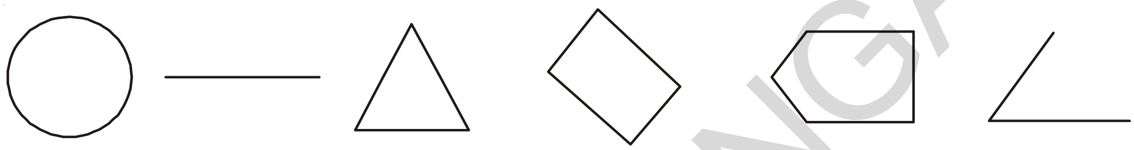
अध्याय 5

रेखा और कोणों का मापन

5.1 परिचय

आपने पिछले अध्याय में रेखा गणितिय मुलभुत प्रत्ययों के आकृतियों के बारे में पढ़ा। जैसे कि संयुक्त रेखाएं, कोन, त्रिभुज, चतुर्भुज और वृत्त, जो आपने सीखा है। इसमें से अधिक आकृतियाँ रेखा खण्ड तथा कोनों से बने हुए है। आप देख सकते है कि इनके आकार, रेखाएं तथा कोन अलग-अलग है। रेखा खण्डों की लम्बाई तथा कोणों की तुलना इन्हें देखकर भी कर सकते है।



चित्र- 5.1

पर यह हर समय में संभव नही है। क्योंकी उनके बीच माप का अंतर बहुत कम होता है, इसिलिए माप शुध्दता को मालुम करने के लिए उपकरण की आवश्यकता होती है।

5.2 रेखा खण्ड को मापना:

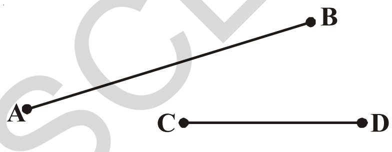
कुछ वस्तुएं जैसे कि पुस्तक, टी.वी., ईट के किनारों की लम्बाई रेखा खण्ड को दर्शात है।

हमने बहुत सी रेखा खण्डों को देखा है और निर्मित भी किया है। हमें पता है कि त्रिभुज तीन रेखा खण्डों से तथा चतुर्भुज चार रेखा खण्डों से निर्मित है। दो रेखा खण्डों की लम्बाई की तुलना निम्न विधि व्दारा कर सकते है।

a) अवलोकन द्वारा

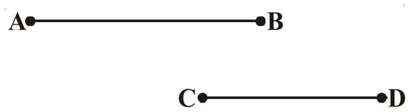
b) कागज पर उतार कर

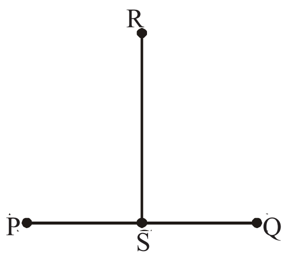
c) उपकर द्वारा।



चित्र- 5.2

चित्र- 5.2 के रेखा खण्ड $\overline{AB}$ और $\overline{CD}$ अवलोकन द्वारा आसानी से तुलना कर सकते है। उनमें कौनसी लम्बी है? हम आसानी से कह सकते है कि, $\overline{RS}$, $\overline{CD}$ से बडी है।





परंतु चित्र - 5.3 में $\overline{PQ}$ और $\overline{RS}$ कि तुलना करना आसान नही है। क्यों?

चित्र- 5.3

SCERT TELANGANA

सोचो, विचार करो और लिखो:

हम कैसे तुलना करें?

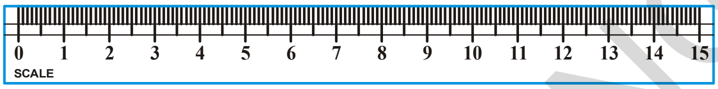
तुलना करने के लिए $\overline{AB}$ और $\overline{CD}$ रेखा खण्डों को इस प्रकार उतारों कि उनका झुकाव उसी दिशा में हो।

तब हम कह सकते है कि, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ से अधिक है। इसी प्रकार $\overline{PQ}$ और $\overline{RS}$ कि तुलना करो। हम देखते है कि $\overline{PQ}$ और $\overline{RS}$ समान है।

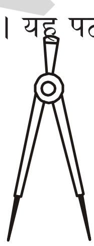
5.2.1 उपकरण द्वारा तुलना :

रेखा खण्डों की तुलना शुध्दता से मालुम करने के लिए उपकरण की जरुरत पडती है। यह पटरी और विभाजक के रुप में औजार पेटी (ज्यामित पेटी) में पायी जाती है।

क्या आपने कभी इसका प्रयोग किया? इसे ध्यान से देखो?



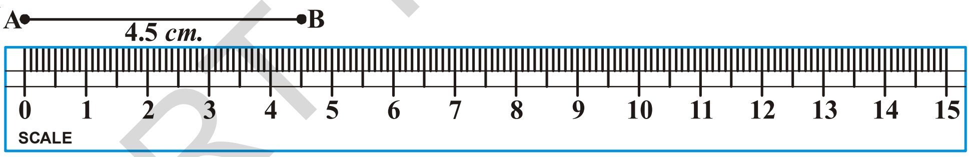
Ruler



Divider

पटरी को 15 भागों में बांटा गया है और एक किनारे पर 15 से.मी. अंकीत किया गया है। प्रत्येक भाग एक सें.मी. के बराबर है। प्रत्येक से.मी. को फिर से 10 मी.मी. में विभाजित किया गया है।

आइये देखते हैं कि पटरी की सहायता से रेखा खण्ड की लंम्बाई को कैसे मापते है?



चित्र में दर्शाये अनुसार रेखा खण्ड AB के बायें सिरे को इस प्रकार रखें कि उसका 'O'A बिन्दु के साथ हो। अब रेखा खण्ड के B बिन्दु से मिलने वाले अंक को पढियें।

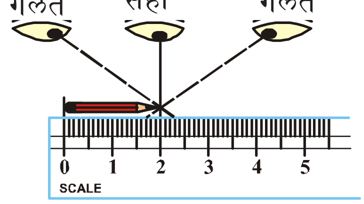
यहाँ पर AB कि लम्बाई = 4.5 सेंटीं.मीटर.. अर्थात AB = 4.5 सेंटीं.मीटर

मान लो पटरी पर 1 से.मी. A बिंदु के साथ हो और B कि लम्बाई 5.5 से.मी., तो बिन्दुओं को पढिये और घटाकर लम्बाई मालुम करो।

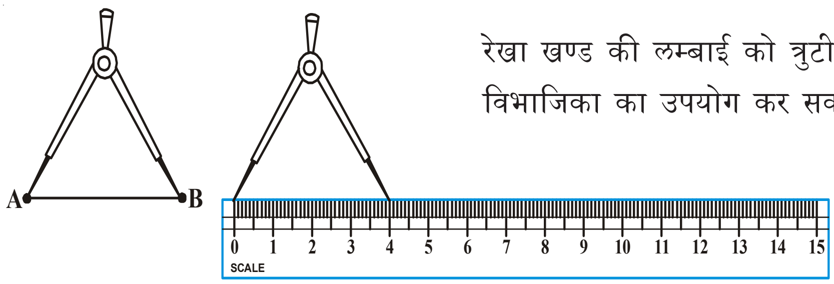
अर्थात 5.5 - 1 = 4.5 सेंटीं.मीटर

सोचो, विचार करो और लिखो:

रेखा खण्ड को मापते समय कभी-कभी त्रुटियां हो सकती है। उदाहरण : पेंसिल की लम्बाई मापने के लिए चित्र में दिये अनुसार सीधा देखने से शुध्द मान प्राप्त होता है। तिरछा देखने से मापन में त्रुटियां हो सकती है।



SCERT TELANGANA



रेखा खण्ड की लम्बाई को त्रुटी के बिना मापने के लिए विभाजिका का उपयोग कर सकते है?

चित्र-5.1

आईये विभाजिका से मापकर देखते है। विभाजिका को खोलकर उसके एक भुजा का नुकिला बिन्दु A पर रखो। दुसरा नुकिला भाग B पर रखो। नुकिले भागों को बिना विक्षोभ किये विभाजक को पटरी पर इस प्रकार रखो कि एक नुकिला भाग शुन्य पर हो।

रेखा खण्ड AB कि लम्बाई कितनी है? और भी रेखा खण्डों को लेकर विभाजक द्वारा मापकर देखो।

इसे करो

1. विभाजक और पटरी का उपयोग करते हुए पोस्टकार्ड की लम्बाई और चौडाई का मापन ज्ञात करो? क्या सभी पोस्टकार्ड की लम्बाई और चौडाई समान है?
2. तीन वस्तुओं जैसे रबर, पेन्सील... को लेकर कागज पर उतारीए और उनके लम्बाईयों को मालुम करो।

अभ्यास 5.1

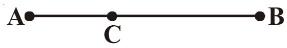
1 आपकी कक्षा में निरिक्षण किये गये किसी भी पांच वस्तुओं के रेखा खण्डों को बताओ। उदाहरण: श्यामपट का किनारा।

2. पटरी से विभाजक का प्रयोग रेखा खण्डों की तुलना में अधिक अच्छा क्यों है?

3. निम्न सभी रेखा खण्डों को मापों और आरोहण क्रम में लिखों।

रेखा खण्ड $\overline{AB}$ $\overline{AC}$ $\overline{AD}$ $\overline{AE}$ $\overline{BC}$ $\overline{BD}$ $\overline{BE}$ $\overline{CD}$ $\overline{CE}$ $\overline{DE}$

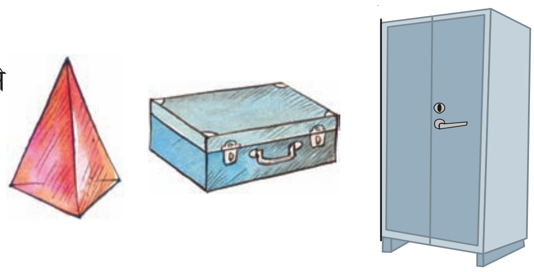
4. रेखा खण्ड $\overline{AB}$ का मध्यबिन्दु श्वेता और रेशमा ने निम्न प्रकार किया।

श्वेता 

रेशमा

कौनसा सही है? $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ की लम्बाईयों को मापो?

5. दिये गये चित्र में कुछ आकृतियां है, वह सभी रेखा खण्डों से जुडे हुए है? अलमारी से जुडी हुई सबसे बडी रेखा खण्ड को दिखाया गया है। सभी आकृतियां के रेखा खण्डों को सुचित करो?



SCERT TELANGANA

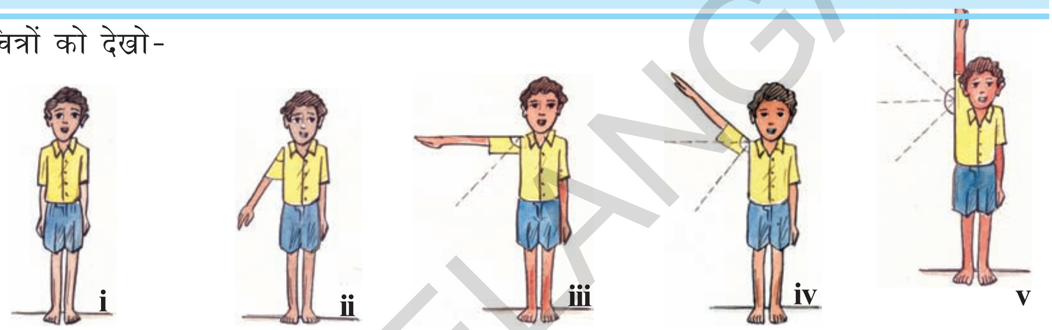
5.3 कोण का मापन:

हम हर समय अपने चारों ओर कोण को देख सकते है।

हम जानते हैं कि कैंची के दोनों धारदार रेखा खण्ड एक दुसरे से जब दुर किये जाते है, तो उनकी बीच की बढती हुई दुरी के पास उनके कोण का मापन भी बढता जाता है। दो कोणों या दो रेखा खण्डों के बीच कोण बनता है। ऐसी वस्तुओं का उदाहरण दीजिए जिनमें हम कोण देख सकते है।

प्रक्रिया

निम्न चित्रों को देखो-



अपने शरीर के नजदिक अपने दोनों हाथ रखो, एक हाथ को उसी स्थिती में रखों और दुसरा हाथ धीरे से ऊपर उठाओं। आप देख सकते हैं कि जैसे - जैसे आप हाथ को ऊपर उठाते जाएंगे वैसे - वैसे आप के शरीर और हाथ के बीच का कोण बदलता जाएगा।

आओ हम विभिन्न कोणों को जाने और इनको क्या नाम देंगे?

सर्व प्रथम हाथ शरीर के पास लगा होगा, भुजा को आप जैसे-जैसे ऊपर उठाते जाओगे कोण बढता जाएगा।

चित्र iii में आपका हाथ आपके शरीर के लम्बवत है। शरीर और हाथ के बीच का कोण 90^0 बनता है,उसे समकोण कहते है।

चित्र ii में आपका हाथ और शरीर के बीच का कोण समकोण से कम है। इसे न्युन कोण कहते है।

चित्र iv में आपका हाथ और शरीर के बीच का कोण समकोण से अधिक है, इसे अधिक कोण कहते है।

चित्र v में आपका हाथ शरीर के सीधा(साहचर्य) में है। इसे सरल कोण कहते है।

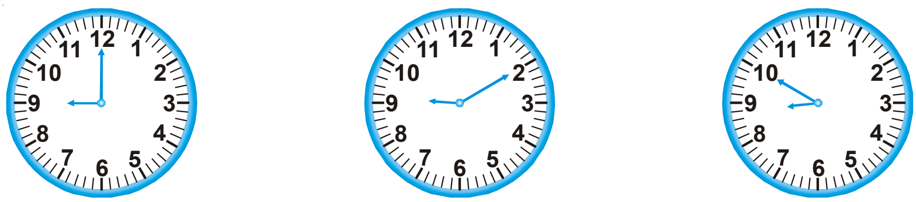
चित्र i में आपका हाथ और शरीर के बीच का कोइ कोण पाते है।

तो यहां कह सकते है की, ये शुन्य कोण है, और हम शुन्य कोण को बढना शुरु होते है। चित्र को ध्यान से देखो, यह ऊपर की ओर इशारा करता है निचे नही। यह दर्शाता है कि हम पूर्व अवस्था में नही पहुंच सकते है।

SCERT TELANGANA

आइये इन कोणों के कुछ उदाहरण घडी में निरिक्षण करें।

जब 12 बजे है, तो दोनों कांटो के बीच का कोण शुन्य होगा।



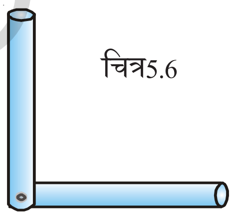
किस घडी के कांटे न्यून कोण दर्शता है?

चित्र में कौनसी घडी के कांटे अधिक कोण बनाते है? ये कोण छोटे कांटे(घंटे वाले कांटे) को आधार मानकर, घूमते हुए मिनट के कांटे से घंटे के कांटे की दुरी से मापकर गणना करेंगे।

क्रिया कलाप

दो पीने वाले स्ट्रॉ लो।

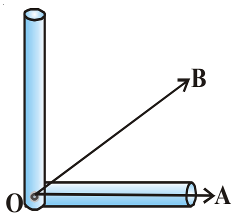
एक स्ट्रॉ का छोर दुसरे के छोर पर रखकर पिन से जोंडो, यह 'L' आकार का बनेगा।



चित्र5.6

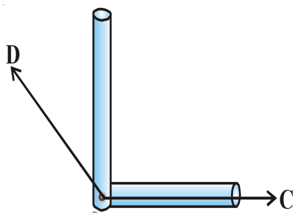
यहाँ आप एक समकोण हेस्टर पाएंगे (चित्र 5.6) यह एक कोण उपकरण है।

चित्र 5.7 में दर्शाए अनुसार एक किरण $\overline{OA}$ टेस्टर पर बनाओ। जो शीर्ष को छुती है। अब ∠AOB समकोण से छोटा होगा, अत: यह एक न्युन कोण है।



चित्र 5.7

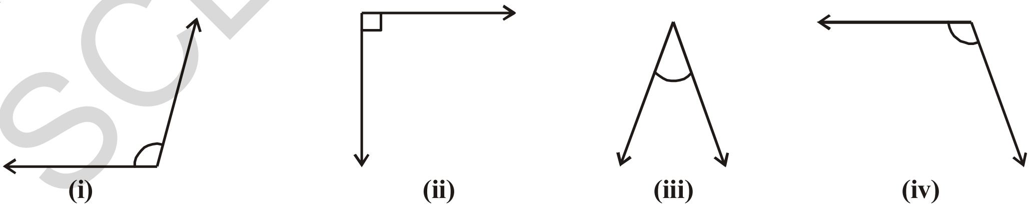
चित्र 5.8 में दर्शाए अनुसार एक किरण $\overline{OC}$ टेस्टर पर बनाओ, जो शिर्ष को छुती है। अब ∠COD समकोण से बडा अत: ये अधिक कोण है।



चित्र 5.8

इसे करो

1. स्ट्रॉ कोण उपकरण का प्रयोग करा और निम्न कोणों को पहचानों।

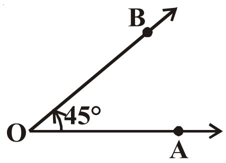


2. दैनिक जीवन में आप न्युन कोण और अधिक कोण का निरिक्षण किन स्थितीयों में करते हो, सुची बनाओ?

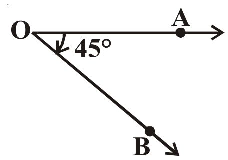
3. अपनी पसंद के कुछ कोण उतारो। उन्हे कोण उपकरण व्दारा जांचों और लिखों। कौनसे न्युन कोण और अधिक कोण है?

SCERT TELANGANA

सत्या और श्वेता को किरण $\overline{OA}$ दी गयी और उन्हें 45° का कोण बनाने को कहा गया। उन्होंने इस प्रकार उतारा।



सत्या (∠AOB = 45°)



श्वेता (∠AOB = 45°)

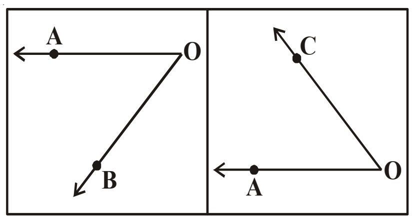
सत्या और श्वेता व्दारा उतारे गये कोणों में क्या अंतर है?

सत्या व्दारे बने कोण में $\overrightarrow{OB}$ घडी के कांटो की विपरीत दिशा में घूमे और $\overrightarrow{OB}$ तक पहुंच कर 45^0 का कोण बनाते है। ऐसे कोण जहां किरण घडीं के कांटो की विपरीत दिशा में घूमती है, उसे एंटी-क्लॉक वाईज कोण कहते है। एंटी-क्लॉक वाइज कोण को घनात्मक मापन व्दारा दर्शाते है। इस प्रकार सत्या का कोण 45^0 है।

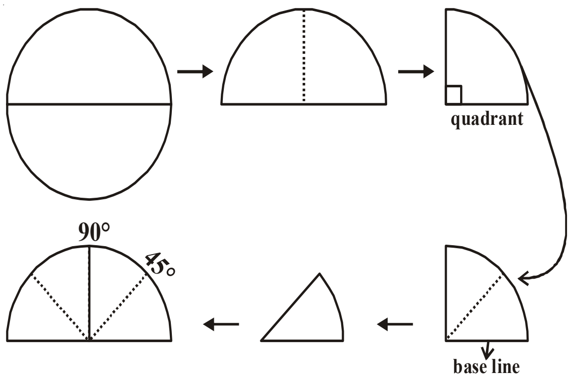
श्वेता व्दारा बनाये गये कोण में $\overrightarrow{OA}$ घडी के कांटो की दिशा में घुमती है और $\overrightarrow{OB}$ तक पहुंचकर 450 का कोण बनाती है। ऐसा कोण जहां घडी के कांटो की दिशा में किरण घुमती है, उन्हें क्लॉक वाईज कोण कहते है। उन्हे ऋणात्मक चिन्ह व्दारा दर्शाया जाता है। अत: श्वेता व्दारा -45^0 को कोण बनाया गया।

विचार, चर्चा करो और लिखो

संलग्न चित्र में ∠AOB और ∠AOC दिये गये है। इनमें कौनसे कोण क्लॉक वाइज है और एंटी क्लॉक वाइज है, सोचो और अपने मित्रों से चर्चा करो।



क्रिया कलाप

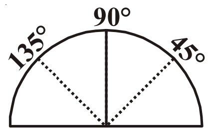


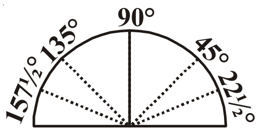
1. चूडी या वृत्ताकार शीट की सहायता से वृत्त का आकार काटो।
2. इसे मध्य से मोडो। आप एक अर्धवृत्त पाओगे।
3. चित्र में दर्शाये अनुसार आकार प्राप्त करने के लिए और एक बार फिर मोझे। इसे वृत्त का चौथाई भाग या क्वाड्रेन्ट कहते है।
4. ये मोड शीर्ष पर 90° का होता है।मोड पर 90° का निशान लगाओ।
5. चित्र में दर्शाये अनुसार वृत्त के चौथाई भाग को एक बार फिर मोड। तब 90° का आधा कोण बनेगा, जो 45° होगा।
6. इसे अब खोल दो। नयी रेखा पर कौनसा कोण होगा? आधार रेखा और मोडी गयी रेखा पर 45° का निशान लगाओ।

SCERT TELANGANA

7. 90° के दुसरी ओर के मोड पर माप कर निशान लगाओ।

वो 90° + 45° = 135° होगा।



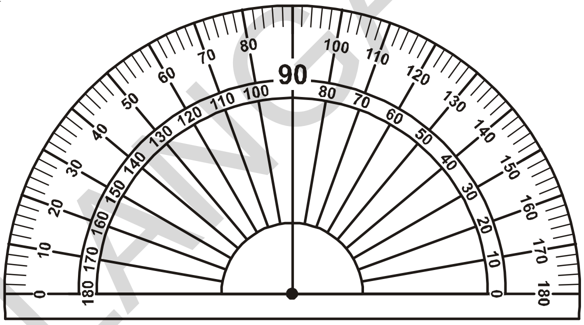


8. कागज को फिर से 45° तक मोडा (वृत्त के चौडाई भाग का आधा) अब इसका आधा करो। आधार रेखा की बायी और का पहला मोड 45° का आधा होगा। जो 22½° है। 135° के बायीं ओर का कोण 157½° होगा।

आप के पास कोण मापने का योजना यंत्र तयार है।

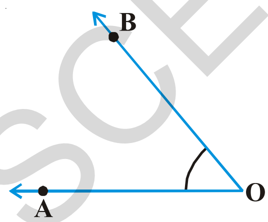
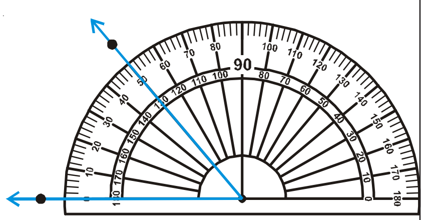
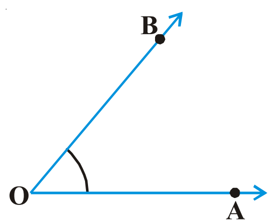
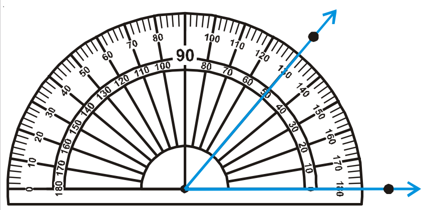
5.3.1 चांदा

हमने जो समकोण टेस्टर बनाया था, वह कोण अन्य कोणों की समकोण से तुलना करने में सहायक होता है, किंतु यह तुलना यथावत या सही नही होती है। इसीलिए कोणों की सही तुलना करने और मापने के लिए एक उपकरण की आवश्यकता होती है, जिसे चांदा कहते है।

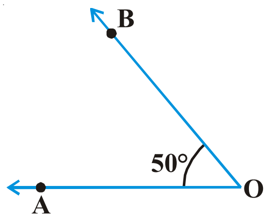


यदी आप चांदे को ध्यान से देखोगे तो आपको वहां दो जोडी मापन दिखेंगे। समकोण को दर्शानि वाली रेखा किस मापन को बताती है। आप देखोगे की 90° की रेखा समकोण को प्रदर्शित करती है। ये ऊर्ध्वाकार रेखा पर लम्बवत होती है। इसके दोनों और दो प्रकार के कोण होते है। एक क्लॉक वाईज कोण और एंटी क्लॉक वाइज कोण। इसमें भीतरी मापक और बाह्य मापक होते है। दोनों दिशाओं में 0° से 180° तक कोण होते है। ये 180° समान भागों में विभाजित होते है और प्रत्येक भाग को एक डिग्री कहते है। ये झुकने वाले शिर्ष पर 10° के अंतर पर विभाजित होते है। दोनों ओर के शुन्य को रेखा आधार रेखा के केंद्र पर होती है।

अब हम चांदे के प्रयोग से कोणों को मापना सीखेंगे।

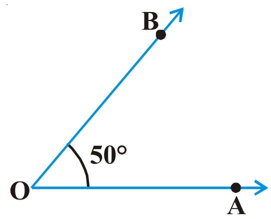
क्लॉक वाइज कोण	**चरण**	**एंटी क्लॉक वाइज कोण**
 	1. कोण को पहचानों कि वह न्यून कोण है या अधिक कोण है। 2. चांदे के केन्द्र बिन्दु कोण के शिर्ष पर रखों। 3. शीर्ष के केंद्र बिंदु से हटाए बिना चांदे को व्यवस्थित करो, जिससे कि उसकी एक भुजा आधार रेखा के साथ हो।	 

SCERT TELANGANA



4. मापन रेखा को देखों जहां आधार रेखा 0° दर्शाती है।

5. इस कोण को पढियें। इसका दुसरा सिरा मापन रेखा को पार करके$\angle AOB = 50°$ बताता (दर्शता) है।

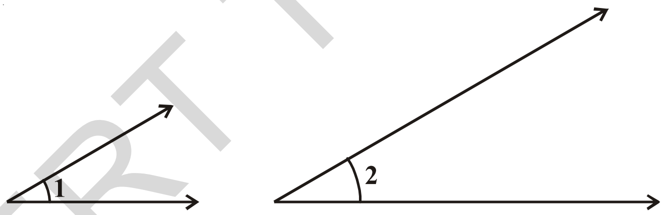


टेबल को पढिये:

कोण के प्रकार	माप
शून्य कोण	0^0
समकोण	90^0
सरल कोण	180^0
संपुर्ण कोण	360^0
न्यून कोण	0^0 और 90^0 के बीच
अधिक कोण	90^0 और 180^0 के बीच
बृहत कोण	180^0 और 360^0 के बीच

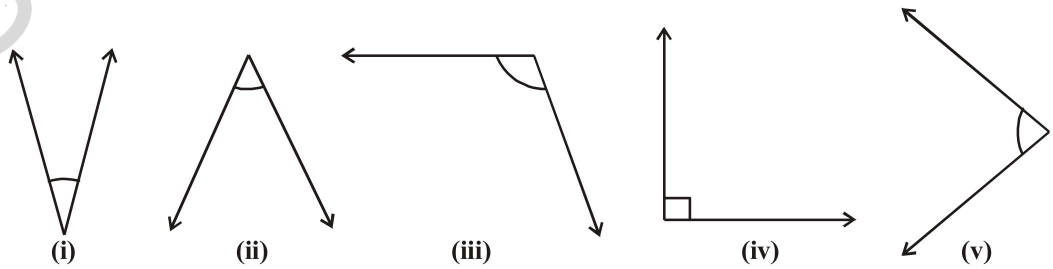
प्रयत्न करो

1. कौनसा कोण बडा है? अपने मित्र से चर्चा करो?



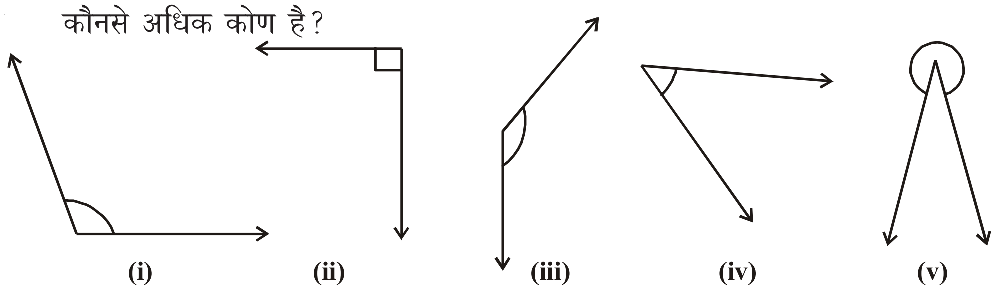
कोणों को मापकर जांच किजिए। क्या आपका अनुमान सही था। कारण बताओ?

2. निम्न कोणों को मापकर बताओ की कौनसे न्यून कोण है?



SCERT TELANGANA

3. कौनसे अधिक कोण है?



4. किसी भी दो न्युनकोण और दो अधिक कोणों को बताओ?

5. निचे कुछ के माप दिये गये है। बताओ कि वह न्यूनकोण या समकोण या अधिक कोण या सरल कोण या बृहत कोण है?

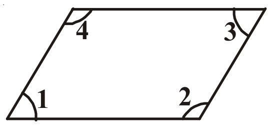
40°, 140°, 90°, 210°, 44°, 215°, 345°, 125°,
10°, 120°, 89°, 270°, 30°, 115°, 180°

अभ्यास - 5.2

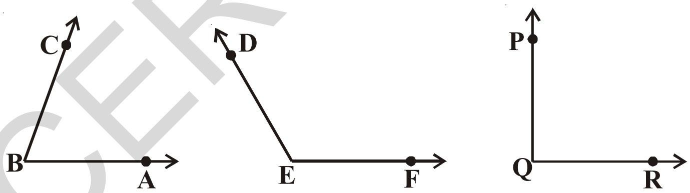
1. निम्न में कौनसा सत्य और कौनसा असत्य? जो असत्य है असे सही करो?

i यदि कोण समकोण से कम हो तो उसे न्यून कोण कहते है। ( )
ii. कोण का माप 180^0हो उसे सरल कोण कहते है। ( )
iii. कोण का माप 90° हो उसे सरल कोण कहते है। ( )
iv. कोण का माप 180° ये अधिक हो उसे बृहत कोण कहते है। ( )
v. कोण का माप 360° हो उसे संपूर्ण कोण कहते है। ( )

2. दिये गये चित्र में कौनसे न्यून कोण और कौनसे अधिक कोण है, प्रत्येक पर विचार करो। कोणों को मापों।



3. निम्न कोणों को मापिये और लिखिए। बताओं सबसे बडा कोण कौनसा है?



∠ABC = ... ∠FED = ... ∠RPQ = ...

4. घडी के दो कांटो के बीच बने कोण को बताइए, जबकी समय है-

i.9 बजे प्रांत: ii.6 बजे सायं: iii. 12 बजे मध्याह्न iv. 4 बजे सायं: v.8:30 बजे रात्री

SCERT TELANGANA

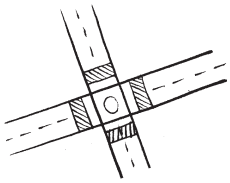
5. जोडियां बनाईए। रेखा खण्डों व्दारा कोण बनाओ।

समूह अ	**समूह ब**
न्यून कोण	90°
सम कोण	270°
अधिक कोण	45°
बृहत कोण	180°
सरल कोण	150°

5.4 प्रतिच्छेदित रेखांए, लम्बवत रेखाएं, समानान्तर रेखाएं

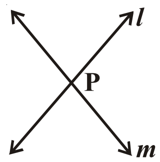
5.4. प्रतिच्छेदित रेखाएं

नीचे के चित्र पर ध्यान दें-



हम देखते हैं कि सडक और छडी रेखा खण्ड के प्रतिरुप है।

इन सभी रेखाओं का एक ही सामान्य बिन्दु है। दो विभिन्न रेखाओं के सामान्य बिन्दु कितने है?



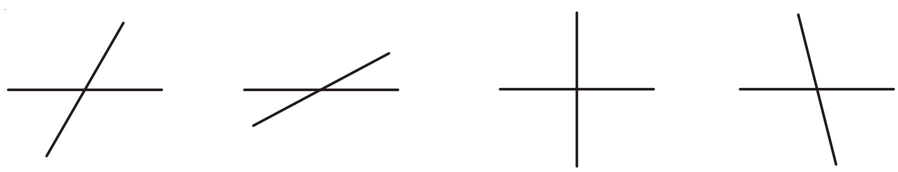
इसे करो

1. एक समतल पर दो अलग-अलग रेखाएं उतारो। क्या वह एक दुसरे को एक से अधिक बिन्दु पर काटते है।
2. क्या आप अनुमान लगा सकते है,कि अलग-अलग रेखाओं के तीन सामान्य बिन्दु होंगे? या दो सामान्य बिन्दु?

दो अलग-अलग रेखाएं l और m बिन्दु P पर मिलते है। हम कहते है कि l और m का प्रतिच्छदित बिन्दु P है। इन रेखाओं का एक ही सामान्य बिन्दु होगा। यदि दो रेखाओं का एक ही सामान्य बिन्दु हो तो उसे प्रतिच्छेदित रेखाएं कहते है।

विचार किजिए कि यदि रेखाओं का सामान्य बिन्दु नहीं है, तो उसे क्या कहेंगे?

प्रतिच्छेदित रेखाओं के बीच कोण बनता है। निम्न प्रतिच्छेदित रेखाओं को देखो। यह अनेक कोण बनाते है। पहचानिए कि यह किस प्रकार के कोण है?

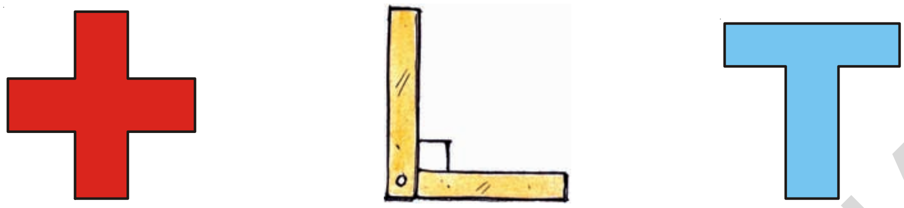


SCERT TELANGANA

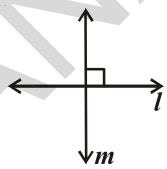
इसमें कुछ अधिक कोण, कुछ न्यून कोण और कुछ समकोण है।

5.4.2 लम्बवत रेखाएं

प्रत्येक आकृती के कोणों के मिलने वाले किनारों पर ध्यान दिजीए।



ऊपर की रेखाओं पर विचार करो।



क्या उपरोक्त में समकोण बनता है? क्या वह एक- दुसरे को प्रतिच्छेदित करते है। तो वे परस्पर लम्बवत कहलाती है।

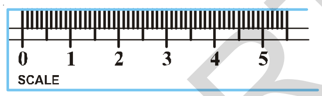
यहां पर 'l' और 'm' परस्पर लम्बवत कहलाती है। हम इसे $l \perp m$ एसे लिखते है।

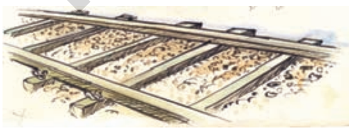
विचार किजिए, चर्चा किजिए और लिखिए

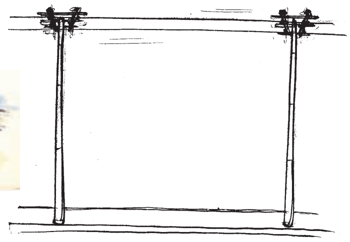
1. यदि $l \perp m$, तो हम इसे $m \perp l$ कह सकते है?
2. दी गयी रेखा के कितने लम्बवत रेखाएं खींच सकते है?
3. अंग्रेजी के कौनसे अक्षर लम्ब रेखाओं को दर्शाते है?

5.4.3 समानान्तर रेखाएं

नीचे के चित्र पर ध्यान दें-







रेल की पटरियां पटरी के किनारे, बिजली के तार का निरिक्षण करो। इन युगल रेखाओं की क्या विशेषता है? इन रेखाओं को उनके दिशा में बढाने पर क्या वह एक दुसरे को मिलते है?

एक समतल पर दो रेखाएं एक दुसरे को न काटती हो, तो उन्हें समानान्तर रेखाएं कहते है।

यहाँ पर l और m समानान्तर है। इसें हम $l \parallel m$ लिखते है और l समानान्तर है m के पढते है।

आपके कक्षा में निरिक्षण करो और समानान्तर रेखाओं के उदाहरण दो

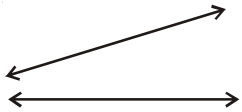
SCERT TELANGANA

इसे करो

चित्र में दिये अनुसार दो रेखाएं खिचों। क्या वह एक दुसरे को प्रतिच्छेदित करते है? क्या वे समानान्तर है? क्यों?

युगल समानान्तर रेखाओं को खिचिंए और इनके बीच कोण क्या होगा?

विचार किजिए। अपने मित्र और अध्यापक से चर्चा किजिए।



अभ्यास 5.3

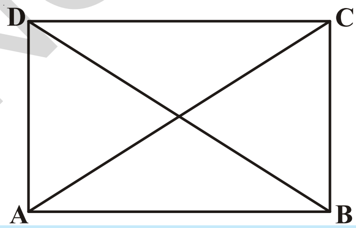
1. नीचे कुछ नमूनों के उदाहरण दिये गये है। पहचानिये कि वह लम्बवत या समानान्तर रेखाओं को दर्शाति है या काई थी नही।

   i. खिडकी के खडे किनारे। ii. रेल की पटरियां iii. श्यामपट्ट के अभिमुख(सम्मुख) किनारे।
   iv. अंग्रेजी अक्षर 'V' v. दरवाजे के आसन्न किनारे।

2. एक कागज पर गुनियों को उतारों और लम्बवत किनारों को सुचित करो।

3. संलग्न चित्र में आयत ABCD के $\overline{AC}$ और $\overline{BD}$ कर्ण है। समानान्तर रेखाएं, लम्बवत रेखाएं और प्रतिच्छेदित रेखाओं के जोडियों को लिखो और संकेत व्दारा प्रकट करों।

   a) समानान्तर रेखाएं b) लम्बवत रेखाएं
   c) प्रतिच्छेदित रेखांए



हम क्या चर्चा कर चुके है?

1. रेखा खण्डों की तुलना अवलोकन व्दारा, कागज पर उतार कर और उपकरण व्दारा कर सकते है।
2. विभाजक और पटरी के सहायता से रेखाओं की रचना और तुलना कर सकते है।
3. पटरी पर प्रत्येक सेंटीमीटर को फिर से 10 मिलीमीटरों में विभाजित किया गया। लम्बाई को मापने की इकाई 1 से.मी. है। 1 से.मी. = 10 मि.मी.
4. चांदा एक अर्धवृत्ताकार उपकरण है, जिसके वक्रतल भाग को 180^0 समान खण्डों में विभक्त किया गया है। इससे हम कोण को मापते है और कोण की रचना भी करते है।
5. कोण को मापने की इकाई डिग्री है। (1°). परिक्रमा का $\frac{1}{360}$ वां भाग
6. जिस कोण का माप 90° हो, उसे समकोण तथा कोण का माप 180° हो, उसे सरल कोण कहते है।
7. जो कोण समकोण से कम है, उसे न्यून कोण कहते है।
8. जो कोण से अधिक और से कम हो तो उसे अधिक कोण कहते है।
9. जिस कोण का माप से अधिक और से कम हो उसे बृहतकोण कहते है।
10. दो रेखाओं का एक ही सामान्य बिन्दु हो तो उसे प्रतिच्छेदित रेखाएं कहते है।
11. यदि दो रेखाएं एक दुसरी को समकोण पर प्रतिच्छेदित करती है, तो वे परस्पर लम्बवत कहलाती है।
12. एक समतल पर दो रेखाएं एक दुसरे को न काटती हो तो उन्हें समानान्तर रेखाएं कहते है।
13. दो समानान्तर रेखाओं के मध्य कोई भी सामान्य बिन्दु नहीं होता है।

SCERT TELANGANA