தமிழ்நாடு அரசு

மேல்நிலை இரண்டாமாண்டு

கணிதவியல்

தொகுதி 1

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

Front Pages.indd 1 05-02-2020 18:51:10

தமிழ்நாடு அரசு

முதல் பதிப்பு - 2019

திருத்திய பதிப்பு - 2020

(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ்
வெளியிடப்பட்ட நூல்)

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்

**மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்**

© SCERT 2019

நூல் அச்சாக்கம்

**தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்**

www.textbooksonline.tn.nic.in

Front Pages.indd 2 05-02-2020 18:51:10

இப்புத்தககத்தினை எவ்வாறு பயன்படுத்த வேண்டும்

கணிதப் பாடத்தின் வாய்ப்புகள்	• உயர்கல்வி வாய்ப்புகள், படிப்புகள், நிறுவனங்கள் பற்றிய கருத்துகள் • மாணவர்கள் உயர்கல்வி நிலையை அடையத் தேவையான கல்வி உதவித்தொகை வாய்ப்புகள் பற்றிய வழிகாட்டுதல்கள்
கற்றல் நோக்கங்கள்	• பாடப்பகுதியின் பொதுப்பார்வை • பாடப்பகுதியில் எதிர்பார்க்கப்படும் கற்றல் அடைவுகள் பற்றிய தெளிவு
	• எடுத்துக்காட்டுகளுடன் பாடக் கருத்துகளின் காட்சிப்பதிவுகள்.
ICT	• பாடப்பொருளைக் கற்பதற்கான கவன வீச்சினை அதிகரித்தல். • பாடப்பொருளைப் புரிந்துகொண்டு வலுப்படுத்துவதற்குப் பாடப்பொருளைக் காட்சிப்படுத்துதல் • ஒரு பாடப்பொருளை மற்ற பாடப்பொருள்களோடு இணைத்தல். • மின்னியல் திறன்களை வகுப்பறைக் கற்றலுடன் இணைத்து ஆய்வுக் கற்றலினை மாணவருக்கு அளித்தல்.
பாடத் தொகுப்பு	• ஒவ்வொரு பாடப்பகுதியின் இறுதியிலும் கற்ற பாடப்பொருளை நினைவு கூறுவதற்காகத் தரப்பட்டுள்ள மீள்நோக்கக் குறிப்புகள்
மதிப்பிடுதல்	• மாணவர்கள் கருத்துகளைப் புரிந்து கொண்டதை மதிப்பிடுதல் மற்றும் பயிற்சி கணக்குகளைத் தீர்ப்பதற்கான அறிவை பெறச் செய்தல்
மேற்கோள் நூல்கள்	• மேலும் கற்பதற்கான குறிப்புதவி நூல்களின் பட்டியல்
உயர்நிலைச் சிந்தனைக்கான வாய்ப்புகள்	• JEE, KVPY, Math olympiad, போன்ற போட்டித் தேர்வுகளில் மாணவர்களின்ப ங்கேற்பினை ஊக்கப்படுத்த உயர்நிலைச் சிந்தனைக்கான வினாக்கள் மற்றும் கருத்துகள் இடம் பெற்று இருத்தல்.
கலைச்சொற்கள்	• அடிக்கடிப் பயன்படுத்தப்படும் கணிதக் கலைச்சொற்களும் அவற்றுக்கான தமிழ்ச் சொற்களும்

கணிதம் கற்றல்

பாடப்பொருளினை முழுமையாகப் புரிந்து கொள்வதே சரியான கற்றலாகும். ஒவ்வொரு பாடப்பகுதியும் அறிமுகம். கற்றல் நோக்கங்கள். பல்வேறு வரையறைகள், தேற்றங்கள், முடிவுகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளுடன் வழங்கப்பட்டுள்ளன. இதனடிப்படையில் விரைவான மற்றும் வலுவான மீள் கற்றலுக்காகக் கணக்குத் தீர்வுகளும், தீர்க்க வேண்டிய கணக்குகளும் அளிக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றை பயிற்சி செய்வதன் மூலமாக ஒருவர் தம் கணிதத் திறனை வளர்த்துக்கொள்ள முடியும். எனவே, மாணவர்களுக்கு அடிப்படைக் கருத்துகளை விளக்கிக் கணக்குகளைச் செய்துகாட்டுவதுடன் அதை அடியொற்றி மாணவர்களுக்கு அடிப்படைக் கருத்துகளை விளக்கிக் கணக்குகளைச் செய்துகாட்டுவதுடன் அதை அடியொற்றி மாணவர்களுக்கு பிற கணக்குகளை தீர்க்க முயல வைப்பதும் ஆசிரியர் பணியாகும். உயர்நிலைக் கணிதத்திற்கான அடித்தளமாக இம்மேல்நிலை இரண்டாமாண்டு திகழ்வதால், இப்பாடப்புத்தககத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு பாடக் கருத்திலும் மாணவர்கள் மிக கவனம் செலுத்த வேண்டும்.

Front Pages.indd 3 05-02-2020 18:51:11

பொருளடக்கம்

கணிதவியல்

அத்தியாயம் 1 – அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்		**1**	ஜுன்
1.1	அறிமுகம்	1	
1.2	பூச்சியமற்ற கோவை அணியின் நேர்மாறு	2	
1.3	ஒரு அணியின் மீதான தொடக்க நிலை உருமாற்றங்கள்	17	
1.4	அணிகளின் பயன்பாடுகள்: நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கான தீர்வு காணுதல்	30	
1.5	நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்குரிய ஒருங்கமைவுத் தன்மையை தரம் மூலம் காணல்	41	
அத்தியாயம் 2 – கலப்பு எண்கள்		**58**	ஜுலை
2.1	கலப்பெண்கள் அறிமுகம்	58	
2.2	கலப்பு எண்கள்	60	
2.3	கலப்பெண்களின் அடிப்படை இயற்கணிதப் பண்புகள்	64	
2.4	ஒரு கலப்பெண்ணின் இணைக் கலப்பெண்	66	
2.5	ஒரு கலப்பெண்ணின் மட்டு மதிப்பு	72	
2.6	கலப்பெண்களின் வடிவியல் மற்றும் நியமப்பாதை	79	
2.7	கலப்பு எண்களின் துருவ வடிவம் மற்றும் ஆய்லரின் வடிவம்	81	
2.8	டி மாய்வரின் தேற்றமும் அதன் பயன்பாடுகளும்	89	
அத்தியாயம் 3 – சமன்பாட்டியல்		**103**	ஜுலை
3.1	அறிமுகம்	103	
3.2	பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகளின் அடிப்படைக் கூறுகள்	105	
3.3	வியட்டாவின் சூத்திரங்கள் மற்றும் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல்	107	
3.4	பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகளின் கெழுக்களின் பண்புகள் மற்றும் மூலங்களின் பண்புகள்	115	
3.5	வடிவியலில் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகளின் பயன்பாடுகள்	121	
3.6	உயர்ப்படி பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகளின் பயன்பாடுகள்	122	
3.7	கூடுதல் விவரங்களுடன் கூடிய பல்லுறுப்புக் கோவைகள்	123	
3.8	கூடுதல் விவரம் இல்லாத பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகள்	129	
அத்தியாயம் 4 – நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்		**142**	ஜுலை/ஆகஸ்ட்
4.1	அறிமுகம்	142	
4.2	சில அடிப்படைக் கருத்துகள்	143	

Front Pages.indd 4 05-02-2020 18:51:11

4.3	சைன் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு சைன் சார்பு	146	
4.4	கொசைன் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு கொசைன் சார்பு	152	
4.5	தொடுகோட்டுச் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு தொடுகோட்டுச் சார்பு	157	
4.6	கொசீகண்ட் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு கொசீகண்ட் சார்பு	163	
4.7	சீகண்ட் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு சீகண்ட் சார்பு	165	
4.8	கோடேன்ஜண்ட் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு கோடேன்ஜண்ட் சார்பு	167	
4.9	நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகளின் முதன்மை மதிப்பு	168	
4.10	நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகளின் பண்புகள்	171	
அத்தியாயம் 5 –	**இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல்-II**	**189**	ஆகஸ்ட்
5.1	அறிமுகம்	189	
5.2	வட்டம்	190	
5.3	கூம்பு வளைவுகள்	200	
5.4	கூம்பு வெட்டு முகங்கள்	215	
5.5	கூம்பு வடிவின் துணையலகு வடிவம்	217	
5.6	கூம்பு வளைவரையின் தொடுகோடுகள் மற்றும் செங்கோடுகள்	220	
5.7	அன்றாட வாழ்வில் கூம்பு வளைவரைகளின் பயன்பாடுகள்	225	
அத்தியாயம் 6 –	**வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்**	**241**	ஆகஸ்/செப்ட
6.1	அறிமுகம்	241	
6.2	வெக்டர்களின் வடிவக் கணித அறிமுகம்	242	
6.3	திசையிலிப் பெருக்கல் மற்றும் வெக்டர் பெருக்கல்	244	
6.4	திசையிலி முப்பெருக்கல்	252	
6.5	வெக்டர் முப்பெருக்கல்	259	
6.6	ஜக்கோபியின் முற்றொருமை மற்றும் லாக்ராஞ்சியின் முற்றொருமை	261	
6.7	முப்பரிமாண வடிவக் கணிதத்தில் வெக்டர்களின் பயன்பாடு	264	
6.8	ஒரு தளத்தின் பல்வேறு வகைச் சமன்பாடுகள்	279	
6.9	தளத்தில் ஒரு புள்ளியின் பிம்பம்	300	
6.10	ஒரு கோடும் ஒரு தளமும் சந்திக்கும் புள்ளி	301	
விடைகள்		**310**	

6RXMWR
மின்னூல்

INJHLM
மதிப்பீடு

B262_12_MATHS_EM
இணைய வளங்கள்

2020 QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவுக் குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன் பேசியில் கூகுள் playstore கொண்டு DIKSHA செயலியை பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியை திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தி பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீடுகளை ஸ்கேன் செய்யவும்.
- திரையில் தோன்றும் கேமராவை பாடநூலின் QR Code அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம். அந்த QR Code உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் பாட பகுதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: இணையச்செயல்பாடுகள் மற்றும் இணைய வளங்களுக்கான QR code களை Scan செய்ய DIKSHA அல்லாத ஏதேனும் ஓர் QR code Scanner ஐ பயன்படுத்தவும்.

Front Pages.indd 5 05-02-2020 18:51:11

மேல்நிலைக் கல்வியினை முடித்த மாணவர்களுக்கான வாய்ப்புகள்

தேர்வுகள்

JEE ஒருங்கிணைந்த நுழைவுத் தேர்வு	
குறிக்கோள்	B. E./B. Tech., B. Arch., B. Planning சேர்க்கை
தகுதி	12ம் வகுப்பு (இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம்)
விண்ணப்பிக்கும் வகை	இணையதளம் வாயிலாக
இணையதளம்	http://jeemain.nic.in

JEE Advanced	
குறிக்கோள்	IIT களில் மற்றும் தன்பாத் ISMல் சேர்க்கை
தகுதி	12ம் வகுப்பு (இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம்)
விண்ணப்பிக்கும் வகை	இணையதளம் வாயிலாக
இணையதளம்	http://jeeadv.iitd.ac.in/

இந்திய கடல்சார் பல்கலைக் கழகம் – பொது நுழைவுத் தேர்வு	
குறிக்கோள்	கடல்சார் அறிவியல் பட்டயப்படிப்பு (DNS), கடல்சார் அறிவியல் பட்டப்படிப்பு (B.Sc Nautical Science) சேர்க்கை
தகுதி	12ம் வகுப்பு (இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம்)
விண்ணப்பிக்கும் வகை	அஞ்சல் வழி
இணையதளம்	https://www.imu.edu.in

இந்திய கடற்படை B.Tech நுழைவு முறை	
குறிக்கோள்	இந்திய கடற்படை B.Tech படிப்பு சேர்க்கை
தகுதி	12ம் வகுப்பு (இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம்)
விண்ணப்பிக்கும் வகை	இணையதளம் வாயிலாக
இணையதளம்	https://www.joinindiannavy.gov.in

தேர்வுகள்

இந்திய கடற்படை மாலுமி ஆள்சேர்த்தல்	
குறிக்கோள்	சில்கா (Chilka) INS ல் 24 வார அடிப்படை பயிற்சி முகாமில் சேர்க்கையுடன் துறைசார் பயிற்சி பெறுதல்
தகுதி	12ம் வகுப்பு (இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம்)
விண்ணப்பிக்கும் வகை	இணையதளம் வாயிலாக
இணையதளம்	www.nausena-bharti.nic.in/index.php

பாதுகாப்பு இந்தியப் படை தொழில்சார் தேர்வு (TES)	
குறிக்கோள்	Technical Entry to Army
தகுதி	12ம் வகுப்பு (இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம்)
விண்ணப்பிக்கும் வகை	இணையதளம் வாயிலாக
இணையதளம்	www.joinindianarmy.nic.in/

இந்திய பாதுகாப்புக் கழகம் மற்றும் கடற்படைக் கழகத் தேர்வு (NDA&INAC)	
குறிக்கோள்	NDA ல் பீரங்கிப்படை, விமானப்படை, கடற்படை ஆகியவற்றில் 4 ஆண்டுகள் B.Tech படிப்பில் சேர்க்கை
தகுதி	12ம் வகுப்பு (இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம்)
விண்ணப்பிக்கும் வகை	இணையதளம் வாயிலாக
இணையதளம்	www.upsc.gov.in/

Front Pages.indd 6
05-02-2020 18:51:11

மேல்நிலைக் கல்வியினை முடித்த மாணவர்களுக்கான வாய்ப்புகள்

தேர்வுகள்

- நீங்கள் அறிவியல் வல்லுநராகவோ அல்லது ஆசிரியராகவோ ஆவதற்கு விருப்பப்படின் நீங்கள் விரும்பும் ஏதேனுமொரு அறிவியல் கல்லூரியில் கணிதப் பாடத்தில் நீங்கள் பெற்ற அறிவு, உமது வாழ்வு சிறக்க கண்டிப்பாக மேம்படுத்தும்.
- இந்திய தொழில்நுட்பக் கழகம், இந்திய அறிவியல் கழகம், இந்திய புள்ளியியல் கழகம், அண்ணா பல்கலைக் கழகம் போன்ற உயர்கல்வி நிலையங்கள், மேனிலைக் கல்வி முடித்தவர்களுக்கு கணிதம்/பொறியியல்/புள்ளியியல் / கணினி அறிவியல் பாடப் பிரிவில் முழுமையாக்கப்பட்ட முதுநிலை அறிவியல் பட்டப்படிப்பில் சேர்க்கை தருகின்றன.

  கணிதவியலில் பின்வரும் பட்டப் படிப்புகள் உள்ளன.:

- மூன்றாண்டு BSc	- நான்காண்டு முழுமையாக்கிய B.Sc – B.Ed
- மூன்றாண்டு B. Math	- நான்காண்டு BS
- நான்காண்டு B. Tech	- ஐந்தாண்டு M.Sc / MS

BITSAT

குறிக்கோள் – BITS பிலானி, கோவா மற்றும் ஐதராபாத் வளாகங்களில் முழுமையாக்கிய பட்டப்படிப்புகளில் சேர்க்கை

NATA – கட்டிடக் கலை படிப்பிற்கான தேசிய அளவிலான தகுதித்தேர்வு

குறிக்கோள் – B.Arch சேர்க்கை

கிஷோர் வைக்யானிக் ப்ரோட்ஸான் யோஜனா (KVPY)

குறிக்கோள் – B.Stat (Hons), B.Maths (Hons) பட்டப்படிப்பில் சேர்க்கை

இந்திய புள்ளியியல் கழகம் (ISI) Admission

குறிக்கோள் – B.Stat (Hons), B.Maths (Hons) பட்டப்படிப்பில் சேர்க்கை

சென்னை கணித கழகம் (CMI)

குறிக்கோள் – கணிதம் மற்றும் கணினி அறிவியல் B.Sc (Hons) பட்டப் படிப்பு, கணிதம் மற்றும் இயற்பியல் B.Sc (Hons) பட்டப் படிப்பு சேர்க்கை

வேலைவாய்ப்புகள்

- TNPSC, UPSC, BSRB, RSB போன்ற குழுக்கள் நடத்தும் போட்டித் தேர்வுகளில் பங்குபெற்று வெற்றிபெற போதுமான பகுப்பாய்வு திறமை பெற்றுள்ளீர்.
- பன்னாட்டு நிறுவனங்களில் நேரடியாக பணியில் அமர்த்தப்பட நல்ல வாய்ப்பு பெற்றுள்ளீர்கள்.
- IIT, IISC, NIT போன்ற முன்னணி தொழில்நுட்ப நிறுவனங்கள், பல்கலைக்கழகங்கள், பொறியியல் கல்லூரிகள் நடத்தும் தேசிய அளவிலான நுழைவுத் தேர்வில் பங்கு பெற்று B.E., B.Tech பட்டம் பெற பொறியியல் பட்டப்படிப்பில் சேர திட்டமிடலாம்.

• இந்திய வனத்துறை சேவை	• ISRO, DRDO, CSIR சோதனைக் கூடங்களில் விஞ்ஞானி பணி
• மத்திய அரசுப் பணியாளர் தேர்வாணையம்	• பணியாளர் தேர்வாணையம்
• இந்திய பாதுகாப்பு சேவை	• பொதுத்துறை வங்கிகளில் பணியாளர்
• வரிவிதிப்பு அலுவலர்	• புள்ளியியல் ஆய்வாளர் பணி
• தமிழ்நாடு அரசுப் பணியாளர் தேர்வாணையம்	• ஆசிரியர் பணி
• ஆசிரியர் பணி	

Front Pages.indd 7
05-02-2020 18:51:11

வேலைவாய்ப்பு மற்றும் கல்வி உதவித்தொகை வாய்ப்புகள்

நிதிசார் உதவிகள்

- இளங்கலை மற்றும் முதுகலை படிப்புகளுக்கான கல்வி உதவித் தொகை
- 10ஆம் வகுப்பு நிறைவில் நடத்தப்படும் தேசியத் திறனறி தேர்வு (NTSE) (XI வகுப்பு முதல் Ph.D வரை)
- அறிவியல் மற்றும் கணிதப்பாட உயர்கல்விக்கான உதவித் தொகைக்கான பன்னாட்டு ஒலிம்பியாட் (International Olympiad)
- **(DST – INSPIRE)** அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்பத் துறை இன்ஸ்பயர் கல்வி உதவித்தொகை (இளங்கலை மற்றும் முதுகலைப் படிப்புகள்)
- அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்பத் துறை இன்ஸ்பயர் **(DST – INSPIRE)** கல்வி உதவித்தொகை (முனைவர் ஆய்வுகள்)
- இந்திராகாந்தி ஒரு பெண் குழந்தைக்கான கல்வி உதவித் தொகை (இளங்கலை மற்றும் முதுகலைப் படிப்புகள்)
- சிறுபான்மையினருக்கான மௌலானா ஆஸாத் கல்வித்தொகை (முனைவர் ஆய்வுப்பணி)
- இவற்றுடன் பட்டியலினத்தோர் /மலை சாதியினர் / உடல் ஊனமுற்றோர் / இதர பிற்பட்ட வகுப்பினருக்கான உதவித்தொகையும் உள்ளன. (பல்கலைக் கழக மானியக்குழு (UGC) மற்றும் அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்பத் துறையின் (DST) இணையதளத்தினைப் பார்த்துத் தெளிவு பெறவும்.
- பல்கலைக்கழக கல்வி உதவித்தொகை.
- தமிழ்நாடு கல்லூரிக் கல்வி உதவித்தொகை

ஆராய்ச்சி நிறுவனங்கள்

நிறுவனத்தின் பெயர்	இணையத்தள முகவரி
இந்திய அறிவியல் நிறுவனம், பெங்களூரு	www.iisc.ac.in
சென்னை கணித நிறுவனம், சென்னை	www.cmi.ac.in
டாடா அடிப்படை ஆராய்ச்சி நிறுவனம், மும்பை	www.tifr.res.in
இந்திய விண்வெளி அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்ப நிறுவனம், திருவனந்தபுரம்	www.iist.ac.in
தேசிய அறிவியல் கல்வி மற்றும் ஆராய்ச்சி நிறுவனம்	www.niser.ac.in
பிர்லா அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்ப நிறுவனம், பிலானி	www.bits-pilani.ac.in
இந்திய அறிவியல் கல்வி மற்றும் ஆராய்ச்சி நிறுவனம்	www.iiseradmission.in
அண்ணா பல்கலைக்கழகம்	https://www.annauniv.edu/
இந்தியத் தொழில்நுட்ப நிறுவனங்கள்	www.iitm.ac.in
தேசியத் தொழில்நுட்ப நிறுவனங்கள்	www.nitt.edu
மத்தியப் பல்கலைக்கழகங்கள்	www.cucet.ac.in
மாநிலக் பல்கலைக்கழகங்கள்	www.ugc.ac.in
தமிழ்நாடு வேளாண்மைப் பல்கலைக்கழகம்	tnau.ac.in
இந்தியத் தகவல் தொழில்நுட்பவியல் நிறுவனம்- அலகாபாத் (சேர்க்கைத் தேர்வு)	www.iiit.ac.in
கணித அறிவியல் நிறுவனம், சென்னை	www.imsc.res.in
ஹைதராபாத் மத்திய பல்கலைக்கழகம், ஹைதராபாத்	www.uohyd.ac.in
டெல்லி பல்கலைக்கழகம்,	www.du.ac.in
மும்பை பல்கலைக்கழகம், மும்பை	www.mu.ac.in
சாவித்ரிபாய் பியூல் பூனே பல்கலைக்கழகம், பூனே	www.unipune.ac.in

Front Pages.indd 8
05-02-2020 18:51:12