + (20)^2$

$A^2 = 961$ सेमी^{2}

Scanned by CamScanner

$A = \sqrt{961} = 31$

अत: परिमाप $= 31 \times 4 = 124$ सेमी

Solⁿ 75. अर्द्धवृत्त का परिमाप = अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल

$2r + \pi r = \frac{\pi}{2} r^2$

$\pi + 2 = \frac{\pi}{2} r \Rightarrow r = \frac{2(\pi+2)}{\pi} = 2 + \frac{4}{22} \times 7$

व्यास $= 6\frac{6}{11}$ मीटर

Solⁿ 76. वृत्त की परिधी $= 2\pi r$

$2\pi r = 11$

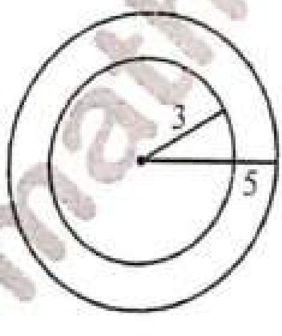
$r = \frac{11 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{4}$

खण्ड का क्षेत्रफल $= \pi r^2 \times \frac{0}{360}$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{60}{360}$

$= \frac{77}{48} = 1\frac{29}{48}$ संमी²

Solⁿ 77. बड़े और छोटे वृत्त के बीच का क्षे $= \pi\,(5^2 - 3^2) = 16\pi$



$\frac{\text{दोनों वृत्तों के बीच का क्षे.}}{\text{बड़े वृत्त का क्षे.}} = \frac{16\pi}{25\pi} = \frac{16}{25}$

Solⁿ 78. परित्रिज्या $= \frac{a}{\sqrt{3}}$ अंत:त्रिज्या $= \frac{a}{2\sqrt{3}}$

परिवृत्त और अंत:वृत्त के क्षेत्रफल का अंतर

$= \pi\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 - \pi\left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2 = 44$ सेमी²

$\frac{22}{7}\left(\frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{12}\right) = 44 \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 14$

$a^2 = 56$ अत: त्रिभुज का क्षे. $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 14\sqrt{3}$ सेमी²

Solⁿ 79. $\pi r^2 = 3850$

$r = 35$ मी

वर्ग का परिमाप = वृत्त का परिमाप $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35$

$4a = 220$ मी

$a = 55$ मी

वर्ग का क्षे. $= a^2 = (55)^2 = 3025$ मी²

Solⁿ 80. माना वर्ग की भुजा $= a$

आयत की लम्बाई व चौड़ाई क्रमश: $a + 5$ और $a - 3$ होंगे

आयत और वर्ग का क्षेत्रफल बराबर है।

$(a + 5)(a - 3) = a^2$

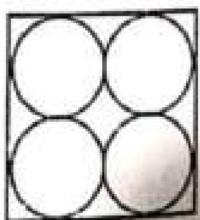
$a^2 + 2a - 15 = a^2$

$a = 7.5$ सेमी

$l = 12.5, b = 4.5$

परिमाप $= 2(l + b) = 34$ सेमी

Solⁿ 81.



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

वर्ग का क्षेत्रफल = 784

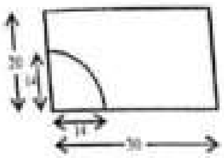
$a^2 = 784$

$a = 28$

वृत्त की त्रिज्या = $\frac{28}{4} = 7$ सेमी

प्रत्येक प्लेट की परिधी = $2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$ सेमी

Sol^n 82.



चरे हुए भाग का क्षेत्रफल

$= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{90^\circ}{360^\circ}$

$= 154$ मी^{2}

Sol^n 83. खर्चा $= 2\pi rh \times 750 \times 2 = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35 \times 150}{100 \times 100} \times 1500$

$= 4950$ रु.

Sol^n 84. $\pi[R^2 - (14)^2] = 60\pi$

$R = 16$ फीट

तब चौड़ाई $16 - 14 = 2$ फीट

Sol^n 85. चौड़ाई = x और लम्बाई = $x + 8$

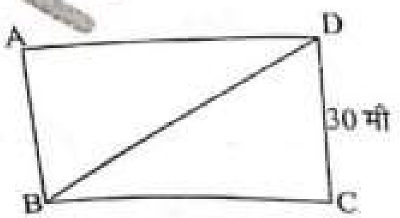
$x(x+8) = (x+8+7)(x-4)$

हल करने पर

$x = 20$ मी

अतः चौड़ाई = 20मी और लम्बाई = 28मीटर

Sol^n 86.



आयत का क्षेत्रफल = 1200 मीटर^2

लम्बाई $\times 30 = 1200$

लम्बाई = 40m

विकर्ण = $\sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50$ मी

बाड़ लगाने वाले हिस्से का परिमाप $= 30 + 40 + 50$

$= 120$ मी.

खर्चा $= 120 \times 100 =$ Rs. 12000

Sol^n 87. त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1200}{4} = 300$मी^{2}

आधे त्रिभुज का क्षेत्रफल = 150 मी^{2}

$\frac{1}{2} \times 20 \times x = 150$

ऊँचाई $= x = 15$

बराबर भुजा $= \sqrt{(20)^2 + (15)^2} = 25$ मी

Sol^n 88. मैदान का परिमाप

$= 2(l + b)$

$= 2(36 + 21)$

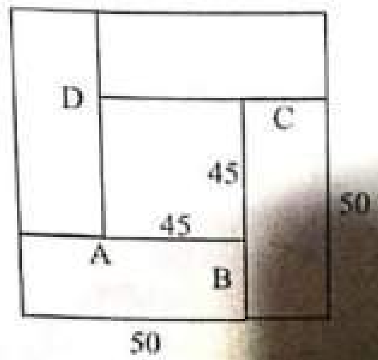
$= 2 \times 57$

3 मी की दूरी पर लगाए गए खम्बों की संख्या।

$= \frac{2 \times 57}{3} = 38$

खम्बो की संख्या $= 38 + 1 = 39$

Sol^n 89.

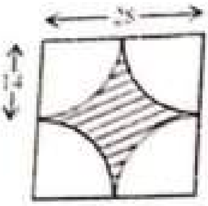


Scanned by CamScanner

भीतरी भाग का क्षेत्रफल ABCD $= 45 \times 45$

$= 2025$ सेमी²

Solⁿ 90.



वर्ग का क्षेत्रफल $= 28 \times 28 = 784$ सेमी²

4 खण्ड का क्षेत्रफल

$$\frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{90}{360} = 616 \text{ सेमी}^2$$

11 दिनों में चरे गए भाग का क्षे. $= 616$

$$1 \text{ दिन} = \frac{616}{11}$$

$$= 56$$

शेष भाग को चरने में लगा समय $= \frac{168}{56} = 3$ दिन

Solⁿ 91. मैदान की परिधी $= 88$ मीटर

$\therefore 2\pi r = 88$

$\Rightarrow r = 14$ मी (बाह्य वृत्त की त्रिज्या)

अंतःवृत्त की त्रिज्या $R = 14 - 3 = 11$ मी

सड़क का क्षेत्रफल $= \pi r^2 - \pi R^2$

$= \pi \times (14)^2 - \pi (7)^2$

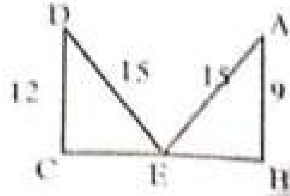
$= \frac{22}{7} \times 75$ मी²

प्लेन कराने का खर्चा $= \frac{22}{7} \times 75 \times 7$

($\therefore$ 7 रु/वर्ग मी.)

$= 1650$ रु.

Solⁿ 92



Δ AEB में

$EB = \sqrt{(15)^2 - 9^2} = 12$ मी

Δ DEC में

$CE = \sqrt{(15)^2 - (12)^2} = 9$ मी

$\therefore$ CB $= 9 + 12 = 21$ मी

Solⁿ 93. छायाँकित भाग B का क्षेत्रफल

$$= \frac{4}{3}\pi r = \frac{4}{3}\pi \times 2$$

$$= \frac{8}{3}\pi$$

Solⁿ 94. छायाँकित भाग का क्षे. = (खण्ड ADB का क्षे.) + (खण्ड BCD का क्षे. – (वर्ग ABCD का क्षेत्रफल)

$$= \frac{1}{4}\pi (10)^2 + \frac{1}{4}\pi (10)^2 - (10)^2$$

$$= \frac{\pi}{2} \times (100) - (100)$$

$$= 50\pi - 100$$

Solⁿ 95. $AC = \sqrt{14^2 + 14^2}$

$= 14\sqrt{2}$ सेमी

चतुर्थांश ABCP का क्षेत्रफल $= \frac{1}{4}\pi r^2$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 154 \text{ सेमी}^2$$

छोटे अर्द्धवृत्त APC का क्षेत्रफल

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$= 154-\frac{1}{2}\times14\times14$

$= 154-98 = 56$ सेमी²

बड़े अर्द्धवृत्त ACQ का क्षे. $= \frac{1}{2}\pi\times(7\sqrt{2})^2$

$= 49\times\frac{22}{7} = 154$

∴ छायाँकित भाग का क्षे. $= 154-56 = 98$ सेमी²

या

छायाँकित भाग का क्षेत्रफल.

= (अर्द्धवृत्त AQC का क्षे.) + (Δ ABC का क्षे.) – (एक चौथाई वृत्त APC का क्षे.)

$= \frac{1}{2}\pi(7\sqrt{2})^2+\frac{1}{2}\times14\times14-\frac{1}{4}\pi(14)^2$

$= \frac{1}{2}\times14\times14$

= 98 सेमी²

Solⁿ 96. OC = OA = r

Δ AOC में

$r^2+r^2=(7\sqrt{2})^2$

$2r^2=49\times2$

$r = 7$ सेमी

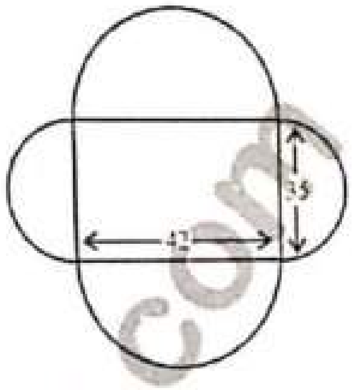
∴ क्षेत्रफल $= \pi r^2 = \frac{22}{7}\times7\times7 = 154$ सेमी²

Solⁿ 97. समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\times(10+6)\times h$

$72 = \frac{1}{2}\times16\times h$

∴ $h = 9$ मी

Solⁿ 98 संपूर्ण मैदान का क्षेत्रफल



= (आयत का क्षे.) + (सभी अर्द्धवृत्तों का क्षे.)

$= (42\times35)+\left[\frac{1}{2}\pi\left(\frac{42}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{35}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{42}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{35}{2}\right)^2\right]$

$= (42\times35)+\left(\pi\times21\times21+\pi\times\frac{35}{2}\times\frac{35}{2}\right)$

$= 1470\times1386+962.5$

= 3818.5 मी²

Solⁿ 99. बड़े वर्ग का क्षेत्रफल $= a^2$

छोटे वर्ग ABCD का विकर्ण

$= a$

छोटे वर्ग की भुजा $= a/\sqrt{2}$

अब

छोटे वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास $= a/\sqrt{2}$

सम्बाहु त्रिभुज की ऊँचाई $= \frac{3}{4}\times\frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3a}{4\sqrt{2}}$

समबाहु त्रिभुज की भुजा $= \frac{\sqrt{3}\,a}{2\sqrt{2}}$

Solⁿ 100 छायाँकित भाग का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}\pi\left(\frac{AC}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi(BC)^2-$

$\left[\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AB}{2}\right)^2-\frac{1}{2}(AC)\times(BC)\right]$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$[\because AB^2 = AC^2 + BC^2]$

$= \frac{1}{2}(AC) \times (BC)$

= त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल = 37 वर्ग इकाई

Solⁿ 101 वृत्त की परिधी = आयत का परिमाप

$2\pi r = 2(l+b)$

$\frac{22}{7} \times r = (26+18)$

$r = \frac{44}{22} \times 7 = 14$ सेमी

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 616$ सेमी²

Solⁿ 102 माना मैदान की लंबाई l है।

मैदान का क्षेत्रफल $= lb = 50l$

खर्चा $= 50 \times l \times \frac{25}{100} = 100$

$= l = 80$ m

अब

लंबाई को 20मीटर बढ़ाने पर

नई लंबाई $l = 80 + 20 = 100$मी

अब मैदान का नया क्षेत्रफल $= lb$

$= 100 \times 50 = 5000$ मी²

मैदान को बनाने में लगा खर्चा $= 5000 \times \frac{25}{100}$

$= 1250$ रु.

Solⁿ 103. मार्बल ब्लॉक की संख्या $= \frac{60 \times 20}{3 \times 2} = 200$

मार्बल का खर्चा $= 200 \times 100 =$ Rs. 20000

Solⁿ 104. टाइलो की संख्या $= \frac{40 \times 13.5}{3 \times 2} = 90$

1 टाइल की संख्या = 3 रु.

90 टाइलों का खर्चा $= 90 \times 3 = 270$ रु.

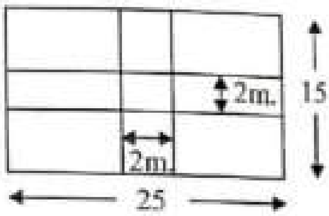
Solⁿ 105. छायाँकित भाग का क्षे. = खण्ड का क्षे. – समद्‌ त्रिभुज का क्षेत्रफल

$= \frac{\pi r^2 \theta}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14 \times 14$

$= \left(102\frac{2}{3} - 49\sqrt{3}\right)$ सेमी²

Solⁿ 106.



$\therefore$ घास के द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल

$= 25 \times 15 - (25 \times 2 + 15 \times 2 - 2 \times 2)$

$= 375 - (50 + 30 - 4)$

$= 375 - 76 = 299$मी²

Solⁿ 107. आयत का क्षेत्रफल $= 4 \times$ वर्ग का क्षेत्रफल

$l \times b = 4a^2$

$90 \times \frac{2}{3} \times a = 4a^2$

$a = 15$ सेमी

Solⁿ 108 सड़क का क्षेत्रफल

$= 60 \times 5 + 40 \times 5 - 5 \times 5$

$= 475$ सेमी²

घास लगाने में लगा खर्चा $= 475 \times 0.60 = 285$ रु.

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 109. माना छोटे वृत्त की त्रिज्या r है।

$r = \frac{1}{2}$ (वर्ग का विकर्ण) – (बड़े वृत्त की त्रिज्या)

$= \frac{1}{2}(2\sqrt{2}R) - R$

$r = (\sqrt{2} - 1)R$

Solⁿ 110.

छायांकित भाग का क्षे = खण्ड AOBC का क्षे. – Δ AOD का क्षे.

$= \frac{\pi(4)^2}{4} - \frac{1}{2} \times 2 \times 4$

$= 4\pi - 4$

$=$ 8.56 सेमी²

Solⁿ 111. माना AB = 2A

$PQ = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

वृत्त की त्रिज्या $= \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

माना त्रिभुज की भुजा = x

परित्रिज्या $R = \frac{x}{\sqrt{3}}$

$\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}}$

$\therefore \frac{\text{वर्ग ABCD की भुजा}}{\text{समबाहु } \Delta XYZ \text{ की भुजा}} = \frac{2a}{\frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{2}}}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Solⁿ 112. वर्ग ACDE का क्षे. = 128

भुजा ⇒ $AC = 8\sqrt{2}$

समकोण त्रिभुज ABC में

AB = BC = 8 सेमी.

अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\pi(4)^2 + \frac{1}{2}\pi(4)^2$

$= 16\pi$ सेमी²

Solⁿ 113. माना छोटे वृत्त कि त्रिज्या r है।

$(1 + r)^2 = (1)^2 + (1 - r)^2$

$r = 1/4$

छायांकित भाग का क्षे. = आयत PQRS का क्षे. – [(दोनों एक चौथाई वृत्तों का क्षे.) + (छोटे वृत्त का क्षेत्रफल)]

$= 2 \times 1 - \left[\left(\frac{\pi}{4}(1)^2 + \frac{\pi}{4}(1)^2\right) + \pi\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]$

$= 2 \times 1 - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{16}\right)$

$= \frac{13}{56}$ वर्ग इकाई

Solⁿ 114 छायांकित भाग का क्षेत्रफल

= [(अर्द्धवृत्त AOB का क्षे.) + (अर्द्धवृत्त BOC का क्षे.) + (

Scanned by CamScanner

अर्द्धवृत्त COD का क्षे.) + (अर्द्धवृत्त AOD का क्षे.) – (वर्ग ABCD का क्षे.)

$$= \left[\frac{\pi(4)^2}{4}+\frac{\pi(4)^2}{4}+\frac{\pi(4)^2}{4}+\frac{\pi(4)^2}{4}\right]-(8)^2$$

$$= 32\pi - 64$$

$= 32(\pi - 2)$ सेमी^{2}

Sol^n 115. माना छोटे वृत्त की त्रिज्या r है।

$OA = \frac{1}{2}$ (वर्ग का विकर्ण) $= \frac{2R\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$

अब

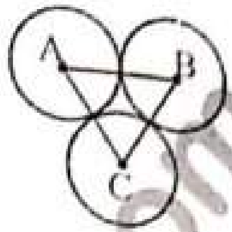
$$OA = OC + r + r\sqrt{2}$$

$$R\sqrt{2} = R + r(\sqrt{2}+1)$$

$$r = \frac{(\sqrt{2}-1)R}{\sqrt{2}+1}$$

$$r = (3-2\sqrt{2})R$$

Sol^n 116. माना तीं वृत्तों के केन्द्र A, B और C है।



ΔABC में

$AB = \sqrt{2}+2,\ BC = \sqrt{2}+2$

$AC = 2\sqrt{2}+2 = \sqrt{2}(2+\sqrt{2})$

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

अतः ABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है, जहाँ कोण $90°, 45°$ और $45°$ है।

छायाँकित भाग का परिमाप

$$= \frac{45°}{360°}\times 2\pi(\sqrt{2}+1) + \frac{45°}{360°}\times 2\pi(\sqrt{2}+1) + \frac{90°}{360°}(1)2\pi = \frac{\pi}{2}(\sqrt{2}+2)$$

★★★★

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली - (घन और घनाभ)

1. एक घनाभ के किनारें 1 : 2 : 3 के अनुपात में है। उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 सेमी^{2} है। तो घनाभ का आयतन क्या होगा?
(a) 120 सेमी^{3} (b) 64 सेमी^{3}
(c) 48 सेमी^{3} (d) 24 सेमी^{3}

2. 16 मी. लम्बे व 12 मी. चौड़े कमरे में समा जाने वाली लम्बी छड़ की लम्बाई क्या होगी?
(a) 23 मी (b) 68 मी
(c) $22\frac{2}{3}$ मी (d) $22\frac{1}{3}$ मी

3. 15 सेमी किनारे वाले घन से 3सेमी किनारे वाले कितने घन काटे जा सकते हैं।
(a) 25 (b) 27
(c) 125 (d) 144

4. उस घन का आयतन कितना होगा जिसका विकर्ण $4\sqrt{3}$ सेमी है।
(a) 16 (b) 27
(c) 64 (d) 8

5. एक घनाभ जिसकी भुजाएँ 6 सेमी × 9 सेमी × 12 सेमी है, को समान भुजा वाले कम से कम कितने घनों में काटा जा सकता है।
(a) 6 (b) 9
(c) 24 (d) 30

6. एक साबुन की टिकिया की भुजाएँ 8 सेमी × 5 सेमी × 4 सेमी है। ऐसी कितनी साबुन की टिकिया 56 सेमी × 35 सेमी × 28 सेमी माप वाले डिब्बे में आ सकती है।
(a) 49 (b) 196
(c) 243 (d) 343

7. एक कमरे के फर्श का परिमाप 18 सेमी. है। व कमरे की ऊँचाई 3 सेमी. है, तो कमरे की दिवारों का क्षेत्रफल कितना होगा?
(a) 21 मी^{2} (b) 42 मी^{2}
(c) 54 मी^{2} (d) 108 मी^{2}

8. एक टैंक जो 200 मी. लम्बा व 150 मी. चौड़ा है। इसमें एक पाइप जिसका अनुप्रस्थ काट 0.3 मी × 0.2 मी है। व इसमें पानी 20कि.मी./घण्टा की गति से बह रहा है। कितने समय (घंटो में) में पानी का स्तर 8कि.मी. तक पहुँच जाएगा?
(a) 50 (b) 120
(c) 150 (d) 200

9. 40 सेमी × 15 सेमी आकार की एक आयतकार धातु की चादर है। उसके प्रत्येक कोने से भुजा 4 सेमी. के आकार का वर्गाकार टुकड़ा काटा गया। बाकि बचे हुए भाग को मोड़कर एक खुला डिब्बा बनाया। उस डिब्बे का आयतन क्या होगा?
(a) 896 सेमी^{3} (b) 986 सेमी^{3}
(c) 600 सेमी^{3} (d) 916 सेमी^{3}

10. एक घनाभ के तीन फलको का क्षेत्रफल 12सेमी^{2}, 20सेमी^{2} व 15 सेमी^{2} है। तब घनाभ का आयतन क्या होगा।
(a) 3600 (b) 100
(c) 80 (d) 60

11. एक हाल 25 मी. लम्बा व 15 मी. चौड़ा है। इसके चारों और 3.5 मी. चौड़ाई का एक बरामदा है। बरामदे में 27.50रु./मी. की दर से फर्श कराने का खर्चा कितना होगा?
(a) Rs. 9149.50 (b) Rs. 8146.50
(c) Rs. 9047.50 (d) Rs. 4186.50

12. तीन ठोस घन जिनकी भुजाएँ 4 सेमी., 5 सेमी., और 6 सेमी. है को पिघलाकर एक नया घन बनया जाता है। इसमें 62 सेमी^{3} का पदार्थ व्यर्थ हो जाता है। इस प्रकार बने घन का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल कितना होगा?
(a) 294 (b) 343
(c) 125 (d) 216

13. एक घनाभ की लम्बाई चौड़ाई व ऊँचाई 1 : 2 : 3 में है। अगर इन्हें क्रमश: 100%, 200% व 200% बढ़ाया जाता है तो इसके वास्तविक आयतन में कितना बदलाव आएगा?
(a) 5 बार (b) 18 बार
(c) 12 बार (d) 17 बार

mathswithabhinav.com

Scanned by CamScanner

14. एक घनाभ 20 मी × 10 मी × 8 मी के आकार का है। इसके विकर्ण सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात करें।
(a) 27.23 मी, 880 मी^{2}, 1600 मी^{3}
(b) 23.75 मी, 880 मी^{2}, 1600 मी^{3}
(c) 27 मी, 1600 मी^{2}, 880 मी^{3}
(d) 23 मी, 1200 मी^{2}, 1600 मी^{3}

15. एक घनाभ के आकार के डिब्बे की आन्तरिक भुजाएँ 20 सेमी × 12 सेमी × 10 सेमी है। व वह जिस धातु से बना है वो 10 मी मोटी है। धातु का आयतन क्या cm होगा?
(a) 960 सेमी^{3} (b) 1296 सेमी^{3}
(c) 2400 सेमी^{3} (d) 1120 सेमी^{3}

16. एक आयताकार टैंक को आन्तरिक सतह से मापा गया यह $37\frac{1}{3}$ मीटर लम्बा, 12 मीटर चौड़ा व 8 मीटर गहरा है व पानी से भरा है तो पानी का वजन (मैट्रिक टन) में क्या होगा? (अगर 1मी^{3} पानी का वजन 100 कि.ग्रा. हो तो)
(a) 3584 मैट्रिक टन
(b) 3685 मैट्रिक टन
(c) 3758 मैट्रिक टन
(d) 3868 मैट्रिक टन

17. एक टंकी की क्षमता 8000लीटर है। इसका बाहरी माप 3.3 मी × 2.6 मी × 1.1मी है व दिवारों की मोटाई 5 सेमी. है। इसकी तली की मोटाई कितनी होगी?
(a) 90 सेमी. (b) 1 डेसी.मी.
(c) 1 मी. (d) 1.1 मी.

18. अगर एक घनाभ के तीन फलकों का क्षेत्रफल P सेमी^{2}, Q सेमी^{2} व R सेमी^{2} हो तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा?.
(a) $\sqrt{PQ^2 + QR^2 + RP^2}$
(b) $\sqrt{PQ} + \sqrt{QR} + \sqrt{RP}$
(c) $\sqrt{(P^2 + Q^2 + R^2)(P + Q + R)}$
(d) $\sqrt{PQR}$

19. एक आयताकार खेत जिसकी लम्बाई 20 मी. व चौड़ाई 25मी. है। इसके अन्दर 15 × 15 मी का एक खड्डा है। इस खड्डे को 4 मीटर तक खोदने व शेष में फैलाने मिट्टी खोदी गई उसकी गहराई बताए।
(a) $\frac{9}{5}$ सेमी (b) $\frac{9}{2}$ सेमी
(c) $\frac{9}{7}$ सेमी (d) $\frac{9}{4}$ सेमी

20. एक घनाभ की भुजाएँ a, b, c है, व आयतन V सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल S है तो $\frac{4}{5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ किसके बराबर है:-
(a) $\frac{8S}{5V}$ (b) $\frac{2S}{5V}$
(c) $\frac{4S}{5V}$ (d) $\frac{S}{5V}$

21. एक घन की भुजा 4मी. है, इसके अन्दर बड़ी से बड़ी कितनी लम्बाई की छड़ आ सकती है?
(a) $4\sqrt{3}$ मी (b) $3\sqrt{4}$ मी
(c) $5\sqrt{3}$ मी (d) $3\sqrt{5}$ मी

22. 1मी^{3} सोने को कूट-कूट कर 6 हैक्टेयर जितना फैलाया गया अब सोने की मोटाई कितनी होगी?
(a) 0.0015 सेमी (b) 0.0017 सेमी
(c) 0.0019 सेमी (d) 0.0021 सेमी

23. एक घन के सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल को रंगने का खर्च 13पैसे/सेमी^{2} के हिसाब से 343.98रु. है, तो इसका आयतन निकालिए।
(a) 8500 सेमी^{3} (b) 9000 सेमी^{3}
(c) 9250 सेमी^{3} (d) 9261 सेमी^{3}

24. एक 8मी लम्बी 6मी. ऊँची व 22.5 सेमी. मोटी दिवार का बनाने के लिए 25 सेमी × 11.5 सेमी × 6 सेमी के आकार वाली कितनी ईंट चाहिए?
(a) 8100 (b) 6400
(c) 7400 (d) 9400

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

25. तीन घन जिनकी भुजाएँ 8 सेमी, 6 सेमी. व 1 सेमी. है को पिघलाकर एक नया घन बनाया गया। इस प्रकार बने नए घन का पृष्ठ क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 648 सेमी^{2} (b) 864 सेमी^{2}

(c) 486 सेमी^{2} (d) 946 सेमी^{2}

26. एक आयताकार टुकड़े की तीन फलकों का क्षेत्रफल 2 : 3 : 4 मे है व आयतन 9000 सेमी^{3} है। तब छोटी भुजा की लम्बाई क्या होगी?

(a) 30 सेमी (b) 20 सेमी

(c) 15 सेमी (d) 10 सेमी

27. एक 6 मी × 5 मी × 0.5 मी के आकार की दीवार को बनाने में 25 सेमी. × 12 सेमी. × 7.5 सेमी के आकार की कितनी ईंटें चाहिए अगर कॉंक्रिट पूरी दीवार के आयतन के 5% भाग में है।

(a) 6080 (b) 5740

(c) 3040 (d) 8120

28. एक खुले हुए बक्से की विमाएँ 52 सेमी, 40 सेमी और 29 सेमी है। धातु की मोटाई 2 सेमी. है। यदि 1 सेमी^{3} धातु का वजन 0.5 ग्राम है, तो बक्से का वजन ज्ञात करें।

(a) 8.56 किग्रा. (b) 7.76 किग्रा.

(c) 7.576 किग्रा. (d) 6.832 किग्रा.

29. एक आयताकार टैंक जो ऊपर से खुला है। इसकी क्षमता 24 मी^{3} है। इसकी लम्बाई 4 मी व चौड़ाई 3 मी है। अगर इसकी मोटाई को शामिल ना करे तो इसकी बाहरी व अन्दरुनी सतह पर 10 रु/मी^{2} के हिसाब से रंग कराने का खर्चा क्या होगा?

(a) Rs. 400 (b) Rs. 500

(c) Rs. 600 (d) Rs. 800

30. एक घनाभ जिसकी भुजाएँ a, b, c है व इसका आयतन V व पृष्ठीय क्षेत्रफल S हो तो $\frac{1}{V} = ?$

(a) $\frac{S}{2}(a+b+c)$ (b) $\frac{2}{S}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

(c) $\frac{2S}{a+b+c}$ (d) $2S(a+b+c)$

31. एक हाल की लम्बाई 15 मी व चौड़ाई 12 मी है। इसके फर्श व छत के क्षेत्रफल का योगफल चारों दिवारों के क्षेत्रफल के योग के बराबर है। तो हल का आयतन क्या होगा?

(a) 1800 मी^{3} (b) 1200 मी^{3}

(c) 900 मी^{3} (d) 720 मी^{3}

32. एक खुला हुआ डिब्बा 3 सेमी. मोटी लकड़ी से बना है इसकी बाह्य लम्बाई 1.46 मी चौड़ाई 1.16 मी व ऊँचाई 8.3 डेसी.मी है। इसके अन्दरुनी सतह पर 50 पैसे पर 100 सेमी^{2} की दर से पेंट करने का खर्चा क्या होगा?

(a) Rs. 138.50 (b) Rs. 277

(c) Rs. 415.50 (d) Rs. 554

33. एक घनाभकार टैंक की क्षमता 216 लीटर है। इसकी गहराई इसकी लम्बाई की 1/3 है व चौड़ाई लम्बाई व गहराई के अन्तर के 1/3 का 1/2 वाँ भाग है। टैंक की लम्बाई क्या होगी?

(a) 72 डेसी.मी (b) 18 डेसी.मी.

(c) 6 डेसी.मी. (d) 2 डेसी.मी.

34. एक घनाभ के तीन फलकों का क्षेत्रफल x, y, z और q इकाई है। इसका आयतन v घन इकाई है। तब v, x, y, z में कौन सा समबद्ध सही होगा:-

(a) $v^2 = xyz$ (b) $v^3 = xyz$

(c) $v^2 = x^3y^3z^3$ (d) $v^3 = x^2y^2z^2$

35. एक 24 सेमी. लम्बी व 18 सेमी. चौड़ाई वाली एक चादर के कौनों से 3 सेमी. आकार के वर्ग काटे गए व बचे भाग को मोड़ कर एक खुला डिब्बा बनाया। उस डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 468 सेमी^{2} (b) 396 सेमी^{2}

(c) 612 सेमी^{2} (d) 423 सेमी^{2}

Scanned by CamScanner

36. 1 मी³ कोपर को पिघलाकर एक वर्गाकार अनुप्रस्थ काट वाली 36मीटर लंबी छड़ में बदला जाता है। इस छड़ से एक बड़े से बड़े आकार का एक घन का काटा जाता है। यदि एक मीटर घन कोपर का खर्चा 108 रु. है, तो घन में कितना खर्चा आएगा।

(a) 50 पैसे (b) 25 पैसे
(c) 75पैसे (d) 1 पैसे

37. एक आयताकार पत्थर के टुकड़े का आयतन 10368 Ms le!\/j² है। इसकी विमाएँ 3 : 2 : 1 के अनुपात में है। इसके पुरे तल को 2 पैसा/डेसीमीटर² की दर से पेंट करवाने का क्या खर्च आएगा?

(a) Rs. 31.68 (b) Rs 31.50
(c) Rs. 63 (d) Rs. 63.36

38. 1 किमी² के मैदान में 2 सेमी वर्षा होती है। माना की 50% पानी को 100मी × 10मी के तलाव में इकट्ठा किया, तो इस पानी के कारण तालाब में मौजुद पानी का स्तर कितना बढ़ेगा?

(a) 15 मीटर (b) 20 मीटर
(c) 10 मीटर (d) 25 मीटर

39. 10 सेमी. किनारे वाले एक घन को पिघलाकर दो समान छोटे घनों में ढाला गया। नए छोटे घन के किनारे व बड़े घन के किनारों में अनुपात क्या होगा?

(a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1/3}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$ (d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{1/3}$

40. एक 384 सेमी² सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल वाले घन से 96 सेमी² सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल वाले छोटे-छोटे कितने घन बनाए जा सकते हैं?

(a) 8 (b) 5
(c) 800 (d) 8000

41. एक खेत जो 13.5 × 2.5 मी. के माप का है, उसके अन्दर एक आयताकार गड्ढा जो 5मी × 4.5मी × 2.1मी के माप का है, खोदा गया। उस गड्ढे से निकली मिट्टी को समान रूप से बाकी बचे भाग पर फैला दिया। खोदी गई मिट्टी के कारण बाकी भाग की ऊँचाई कितनी बढ़ेगी?

(a) 4.0 मीटर (b) 4.1 मीटर
(c) 4.2 मीटर (d) 4.3 मीटर

42. एक आयताकार डिब्बे की भुजाए 1 : 2 : 4 के अनुपात में हैं। इसको 20रु/मी² के हिसाब से कपड़े व 20.5रु/मी² सीट से ढकवाने के खर्च में 126रु का अन्तर है तो डिब्बे की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

(a) 3मी, 6 मी, 12 मी (b) 6 मी, 12 मी, 24 मी
(c) 1 मी, 2 मी, 4 मी (d) इनमें से कोई नहीं

43. एक घन का आयतन संख्या में इसके किनारों के योग के बराबर है, इसको समकोण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा? (वर्ग इकाई)

(a) 66 (b) 183
(c) 36 (d) 72

44. एक टैंक जिसका माप 24 मी × 2 मी × 1.5मीड है। इसे खाली होने पर पूरा पानी से भरा जाए तो 2 घंटे 30 मिनट का समय लेता है। तो इसमें पानी के प्रवाह को दर क्या होगी?

(a) 0.48000 घन मी/घण्टा
(b) 2.88 घन मी/घण्टा
(c) 800 घन मी/सेकेण्ड
(d) 80 घन मी/मिनट

45. एक घनाभ के आकार का पानी का टैंक जो 20 मीटर लम्बा, 7 मीटर चौड़ा व 10 मीटर गहरा है, शुरुआत में टैंक पूर्ण रूप से भरा हुआ है परन्तु बाद में इसमें

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

कुछ पानी निकाल लिया जाता है। तो पानी का स्तर दो मीटर से नीचे चला जाता है। अब टैंक में बचे हुए पानी का आयतन क्या होगा?

(a) 1120 मी^{3} (b) 400 मी^{3}

(c) 280 मी^{3} (d) 140 मी^{3}

46. एक खेत जो 500 मी. लम्बा व 30 मी. चौड़ा है, इसके अन्दर 30×20×12मी के माप का एक टैंक खोदा गया व इससे निकली मिट्टी को बाकी बचे भाग पर समान रूप से फैला दिया। खुदाई से निकली मिट्टी के कारण खेत का स्तर कितना ऊपर उठेगा?

(a) 0.33 मी (b) 0.5 मी

(c) 0.25 मी (d) 0.4 मी

47. एक कमरा 8मी लम्बा, 6मी चौड़ा व 3मी ऊँचा है। इसके अन्दर $1\frac{1}{2}$ मी×1मी की दो खिड़कियाँ व 2मी × $1\frac{1}{2}$ मी का एक दरवाजा है। इसको 50सेमी/25पैसे की दर से चारों दीवारों पर कागज लगाने में कितना खर्चा आएगा?

(a) Rs. 50 (b) Rs. 45

(c) Rs. 60 (d) Rs. 39

48. एक खाली आयताकार टैंक में 8 क्यूबिक फिट/मिनट के हिसाब से 2.5 मिनट तक पानी भरा गया। टैंक की लम्बाई व चौड़ाई लम्बाई की आधी है। अब टैंक में पानी की गहराई कितनी है?

(a) 4 फिट (b) 3.86 फिट

(c) 3.23 फिट (d) 4.44 फिट

49. एक स्विमिंग पूल जो 90मी × 40मी के माप का है, में 150 आदमी डुबकी लगाते है। अगर एक आदमी औसत 8 क्यूबिक मीटर की जगह घेरता है तो पानी का स्तर कितना बढ़ेगा?

(a) 33.33 सेमी (b) 30 सेमी

(c) 20 सेमी (d) 25 सेमी

50. एक आयताकार पानी का टैंक 15मी × 6मी × 10मी के माप का है। यह पानी से पूरा भरा है। इसकी गहराई 10मी है। इसके पानी को निकाल दिया जाए व सिर्फ 1 मीटर की गहराई तक रखा जाए तो बताए कितना पानी निकाला गया?

(a) 90,000 लीटर (b) 45,000 लीटर

(c) 80,000 लीटर (d) 40,000 लीटर

51. एक आयताकार खेत 40मी. लम्बा व 14मी. चौड़ा है। इसके एक किनारे पर 12मी. लम्बा, 6मी. चौड़ा व 5मी. गहरा गड्ढा खोदा गया व उससे निकली मिट्टी को पूरे खेत में फैला दिया। उस मिट्टी के कारण खेत का स्तर कितना ऊपर उठेगा?

(a) 73.77 सेमी (b) 72.12 सेमी

(c) 70 सेमी (d) 75 सेमी

52. एक बड़े घन से 125 बराबर आकार के घन बनाए व उनसे एक लाइन में रखकर एक घनाभ बना दिया। इस प्रक्रिया के कारण घनाभ का पृष्ठ क्षेत्रफल घन के सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल का कितना प्रतिशत बढ़ेगा?

(a) $234\frac{1}{3}\%$ (b) $234\frac{2}{3}\%$

(c) 117% (d) इनमें से कोई नहीं

53. एक आयताकार टैंक जो 45मी लम्बा व 26 मीटर चौड़ा है इसमें एक पाइप से पानी गिर रहा है। जिसका अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 13सेमी^{2} व पानी गिरने की दर 9किमी/घंटे है। 15 मिनट में पानी का स्तर कितना उठ जाएगा?

(a) 0.0016 मी (b) 0.0020 मी

(c) 0.0025 मी (d) 0.0018 मी

Scanned by CamScanner

54. एक आयताकार पानी का टैंक जिसका आधार 15 मी × 12 मी है। इसमें एक पाइप से पानी बह रहा है जिसका अनुप्रस्थ काट 50मी × 3सेमी है व पानी 16मी/सेकंण्ड की दर से गिर रहा है। तो 25 मिनट में पानी का स्तर कितना उठ जाएगा?

(a) 0.2 मीटर (b) 2 सेमी
(c) 0.5 मीटर (d) इनमें से कोई नहीं

55. एक घनाभ जिसका आकार 85 सेमी × 17 सेमी × 51 सेमी है, से एक अधिकतम आयतन वाला घन काटा जाता है, तो इस घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 26010 सेमी^{2} (b) 21600 सेमी^{2}
(c) 26100 सेमी^{2} (d) इनमें से कोई नहीं

56. 1सेमी^{3} आकार के 64 घनों को इस प्रकार व्यवस्थित किया गया कि उन से बने बड़े घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कम से कम हो। उस बड़े घन का विकर्ण क्या होगा?

(a) $8\sqrt{2}$ सेमी (b) $\sqrt{273}$ सेमी
(c) $4\sqrt{3}$ सेमी (d) 4 सेमी

57. एक घनाभ की तीन फलकों के विकर्ण x, y व z है। उस घनाभ का आयतन क्या होगा?

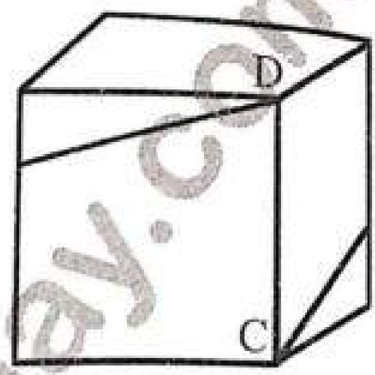
(a) $\frac{xyz}{2\sqrt{2}}$

(b) $\frac{\sqrt{(y^2+z^2-x^2)(z^2+x^2-y^2)(x^2+y^2-z^2)}}{2\sqrt{2}}$

(c) $\sqrt{\frac{(y^2+z^2(z^2+x^2)(x^2+y^2)}{2\sqrt{2}}}$

(d) इनमें से कोई नहीं

58. n सेमी वाले घन के चारों ओर एक रस्सी लपेटी जाती है, जो बिन्दु C से शुरु होकर D पर खत्म होती है। जैसा चित्र में दिखाया गया है। तो रस्सी की लम्बाई ज्ञात करो।



(a) $\sqrt{2}\, n$ (b) $\sqrt{17}\, n$
(c) n (b) $\sqrt{13}\, n$

59. एक घनाभ के आकार का तालाब जिसका आधार 80 मीटर चौड़ाई 60 मीटर और गहराई 6.5 मीटर है, तो यह तालाब कितनी देर में खाली हो जाएगा यदि 20 सेमी. भुजा वाले वर्गाकार अनुप्रस्थ काट वाले पाइप से पानी 15 किमी./घण्टे की दर से बाहर निकाला जाता है?

(a) 52 घण्टे (b) 26 घण्टे
(c) 65 घण्टे (b) 42 घण्टे

60. एक स्वीमिंग पुल 24 मीटर लंबा और 15 मीटर चौड़ा है, यदि कुछ आदमी स्वीमिंग पुल में नहाने के लिए जाते हैं, तो पानी का स्तर 1 सेमी. से बढ़ जाता है यदि एक आदमी के द्वारा विस्थापित किये गए पानी का औसत मान 0.1 घन मीटर है, तो पानी में कितने आदमी उतरे?

(a) 42 (b) 46
(c) 32 (b) 36

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

[illegible]

Scanned by CamScanner

हल एवं संकेत

Solⁿ 1. माना भुजाएँ है $x, 2x, 3x \Rightarrow$ लंबाई $= x$, चौड़ाई $= 2x$,

ऊँचाई $= 3x$

$\Rightarrow 2(2x^2 + 6x^2 + 3x^2) = 88$

[∴ संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. = 2 (लंबाई×चौड़ाई + चौड़ाई×ऊँचाई + ऊँचाई×लंबाई)]

$x = 2$

आयतन $= x \times 2x \times 3x$

(∴ आयतन = लंबाई×चौड़ाई×ऊँचाई)

$= 6x^3 = 48$ सेमी³

Solⁿ 2. बड़ी से बड़ी छड़ की लंबाई जो एक कमरे में रखी जा सकती है।

कमरे का विकर्ण $= \sqrt{l^2+b^2+h^2}$

यहाँ लंबाई = 16, चौड़ाई = 12, ऊँचाई $= \frac{32}{3}$

कमरे का विकर्ण $= \sqrt{(16)^2+(12)^2+\left(\frac{32}{3}\right)^2}$

$= \frac{68}{3} = 22\frac{2}{3}$ मी

Solⁿ 3. माना काटे जा सकने वाले घनों की संख्या n है।

घन का आयतन जिसकी भुजा 15 सेमी है

$= n \times$ (घन का आयतन जिसकी भुजा 3 सेमी है।)

$15 \times 15 \times 15 = n \times 3 \times 3 \times 3$

$n = 125$

Solⁿ 4. घन का विकर्ण $= \sqrt{3}\, a$

(∴ a घन की भुजा है।)

$4\sqrt{3} = \sqrt{3}\, a$

$a = 4$

आयतन $= a^3 = 64$

Solⁿ 5. 6, 9, 12 और 3 का म.स.प है।

घन की भुजा = 3 सेमी

घनाभ का आयतन $= n \times$ (घन का आयतन)

(∴ n घनों की संख्या है।)

$6 \times 9 \times 12 = n \times (3)^3$

$n = 24$

Solⁿ 6. माना साबुन कि टिकिया की संख्या n है।

∴ डब्बे का आयतन $= n \times$ (साबुन कि टिकिया का आयतन)

$56 \times 35 \times 28 = n \times (8 \times 5 \times 4)$

$n = 343$

Solⁿ 7. माना कमरे की लंबाई और चौड़ाई क्रमश: l और b है।

∴ फ़र्श का परिमाप = 2 (लंबाई + चौड़ाई)

2 (लंबाई + चौड़ाई) = 18

(लंबाई + चौड़ाई) = 9 मी

∴ दीवार का क्षेत्रफल = 2 (लंबाई + चौड़ाई)h

$= 2 \times (9) \times 3 = 54$ मी²

Solⁿ 8. पाईप की ऊँचाई $= \dfrac{\text{टैंक का आयतन}}{\text{पाईप के अनुप्रस्थ काट का क्षे.}}$

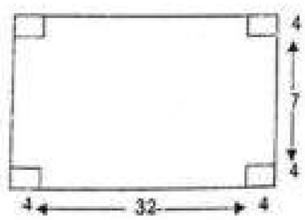
$= \frac{200 \times 150 \times 8}{0.3 \times 0.2} = 40,00,000$ मी

पाईप द्वारा लिया गया समय =

$\dfrac{\text{पाईप की ऊँचाई}}{\text{पाईप से बह रहे पानी की तीव्रता}}$

$= \frac{40,00000 \text{ (मीटर)}}{20 \times 1000 \text{ (मीटर / घण्टे)}} = 200$ घण्टे

Solⁿ 9. जब एक आयताकर सीट के कोनों से 4 सेमी भुजा वाले वर्ग काटे जाते हैं।



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

शेष आयताकार सीट की लंबाई और चौड़ाई क्रमश: 32 सेमी और 7 सेमी होगी और ऊँचाई 4 सेमी होगी

खुले हुए आयताकार बक्से का आयतन

= लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

= 32 × 7 × 4 = 896 सेमी^{3}

Sol^n 10. माना एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमश l, b और h है।

∴ लंबाई × चौड़ाई = 12 सेमी^{2} ...(i)

चौड़ाई × ऊँचाई = 20 सेमी^{2} ...(ii)

ऊँचाई × लंबाई = 15 सेमी^{2} ...(iii)

घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

समीकरण (i), (ii) और (iii) को गुणा करने पर

∴ (लंबाई×चौड़ाई×ऊँचाई)^2 = 12 × 20 × 15

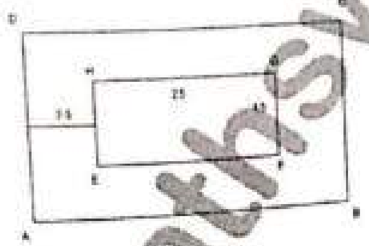
लंबाई×चौड़ाई×ऊँचाई = $\sqrt{12 \times 20 \times 15}$

लंबाई×चौड़ाई×ऊँचाई = 60 सेमी^{3}

घनाभ का आयतन = 60 सेमी^{3}

Sol^n 11. EFGH का क्षेत्रफल = 25 × 15

= 375 सेमी^{2}



ABCD का क्षेत्रफल = (25 + 7) × (15 + 7)

= 32 × 22

= 704 मी^{2}

बरामदे के क्षेत्रफल = 704 − 375 = 329 मी^{2}

बरामदे में फर्श बिछाने का खर्चा = 329 × 27.50

= 9047.50 रु.

Sol^n 12. पिघलाकर बनाये गए 3 घनों का आयतन

= 4 सेमी भुजा वाले घन का आयतन + 5 सेमी भुजा वाले घन का आयतन + 6 सेमी भुजा वाले घन का आयतन

(∴ घन का आयतन = a^3 जहाँ a घन की भुजा है।)

कुल आयतन = $(4)^3 + (5)^3 + (6)^3$

= 405 सेमी^{3}

62 सेमी^{3} धातु व्यर्थ होने पर

शेष आयतन = 405 − 62 = 343

∴ शेष धातु का आयतन = नए घन का आयतन

∴ 343 = b^3 (माना नए घन की भुजा b है)

b = 7 सेमी

नए घन के संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $6a^2$

= 6 × 7 × 7

= 294 सेमी^{2}

Sol^n 13. माना एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमश: 100, 200 और 300 है।

घनाभ का आयतन (V_1) = 100 × 200 × 300

= 6000000

∵ लंबाई को 100%, चौड़ाई को 200% और ऊँचाई को 200% बढ़ाने पर।

अब नई लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमश: 200, 600, 900 है।

नए घनाभ का आयतन (V_2) = 108000000

आयतन में वृद्धि = $\frac{V_2 - V_1}{V_1}$

= $\frac{102000000}{6000000}$ = 17

आयतन में वृद्धि = 17 गुना

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 14. लंबाई = 20 मी, चौड़ाई = 10 मी, ऊँचाई = 8 मी

∴ विकर्ण = $\sqrt{l^2+b^2+h^2}$

$= \sqrt{(20)^2+(10)^2+(8)^2}$

$= \sqrt{564}$ = 23.75 मीटर

सतह का क्षेत्रफल

= 2 (लंबाई × चौड़ाई + चौड़ाई × ऊँचाई + ऊँचाई × लंबाई)

$= 2(20\times10+10\times8+20\times8)$

= 880 मी²

∵ आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

$= 20\times10\times8 = 1600$ मीटर³

Solⁿ 15. माना अंदर वाली सतह की लंबाई (l_1) = 20 सेमी

बाह्य सतह की लंबाई (l_2) = 22 सेमी

माना आन्तरिक सतह की चौड़ाई (b_1) = 12 सेमी

बाहरी सतह की चौड़ाई (b_2) = 14 सेमी

माना आन्तरिक सतह की ऊँचाई (h_1) = 10 सेमी

बाह्य सतह की ऊँचाई (h_2) = 12 सेमी

लकड़ी का आयतन =

बाह्य सतह का आयतन – आन्तरिक सतह का आयतन

$= l_2b_2h_2 - l_1b_1h_1$

$= 22\times14\times12 - 20\times12\times10$

$= 3696 - 2400$

= 1296 सेमी³

Solⁿ 16. पानी का आयतन = टंकी का आयतन

= लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

$= \frac{112}{3}\times12\times8$

= 3584 मी³

∴ 1 मी³ = 1000 किग्रा

3584 मी³ = 3584 × 1000 किग्रा

= 3584 मीट्रिक टन (1 मीट्रिक टन = 1000 किग्रा)

Solⁿ 17. टंकी का आयतन = 8000 × 1000 सेमी³

आन्तरिक लंबाई = 330 – 10 = 320 सेमी

आन्तरिक चौड़ाई = 260 – 10 = 250 सेमी

आन्तरिक ऊँचाई = h

$320\times250\times h = 8000\times1000$

h = 100 सेमी

तल की मोटाई = 110 – 100 = 10 सेमी = 1 डेसीमीटर

Solⁿ 18. माना एक घनाभ की लंबाई और चौड़ाई क्रमश: l, b और h हैं।

P = लंबाई × चौड़ाई

Q = चौड़ाई × ऊँचाई

R = लंबाई × ऊँचाई

आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई = $\sqrt{PQR}$

[∴ PQR = (लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई)²]

Solⁿ 19. मैदान से खोदकर निकाली गई मिट्टी का आयतन = वर्गाकार खड्डे को भरने में लगी मिट्टी का आयतन

∴ 20 × 25 × ऊँचाई = 15 × 15 × 4

(∴ ऊँचाई = आयताकार मैदान की गहराई जहाँ तक खड्डा खोदा गया)

ऊँचाई = $\frac{15\times15\times4}{20\times15} = \frac{9}{5}$ सेमी.

Solⁿ 20. घनाभ का आयतन (V) = abc

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) = $2(ab+bc+ca)$

$$S = 2abc\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$$S = 2V\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{S}{2V} = \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

Scanned by CamScanner

$\frac{4}{5}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=\frac{4}{5}\times\frac{S}{2V}=\frac{2S}{5V}$

Sol. 21. सबसे लम्बे खम्बे की लंबाई = विकर्ण की लंबाई = $a\sqrt{3}$ (∴ a घन की भुजा है) = $4\sqrt{3}$ मीटर

Sol. 22. सोने का शुरुआती आयतन = सोने का अंतिम आयतन

1 मी³ = 6 × 10,000 मी² × ऊँचाई

(∴ h = मोटाई) (1 हेक्टेयर = 10,000 मी)

$h=\frac{0.17}{10,000}$ मीटर

$h=0.0017$ सेमी

Sol. 23. संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट कराने का खर्चा = Rs. 343.98 = 34398 पैसे

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\frac{34398}{13}=2646$ सेमी²

$6a^2=2646$

$a^2=441$

$a=21$ सेमी

इसलिए, आयतन = 21 × 21 × 21 = 9261 सेमी³

Sol. 24. दीवार का आयतन = n × एक ईंट का आयतन

(∴ n = ईंटो की संख्या)

$800\times600\times22.5=25\times11.5\times6\times n$

$n=\frac{800\times600\times22.5}{25\times11.5\times6}=6400$

Sol. 25. नए घन का आयतन = तीन घनों के आयतन का योग

$a^3=(8)^3+(6)^3+(1)^3=729$

(a = नए घन की भुजा)

$a=9$

नए घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$

$=6\times(9)^2$

= 486 सेमी²

Sol. 26. माना घन की तीनों भुजाएँ l, b और h हैं और तीनों क्रमागत फलकों का क्षेत्रफल $2x, 3x$ और $4x$ है।

घनाभ का आयतन

= लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई = $\sqrt{(2x)(3x)(4x)}$

(∴ प्रश्न 18 से)

$\therefore 9000=\sqrt{24x^3}$

$\Rightarrow x=150$

∴ सतह का क्षे. ⇒ $2x$ = 300 सेमी² = लंबाई × चौड़ाई ....(i)

$3x$ = 450 सेमी² = चौड़ाई × ऊँचाई ....(ii)

$4x$ = 600 सेमी² = लंबाई × ऊँचाई ....(iii)

∵ घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई = 9000 सेमी³ ....(iv)

समीकरण (iv) को समीकरण (i) से भाग देने पर

ऊँचाई = 30 सेमी

समीकरण (iv) को समीकरण (ii) से भाग देने पर

b = 20 सेमी

समीकरण (iv) को समीकरण (iii) से भाग देने पर

लंबाई = 15 सेमी

सबसे छोटी भुजा की लंबाई = 15 सेमी

Sol. 27. ∴ (ईंट का आयतन) × (ईंटो की संख्या) = (दीवार का आयतन) – (कंक्रीट द्वारा घेरा गया आयतन)

⇒ माना ईंटो की संख्या x है।

∴ ईंट का आयतन = lbh

$=25\times12.5\times7.5$

= 2343.75 सेमी³

∴ दीवार का आयतन = 600 × 500 × 50

= 15000000 सेमी³

कंक्रीट द्वारा घेरा गया आयतन = दीवार के आयतन का 5%

$=\frac{5}{100}\times15000000=750000$ सेमी³

$(2343.75)\times n=15000000-750000$

$=14250000$

$n=6080$ ईंटे

Sol^n 28. धातु का आयतन

= बाह्य सतह का आयतन – आन्तरिक सतह का आयतन

$= 52 \times 40 \times 29 - 48 \times 36 \times 25$

$= 60320 - 43200$

= 17120 सेमी^{3}

∴ 1 सेमी^{3} = 0.5ग्राम (दिया है।)

⇒ 17120 सेमी^{3} = 17120 × 0.5 ग्राम = 8560 ग्राम

= 8.56 कि.ग्राम

Sol^n 29. टैंक की लंबाई (l) = 4 मी

टैंक की चौड़ाई (b) = 3 मी

टैंक की गहराई (d) = h

∴ आयतन = लंबाई×चौड़ाई×ऊँचाई

$24 = 4 \times 3 \times h$

⇒ h = 2 मी

(टैंक ऊपर से खुला है, शेष पाँचो दीवारों पर पैंट करना है।)

5भुजाओं का क्षेत्रफल $= 2(hb + lh) + lb$

$= 2(2 \times 3 + 2 \times 4) + 4 \times 3$

= 28 + 12 = 40 मी^{2}

∴ आन्तरिक और बाह्य भुजा को पैंट करने का क्षेत्रफल

= 40मी^{2}

पैंट करने का खर्चा = 40 × 10 = 400 रु.

Sol^n 30. ∴ $V = abc$

∴ $S = 2(ab + bc + ca)$

$$S = 2abc\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$S = 2V\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S}\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

Sol^n 31. ∴ फर्श और छत के क्षेत्रफल का योग = 2 (लंबाई × चौड़ाई)

∴ चारों दीवारों के क्षेत्रफल का योग = 2 (लंबाई × ऊँचाई + चौड़ाई × ऊँचाई)

2 (लंबाई × चौड़ाई) = 2 (लंबाई × ऊँचाई + चौड़ाई × ऊँचाई)

लंबाई×चौड़ाई = (लंबाई + चौड़ाई) ऊँचाई

15 × 12 = (15 + 12) ऊँचाई

ऊँचाई = $\frac{15 \times 12}{27} = \frac{20}{3}$ मीटर

∴ कमरे का आयतन = लंबाई×चौड़ाई×ऊँचाई

$= 15 \times 12 \times \frac{20}{3}$

= 1200 मी^{3}

Sol^n 32. ∴ बाह्य लंबाई (L) = 1.46 मी = 146 सेमी

∴ बाह्य चौड़ाई (B) = 1.16 मी = 116 सेमी

∴ बाह्य ऊँचाई (H) = 8.3 डेसीमीटर = 83 सेमी

आन्तरिक लंबाई (l) = 146 – 6 = 140 सेमी

आन्तरिक चौड़ाई (b) = 116 – 6 = 110 सेमी

आन्तरिक ऊँचाई (h) = 83 – 3 = 80 सेमी

आन्तरिक दिवारों का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल

$= 2h(l + b) + lb$

$= 2 \times 80(140 + 110) + 140 \times 110$

$= 40{,}000 + 1540$

= 55400 सेमी^{2}

100 सेमी^{2} को पैंट कराने का खर्चा = 50 पैसे = 0.5 रु.

55400 सेमी^{2} को पैंट कराने का खर्चा = 554 × 0.5 रु.

= 277 रु.

Sol^n 33. आयतन = 216 लीटर

∴ गहराई $h = \frac{l}{3}$,

∴ चौड़ाई = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ (लंबाई – ऊँचाई) = $\frac{1}{2}\left(l - \frac{l}{3}\right) = \frac{l}{9}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

∴ आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

लंबाई × $\frac{l}{9} \times \frac{l}{3} = 216 \times 1000$ सेमी^{3}

लंबाई = $\sqrt[3]{27 \times 216 \times 1000}$

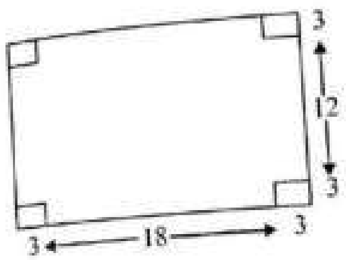
= 180 सेमी = 18 डेसीमीटर

Solⁿ 34. प्रश्न 18 के समान

Solⁿ 35. वर्ग हटाने के बाद शेष लंबाई (l) = 18 सेमी

वर्ग हटाने के बाद शेष चौड़ाई (b) = 12 सेमी

इस प्रकार बने बक्से की ऊँचाई (h) = 3 सेमी



∴ बक्से के पृष्ठ का क्षेत्रफल

= 2 (लंबाई × चौड़ाई + चौड़ाई × ऊँचाई + ऊँचाई × लंबाई)

$= 2(18 \times 12 + 12 \times 3 + 18 \times 3)$

= 612 सेमी^{2}

Solⁿ 36. छड़ का आयतन = कॉपर के टुकड़ो की संख्या × लंबाई = 1 मी^{3}

$a^2 \times 36 = 1$

$a = \frac{1}{6}$ मी

तब घन का आयतन = $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$ मी^{3}

घन का खर्चा = आयतन × 1 मी^{3} का खर्चा

$= \frac{1}{216} \times 108 = \frac{1}{2}$ रु. = 50 पैसे

Solⁿ 37. माना ब्लॉक की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः $3x$, $2x$ और x है।

∴ ब्लॉक का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

$3x \times 2x \times x = 10368$

$x = 12$ डेसीमीटर

अब, ब्लॉक की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 36 डेसीमीटर, 24 डेसीमीटर और 12 डेसीमीटर हैं।

∴ ब्लॉक का संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल

= 2 (लंबाई × चौड़ाई + चौड़ाई × ऊँचाई + ऊँचाई × लंबाई)

$= 2(36 \times 24 + 24 \times 12 + 36 \times 12)$

= 3168 डेसीमीटर^2

संपूर्ण पृष्ठ को पोलिस कराने का खर्चा = 3168×0.02

= 63.36 रु.

Solⁿ 38. जमीन में पानी का आयतन = 1 वर्ग कि.मी × 2 सेमी

$= 1000000 \times 0.02 = 20000$ मी^{3}

∴ 50% वर्षा की बूँदो का संग्रह

वर्षा की बूँदो का आयतन = 20000 मी^{3} का 50% = 10000 मी^{3}

∴ पुल के अंदर पानी का आयतन = संग्रहित वर्षा की बूँदो का आयतन

$100 \times 10 \times h = 10000$

$h = 10$ मी

पुल के पानी का बढ़ा हुआ स्तर = 10 मी

Solⁿ 39. बड़े घन का आयतन = छोटे घनों का आयतन

∴ माना छोटे घन की भुजा a है।

$(10)^3 = (a)^3 + (a)^3$

$(10)^3 = 2(a^3)$

$$a = \frac{10}{(2)^{1/3}}$$

छोटे घन की भुजा का बड़े घन की भुजा के साथ अनुपात

$$\frac{a}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$$

mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner

Solⁿ 40. छोटे घन का पृष्ठ क्षेत्रफल $= 6a^2 = 96$

$a = 4$ सेमी

$\therefore$ एक छोटे घन का आयतन $= a^3 = 64$ सेमी^{3}

बड़े घन का आयतन $= 6b^2 = 384$

$= b = 8$

बड़े घन का आयतन $= b^3 = 512$ सेमी^{3}

बड़े से बड़े घन का आयतन $= n \times$ (एक छोटे घन का आयतन)

($\therefore n =$ छोटे घनों की संख्या) $512 = n \times 64$

$n = 8$

Solⁿ 41. छायाँकित भाग का क्षेत्रफल जहाँ मिट्टी फैलाई गई है= (मैदान का क्षेत्रफल) – (टैंक का क्षेत्रफल)

$= 13.5 \times 2.5 - 5 \times 4.5 = 11.75$ सेमी^{2}

टैंक से निकाली गई मिट्टी का आयतन = शेष भाग पर फैलाई गई मिट्टी का आयतन

$5 \times 4.5 \times 2.1 = 11.75 \times h$

($\therefore h =$ उठे मैदान का स्तर)

$h = 4.2$ मीटर

Solⁿ 42. माना एक बॉक्स की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः x, $2x$ और $4x$ है।

$\therefore$ बॉक्स के बाह्य पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(x \times 2x + 2x \times 4x + x \times 4x) = 28x^2$

$\therefore$ बॉक्स को ढकने के लिए कपड़े का खर्चा $= 20 \times 28x^2$ रु.

$\therefore$ बॉक्स को ढकने के लिए शीट का खर्चा $= 20.5 \times 28x^2$ रु.

$\therefore$ दोनों खर्चों का अंतर = 126 रु.

$20.5 \times 28x^2 - 20 \times 28x^2 = 126$

$0.5 \times 28 \times x^2 = 126$

$$x^2 = \frac{126}{14} = 9$$

$x = 3$

बक्से की विमाएँ $\Rightarrow x = 3$मी, $2x = 6$मी, $4x = 12$मी

Solⁿ 43. माना घन का किनारा $= a$

किनारों का योग $= 12a$

$\therefore$ घन का आयतन $= a^3$

प्रश्नानुसार :-

$a^3 = 12a$

$\Rightarrow a^2 = 12$

पृष्ठ क्षेत्रफल $= 6a^2 = 6 \times 12 = 72$

Solⁿ 44. समय = 2 घण्टे 30 मिनट

= 2.5 घण्टे

$$\text{दर} = \frac{\text{पानी का आयतन}}{\text{समय}} = \frac{2.4 \times 2 \times 1.5}{2.5}$$

$$= \frac{24 \times 3}{25} = 2.88 \text{ घन मीटर/घण्टा}$$

Solⁿ 45. टैंक में बचे पानी का आयतन = शुरुआत में टैंक में पानी का आयतन – बाहर निकाले गए पानी का आयतन

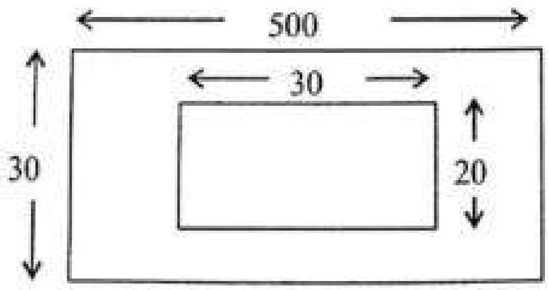
($\therefore$ घनाभ का आयतन $= lbh$)

$\Rightarrow 20 \times 7 \times 10 - 20 \times 7 \times 2$

$\Rightarrow 1120$ मीटर^3

Solⁿ 46. क्षेत्रफल जहाँ पर मिट्टी बिछायी जानी है।

= मैदान का क्षेत्रफल – टैंक का क्षेत्रफल



$= 500 \times 30 - 30 \times 20$

$= 14400$ मीटर^2

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

निकाली गई मिट्टी का आयतन = शेष मैदान में बिछाये गए मिट्टी का आयतन

$30 \times 20 \times 12 = 14400 \times h$

($\therefore h =$ स्तर में वृद्धि)

$h = 0.5$ मी.

Sol^n 47. चारो दिवारों का क्षेत्रफल

$= 2$ऊँचाई(लंबाई + चौड़ाई) $= 2 \times 3\,(8+6) = 84$ मीटर^2

दो खिड़कियों और एक दरवाजे का क्षेत्रफल

$= 2\left(\frac{3}{2} \times 1\right) + 1\left(2 \times \frac{3}{2}\right) = 6$ मीटर^2

$\Rightarrow$ दीवार पर पेपर लगाने वाला क्षेत्रफल $= 84 - 6$

$= 78$ मीटर^2

50सेमी $\times$ 1मीटर का खर्चा = 25पैसे

1मीटर $\times$ 1मीटर का खर्चा = 50पैसे $= \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ पेपर लगाने का खर्चा $= 78 \times \frac{1}{2}$

$= 39$रु.

Sol^n 48. पाईप से निकलने वाले पानी का आयतन

$= 8$ घन फिट/मिनट $\times$ 2.5 मिनट

$= 20$ घन फिट

$\therefore$ माना टैंक के अंदर पानी की गहराई h है।

टैंक की चौड़ाई $= \frac{3}{2} = 1.5$ फिट.

टैंक के अंदर पानी का आयतन = पाईप से बाहर आ रहे पानी का आयतन

$3 \times 1.5 \times h = 20$

$h = 4.44$ फिट.

Sol^n 49. 150 व्यक्तियों द्वारा विस्थापित किए गए पानी का आयतन = बाहर आए पानी का आयतन

(माना पानी के स्तर में वृद्धि $= h$)

$\Rightarrow 8 \times 150 = 90 \times 40 \times h$

$\Rightarrow$ ऊँचाई $= \frac{1}{3}$ मीटर $= 33.33$ सेमी.

Sol^n 50. बाहर निकाले गए पानी का आयतन = (शुरुआत में टैंक में पानी का आयतन) – (टैंक में शेष पानी का आयतन)

$= 15 \times 6 \times 10 - 15 \times 6 \times 9 = 90$ मी^{3} $= 90{,}000$ लीटर

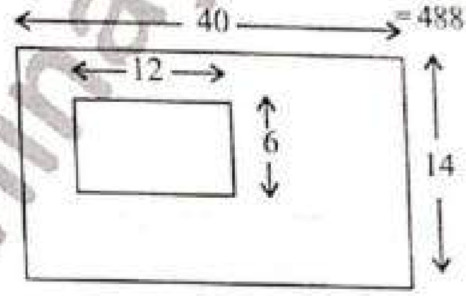
(1 मी^{3} = 1000लीटर)

Sol^n 51. छायाँकित भाग का क्षेत्रफल जहाँ मिट्टी बिछानी है

= मैदान का क्षेत्रफल – गड्ढे का क्षेत्रफल

$= 40 \times 14 - 12 \times 6$

$= 488$ मी^{2}



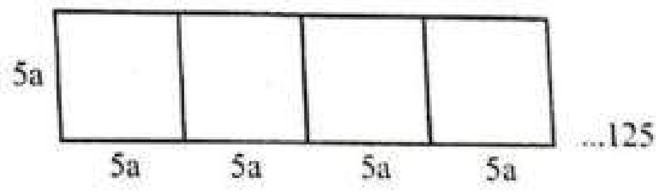
$\therefore$ माना मैदान का स्तर $= h$

$\therefore$ मैदान में बिछाई गई मिट्टी का आयतन = गड्ढे से निकाली गई मिट्टी का आयतन

$\Rightarrow 12 \times 6 \times 5 = 488 \times$ ऊँचाई

$h = 0.7377$ मी $= 73.77$ सेमी.

Sol^n 52. माना छोटे घन की भुजा a है और बड़े घन की भुजा b है।



$\therefore$ बड़े घन का आयतन $= 125 \times$ छोटे घन का आयतन

$\Rightarrow b^3 = 125a^3$

$\Rightarrow b = 5a$ ....(i)

बड़े घन का संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल $= 6b^2$

$= 6\,(5a)^2$

$= 150\,a^2$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

जब इन 125 घनों को घनाभ के आकार में व्यवस्थित किया जाता है, तब

घनाभ की चौड़ाई और ऊँचाई $= a$

घनाभ की लंबाई $= 125a$

घनाभ का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2(lb + bh \times lh)$

$= 2(125a^2 + a^2 + 125a^2)$

$= 502\, a^2$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि

$$= \frac{502a^2 - 150a^2}{150a^2} \times 100 = \frac{352}{150} \times 100$$

$$= \frac{704}{3} = 234\frac{2}{3}\%$$

Sol* 53. 15 मिनट में पाईप से बाहर आने वाले पानी का आयतन

= अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल × लंबाई/15मिनट

$$= \frac{13}{10000} \times \frac{9000}{60} \times 15 = 2.925 \text{ मी}^3$$

∴ 15 मिनट में टैंक में भरे जाने वाले पानी का आयतन

= 15 मिनट में बाहर आने वाले पानी का आयतन

$45 \times 26 \times h = 2.925$

(∴ h = टैंक में पानी के स्तर में वृद्धि)

$h = 0.0025$ मी

Sol* 54. एक सेकेण्ड में पाईप से बाहर आने वाले पानी का आयतन

$$= \frac{5}{100} \times \frac{3}{100} \times 16 \text{ मी}^3 = 0.0240 \text{ मी}^3$$

25 मिनट में पाईप से बाहर आए पानी का आयतन

$= 0.0240 \times 25 \times 60 = 36$ मी³

टैंक में उड़ेले गए पानी का आयतन = पाईप से बाहर आए पानी का आयतन

∴ $15 \times 12 \times h = 36$

(∴ h = पानी के स्तर में वृद्धि)

$h = 0.2$ मी

Sol* 55. 17 सेमी. अधिकतम लंबाई का घन काटा जा सकता है। (85, 17, 51 और 17 का म.स.प.)

$$\therefore \text{ कुल घनों की संख्या} = \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{एक घन का आयतन}}$$

$$= \frac{85 \times 17 \times 51}{17 \times 17 \times 17} = 15 \text{ घन}$$

∴ एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2$

$= 6 \times 17 \times 17 = 1734$ सेमी²

15 घनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 15 \times 1734$

$= 26010$ सेमी²

Sol* 56. पृष्ठीय क्षेत्रफल को न्यूनतम करने के लिए 64 घनों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि घन का प्रत्येक किनारे के साथ 4 छोटे घन हों।

∴ घन की भुजा $= a = 4$ सेमी

विकर्ण की लंबाई $= a\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ सेमी

Sol* 57. एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई l, b और h है।

$x^2 = l^2 + b^2$ ...(i)

$y^2 = b^2 + h^2$ ...(ii)

$z^2 = l^2 + h^2$ ...(iii)

समीकरण (i), (ii) और (iii) को जोड़ने पर

$x^2 + y^2 + z^2 = 2$ (लंबाई² + चौड़ाई² + ऊँचाई²)

$$l^2 + b^2 + h^2 = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2} \quad ...(iv)$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

समीकरण (iv) से समीकरण (i) को घटाने पर

$$h^2 = \frac{y^2+z^2-x^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{y^2+z^2-x^2}{2}}$$

समीकरण (iv) से (ii) को घटाने पर

$$l^2 = \frac{x^2+z^2-y^2}{2} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{x^2+z^2-y^2}{2}}$$

समीकरण (iv) से (iii) को घटाने पर

$$\therefore b^2 = \frac{x^2+y^2-z^2}{2}$$

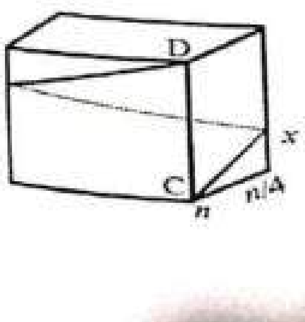
$$\Rightarrow b = \sqrt{\frac{x^2+y^2-z^2}{2}}$$

$\therefore$ आयतन = लंबाई×चौड़ाई×ऊँचाई

$$= \sqrt{\frac{(x^2+y^2-z^2)(y^2+z^2-x^2)(x^2+z^2-y^2)}{8}}$$

$$= \frac{\sqrt{(x^2+y^2-z^2)(y^2+z^2-x^2)(x^2+z^2-y^2)}}{2\sqrt{2}}$$

Solⁿ 58. रस्सी की कम से कम लम्बाई, यदि C आरम्भ करे और एक मोड़ के पूरा होने पर अगले कोने को मोड के पूरा होने पर अगले कोने को $n/4$ ऊँचाई मो छूती है।



$$CX = \sqrt{n^2 + \left(\frac{n}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{17} \times n}{4}$$

$\therefore$ रस्सी की लंबाई $= 4 \times \frac{\sqrt{17} \times n}{4} = \sqrt{17}n$.

घन की भुजा n के चार भुजाओं को खोलने पर

रस्सी की लम्बाई $= \sqrt{(4n)^2 + (n)^2}$

$= \sqrt{17} \times n$

Solⁿ 59. पाईप के अनुप्रस्थ काट का क्षे.$= 20 \times 20 = 400$ सेमी^{2}

$= 0.04$ मी^{2}

एक घंटे में पाईप के द्वारा खाली किए गए पानी का आयतन

$= 0.04 \times 15000 = 600$ मी^{3}

[$\therefore$ पानी की दर 15000मीटर/घंटा है]

आयताकार बाँध के अंदर पानी का आयतन

$= 80 \times 60 \times 6.5$

$= 31200$ मी^{3}

टैंक को खाली करने में लगा समय $= \frac{31200}{600}$

$= 52$ घण्टे.

Solⁿ 60. बढ़े हुए पानी का आयतन = n व्यक्तियों के द्वारा विस्थापित किए गये पानी का आयतन

बढ़े हुए पानी का आयतन = 24 मी × 15 मी × 0.01मी

$= 3.6$ मी^{3}

$3.6 = 0.1$मी$^3 \times n$

$n = 36$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली (बेलनाकार)

1. दो लम्बवृतीय बेलनो की ऊंचाईयों का अनुपात 1 : 2 है तथा दोनो का आयतन बराबर है। उनकी त्रिज्या का अनुपात क्या है?

(a) $\sqrt{2}:1$ (b) 2:1

(c) 1:2 (d) 1:4

2. एक वृताकार पाईप जिसका आन्तरिक व्यास 7 सेमी. है, जिससे पानी बाहर निकाला जाता है। यदि पानी का प्रावाह 12 सेमी/सेकेण्ड है, तो एक घण्टे में कितने लीटर पानी निकाला जा सकता है?

(a) 1663.2 (b) 1500

(c) 1747.6 (d) 2000

3. दो बेलनो के आधार की त्रिज्याओ का अनुपात 2 : 3 है और उनकी ऊँचाईयों का अनुपात 5 : 3 है। उनके आयतन का अनुपात क्या होगा?

(a) 27:20 (b) 20:27

(c) 9:4 (d) 4:9

4. एक खोखली बेलनाकार लोहे की ट्यूब की लम्बाई 20 मी. है और उसके बाह्य और आन्तरिक व्यास क्रमशः 8 सेमी और 6 सेमी है। ट्यूब को बनाने में लगे लोहे का आयतन होगा-$\left(\pi=\frac{22}{7}\right)$

(a) 1760 घन सेमी. (b) 880 घन सेमी.

(c) 440 घन सेमी. (d) 220 घन सेमी.

5. एक लोहे का खोखला पाईप 21 सेमी लम्बी है और उसका बाह्य व्यास 8 सेमी है। यदि पाईप की मोटाई 1 सेमी है। और लोहे का वजन 8 ग्राम/सेमी^{3} हो तो पाईप का वजन ज्ञात करो ($\pi=\frac{22}{7}$)

(a) 3.696 कि.ग्राम (b) 3.6 कि.ग्राम

(c) 36 कि.ग्राम (d) 36.9 कि.ग्राम

6. एक वृताकार पिलर का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल 264 मी^{2} है और इसका आयतन 924मी^{3} है। पिलर के व्यास का इसकी ऊँचाई के साथ अनुपात होगा-$\left[\text{use } \pi=\frac{22}{7}\right]$

(a) 7:6 (b) 6:7

(c) 3:7 (d) 7:3

7. यदि एक बेलन की ऊँचाई को 15% बढ़ा दिया जाये और उसकी त्रिज्या को 10% घटा दिया जाये तो उसके वक्रपृष्ठ के क्षेत्रफल में कितना परिवर्तन होगा?

(a) 3.5% की हानी

(b) 3.5% की वृद्धि

(c) 5% की वृद्धि

(d) 5% की हानी

8. एक 12 सेमी लम्बे और 3 सेमी. चौड़े पेपर को उसकी लम्बाई के अनुरूप घुमाकर एक लम्बवृतीय बेलन बनाया जाता है, तो बेलन के आधार की त्रिज्या क्या होगी?

(a) $\frac{3}{2\pi}$ सेमी (b) $\frac{6}{\pi}$ सेमी

(c) $\frac{9}{2\pi}$ सेमी (d) 2π सेमी

9. एक बेलनाकार पाईप जिसकी त्रिज्या 7 सेमी है, से 5 मी./सेकेण्ड की दर से पानी बह रहा है एक (3×5) मीटर^2 आधार और 1.54 मीटर ऊँचाई वाले टैंक को भरने में कितना समय लगेगा? ($\pi=\frac{22}{7}$)

(a) 6 मिनट (b) 5 मिनट

(c) 10 मिनट (d) 9 मिनट

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

दो ठोस बेलनो की त्रिज्या क्रमशः 4 सेमी और 5 सेमी है और उनकी ऊँचाई क्रमशः 6 सेमी और 4 सेमी है, दोनों बेलनों को पिघलाकर 1 सेमी मोटाई की बेलनाकर चकली बनायी जाती है तो चकली की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 7 सेमी (b) 14 सेमी
(c) 21 सेमी (d) 28 सेमी

11. एक बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल 1056 सेमी² और उसकी ऊँचाई 16 सेमी है। उसका आयतन होगा-

(a) 4545 सेमी³ (b) 4455 सेमी³
(c) 5445 सेमी³ (d) 5544 सेमी³

12. एक ठोस बेलन का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 462 वर्ग मीटर है। इसका वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल संपूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल का एक तिहाई है। तब बेलन की त्रिज्या है-

(a) 7 सेमी (b) 3.5 सेमी
(c) 9 सेमी (d) 11 सेमी

13. एक बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 5 : 7 है और उसका आयतन 550 सेमी³, इसके वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी) होगा-

(a) 110 (b) 444
(c) 220 (d) 616

14. यदि एक बेलन की त्रिज्या 50% घटा दी जाये और उसकी ऊँचाई 50% बढ़ा दी जाये तो उसका आयतन कितने प्रतिशत घट जायेगा।

(a) 0% (b) 25%
(c) 62.5% (d) 75%

15. बेलन का आयतन, वक्रपृष्ठ और उसका संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसका व्यास 7 सेमी और ऊँचाई 40 सेमी. है।

(a) 1540 सेमी³, 880 सेमी², 957 सेमी²
(b) 1740 सेमी³, 1080 सेमी², 880 सेमी²
(c) 2040 सेमी³, 1740 सेमी², 1540 सेमी²
(d) 2420 सेमी³, 1470 सेमी², 1880 सेमी²

16. एक बेलनाकार पाईप जिसकी ऊँचाई 20 मी., बाहय त्रिज्या 2 मी और आन्तरिक त्रिज्या 1.5मी. है। पाईप को बनाने में लगी धातु का आयतन क्या होगा?

(a) 110 मी³ (b) 210 मी³
(c) 180 मी³ (d) 220 मी³

17. एक बांध 6 सेमी व्यास वाले पाईप से पानी की आपूर्ति करता है। पानी की समान मात्रा की आपूर्ति करने के लिए 1.5 सेमी व्यास वाले कितने पाइपों की आवश्यकता होगी यदि पानी की तीव्रता समान रहे।

(a) 8 (b) 12
(c) 16 (d) 20

18. एक लम्बवृतीय बेलनाकार टैंक की क्षमता 38808 मिलीलीटर है। यदि टैंकी की त्रिज्या उसकी ऊँचाइ की तीन चौथाई है, तो आधार का व्यास क्या होगा?

(a) 28 सेमी (b) 56 सेमी
(c) 21 सेमी (d) 42 सेमी

19. एक बेलनाकार टैंक जिसका व्यास 35 सेमी है, पानी से भरा है। यदि 11 लीटर पानी बाहर निकाल लिया जाये तो पानी का स्तर कितना नीचे चला जायेगा।

(a) $10\frac{1}{2}$ सेमी (b) $11\frac{3}{7}$ सेमी
(c) $12\frac{6}{7}$ सेमी (d) 14 सेमी

20. एक 7 सेमी व्यास वाले बेलनाकार पाईप से 2मी./सेकेण्ड की दर से पानी बह रहा है। यदि पाईप हमेशा आधा भरा होता है, तो पाईप 1 घंटे में कितना पानी निकाल देगा। (लीटर में)

(a) 2310 (b) 3850
(c) 4620 (d) 9240

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

21. एक धातु की बेलनाकार ट्यूब जिसका आन्तरिक व्यास 11.2 सेमी, लम्बाई 21 सेमी और धातु की मोटाई 0.4 सेमी है। धातु का आयतन ज्ञात करें।
(a) 280.52 सेमी^{3} (b) 306.24 सेमी^{3}
(c) 310 सेमी^{3} (d) 316 सेमी^{3}

22. एक लम्ब वृत्तीय बेलन का आयतन V है, संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल S है, ऊँचाई h और आधार की त्रिज्या r है। $V\left(\frac{1}{h}+\frac{1}{r}\right)$: S का अनुपात है-
(a) 1 : 4 (b) 2 : 1
(c) 1 : 2 (d) 1 : 1

23. यदि बेलनाकार पिलर के आधार का व्यास 4मी. और उसकी ऊँचाई 21 मी. हो तो पिलर को 1.50रु. प्रति घन मीटर की दर से बनाने में कितना खर्चा आयेगा?
(a) 396 रु. (b) 400 रु.
(c) 410 रु. (d) 420 रु.

24. दिया गया है 1 सेमी^{3} धातु का वजन 5 ग्राम है एक बेलनाकार धातु के कंटेनर का वजन क्या होगा? जिसकी त्रिज्या 10.5 सेमी व ऊँचाई 600 सेमी है।
(a) 97.65 कि.ग्रा (b) 48.75 कि.ग्रा
(c) 103.95 कि.ग्रा (d) 102.45 कि.ग्रा

25. एक लम्बवृत्तीय बेलनाकार नली जिसका व्यास 2मी और लम्बाई 40 मी. है, एक लोहे की शीट से बनायी गयी है। आवश्यक लोहे की शीट का क्षेत्रफल (मी^{2}) क्या होगा?
(a) 40π (b) 80π
(c) 160π (d) 200π

26. एक बेलन की त्रिज्या व ऊचाई का अनुपात 2 : 3 है। इसका आयतन 1617 सेमी^{3} है तो इसका संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 308 सेमी^{2} (b) 462 सेमी^{2}
(c) 540 सेमी^{2} (d) 770 सेमी^{2}

27. एक ठोस बेलन के आधार की त्रिज्या व ऊँचाई का योग 37मी. है। यदि बेलन का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 1628 मी.^{2} है तो इसका आयतन होगा-
(a) 3180 सेमी^{3} (b) 4620 सेमी^{3}
(c) 5240 सेमी^{3} (d) इनमें से कोई नहीं

28. एक लम्बवृतीय बेलन के वक्रपृष्ठ के क्षेत्रफल तथा संपूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल का अनुपात 1 : 2 है। यदि संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 616 सेमी^{2} है तो बेलन का आयतन क्या होगा?
(a) 1232 सेमी^{3} (b) 1078 सेमी^{3}
(c) 1848 सेमी^{3} (d) इनमें से कोई नहीं

29. एक वृतीय बेलन के लम्ब को 6 गुना बढ़ा दिया जाता है तथा आधार के क्षेत्रफल को $\frac{1}{9}$ कर दिया जाता है बेलन का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल कितने गुना से बढ़ जायेगा।
(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{3}{2}$ (d) 2

30. दो बेलनाकार टंकी जिनकी त्रिज्या क्रमशः 15 सेमी और 10 सेमी और ऊँचाई क्रमशः 35 सेमी और 15 सेमी है, पानी से भरी हुई है। यदि यह जल एक दूसरी टंकी में उड़ेला जाता है जिसकी ऊँचाई 15 सेमी है तो टंकी की त्रिज्या क्या होगी?
(a) 25 सेमी (b) 20 सेमी
(c) 17.5 सेमी (d) 18 सेमी

31. एक वृत्ताकार पाईप से पानी 7 मी प्रति मिनट की दर से बह रहा है और दूसरे छोर पर पानी 11 घन मीटर प्रति मिनट की दर से संग्रह किया जा रहा है तो पाईप की आन्तरिक त्रिज्या क्या होगी?
(a) $\sqrt{2}$ मी (b) 2 मी
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ मी (d) $\frac{1}{2}$ मी

mathsbyabhinay.com

Scanned by CamScanner

32. एक ठोस बेलन जिसकी त्रिज्या 10 सेमी और लम्बाई 100 सेमी है, के केन्द्र से एक एक समान मोटाई की एक बेलनाकार चकली निकाली जाती है जिसका आयतन बड़े बेलन का चौथाई है, तो बेलनाकार चकली की मोटाई क्या होगी?

(a) $5\left(\sqrt{5}-2\right)$ सेमी (b) $10\left(2-\sqrt{3}\right)$ सेमी

(c) 5 सेमी (d) $5\sqrt{2}$ सेमी

33. एक कुंआ जिसका व्यास 20मी. है 14 मीटर की गहराई तक खोदा जाता है इससे निकली हुई मिट्टी से इसके चारो ओर एक समान रूप से एक चबुतरा बनाया जाता है जिसकी चौड़ाई 5 मी. है। तो चबुतरे की ऊँचाई क्या होगी?

(a) 10 मी (b) 11 मी

(c) 11.2 मी (d) 11.5 मी

34. एक कुआं जिसकी त्रिज्या 'r' है 20 मीटर की गहराई तक खोदा जाता है तथा इससे निकली हुई मिट्टी से इसके चारो ओर एक समान रूप से एक चबुतरा बनाया जाता है जिसकी ऊँचाई 5 मी. है तो 'r' का मान ज्ञात करो।

(a) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (b) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

(c) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

35. एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 16 सेमी है बेलन को एक आयताकार टिन की परत से ढका जाता है जिसका आकार 16 सेमी × 22 सेमी है। बेलन का आयतन ज्ञात करो।

(a) 352 सेमी^{3} (b) 308 सेमी^{3}

(c) 616 सेमी^{3} (d) 176 सेमी^{3}

36. एक बेलनाकार पाईप की धातु का आयतन 748 सेमी^{3} है। पाईप की लम्बाई 14 सेमी तथा बाह्य त्रिज्या 9 सेमी है। इसकी मोटाई क्या होगी? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 1 सेमी (b) 5.2 सेमी

(c) 2.3 सेमी (d) 3.7 सेमी

37. दो बेलनों के आधार की त्रिज्याओं का अनुपात 3 : 2 है तथा उनकी ऊँचाईयों का अनुपात n : 1 है यदि बेलन A का आयतन बेलन B के आयतन से तीन गुना है तो 'n' का मान बताओ।

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{3}{2}$

38. एक बेलन जिसकी त्रिज्या 'r' व ऊँचाई 'h' है। दूसरा बेलन जिसका आयतन पहले बेलन के आयतन से दुगना तथा ऊँचाई समान है, दूसरे बेलन की त्रिज्या ज्ञात करो।

(a) $\frac{r}{\sqrt{2}}$ (b) $2r$

(c) $r\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2r}$

39. एक ठोस लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 6 मी. तथा इसके दोनों अन्तिम सिरो के क्षेत्रफल के योग का तीन गुना इसके वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल के दो गुने के बराबर है। इसके आधार की त्रिज्या (मी.) क्या होगी?

(a) 4 (b) 2

(c) 8 (d) 10

40. एक बेलन की त्रिज्या 10 सेमी व ऊँचाई 4 सेमी है कितने सेमी या तो त्रिज्या या ऊँचाई में जोड़ जाये जिससे की बेलन के आयतन में समान वृद्धि हो।

(a) 5 (b) 4

(c) 25 (d) 16

Scanned by CamScanner

41. एक बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा आधार के क्षेत्रफल क्रमशः a सेमी² और b सेमी² है बेलन की ऊँचाई क्या होगी?

(a) $\frac{2a}{\sqrt{\pi b}}$ सेमी (b) $\frac{a\sqrt{b}}{2\sqrt{\pi}}$ सेमी

(c) $\frac{a}{2\sqrt{\pi b}}$ सेमी (d) $\frac{a\sqrt{\pi}}{2\sqrt{b}}$ सेमी

42. एक ऐसे वृत्ताकार पाईप की जरूरत है जो 440 घन मीटर क्षमता वाले टैंक को 10 मिनट में 7मीटर/मिनट की दर से भर दे तो पाईप के आन्तरिक त्रिज्या क्या होनी चाहिए।

(a) 2 मी (b) $\sqrt{2}$ मी

(c) 1/2 मी (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ मी

43. तली के किनारे व उसके सामने वाले ऊपरी किनारे पर एक जैसा हो जाता है। इस प्रक्रिया में 30 मीटर पानी व्यर्थ हो जाता है तो बेलन का आयतन ज्ञात करो।

(a) 75 लीटर (b) 96 लीटर

(c) आँकड़े आपर्याप्त हैं। (d) 100 लीटर

44. एक स्मारक में 50 बेलनाकार पिलर हैं, जिनका व्यास 50 सेमी और ऊँचाई 4 मीटर है, 50 पैसे/मी² की दर से इन पिलर को साफ कराने में कितना खर्चा आएगा? ($\pi = 3.14$).

(a) 237 रु. (b) 157 रु.

(c) 257 रु. (d) 353 रु.

45. एक वृत्ताकार भवन का आन्तरिक व्यास 54 सेमी है, दीवार का आधार 352सेमी² की जगह लेता है। दीवार की मोटाई ज्ञात करो।

(a) 29 सेमी. (b) 2 सेमी.

(c) 4 सेमी. (d) 58 सेमी.

46. एक लंबवृत्तीय बेलनाकार टैंक की क्षमता 38808 मि.ली है। यदि टैंक के आधार की त्रिज्या उसकी ऊँचाई का 3/4 है, तो आधार की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 28 सेमी. (b) 56 सेमी.

(c) 21सेमी. (d) 42 सेमी.

47. एक आयताकार लोहे के टुकड़े जिसकी माप 50सेमी और 100सेमी है, को मोड़कर एक 50 सेमी ऊँचाई का बेलन बनाया जाता है, 50 रु./वर्ग मीटर की दर से बेलन की सतह को पेंट कराने का खर्चा कितना आएगा।

(a) 2500 रु. (b) 37.50 रु.

(c) 75.00 रु. (d) 87.50 रु.

48. एक खोखले धातु के पाईप की आंतरिक त्रिज्या व मोटाई क्रमशः 24 सेमी. और 1 सेमी. है। इसको पिघलाकर एक एक समान ऊँचाई के ठोस बेलन में बदला जाता है, तो ठोस बेलन का व्यास क्या होगा?

(a) 7सेमी (b) 14 सेमी

(c) 960 सेमी³ (d) 980 सेमी

49. एक ठोस बेलन जिसका सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 462सेमी² है। इसका वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल संपूर्ण पृष्ठ के क्षेत्रफल का $\frac{1}{3}$ है। बेलन का आयतन होगा-

(a) 530 सेमी³ (b) 536 सेमी³

(c) 539 सेमी³ (d) 545 सेमी³

50. एक लकड़ी के खोखले बेलन की मोटाई 2 सेमी है, यह 35 मीटर लंबा और इसकी आंतरिक त्रिज्या 12 सेमी है। बेलन को बनाने के लिए आवश्यक लकड़ी का आयतन क्या होगा यदि यह दोनों सिरों से खुला हुआ है।

(a) 5720 सेमी³ (b) 5770 सेमी³

(c) 7520 सेमी³ (d) 5570 सेमी³

51. 16 वृत्ताकार कैन, प्रत्येक की त्रिज्या 1 इकाई, को एक लकड़ी के बॉक्स में इस प्रकार रखते हैं, की एक रेखा में 4 कैन आयें। यदि कैन पास वाले दूसरे कैन और बक्से की दीवार को स्पर्श करते हैं, तब बक्से के तल का आन्तरिक क्षेत्रफल वर्ग इकाई में होगा-

(a) 16 (b) 32

(c) 64 (b) 128

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

उत्तरमाला

1. (a)	2. (a)	3. (b)	4. (c)	5. (a)	6. (d)	7. (b)	8. (b)	9. (a)
10. (b)	11. (d)	12. (a)	13. (c)	14. (c)	15. (a)	16. (a)	17. (c)	18. (d)
19. (b)	20. (*)	21. (b)	22. (c)	23. (a)	24. (c)	25. (b)	26. (d)	27. (b)
28. (b)	29. (d)	30. (a)	31. (c)	32. (c)	33. (c)	34. (b)	35. (c)	36. (a)
37. (a)	38. (c)	39. (a)	40. (a)	41. (c)	42. (b)	43. (d)	44. (b)	45. (b)
46. (c)	47. (a)	48. (b)	49. (c)	50. (a)	51. (c)			

Scanned by CamScanner

हल एवं संकेत

Sol^n 1. $V_1 = V_2$ ----(दिया है।)

$\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$

$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{h_2}{h_1} = \frac{2}{1}$

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

Sol^n 2. 1 सेकेण्ड में उड़ेले गये पानी का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 12 = 462$ सेमी³

अत:

एक घण्टे में उड़ले गए पानी का आयतन $= 462 \times 3600$

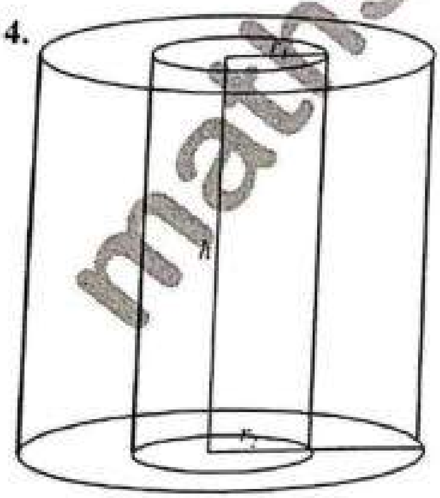
$= 1663200$ सेमी³ ($1h = 3600$ सेकेण्ड)

$= 1663.2$ लीटर ($1\ l = 1000$ सेमी³)

Sol^n 3. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}, \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}$ .....(दिया है।)

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{27}$

Sol^n 4.



लोहे का आयतन $= \pi (r_1^2 - r_2^2) h$

$= \frac{22}{7} [(4)^2 - (3)^2] \times 20 = 440$ घन सेमी.

Sol^n 5. $\therefore$ धातु का आयतन $= \pi (r_1^2 - r_2^2) h$

$= \frac{22}{7} (4^2 - 3^2) \times 21 = 462$ सेमी³

पाईप का वजन $= 462 \times 8 = 36960$ ग्राम

$= 3.696$ किग्रा.

Sol^n 6. $\therefore$ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh = 264$ मी² .....(1)

$\therefore$ आयतन $= \pi r^2 h = 924$ मी³ .....(2)

समीकरण (1) को समीकरण (2) से भाग देने पर

$\frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{924}{264}$

$\frac{r}{2} = 3.5$

$r = 7$ मी

समीकरण (1) में r का मान रखने पर

$2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h = 264$

$h = 6$ मी

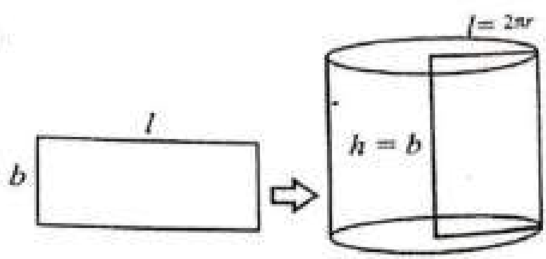
अत:, $\frac{D}{h} = \frac{2r}{h} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$

Sol^n 7. $\therefore$ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $\propto r \times h$

वक्र पृष्ट के क्षेत्रफल में परिवर्तन $= a + b + \frac{ab}{100}$

$= 15 - 10 + \frac{15 \times (-10)}{100} = 3.5\%$ वृद्धि

Sol^n 8.



Scanned by CamScanner

आयतन को इसकी लंबाई के अनुसार मोड़ा जाता है।

∴ ऊँचाई = चौड़ाई

आधार की परिधी = लंबाई

ऊँचाई = 3 सेमी.

$2\pi r = 12$ सेमी

$r = \frac{6}{\pi}$ सेमी

Solⁿ9. टैंक को खाली करने में लगा समय

$= \frac{\text{टंकी का आयतन}}{\text{एक घंटे में पाईप से बाहर आए पानी का आयतन}}$

$= \frac{3\times5\times1.54}{\pi(7)^2\times5} = 300$ सेकेण्ड = 6 मिनट

Solⁿ10.

वकों का आयतन = दोनों बेलन के आयतन का योगफल

$\pi r^2\times1 = \pi(4)^2\times6 + \pi(5)^2\times4$

$r^2 = 96 + 100$

$r = 14$ सेमी

Solⁿ11. वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = 1056, $h = 16$ सेमी. (दिया है)

∴ $2\pi rh = 1056$

$2\times\frac{22}{7}\times r\times16 = 1056$

$r = 10.5$

∴ आयतन = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7}\times10.5\times10.5\times16 = 5544$ सेमी²

Solⁿ12. ∴ संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h) = 462$ वर्ग सेमी.

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$2\pi rh = \frac{1}{3}\times462 = 154$ वर्ग सेमी.

$2\pi r^2 + 2\pi rh = 462$

$2\pi r^2 + 154 = 462$

$2\pi r^2 = 308$

$r = 7$ सेमी.

Solⁿ 13. माना त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः $5x$ और $7x$ है।

∴ आयतन = $\pi r^2 h$

$\frac{22}{7}\times(5x)^2\times(7x) = 550$

$x = 1$

त्रिज्या = $5x = 5$ सेमी

ऊँचाई = $7x = 7$ सेमी

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$= 2\times\frac{22}{7}\times5\times7 = 220$ सेमी²

Solⁿ 14. माना बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः r और h है।

आयतन = $\pi r^2 h$

जब त्रिज्या को 50% घटा दिया जाता है।

नई त्रिज्या = $0.5\,r$

और ऊँचाई 50% बढ़ाई जाती है।

नई ऊँचाई = $1.5\,h$

बेलन का नया आयतन = $\pi(0.5r)^2\times(1.5)h$

$= 0.375\,\pi r^2 h$

% आयतन में कमी = $\frac{\pi r^2 h - 0.375\pi r^2 h}{\pi r^2 h}\times100$

$= 62.5\%$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol^n 15. $r = \frac{7}{2}$ सेमी, $h = 40$ सेमी ....(दिया है।)

∴ आयतन $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 40 = 1540$ सेमी³

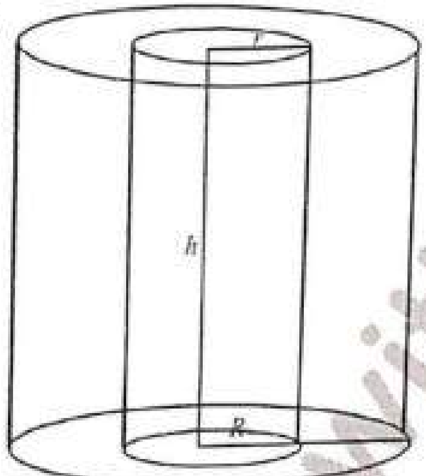
∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 40 = 880 \text{ सेमी}^2$$

∴ संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

$$2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2}\left(\frac{7}{2} + 40\right) = 957 \text{ सेमी}^2$$

Sol^n 16.



∴ बाह्य त्रिज्या = R = 2 मी.

आन्तरिक त्रिज्या = r = 1.5 मी. और ऊँचाई =

ऊँचाई = 20 मी

∴ धातु का आयतन $= \pi\left(R^2 - r^2\right)h$

$$= \frac{22}{7}\left(2^2 - (1.5)^2\right) \times 20$$

$= 110$ मी³

Sol^n 17. 6 सेमी. व्यास वाले पाईप के द्वारा सप्लाई किये गए पानी का आयतन

= $n \times 1.5$ सेमी व्यास वाले पाईप के द्वारा सप्लाई किये गए पानी का आयतन

$$\pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times h = n \times \pi \times \left(\frac{1.5}{2}\right)^2 \times h \quad (n = \text{पाइपों की संख्या})$$

$n = 16$

Sol^n 18. माना ऊँचाई h है।

त्रिज्या $(r) = \frac{3}{4}h$ ....(दिया है।)

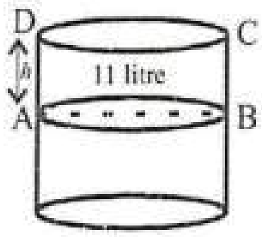
∴ आयतन $= \pi r^2 h$

$$\frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{4}{3} r = 38880 \text{ मि. ली} = 38808 \text{ सेमी}^3$$

$r = 21$ सेमी

अतः, व्यास $= 2r = 42$ सेमी

Sol^n 19. टैंक के अंदर पानी का स्तर जितना नीचे आएगा वो टैंक से निकाले गए पानी के आयतन पर निर्भर करता है।



बेलन ABCD का आयतन = 11 लीटर

$$\pi\left(\frac{35}{2}\right)^2 \times h = 11 \times 1000$$

(1 लीटर = 1000 सेमी³)

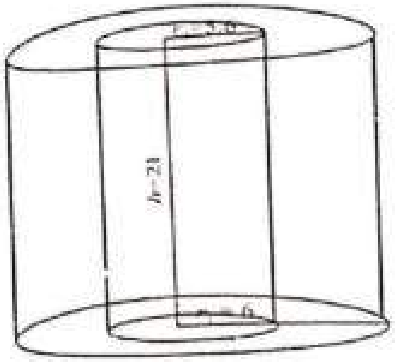
$$h = \frac{11000 \times 4 \times 7}{22 \times 35 \times 35} = 11\frac{3}{7} \text{ सेमी}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol^n 20. संकेत : पानी का आयतन बेलन के आयतन के बराबर होगा।

Sol^n 21.



आन्तरिक त्रिज्या = 11.2 = 5.6 सेमी

ब्राह्य त्रिज्या = 5.6 + 0.4 = 6 सेमी

∴ धातु का आयतन = $\pi\left(r_1^2 - r_2^2\right)^2 h$

$$= \frac{22}{7}\left((6)^2 - (5.6)^2\right) \times 21$$

= 306.24 सेमी³

Sol^n 22. ∴ आयतन (V) = $\pi r^2 h$.

∴ संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) = $2\pi r(r+h)$

$$V \times \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right) = \pi r^2 h\left(\frac{r+h}{hr}\right)$$

$$= \quad \pi r(r+h) = \frac{S}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right)}{S} = 1:2$$

Sol^n 23. $r = 2$m, $h = 21$ मी

∴ पिलर का आयतन = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 21 = 264 \text{ मी}^3$$

बनाने का खर्चा = 264 × 1.5 = 396 रु.

Sol^n 24. $r = 10.5$ सेमी

$h = 600$ सेमी

∴ कंटेनर का आयतन = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 600 = 207900 \text{ सेमी}^3$$

धातु का वजन = $207900 \times \frac{5}{1000}$ कि.ग्रा

= 1039.5 कि.ग्रा

Sol^n 25. $r = 1$ मी. और $h = 40$ मी .....(दिया है।)

∴ शीट का क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$= 2 \times \pi \times 1 \times 40$

$= 80\pi$ मी²

Sol^n 26. माना त्रिज्या की ऊँचाई $2k$ और $3k$ है।

∴ आयतन = $\pi r^2 h$

$$\frac{22}{7} \times (2k)^2 \times (3k) = 1617$$

$k = 3.5$

त्रिज्या = $r = 2k = 7$ सेमी.

ऊँचाई = $h = 3k = 10.5$ सेमी.

∴ संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7 + 10.5) = 770 \text{।}$$

Sol^n 27. $r + h = 37$ सेमी .....(दिया है।)

∴ संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h) = 1628$

$2\pi r \times 37 = 1628$

$r = 7$ सेमी.

$h = 37 - 7 = 30$ सेमी.

∴ आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 30 = 4620$ मी³

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol^n 28. $\dfrac{\text{वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}} = \dfrac{1}{2}$

वक्र पृष्ठ का क्षे $= \dfrac{1}{2} \times$ संपूर्ण पृष्ठ का क्षे $= \dfrac{1}{2} \times 616 = 308$ सेमी^{2}

$2\pi rh = 308$ ....(i)

संपूर्ण पृष्ठ का क्षे. $= 2\pi r(r+h) = 616$

$2\pi r^2 = 616 - 308 = 308$

$r = 7$ सेमी

r का मान समीकरण (i) में रखने पर

$h = 7$ सेमी

$\therefore$ आयतन $= \pi r^2 h$

$= \dfrac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = 1078$ सेमी^{3}

Sol^n 29. वास्तविक लंब $= h$

नया लंब $= 6h$

आधार का वास्तविक क्षे. $= \pi r^2$

नए आधार का क्षे. $= \dfrac{1}{9}\pi r^2$

छड़ की नई त्रिज्या वास्तविक त्रिज्या की $\dfrac{1}{3}$ है।

वक्र पृष्ठ का वास्तविक क्षे. $= 2\pi rh$

$\therefore$ नये वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi \times \dfrac{1}{3} r \times 6h$

$= 2\pi rh \times 2$

संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 2 गुणा हो जाएगा 2

Sol^n 30.

तीसरी टंकी का आयतन

= पहली दोनों टंकियों के आयतन का योगफल

$\pi R^2 H = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2$

$R^2 \times (15) = (15)^2 \times 35 + (10)^2 \times 15$

$R^2 = 625$

$R = 25$ सेमी

Sol^n 31. पाइप के द्वारा प्रति मिनट निकाले गए पानी का आयतन

= संग्रह किए गये पानी का आयतन

$\pi r^2 \times 7 = 11$

$\dfrac{22}{7} \times r^2 \times 7 = 11$

$r = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ मी.

Sol^n 32. बेलनाकर छिद्र का आयतन $= \dfrac{1}{4} \times$ टोस बेलन का आयतन

$\therefore \dfrac{1}{3}\pi r^2 \times 1000 = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{3}\pi \times 10 \times 10 \times 1000$

$r = 5$ सेमी

बेलन की मोटाई

= टोस बेलन की त्रिज्या–बेलनाकार छिद्र की त्रिज्या

$= 10 - 5 = 5$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 33. बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन

$= \pi \times (10)^2 \times 14 = 1400\pi$ मी³

चबुतरे का क्षेत्रफल $= \pi\left(R^2 - r^2\right)$

बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन = चबुतरे का आयतन

बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन

= चबुतरे का क्षे. × चबुतरे की ऊँचाई

$\pi(15^2 \times 10^2) = 125\pi \times$ चबुतरे की ऊँचाई

चबुतरे की ऊँचाई $= \dfrac{1400\pi}{125\pi} = 11.2$ मी

Solⁿ 34. माना कुंए की त्रिज्या $= r$

चबुतरने का आयतन (खोखला बेलन)

= बाहर निकाली गई मिट्टी का आयतन

$$\pi\left((r+1)^2 - r^2\right) \times 5 = \pi r^2 \times 20$$

$$\left[(r+1+r)(r+1-r)\right] = r^2 \times 4$$

$$(2r+1) \times 1 = 4r^2$$

$$4r^2 - 2r - 1 = 0$$

$$r = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{8} = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \text{ मी}$$

Solⁿ 35. $h = 16$ सेमी ....(दिया है।)

∴ बेलन का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

= आयताकार परत का क्षेत्रफल

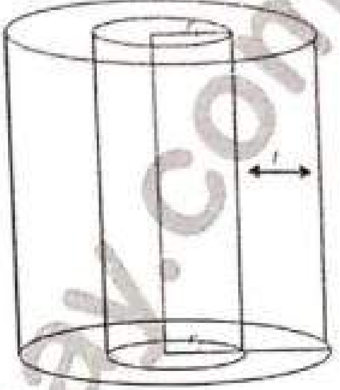
$$2\pi rh = 16 \times 22 \text{ cm}^2$$

$$r = \frac{16 \times 22}{2 \times \frac{22}{7} \times 16} = \frac{7}{2}$$

∴ बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 16 = 616 \text{ सेमी}^3$$

Solⁿ 36.



माना पाईप की मौटाई t है।

∴ धातु के पाईप का आयतन $= \pi\left(r_1^2 - r_2^2\right) \times h$

$$748 = \frac{22}{7} \times \left[(9)^2 - (9-t)^2\right] \times 14$$

$$748 = \frac{22}{7} \times \left[(9+9-t) - (9-9+t)\right] \times 14$$

$$748 = \left[(18-t)t\right] \times 44$$

$$t^2 - 18t + 17 = 0$$

$$(t-17)(t-1) = 0$$

$t = 1$, or $t = 17$ (संभव नहीं है।)

अतः, मौटाई = 1 सेमी

Solⁿ 37. $\dfrac{r_A}{r_B} = \dfrac{3}{2}, \dfrac{h_A}{h_B} = \dfrac{n}{1}$ ......(दिया है।)

$$V_A = 3V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{\pi r_A^2 h_A}{\pi r_B^2 h_B} = \frac{3}{1}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \times \left(\frac{h_A}{h_B}\right) = \frac{3}{1}$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{n}{1} = \frac{3}{1}$$

$$n = \frac{4}{3}$$

Solⁿ 38. माना पहले बेलन का आयतन, ऊँचाई, त्रिज्या V_1, r_1 और h_1 है।

और दूसरे बेलन का आयतन, त्रिज्या और ऊँचाई V_2, r_2 और h_2 है।

$h_1 = h_2$, $V_2 = 2V_1$

$r_1 = r$, $r_2 = ?$

$\therefore \quad \pi r_2^2 h_2 = 2\pi r_1^2 h_1$

$r_2^2 = 2r_1 = 2r$

$r_2 = r\sqrt{2}$

Solⁿ 39. $h = 6$ मी ....(दिया है)

$\therefore$ आधार का क्षेत्रफल = $2\pi r$

$\therefore$ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi r^2 h$

प्रश्नानुसार,

$3 \times (2\pi r^2) = 2 \times 2\pi r^2 h$

$3r = 2h = 2 \times 6$

$r = 4$ मी

Solⁿ 40. माना त्रिज्या में t सेमी की वृद्धि कर जाती है

तब आयतन = $\pi(10+t)^2 \times 4$

यदि ऊँचाई में t सेमी की वृद्धि की जाती है

तब आयतन = $\pi(10)^2 \times (4+t)$

दोनो स्थिति में आयतन समान होना चाहिए।

$\pi(10+t)^2 \times 4 = \pi(10)^2 \times (4+t)$

$(t+10)^2 = 25(4+t)$

$t^2 + 100 + 20t = 100 + 25t$

$t^2 = 5t$

$t = 5$ सेमी

Solⁿ 41. $\therefore$ आधार का क्षे. = $\pi r^2 = b \Rightarrow r = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}}$

$\therefore$ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh = a$

$h = \frac{a}{2\pi r} = \frac{a\sqrt{\pi}}{2.\pi.\sqrt{b}} = \frac{a}{2\sqrt{\pi b}}$ सेमी

Solⁿ 42. 10 मिनट में बहने वाले पानी का आयतन = 440 मी

1 मिनट में बहने वाले पानी का आयतन = 44 मी

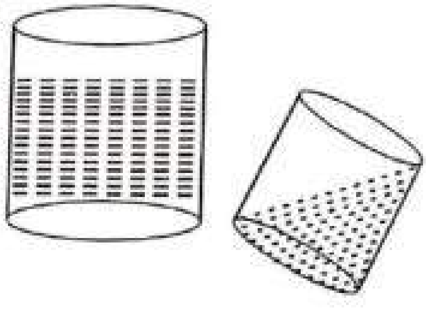
$\therefore \quad \pi r^2 h = 44$

$\frac{22}{7} \times r^2 \times 7 = 44$

$r^2 = 2$

$r = \sqrt{2}$ मी

Solⁿ 43.



माना बेलन का कुल आयतन = $5x$ लीटर

पानी का आयतन = $\frac{4}{5} \times 5x = 4x$ लीटर

झुकाने के बाद पानी कुल आयतन का आधा होगा = $\frac{5x}{2}$

mathswithabhinay.com

व्यर्थ पानी $= 4x - \frac{5x}{2}$

$$30 = \frac{3x}{2}$$

$x = 20$ लीटर

अतः बेलन का आयतन $= 5x =$ 100 लीटर.

Sol^n 44. ∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

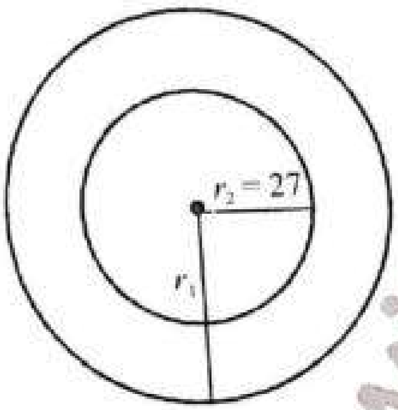
50 खम्भों का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल $= 50 \times 2\pi rh$

$$= 50 \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{50}{2 \times 100} \times 4 = 314 \text{ मी}^2$$

खम्भे को साफ कराने में लगा खर्चा $= 314 \times 0.5$

$= 157$ रु.

Sol^n 45.



दीवार की मोटाई $= r_1 - r_2$

$$\pi\left(r_1^2 - r_2^2\right) = 352$$

$$r_1^2 - r_2^2 = \frac{352}{22} \times 7 = 112$$

$$r_1^2 - (27)^2 = 112$$

$r_1 = \sqrt{841} = 29$ सेमी

दीवार की मोटाई $= 29 - 27 = 2$ सेमी.

Sol^n 46. $r = \frac{3}{4}h$ .....(दिया है)

$$h = \frac{4r}{3}$$

∴ आयतन $= \pi r^2 h = 38808$ मि.ली $= 38.808$ लीटर

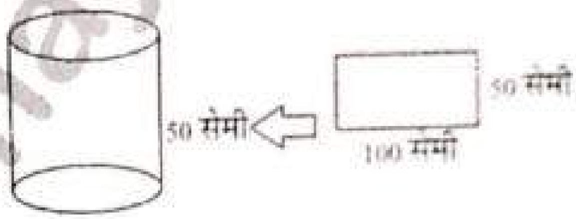
$= 38.808 \times 1000$ सेमी^{3}

$$\frac{22}{7} \times r^2 \times \left(\frac{4r}{3}\right) = 38808$$

$r^3 = 9261$

$r = 21$ सेमी

Sol^n 47.



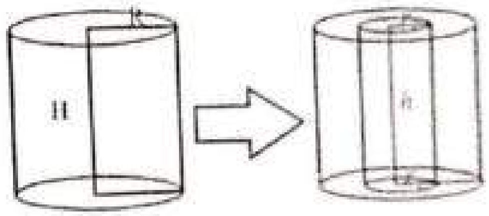
$2\pi r = 100$ सेमी

तब, सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$100 \times 50 = 5000$ सेमी^{2}

पेंट कराने का खर्चा $= 5000 \times \frac{50}{100} =$ Rs. 2500

Sol^n 48.



ठोस बेलन का आयतन = धातु के खोखले पाईप का आयतन

$$\pi R^2 H = \pi\left(r_1^2 - r_2^2\right)h \qquad \{H = h\}$$

$$R^2 = r_1^2 - r_2^2$$

$$R^2 = (25)^2 - (24)^2$$

$R^2 = 49$

$R = 7$

अतः, व्यास $= 14$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 49. ∴ सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे. $= 2\pi r(r+h) = 462$ सेमी²

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल=

$2\pi rh = \frac{1}{3}\times 462 = 154$ सेमी²

$\pi rh = 77$ सेमी² .....(i)

$2\pi r(r+h) = 462$ सेमी²

$2\pi r^2 + 2\pi rh = 462$

$2\pi r^2 + 154 = 462$

$2\pi r^2 = 308$

$r = 7$ सेमी

समीकरण (i) को r से गुना करने पर

अतः, आयतन $= \pi r^2 h = \pi rh \times r$

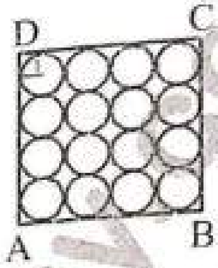
$= 77\times 7 = 539$ सेमी³

Solⁿ 50. ∴ आयतन $= \pi\left(r_1^2 - r_2^2\right)\times h$

$= \frac{22}{7}\left((14)^2 - (12)^2\right)\times 35$

$= 110\times 26\times 2 = 5720$ सेमी³

Solⁿ 51.



प्रत्येक वृत्त का व्यास = 2सेमी

∴ $AB = 2\times 4 = 8$

उसी तरह, $CD = 8$

तल का क्षेत्रफल $= AB\times CD = 64$ सेमी²

★★★★

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली - शंकु

1. एक शंकुवाकार पर्वत की तिर्यक ऊँचाई 2.5 किमी है और उसके आधार का कुल क्षेत्रफल 1.54 वर्ग किमी है। पर्वत की ऊँचाई होगी। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(a) 2.2 किमी (b) 2.4 किमी
(c) 3 किमी (d) 3.11 किमी

2. दो शंकुओं के आयतन का अनुपात 2 : 3 है और उनके आधार की त्रिज्याओं का अनुपात 1 : 2 है, तो उनकी ऊँचाईयों का अनुपात क्या होगा?

(a) 3:8 (b) 8:3
(c) 4:3 (d) 3:4

3. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु जिसकी ऊँचाई 24 सेमी है, का आयतन 1232 सेमी^{3} है, तो इसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(a) 1254 सेमी^{2} (b) 704 सेमी^{2}
(c) 550 सेमी^{2} (d) 154 सेमी^{2}

4. यदि एक शंकु की ऊँचाई को दो गुना कर दिया जाए और त्रिज्या को बराबर रखा जाए तो पहले शंकु के आयतन का दूसरे शंकु के आयतन से अनुपात क्या होगा?

(a) 2:1 (b) 1:8
(c) 1:2 (d) 8:1

5. एक शंकु के आधार की त्रिज्या और उसकी तिर्यक ऊँचाई का अनुपात 4 : 7 है, यदि वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 792 सेमी^{2} है तो इसके आधार की त्रिज्या (सेमी) होगी। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(a) 8 (b) 12
(c) 14 (d) 16

6. एक शंकु की ऊँचाई 30 सेमी है, इसके आधार के समानांतर शंकु के ऊपरी हिस्से से एक छोटा शंकु काटा जाता है, यदि शंकु का आयतन बड़े शंकु के आयतन का $\frac{1}{27}$ है। तो शंकु के आधार से कितनी ऊँचाई से इसे काटा गया है?

(a) 6 सेमी (b) 8 सेमी
(c) 10 सेमी (d) 20 सेमी

7. एक लम्बवृत्तीय शंकु का व्यास 4सेमी और उसकी ऊँचाई $2\sqrt{3}$ सेमी है, तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी?

(a) 5 सेमी (b) 4 सेमी
(c) $2\sqrt{3}$ सेमी (d) 3 सेमी

8. एक अर्द्धवृत्ताकार धातु की शीट का व्यास 28 सेमी है। को मोड़कर एक खुला शंकु बनाया जाता है, तो शंकु की गहराई लगभग होगी।

(a) 11 सेमी (b) 12 सेमी
(c) 13 सेमी (d) 14 सेमी

9. एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई और व्यास का अनुपात 3 : 2 है और उसका आयतन 1078 घन सेमी है, तो इसकी ऊँचाई होगी? $(\pi = \frac{22}{7})$

(a) 7 सेमी (b) 14 सेमी
(c) 21 सेमी (d) 28 सेमी

10. एक शंकुवाकार टैन्ट के आधार की त्रिज्या 16 मीटर है। यदि टैन्ट को बनाने के लिए $427\frac{3}{7}$ मी^{2} कपड़े की जरूरत होती है, तो टैन्ट की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी? $(\pi = \frac{22}{7})$

(a) 17 मीटर (b) 15 मीटर
(c) 19 मीटर (d) 8.5 मीटर

Scanned by CamScanner

11. एक लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या को दोगुना कर दिया जाता है और इसकी ऊँचाई को समान रखा जाता है। तो शंकु का आयतन होगा।
(a) पहले शंकु के आयतन का 3 गुना
(b) पहले शंकु के आयतन का 4 गुना
(c) पहले शंकु के आयतन का $\sqrt{2}$ गुना
(d) पहले शंकु के आयतन का 2 गुना

12. एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार का परिमाप 8सेमी है। यदि शंकु की ऊँचाई 21सेमी हो तो उसका आयतन होगा?
(a) 108π सेमी^{3} (b) $\frac{112}{\pi}$ सेमी^{3}
(c) 112π सेमी^{3} (d) $\frac{108}{\pi}$ सेमी^{3}

13. एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 3.6 सेमी और उसकी आधार की त्रिज्या 1.6 सेमी है, इस शंकु को पिघलाकर एक दूसरे लम्बवृत्ती शंकु में बदला जाता है जिसकी त्रिज्या 1.2 सेमी है, तब शंकु की ऊँचाई क्या होगी? (सेमी में)
(a) 3.6 (b) 4.8
(c) 6.4 (d) 7.2

14. यदि किसी बाल्टी की ऊँचाई 45 सेमी तथा दोनों सिरों की त्रिज्याएं क्रमश 28 सेमी तथा 7 सेमी है तो बाल्टी का आयतन ज्ञात करो $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
(a) 48510 (b) 45810
(c) 48150 (d) 48051

15. एक शंकु को इसकी ऊँचाई के मध्य बिन्दु पर इसके आधार के समानांतर काटा जाता है, तो अब शंकु के दो हिस्सों के आयतनों का अनुपात क्या होगा?
(a) 1 : 1 (b) 1 : 8
(c) 1 : 4 (d) 1 : 7

16. एक शंकु की ऊँचाई और आधार की त्रिज्या को 100% बढ़ा दिया जाता है, तो शंकु के आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?
(a) 700% (b) 400%
(c) 300% (d) 100%

17. एक शंकु जिसकी त्रिज्या 7 सेमी. और ऊँचाई 24 सेमी है, का तिर्यक ऊँचाई, आयतन, वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल और सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
(a) 25 सेमी., 1232 सेमी^{3}, 550 सेमी^{2}, 704 सेमी^{2}
(b) 32 सेमी, 12936 सेमी^{3}, 2310 सेमी^{2}, 3696 सेमी^{2}
(c) 45 सेमी, 12636 सेमी^{3}, 2310 सेमी^{2}, 3696 सेमी^{2}
(d) 15 सेमी, 12936 सेमी^{3}, 2022 सेमी^{2}, 9636 सेमी^{2}

18. एक शंकुआकार मकबरे की तिर्यक ऊँचाई 13 मीटर और व्यास 10 मीटर है। 7 रु./वर्गमीटर की दर से मकबरे को बनाने में कितना खर्चा आएगा।
(a) 2200 रु. (b) 1800 रु.
(c) 1430 रु. (d) 1200 रु.

19. एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 24 सेमी. और आधार की त्रिज्या 7 सेमी. है, आधार के समानांतर ऊँचाई के मध्य बिन्दु से काटे गए शंकु के ऊपरी भाग का आयतन क्या होगा?
(a) 168 सेमी^{3} (b) 154 सेमी^{3}
(c) 1078 सेमी^{3} (d) 800 सेमी^{3}

20. एक वृत्तखण्ड जिसका कोण 90° है और त्रिज्या 4 सेमी है, के किनारों को मिलाकर एक लम्बवृत्तीय शंकु बनाया जाता है, तो शंकु का आयतन ज्ञात करो।
(a) $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ सेमी^{3} (b) $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$ सेमी^{3}
(c) $\frac{\pi\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ सेमी^{3} (d) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ सेमी^{3}

21. एक वृत्तखण्ड जिसकी त्रिज्या 3 सेमी और कोण 120° है, को एक शंकु के रूप में बदला जाता है, तो शंकु का आयतन ज्ञात करो।
(a) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ सेमी^{3} (b) $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$ सेमी^{3}
(c) $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ सेमी^{3} (d) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ सेमी^{3}

Scanned by CamScanner

22. एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या $3r$ है, और इसकी ऊँचाई r है, तो शंकु का आयतन क्या होगा?

(a) $\frac{1}{3}\pi r^3$ (b) $\frac{2}{3}\pi r^3$

(c) $3\pi r^3$ (d) $9\pi r^3$

23. एक लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 5 : 12 है और इसका आयतन 2512सेमी³ है, तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी? ($\pi = 3.14$)

(a) 14 सेमी (b) 16 सेमी

(c) 24 सेमी (d) 26 सेमी

24. एक 7 मीटर त्रिज्या और 24 मीटर ऊँचाई वाले शंकु को बनाने में 2.5 मीटर चौड़ाई वाले कितने लम्बे कपड़े की आवश्यकता होगी?

(a) 120 मीटर (b) 180 मीटर

(c) 220 मीटर (d) 550 मीटर

25. एक 14 मीटर ऊँचाई वाले और 346.5 मी² आधार के क्षेत्रफल वाले शंकु को बनाने में 1.1 मीटर चौड़ाई वाले कितने लम्बे कपड़े की आवश्यकता होगी?

(a) 665 मीटर (b) 525 मीटर

(c) 490 मीटर (d) 860 मीटर

26. एक शंकुवाकार टेन्ट में 11 व्यक्ति आ सकते हैं। प्रत्येक व्यक्ति को आधार पर 4मी² जगह चाहिए और साँस लेने के लिए 220मी³ हवा चाहिए तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात करो।

(a) 145 मीटर (b) 155 मीटर

(c) 165 मीटर (d) 205 मीटर

27. यदि एक शंकु के आधार की त्रिज्या को आधा कर दिया जाए और ऊँचाई को समान रखा जाए तो इस प्रकार बने शंकु का आयतन तथा पहले बने शंकु के आयतन का अनुपात क्या होगा?

(a) 1:2 (b) 1:3

(c) 1:4 (d) 2:3

28. एक लम्बवृत्ती शंकु की तिर्यक ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः H और r है, तब वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल और आधार के क्षेत्रफल का अनुपात क्या होगा?

(a) 2H : r (b) H : r

(c) H : 2r (d) H² : r²

29. दो शंकुओं के व्यास बराबर हैं और उनकी तिर्यक ऊँचाई का अनुपात 5 : 4 है, यदि छोटे शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 200सेमी² है, तो बड़े शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 200 (b) 250

(c) 400 (d) 500

30. एक 10 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्ताकार पेपर की शीट का 40 प्रतिशत भाग हटा दिया जाता है। यदि शेष भाग से एक शंकु बनाया जाता है, तो शंकु की त्रिज्या और उसकी ऊँचाई का अनुपात क्या होगा?

(a) 1:2 (b) 1:1

(c) 3:4 (d) 4:3

31. एक शंकुवाकार टैंक की ऊँचाई 60 मी और उसके आधार का व्यास 64 मीटर है, तब 35 रु/मी² की दर से इसके बाहर की ओर पेंट कराने का खर्चा क्या होगा?

(a) लगभग 52.00 रु. (b) लगभग 39.20 रु.

(c) लगभग 35.20 रु. (d) लगभग 23.94 रु.

32. यदि एक लंबवृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, और ऊँचाई H है, और अर्द्धलम्बवत कोण α है, तब S होगा।

(a) $\pi h^2 \tan^2 \alpha$ (b) $\frac{1}{3}\pi h^2 \tan^2 \alpha$

(c) $\pi h^2 \sec\alpha \tan\alpha$ (d) $\frac{1}{3}\pi h^2 \sec\alpha \tan\alpha$

33. एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः 12 सेमी और 6 सेमी है, शंकु के आधार से 3 सेमी. की ऊँचाई पर आधार के समानांतर काटे गए भाग के वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 4 सेमी (b) 5.5 सेमी

(c) 4.5 सेमी (d) 3.5 सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

34. एक शंकु के आधार की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई का अनुपात 4 : 7 है यदि इसका वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 792 सेमी² है तो इसके आधार की त्रिज्या (सेमी) होगी।

(a) 8 (b) 12
(c) 14 (d) 16

35. एक शंकु के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 5 : 12 है। यदि शंकु का आयतन $314\frac{2}{7}$ सेमी³ है, तो इसकी तिर्यक ऊँचाई (सेमी) होगी।

(a) 12 (b) 13
(c) 15 (d) 17

36. दो शंकुओं की त्रिज्याओं का अनुपात 3 : 4 है और ऊँचाईयों का अनुपात 4 : 3 है, तब उनके आयतनों का अनुपात होगा।

(a) 3 : 4 (b) 4 : 3
(c) 9 : 16 (d) 16 : 9

37. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु को आधार के समानांतर दो तलों द्वारा तीन भागों में बाटा जाता है, जिनका आयतन V_1, V_2, V_3 है, जो कि लम्ब को भी 3 बराबर भागों में बाँटता है तब $V_1:V_2:V_3$ है।

(a) 1 : 2 : 3 (b) 1 : 4 : 6
(c) 1 : 6 : 9 (d) 1 : 7 : 19

38. यदि किसी बाल्टी की ऊँचाई 45 सेमी तथा दोनों सिरो की त्रिज्याएँ क्रमशः 28 सेमी तथा 7 सेमी है तो बाल्टी का आयतन ज्ञात करो

$(\pi = \frac{22}{7})$

(a) 48510 (b) 45810
(c) 48150 (d) 48051

39. एक समकोण वृत्ताकार भाग जिसकी त्रिज्या 'r' है, को मोड़कर एक शंकु बनाया जाता है, तब शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल होगा?

(a) πr^2 सेमी² (b) $4\pi r^2$ सेमी²
(c) $\frac{\pi r^2}{4}$ सेमी² (d) $2\pi r^2$ सेमी²

40. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु की ऊँचाई, वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल और आयतन क्रमशः h, c, v है, तब $3\pi vh^3 - c^2h^2 + 9v^2$ का मान होगा।

(a) 2 (b) –1
(c) 1 (d) 0

41. एक बाँध एक लम्बवृत्तीय छिन्नक के आकार का है, इसके ऊपर वाले भाग का व्यास 8 सेमी और निचले भाग का व्यास 4 सेमी और गहराई 6 सेमी है, तो वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

(a) 118.4 मी² (b) 162.3 मी²
(c) 452 मी² (d) 119.26 मी²

42. एक खोखले शंकु को एक तल के द्वारा आधार के समानांतर काट के ऊपर वाले भाग को हटा दिया जाता है, यदि बचे हुए ठोस का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल संपूर्ण शंकु के पृष्ठ क्षेत्रफल का 8/9 वाँ भाग है, तो दोनों भागों की ऊँचाई का अनुपात ज्ञात करो।

(a) 2 : 3 (b) 1 : 3
(c) 1 : 2 (d) 1 : 4

43. एक शंकुवाकार टेन्ट के आधार की त्रिज्या 5 मीटर है, यदि टेन्ट की ऊँचाई 12 मीटर है, तो टेन्ट को बनाने में लगने वाले कपड़े का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 300 π मी² (b) 60 π मी²
(c) 90 π मी²
(d) 65s π मी²

44. एक शंकुवाकार टेन्ट को बनाने में 5 मीटर चौड़ाई वाले कितनी लंबाई के कपड़े की आवश्यकता होगी यदि जिसकी आधार की त्रिज्या 7 मीटर और ऊँचाई 24 मीटर है।

$\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(a) 108 मीटर (b) 110 मीटर
(c) 112 मीटर (d) 115 मीटर

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

45. एक ठोस शंकु का वजन क्या होगा यदि शंकु का व्यास 14 सेमी और ऊँचाई 51 सेमी है और ठोस धातु का वजन 10 ग्राम/घन सेमी है?

(a) 16.18 किग्रा. (b) 17.25 किग्रा.
(c) 26.18 किग्रा. (d) 71.40 किग्रा.

46. एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 7सेमी और ऊँचाई 24सेमी है, आधार के समानांतर ऊँचाई के मध्य बिन्दु से शंकु को एक तल से काटा जाता है, तो ऊपरी हिस्से का आयतन क्या होगा?

(a) 168 सेमी^{3} (b) 154 सेमी^{3}
(c) 1078 सेमी^{3} (d) 800 सेमी^{3}

47. 15 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्तखण्ड का कोण 120° है। इससे एक शंकु बनाया जाता है तो शंकु का आयतन क्या होगा?

(a) $\left(250\sqrt{2}\right)\pi$ सेमी^{3}

(b) $\left(100\sqrt{2}\right)\pi$ सेमी^{3}

(c) $\left[\left(250\sqrt{2}\right)\pi/3\right]$ सेमी^{3}

(d) $\left[\left(100\sqrt{2}\right)\pi/3\right]$ सेमी^{3}

48. एक शंकु की ऊँचाई 40 सेमी है। शंकु को आधार के समानांतर इस प्रकार काटा जाता है कि छोटे शंकु का आयतन बड़े शंकु के आयतन का $\frac{1}{64}$ है, तो शंकु को कितनी ऊँचाई से काटा गया है?

(a) 20 सेमी (b) 30 सेमी
(c) 25 सेमी (d) 22.5 सेमी

49. एक शंकु के आधार की त्रिज्या 5 सेमी और ऊँचाई 25 सेमी है। आधार के समानांतर शंकु को h ऊँचाई से काटा जाता है, यदि इस छिन्नक का आयतन 110 सेमी^{3} है तो छोटे शंकु की त्रिज्या क्या होगी?

(a) $(104)^{1/3}$ सेमी (b) $(104)^{1/2}$ सेमी
(c) 5 सेमी (d) इनमें से कोई नहीं

50. एक लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः 3सेमी और 9सेमी है, इसके आधार के समानांतर शंकु को तल के द्वारा दो भागों में बाँटा जाता है। छिन्नक का आयतन 44 घन सेमी है, छिन्नक के ऊपरी वृत्ताकार सतह की त्रिज्या क्या होगी?

(a) $\sqrt[3]{12}$ सेमी (b) $\sqrt[3]{13}$ सेमी
(c) $\sqrt[3]{6}$ सेमी (d) $\sqrt[3]{20}$ सेमी

51. एक तल शंकु को दो बराबर आयतनों में बाँटता है यदि तल आधार के समानांतर है, तो ऊँचाई का अनुपात क्या होगा जो शंकु को दो भागों में बाँटती है।

(a) $1 : \sqrt{2}$ (b) $1 : \sqrt[3]{2}-1$
(c) $1 : \sqrt[3]{2}$ (d) $1 : \sqrt[3]{2}+1$

☆☆☆☆

Scanned by CamScanner

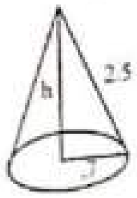
उत्तरमाला

1. (b)	2. (b)	3. (c)	4. (a)	5. (b)	6. (d)	7. (b)	8. (b)	9. (c)
10. (d)	11. (b)	12. (b)	13. (c)	14. (a)	15. (d)	16. (a)	17. (a)	18. (c)
19. (b)	20. (c)	21. (b)	22. (c)	23. (d)	24. (c)	25. (b)	26. (c)	27. (c)
28. (b)	29. (b)	30. (c)	31. (d)	32. (c)	33. (c)	34. (b)	35. (b)	36. (a)
37. (d)	38. (a)	39. (c)	40. (d)	41. (d)	42. (c)	43. (d)	44. (b)	45. (c)
46. (b)	47. (c)	48. (b)	49. (a)	50. (b)	51. (b)			

Scanned by CamScanner

संकेत एवं हल

Sol^n 1. तिर्यक ऊँचाई $(l) = 2.5$ किमी. **...(दिया है।)**



आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = 1.54$ किमी^{2}**...(दिया है।)**

$r = .7$ किमी.

ऊँचाई(h) $= \sqrt{(2.5)^2 - (.7)^2}$

$= \sqrt{(2.5+.7)(2.5+.7)}$ $= 2.4$ किमी.

Sol^n 2. माना दो शंकुओं का आयतन V_1 और V_2 है।

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$ और $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$ **...(दिया है।)**

$$\frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3}\left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

Sol^n 3. ऊँचाई $(h) = 24$ सेमी

आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = 1232$ सेमी^{3} **...(दिया है।)**

$$r^2 = \frac{1232 \times 3 \times 7}{24 \times 22} = 49$$

$r = 7$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$ $= \sqrt{(7)^2 + (24)^2}$

$= 25$ सेमी

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल=

$$\pi rl = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ सेमी}^2$$

Sol^n 4. माना वास्तविक शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई r_1 और h_1 है।

जब शंकु की ऊँचाई को दो गुना कर दिया जाए $h_2 = 2h_1$

और त्रिज्या को समान रखा जाए $r_2 = r_1$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{1}$$

Sol^n 5. $\frac{r}{l} = \frac{4}{7}$ **......(दिया है।)**

$$l = \frac{7r}{4}$$

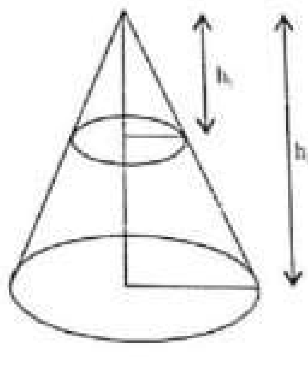
$\therefore$ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi rl = 792$

$$\frac{22}{7} \times r \times \frac{7r}{4} = 792$$

$r^2 = 144$

$r = 12$ सेमी

Sol^n 6. छोटे शंकु का बड़े शंकु के आयतन से अनुपात



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{27} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{3}$$

$$h_1 = \frac{h_2}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ सेमी}$$

तब आधार से ऊँचाई

$= 30 - 10 = 20$ सेमी $= h_1 h_2$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 7. त्रिज्या $(r) = \frac{4}{2} = 2$ सेमी

ऊँचाई $(h) = 2\sqrt{3}$ सेमी ....(दिया है।)

$l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$l = \sqrt{(2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4$ सेमी

Solⁿ 8. जब एक R सेमी त्रिज्या वाली अर्द्धवृत्ताकार शीट को एक शंकु के आकार में मोड़ दिया जाता है तब-

शंकु के आधार की त्रिज्या $= \frac{R}{2}$ $(\because 2\pi r = \pi R)$

$r = \frac{14}{2} = 7$ सेमी, और तिर्यक ऊँचाई $(l) = R$

$\Rightarrow l = 14$ सेमी

$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(14)^2 - (7)^2} = 12$ सेमी (लगभग)

Solⁿ 9. शंकु की ऊँचाई और व्यास क्रमश: h और d हैं।

$\frac{h}{d} = \frac{3}{2}$ .....(दिया है।)

$\frac{h}{2r} = \frac{3}{2}$

$r = \frac{h}{3}$

$\therefore$ आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = 1078$ सेमी³

$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{h^2}{9} \times h = 1078$

$h^3 = 9261$

$h = 21$ सेमी

Solⁿ 10. त्रिज्या $(r) = 16$मी ....(दिया है।)

$\therefore$ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l = 427\frac{3}{7}$

$\frac{22}{7} \times 16 \times l = 427\frac{3}{7}$

$l = 8.5$ मीटर

Solⁿ 11. आयतन $\propto$ (त्रिज्या)²

यदि त्रिज्या को 2 गुना कर दिया जाता है, तो आयतन 4 गुना होगा।

Solⁿ 12. आधार का परिमाप $= 2\pi r = 8$ ....(दिया है।)

$r = \frac{4}{\pi}$ सेमी और $h = 21$ सेमी

$\therefore$ आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi \times \frac{16}{\pi^2} \times 21 = \frac{112}{\pi}$ सेमी³

Solⁿ 13. पिघलाये गए शंकु की ऊँचाई और त्रिज्या h_1 और r_1 है, और बनाये गए शंकु की ऊँचाई और त्रिज्या h_2 और r_2 है।

$h_1 = 3.6$ सेमी, $r_1 = 1.6$ सेमी, $r_2 = 1.2$ सेमी, $h_2 = ?$

यदि किसी ठोस धातु को पिघलाकर दूसरी ठोस धातु बनाई जाती है, तो दोनों को आयतन समान रहता है।

$\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2$

$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{h_2}{h_1}$

$\left(\frac{1.6}{1.2}\right)^2 = \frac{h_2}{3.6}$

$h_2 = 6.4$ सेमी

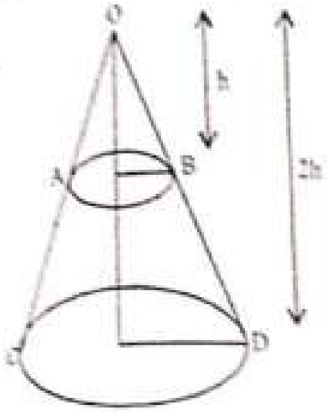
Solⁿ 14. बाल्टी की क्षमता = छिन्नक का आयतन

$= \frac{1}{3}\pi\left(r^2 + R^2 + rR\right)h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7}\left\{7^2 + (28)^2 + (7)(28)\right\} \times 45 = 48510$ सेमी³

Scanned by CamScanner

Solⁿ 15.



$$\frac{\text{शंकु OAB का आयतन}}{\text{शंकु OCD का आयतन}} = \left(\frac{h}{2h}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

निचले हिस्से ABCD का आयतन = शंकु का आयतन − शंकु OAB का आयतन = 7

तब ऊपरी हिस्से के आयतन का निचले हिस्से के आयतन से अनुपात = 1 : 7

Solⁿ 16. माना शंकु की शुरुआत में ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः h और r है।

शुरुआती आयतन $(V_1) = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

जब त्रिज्या और ऊँचाई को 100 प्रतिशत से बढ़ा दिया जाता है।

तब, परिणामी त्रिज्या = $2r$ और परिणामी ऊँचाई = $2h$

अंतिम आयतन $(V_2) = \frac{1}{3}\pi (2r)^2 \times 2h = 8 \times V_1$

आयतन में प्रतिशत वृद्धि $= \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100$

$= \frac{8V_1 - V_1}{V_1} \times 100 = 700\%$

Solⁿ 17. त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी,
ऊँचाई $(h) = 24$ सेमी .....(दिया है।)

तिर्यक ऊँचाई $(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{(7)^2 + (24)^2} = 25$ सेमी

आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 24 = 1232$ सेमी³

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ सेमी²

सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r(l + r)$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times (25 + 7) = 704$ सेमी²

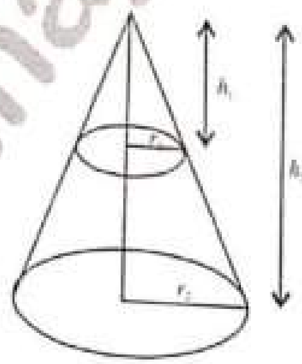
Solⁿ 18. तिर्यक ऊँचाई$(l) = 13$ मी, त्रिज्या$(r) = 5$ मी ...(दिया है।)

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 13 \times 5$

मकबरे को बनाने का खर्चा

$= \frac{22}{7} \times 13 \times 5 \times 7 = 1430$ रु.

Solⁿ 19.



$\therefore \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}$

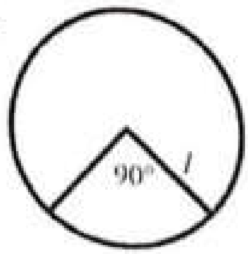
$h_1 = \frac{h_2}{2} = 12$ सेमी

$r_1 = \frac{r_2}{2} = \frac{7}{2}$ सेमी

ऊपरी भाग का आयतन

$= \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12 = 154$ सेमी³

Solⁿ 20.



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

तिर्यक ऊँचाई (l) = वृत्त की त्रिज्या = 4 सेमी

r = शंकु की त्रिज्या

∴ शंकु के आधार का परिमाप = $2\pi r$

$2\pi r = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times$ (वृत्त का परिमाप)

$2\pi r = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 4$

$r = 1$ सेमी.

शंकु की ऊँचाई (h) = $\sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{16-1} = \sqrt{15}$

∴ शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (1)^2 \times \sqrt{15}$

$= \frac{\pi\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ मी³

Solⁿ 21. प्रश्न संख्या 20 की तरह

Solⁿ 22. त्रिज्या = $3r$, ...(दिया है।)

ऊँचाई = r

∴ आयतन = $\frac{1}{3}\pi R^2 H$

(जहाँ R और H शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई है।)

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 9r^2 \times r = 3\pi r^3$

Solⁿ 23. माना शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमश: $5x$ और $12x$ है।

∴ आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$2512 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times (5x)^2 \times (12x)$

$x = 2$

त्रिज्या = $5 \times 2 = 10$ सेमी और ऊँचाई

$= 12 \times 2 = 24$ सेमी

$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(10)^2 + (24)^2} = 26$ सेमी

Solⁿ 24. त्रिज्या (r) = 7 मीटर, ऊँचाई (h) = 2 ....(दिया है।)

$l = \sqrt{(7)^2 + (24)^2} = 25$

वक्र पृष्ठ का क्षे. =

$\pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ सेमी²

आवश्यक कपड़ा = $\frac{\text{शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{कपड़े की चौड़ाई}}$

$= \frac{550}{2.5} = 220$ मीटर

Solⁿ 25. फर्श का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = 346.5$ ....(दिया है)

$r = 10.5$

∴ $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$l = \sqrt{(10.5)^2 + (14)^2} = 17.5$

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $\pi r l = \frac{22}{7} \times 10.5 \times 17.5 = 577.5$ मी²

कपड़े की लंबाई = $\frac{\text{वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{कपड़े की चौड़ाई}}$

$= \frac{577.5}{11} = 525$ मी

Solⁿ 26. फर्श का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = 4 \times 11$ मी²

$r^2 = \frac{44}{\pi}$

∴ टेन्ट का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 220 \times 11$ मी³

$= \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{44}{\pi} \times h = 220 \times 11$

टेन्ट की ऊँचाई (h) = 165 मी

Solⁿ 27. शंकु का शुरुआत में आयतन $V_1 = \frac{1}{3} \times \pi (r_1)^2 h$

जब त्रिज्या को आधा किया जाता है।

$r_2 = \frac{r_1}{2}$

शंकु का अंतिम आयतन $V_2 = \frac{1}{3}\pi (r_2)^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{r_1}{2}\right)^2 h$

∴ आयतन का अनुपात = $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi \frac{r_1^2}{4} h}{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h} = 1:4$

Scanned by CamScanner

Solⁿ 28. तिर्यक ऊँचाई = H, और त्रिज्या = r

$\Rightarrow \dfrac{\text{वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{आधार का क्षे.}} = \dfrac{\pi r H}{\pi r^2} = H : r$

Solⁿ 29. माना दो शंकुओं की तिर्यक ऊँचाई $5l$ और $4l$ है।
दोनों के व्यास समान हैं, तो उनकी त्रिज्या भी समान होगी।

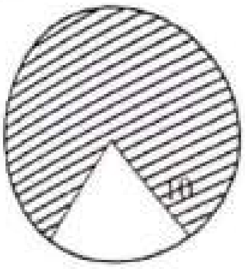
$\therefore \dfrac{\text{छोटे शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{बडे शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षे.}} = \dfrac{\pi r(4l)}{\pi r(5l)}$

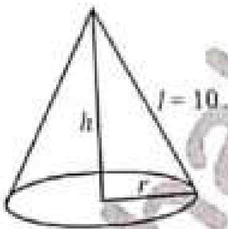
बड़े शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षे.

$= \dfrac{5}{4} \times$ छोटे शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षे.

$= \dfrac{5}{4} \times 200 = 250$ सेमी²

Solⁿ 30.





$\therefore \pi r l$ = वृत्ताकार शीट का 60%

$\Rightarrow \pi r \times 10 = \dfrac{60}{100} \times \pi \times 10 \times 10$

$\Rightarrow r = 6$ सेमी

अब, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$\Rightarrow 10 = \sqrt{l^2 + h^2}$

$\Rightarrow h = 8$ सेमी

अब त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात $= \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$

Solⁿ 31. ऊँचाई(h) = 60 मी, त्रिज्या (r) = 32 मी ...(दिया है)

$\Rightarrow l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(60)^2 + (32)^2} = 68$ मीटर

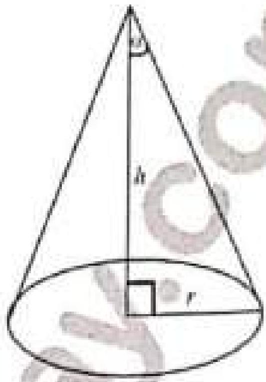
वक्र पृष्ठ का क्षे. $= \pi r l$

$= \dfrac{22}{7} \times 32 \times 68$

$= 6838.85 = 0.6838$ मी²

पेंट कराने का खर्चा $= 35 \times 0.6838 = 23.94$ रु.

Solⁿ 32.



$\tan \alpha = \dfrac{r}{h} \Rightarrow r = h \tan \alpha$

$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{h^2 \tan^2\alpha + h^2}$

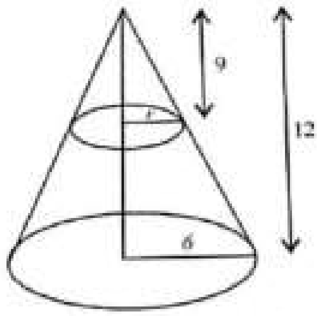
$= \sqrt{h^2(\tan^2\alpha + 1)} = h \sec \alpha$

$\therefore$ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल(S) $= \pi r l$

$= \pi \times h \tan \alpha \times h \sec \alpha$

$= \pi\, h^2 \sec \alpha \tan \alpha$

Solⁿ 33.



छोटे शंकु की आधार से ऊँचाई = 3 सेमी
छोटे शंकु शीर्ष से ऊँचाई = 12 − 3 = 9 सेमी

$\therefore \dfrac{r}{6} = \dfrac{9}{12} \Rightarrow r = 4.5$ सेमी

Solⁿ 34. माना शंकु की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई $4x$ और $7x$ है।

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l$

$= \dfrac{22}{7} \times 4x \times 7x = 792$

$x^2 = 9$

Scanned by CamScanner

$x=3$

अतः, त्रिज्या $=4x=4\times3=12$ सेमी

Sol^n 35. माना त्रिज्या और ऊँचाई $5x$ और $12x$ है।

$r=5x,\ h=12x$

विकर्ण की ऊँचाई $=l=\sqrt{r^2+h^2}$

$$=\sqrt{(5x)^2+(12x)^2}=13x$$

$\therefore$ आयतन $=\frac{1}{3}\pi r^2h$

$$\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times(15x)^2\times(12x)=\frac{2200}{7}$$

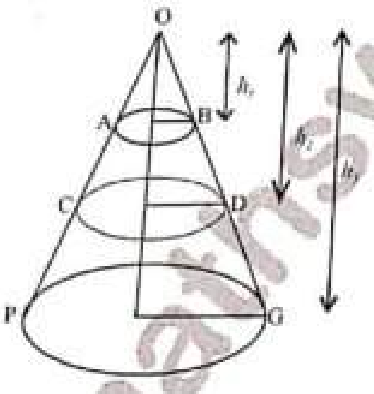
$x=1$

$l=13x=13$ सेमी

Sol^n 36. माना त्रिज्या $3x$ और $4x$ है, और ऊँचाई $4h$ और $3h$ है।

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}\pi(3x)^2\times(4h)}{\frac{1}{3}\pi(4x)^2\times(3h)}=3:4$$

Sol^n 37. जब लंब को तीन बराबर भागो में बाँटा जाता है। तब यह शंकु को तीन बराबर भागो में बांटेगा।



$\therefore$ शंकु OAB का आयतन $=v_1$

जिसकी ऊँचाई $=1$ (माना)

$\therefore$ शंकु OCD का आयतन $=v_2$

जिसकी ऊँचाई $=2$

$\therefore$ शंकु OPG का आयतन $=v_3$

जिसकी ऊँचाई $=3$

$$\frac{v_1}{v_2}=\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

ABCD का आयतन (V_2)

$=$ शंकु OCD का आयतन $-$ शंकु OAB का आयतन

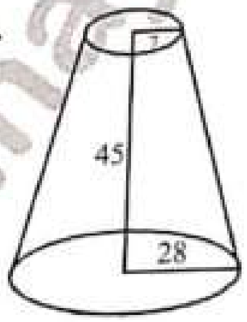
$=8-1=7$

उसी तरह, $\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^2=\left(\frac{h_2}{h_3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$

CFGD का आयतन $(V_3)=v_3-v_2=27-8=19$

$V_1:V_2:V_3=1:7:19$

Sol^n 38.

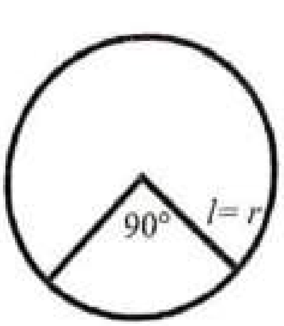


$r=7,\ R=28,\ h=45$ सेमी

$\therefore$ आयतन $=\frac{1}{3}\pi(r^2+R^2+rR)h$

$$\frac{1}{3}\times\frac{22}{7}[(7)^2+(28)^2+7\times28)45=48510\text{ सेमी}^3$$

Sol^n 39. खण्ड की त्रिज्या शंकु की तिर्यक ऊँचाई होगी।



$\therefore$ शंकु के आधार का परिमाप और खण्ड की लंबाई बराबर होंगी।

$$2\pi R=\frac{2\pi r}{4}$$

mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner

$R = \frac{r}{4}$ (जहाँ R शंकु की त्रिज्या है।) $l = r$

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi \times$ (त्रिज्या) $\times$ (विकर्ण की ऊँचाई)

$= \pi \times \frac{r}{4} \times r = \frac{\pi r^2}{4}$

Sol^n 40. $r =$ शंकु की त्रिज्या, ∴ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

(दोनों पक्षों वर्गों में वर्ग करने पर)

$9V^2 = \pi^2 r^4 h^2$ ....(i)

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $(C) = \pi r l$

$= \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$

(दोनों पक्षों में वर्ग करने पर)

$C^2 = \pi^2 r^2 (r^2 + h^2)$

$C^2 = \pi^2 r^4 + \pi^2 r^2 h^2$

$C^2 = \frac{9V^2}{h^2} + \frac{3V\pi}{h} \times h$ [समी. (i) से]

∴ $C^2 = \frac{9V^2}{h^2} + 3\pi hV$

$3Vh^3 - C^2h^2 + 9V^2 = 0$

Sol^n 41.

$r =$ 2मीटर, $R =$ 4मीटर, $h =$ 6मीटर

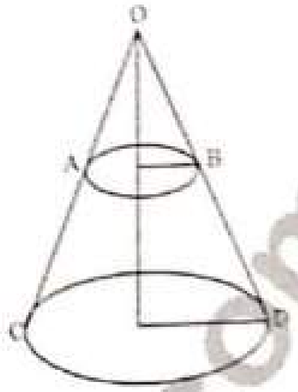
∴ $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$

$= \sqrt{6^2 + (4-2)^2} = \sqrt{40}$

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi(r + R)l$

$= \frac{22}{7}(2+4) \times \sqrt{40} = 119.26$ मी^{2}

Sol^n 42.



ABCD वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \frac{8}{9}$ (OCD वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल)

OAB का वक्र पृष्ठ का क्षे. $= \frac{1}{9}$ (OCD का वक्र पृष्ठ का क्षे.)

$\frac{\text{OAB का वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{OCD का वक्र पृष्ठ का क्षे.}} = \left(\frac{OA}{OC}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\frac{OA}{OC} = \frac{1}{3}$

$\frac{OA}{OA + AC} = \frac{1}{3}$

$\frac{OA}{AC} = 1:2$

$OA : AC = 1:2$

Sol^n 43. $r = 5$ मीटर, $h = 12$मीटर ....(दिया है।)

$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$मीटर

आवश्यक कपड़े का क्षेत्रफल =

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi rl = \pi \times 5 \times 13 = 65\pi$

Sol^n 44. $r = 7$मी, $h = 24$मी .....(दिया है।)

∴ $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{7^2 + (24)^2} = 25$ मी

∴ वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ मी^{2}

आवश्यक कपड़े की लम्बाई $= \frac{550}{5} = 110$मी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol^n 45. $\therefore$ $r = 7$ सेमी, $h = 51$ सेमी ....(दिया है।)

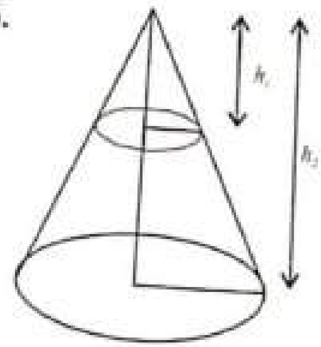
$\therefore$ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 51$

$= 2618$ सेमी^{3}

शंकु का भार $= 2618$ सेमी$^3 \times 10$ ग्राम/सेमी^{3}

$= 26180$ ग्राम $= 26.18$ कि.ग्राम.

Sol^n 46.



$r_1 = 7$ सेमी, $h_1 = 24$ सेमी

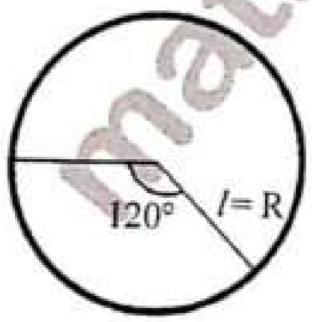
$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 1232$ सेमी^{3}

$h_2 = \frac{h_1}{2} = 12$ सेमी

$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{24}{12}\right)^3 = 8$

$V_2 = \frac{V_1}{8} = \frac{1232}{8} = 154$ सेमी^{3}

Sol^n 47. शंकु की त्रिज्या = शंकु की तिर्यक ऊँचाई = 15 सेमी.



$\therefore$ खण्ड की लम्बाई = शंकु के आधार का परिमाप

$\frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi(15) = 2\pi r$ (जहाँ r शंकु की त्रिज्या है।)

$\Rightarrow r = 5$ सेमी

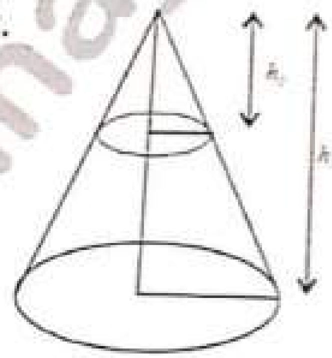
$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(15)^2 - (5)^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

$\therefore$ आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 10\sqrt{2}$

$= [(250\sqrt{2})\pi/3]$ सेमी^{3}

Sol^n 48.



$\therefore \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3$

$\frac{1}{64} = \left(\frac{h_2}{40}\right)^3$

$\frac{1}{4} = \frac{h_2}{40}$

$h_1 = 10$ सेमी

आधार से ऊँचाई $= h_1 - h_2 = 40 - 10 = 30$ सेमी.

Sol^n 49. शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 25 = 654.76$

छोटे शंकु का आयतन $= 654.76 - 110 = 544.761$

$\therefore \frac{\text{छोटे शंकु का आयतन}}{\text{बड़े शंकु का आयतन}}$

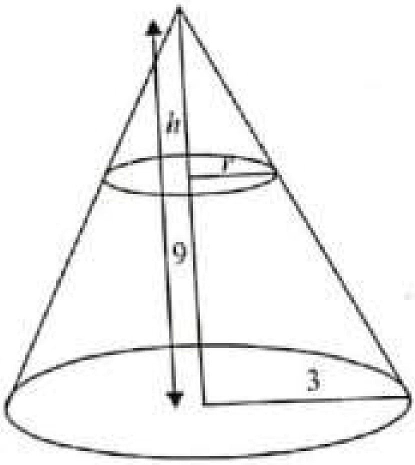
Scanned by CamScanner

$= \left(\dfrac{\text{छोट शंकु की त्रिज्या}}{\text{बड़े शंकु की त्रिज्या}}\right)^3$

$$\frac{544.761}{654.761} = \left(\frac{r}{5}\right)^3$$

$r = (104)^{1/3}$ सेमी

Solⁿ 50.



शंकु का आयतन $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 H$

$= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 9 = 27\pi$

निचले हिस्से का आयतन $v = 44 = 14\pi$

ऊपरी हिस्से का आयतन $= V - v$

$= 27\pi - 14\pi$

ऊपरी हिस्से का आयतन $= \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = 13\pi$

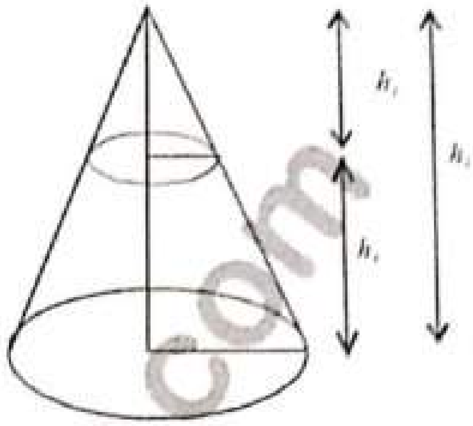
$$\left(\frac{h}{9} = \frac{r}{3} \Rightarrow h = 3r\right)$$

$$13\pi = \frac{1}{3}\pi r^2 (3r)$$

$r^3 = 13$

$r = \sqrt[3]{13}$

Solⁿ 51.



$$V_1 = \frac{V_2}{2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} = \frac{h_1}{h_2}$$

$\Rightarrow h_2 = 2^{1/3} h_1$

वह अनुपात जो ऊँचाई को बाँटता है।

$= h_1 : h_3$ (जहाँ, $h_3 = h_2 - h_1$)

$$= \frac{h_1}{h_2 - h_1} = \frac{h_1}{(\sqrt[3]{2} - 1)h_1}$$

$$\frac{h_1}{h_3} = \frac{1}{(\sqrt[3]{2} - 1)h_1}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली -(गोला)

1. तीन ठोस धातु के गोलों जिनका व्यास 6 सेमी, 8सेमी और 10 सेमी है, को पिघलाकर एक नये ठोस गोले में बदला जाता है, तो नये गोले का व्यास क्या होगा?
(a) 4 सेमी (b) 6 सेमी
(c) 8 सेमी (d) 12 सेमी

2. एक 2 सेमी त्रिज्या के गोले को 4 सेमी त्रिज्या वाले बेलन के अंदर रखा जाता है, जिसके अंदर पानी है यदि गोला पानी के अंदर पूर्णतया डूब जाता है, तो बेलन के अंदर पानी के स्तर में कितनी वृद्धि होगी?
(a) $\frac{1}{3}$ सेमी (b) $\frac{1}{2}$ सेमी
(c) $\frac{2}{3}$ सेमी (d) 2 सेमी

3. एक धातु की खोखली गोलाकार गेंद जिसका बाह्य व्यास 6 सेमी और मोटाई $\frac{1}{2}$ सेमी है। गेंद का आयतन (सेमी^{3}) है।
$(\pi=\frac{22}{7})$
(a) $41\frac{2}{3}$ (b) $37\frac{2}{3}$
(c) $47\frac{2}{3}$ (d) $40\frac{2}{3}$

4. एक 3 सेमी त्रिज्या के तांबे के गोले को 0.2 सेमी व्यास वाले एक तार में बदला जाता है, तार की लम्बाई ज्ञात करो।
(a) 9 सेमी (b) 12 सेमी
(c) 18 सेमी (d) 36 सेमी

5. एक 16 सेमी व्यास और 2 सेमी ऊँचाई वाले ठोस बेलन को पिघलाकर 12 गोले बनाये जाते हैं, तब प्रत्येक गोले का व्यास क्या होगा?
(a) 2 सेमी (b) 4 सेमी
(c) 3 सेमी (d) $\sqrt{3}$ सेमी

6. एक 12 सेमी व्यास वाले शीशे के गोले को पिघलाकर 3 छोटे गोलो में बदला जाता है जिनके व्यास का अनुपात 3 : 4 : 5 है। तो सबसे छोटे गोले की त्रिज्या (सेमी) क्या होगी?
(a) 3 (b) 6
(c) 1.5 (d) 4

7. एक धातु के अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 1848 सेमी^{2} है। अर्द्धगोले को पिघलाकर एक ठोस लम्बवृतीय शंकु बनाया जाता है। शंकु की त्रिज्या गोले की त्रिज्या के बराबर है, तो शंकु की ऊँचाई क्या होगी?
(a) 42 सेमी (b) 26 सेमी
(c) 28 सेमी (d) 30 सेमी

8. एक ठोस गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 108π सेमी^{2} है। अर्द्धगोले का आयतन ज्ञात करें।
(a) 72π सेमी^{3} (b) 144π सेमी^{3}
(c) 108π सेमी^{3} (d) 54π सेमी^{3}

9. एक 8 सेमी त्रिज्या वाले ठोस गोले को पिघलाकर 64 छोटे गोलों में बदला जाता है। गोले के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का एक छोटे गोले के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल से अनुपात होगा?
(a) 4:1 (b) 1:16
(c) 16:1 (d) 1:4

10. एक 3 डेसीमीटर त्रिज्या वाले ठोस गोले को पिघलाकर एक 1 मिलीमीटर मोटाई की ठोस वृत्ताकार शीट बनाई जाती है। शीट का व्यास क्या होगा?
(a) 26 मीटर (b) 24 मीटर
(c) 12 मीटर (d) 6 मीटर

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

11. एक तांबे के तार की लम्बाई 36 मीटर और व्यास 2 मिलीमीटर है, को पिघलाकर एक गोला बनाया जाता है। गोले की त्रिज्या (सेमी) क्या होगी?

(a) 2.5 (b) 3
(c) 3.5 (d) 4

12. एक बच्चा मिट्टी के बने शंकु को जिसकी त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 24 सेमी है, को एक गोले में बदलता है, तो गोले की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 6 (b) 12
(c) 24 (d) 48

13. एक गोला और एक अर्द्धगोले का आयतन समान है, तो उनके वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल का अनुपात होगा?

(a) $2^{\frac{1}{2}}:1$ (b) $2^{\frac{2}{3}}:1$
(c) $4^{-\frac{2}{3}}:1$ (d) $2^{\frac{1}{3}}:1$

14. एक ठोस गोले का व्यास 6 सेमी है, को पिघलाकर एक 8 समान आयतन वाले गोलों में बदला जाता है, तो प्रत्यके छोटे गोले की त्रिज्या (सेमी) क्या होगी?

(a) 1.5 (b) 3
(c) 2 (d) 2.5

15. यदि अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 27 π वर्ग सेमी है, तब अर्द्धगोले के आधार की त्रिज्या क्या होगी?

(a) $9\sqrt{3}$ सेमी (b) 3 सेमी
(c) $3\sqrt{3}$ सेमी (d) 9 सेमी

16. माना एक पानी की बूंद गोलाकार है और उसका व्यास 1/10 सेमी है। एक शंकुवाकार ग्लास का व्यास और ऊँचाई समान है। यदि 32000 बूंदे ग्लास को पूर्णतया भर सकती है, तब ग्लास की ऊँचाई (सेमी) होगी।

(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

17. एक 6 सेमी व्यास वाली धातु की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 12 सेमी त्रिज्या वाले शंकु में बदला जाता है, तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात करो।

(a) 6 सेमी (b) 2 सेमी
(c) 4 सेमी (d) 3 सेमी

18. एक 14 सेमी व्यास वाली कांच की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 14 सेमी व्यास वाले तार में बदला जाता है तो तार की लम्बाई ज्ञात करो।

(a) 27 सेमी (b) $\frac{16}{3}$ सेमी
(c) 15 सेमी (d) $\frac{28}{3}$ सेमी

19. 21 सेमी त्रिज्या वाले गोले का आयतन और सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) 38808 सेमी^{3}, 5544 सेमी^{2}.
(b) 11646 सेमी^{3}, 4838 सेमी^{2}
(c) 32256 सेमी^{3}, 6758 सेमी^{2}
(d) 41456 सेमी^{3}, 5248 सेमी^{2}

20. तीन गोलाकार गेंदों की त्रिज्या 3, 4, 5 मीटर है। तीनों गेंदों को पिघलाकर एक बड़ी गेंद बनाई जाती है, तो नई गेंद की त्रिज्या ज्ञात करो।

(a) 5 मीटर (b) 6 मीटर
(c) 8 मीटर (d) 10 मीटर

21. एक धातु के अर्द्धगोले को पिघलाकर एक शंकु में बदला जाता है, दोनों के आधार की त्रिज्या R है। यदि शंकु की ऊँचाई H है तो-

(a) H = 2 R (b) H = 3 R
(c) $H = \sqrt{3}$ R (d) $H = \frac{3}{2}R$

22. एक r त्रिज्या वाले ठोस अर्द्धगोले से अधिकतम आयतन वाला एक गोला काटा जाता है। अर्द्धगोले के आयतन का काटे गये गोले के आयतन से अनुपात क्या होगा?

(a) 3 : 2 (b) 4 : 1
(c) 4 : 3 (d) 7 : 4

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

23. एक गोलाकार चक्की का आयतन क्या होगा? जिसका आन्तरिक और बाह्य व्यास क्रमशः 8 सेमी और 10 सेमी है।

(a) $\frac{122\pi}{3}$ (b) $\frac{244\pi}{3}$

(c) 212 (d) 257

24. तीन ठोस गोले जिनकी त्रिज्या 1सेमी, 6 सेमी और 8 सेमी है, को पिघलाकर एक नया गोला बनाया जाता है, तो नए गोले की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 10.5 सेमी (b) 9.5 सेमी

(c) 10 सेमी (d) 9 सेमी

25. गोले A और B की त्रिज्याएँ क्रमशः 40 सेमी और 10 सेमी हैं, A और B के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

(a) 1 : 16 (b) 4 : 1

(c) 1 : 4 (d) 16 : 1

26. गोले का आयतन $\frac{88}{21}\times(14)^3$ सेमी^{3} है, गोले का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो। ($\pi=\frac{22}{7}$)

(a) 2424 सेमी^{2} (b) 2446 सेमी^{2}

(c) 2484 सेमी^{2} (d) 2464 सेमी^{2}

27. यदि S_1 और S_2 क्रमशः गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल और बेलन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल है। बेलन के अन्दर गोला पूर्णतः समाहित है, तब S_1 का मान है।

(a) $\frac{3}{4}S_2$ (b) $\frac{1}{2}S_2$

(c) $\frac{2}{3}S_2$ (d) S_2

28. एक गोलाकार शीशे की गेंद जिसकी त्रिज्या 10 सेमी है, को पिघलाकर 5 मिली मीटर त्रिज्या वाली छोटी गेंद बनाई जाती है तो संभावित छोटी गेंदो की संख्या होगी?

($\pi=\frac{22}{7}$)

(a) 8000 (b) 400

(c) 800 (d) 125

29. एक गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन क्रमशः S और V है, तब $\frac{S^3}{V^2}$ का मान होगा-

(a) 32π इकाई (b) 9π इकाई

(c) 18π इकाई (d) 36π इकाई

30. यदि अर्द्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 27π वर्ग सेमी है, तब अर्द्धगोल के आधार की त्रिज्या क्या होगी?

(a) $9\sqrt{3}$ सेमी (b) 3 सेमी

(c) $3\sqrt{3}$ सेमी (d) 9 सेमी

31. गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 8π वर्ग इकाई है तो गोले का आयतन ज्ञात करो।

(a) $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ घन इकाई (b) $\frac{8}{3}\pi$ घन इकाई

(c) $8\sqrt{3}\pi$ घन इकाई (d) $\frac{8\sqrt{3}}{5}\pi$ घन इकाई

32. 5 डेसीमीटर व्यास वाले गोलाकार गोलियों की संख्या क्या होगी? जोकि एक शीशे के आयताकार बॉक्स से काटी गई है, जिसकी विमाएँ 11 मीटर × 10 मीटर × 5 मीटर है। (मान लो कि $\pi > 3$)

(a) 8800 के बराबर (b) 8800 से कम

(c) 8400 के बराबर (d) 9000 अधिकतम

mathswithabhinav.com

Scanned by CamScanner

33. एक बेलनाकार लोहे की छड़ जिसकी ऊँचाई उसकी त्रिज्या की 8 गुना है, को पिघलाकर बेलन की त्रिज्या की आधी त्रिज्या वाली गोलाकार गेंद बनाई जाती है तो उन गोलाकार गेंदों की संख्या क्या होगी?

(a) 12 (b) 16
(c) 24 (d) 48

34. एक घन और ठोस गोले के आयतनों का अनुपात 363 : 49 है। घन की एक भुजा और गोले की त्रिज्या का अनुपात क्या होगा? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 7:11 (b) 22:7
(c) 11:7 (d) 7:22

35. एक 6 सेमी व्यास वाले गोले को एक बेलनाकार टंकी के अंदर डाला जाता है, जोकि आंशिक रूप से पानी से भरी हुई है। टंकी का व्यास 12 सेमी है, यदि गोला पानी में अंशतः डूबा हुआ है तो टंकी के अंदर पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?

(a) 2 सेमी (b) 1 सेमी
(c) 3 सेमी (d) 4 सेमी

36. एक 18 सेमी व्यास वाले तांबे के गोले से 4 मिली मीटर व्यास वाला तार बनाया जाता है तो तार की लम्बाई मीटर में क्या होगी?

(a) 2.43 (b) 243
(c) 2430 (d) 24.3

37. एक 3 सेमी व्यास वाली शीशे की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 3 गोलाकार गेंदों में बदला जाता है। जिनमें 2 गेंदों के व्यास 1.5 सेमी और 2 सेमी है, तो तीसरे गेंद का व्यास क्या होगा?

(a) 3 सेमी (b) 2.66 सेमी
(c) 2.5 सेमी (d) 3.5 सेमी

38. एक अर्द्धगोलाकार कटोरे का परिमाप 176 सेमी है, माना की यह आधा भरा हुआ है, तब 4 सेमी व्यास वाले अर्द्धगोलाकार ग्लास से कितने लोगों में पूर्ती की जा सकती है?

(a) 1372 (b) 1272
(c) 1172 (d) 1472

39. एक अर्द्धगोलाकार कटोरा स्टील का बना हुआ है जिसकी मोटाई 0.5 सेमी है। कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या 4 सेमी है। कटोरे को बनाने में लगे स्टील का आयतन क्या होगा?

(a) 56.83 सेमी^{3} (b) 55.83 सेमी^{3}
(c) 57.83 सेमी^{3} (d) 58.83 सेमी^{3}

40. एक 3 सेमी त्रिज्या के गोले को एक बेलनाकार टंकी जो आंशिक रूप से भरी हुई है, के अंदर डाला जाता है। टंकी की त्रिज्या 6 सेमी है। यदि गोला पानी में पूर्णतः डूब जाए तो पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?

(a) $\frac{1}{4}$ सेमी (b) $\frac{1}{2}$ सेमी
(c) 1 सेमी (d) 2 सेमी

41. एक ठोस खिलौना अर्द्धगोलाकार के आकार का है जिसे एक वृत्ताकार शंकु में बदला जाता है। शंकु की ऊँचाई 2 सेमी है और उसके आधार का व्यास 4 सेमी है। यदि बेलन उस खिलौने घेर लेता है तो बेलन और खिलौने के आयतन में अन्तर ज्ञात कीजिए।

($\pi = 3.14$)

(a) 25.12 सेमी^{3} (b) 2.512 सेमी^{3}
(c) 251.2 सेमी^{3} (d) 0.2512 सेमी^{3}

42. एक 10.5 सेमी त्रिज्या वाले धातु के गोले को पिघलाकार छोटे वृत्ताकार शंकु में बदला जाता है। प्रत्येक की त्रिज्या 3.5 सेमी और ऊँचाई 3 सेमी है, तो शंकुओं की संख्या ज्ञात करो।

(a) 105 (b) 135
(c) 126 (d) 113

mathswithaphinal.com

Scanned by CamScanner

43. एक 9 सेमी आन्तरिक त्रिज्या वाले अर्द्धगोलाकार कटोरे के अंदर पानी भरा हुआ है। इस पानी को 3 सेमी व्यास और 4 सेमी ऊँचाई वाली बेलनाकार बोतलों में भरा जाना है तो पूरे कटोरे को खाली करने के लिए कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?

(1) 54
(2) 63
(3) 27
(4) 72

44. एक अर्द्धगोलाकार कटोरा एक पेय पदार्थ से पूर्णतया भरा हुआ है। यह पेय पदार्थ बेलनाकार टंकी के अंदर भरा जाना है, जिसकी त्रिज्या उसकी ऊँचाई से 50 प्रतिशत अधिक है। यदि कटोरे और बेलनाकार टंकी का व्यास समान है तो टंकी के अंदर पेय पदार्थ होगा।

(1) $66\frac{2}{3}\%$
(2) 78.5 %
(3) 78 %
(4) 100 %

45. एक 27 सेमी त्रिज्या वाले गोले को एक 60 सेमी व्यास वाली बेलनाकार टंकी के अंदर डाला जाता है जोकि आंशिक रूप से पानी से भरी हुई है। यदि पानी के स्तर में वृद्धि x सेमी है तो x का मान है–

(a) $11\frac{21}{25}$ सेमी
(b) $22\frac{4}{25}$ सेमी
(c) $29\frac{4}{25}$ सेमी
(d) $11\frac{23}{25}$ सेमी

46. एक 6 सेमी त्रिज्या वाली शीशे की गोलाकार गेंद को पिघलाकर 3 छोटी गेंदों में बदला जाता है। 2 गेंदों की त्रिज्या 3 सेमी और 4 सेमी है तो तीसरी गेंद की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 6 सेमी
(b) 6.5सेमी
(c) 5.5सेमी
(d) 5सेमी

47. एक 14 सेमी व्यास वाले धातु के गोले को एक आयताकार टंकी के अंदर डाला जाता है जिसकी विमाएँ 49सेमी × $\frac{44}{3}$ सेमी हैं। यदि गोला पूर्णतया डूब जाता है तो पानी के स्तर में कितनी वृद्धि होगी?

(a) 2 सेमी
(b) 1 सेमी
(c) 4 सेमी
(d) 3 सेमी

48. एक 4 सेमी व्यास वाली शीशे की गेंद पर सोना चढ़ाया जाता है। यदि सोने और शीशे का आयतन समान है, तब सोने की मोटाई लगभग होगी।

[दिया है, $\sqrt[3]{2} = 1.259$]

(a) 5.038 सेमी
(b) 5.190 सेमी
(c) 1.038 सेमी
(d) 0.518 सेमी

49. एक ठोस बड़े गोले को पिघलाकर लम्बवृत्तीय शंकुओं में बदला जाता है, जिसके आधार की त्रिज्या और ऊँचाई गोले की त्रिज्या के बराबर है। इन शंकुओं में से एक शंकु को पिघलाकर एक छोटा ठोस गोला बनाया जाता है, तब छोटे और बड़े गोले के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

(a) $1:3^{\frac{4}{3}}$
(b) $1:2^{\frac{3}{2}}$
(c) $1:3^{\frac{2}{3}}$
(d) $1:2^{\frac{4}{3}}$

50. माना A और B दो ठोस गोले हैं। B का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल A के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल से 300% ज्यादा है। A का आयतन B के आयतन से $k\%$ कम पाया जाता है तो k का मान होगा–

(a) 85.5
(b) 92.5
(c) 90.5
(b) 87.5

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

उत्तरमाला

1. (d)	2. (c)	3. (c	4. (d)	5. (b)	6. (a)	7. (c)	8. (b)	9. (c)
10. (d)	11. (b)	12. (a)	13. (d)	14. (a)	15. (b)	16. (d)	17. (d)	18. (d)
19. (a)	20. (b)	21. (a)	22. (b)	23. (b)	24. (d)	25. (d)	26. (d)	27. (d)
28. (a)	29. (d)	30. (b)	31. (a)	32. (c)	33. (d)	34. (b)	35. (b)	36. (b)
37. (c)	38. (a)	39. (a)	40. (c)	41. (a)	42. (c)	43. (a)	44. (d)	45. (c)
46. (d)	47. (a)	48. (d)	49. (d)	50. (d)				

Scanned by CamScanner

हल एंव संकेत

Solⁿ 1. नये गोले का आयतन

= तीनों गोलों के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3}\pi(R)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{6}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi\left(\frac{8}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\left(\frac{10}{2}\right)^3$$

$\therefore$ $R^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$

R = 6 सेमी

व्यास = 2R = 12 सेमी.

Solⁿ 2. बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\pi \times (4)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times (2)^3$$

$\therefore$ पानी के स्तर में वृद्धि $(h) = \frac{2}{3}$ सेमी

Solⁿ 3. बाह्य त्रिज्या (R) = 3 सेमी

आन्तरिक त्रिज्या $(r) = 3 - 0.5 = 2.5$ सेमी

गेंद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}[(3)^3 - (2.5)^3]$$

$= 47\frac{2}{3}$ सेमी³

Solⁿ 4. तार का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\pi \times \left(\frac{0.2}{2}\right)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times (3)^3$$

$\therefore$ तार की लम्बाई (h) = 3600 सेमी = 36 मी

Solⁿ 5. 12 गोलो का आयतन = ठोस बेलन का आयतन

$$\Rightarrow \quad 12 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (R)^3 = \pi \times \left(\frac{16}{2}\right)^2 \times 2$$

$R^3 = 8$

R = 2 सेमी

$\therefore$ प्रत्येक गोले का व्यास = 2R

= 2 × 2 = 4 सेमी.

Solⁿ 6. माना छोटे गोलों के व्यास $3k, 4k$ और $5k$ है।

$\therefore$ छोटे गोलों की त्रिज्याएँ $= \frac{3k}{2}, \frac{4k}{2}, \frac{5k}{2}$

बड़े गोले का आयतन = तीनों गोलों का आयतन

$$\therefore \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3k}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi\left(\frac{4k}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi\left(\frac{5k}{2}\right)^3$$

$$(6)^3 = \left(\frac{3k}{2}\right)^3 + \left(\frac{4k}{2}\right)^3 + \left(\frac{5k}{2}\right)^3$$

$$216 = \frac{27k^3}{8} + \frac{64k^3}{8} + \frac{125k^3}{8}$$

$K = 2$

गोले की त्रिज्या $= \frac{3k}{2} = 3$ सेमी

$\frac{4k}{2} = 4$ सेमी

$\frac{5k}{2} = 5$ सेमी

$\therefore$ सबसे छोटी त्रिज्या = 3 सेमी

Solⁿ 7. अर्द्धगोले का संम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = 1848 सेमी²

$3\pi r^2 = 1848$

$r^2 = 28 \times 7$

$\therefore$ अर्द्धगोले की त्रिज्या (r) = 14 सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

शंकु का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\frac{1}{3}\times\pi\times(14)^2\times h = \frac{2}{3}\pi\times(14)^3$$

∴ शंकु की ऊँचाई $(h) = 28$ सेमी

Sol^n 8. संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 3\pi r^2 = 108\pi$

$r = 6$ सेमी

आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\times\pi\times(6)^3 = 144\pi$ सेमी^{3}

Sol^n 9. ठोस गोले का आयतन $= 64\times$ छोटे ठोस गोले का आयतन

∴ $\frac{4}{3}\pi(8)^3 = 64\times\frac{4}{3}\pi(r)^3$

$r = 2$ सेमी.

$$\frac{\text{गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}}{\text{छोटे गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}} = \frac{4\pi(8)^2}{4\pi(2)^2}$$

$= 16:1$

Sol^n 10. धातु के ठोस गोले की त्रिज्या = 3 डेसीमीटर

$= \frac{3}{10}$ मीटर

वृत्ताकार शीट की मोटाई = 1 मिली मीटर $= \frac{1}{1000}$ मीटर

वृत्ताकार शीट का आयतन = धातु के गोले का आयतन

$$\pi r^2\times\frac{1}{1000} = \frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{10}\right)^3$$

$r^2 = 4\times 9$

∴ $r = 6$ मीटर

Sol^n 11. तांबे के तार की त्रिज्या $= \frac{2}{2}\times\frac{1}{10}$ सेमी $= \frac{1}{10}$ सेमी

तांबे के तार का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi\times\left(\frac{1}{10}\right)^2\times 3600 = \frac{4}{3}\pi(R)^3$$

$R^3 = 27$

∴ $R = 3$ सेमी

Sol^n 12. शंकु का आयतन = गोले का आयतन

$$\frac{1}{3}\times\pi\times(6)^2\times 24 = \frac{4}{3}\times\pi R^3$$

$R^3 = 36\times 6$

∴ $R = 6$ सेमी

Sol^n 13. गोले का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi(R)^3 = \frac{2}{3}\pi r^3$$

(∴ R = गोले की त्रिज्या, r = अर्द्धगोले की त्रिज्या)

$2R^3 = r^3$

$3\sqrt{2}\ R = r$

$$\frac{\text{गोले का वक्र पृष्ठ का क्षे.}}{\text{अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ का क्षे.}} = \frac{4\pi R^2}{2\pi r^2}$$

$$= \frac{2R^2}{r^2}$$

$$= \frac{2R^2}{(2)^{2/3}R^2} = 2:2^{2/3}$$

$= 2^{1/3}:1$

Sol^n 14. ठोस गोले का आयतन = 8 छोटे गोलों का आयतन

$$\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{6}{2}\right)^3 = 8\times\frac{4}{3}\times\pi\times r^3$$

$r^3 = \frac{216}{64}$

$r = \frac{6}{4}$

∴ छोटे गोले की त्रिज्या $(r) = 1.5$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 15. सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 3\pi r^2 = 27\pi$

$\therefore r = 3$ सेमी

Solⁿ 16. गोलाकार बूंद की त्रिज्या(r) $= \frac{1}{2\times10} = \frac{1}{20}$ सेमी

शंकुवाकार ग्लास का आयतन = 32000 गोलाकार बूंदों का आयतन

$$\frac{1}{3}\pi R^2H = 32000\times\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{1}{3}\times\pi\times R^2\times 2R$$

$$= 32000\times\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{20}\right)^3 \quad [\therefore H = 2R]$$

R = 2 सेमी

$\therefore$ ऊँचाई = 2R = 4 सेमी

Solⁿ 17. शंकु का आयतन = गोलाकार गेंद का आयतन

$$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2\times H = \frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{6}{2}\right)^3$$

$\therefore$ शंकु की ऊँचाई (H) = 3 सेमी

Solⁿ 18. तार का आयतन = गोलाकार गेंद का आयतन

$$\pi\times\left(\frac{14}{2}\right)^2\times H = \frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{14}{2}\right)^3$$

$\therefore$ तार की लम्बाई (H) $= \frac{28}{3}$ सेमी

Solⁿ 19. $R = 21$ सेमी

आयतन $= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 21\times 21\times 21 = 38808$ सेमी³

$\therefore$ सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे $= 4\pi R^2 = 4\times\frac{22}{7}\times 21\times 21$

$= 5544$ सेमी²

Solⁿ 20. नए गोले का आयतन = छोटे गोलों के आयतनों का योग

$$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \frac{4}{3}\pi(4)^3 + \frac{4}{3}\pi(5)^3$$

$r^3 = 216$

$r = 6$ मी

Solⁿ 21. शंकु का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi R^2H = \frac{2}{3}\pi R^3$$

$\therefore$ H = 2R

Solⁿ 22. अर्द्धगोले की त्रिज्या = R

गोले की त्रिज्या = $R/2$

$$\frac{\text{अर्द्धगोले का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}} = \frac{\frac{2}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3}$$

$= 4 : 1$

Solⁿ 23. आन्तरिक त्रिज्या (r) = 4 सेमी

बाह्य त्रिज्या (R) = 5 सेमी

आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$= \frac{4}{3}\pi(5^3 - 4^3) = \frac{244\pi}{3}$ सेमी³

Solⁿ 24. बड़े गोले का आयतन = छोटे गोलों के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(1)^3 + \frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3$$

$R^3 = 729$

$\therefore$ r = 9 सेमी

Solⁿ 25. $\frac{\text{A का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षे.}}{\text{B का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षे.}} = \frac{4\pi(40)^2}{4\pi(10)^2} = 16:1$

Solⁿ 26. आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{88}{21}(14)^3$

$$\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}r^3 = \frac{88}{21}(14)^3$$

$r = 14$ सेमी

mathswithabhinay.com

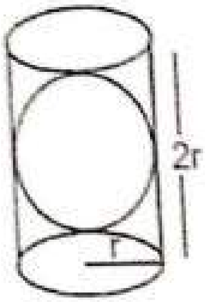
Scanned by CamScanner

वक्र पृष्ठ का क्षे. $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

$= 2464$ सेमी²

Solⁿ 27. चित्र :



त्रिज्या = r   ऊँचाई = 2r

गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे. $= S_1 = 4\pi r^2$

बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$S_2 = 2\pi rh = 2\pi \times r \times 2r = 4\pi r^2 \quad \therefore S_1 = S_2$

Solⁿ 28. माना गेंदो की संख्या n है।

बड़े गोले का आयतन $= x \times$ छोटे गोले का आयतन

$\therefore \frac{4}{3}\pi(10 \times 10)^3 = n \times \frac{4}{3}\pi(5)^3$

[$\therefore$ 1 सेमी = 10 मिली मीटर]

$\frac{100 \times 100 \times 100}{5 \times 5 \times 5} = n$

$n = 8000$

Solⁿ 29. आयतन (V) $= \frac{4}{3}\pi r^3$

सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल (S) $= 4\pi r^2$

$\frac{S^3}{V^2} = \frac{(4\pi r^2)^3}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)^2} = \frac{(4\pi)^3 r^6 \times 3^2}{(4\pi)^2 r^6} = 4\pi \times 9$

$= 36\pi$ इकाई

Solⁿ 30. अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 27\pi$ सेमी²

$3\pi R^2 = 27\pi$

अर्द्धगोले की त्रिज्या (R) = 3 सेमी

Solⁿ 31. $\therefore \quad 4\pi r^2 = 8\pi$

$r = \sqrt{2}$

आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(R)^3 \quad \therefore$

$= \frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ घन इकाई

Solⁿ 32. गोलाकार गोली की त्रिज्या $= \frac{5}{20}$ मी $= \frac{1}{4}$ मी

गोलाकार गोलीयों की कुल संख्या $= \frac{lbh}{\frac{4}{3}\pi r^3}$

$= \frac{11 \times 10 \times 5}{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{64}} = 8400$

Solⁿ 33. बेलन की त्रिज्या = R

बेलन की ऊँचाई = 8R

गोले की त्रिज्या $= \frac{R}{2}$

गोलाकार गेंदो की संख्या $= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}}$

$= \frac{\pi R^2 \times 8R}{\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{R}{2}\right)^3} = 48$ गेंद

Solⁿ 34. $\frac{\text{घन का आयतन}}{\text{ठोस गोले का आयतन}} = \frac{363}{49}$

$\frac{a^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{363}{49}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\frac{\text{घन का किनारा}}{\text{गोले की त्रिज्या}} = \frac{a}{r} = \frac{22}{7}$

∴ $a : r = 22 : 7$

Solⁿ 35. बेलनाकार टंकी का आयतन = गोलाकार बूंद का आयतन

$$\pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^3$$

∴ पानी के स्तर में वृद्धि (h) = 1 सेमी

Solⁿ 36. तार की त्रिज्या = 2मिली मीटर = $\frac{2}{1000}$ मीटर

तार का आयतन = तांबे के गोले का आयतन

$$\pi \times \left(\frac{2}{1000}\right)^2 \times h = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{9}{100}\right)^3$$

∴ तार की लम्बाई = 243 मी

Solⁿ 37. बड़े गोले का आयतन = छोटे गोले के आयतनों का योग

$$\frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1.5}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi\left(\frac{2}{2}\right)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{1.5}{2}\right)^3 + (1)^3 + r^3$$

$r = 1.25$सेमी

तीसरे गेंद का व्यास = $2r = 2.5$ सेमी

Solⁿ 38. अर्द्धगोलाकार कटोरे की परिधी = 176

$2\pi r = 176$

$r = 28$सेमी

जब कटोरा आधा भरा हुआ है = $\frac{2}{3}\pi r^3 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{3}\pi(28)^3$

अर्द्धगोलाकार ग्लास का आयतन = = $\frac{2}{3}\pi(2)^3$

व्यक्तियों की संख्या = $\dfrac{\frac{1}{3}\pi(28)^3}{\frac{2}{3}\pi(2)^3} = 1372$

Solⁿ 39. आन्तरिक त्रिज्या = 4 सेमी = r

बाह्य त्रिज्या = 4.5 सेमी = R

स्टील का आयतन = $\frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7}[(4.5)^3 - (4)^3]$

$= 56.83$ सेमी³

Solⁿ 40. बेलनाकार टंकी का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi \times (6)^2 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times (3)^3$$

∴ पानी के स्तर में वृद्धि (h) = 1 सेमी

Solⁿ 41. बेलन का आयतन = $\pi \times (2)^2 \times 4 = 16\pi$ सेमी³

खिलौने का आयतन = $\frac{1}{3}\pi \times (2)^2 \times 2 + \frac{2}{3}\pi \times 8 = 8\pi$ सेमी³

खिलौने और बेलन के आयतनों में अंतर

$= 16\pi - 8\pi = 8 \times 3.14$

$= 25.12$ सेमी³

Solⁿ 42. शंकुओं की संख्या = $\frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}}$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi \times (10.5)^3}{\frac{1}{3}\pi \times (3.5)^2 \times 3}$$

$= 126$ शंकु

Solⁿ 43. बोतलों की संख्या =

$$\frac{\text{अर्द्धगोले का आयतन}}{\text{बेलनाकार बोतल का आयतन}}$$

Scanned by CamScanner

$$= \frac{\frac{2}{3}\pi(9)^3}{\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times 4} = 54$$

Sol^n 44. माना टंकी की ऊँचाई x है।

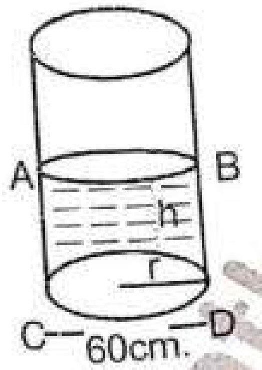
तब, कटोरे की त्रिज्या = टंकी की त्रिज्या = $\frac{x}{2}$

कटोरे का आयतन, $V_1 = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{x}{3}\right)^3 = \frac{1}{12}\pi x^3$

टंकी का आयतन, $V_2 = \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 x = \frac{1}{4}\pi x^3$

जबकि $V_2 > V_1$,
इसलिए कटोरे में भरा हुआ पेय पदार्थ टंकी के अंदर आ सकता है।

Sol^n 45. चित्र:



$r = 30$ सेमी.
$R = 27$ सेमी.
बेलन ABCD का आयतन = गोले का आयतन

$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$

$\Rightarrow 30\times30\times h = \frac{4}{3}\times27\times27\times27$

$\therefore h = \frac{729}{25} = 29\frac{4}{25}$ सेमी.

Sol^n 46. गोलाकार गेंद का आयतन = छोटी गोलाकार गेंदों के आयतनों का योग

$\frac{4}{3}\pi(6)^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \frac{4}{3}\pi(4)^3 + \frac{4}{3}\pi(r)^3$

$\therefore$

$216 = 27 + 64 + (r)^3$

$(r)^3 = 125$

$\therefore \quad r = 5$ सेमी.

Sol^n 47. माना पानी के स्तर में वृद्धि = h

$l = 49$ सेमी. $b = \frac{44}{3}$ सेमी. $h = ?$

बनाभ का आयतन = गोले का आयतन

$lbh = \frac{4}{3}\pi r^3$

$49\times\frac{44}{3}\times h = \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times7\times7\times7$

$\therefore \quad h = \frac{4}{2} = 2$ सेमी

Sol^n 48. सोने की परत चढ़ाये गए क्षेत्र का क्षेत्रफल

$\therefore$ शीसे का आयतन = सोने का आयतन

$\frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{4}{3}\pi(R^3 - 2^3)$

$8 = R^3 - 8$

$R = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2} = 2\times1.259 = 2.518$

$\therefore$ सोने की मोटाई = $R - r$

$= 2.518 - 2 = 0.518$ सेमी

Sol^n 49. माना कुल शंकुओं की संख्या n है

ठोस गोले का आयतन = $n\times$ शंकु का आयतन

$\frac{4}{3}\pi r^3 = n\times\frac{1}{3}\pi R^2\times R$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

[∴ शंकु की ऊँचाई = R]

$n = 4$

एक शंकु का आयतन = छोटे गोले का आयतन

$$\frac{1}{3}\pi r^2 \times r = \frac{4}{3}\pi R^3]$$

$$4R^3 = r^3$$

$$2^{\frac{2}{3}} R = r$$

$$\frac{\text{छोटे गोले का आयतन}}{\text{बड़े गोले का आयतन}} = \frac{4\pi R^2}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{R^2}{2^{\frac{4}{3}} R^2} = \frac{1}{2^{\frac{4}{3}}}$$

$$\therefore 1 : 2^{\frac{4}{3}}$$

Sol^n 50. B सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे. = A का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे. + A के सम्पूर्ण पृष्ठ के क्षे. का 300%

= 4 × A का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे.

माना A की त्रिज्या a है और B की त्रिज्या b है।

$$\therefore \quad 4\pi b^2 = 4 \times 4\pi a^2$$

$$b = 2a$$

$$\text{A का आयतन} = \frac{4}{3}\pi a^3$$

$$\text{B का आयतन} = \frac{4}{3}\pi b^3 = \frac{4}{3}\pi (2a)^3 = \frac{4}{3}\pi 8a^3$$

B के आयतन से A के आयतन में प्रतिशत में कमी = $k\%$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi 8a^3 - \frac{4}{3}\pi a^3}{\frac{4}{3}\pi 8a^3} \times 100$$

$$= \frac{7}{8} \times 100 = 87.5\%$$

$$\therefore k = 87.5$$

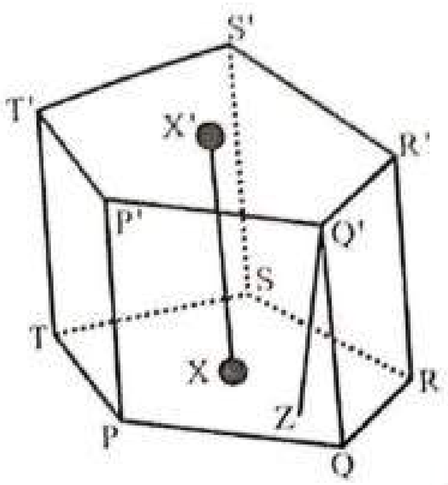
★★★★

प्रिज्म का पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

प्रिज्म (Prism)-

प्रिज्म एक ऐसा ठोस है, जिसके दो सर्वांगसम आधार तथा उसके पार्श्व फलक आयतकार होते हैं।

नीचे दिये गए चित्र में एक प्रिज्म है जिसके आधार PQRST और P'Q'R'S'T' है।



चित्र–I

प्रिज्म का आधार (Base of Prism)-

एक प्रिज्म जिस छोर पर खड़ा होता है, उस प्रिज्म का आधार कहते हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में PQRST और P'Q'R'S'T' प्रिज्म के आधार हैं। प्रत्येक प्रिज्म के दो आधार होते हैं।

प्रिज्म की ऊँचाई (Height of a prism)

दोनों आधारों के बीच की लम्बवत दूरी को प्रिज्म की ऊँचाई कहते हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में, Q'Z आधार PQRST और P'Q'R'S'T' के बीच की लम्बवत दूरी है, इसलिए यह प्रिज्म की ऊँचाई है।

प्रिज्म का अक्ष (Axis of a Prism)-

दोनों आधारों के केन्द्र को जोड़ने वाली रेखा को प्रिज्म का अक्ष कहते हैं।

ऊपर दिए गये चित्र में, XX' प्रिज्म का अक्ष है।

पार्श्व फलक (Lateral Faces)-

आधारों के अलावा सभी फलक पार्श्व फलक कहलाते हैं।

ऊपर दिए गए चित्र में, PQQ'P', QRR'Q', RSS'R' इत्यादि सभी पार्श्व फलक हैं।

पार्श्व किनारे (भुजा) (Lateral Edges)-

प्रिज्म के पार्श्व फलकों की प्रतिच्छेदित रेखाएँ पार्श्व किनारा कहलाती है।

ऊपर दिए गये चित्र में PP', QQ', RR', SS' और TT' प्रिज्म के पार्श्व किनारें है।

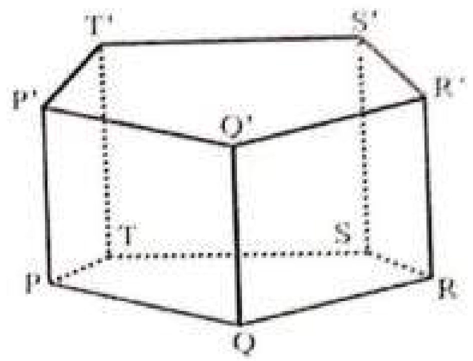
नियमित प्रिज्म (Regular Prism)-

यदि प्रिज्म के छोर नियमित हैं, तो वह प्रिज्म नियमित प्रिज्म होगा।

सम प्रिज्म (Right Prism)-

यदि प्रिज्म की पार्श्व किनारे इसके आधार के लम्बवत हैं, तो प्रिज्म सम प्रिज्म कहलाएगा। अन्यथा यह तिर्यक प्रिज्म होगा।

चित्र (I) तिर्यक प्रिज्म है, जबकि चित्र (II) सम प्रिज्म है।



चित्र–II

सम प्रिज्म में, प्रिज्म की लम्बाई इसकी ऊँचाई के समान होती है, तथा सभी पार्श्व किनारें समान लम्बाई के तथा ऊँचाई के बराबर होते हैं। सम प्रिज्म के सभी पार्श्व फलक आयताकार होते हैं।

Scanned by CamScanner

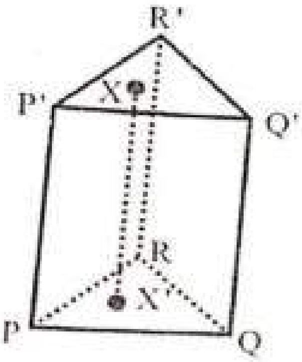
त्रिभुजाकार प्रिज्म (Triangular Prism)-

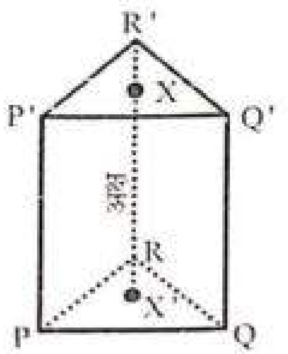
यदि प्रिज्म के छोर त्रिभुज के आकार के हैं, तो वह प्रिज्म त्रिभुजाकार प्रिज्म होगा।

सम त्रिभुजाकार प्रिज्म (Right Triangular Prism)-

एक त्रिभुजाकार प्रिज्म सम त्रिभुजाकार प्रिज्म कहलाता है, यदि इसके पार्श्व किनारे इसके छोरों के लम्बवत हों।

चित्र (III) एक त्रिभुजाकार प्रिज्म हैं, जबकि (IV) एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म है।





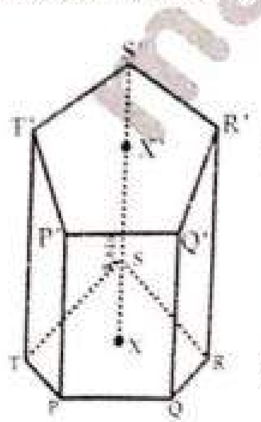
चित्र–III चित्र–IV

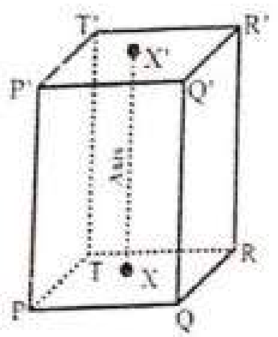
एक प्रिज्म उसकी आधार की भुजाओं के आधार पर चतुर्भुजाकार प्रिज्म (चार भुजाएँ) या पंचभुजाकार प्रिज्म (पाँच भुजाएँ) या षट्भुजाकार प्रिज्म (छः भुजाएँ) होगा।

यदि एक चतुर्भुजाकार प्रिज्म की दोनों छोर समानांतर चतुर्भुज हैं, तो वह पैरेलेलोपाइप्ड कहलाएगा।

यदि एक चतुर्भुजाकार प्रिज्म की दोनों छोर वर्ग होंगे तो वह घनाभ कहलाएगा।

चित्र (V) एक पंचभुजाकार प्रिज्म है, और चित्र (VI) एक आयताकार ठोस (घनाभ) है।





चित्र–V चित्र–VI

सम प्रिज्म का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल (Volume and Surface Area of a Right Prism)

(i)प्रिज्म का आयतन-

V= आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

(ii)प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल-

L.S.A. = आधार का परिमाप × ऊँचाई

(iii)प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल-

T.S.A. = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल + 2×आधार का क्षेत्रफल

For Example : यदि किसी सम प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी भुजा की लम्बाई a और ऊँचाई h है, तब–

$\Rightarrow$ पार्श्व सतह का क्षेत्रफल $= 3a \times h$

$\Rightarrow$ संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3a \times h + \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$

$\Rightarrow$ आयतन $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h$

उदाहरण

Q.1 उस समत्रिभुजाकार प्रिज्म का आधार का क्षेत्रफल क्या होगा? जिसका आयतन 1476 सेमी^{3} तथा ऊँचाई 18 सेमी है।

Sol^n. आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$\Rightarrow$ आधार का क्षेत्रफल $= \frac{\text{आयतन}}{\text{ऊँचाई}}$

$\Rightarrow$ आधार का क्षेत्रफल $= \frac{1476}{18}$ सेमी^{2} = 82सेमी^{2}

Q.2 एक समप्रिज्म का आधार 10 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, और प्रिज्म की ऊँचाई 25 सेमी है तो, प्रिज्म का आयतन, पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Sol^n. आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

आधार समबाहु त्रिभुज है।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

आधार का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2\right)$ सेमी^{2} $= 25\sqrt{3}$ सेमी^{2}

$\therefore V = \left(25\sqrt{3} \times 25\right)$ सेमी^{3}

$= 625\sqrt{3}$ सेमी^{3}

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

= आधार का परिमाप × ऊँचाई

$= (10+10+10) \times 25$ सेमी^{2} $= 750$ सेमी^{2}

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल + 2×आधार का क्षेत्रफल

$= \left[750 + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2\right)\right]$ सेमी^{2}

$= \left[750 + 50\sqrt{3}\right]$ सेमी^{2}

Q.4 एक समप्रिज्म की ऊँचाई 15 सेमी है, तथा इसका आधार 13 सेमी, 14 सेमी और 15 सेमी भुजाओं वाला त्रिभुज है, तो प्रिज्म का आयतन, पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Solⁿ. यदि त्रिभुज की भुजाएँ a, b, c हों, तथा त्रिभुज का अर्द्धपरिमाप s हो तब इसका क्षेत्रफल–

$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ जहाँ $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

यहाँ, $a = 13$ सेमी, $b = 14$ सेमी और $c = 15$ सेमी

$\therefore s = \frac{1}{2}(13+14+15) = 21$ सेमी

आधार का परिमाप $= 2s = 42$ सेमी

आधार का क्षेत्रफल

$= \sqrt{21(21-13)\times(21-14)\times(21-15)}$

$= \sqrt{21\times8\times7\times6} = \sqrt{7\times3\times8\times7\times3\times2}$

$= \sqrt{7^2\times3^2\times4^2} = 7\times3\times4 = 84$ सेमी^{2}

$\therefore$ पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

= आधार का परिमाप × ऊँचाई

$= 42 \times 15$ सेमी^{2} $= 630$ सेमी^{2}

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल + 2 × आधार का क्षेत्रफल

$= (630 + 2\times84)$ सेमी^{2} $= 798$ सेमी^{2}

आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$= 84 \times 15$ सेमी^{3} $= 1260$ सेमी^{3}

Q.5 एक समप्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है। प्रिज्म का आयतन 606 सेमी^{3} तथा आधार की भुजाएँ 5 सेमी, 5 सेमी और 8 सेमी है तो, प्रिज्म की ऊँचाई ज्ञात करो।

Solⁿ. त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

यहाँ, $a = 5$ सेमी, $b = 5$ सेमी और $c = 8$ सेमी.

$\therefore s = \frac{1}{2}(5+5+8) = 9$ सेमी

$\Rightarrow A = \sqrt{9(9-5)\times(9-5)\times(9-8)}$

$= \sqrt{9\times4\times4\times1} = 12$ सेमी^{2}

आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

ऊँचाई $= \frac{\text{आयतन}}{\text{आधार का क्षेत्रफल}} = \frac{606}{12} = 50$ सेमी

Q.6 एक समप्रिज्म का आधार 8 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, यदि प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 960 सेमी^{2} है, तो इसका आयतन क्या होगा?

Solⁿ. पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

= आधार का परिमाप × ऊँचाई $\Rightarrow 960 = (8+8+8) \times$ ऊँचाई

ऊँचाई $= \frac{960}{24}$ सेमी $= 40$ सेमी

आधार का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8)^2 = 16\sqrt{3}$ सेमी^{2}

Scanned by CamScanner

∴ प्रिज्म का आयतन

= आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$= \left(16\sqrt{3} \times 40\right) = 640\sqrt{3}$ सेमी^{3}

Q.7 एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म की ऊँचाई 18 सेमी है, और आधार की 5 सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी है। इस प्रिज्म को एक दूसरे समत्रिभुजाकार प्रिज्म में रूपांतरित किया जाता है। जिसके आधार की भुजाएँ 9सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी है। तो नए प्रिज्म की ऊँचाई तथा दोनों के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में अंतर ज्ञात करो।

Sol^n. दोनों प्रिज्म का आयतन समान होगा। भुजाओं के आधार पर दोनों प्रिज्म के आधार समकोण त्रिभुज है।

यहाँ, प्रथम प्रिज्म के लिए

$a = 5$ सेमी, $b = 12$ सेमी व $c = 13$ सेमी

और प्रिज्म की ऊँचाई = 18सेमी

यहाँ, द्वितीय प्रिज्म के लिए

$a = 9$ सेमी, $b = 12$ सेमी व $c = 15$ सेमी

माना दूसरे प्रिज्म की ऊँचाई h_2

$$V_1 = V_2$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 5 \times 12\right) \times 18 = \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 12\right) \times h_2$$

$\Rightarrow h_2 = 10$ सेमी.

माना S प्रथम प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल है।

S = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल + 2 (आधार का क्षे.)

= आधार का परिमाप × ऊँचाई

+ 2 (आधार का क्षे.)

$= (30 \times 18 + 2 \times 3) = 600$ सेमी^{2}

माना दूसरे प्रिज्म की ऊँचाई h है।

तथा दूसरे प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल S_1 है।

S_1 = आधार का परिमाप × ऊँचाई

+ 2 (आधार का क्षेत्रफल)

$= (36 \times 10 + 2 \times 54) = 468$ सेमी^{2}

∴ संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में अंतर $= S - S_1$

$= (600 - 468) = 132$ सेमी^{2}

Q.8 एक सम त्रिभुजाकार प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है। यदि इसकी ऊँचाई आधी कर दी जाए और आधार की प्रत्येक भुजा दोगुनी कर दी जाए तो मूल प्रिज्म तथा इस प्रकार बने प्रिज्म के आयतन का अनुपात क्या होगा?

Sol^n. माना a मूल प्रिज्म के आधार की भुजा है और h उसकी ऊँचाई है, तब उसका आयतन–

$$V_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times h\right)$$

माना a_1 नए प्रिज्म के आधार की भुजा है। तथा h_1 नए प्रिज्म की ऊँचाई है।

$a_1 = 2a$ व $h_1 = \frac{h}{2}$

यदि V_2 नए प्रिज्म का आयतन हो तो,

$$V_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a_1^2 \times h_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2 \times \frac{h}{2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2h\right)$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2h}{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2h} = \frac{1}{2}$$

Q.9 एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म के आधार का परिमाप 60 सेमी है और उसके आधार की भुजाओं का अनुपात 5 : 12 : 13 तब इसका आयतन और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो यदि इसकी ऊँचाई 40 सेमी है।

Sol^n. माना a, b, c प्रिज्म के आधार की भुजाएँ हैं।

$a : b : c = 5 : 12 : 13$

$a = 5k$, $b = 12k$ व $c = 13k$

$a + b + c = 30k \Rightarrow 60 = 30k$

[∵ $a + b + c = 60$सेमी (दिया है।]

$k = 2$

$\therefore a = 10, b = 24,$ and $c = 26$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

अर्द्धपरिमाप $s = 60/2 = 30$.

$\therefore$ आधार का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{30(30-10)(30-24)(30-26)}$

$= \sqrt{30\times20\times6\times4} = \sqrt{5\times6\times5\times4\times6\times4}$

$= 5\times6\times4 = 120\ cm^2$

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$= 120\times40 = 4800$ सेमी^{3}

संपूर्ण पृष्ठीय क्षे. = आधार का परिमाप × ऊँचाई + 2 (आधार का क्षेत्रफल)

$= (60\times40+2\times120) = 2640$ सेमी^{2}

Q.10 एक समत्रिभुजाकार प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $72\sqrt{3}$ सेमी^{2} है, तथा उसकी ऊँचाई 4 सेमी है। यदि प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज हो, तो उसका आयतन ज्ञात करो।

Sol^n. माना प्रिज्म के आधार की भुजा a सेमी है।

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $72\sqrt{3}$ सेमी^{2}

आधार का परिमाप × ऊँचाई + 2 (आधार का क्षेत्रफल) $= 72\sqrt{3}$

$$3a\times4+2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right)=72\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}a^2+24a-144\sqrt{3}=0$$

$$a^2+8\sqrt{3}-144=0$$

$$a^2+12\sqrt{3}a-4\sqrt{3}a-144=0$$

$$a\left(a+12\sqrt{3}\right)-4\sqrt{3}\left(a+12\sqrt{3}\right)=0$$

$$\left(a-4\sqrt{3}\right)\left(a+12\sqrt{3}\right)=0$$

$a-4\sqrt{3}=0$ $\quad [\because a+12\sqrt{3}\neq0 \text{ as } a>0]$

$a=4\sqrt{3}$

$\therefore$ प्रिज्म का आयतन

= आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(4\sqrt{3}\right)^2\times4=48\sqrt{3}\text{ सेमी}^3$$

★★★★

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली प्रिज्म

1. एक प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है। और समकोण बनाने वाली दो भुजाएँ 8 सेमी और 15 सेमी है यदि इसकी ऊँचाई 20 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन होगा–
(a) 160 सेमी^{3} (b) 300 सेमी^{3}
(c) 1200 सेमी^{3} (d) 600 सेमी^{3}

2. एक प्रिज्म का आधार एक समषट्भुज है यदि समषट्भुज की भुजा 1 सेमी है और प्रिज्म की ऊँचाई भी 1 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन क्या होगा?
(a) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ घन मीटर (b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ घन मीटर
(c) $\frac{6\sqrt{2}}{5}$ घन मीटर (d) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ घन मीटर

3. एक प्रिज्म का आधार एक पंचभुज है, जिसकी भुजाओं का अनुपात $1:\sqrt{2}:\sqrt{2}:1:2$ है और उसकी ऊँचाई 10 सेमी है। यदि आधार की सबसे बड़ी भुजा 6 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन होगा–
(a) 270 सेमी^{3} (b) 360 सेमी^{3}
(c) 540 सेमी^{3} (d) इनमें से कोई नहीं

4. एक त्रिभुजाकार प्रिज्म का संपूर्ण प्रष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा जिसकी ऊँचाई 30 मीटर और जिसके आधार की भुजाएँ 21 मी, 20 मी और 13 मी है।
(a) 1872 मीटर^2 (b) 1725 मीटर^2
(c) 1652 मीटर^2 (d) 1542 मीटर^2

5. एक प्रिज्य का आधार एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 17 सेमी, 25 सेमी और 28 सेमी है तथा प्रिज्म का आयतन 4200 घन सेमी है! प्रिज्म की ऊँचाई तथा वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
(a) 20 सेमी, 1400 मीटर^2
(b) 25 सेमी, 700 सेमी^{2}
(c) 20 सेमी, 700 सेमी^{2}
(d) 10 सेमी, 1400 सेमी^{2}

6. दो प्रिज्म है, जिनमें एक प्रिज्म का आधार समबाहु त्रिभुज तथा दूसरे प्रिज्म का आधार समषट्भुज है। यदि दोनो प्रिज्मों की ऊँचाई और आयतन समान है। तो दोनों प्रिज्मों के आधार की भुजाओं का अनुपात क्या होगा?
(a) $1:\sqrt{6}$ (b) $\sqrt{6}:1$
(c) $\sqrt{3}:2$ (d) $2:\sqrt{3}$

7. एक ठोस समकोण प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 9 सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी है। प्रिज्म की ऊँचाई 5 सेमी है, तब प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा–
(a) 180 सेमी^{2} (b) 234 सेमी^{2}
(c) 288 सेमी^{2} (d) 270 सेमी^{2}

8. एक प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है जिसका क्षेत्रफल 173 सेमी^{2} है और प्रिज्म का आयतन 10380 सेमी^{3} है। प्रिज्म का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो ($\sqrt{3}=1.73$)
(a) 1200 सेमी^{2} (b) 2400 सेमी^{2}
(c) 3600 सेमी^{2} (d) 4380 सेमी^{2}

9. एक प्रिज्म का आधार, समलम्ब चतुर्भुज है। समानान्तर भुजाओं की लम्बाई 8 सेमी और 14 सेमी है और दोनों समानान्तर भुजाओं के बीच की लम्बवत दूरी 8 सेमी है यदि प्रिज्म का आयतन 1056 घन सेमी है, तब प्रिज्म की ऊँचाई होगी–
(a) 44 सेमी (b) 16.5 सेमी
(c) 12 सेमी (d) 10.56 सेमी

10. यदि एक समकोण प्रिज्म का लम्ब 10 सेमी है और इसका आधार 12 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, तो इसका संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी^{2}) होगा।
(a) $(5+3\sqrt{3})$ (b) $36\sqrt{3}$
(c) 360 (d) $72(5+\sqrt{3})$

Scanned by CamScanner

11. एक समकोण प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है जिसकी भुजाएं 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी है। यदि प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 360 सेमी^{2} है तो इसकी ऊँचाई (सेमी) होगी।

(a) 10 (b) 12

(c) 9 (d) 11

12. यदि एक समकोण प्रिज्म के आधार को समान रखकर और इसके किनारों की लम्बाई दो गुनी कर दी जाये तो प्रिज्म का आयतन होगा–

(a) अपरिवर्तित (b) तिगुना

(c) दोगुना (d) चौगुना

13. एक प्रिज्म की ऊँचाई 15 सेमी है जिसका आधार एक वर्ग है। यदि प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल 608 वर्ग सेमी है तो इसका आयतन क्या होगा?

(a) 910 सेमी^{3} (b) 920 सेमी^{3}

(c) 960 सेमी^{3} (d) 980 सेमी^{3}

14. एक प्रिज्म का आधार 8 सेमी भुजा वाली समबाहु त्रिभुज है और ऊँचाई 10 सेमी है तो प्रिज्म का आयतन क्या होगा?

(a) $320\sqrt{3}$ सेमी^{3} (b) $160\sqrt{3}$ सेमी^{3}

(c) $150\sqrt{3}$ सेमी^{3} (d) $300\sqrt{3}$ सेमी^{3}

15. एक समकोण प्रिज्म का आधार 6 सेमी भुजा का समबाहु त्रिभुज है और आयतन $81\sqrt{3}$ सेमी^{3} है तो प्रिज्म की ऊँचाई (सेमी) होगी।

(a) 9 (b) 10

(c) 12 (d) 15

16. एक प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है तथा समकोण बनाने वाली भुजाएँ 10 सेमी और 12 सेमी है। प्रिज्म की ऊँचाई 20 सेमी है। प्रिज्म की धातु का घनत्व 6 ग्राम/घन सेमी है। तो प्रिज्म का वजन क्या होगा?

(a) 6.4 किग्रा. (b) 7.2 किग्रा.

(c) 3.4 किग्रा. (d) 4.8 किग्रा.

17. एक प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसका परिमाप 15 सेमी है तथा त्रिभुज की अन्तः वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है। यदि प्रिज्म का आयतन 270 सेमी^{3} है, तब प्रिज्म की ऊँचाई होगी।

(a) 6 सेमी (b) 7.5 सेमी

(c) 10 सेमी (d) 12 सेमी

18. एक प्रिज्म का आधार 5 सेमी और 12 सेमी भुजा वाला समकोण त्रिभुज है प्रिज्म की ऊँचाई 10 सेमी है। प्रिज्म का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 360 सेमी^{2} (b) 300 सेमी^{2}

(c) 330 सेमी^{2} (d) 325 सेमी^{2}

19. एक समकोण प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है यदि प्रिज्म का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल और आयतन क्रमशः 120 सेमी^{2} और $40\sqrt{3}$ सेमी^{3} है तब प्रिज्म के आधार की भुजा क्या होगी?

(a) 4 सेमी (b) 5 सेमी

(c) 7 सेमी (d) 40 सेमी

20. एक प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है। यदि इसकी ऊँचाई को 1/4 कर दिया जाये और आधार की प्रत्येक भुजा को तीन गुना कर दिया जाये तब पुराने प्रिज्म के आयतन का नये प्रिज्म के आयतन से अनुपात क्या होगा?

(a) 4 : 3 (b) 1 : 4

(c) 1 : 2 (d) 4 : 9

Scanned by CamScanner

उत्तरमाला

1.	(c)	2.	(b)	3.	(a)	4.	(a)	5.	(a)	6.	(b)	7.	(c)	8.	(c)	9.	(c)
10.	(d)	11.	(a)	12.	(c)	13.	(c)	14.	(b)	15.	(a)	16.	(b)	17.	(d)	18.	(a)
19.	(a)	20.	(d)														

Scanned by CamScanner

हल एवं संकेत

व्याख्या

Sol^n 1. प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षे. × ऊँचाई

$\frac{1}{2}\times 15\times 8\times 20 = 1200$ सेमी^{3}

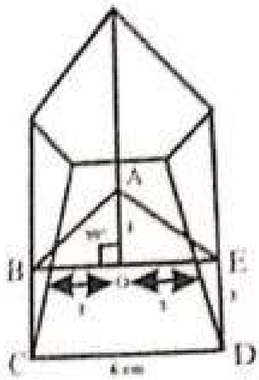
Sol^n 2. दिया है, प्रिज्म का आधार एक समषट्भुज है।

∴ इसका आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}\times 1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ घन मीटर

$\left[1 \text{ मीटर भुजा वाले समषट्भुज का क्षे.} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ मी}^2\right]$

Sol^n 3.



$AB = 3\sqrt{2}$
$AE = 3\sqrt{2}$
$\angle ABE = 45°$
$\angle AEB = 45°$

चतुर्भुज BCDE का क्षे. = 18 सेमी^{2}

ΔOAE का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\times 3\times 3 = 4.5$ सेमी^{2}

∴ ΔABE का क्षेत्रफल = 9 सेमी^{2}

∴ ABCDE का क्षेत्रफल(आधार) = (18 + 9) = 27 सेमी^{2}

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$= (27\times 10) = 270$ सेमी^{3}

Sol^n 4. प्रिज्म का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षे.

= पार्श्विक पृष्ठ का क्षे. + 2 ×(आधार का क्षेत्रफल)

यहाँ, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+20+13}{2} = 27$

∴ आवश्यक क्षे. $= (21+20+13)\times 30 + 2\times$

$\sqrt{27(27-21)(27-20)(27-13)}$

$= 54\times 30 + 2\sqrt{27\times 6\times 7\times 14}$

$= 1620 + 2\times 126 = 1872$ वर्ग मीटर

Sol^n 5. माना भुजा $a = 17$ सेमी, $b = 25$ सेमी, $c = 28$ सेमी

तब, $s = \left(\frac{a+b+c}{2}\right) = \left(\frac{17+25+28}{2}\right) = 35$ सेमी

$(s-a) = (35-17) = 18$ सेमी

$(s-b) = (35-25) = 10$ सेमी

$(s-c) = (35-28) = 7$ सेमी

त्रिभुज का क्षे. $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

अतः आधार का क्षे. $= \sqrt{35\times 18\times 10\times 7}$ वर्ग सेमी.

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

∴ प्रिज्म की ऊँचाई $= \left(\frac{4200}{210}\right) = 20$ सेमी

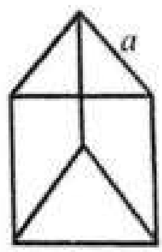
पार्श्विक क्षेत्रफल = आधार का परिमाप × ऊँचाई

$= (17+25+28)\times 20$

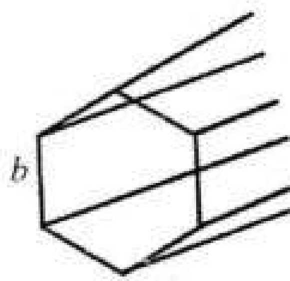
= 1400 वर्ग सेमी

Sol^n 6. माना प्रत्येक पिरामिड की ऊँचाई h इकाई है और पहले प्रिज्म के आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई a इकाई है और दूसरे प्रिज्म के आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई b सेमी है।

(नीचे दिए गये चित्र को देखें)



I



II

प्रश्नानुसार:

प्रिज्म का आयतन = दूसरे प्रिज्म का आयतन

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times h = \frac{\sqrt{3}}{2}b^2 \times h$$

$$\frac{1}{4}a^2 = \frac{3}{2}b^2 \Rightarrow a^2 = 6b^2$$

$$a = \sqrt{6}b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{6}}{1}$$

$\therefore a : b = \sqrt{6} : 1$

Solⁿ 7. प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है

$\therefore$ आधार का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$ सेमी²

संपूर्ण पृष्ठ का क्षे.

$=$ x ऊँचाई वाले बक्से का परिमाप $+ 2 \times$ आधार का क्षे.

$= (9 + 12 + 5) \times 5 + 2 \times 54$

$= 288$ सेमी²

Solⁿ 8. आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$10380 = 173 \times h$

$h = 60$ सेमी

$\therefore$ समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 173$

$a = 20$ सेमी

त्रिभुज का परिमाप $= 3a = 3 \times 20 = 60$ सेमी

पार्श्व पृष्ठ का क्षे. = त्रिभुज का परिमाप × ऊँचाई

$= 60 \times 60 = 3600$ सेमी²

Solⁿ 9. समलंब चतुर्भुज का क्षे. $= \frac{1}{2} \times$ ऊँचाई × (समांतर भुजाओं का योग)

$= \frac{1}{2} \times 8 \times (8 + 14)$

$= 88$ सेमी²

$\therefore$ आयतन = समलंब चतुर्भुज का क्षे. × ऊँचाई

$1056 = 88 \times h$

$h = 12$ सेमी

Solⁿ 10.

संपूर्ण पृष्ठीय क्षे = आधार का परिमाप × ऊँचाई + 2 × आधार का क्षे

$= 36 \times 10 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 \times 12$

$= 360 + 72\sqrt{3} = 72\left(5 + \sqrt{3}\right)$ सेमी²

Solⁿ 11. संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 360

(आधार का परिमाप) × ऊँचाई + 2 × आधार का क्षे. = 360

$(5 + 12 + 13) \times h + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 12\right) = 360$

$30h = 300 \Rightarrow h = 10$ सेमी

Solⁿ 12. प्रिज्म का आधार आयताकार है। हम आधार को परिवर्तित नहीं कर रहे हैं, इसलिए लम्बाई और चौड़ाई समान रहेगी। यदि हम पारश्व किनारे को 2 गुना कर दें अर्थात ऊँचाई को दो गुना कर दें तो प्रिज्म का आयतन भी 2 गुना हो जाएगा।

Solⁿ 13. a भुजा वाले वर्गाकार आधार का परिमाप $= 4a$

पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 4a \times h$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षे + 2 × आधार का क्षे

$608 = 4ah + 2a^2$

$608 = 60a + 2a^2$

$a^2 + 30a - 304 = 0$

$a^2 + 38a - 8a - 304 = 0$

$a(a + 38) - 8(a + 38) = 0$

$(a + 38)(a - 8) = 0$

$a = 8$ सेमी.

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षे. × ऊँचाई

$= 64 \times 15$

$= 960$ सेमी³

Solⁿ 14. आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(8)^2 \times 10$

$= 160\sqrt{3}$ सेमी

Scanned by CamScanner

Sol^n 15. प्रिज्म के आधार का क्षे. $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 \times 6$

$= 9\sqrt{3}$ सेमी²

∴ आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$81\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \times$ ऊँचाई

$h = 9$ सेमी

Sol^n 16. आधार का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार × ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60$ सेमी²

∴ प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$= 60 \times 20 = 1200$ सेमी³

एक घन सेमी में पदार्थ की मात्रा = 6 ग्राम

1200 घन सेमी में पदार्थ की मात्रा = 1200 × 6 = 7200 ग्राम

= 7.2 किग्रा.

Sol^n 17. त्रिभुज का परिमाप = 15 सेमी

अर्द्धपरिमाप $= \frac{15}{2}$ सेमी

अन्तःत्रिज्या $r = 3$ सेमी

$\Delta = r.s = \frac{15}{2} \times 3 = \frac{45}{2}$ सेमी

प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$270 = \frac{45}{2} \times h$

$h = 12$ सेमी

Sol^n 18. समकोण त्रिभुज की 3 भुजा 13 सेमी होगी।

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= (आधार का परिमाप) × h + 2 × आधार का क्षेत्रफल

$= (5 + 12 + 13) \times 10 + 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 12$

$= 300 + 60 = 360$ वर्ग सेमी

Sol^n 19. प्रिज्म का आयतन V = आधार का क्षे. × ऊँचाई

$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h$

प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल (L.S.A)

= आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई $= 3a \times h$

$$\frac{V}{L.S.A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \times h}{3a \times h} =$$

$$\frac{40\sqrt{3}}{120} = \frac{\sqrt{3}a}{12}$$

$a = 4$ सेमी

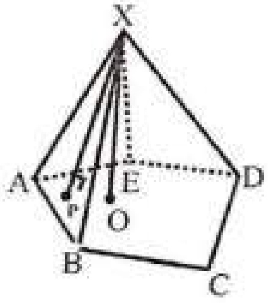
Sol^n 20. $$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a_1^2 . h_1}{\frac{\sqrt{3}}{4} a_1^2 . h^2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 . \frac{h_1}{h_2}$$

$$= \left(\frac{a_1}{3a_1}\right)^2 . \left(\frac{h_1}{h_2/4}\right) = \frac{4}{9} \left(\because a_2 = 3a_1 \ \& \ h_2 = \frac{h_1}{2}\right)$$

Scanned by CamScanner

पिरामिड

पिरामिड एक ऐसा ठोस है जिसका आधार एक समतल रेखीय आकृति हो पार्श्व सतह त्रिभुजाकार है जिसको एक उभयनिष्ठ शीर्ष हो नीचे दिये गये चित्र में XABCDE एक पिरामिड है। इस पिरामिड का आधार एक समपंचभुज ABCDE है और त्रिभुज XAB, XBC, XCD, XDE और XEA पाँच पार्श्व सतह हो यदि किसी पिरामिड का आधार त्रिभुज, चतुर्भुज और वर्ग हो तो यह क्रमशः त्रिभुजाकार पिरामिड चतुर्भुजाकार पिरामिड तथा वर्गाकार पिरामिड कहलायेगा। इसी प्रकार पिरामिड, पंचभुज, षट्भुज, सप्तभुज, और अष्टभुज पिरामिड कहलायेगा यदि उसके आधार की भुजायें क्रमशः 5, 6, 7 और 8 है।



शीर्ष (Vertex)

त्रिभुजाकार सतहों का उभयनिष्ठ शीर्ष पिरामिड का शीर्ष कहलाता है। ऊपर दिये गये चित्र में, पिरामिड XABCDE का शीर्ष X है।

ऊँचाई (Height)

शीर्ष से आधार पर डाले गए लम्ब की लम्बाई की पिरामिड की ऊँचाई कहलाती है।

ऊपर दिए चित्र में, XP पिरामिड XABCDE की ऊँचाई है।

अक्ष (Axis)

आधार के केन्द्र बिन्दु को पिरामिड की शीर्ष से जोड़ने से बनी रेखा पिरामिड का अक्ष कहलाता है।

ऊपर दिए चित्र में, XO पिरामिड XABCDE का अक्ष है।

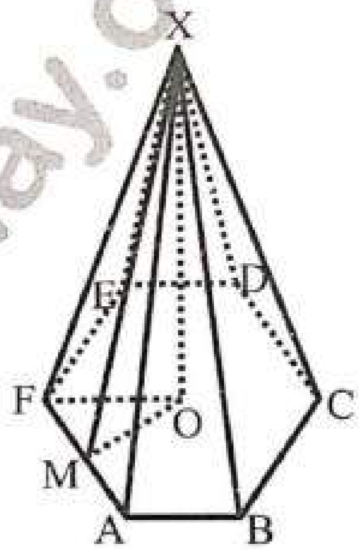
पार्श्व भुजाएँ (Lateral Edges)

पिरामिड की शीर्ष से जाने वाली भुजाओं को पार्श्व भुजा कहा जाता है।

तिर्यक ऊँचाई (Slant Height)-

एक नियमित सम पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई आधार के किसी भुजा के मध्य बिन्दु से शीर्ष के बीच की दूरी है।

दिए गए चित्र में एक समकोण पिरामिड दिखाया गया है। जहाँ O आधार का केन्द्र है और XM तिर्यक की ऊँचाई है।



समकोण त्रिभुज XOM में,

$XM^2 = OM^2 + XO^2$ (पाईथागोरस प्रमेय द्वारा)

$\therefore XM = \sqrt{XO^2 + OM^2}$

समपिरामिड (Right Pyramid)

एक पिरामिड समपिरामिड कहलाता है, यदि शीर्ष से खींचा गया लम्ब आधार को केन्द्रीय बिन्दु (आधार के परिवृत्त या अन्तःवृत्त का केन्द्र) पर मिलता है। अन्यथा पिरामिड तिर्यक पिरामिड कहलाता है।

चित्र 1 में दिखाया गया पिरामिड तिर्यक पिरामिड है, जबकि चित्र 2 में दिखाया गया पिरामिड समपिरामिड है।

नियमित पिरामिड (Regular Pyramid)-

एक पिरामिड नियमित पिरामिड कहलाता है, यदि उसका आधार नियमित है, अर्थात उसके आधार की सभी भुजाएँ

Scanned by CamScanner

बराबर है।

सम नियमित पिरामिड की तिर्यक भुजाएँ बराबर होती हैं, तथा पार्श्व सतह सर्वांगसम त्रिभुज होते हैं।

पिरामिड का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल

(Volume and Surface Area of a Pyramid)-

(i) पिरामिड का आयतन $= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

(ii) पार्श्व पिरामिड का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= सभी पार्श्व त्रिभुजाकार सतहों के क्षेत्रफल का योग

L.S.A. $= \frac{1}{2} \times$ आधार का परिमाप $\times$ तिर्यक ऊँचाई

(iii) पिरामिड का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= सभी पार्श्व सतह के क्षेत्रफल का योग + आधार का क्षेत्रफल

T.S.A. $= \frac{1}{2} \times$ आधार का परिमाप $\times$ तिर्यक ऊँचाई + आधार का क्षे.

उदाहरण के लिए माना एक समपिरामिड का आधार एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी प्रत्येक भुजा 'a' और पिरामिड की ऊँचाई 'h' है।

(i) पार्श्व भुजा या पार्श्व ऊँचाई $= \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}}$

(ii) तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$

(iii) पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}$ (आधार का परिमाप $\times$ तिर्यक ऊँचाई)

(iv) सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षे. $= \frac{1}{2}$ (आधार का परिमाप $\times$ तिर्यक ऊँचाई) $+ \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

(v) आयतन $= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \times h = \frac{\sqrt{3}}{12} a^2 h.$

(vi) पार्श्व सतह का क्षे. $= \frac{1}{2}$ (आधार के भुजाओं की लम्बाई $\times$ तिर्यक ऊँचाई)

6. समचतुष्फलक और नियमित चतुष्फलक

(Tetrahedron and Regular Tetrahedron)

समचतुष्फलक एक ऐसा पिरामिड है, जिसका आधार एक त्रिभुज है। तथा इसकी 6 किनारे तथा 4 त्रिभुजाकार फलक हैं।

एक ऐसा चतुष्फलक जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों तो वह नियमित चतुष्फलक कहलाता है। इसकी चारों फलक सर्वांगसम समबाहु त्रिभुज होते हैं।

यदि किसी नियमित चतुष्फलक की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 'a' और ऊँचाई 'h' हो।

(i) नियमित चतुष्फलक की ऊँचाई $(h) = \sqrt{\frac{2}{3}} \times a$

(ii) नियमित चतुष्फलक की तिर्यक ऊँचाई $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times a.$

(iii) नियमित चतुष्फलक का आयतन

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times a^3 = \frac{\sqrt{3}}{8} h^3 \qquad \left(\because a = \frac{\sqrt{3}}{2} h\right)$$

(iv) नियमित चतुष्फलक का पार्श्व सतह का क्षेत्रफल

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} h^2$$

(v) नियमित चतुष्फलक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \sqrt{3} \times a^2.$$

mathswithabhiraj.com

Scanned by CamScanner

उदाहरण

Q.1 उस सम पिरामिड का आयतन क्या होगा जिसके आधार का क्षेत्रफल 60 सेमी^{2} और ऊँचाई 15 सेमी है।

Sol. सम पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3}$ (आधार का क्षेत्रफल) × (ऊँचाई)

$= \left(\frac{1}{3} \times 60 \times 15\right) = 200$ सेमी^{3}

Q.2 उस सम पिरामिड की ऊँचाई क्या होगी जिसका आयतन 750 सेमी^{3} और आधार का क्षेत्रफल 250 सेमी^{2} है।

Sol^n. सम पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3}$ (आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई)

माना सम पिरामिड की ऊँचाई h है।

$$750 = \frac{1}{3} \times 250 \times h$$

$$h = \frac{750 \times 3}{250} = 9 \text{ सेमी}$$

Q.3. एक सम पिरामिड का आधार 40 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, और उसकी ऊँचाई $24\sqrt{3}$ सेमी है। प्रिज्म का आयतन ज्ञात करो।

Sol^n. पिरामिड का आयतन $= \left(\frac{\sqrt{3}}{12} a^2 \times h\right)$

यहाँ, $a = 40$ $h = 24\sqrt{3}$

$\therefore$ पिरामिड का आयतन $= \left(\frac{\sqrt{3}}{12} \times 40^2 \times 24\sqrt{3}\right)$

$= 9600$ सेमी^{3}

Q.4 एक नियमित चतुष्फलक का आयतन क्या होगा जिसकी प्रत्येक भुजा $12\sqrt{2}$ सेमी है।

Sol^n. नियमित चतुष्फलक का आयतन $= \frac{\sqrt{2}}{12}$ (भुजा)^3

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times \left(12\sqrt{2}\right)^3$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times 1728 \times 2\sqrt{2} = 576 \text{ सेमी}^3$$

Q.5 उस सम पिरामिड का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल और कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसका आधार $16\sqrt{3}$ सेमी^{2} क्षेत्रफल वाला एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी प्रत्येक पार्श्व किनारा 5 सेमी लम्बाई का है।

Sol^n. माना आधार की प्रत्येक भुजा a तथा h पिरामिड की ऊँचाई है।

आधार का क्षेत्रफल $= 16\sqrt{3}$ सेमी^{2}

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 16\sqrt{3}$$

$$a^2 = 64$$

$$\therefore a = 8 \text{ सेमी}$$

पार्श्व भुजा = 5 सेमी

$$\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}} = 5 \text{ या } \sqrt{h^2 + \frac{64}{3}} = 5$$

$$h^2 + \frac{64}{3} = 25 \Rightarrow h^2 = \frac{75 - 64}{3}$$

$$h = \sqrt{\frac{11}{3}} \text{ सेमी}$$

$\therefore$ तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}} = \sqrt{\frac{11}{3} + \frac{64}{12}} = \sqrt{9} = 3$ सेमी

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (आधार का परिमाप × तिर्यक ऊँचाई)

$$= \frac{1}{2}(8 + 8 + 8) \times 3 = 36 \text{ सेमी}^2$$

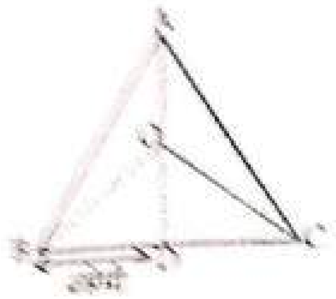
Scanned by CamScanner

पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल

$= (8 + 4\sqrt{3})$ सेमी²

विधि: 2



माना पिरामिड का आधार एक त्रिभुज है जिसके शीर्ष A, B, C हैं। O आधार पर एक बिन्दु है जिस पर ऊँचाई पड़ती है और P ऊँचाई का शीर्ष है।

यदि हम ऊपर दिए गये समकोण त्रिभुज को अनुभव कर पाते हैं, तब–

$PD = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ सेमी = तिर्यक ऊँचाई

Q. 6 यदि 'a' एक नियमित चतुष्फलक के शीर्ष से उसके विपरीत फलक पर खींचे गए लम्ब की लम्बाई है, और उसके प्रत्येक भुजा की लम्बाई 2b है तब $3a^2 = 8b^2$ होगा सिद्ध करो।

Sol^n. a = चतुष्फलक की ऊँचाई

$= \sqrt{\frac{2}{3}} \times$ (भुजा की लम्बाई)

$a = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 2b \Rightarrow a^2 = \frac{8b^2}{3}$

$3a^2 = 8b^2$

Q. 7 उस चतुष्फलक का आयतन ज्ञात करो जिसके त्रिभुजाकार आधार की भुजाएँ 9 सेमी, 12 सेमी और 15 सेमी है तथा ऊँचाई 15 सेमी है।

Sol^n. a = 9 सेमी, b = 12 सेमी, c = 15 सेमी,

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = 18$

∴ आधार का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$

$= \sqrt{18 \times 9 \times 6 \times 3} = 54$ सेमी²

चतुष्फलक का आयतन $= \frac{1}{3}$ (आधार का क्षे. × ऊँचाई)

$= \frac{1}{3} \times 54 \times 15 = 270$ सेमी³

Q. 8 एक सम पिरामिड का आधार एक समबाहु त्रिभुज है, जिसका क्षेत्रफल $16\sqrt{3}$ सेमी² है। यदि इसकी एक पार्श्व सतह का क्षेत्रफल 40 सेमी² हो, तो पिरामिड का आयतन ज्ञात करो।

Sol^n. माना आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई a सेमी है।

आधार का क्षेत्रफल = $16\sqrt{3}$ सेमी²

$\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2) = 16\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 64$

∴ a = 8 सेमी

माना पिरामिड की ऊँचाई h है तथा तिर्यक ऊँचाई l है।

$l = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$l^2 = h^2 + \frac{a^2}{12} \Rightarrow l^2 = h^2 + \frac{64}{12}$

$l^2 = h^2 + \frac{64}{12}$ ....(i)

एक पार्श्व सतह का क्षेत्रफल = 40 सेमी²

$\frac{1}{2}(a \times l) = 40$

$a \times l = 80 \Rightarrow 8 \times l = 80$

$\therefore l = 10$

$l = 10$ समीकरण (i) में रखने पर

$100 = h^2 + \frac{16}{3} \Rightarrow h^2 = 100 - \frac{16}{3}$

$\therefore h = \sqrt{\frac{284}{3}}$

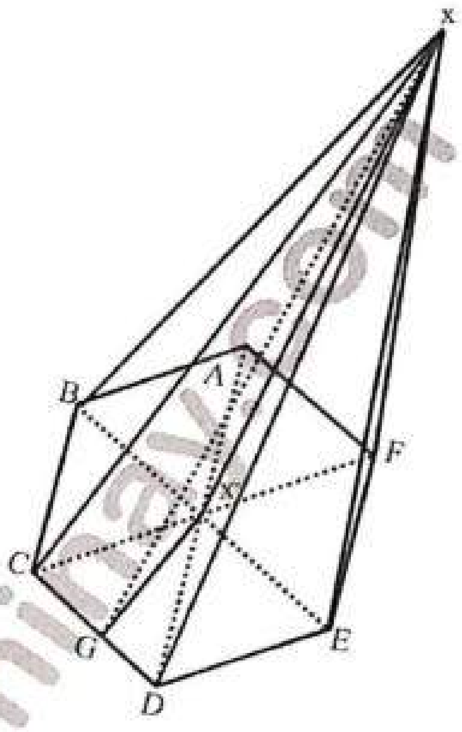
पिरामिड का आयतन = $\frac{1}{3}$ (आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई)

$= \frac{1}{3} \times 16\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{284}{3}} = \frac{16}{3}\sqrt{284}$ सेमी³

Q.9 एक समषट्भुज का क्षेत्रफल $216\sqrt{3}$ सेमी² है। इसके ऊपर 6 सेमी ऊँचाई का एक पिरामिड बनाया जाता है। इस प्रकार बने पिरामिड का तिर्यक सतह का क्षेत्रफल क्या होगा?

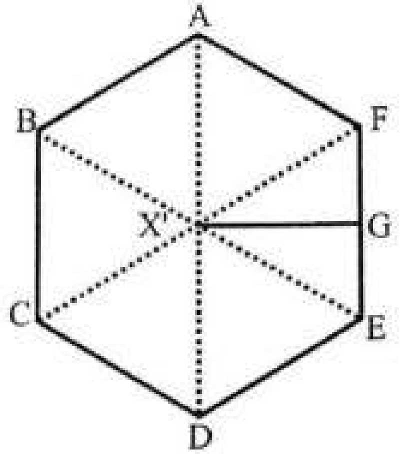
Solⁿ. माना समषट्भुज की प्रत्येक भुजा a इकाई है।

$\therefore$ समषट्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$



तिर्यक सतह का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (आधार का परिमाप) × तिर्यक ऊँचाई

XG रेखा समषट्भुज की किसी भी भुजा के मध्य बिन्दु को पिरामिड के शीर्ष से मिलाने वाली रेखा है। अतः यह पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई होगी।



माना X' समषट्भुज का केन्द्र है।

$\angle XX'G = 90°$ और XX'G एक समकोण त्रिभुज है।

Scanned by CamScanner

$\therefore XG = \sqrt{(XX')^2 + (X'G)^2}$

XX' दिया हुआ है, और हमें X'G ज्ञात करना पड़ेगा। एक समषट्भुज में 6 बराबर क्षेत्रफल वाले समबाहु त्रिभुज होते हैं।

Δ dk{ks= Q = $\left(\frac{1}{6} \times 216\sqrt{3}\right) = 36\sqrt{3}$ सेमी²

$\because$ समषट्भुज की प्रत्येक भुजा = 12 cm

Δ X'EF में,

$\frac{1}{2} \times EF \times X'G = 36\sqrt{3}$

$\frac{1}{2} \times 12 \times X'G = 36\sqrt{3}$

$X'G = 6\sqrt{3}$ सेमी

पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{(XX')^2 + (X'G)^2}$

$= \sqrt{(6)^2 + (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{144} = 12$ सेमी

तिर्यक सतह का क्षे. = $\frac{1}{2}$ × आधार का परिमाप × तिर्यक ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times (12 \times 6) \times 12 = 432$ सेमी²

Q. 10 उस पिरामिड का पाश्व सतह का क्षेत्रफल, कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन ज्ञात करो जिसका आधार 4 सेमी भुजा वाला एक समबाहु त्रिभुज है, तथा पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई 5 सेमी है।

Solⁿ. आधार के प्रत्येक भुजा की लम्बाई $a = 4$ सेमी और

तिर्यक ऊँचाई = 5 सेमी

माना पिरामिड की ऊँचाई h है।

तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$

$5 = \sqrt{h^2 + \frac{16}{12}} \Rightarrow 25 = h^2 + \frac{4}{3}$

$h^2 = 25 - \frac{4}{3} = \frac{71}{3} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{71}{3}}$ सेमी

पार्श्व सतह का क्षे. = $\frac{1}{2}$ (आधार का परिमाप × तिर्यक ऊँचाई)

$= \frac{1}{2}(4+4+4) \times 5 = 30$ सेमी²

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= पार्श्व सतह का क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल

$= \left(30 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2\right)$

$= (30 + 4\sqrt{3})$ सेमी²

पिरामिड का आयतन = $\frac{1}{3}$ (आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई)

$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2\right) \times \sqrt{\frac{71}{3}}$

$= \frac{4}{3}\sqrt{71}$ सेमी³

Q. 11 12 सेमी किनारे की लम्बाई वाले समकोण पिरामिड का आयतन, वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Solⁿ. पिरामिड एक चतुष्फल है जिसका किनारे की लम्बाई 12 सेमी है।

पिरामिड का आयतन = $\frac{\sqrt{2}}{12} \times (\text{भुजा})^3$

$= \frac{\sqrt{2}}{12} \times (12)^3 = 144\sqrt{2}$ सेमी³

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\frac{3\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$

$= \frac{3\sqrt{3}}{4} \times (12)^2 = 108\sqrt{3}$ सेमी²

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\sqrt{3} \times (\text{भुजा})^2$

$= \sqrt{3} \times (12)^2 = 144\sqrt{3}$ सेमी²

Q.12 एक समकोण पिरामिड का आधार 10 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है और पिरामिड की लम्बवत ऊँचाई 5

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

सेमी है, तब इसकी तिर्यक ऊँचाई तथा एक पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Sol^n. आधार के प्रत्येक भुजा की लम्बाई $a = 10$ सेमी

पिरामिड की ऊँचाई $h = 5$ सेमी

$$\therefore \text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{h^2+\frac{a^2}{12}} = \sqrt{25+\frac{100}{12}}$$

$$= \sqrt{25+\frac{25}{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ सेमी}$$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (आधार का परिमाप × तिर्यक ऊँचाई)

$$= \frac{1}{2}(10+10+10)\times\frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{150}{\sqrt{3}} \text{ सेमी}^2$$

$\therefore$ एक पार्श्व पृष्ठ का क्षे.$= \frac{1}{3}\times$ (पार्श्व पृष्ठ का क्षे.)

$$= \frac{1}{3}\times\frac{150}{\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ सेमी}^2$$

Q.13 एक समकोण पिरामिड का आधार एक 2 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, पिरामिड की तिर्यक लंबाई 3 सेमी है। पिरामिड का पार्श्व पृष्ठ का क्षेत्रफल तथा आयतन ज्ञात करो।

Sol^n. $a = 2$ सेमी और तिर्यक लंबाई $= 3$ सेमी

माना h पिरामिड की ऊँचाई है।

$$\text{तिर्यक लंबाई} = \sqrt{h^2+\frac{a^2}{3}}$$

$$3 = \sqrt{h^2+\frac{4}{3}} \Rightarrow 9 = h^2+\frac{4}{3}$$

$$h^2 = 9-\frac{4}{3} = \frac{23}{3} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{23}{3}} \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{h^2+\frac{a^2}{12}}$$

$$= \sqrt{\frac{23}{3}+\frac{4}{12}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ सेमी}$$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (आधार का परिमाप × तिर्यक ऊँचाई)

$$= \frac{1}{2}(2+2+2)\times 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ सेमी}^2$$

पिरामिड का आयतन $= \frac{1}{3}$ (आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई)

$$= \frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2)^2\times\frac{\sqrt{23}}{3} = \frac{\sqrt{23}}{3} \text{ सेमी}^3$$

Q.14 एक समकोण पिरामिड का आधार एक 4 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है, पिरामिड की ऊँचाई इसकी तिर्यक ऊँचाई की आधी है। पिरामिड का आयतन तथा तिर्यक लंबाई ज्ञात करो।

Sol^n. आधार के प्रत्येक भुजा की लंबाई $a = 4$ मी.

माना h पिरामिड की ऊँचाई है, और l तिर्यक ऊँचाई है।

$$h = \frac{l}{2}$$

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{h^2+\frac{a^2}{12}} \Rightarrow 4h^2 = h^2+\frac{a^2}{12}$$

$$3h^2 = \frac{a^2}{12} \Rightarrow 3h^2 = \frac{16}{12} \ [\because a = 4 \text{ मी.}]$$

$$h^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow h = \frac{2}{3} \text{ मी.}$$

$$\therefore l = \frac{4}{3} \ [\because l = 2h]$$

$$\text{पार्श्व किनारा} = \sqrt{h^2+\frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{4}{9}+\frac{16}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{52}{9}} = \frac{2\sqrt{13}}{3} \text{ मी.}$$

पिरामिड का आयतन $= \frac{1}{3}$ (आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई)

$$= \frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4)^2\times\frac{2}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{9} \text{ मी}^3$$

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली पिरामिड

1. एक वर्गाकार आधार जिसकी भुजा 15 सेमी है, पर बने पिरामिड का आयतन क्या होगा?
(a) 750 सेमी^{3} (b) 700 सेमी^{3}
(c) 2250 सेमी^{3} (d) 1125 सेमी^{3}

2. एक समबाहु त्रिभुजकार आधार वाले पिरामिड का आयतन 12 सेमी^{3} है। यदि पिरामिड की ऊँचाई $3\sqrt{3}$ सेमी है तब आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई क्या होगी?
(a) 2 सेमी (b) 3 सेमी
(c) 4 सेमी (d) 6 सेमी

3. यदि एक समकोण पिरामिड का आधार एक त्रिभुज है जिसकी भुजाएं 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी है और पिरामिड का आयतन 360 घन सेमी है तो पिरामिड की ऊँचाई क्या होगी?
(a) 36 सेमी (b) 18 सेमी
(c) 24 सेमी (d) 72 सेमी

4. यदि एक पिरामिड का आधार 8 सेमी भुजा वाला एक वर्ग है और पिरामिड की ऊँचाई 45 सेमी है तब पिरामिड का आयतन होगा।
(a) 480 सेमी^{3} (b) 900 सेमी^{3}
(c) 640 सेमी^{3} (d) 960 सेमी^{3}

5. एक पिरामिड का आधार एक 1 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है यदि पिरामिड की ऊँचाई 4 सेमी है तो पिरामिड का आयतन होगा।
(a) 0.550 सेमी^{3} (b) 0.577 सेमी^{3}
(c) 0.678 सेमी^{3} (d) 0.750 सेमी^{3}

6. एक पिरामिड एक समषट्भुज पर बना हुआ है। आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 10 मी. है और पिरामिड की ऊँचाई 30 मीटर है तो पिरामडि का आयतन होगा।
(a) 2500 मीटर^3 (b) 2550 मीटर^3
(c) 2598 मीटर^3 (d) 5196 मीटर^3

7. एक पिरामिड का आधार एक समषट्भुज है जिसकी भुजा $2a$ है। यदि पिरामिड की प्रत्येक भुजा की तिर्यक ऊँचाई $\frac{5a}{2}$ है तो पिरामिड का आयतन क्या होगा?
(a) $3a^3$ (b) $3a^3\sqrt{2}$
(c) $3a^3\sqrt{3}$ (d) $6a^3$

8. एक समकोण पिरामिड का आधार 36 सेमी^{2} क्षेत्रफल वाला एक वर्ग है। यदि पिरामिड के प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल 15 सेमी^{2} है तो पिरामिड का आयतन क्या होगा?
(a) 64 सेमी^{3} (b) 48 सेमी^{3}
(c) 24 सेमी^{3} (d) 36 सेमी^{3}

9. एक समषट्कोण आधार वाले पिरामिड के आधार का क्षेत्रफल $96\sqrt{3}$ वर्ग मीटर है और इसके एक फलक का क्षेत्रफल $32\sqrt{3}$ वर्ग मीटर है, तब पिरामिड का आयतन क्या होगा?
(a) $380\sqrt{3}$ मी^{3} (b) $382\sqrt{3}$ मी^{3}
(c) $384\sqrt{3}$ मी^{3} (d) $386\sqrt{3}$ मी^{3}

10. एक समकोण पिरामिड का आधार 4 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है यदि इसके संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का मान इसके आयतन के मान का 3 गुणा है तब इसकी ऊँचाई है–
(a) 8 सेमी (b) 6 सेमी
(c) 10 सेमी (d) 12 सेमी

11. एक समकोण पिरामिड का आधार 40 सेमी भुजा वाला वर्ग है। यदि पिरामिड का आयतन 8000 सेमी^{3} है तब इसकी ऊँचाई है–
(a) 5 सेमी (b) 10 सेमी
(c) 15 सेमी (d) 20 सेमी

12. एक समकोण पिरामिड का आधार 16 सेमी भुजा वाला वर्ग है यदि इसकी ऊँचाई 15 सेमी है, तो इसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल वर्ग सेमी में क्या होगा?
(a) 136 (b) 544
(c) 800 (d) 1280

13. एक समकोण पिरामिड का आधार $10\sqrt{3}$ सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है। यदि पिरामिड का संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल $270\sqrt{3}$ वर्ग सेमी है, तब इसकी ऊँचाई है–
(a) $12\sqrt{3}$ सेमी (b) 10 सेमी
(c) $10\sqrt{3}$ सेमी (d) 12 सेमी

Scanned by CamScanner

14. एक समकोण पिरामिड का आधार 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी भुजा वाला त्रिभुज है। यदि इसका आयतन 330 घन सेमी है, तब इसकी ऊँचाई सेमी में होगी–
(a) 33 (b) 32
(c) 11 (d) 22

15. एक समकोण पिरामिड $10\sqrt{2}$ सेमी विकर्ण वाले वर्गाकार आधार पर रखा है। यदि पिरामिड की ऊँचाई 12 सेमी है तो इसकी तिर्यक फलक का क्षेत्रफल वर्ग सेमी में क्या होगा?
(a) 520 (b) 420
(c) 360 (d) 260

16. एक समचतुष्फलक की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 12 सेमी है तो समचतुष्फलक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल वर्ग सेमी में होगा–
(a) $288\sqrt{3}$ (b) $144\sqrt{2}$
(c) $108\sqrt{3}$ (d) $144\sqrt{3}$

17. एक समकोण पिरामिड का आधार 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी भुजा वाला त्रिभुज है। यदि इसका आयतन 330 घन सेमी है, तब इसकी ऊँचाई सेमी में होगी–
(a) 33 (b) 32
(c) 11 (d) 22

18. एक समकोण पिरामिड का आधार 4 सेमी भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है। पिरामिड की ऊँचाई इसकी तिर्यक ऊँचाई की आधी है तो इसका आयतन होगा–
(a) $\frac{8}{9}\sqrt{2}$ सेमी^{3} (b) $\frac{7}{9}\sqrt{3}$ सेमी^{3}
(c) $\frac{8}{9}\sqrt{3}$ सेमी^{3} (d) $\frac{7}{9}\sqrt{2}$ सेमी^{3}

19. एक समचतुष्फलक की प्रत्येक भुजा 3 सेमी है, तब इसका आयतन है–
(a) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ c.c (b) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ c.c
(c) $9\sqrt{3}$ c.c (d) $27\sqrt{3}$ c.c

20. एक वर्गाकार आधार वाले पिरामिड चारों फलक समबाहु त्रिभुज है। प्रत्येक भुजा की लम्बाई 10 मीटर है तो इसका आयतन ज्ञात करो।
(a) 235.7 मीटर^3 (b) 288.7 मीटर^3
(c) 532.7 मीटर^3 (d) 352.7 मीटर^3

21. एक समकोण पिरामिड का आधार एक आयत है जिसकी लम्बाई 32 सेमी और चौड़ाई 10 सेमी है। यदि पिरामिड की ऊँचाई 12 सेमी है तो इसके संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 933 सेमी^{2} (b) 936 सेमी^{2}
(c) 934 सेमी^{2} (d) 935 सेमी^{2}

उत्तरमाला

1. (a) 2. (c) 3. (c) 4. (d) 5. (b) 6. (c) 7. (c) 8. (b) 9. (c)
10. (a) 11. (c) 12. (b) 13. (d) 14. (c) 15. (d) 16. (d) 17. (a) 18. (c)
19. (a) 20. (b) 21. (b)

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

हल एवं संकेत

Solⁿ 1. पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{3} \times 15 \times 15 \times 10 = 750$ सेमी^{3}

Solⁿ 2. माना a = समबाहु त्रिभुज की भुजा

$\therefore$ समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

अब, प्रश्नानुसार

$\frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right) 3\sqrt{3} = 12$

$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ सेमी

Solⁿ 3. पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$5^2 + 12^2 = 13^2$, पिरामिड का आधार समकोण त्रिभुज है।
अब माना ऊँचाई h है।

अब, प्रश्नानुसार

$240 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 12\right) \times h$

$h = 24$ सेमी

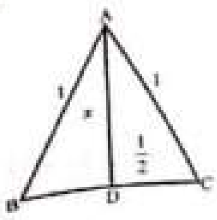
Solⁿ 4. पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 45 = 960$ सेमी^{3}

Solⁿ 5. पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई



$x^2 = (1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \Delta ABC$ का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4}$

पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{1.732}{3} = 0.577$ सेमी^{3}

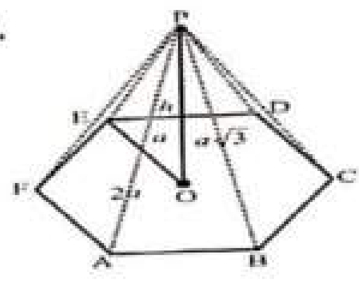
6. पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (10)^2 \times 30 = 2598$ मी^{3}

$\because a$ भुजा वाले समषट्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ वर्ग इकाई

7.



$AB = BC = CD = EF = FA = 2a$

$PE = \frac{5a}{2}$ और $OE = 2a$

$\therefore h = OP = \sqrt{\left(\frac{5a}{2}\right)^2 - 4a^2} = \frac{3a}{2}$

Scanned by CamScanner

mathswithabhinay.com

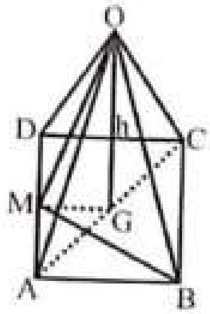
पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{3} \times \frac{3a}{2} \times 6 \times \frac{1}{2} \times 2a \times a\sqrt{3} = 3a^3\sqrt{3}$

8. वर्गाकार आधार की भुजा $= \sqrt{36} = 6$ सेमी

माना G, ABCD का केन्द्रक है और M, AD का मध्य बिन्दु है।



तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{OG^2 + MG^2} = \sqrt{h^2 + 3^2}$

$\therefore$ तिर्यक फलक के त्रिभुज का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{h^2 + 9}$

$= 3\sqrt{h^2 + 9}$

दिया है: $3\sqrt{h^2 + 9} = 15$

$\Rightarrow h = 4$ सेमी

$\therefore$ पिरामिड का आयतन

$= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$\frac{1}{3} \times 36 \times 4 = 48$ सेमी^{3}

9. a भुजा वाले समषट्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$

$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 96\sqrt{3} \Rightarrow a = 8$ मीटर

माना पिरामिड की ऊँचाई h है, तब पिरामिड के एक फलक का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} a \times l$, जहाँ l तिर्यक ऊँचाई है।

$\frac{1}{2} a \times l = 32\sqrt{3} \Rightarrow l = 8\sqrt{3}$

$\frac{3a^2}{4} + h^2 = l^2 \Rightarrow \frac{3 \times 64}{4} + h^2 = 64 \times 3$

$h^2 = 64 \times 3 \left[1 - \frac{1}{4}\right] = 196 \Rightarrow h = 12$ मी

$\therefore$ पिरामिड का आयतन $= \frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times h$

$= \frac{1}{3} \times 96\sqrt{3} \times 12 = 384\sqrt{3}$ मी^{3}

10. माना a आधार की प्रत्येक भुजा की लम्बाई है, h पिरामिड की ऊँचाई है और l पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई है।

$\therefore$ तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$

$l = \sqrt{h^2 + \frac{16}{12}} \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}}$

दिया है पिरामिड के संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल इसके आयतन का 3 गुना है।

$\therefore$ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल $= 3 \times$ (आयतन)

$\frac{1}{2}(4+4+4) \times \sqrt{h^2 + \frac{4}{3}} + \sqrt{\frac{3}{4}} \times 4^2$

$= 3 \times \frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \times h\right)$

$6\sqrt{h^2 + \frac{4}{3}} + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\,h$

$6\sqrt{h^2 + \frac{4}{3}} = 4\sqrt{3}\;(h-1)$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$36\left(h^2+\frac{4}{3}\right)=48(h-1)^2$$

$$3\left(h^2+\frac{4}{3}\right)=4(h-1)^2$$

$$3h^2+4=4(h^2-2h+1)$$

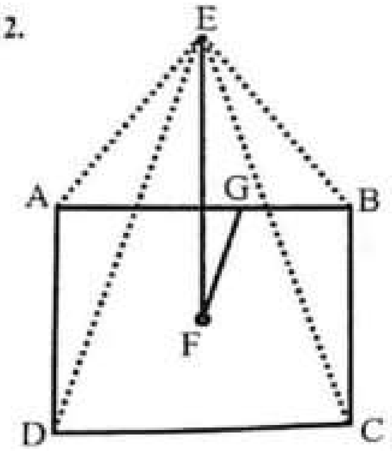
$$8h=h^2 \Rightarrow h=8 \text{ सेमी}$$

11. आयतन $=\frac{1}{3}\times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊँचाई

$$8000=\frac{1}{3}\times 40\times 40\times h$$

$h=15$ सेमी

12.



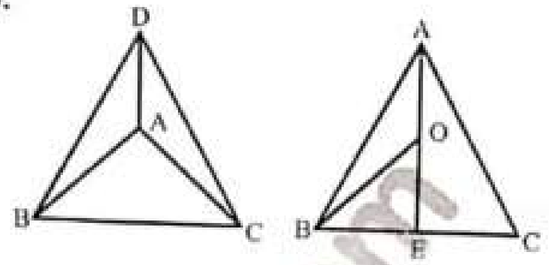
वर्ग का परिमाप $=4a=4\times 16=64$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई $=\sqrt{h^2+\frac{a^2}{4}}=\sqrt{15^2+8^2}=17$ सेमी

वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times$ आधार का परिमाप $\times$ तिर्यक ऊँचाई

$$=\frac{1}{2}\times 64\times 17=544 \text{ सेमी}^2$$

13.



$AB=10\sqrt{3}$ सेमी

$BE=5\sqrt{3}$

$AE=\sqrt{(10\sqrt{3})^2-(5\sqrt{3})^2}=15$ सेमी

$OE=\frac{1}{3}\times 15=5$ सेमी

यदि पिरामिड की ऊँचाई $=h$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई $=\sqrt{h^2+25}$

संपूर्ण पृष्ठीय क्षे. $=\frac{1}{2}\times$ आधार का क्षे. $\times$ तिर्यक ऊँचाई + आधार का क्षे

$$270\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 30\sqrt{3}\times\sqrt{h^2+25}+\frac{\sqrt{3}}{4}\times(10\sqrt{3})^2$$

$$h^2+25=169$$

$$h=\sqrt{144}=12 \text{ सेमी}$$

14. आधार का क्षे. $=\frac{1}{2}\times 5\times 12=30$ सेमी^{2}

$\therefore$ आयतन = आधार का क्षे. $\times$ ऊँचाई

$330=30\times h$

$h=11$ सेमी

15. वर्गाकार आधार की भुजा $=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 10\sqrt{2}=10$ सेमी

तिर्यक ऊँचाई $=\sqrt{5^2+12^2}=13$ सेमी

तिर्यक फलक का क्षे. $=\frac{1}{2}\times$ आधार का परिमाप $\times$ तिर्यक ऊँचाई

$$=\frac{1}{2}\times 40\times 13=260 \text{ सेमी}^2$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली -विविध

1. एक 10 सेमी ऊँचाई और 6 सेमी त्रिज्या वाले एक ठोस बेलन से समान ऊँचाई और समान आधार का शंकु काटा जाता है, तो शेष बचे ठोस का आयतन होगा?

(a) 240π घन सेमी (b) 5280 घन सेमी
(c) 620π घन सेमी (d) 360π घन सेमी

2. एक 4 मीटर व्यास वाले और 56 मीटर लंबाई की बेलनाकार टीले कि मिट्टी को एक खाई में डाला जाता है जिसकी लंबाई 48 मीटर, चौड़ाई 16.5 मीटर ओर गहराई 4 मीटर है तो टंकी का कितना भाग मिट्टी से भर जाएगा? ($\pi=\frac{22}{7}$)

(a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{2}{9}$
(c) $\frac{7}{9}$ (d) $\frac{8}{9}$

3. एक आयताकार पेपर के टुकड़े का आकार 100 सेमी × 44 सेमी है। इस पेपर को लंबाई अनुरूप मोड़कर एक बेलन बनाया जाता है। बेलन का आयतन होगा–

($\pi=\frac{22}{7}$)

(a) 4400 सेमी^{3} (b) 15400 सेमी^{3}
(c) 35000 सेमी^{3} (d) 144 सेमी^{3}

4. एक बेलनाकार लोहे की छड़ जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या की 8 गुनी है, को पिघलाकर छोटी गोलाकार गेंदे बनाई जाती है, जिनकी त्रिज्या बेलन की त्रिज्या की आधी है, तो गोलाकार गेंदो की संख्या ज्ञात करें।

(a) 12 (b) 16
(c) 24 (d) 48

5. एक सर्कस का टेन्ट 3 मीटर की ऊँचाई तक बेलनाकार है और उसके ऊपर शंकुवाकार है। यदि इसका व्यास 105 मीटर और शंकुवाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई 63 मीटर है, तब इस टेन्ट को बनाने के लिए आवश्यक कपड़े का क्षेत्रफल क्या होगा? ($\pi=\frac{22}{7}$)

(a) 11385 मी^{2} (b) 10395 मी^{2}
(c) 9900 मी^{2} (d) 990 मी^{2}

6. एक 5 मिली मीटर व्यास वाले बेलनाकार पाईप से 10 मीटर प्रति मिनट की दर से पानी बह रहा है। एक 24 सेमी गहराई और 30 सेमी आधार की त्रिज्या वाली शंकुवाकार टंकी को भरने में कितना समय लगेगा।

(a) 28 मिनट 48 सेकिण्ड
(b) 51 मिनट 12 सेकिण्ड
(c) 51 मिनट 24 सेकिण्ड
(d) 28 मिनट 36 सेकिण्ड

7. एक आयताकार लोहे की शीट की लंबाई 22 सेमी और चौड़ाई 8 सेमी है। इसको चौड़ाई के अनुरूप मोड़कर एक बेलन बनाया जाता है तो बेलन का आयतन क्या होगा?

(a) 208 सेमी^{3} (b) 308 सेमी^{3}
(c) 408 सेमी^{3} (d) 288 सेमी^{3}

8. एक आयतकार जिसकी विमाएँ 44 मीटर × 10 मीटर है, को मोड़कर एक बेलन बनाया जाता है, जिससे की छोटी भुजा बेलन की ऊँचाई बन जाती है। इस प्रकार बने बेलन का आयतन होगा–

(a) 3500 मीटर^3 (b) 1540 मीटर^3
(c) 3800 मीटर^3. (d) 4400 मीटर^3

9. एक तांबे की गोलाकार गेंद जिसका व्यास 9 सेमी है, को पिघलाकर एक 2 मिली मीटर व्यास वाले तार में बदला जाता है। तार की लंबाई होगी–

(a) 1512 मीटर (b) 1152 मीटर
(c) 2512 मीटर (d) 121.5 मीटर

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

10. एक बेलनाकार बर्तन का कुछ भाग पानी से भरा हुआ है। बर्तन की त्रिज्या 6 सेमी है। एक 3 सेमी त्रिज्या के गोले को इसके अंदर डाला जाता है और गोला पूर्णतया डूब जाता है तो बर्तन में पानी के स्तर में वृद्धि क्या होगी?

(a) 5 सेमी. (b) 8 सेमी.
(c) 1 सेमी. (d) 12 सेमी.

11. दो आयताकार पेपर की शीट 30 सेमी लंबी और 18 सेमी चौड़ी है। एक शीट को इसकी लंबाई के अनुरूप मोड़ा जाता है और दूसरी को इसकी चौड़ाई के अनुरूप मोड़ा जाता है। इस प्रकार बने दोनों बेलनों के आयतनों का अनुपात होगा-

(a) 2:1 (b) 3:2
(c) 4:3 (d) 5:3

12. यदि 1 घन सेमी लोहे का वजन 21 ग्राम है, तब एक लोहे के पाईप का वजन क्या होगा। पाईप के अन्दर 3 सेमी की चौड़ाई का छिद्र बना हुआ है पाईप की लम्बाई 1 मीटर और धातु की मोटाई 1 सेमी है।

(a) 46.2 किग्रा. (b) 24.2 किग्रा.
(c) 26.4 किग्रा. (d) 18.6 किग्रा.

13. एक सर्कस का टेन्ट 3 मीटर की ऊँचाई तक बेलनाकार है और उसके ऊपर शंकुवाकार है। यदि इसका व्यास 105 मीटर और शंकुवाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई 63 मीटर है तब टेन्ट को बनाने में लगने वाले कपड़े का क्षेत्रफल क्या होगा? (Take $\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 11385 मी^{2} (b) 10395 मी^{2}
(c) 9900 मी^{2} (d) 990 मी^{2}

14. एक 10 सेमी त्रिज्या और 21 सेमी ऊँचाई वाले लम्बवृतीय बेलन से समान त्रिज्या का एक शंकु काटा जाता है। शेष भाग का आयतन 4400 घन सेमी है तब काटे गये शंकु की ऊँचाई क्या होगी? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(a) 15 सेमी (b) 18 सेमी
(c) 21 सेमी (d) 24 सेमी

15. एक लम्बवृतीय बेलन और शंकु के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई बराबर है यदि उनके वक्रपृष्ठ के क्षेत्रफलो का अनुपात 8 : 5 है तब त्रिज्या का ऊँचाई से अनुपात क्या होगा?

(a) 2:3 (b) 4:3
(c) 3:4 (d) 3:2

16. एक बेलनाकार टैंक जिसका आधार क्षैतिज है और आनतरिक त्रिज्या 3.5 सेमी है। टैंक के अन्दर इतना पानी है कि जब एक गोले को टैंक के अन्दर डाला जावे तो गोला पूर्णतः डूब जाये तथा गोला टैंक में पूर्णतया फिट हो। गोला टैंक में रखने से पहले टैंक में पानी का स्तर क्या था?

(a) $\frac{35}{3}$ सेमी (b) $\frac{17}{3}$ सेमी
(c) $\frac{7}{3}$ सेमी (d) $\frac{14}{3}$ सेमी

17. एक 8 इंच लम्बे 11 इंज चौड़े और 2 इंच मोटाई वाले बर्फ के टुकड़े को 8 इंच व्यास वाली बेलनाकार छड़ में बदला जाता है तब छड़ की लम्बाई इंच में लगभग होगी।

(a) 3 (b) 3.5
(c) 4 (b) 4.5

18. एक 12 सेमी त्रिज्या वाले वृताकार टब में 20 सेमी की गहराई तक पानी भरा है। जब एक लोहे की गोलाकार गेंद को इसमें डूबोया जाता है तो पानी का स्तर 6.75 सेमी बढ़ जाता है गेंद की त्रिज्या होगी-

(a) 7.25 सेमी (b) 6 सेमी
(c) 4.5 सेमी (d) 9 सेमी

19. एक पानी टैंक बेलनाकार है और एक सिरे पर अर्द्धगोलाकार है। बेलनाकार भाग का बाहय व्यास 14 मीटर है और लम्बाई 50 मीटर है। तब 10 रु. प्रति वर्ग मीटर की दर से इसको पेंट कराने में कितना खर्चा आयेगा?

(a) 38160 रु.
(b) 28160 रु.
(c) 39160 रु.
(d) इनमें से कोई नहीं

Scanned by CamScanner

20. एक बेलनाकार बाल्टी जिसकी ऊँचाई 36 सेमी और त्रिज्या 21 सेमी है, मिट्टी से भरी है। बाल्टी को मैदान पर शंकुवाकार टीले के रूप में खाली किया जाता है। टीले की ऊँचाई 12 सेमी है। तब टीले के आधार की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 63 सेमी (b) 53 सेमी

(c) 56 सेमी (d) 66 सेमी

21. एक ठोस बेलन और एक ठोस शंकु के आधार व ऊँचाई समान है यदि त्रिज्या व ऊँचाई का अनुपात 4 : 3 है। तब बेलन और शंकु के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

(a) 10:9 (b) 11:9

(c) 12:9 (d) 14:9

22. एक 4 सेमी त्रिज्या वाली बेलनाकार टंकी के अन्दर पानी है। एक 3 सेमी त्रिज्या वाला ठोस गोला इसके अन्दर डाला जाता है जब गोला पूर्णतया डूब जाता है तो पानी के स्तर में कितनी वृद्धि हुई?

(a) $\frac{9}{2}$ सेमी (b) $\frac{9}{4}$ सेमी

(c) $\frac{4}{9}$ सेमी (d) $\frac{2}{9}$ सेमी

23. एक अर्द्धगोला और एक शंकु एक बेलन के अंदर इस प्रकार हैं की शंकु तथा बेलन की ऊँचाई अर्द्धगोले की त्रिज्या के बराबर हैं, तथा इनका आधार समान है, तब बेलन, अर्द्धगोल और शंकु के आयतन का अनुपात क्या होगा?

(a) 2:3:2 (b) 3:2:1

(c) 3:1:2 (d) 1:2:3

24. एक शॉट पुट खेल की लोहे की गेंद का व्यास 14 सेमी है। इसको पिघलाकर एक $2\frac{1}{3}$ सेमी ऊँचाई वाला एक ठोस बेलन बनाया जाता है। बेलन का व्यास क्या होगा?

(a) 14 सेमी (b) 28 सेमी

(c) $\frac{14}{3}$ सेमी (d) $\frac{28}{3}$ सेमी

25. यदि 8 सेमी आन्तरिक व 12 सेमी बाह्य त्रिज्या वाली वृताकार चकती क्षेत्रफल R_1 त्रिज्या व h ऊँचाई वाले बेलन के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है तब h का मान R_1 के रूप में होगा-

(a) $\frac{3R_1^2-30}{7R_1}$ (b) $\frac{R_1^2-40}{R_1^2}$

(c) $\frac{30-R_1}{R_1^2}$ (d) $\frac{40-R_1^2}{R_1}$

26. एक 14 सेमी व्यास वाले पाईप से 5 सेमी/घंटे की दर से एक 50 मीटर लम्बी व 44 मीटर चौड़ाई वाली आयताकार टंकी में पानी भरा जाता है टंकी में कितने समय में पानी का स्तर 7 सेमी बढ़ जायेगा।

(a) 2.1 घंटे (b) 2.0 घंटे

(c) 2.5 घंटे (d) 2.2 घंटे

27. एक 16 सेमी व्यास और 15 सेमी ऊँचाई वाले वृताकार बेलन के अन्दर एक शंकुवाकार गुहा बनायी जाती है। शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई बेलन की त्रिज्या व ऊँचाई के बराबर है शेष भाग का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) 440π सेमी^{2} (b) 215π सेमी^{2}

(c) 542π सेमी^{2} (d) 376π सेमी^{2}

28. एक बेलनाकार टंकी पानी से भरी हुई है। समान ऊँचाई और व्यास वाले शंकुओ में पानी भरना है तो कितने शंकुओ की आवश्यकता होगी? $\left(\pi=\frac{22}{7}\right)$

(a) 4 (b) 2

(c) 3 (d) 5

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

29. एक 6 सेमी त्रिज्या वाले ठोस गोले से 3 सेमी त्रिज्या व 4 सेमी ऊँचाई वाले शंकु बनाये जाते है, तो कितने शंकु बनाये जा सकते है।

(a) 12 (b) 24
(c) 48 (d) 6

30. एक 10 सेमी ऊँचाई व 20 सेमी त्रिज्या वाले ठोस धातु के शंकु को पिघलाकर 4 सेमी व्यास वाली कितनी गेंद बनायी जा सकती है।

(a) 25 (b) 75
(c) 50 (d) 125

31. एक ठोस धातु के शंकु को पिघलाकर एक समान आधार वाले बेलन में बदला जाता है। यदि बेलन की ऊँचाई 7 सेमी है तब शंकु की ऊँचाई होगी-

(a) 20 सेमी (b) 21 सेमी
(c) 28 सेमी (d) 24 सेमी

32. एक शंकुवाकार टंकी जिसकी आन्तरिक त्रिज्या 10 सेमी और ऊँचाई 48 सेमी है पानी से भरी हुई हैं। यदि इस पानी को 20 सेमी आन्तरिक त्रिज्या वाली बेलनाकार टंकी के अन्दर डाला जाता है तो टंकी में पानी के स्तर में कितनी वृद्धि होगी। $\left[Use \pi = \frac{22}{7}\right]$

(a) 2 सेमी (b) 4 सेमी
(c) 6 सेमी (d) 8 सेमी

33. एक शंकु के आधार की त्रिज्या 2.1 सेमी और ऊँचाई 8.4 सेमी है इसको पिघलाकर एक गोले में बदला जाता है तो गोले की त्रिज्या होगी-

(a) 2.1 सेमी (b) 4.2 सेमी
(c) 3.2 सेमी (d) 1.1 सेमी

34. एक 32 सेमी ऊँचाई और 18 सेमी त्रिज्या वाली बेलनाकार टंकी मिट्टी से भरी हुई हैं यदि इस मिट्टी को मैदान पर शंकुवाकार टीले के रूप में जमाती है। और टीले की ऊँचाई 24 सेमी है तब टीले की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 12 सेमी (b) 24 सेमी
(c) 36 सेमी (d) 48 सेमी

35. दो r_1 व r_2 त्रिज्याओ और समान ऊँचाई वाले शंकुओं को पिघलाकर एक R त्रिज्या का एक ठोस गोला बनाया जाता है तब शंकु की ऊँचाई होगी-

(a) $\frac{4R^2}{r_1^2 + r_2^2}$ (b) $\frac{4R}{r_1 + r_2}$

(c) $\frac{4R^3}{r_1^2 + r_2^2}$ (d) $\frac{R^2}{r_1^2 + r_2^2}$

36. एक ठोस लकड़ी का खिलौना शंकुवाकार में अर्द्धगोले पर बना हुआ है। यदि अर्द्धगोले की त्रिज्या 4.2 सेमी और खिलौने की कुल ऊँचाई 10.2 सेमी है। तब लकड़ी का आयतन लगभग होगा।

(a) 104 सेमी^{3} (b) 162 सेमी^{3}
(c) 427 सेमी^{3} (d) 266 सेमी^{3}

37. एक 27π घन सेमी आयतन वाले ठोस शंकु को एक खोखले बेलन के अन्दर रखा जाता है जिसकी त्रिज्या व ऊँचाई शंकु की त्रिज्या व उऊँचाई के बराबर है। खाली भाग को भरने के लिए पानी के कितने आयतन की आवश्यकता होगी?

(a) 3π सेमी^{3} (b) 18π सेमी^{3}
(c) 54π सेमी^{3} (d) 81π सेमी^{3}

38. एक बेलन और एक शंकु के आयतनो का अनुपात 3 : 1 है। उनके व्यास की तुलना करो जबकि उनकी ऊँचाई बराबर है।

(a) बेलन का व्यास= शंकु के व्यास का 2 गुना

(b) बेलन का व्यास = शंकु का व्यास

(c) बेलन का व्यास > शंकु का व्यास

(d) बेलन का व्यास < शंकु का व्यास

mathswithaphiray.com

Scanned by CamScanner

39. एक 10.5 सेमी धातु के गोले को पिघलाकर 3.5 सेमी त्रिज्या व 3 सेमी ऊँचाई वाले छोटे शंकुओं में बदला जाता है। शंकुओं की संख्या ज्ञात करो।

(a) 140 (b) 132

(c) 112 (d) 126

40. एक 2 सेमी त्रिज्या और 3 सेमी ऊँचाई वाली शंकुवाकार टंकी केरोसिन से भरी है टंकी में एक छिद्र से केरोसिन बाहर निकलता है जिसको 2 सेमी त्रिज्या वाले बेलनाकार जार में संग्रह किया जाता है। जार के अन्दर केरोसिन का स्तर होगा–

(a) π सेमी (b) 1.5 सेमी

(c) 1 सेमी (d) 3 सेमी

41. एक 15 मीटर ऊँचाई व 16 सेमी व्यास वाले बेलन में समान त्रिज्या व ऊँचाई वाली एक गुहा बनायी जाती है, अब शेष बचे ठोस का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा–

(a) 440π सेमी^{2} (b) 215π सेमी^{2}

(c) 542π सेमी^{2} (d) 376π सेमी^{2}

42. एक कूप 10 मीटर लंबी जो धातु की बनी है, और बेलनाकार से जोड़ी गई जो 22 सेमी लंबी है। बेलनाकार का व्यास 8 सेमी है और कूप के ऊपरी हिस्से का व्यास 18 सेमी है, कूप को बनाने में लगी धातु का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) 728.57 सेमी^{2} (b) 782.57 सेमी^{2}

(c) 872.57 सेमी^{2} (d) 827.57 सेमी^{2}

43. एक आयताकार शंकु को घन में इस प्रकार डाला जाता है, शंकु की भुजा घन के एक फलक को स्पर्श करती है और उसके शीर्ष विपरीत फलक को स्पर्श करती है। यदि घन का आयतन 343 घन सेमी है, तो शंकु का आयतन ज्ञात करें (लगभग)

(a) 125 सेमी^{3} (b) 81 सेमी^{3}

(c) 90 सेमी^{3} (d) 112.5 सेमी^{3}

44 एक ठोस धातु के बेलन के आधार की त्रिज्या r सेमी और ऊँचाई 6 सेमी है। यदि इसको पिघलाकर समान त्रिज्या वाले शंकु में बदला जाता है, तो शंकु की ऊँचाई क्या होगी?

(a) 54 सेमी (b) 27 सेमी

(c) 18 सेमी (d) 9 सेमी

45. एक शंकुवाकार कूप के आधार की त्रिज्या a सेमी और ऊँचाई h सेमी है। यह पूर्ण रूप से दूध से भरा हुआ है। इस दूध को एक p सेमी त्रिज्या वाले बेलनाकार थर्मश में डाला जाता है। थर्मश में दूध के स्तर की ऊँचाई क्या होगी?

(a) $\frac{a^2h}{3p^2}$ सेमी (b) $\frac{3hp^2}{a^2}$ सेमी

(c) $\frac{p^2}{3h^2}$ सेमी (b) $\frac{3a^2}{hP^2}$ सेमी

46. एक घन और एक गोले के आयतन का अनुपात ज्ञात करो जबकि गोला घन के अंदर फिट है।

(a) $4:\pi$ (b) $\pi:4$

(c) $6:\pi$ (d) $\pi:6$

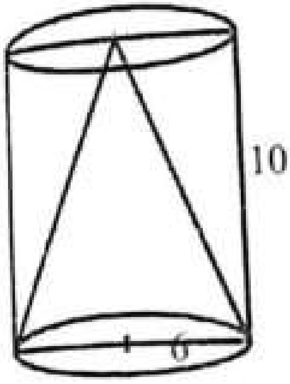
Scanned by CamScanner

उत्तरमाला

1.	(a)	**2.**	(b)	**3.**	(b)	**4.**	(d)	**5.**	(a)	**6.**	(a)	**7.**	(b)	**8.**	(b)	**9.**	(d)
10.	(c)	**11.**	(d)	**12.**	(a)	**13.**	(*)	**14.**	(c)	**15.**	(c)	**16.**	(d)	**17.**	(b)	**18.**	(d)
19.	(d)	**20.**	(a)	**21.**	(d)	**22.**	(b)	**23.**	(*)	**24.**	(b)	**25.**	(d)	**26.**	(b)	**27.**	(a)
28.	(c)	**29.**	(b)	**30.**	(d)	**31.**	(b)	**32.**	(b)	**33.**	(a)	**34.**	(c)	**35.**	(c)	**36.**	(d)
37.	(c)	**38.**	(b)	**39.**	(d)	**40.**	(c)	**41.**	(a)	**42.**	(b)	**43.**	(c)	**44.**	(c)	**45.**	(a)
46.	(c)																

Scanned by CamScanner

हल एवं संकेत

1. 

शेष ठोस का आयतन $= \pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \pi r^2 h \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$= \pi r^2 h \frac{2}{3}$

$= \pi \times 6 \times 6 \times 10 \times \frac{2}{3}$

$= 240\pi$ घन मीटर

2. टीले का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 56 = 704$ मी^{3}

घाई का आयतन $= 48 \times 16.5 \times 4 = 3168$ मी^{3}

खाई का भरा हुआ भाग $= \frac{704}{3169} = \frac{2}{9}$

3. बेलन की परिधी = 44

$2\pi r = 44$

$r = 7$ सेमी.

$h = 100$ सेमी.

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 100$

$= 15400$ सेमी^{3}

4. बेलनाकार छड़ की ऊँचाई (h) $= 8r$

गोलाकार गेंद की त्रिज्या $= \frac{r}{2}$

गोलाकार गेंदो की संख्या $= \dfrac{\pi r^2 h}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^3}$

$= \dfrac{\pi \times r^2 \times 8r}{\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^3}$

$= 16 \times 3 = 48$

5. बेलन की ऊँचाई = 3 मीटर

बेलन का व्यास = 105 मीटर

त्रिज्या (r) $= \frac{105}{2}$ मीटर

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l) = 63$

टेंट को बनाने में आवश्यक कपड़े का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.

$= 2\pi rh + \pi rl$

$= \pi r(2h + l)$

$= \pi r(2h + l)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{105}{2}(6 + 63)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{5}{2}$ मिमी $\times 69$

$= 11385$ मीटर^2

6. पाईप की त्रिज्या (r) $= \frac{5}{2}$ मिमी $= \frac{1}{4}$ सेमी

शंकु की त्रिज्या (R) = 15 सेमी

पाईप द्वारा बहे पानी का आयतन = शंकु का आयतन

$\pi r^2 \times 1000 \times T = \frac{1}{3}\pi \times 15 \times 15 \times 24$

[$\because$ पानी की गति = 1000 सेमी/मिनट]

$T = \frac{28800}{1000}$ मिनट = 28 मिनट 48 सेकेण्ड

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

7. बेलन की परिधी = 22सेमी

$2\pi r = 22$

$r = 3.5$ सेमी

$h = 8$ सेमी

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} \times \frac{35}{10} \times 8$

$= 308$ सेमी^{3}

8. बेलन की परिधी = 44

$2\pi r = 44$

$r = 7$ मी.

$h = 10$ मी.

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10$

$= 1540$ मी^{3}

9. गोलाकार गेंद का व्यास = 9 सेमी

त्रिज्या = 9/2 = 9/200 मीटर

तार का व्यास = 2मिमी

त्रिज्या = 1मिमी = 1/1000 मीटर

∴ गेंद का आयतन = बेलन का आयतन

$\frac{4}{3}\pi \times \frac{9}{200} \times \frac{9}{200} \times \frac{9}{200} = \pi \times \frac{1}{1000} \times \frac{1}{1000} \times h$

$\frac{243}{2} = h$

∴ $h = 121.5$ मीटर

10. बेलन की त्रिज्या = 6 सेमी.

गोले की त्रिज्या = 3 सेमी.

बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\pi \times 6 \times 6 \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3$

अत: पानी की स्तर में वृद्धि $h = 1$ सेमी

11. I. $2\pi r_1 = 30$

प्रथम बेलन की त्रिज्या $r_1 = \frac{30}{2\pi}$,

प्रथम बेलन की ऊँचाई $h_1 = 18$

II. $2\pi r_2 = 18$

प्रथम बेलन की त्रिज्या $r_2 = \frac{18}{2\pi}$

प्रथम बेलन की ऊँचाई $h_2 = 30$

प्रथम बेलन का आयतन = दूसरे बेलन का आयतन

$\pi\left(\frac{30}{2\pi}\right)^2 \times 18 = \pi\left(\frac{18}{2\pi}\right)^2 \times 30$

30 : 18

5 : 3

12. आवश्यक आयतन $= \pi(R^2 - r^2)4$

दिया है

$R = (3+1) = 4$ cm

$r = 3$ cm

$h = 100$

आयतन $= \frac{22}{7} \times (4^2 - 3^2) \times 100$

$= 2200$ घन सेमी

वजन $= 2200 \times 21$ ग्राम

$= 46.2$ किग्रा

13 प्रश्न 5 के समान

14. शेष भाग का आयतन $= \pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\frac{2}{3}\pi r^2 h = 4400$

$\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times h = 4400$

अत:, शंकु की ऊँचाई h = 21 सेमी

15. $\frac{\text{बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षे.}}{\text{शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षे.}} = \frac{2\pi rh}{\pi rl} = \frac{8}{5}$

$\frac{2\pi rh}{\pi r \times \sqrt{h^2 + r^2}} = \frac{8}{5}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}} = \frac{4}{5}$$

दोनों पक्षों में वर्ग करने पर

$$\frac{h^2}{h^2+r^2} = \frac{16}{25}$$

$$\frac{h^2+r^2}{h^2} = \frac{25}{16}$$

$$\frac{r^2}{h^2}+1 = \frac{25}{16}$$

$$\frac{r^2}{h^2} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{3}{4}$$

16. एक बेलनकार बोतल का आयतन = ठोस गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\pi \times 3.5 \times 3.5 \times h = \frac{3}{4} \times \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$$

$$h = \frac{4}{3} \times 3.5$$

अतः, बोतल में पानी की गहराई $h = \frac{14}{3}$ सेमी.

17. प्रश्नानुसार

$$l \times b \times h = \pi r^2 h_1$$

$$8 \times 11 \times 2 = \frac{22}{7} \times 4 \times 4 \times h_1$$

$$h_1 = \frac{7}{2}$$

$$h_1 = 3.5$$

18. गोलाकार गेंद का आयतन = बेलन का आयतन जब गहराई 26.75 सेमी है – बेलन का आयतन जब गहराई 20 सेमी है।

$= \pi r^2 \times 26.75 - \pi r^2 \times 20$

$= \pi r^2 (26.75 - 20)$

$= \pi r^2 (6.75)$

$= \pi \times 12 \times 12 \times 6.75$

लेकिन, गोलकार गेंद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\therefore \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi \times 12 \times 12 \times 6.75$$

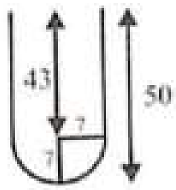
$$r^3 = \frac{12 \times 12 \times 6.75 \times 3}{4}$$

$$r^3 = 729$$

$$r = 9 \text{ सेमी}$$

$\therefore$ गोलकार गेंद की त्रिज्या = 9 सेमी.

19. टंक का वक्र पृष्ठीय क्षे. = बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल



$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h+r)$

$= 2\pi r(43+7)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 50$

$= 2200$ मी²

1 मी² के क्षेत्रफल में पेंट कराने का खर्चा = 10 रु.

2200 मी² के क्षेत्रफल में पेंट कराने का खर्चा = 22000 रु.

20. टोकरी की ऊँचाई = 36 सेमी

त्रिज्या = 21 सेमी

मिट्टी के ढेर की ऊँचाई = 12 सेमी

बाल्टी में मिट्टी का आयतन = मिट्टी के ढेर का आयतन

$$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 h_2$$

$$\Rightarrow \pi \times 21 \times 21 \times 36 = \frac{1}{3} \times \pi \times 12 \times R^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 21 \times 21 \times 9$$

$\therefore$ ढेर की त्रिज्या $R = 21 \times 3 = 63$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

21. $\frac{r}{h}=\frac{4x}{3x}$

तिर्यक ऊँचाई $l=\sqrt{(4x)^2+(3x)^2}$

$l=5x$

$\frac{\text{बेलन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}}{\text{शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षे.}}=\frac{2\pi rh+2\pi r^2}{\pi rl+\pi r^2}$

$=\frac{2\pi 3x.4x+2\pi(4x)^2}{\pi 3x.5x+\pi(4x)^2}$

$=\frac{56x^2}{36x^2}=\frac{14}{9}$

$=14:9$

22. बेलन की त्रिज्या $r_1=4$ सेमी

गोले की त्रिज्या $r_2=3$ सेमी

A.T.Q.

बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$\pi r_1^2 h=\frac{4}{3}\pi r_2^3$

$4\times4\times h=\frac{4}{3}\times3\times3\times3$

अतः, level of water rises by $h=\frac{9}{4}$ सेमी

23. प्रश्न 5 की तरह

24. गेंद का व्यास = 14 सेमी

त्रिज्या = 7 सेमी

ठोस बेलन की ऊँचाई = $\frac{7}{3}$ सेमी

प्रश्नानुसार

गेंद का आयतन = बेलन का आयतन

$\frac{4}{3}\pi r^3=\pi r^2 h$

$\frac{4}{3}\times\pi\times7\times7\times7=\pi\times r^2\times\frac{7}{3}$

$r^2=49\times4$

$r=7\times2=14$ सेमी

बेलन के आधार का व्यास

$D=2r=2\times14=28$ सेमी

25. आन्तरिक त्रिज्या $r=8$ सेमी

बाह्य त्रिज्या $R=12$ सेमी

वृत्ता चक्की का क्षे. $=\pi(R^2-r^2)$

$=\pi(144-64)=80\pi$

प्रश्नानुसार

बेन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = area of shell

$2\pi R_1(h+R_1)=80\pi$

$h+R_1=\frac{40}{R_1}$

$h=\frac{40}{R_1}-R_1$

$h=\frac{40-R_1^2}{R_1}$

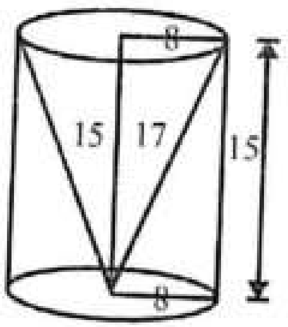
26. $l\times b\times h=$ अनुप्रस्थ काट का क्षे. × गति × समय

$50\times44\times\frac{7}{100}=\frac{22}{7}\times\frac{7}{100}\times\frac{7}{100}\times5\times1000\times t$

$t=2$ घंटे

27. शंकु की तिर्यक ऊँचाई $(l^2)=\sqrt{r^2+h^2}$

$l^2=\sqrt{15^2+8^2}$



$l^2=\sqrt{289}$

$l=17$

Scanned by CamScanner

ठोस का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =

ठोस के आधार का क्षे. + बेलन का वक्र पृष्ठ का क्षे. +

शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$= \pi r^2 + 2\pi rh + \pi rl$

$= \pi r(r + 2h + l)$

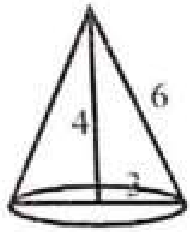
$= \pi r(8 + 30 + 17)$

$= \pi \times 8 \times 55$

$= 440\pi$ सेमी²

28. शंकुवों की संख्या $= \dfrac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = 3$

29.

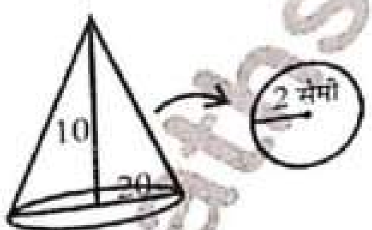


A.T.Q.

$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 6 \times 6 \times 6}{\frac{1}{3}\pi \times 3 \times 5 \times 4} = 24$$

कुल शंकुवों की संख्या = 24

30.

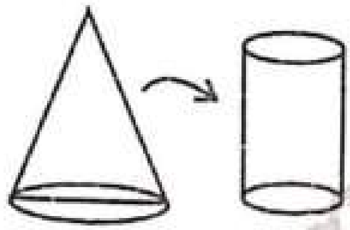


प्रश्नानुसार

$$\frac{\frac{1}{3}\pi r^2 h}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{\frac{1}{3}\pi \times 20 \times 20 \times 10}{\frac{4}{3}\pi \times 2 \times 2 \times 2}$$

अतः, गेंदो की संख्या = 125

31.



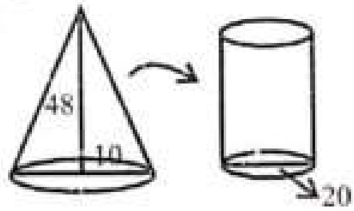
A.T.Q.

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h_1$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 \times 7$$

∴ शंकु की ऊँचाई = 21 सेमी

32.



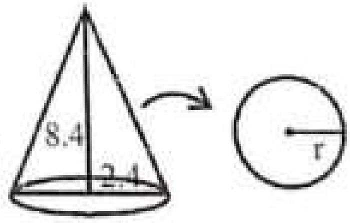
A.T.Q.

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3}\pi \times 10 \times 10 \times 48 = \pi \times 20 \times 20 \times h$$

अतः, पानी का स्तर बढ़ेगा = 4 सेमी

33.



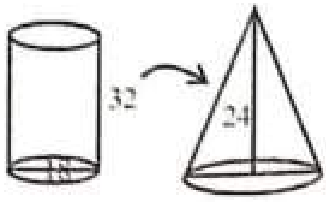
$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\frac{1}{3}\pi\times2.1\times2.1\times8.4=\frac{4}{3}\pi r^3$

$r=2.1$ सेमी

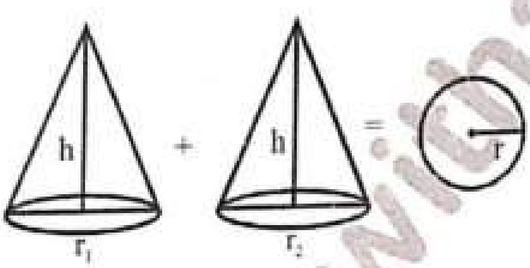
34. 

बेलनाकार टंकी का आयतन = शंकु का आयतन

$\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1$

$\pi\times18\times18\times32=\frac{1}{3}\pi\times r^2\times24$

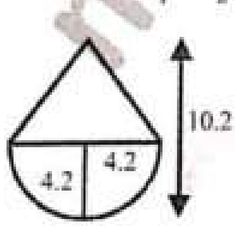
$r=36$ सेमी

35. 

$\frac{1}{3}\pi r_1^2 h+\frac{1}{3}\pi r_2^2 h=\frac{4}{3}\pi R^3$

$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2+r_2^2)=\frac{4}{3}\pi R^3$

$h=\frac{4R^3}{r_1^2+r_2^2}$

36. 

शंकु की ऊँचाई

$10.2-4.2=6$

लकड़ी का आयतन $=\frac{1}{3}\pi r^2h+\frac{2}{3}\pi r^3$

$=\frac{\pi r^2}{3}(h+2r)$

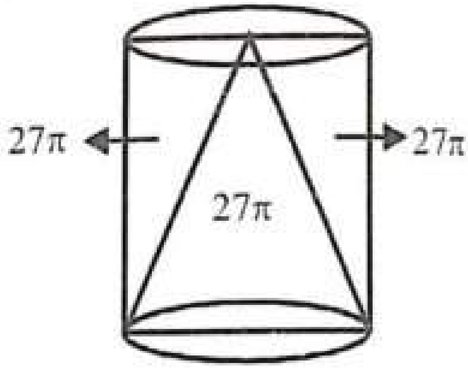
$=\frac{\pi r^2}{3}(6+8.4)$

$=\frac{22}{7}\times\frac{4.2\times4.2}{3}\times14.4$

$=22\times0.6\times1.4\times14.4$

$=266.112$

$=266$ (निकटतम)

37. 

54π

38. $h_1=h_2$

$\frac{\pi r_1^2h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2h_2}=\frac{3}{1}$

$r_1^2=r_2^2$

$r_1=r_2$

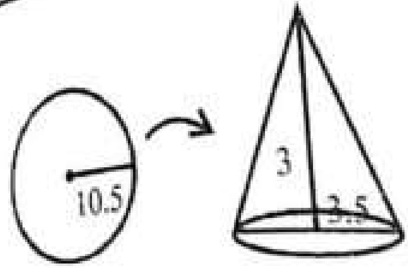
$D_1=D_2$

(b) बेलन का व्यास = शंकु का व्यास

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

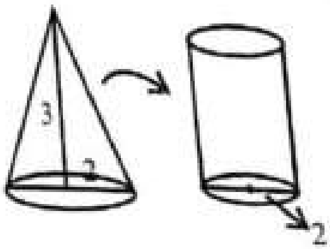
39.



$$\text{शंकु की संख्या} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5}{\frac{1}{3}\pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3}$$

$= 126$

40.



A.T.Q.

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h$

$\frac{1}{3}\pi \times 2 \times 2 \times 3 = \pi \times 2 \times 2 \times h$

$h = 1$ सेमी

41.

$l = \sqrt{15^2 + 8^2}$

$= 17$ सेमी

संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh + \pi r^2 + \pi rl$

$= \pi\,(2 \times 8 \times 15 + (8)^2 + 8 \times 17)$

$= 440\,\pi$

42.

$R = 9$

$r = 4$

$l = \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$

$l = 13$

कूप का क्षेत्रफल

$= 2\pi rh \times \pi(R + r)l$

$= \pi[2 \times 4 \times 10 + (9 + 4) \times 13]$

$= 249\,\pi$

$= 249 \times \frac{22}{7} = 782.57$ सेमी^{2}

43. घन का आयतन $= 343$

$a^3 = 343$

$a = 7$

तब, $2r = a = 7$

$r = \frac{a}{2} = \frac{7}{2}$

घन का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 7$

$= 90$ सेमी^{3}

Scanned by CamScanner

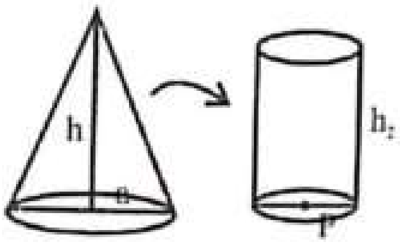
44 $r = r$ सेमी

$h = 6$ सेमी

$\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\pi r^2 6 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$h = 18$ सेमी

45. 

$\pi r^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\pi P^2 h_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 h$

$$\boxed{h_1 = \frac{a^2 h}{3P^2}}$$

46. a = घन की भुजा

गोले की त्रिज्या

$= r = \frac{a}{2}$

अतः $a^3 : \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3$

$6 : \pi$

★★★★

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

ABHINAY PUBLICATIONS

Motivation | Entertainment | Teaching

Play with Advanced MATHS

हिन्दी माध्यम

वक्त बदलता है, फिर बदलेगा
सारा जहाँ अपना होगा।

- बीजगणित
- त्रिकोणमिति
- निर्देशांक ज्यामिति
- ज्यामिति
- ऊँचाई एवं दूरी
- क्षेत्रमिति

Abhinay Sharma

Scanned by CamScanner