தமிழ்நாடு அரசு

எட்டாம் வகுப்பு

கணக்கு

இரண்டாம் பருவம்

தொகுதி 2

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

8th_Preliminary_FM _TM_T-2.indd 1 21-08-2019 12:03:49

தமிழ்நாடு அரசு

முதல் பதிப்பு – *2019*

(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
© SCERT 2019

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும் கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

8th_Preliminary_FM _TM_T-2.indd 2 21-08-2019 12:03:49

முகவுரை

குழந்தைகளின் உலகம் வண்ணமயமானது! விந்தைகள் பல நிறைந்தது!! அவர்களின் கற்பனைத்திறன் கானுயிர்களையும் நட்புடன் நடை பயில வைத்திடும். புதியன விரும்பும் அவர்தம் உற்சாக உள்ளம் அஃறிணைப் பொருள்களையும் அழகுதமிழ் பேசிடச் செய்திடும்.

அப்புதிய உலகில் குழந்தைகளோடு பயணம் செய்வது மகிழ்ச்சியும் நெகிழ்ச்சியும் நிறைந்தது.

தமிழ்க் குழந்தைகளின் பிஞ்சுக்கரங்கள் பற்றி, இப்புதிய பாடநூல்களின் துணைகொண்டு கீழ்க்கண்ட நோக்கங்களை அடைந்திடப் பெருமுயற்சி செய்துள்ளோம்.

- கற்றலை மனனத்தின் திசையில் இருந்து மாற்றி படைப்பின் பாதையில் பயணிக்க வைத்தல்.
- தமிழர்தம் தொன்மை, வரலாறு, பண்பாடு மற்றும் கலை, இலக்கியம் குறித்த பெருமித உணர்வை மாணவர்கள் பெறுதல்.
- தன்னம்பிக்கையுடன் அறிவியல் தொழில்நுட்பம் கைக்கொண்டு மாணவர்கள் நவீன உலகில் வெற்றிநடை பயில்வதை உறுதிசெய்தல்.
- அறிவுத்தேடலை வெறும் ஏட்டறிவாய்க் குறைத்து மதிப்பிடாமல் அறிவுச் சாளரமாய்ப் புத்தகங்கள் விரிந்து பரவி வழிகாட்டுதல்.

பாடநூலின் புதுமையான வடிவமைப்பு, ஆழமான பொருள் மற்றும் குழந்தைகளின் உளவியல் சார்ந்த அணுகுமுறை எனப் புதுமைகள் பல தாங்கி உங்களுடைய கரங்களில் இப்புதிய பாடநூல் தவழும்பொழுது, பெருமிதம் ததும்ப ஒரு புதிய உலகத்துக்குள் நீங்கள் நுழைவீர்கள் என்று உறுதியாக நம்புகிறோம்.

8th_Preliminary_FM _TM_T-2.indd 3 21-08-2019 12:03:49

உலகில் பல பேசும் மொழிகள் இருந்தாலும், உலகின் ஒரே பொது மொழி கணிதமாகும். இதனை எளிய முறையில் மாணவர்களுக்கு அளிப்பதே இப்பாடநூலின் அடிப்படை நோக்கமாகும்.

கணிதமானது எண்கள், சமன்பாடுகள், அடிப்படைச் செயலிகள் படிநிலைகள் என்பதைவிட புரிதலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

– வில்லியம் பவுல் தர்ஸ்டன்

அன்றாட வாழ்விலும், இயற்கையிலும் எல்லா இடங்களிலும் கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தே உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்

8th_Preliminary_FM _TM_T-2.indd 4 21-08-2019 12:03:50

பொருளடக்கம்

அலகு	தலைப்பு	பக்க எண்
1	வாழ்வியல் கணிதம்	1
2	இயற்கணிதம்	31
3	வடிவியல்	62
4	தகவல் செயலாக்கம்	85
	விடைகள்	106
	கணிதக் கலைச் சொற்கள்	110

Z4A5X6

மின் நூல்

R6U1E7

மதிப்பீடு

B355_8_MATHS_TM

இணைய வளங்கள்

QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவுக் குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன் பேசியில் கூகுள் playstore கொண்டு DIKSHA செயலியை பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியை திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தி பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீடுகளை ஸ்கேன் செய்யவும்.
- திரையில் தோன்றும் கேமராவை பாடநூலின் QR Code அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம். அந்த QR Code உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் பாட பகுதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: இணையச்செயல்பாடுகள் மற்றும் இணைய வளங்களுக்கான QR code களை Scan செய்ய DIKSHA அல்லாத ஏதேனும் ஓர் QR code Scanner ஐ பயன்படுத்தவும்.

8th_Preliminary_FM _TM_T-2.indd 6 21-08-2019 12:03:50

1 வாழ்வியல் கணிதம்

கற்றல் நோக்கங்கள்

U5Z8K6

- இலாபம், நட்டம் மற்றும் தனி வட்டி ஆகியவற்றை நினைவு கூர்தல்.
- சதவீதம், இலாபம் நட்டம், இதரச் செலவுகள், தள்ளுபடி, சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST) உள்ளிட்ட கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.
- கூட்டு வட்டியைப் பற்றி அறிதல், எளிய கணக்குகளில் அமைப்புகள் மற்றும் சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்திக் கூட்டு வட்டியைக் காணுதல்.
- 2 மற்றும் 3 ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டி மற்றும் கூட்டுவட்டிகளுக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைக் காணுதல்.

நினைவு கூர்தல்

1. ஒரு பொருளின் விற்பனை விலையானது அதன் அடக்க விலையை விடக் குறைவு எனில் __________ ஏற்படுகிறது .
2. அடக்க விலை ₹5000 உள்ள ஒரு பொருளானது ₹4850இக்கு விற்கப்பட்டால், இலாபமா? நட்டமா? அதன் சதவீதம் என்ன?
3. ஒரு பொருளின் அடக்க விலை மற்றும் விற்ற விலையின் விகிதம் 5:7 எனில், இலாபம் ______% ஆகும்.
4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அசலுக்கான தனிவட்டியைக் காணப் பயன்படும் சூத்திரம் ________ ஆகும்.
5. ₹900 இக்கு ஆண்டுக்கு 8% வட்டி வீதத்தில் 73 நாள்களுக்கு கிடைக்கும் தனிவட்டியைக் காண்க.
6. எத்தனை ஆண்டுகளில் ₹2000 ஆனது ஆண்டுக்கு 10% தனி வட்டியில் ₹3600 ஆக மாறும்?

இவற்றை முயல்க

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களுக்குக் குறிப்பிடப்பட்ட சதவீத மதிப்பைக் காண்க.

எண் / %	60	240	660	852	1200
10%					
20%					
25%					
$33\frac{1}{3}\%$					

1.1 அறிமுகம்

8 ஆம் வகுப்பு கணக்குப் பாட வேளையில் பின்வரும் உரையாடல் நிகழ்கிறது.

ஆசிரியர் : அன்பான மாணவர்களே, கொடிநாளுக்காக பணம் பெறப்படுகிறது. இதுவரை 7ஆம் வகுப்பில், 40 மாணவர்களில் 32 பேரும், நம் வகுப்பில் 50 மாணவர்களில் 42 பேரும் பங்களிப்பு செய்துள்ளனர். உங்களில் யாரேனும், எந்த வகுப்பின் பங்களிப்பு சிறப்பானது எனக் கூறமுடியுமா?

சங்கர் : ஆசிரியரே, 40இக்கு 32 என்பதை $\frac{32}{40}$ எனவும், 50இக்கு 42 என்பதை $\frac{42}{50}$ எனவும் எழுதலாம். இவற்றின் ஒத்த பின்னங்கள் முறையே $\frac{160}{200}$ மற்றும் $\frac{168}{200}$ ஆகும். எனவே, நம் வகுப்பு மாணவர்களின் பங்களிப்பே சிறந்ததாகும்.

ஆசிரியர் : நன்று சங்கர். ஒப்பீடு செய்ய வேறேதும் வழி உள்ளதா?

பும்ரா : ஆம் ஆசிரியரே, ஒப்பீடு செய்ய சதவீதங்ககளையும் நாம் பயன்படுத்தலாம். $\frac{32}{40}=\frac{32}{40}\times 100\ \% = 80\ \%$ மற்றும் $\frac{42}{50}=\frac{42}{50}\times 100\% = 84\%$. நம் வகுப்பு மாணவர்களின் பங்களிப்பு 7ஆம் வகுப்பு மாணவர்களை விட 4% அதிகம்.

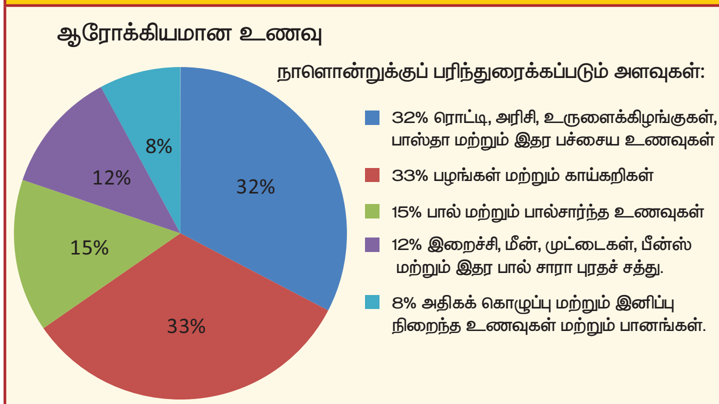
ஆசிரியர் : அருமை பும்ரா. நீ கூறியது மிகவும் சரியாகும். சதவீதங்களின் பயன்பாடு எங்கு அதிகம் காணப்படுகிறது என்பதை உங்களில் யாரேனும் ஒருவர் கூற இயலுமா?

புவி : ஆம் ஆசிரியரே, இலாபம், நட்டம், தள்ளுபடி, சரக்கு மற்றும் சேவை வரி, வட்டி, வளர்ச்சி மற்றும் தேய்மான மதிப்புகள் ஆகியவற்றை கணக்கிடவும் மற்றும் ஒப்பீடு செய்யப்படும் பெரும்பாலான இடங்களிலும் சதவீதங்கள் பயன்படும் என்பதை என் தந்தையின் மூலமாகத் தெரிந்து கொண்டேன். மேலும், மதிப்புகளை ஒப்பிடும்போது சதவீதங்களைப் பயன்படுத்துவது ஓர் எளிய வழியாகும் எனவும் அவர் கூறினார்.

ஆசிரியர் : நன்றாகக் கூறினாய் புவி. இந்த இயலில் மேற்கூறியத் தலைப்புகளில் சதவீதங்களின் பயன்பாடுகள் குறித்துக் கற்க இருக்கிறோம்.

மேற்காணும் உரையாடலானது, நம் அன்றாட வாழ்வில் பல்வேறு சூழல்களில் நாம் பார்க்கும் கணக்குகளில் எவ்வாறு சதவீதங்களைப் பயன்படுத்தலாம் என்பதைக் குறித்து அறிய ஏதுவாக அமைகிறது.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வாழ்வியல் கணிதம்



உணவுக் கட்டுப்பாடு பரிந்துரை செய்தலிலும் பல அன்றாட சூழல்களிலும் சதவீதங்கள் பயன்படுகின்றன.

கூட்டு வட்டியின் மூலம் பணம் வேகமாக அதிகரிக்கிறது.

Unit 1.indd 2 20-08-2019 17:40:03

1.2 கணக்குகளில் சதவீதத்தின் பயன்பாடுகள்

சதவீதம் என்பது **ஒரு நூற்றுக்கு** அல்லது **ஒரு நூறில்** எனப் பொருள்படும் என்பதை நாம் அறிவோம். அது % என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படும். $x\%$ என்பது $\frac{x}{100}$ என்ற பின்னத்தைக் குறிக்கும். அது அளவுகளை எளிதாக ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுகிறது. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாக்கியக் கணக்குகளில், நாம் அதன் பயன்களைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 1.1

ஒரு தேர்வை 900 மாணவர்களும் 600 மாணவிகளும் எழுதினார்கள். அந்தத் தேர்வில் 70% மாணவர்களும் 85% மாணவிகளும் தேர்ச்சி பெற்றனர் எனில், தேர்ச்சி பெறாத மாணவ, மாணவிகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

தேர்ச்சி பெறாத மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கை $= (100-70)\%$ மாணவர்கள் $+ (100-85)\%$ மாணவிகள்

$$= \frac{30}{100} \times 900 + \frac{15}{100} \times 600$$

$$= 270 + 90 = 360$$

$\therefore$ தேர்ச்சி பெறாத மாணவ, மாணவிகளின் சதவீதம் $= \frac{360}{1500} \times 100 = 24\%$

எடுத்துக்காட்டு: 1.2

600 இன் x % என்பது 450 எனில், x இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

600 இன் $x\% = 450$

$$600 \times \frac{x}{100} = 450$$

$$x = \frac{450}{6}$$

$$x = 75$$

எடுத்துக்காட்டு: 1.3

ஓர் எண்ணின் மதிப்பை 25% குறைத்தால் 120 கிடைக்கிறது எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

அந்த எண்ணை x என்க.

$x - \frac{25x}{100} = 120$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$\frac{100x - 25x}{100} = 120$$

$$\frac{75x}{100} = 120$$

$$\Rightarrow x = \frac{120 \times 100}{75}$$

$$x = 160$$

எடுத்துக்காட்டு : 1.4

20% விலை உயர்விற்குப் பின் ஒரு கிலோ உளுந்தம் பருப்பின் விலை ₹96 எனில், அதன் அசல் விலை என்ன?

தீர்வு :

ஒரு கிலோ உளுந்தம் பருப்பின் அசல் விலை ₹ x என்க.

20% உயர்வுக்கு பின், புதிய விலை $= x + \frac{20}{100}x = \frac{120x}{100}$

$$96 = \frac{120x}{100} \text{ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$\therefore x = \frac{96 \times 100}{120}$$

$\therefore$ உளுந்தம் பருப்பின் அசல் விலை, x = ₹80

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

❖ நாம் A என்ற அளவை $x\%$ அதிகரித்தால், அதிகரிக்கும் அளவாக நாம் பெறுவது,

$$\text{I} = \left(1 + \frac{x}{100}\right)\text{A}$$

❖ நாம் A என்ற அளவை $x\%$ குறைத்தால், குறையும் அளவாக, நாம் பெறுவது,

$$\text{D} = \left(1 - \frac{x}{100}\right)\text{A}$$

மேற்காணும் இந்தச் சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி, எடுத்துக்காட்டுகள் 1.3 மற்றும் 1.4 ஆகியவற்றின் விடைகளைச் சரிபார்க்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.3 இக்கு மாற்று முறை:

$$\text{D} = \left(1 - \frac{x}{100}\right)A$$

$$\text{D} = \left(1 - \frac{25}{100}\right)A$$

$$\Rightarrow 120 = \frac{75}{100} \times A$$

$$A = 120 \times \frac{100}{75}$$

$$A = 160$$

எடுத்துக்காட்டு 1.4 இக்கு மாற்று முறை:

$$\text{I} = \left(1 + \frac{x}{100}\right)A$$

$$\text{I} = \left(1 + \frac{20}{100}\right)A$$

$$\Rightarrow 96 = \frac{120}{100} \times A$$

$$A = 96 \times \frac{100}{120}$$

A = ₹80

Unit 1.indd 4 20-08-2019 17:40:19

எடுத்துக்காட்டு : 1.5

ஒரு தலைமையைத் தேர்ந்தெடுக்கும் தேர்தலில் A மற்றும் B ஆகிய இரு நபர்களில் A ஆனவர் 192 வாக்குகள் வித்தியாசத்தில் வெற்றி பெறுகிறார். மொத்த வாக்குகளில் A ஆனவர் 58% ஐப் பெறுகிறார் எனில், பதிவான மொத்த வாக்குகளைக் காண்க.

தீர்வு

பதிவான மொத்த வாக்குகள் x என்க.

A என்பவருக்குப் பதிவான வாக்குகள் $= x$ இன் $58\% = \dfrac{58x}{100}$

B என்பவருக்குப் பதிவான வாக்குகள் $= x$ இன் $(100 - 58)\% = x$ இன் $42\% = \dfrac{42x}{100}$

கொடுக்கப்பட்ட வெற்றி வித்தியாசம், $A - B = 192$

அதாவது, $\dfrac{58x}{100} - \dfrac{42x}{100} = 192$

$$\Rightarrow \frac{16x}{100} = 192$$

$$\Rightarrow x = 192 \times \frac{100}{16}$$

$x = 1200$ வாக்குகள்.

எடுத்துக்காட்டு: 1.6

ஒரு நபரின் வருமானம் 10% அதிகரிக்கப்பட்டு பிறகு 10% குறைக்கப்படுகிறது எனில், அவருடைய வருமானத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்தைக் காண்க.

தீர்வு

ஒரு நபரின் வருமானம் ₹ x என்க.

10% உயர்வுக்குப் பின் வருமானம் $= ₹\, x + \dfrac{10}{100} \times x = ₹\, \dfrac{110x}{100}$ அல்லது ₹ $\dfrac{11x}{10}$

இப்போது, 10% குறைக்கப்பட்டப் பின் வருமானம் $= ₹\, \dfrac{11x}{10} - \dfrac{10}{100}\left(\dfrac{11x}{10}\right)$

அதாவது, $\dfrac{11x}{10} - \dfrac{11x}{100} = \dfrac{110x - 11x}{100} = ₹\, \dfrac{99x}{100}$

∴ வருமானத்தில் ஏற்படும் நிகர மாற்றம் $= x - \dfrac{99x}{100} = \dfrac{x}{100}$

∴ நிகர மாற்றத்தின் சதவீதம் $= \dfrac{\frac{x}{100}}{x} \times 100 = 1\%$

ஆகவே, அந்த நபரின் வருமானம் 1% குறைந்துள்ளது.

(அல்லது)

மாற்று முறை

ஒரு நபரின் வருமானம் ₹100 என்க.

10% உயர்வுக்குப் பின் வருமானம் $= 100 + 100 \times \dfrac{10}{100} = ₹110$

இப்போது, 10% குறைக்கப்பட்டப் பின் வருமானம் = $110 - 110 \times \frac{10}{100} = 110 - 11 =$ ₹99

$\therefore$ வருமானத்தில் ஏற்படும் நிகர மாற்றம் $= 100 - 99 = 1$

$\therefore$ நிகர மாற்றத்தின் சதவீதம் $= \frac{1}{100} \times 100\% = 1\%$.

ஆகவே, அந்த நபரின் வருமானம் 1% குறைந்துள்ளது.

குறிப்பு

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணானது முதலில் $x\%$ அதிகரிக்கப்பட்டு அல்லது குறைக்கப்பட்டு, பிறகு $y\%$ அதிகரிக்க அல்லது குறைக்கப்பட்டால், அந்த எண் $\left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$ அதிகரிக்கும் அல்லது குறையும். குறைவிற்கு '–' குறியீட்டைப் பயன்படுத்தவும். அதேபோல், '–' குறியீடானது விடையில் இருந்தால், அதனைக் குறைவு எனக் கொள்ளவும்.

இந்தக் குறிப்பைப் பயன்படுத்தி எடுத்துக்காட்டு 1.6 இன் விடையைச் சரிபார்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.7

ஒரு நகரத்தின் மக்கள்தொகை, ஓர் ஆண்டில் 20000 இலிருந்து 25000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனில், மக்கள்தொகை அதிகரிப்புச் சதவீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

மக்கள்தொகை அதிகரிப்பு $= 25000 - 20000$

$= 5000$

$\therefore$ மக்கள்தொகை அதிகரிப்புச் சதவீதம் $= \frac{5000}{20000} \times 100$

$= 25\%$

சிந்திக்க

200 என்பது 600 ஆக அதிகரிக்கும்போது அதிகரிப்பு சதவீதம் 200% ஆகும் அல்லவா! (சரிபார்க்கவும்). ஒரு மாநகரத்தின் போக்குவரத்துக் காவல் ஆணையாளர் பெருமிதத்தோடு, இந்த ஆண்டில் 200% விபத்துகள் குறைந்துள்ளன என அறிவித்துள்ளார். இதனை அவர், சென்ற ஆண்டில் ஏற்பட்ட 600 விபத்துகள் இந்த ஆண்டில் 200 ஆகக் குறைந்துள்ளதைக் ஒப்பிட்டுக் கூறியுள்ளார். இங்கு 600 இலிருந்து 200 ஆகக் குறைந்துள்ளன என்பது, 200% குறைவு என்பது எனக் கூறுவது சரியாகுமா? நியாயப்படுத்துக.

எடுத்துக்காட்டு: 1.8

அகிலா ஒரு தேர்வில் 80% மதிப்பெண்களைப் பெற்றாள். அவள் பெற்றது 576 மதிப்பெண்கள் எனில், தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்களை x என்க.

இங்கு, x இன் $80\% = 576$

Unit 1.indd 6 20-08-2019 17:40:35

$$x \times \frac{80}{100} = 576$$

$$\Rightarrow x = 576 \times \frac{100}{80}$$

$$x = 720$$

ஆகவே, தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்கள் = 720

இவற்றை முயல்க

1. ஒரு நாளில் 10 மணி நேரம் என்பது எத்தனை சதவீதம்?
2. R என்ற நபர் பெறுவதில் 50%ஐ Q என்ற நபர் பெறுகிறார். மேலும் Q என்ற நபர் பெறுவதில் 50% ஐ P என்ற நபர் பெறுகிறார் எனில், P,Q மற்றும் R என்ற மூன்று நபர்களும் ₹350 ஐ எவ்வாறு பிரித்துக்கொள்வார்கள்?

பயிற்சி 1.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**
   (i) x இன் 30% என்பது 150 எனில் x இன் மதிப்பு_________ஆகும்.
   (ii) ஒரு மணி நேரத்தில் 2 நிமிடங்கள் என்பது _________% ஆகும்.
   (iii) x இன் x% என்பது 25 எனில் x என்பது_________ ஆகும்.
   (iv) ஒரு பள்ளியில் உள்ள 1400 மாணவர்களில் 420 பேர் மாணவிகள் எனில், பள்ளியிலுள்ள மாணவர்களின் சதவீதம் _________ஆகும்.
   (v) 0.5252 என்பது _________% ஆகும்.
2. **பின்வரும் ஒவ்வோர் அடிக்கோடிட்ட பகுதியையும் சதவீதத்தில் குறிப்பிடவும்.**
   (i) அணிச்சலின் (Cake) ஒரு பாதியானது குழந்தைகளுக்கு வழங்கப்பட்டது.
   (ii) ஒரு போட்டியில் அபர்ணா, 10 இக்கு 7.5 புள்ளிகள் பெற்றாள்.
   (iii) சிலையானது தூய வெள்ளியினால் செய்யப்பட்டுள்ளது.
   (iv) 50 மாணவர்களில் 48 பேர், விளையாட்டுகளில் கலந்துகொண்டனர்.
   (v) 3 நபர்களில் 2 நபர்கள் மட்டும் நேர்முகத் தேர்வில் தேர்வு செய்யப்படுவர்.
3. 48 என்பது எந்த எண்ணின் 32% ஆகும்?
4. ஒரு வங்கியானது சேமிப்புத் தொகையாக வைக்கப்பட்ட ₹3000இக்கு, 2 ஆண்டுகளுக்கு ₹240ஐ தனி வட்டியாக வழங்குகிறது எனில், அவ்வங்கி வழங்கும் வட்டி வீதத்தைக் காண்க.
5. ஒரு நலச்சங்கத்தின் விளையாட்டு மன்றத்தில், 30% உறுப்பினர்கள் மட்டைப்பந்தையும், 28% உறுப்பினர்கள் கைப்பந்தையும், 22% உறுப்பினர்கள் பூப்பந்தையும், மற்றவர்கள் உள்ளரங்கு விளையாட்டுகளையும் விளையாடுகின்றனர். 30 உறுப்பினர்கள் உள்ளரங்கு விளையாட்டுகளை விளையாடுகின்றனர் எனில்,
   (i) விளையாட்டு மன்றத்தில் எத்தனை உறுப்பினர்கள் உள்ளனர்?
   (ii) எத்தனை பேர் மட்டைப்பந்து, கைப்பந்து மற்றும் பூப்பந்து விளையாடுகின்றனர்?
6. 400 இன் 30% மதிப்பின் 25% என்ன?

Unit 1.indd 7 20-08-2019 17:40:39

7. ஓர் எண்ணின் 75%இக்கும் அதே எண்ணின் 60% இக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் 82.5 எனில், அந்த எண்ணின் 20% ஐக் காண்க.

8. ₹300000 மதிப்புள்ள ஒரு மகிழுந்தை ₹200000 இக்கு விற்றால், அந்த மகிழுந்தின் விலைக் குறைப்புச் சதவீதத்தைக் காண்க.

9. ஓர் எண்ணை 18% அதிகரித்தால் 236 கிடைக்கிறது எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

10. ஓர் எண்ணை 20% குறைத்தால் 80 கிடைக்கிறது எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

11. ஓர் எண்ணானது 25% அதிகரிக்கப்பட்டப் பிறகு 20% குறைக்கப்படுகிறது எனில், அந்த எண்ணில் ஏற்பட்ட சதவீத மாற்றத்தைக் காண்க.

12. ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியை 25% உம், பகுதியை 10% உம் அதிகரித்தால் அந்த பின்னம் $\frac{2}{5}$ ஆக மாறுகிறது எனில், அசல் பின்னத்தைக் காண்க.

13. ஒரு பழ வியாபாரி வாங்கிய மாம்பழங்களில் 10% அழுகியிருந்தன. மீதமுள்ளவற்றில் $33\frac{1}{3}\%$ மாம்பழங்களை விற்றுவிட்டார். தற்போது 240 மாம்பழங்கள் அவரிடம் இருக்கின்றன எனில், முதலில் அவர் வாங்கிய மொத்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

14. ஒரு மாணவர் 31% மதிப்பெண்களைப் பெற்று 12 மதிப்பெண்கள் குறைவாக பெற்றதால் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறவில்லை. தேர்ச்சி பெற 35% மதிப்பெண்கள் தேவை எனில், தேர்வின் மொத்த மதிப்பெண்களைக் காண்க.

15. ஒரு வகுப்பில் மாணவர்கள் மற்றும் மாணவிகளின் விகிதம் 5:3 ஆகும். ஒரு தேர்வில் 16% மாணவர்களும் 8% மாணவிகளும் தேர்ச்சி பெறவில்லை எனில், தேர்ச்சி பெற்ற மொத்த மாணவ, மாணவிகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

16. 250 லிட்டரின் 12% என்பது 150 லிட்டரின் ________ இக்குச் சமமாகும்.

(அ) 10% (ஆ) 15% (இ) 20% (ஈ) 30%

17. ஒரு பள்ளித் தேர்தலில் A, B மற்றும் C ஆகிய மூன்று வேட்பாளர்கள் முறையே 153, 245 மற்றும் 102 வாக்குகளைப் பெற்றனர் எனில், வெற்றியாளர் பெற்ற வாக்குச் சதவீதம்____________ஆகும்.

(அ) 48% (ஆ) 49% (இ) 50% (ஈ) 45%

18. 10000 இன் 25% மதிப்பின் 15% என்பது ____________ஆகும்.

(அ) 375 (ஆ) 400 (இ) 425 (ஈ) 475

19. ஓர் எண்ணின் 60% இலிருந்து 60 ஐக் கழித்தால் 60 கிடைக்கும் எனில், அந்த எண்_______ஆகும்.

(அ) 60 (ஆ) 100 (இ) 150 (ஈ) 200

20. 48 இன் 48% = x இன் 64% எனில், x இன் மதிப்பு ____________ ஆகும்.

(அ) 64 (ஆ) 56 (இ) 42 (ஈ) 36

1.3 இலாபம், நட்டம், தள்ளுபடி, இதரச் செலவுகள் மற்றும் சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST)

1.3.1 இலாபம் மற்றும் நட்டம்:

அடக்க விலை (அ.வி)

ஒரு பொருளை வாங்கும் விலையே அப்பொருளின் **அடக்க விலை** (அ.வி) எனப்படும்.

Unit 1.indd 8 20-08-2019 17:40:44

விற்ற விலை (அ) விற்பனை விலை (வி.வி)

ஒரு பொருளை விற்கும் விலையே அப்பொருளின் **விற்ற விலை (அல்லது) விற்பனை விலை** (வி.வி) எனப்படும்.

இலாபம்

விற்ற விலையானது அடக்க விலையை விட அதிகமாக இருந்தால் **இலாபம்** கிடைக்கிறது. ஆகவே, **இலாபம் = விற்ற விலை – அடக்க விலை.**

நட்டம்

விற்ற விலையானது அடக்க விலையை விடக் குறைவாக இருந்தால் **நட்டம்** ஏற்படுகிறது. ஆகவே, **நட்டம் = அடக்க விலை – விற்ற விலை.**

இலாபமோ, நட்டமோ, இரண்டுமே அடக்க விலையைப் பொறுத்துத்தான் கணக்கிடப்படும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

சூத்திரங்கள்

(i) இலாபம் % $= \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right) \%$

(ii) நட்டம் % $= \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right) \%$

(iii) விற்ற விலை. $= \frac{(100 + \text{இலாபம்} \%)}{100} \times$ அ.வி (**அல்லது**) அ.வி $= \frac{100}{(100 + \text{இலாபம்} \%)} \times$ விற்ற விலை

(iv) விற்ற விலை $= \frac{(100 - \text{நட்டம்} \%)}{100} \times$ அ.வி (**அல்லது**) அ.வி $= \frac{100}{(100 - \text{நட்டம்} \%)} \times$ விற்ற விலை

1.3.2 தள்ளுபடி:

கடைக்காரர்கள் விற்பனையை அதிகரிக்கவும், பழைய இருப்புகளை விற்கவும், ஆடி மாதத்திலும் விழாக்காலங்களிலும் பொருள்களின் மீதான குறித்த விலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட சதவீதத்தைக் குறைத்து விற்பனை செய்வார்கள். இந்த விலைக் குறைப்பு **தள்ளுபடி** எனப்படும்.

குறித்த விலை

பெரிய கடைகள் மற்றும் பல்பொருள் அங்காடிகளில் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் ஒரு விலை அட்டையைத் தொங்கவிட்டிருப்பதை நாம் காண்கிறோம். இந்த விலையைத் தான் நாம் **குறித்த விலை** என்கிறோம்.

இந்தப் பொருள்களின் மீதான குறித்த விலையிலிருந்து தான், கடைக்காரர் குறிப்பிட்ட சதவீதத்தைத் தள்ளுபடியாக வழங்குகிறார். தள்ளுபடிக்குப் பிறகு வாடிக்கையாளர் செலுத்தும் விலையே அப்பொருளின் **விற்பனை விலை** எனப்படும்.

அதாவது, **விற்பனை விலை = குறித்த விலை – தள்ளுபடி**

1.3.3 இதரச் செலவுகள்:

கடைக்காரர்கள், வணிகர்கள் மற்றும் விற்பனையாளர்கள் ஆகியோர் பொருள்களை வாங்கி விற்பதில் ஈடுபடுபவர்கள் ஆவர். சில நேரங்களில், இயந்திரங்கள், மரச்சாமான்கள், மின்னணுச் சாதனங்கள் போன்றவற்றை வாங்கும்போது, அவற்றைப் பழுது பார்த்தல், போக்குவரத்துச் செலவுகள் மற்றும் தொழிலாளர்களின் ஊதியங்கள் போன்ற செலவுகள் கூடுதலாக ஏற்படும். இந்தச் செலவுகளை அடக்க விலையோடு சேர்ப்பர். இது **இதரச் செலவுகள்** எனப்படும்.

∴ மொத்த அடக்க விலை = அடக்க விலை + இதரச் செலவுகள்

Unit 1.indd 9 20-08-2019 17:40:44

1.3.4 சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST):

இந்தியாவில், உள்நாட்டு நுகர்வுக்காக பயன்படும் அனைத்து பொருள்களின் மீதான ஒரே பொதுவான வரியே **சரக்கு மற்றும் சேவை வரி** (GST-Goods and Services Tax) ஆகும். சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST) ஆனது நுகர்வோர் மற்றும் வணிகர்களால் செலுத்தப்படுவதாகும். இது அரசாங்கத்தின் வருவாய்களில் ஒன்றாக அமைகிறது. சரக்கு மற்றும் சேவை வரி ஆனது மத்திய சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (CGST), மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (SGST) மற்றும் ஒருங்கிணைந்த சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (IGST) என மூன்று வகைப்படும். யூனியன் பிரதேசங்களில் UTGST என்ற வரி உண்டு.

சரக்கு மற்றும் சேவை வரி ஆனது மத்திய மற்றும் மாநில அரசுகளால் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளப்படுகிறது. முட்டைகள், தேன், பால் , உப்பு உள்ளிட்ட பல பொருள்களுக்கு சரக்கு மற்றும் சேவை வரியிலிருந்து விலக்கு அளிக்கப்பட்டுள்ளது. பெட்ரோல், டீசல் போன்ற பொருள்கள் சரக்கு மற்றும் சேவை வரி வரம்புக்குள் வராது. அவை தனி வரி விதிப்பில் வரும். சரக்கு மற்றும் சேவை வரிக்கான சபையானது (GST Council), 1300 பொருள்களையும் 500 சேவைகளையும் 4 வரி அடுக்குகளில் கொண்டு வந்துள்ளது. அவையாவன: 5%, 12%, 18% மற்றும் 28% ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 1.9

ஓர் எல்.இ.டி (LED) தொலைக்காட்சியின் விற்பனை விலை அதன் அடக்க விலையைப் போன்று $\frac{5}{4}$ மடங்கு எனில், இலாபச் சதவீதம் காண்க.

தீர்வு:

எல்.இ.டி (LED) தொலைக்காட்சியின் அடக்க விலையை ₹ x என்க.

$\therefore$ விற்ற விலை $= \frac{5}{4}x$

இலாபம் = வி.வி – அ.வி $= \frac{5}{4}x - x = \frac{x}{4}$

$\therefore$ இலாபம் % $= \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{x/4}{x} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\%$

எடுத்துக்காட்டு : 1.10

ஒரு கடைக்காரர் மிதிவண்டியை ₹4275இக்கு விற்பதால் அவருக்கு 5% நட்டம் ஏற்படுகிறது. அவருக்கு 5% இலாபம் கிடைக்க வேண்டுமெனில், மிதிவண்டியை என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?

தீர்வு :

மிதிவண்டியின் விற்ற விலை = ₹4275

நட்டம் $= 5\%$

$\therefore$ அடக்க விலை $= \frac{100}{(100 - \text{நட்டம்}\%)} \times$ வி.வி

$= \frac{100}{95} \times 4275 =$ ₹4500

Unit 1.indd 10 20-08-2019 17:40:52

இப்போது,

அடக்க விலை ₹4500 மற்றும் விரும்பிய இலாபம் = 5%

$$\therefore \text{ விரும்பிய விற்ற விலை } = \frac{(100+\text{இலாபம்}\%)}{100} \times \% \text{ அ.வி}$$

$$= \frac{(100+5)}{100} \times 4500$$

$$= 105 \times 45$$

$$= ₹4725$$

ஆகவே, விரும்பிய விற்பனை விலை ₹4725

எடுத்துக்காட்டு : 1.11

இரஞ்சித் ஒரு துணி துவைக்கும் இயந்திரத்தை ₹16150இக்கு வாங்கினார் மற்றும் அதன் போக்குவரத்துச் செலவுக்காக ₹1350ஐ செலுத்தினார். பிறகு, அதனை ₹19250இக்கு விற்றார் எனில், அவரின் இலாபம் அல்லது நட்டச் சதவீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு

துணி துவைக்கும் இயந்திரத்தின் மொத்த அடக்க விலை

= அடக்க விலை + இதரச் செலவுகள்

= 16150 + 1350 = ₹17500

விற்பனை விலை = ₹19250

இங்கு, விற்பனை விலை > அடக்க விலை. எனவே, இலாபம் கிடைக்கிறது.

$$\text{இலாபம் } \% = \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ. வி}} \times 100\right)\% = \left(\frac{19250-17500}{17500} \times 100\right)\%$$

$$= \frac{1750}{17500} \times 100 = 10\%$$

எடுத்துக்காட்டு: 1.12

ஒரு பயன்படுத்தப்பட்ட மகிழுந்து ₹240000இக்கு வாங்கப்பட்டது. அதன் பழுது பராமரிப்புச் செலவுக்காக ₹15000உம், காப்பீடுச் செலவுக்காக ₹8500உம் செலவு செய்யப்பட்டது. பிறகு, அந்த மகிழுந்து ₹258230இக்கு விற்கப்பட்டால் கிடைக்கும் இலாபம் (அல்லது) நட்டச் சதவீதம் என்ன?

தீர்வு

மகிழுந்தின் மொத்த அடக்க விலை

= அடக்க விலை + இதரச் செலவுகள்

= 240000 +(15000 +8500)

= ₹263500

விற்பனை விலை = ₹258230

இங்கு, விற்பனை விலை < அடக்க விலை. எனவே, நட்டம் ஏற்படுகிறது.

$$\therefore \text{ நட்டம் } \% = \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ. வி}} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{263500 - 258230}{263500} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{5270}{263500} \times 100\right)\% = 2\%$$

∴ நட்டச் சதவீதம் $= 2\%$

எடுத்துக்காட்டு: 1.13

16 ஸ்ட்ராபெரி (Strawberry) பெட்டிகளின் அடக்க விலையானது 20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் விற்பனை விலைக்குச் சமம் எனில், இலாபம் (அ) நட்டச் சதவீதம் காண்க.

தீர்வு:

ஒவ்வொரு ஸ்ட்ராபெரி பெட்டியின் அடக்க விலையையும் ₹ x என்க.

20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் அடக்க விலை = $20x$

மேலும், 20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் விற்பனை விலை = 16 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் அடக்க விலை $= 16x$

ஆகவே, வி.வி < அ.வி. எனவே, நட்டம் ஏற்படுகிறது.

நட்டம் = அ.வி – வி.வி $= 20x - 16x = 4x$

$$\therefore \text{நட்டம் } \% = \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{4x}{20x} \times 100\right)\%$$

$$= 20\ \%$$

(அல்லது)

மாற்றுமுறை

20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் வி.வி = 20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் அ.வி + இலாபம்

⇒ 16 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் அ.வி = 20 ஸ்ட்ராபெரி பெட்டிகளின் அ.வி + இலாபம்

⇒ இலாபம் = – 4 பெட்டிகளின் அ.வி

அதாவது, நட்டம் = 4 பெட்டிகளின் அ.வி

$$\therefore \text{நட்டம் } \% = \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{4}{20} \times 100\right)\%$$

$$= 20\%$$

எடுத்துக்காட்டு: 1.14

ஓர் எல்.இ.டி (LED) குழல் விளக்கின் குறித்த விலை ₹550. கடைக்காரர் அதற்கு 8% தள்ளுபடி வழங்குகிறார் எனில், அந்த எல்.இ.டி குழல் விளக்கின் விற்பனை விலையைக் காண்க.

தீர்வு:

குறித்த விலை = ₹550 மற்றும் தள்ளுபடி = 8%

Unit 1.indd 12 20-08-2019 17:41:03

$\therefore$ தள்ளுபடி $= \frac{8}{100} \times 550 = ₹44$

$\therefore$ விற்பனை விலை = குறித்த விலை – தள்ளுபடி

$= ₹550 - 44$

$= ₹506$

$\therefore$ குழல் விளக்கின் விற்பனை விலை ₹506

எடுத்துக்காட்டு: 1.15

மழைக்காலத்தின்போது ஒரு கடைக்காரர் தனது வியாபாரத்தை அதிகரிக்க ஒரு மழைச் சட்டையின் விலையை ₹1060 இலிருந்து ₹901 ஆகக் குறைத்தார் எனில், அவர் வழங்கிய தள்ளுபடி சதவீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

தள்ளுபடி = குறித்த விலை – விற்ற விலை

$= 1060 - 901$

$= ₹159$

$\therefore$ தள்ளுபடி% $= \frac{159}{1060} \times 100\%$

$= 15\%$

சிந்திக்க

ஒரு கடைக்காரர் தகவல் பலகை ஒன்றை அதன் அடக்க விலையைவிட 15% அதிகமாகக் குறித்து, பிறகு 15% தள்ளுபடி வழங்குகிறார். அவருக்கு கிடைப்பது இலாபமா அல்லது நட்டமா?

எடுத்துக்காட்டு: 1.16

ஒரு பொருளின் மீது வழங்கப்படும் இரு தொடர் தள்ளுபடிகள் முறையே 25% மற்றும் 20% எனில், இதற்குச் சமமான தள்ளுபடிச் சதவீதத்தினைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு பொருளின் குறித்த விலையை ₹100 என்க.

முதல் தள்ளுபடியான 25% என்பது $100 \times \frac{25}{100} = ₹25$

$\therefore$ முதல் தள்ளுபடிக்குப் பிறகு பொருளின் விலை $= 100 - 25 = ₹75$

இரண்டாம் தள்ளுபடியான 20% என்பது $75 \times \frac{20}{100} = ₹15$

$\therefore$ இரண்டாம் தள்ளுபடிக்குப் பிறகு பொருளின் விலை $= 75 - 15 = ₹60$

நிகர விற்பனை விலை $= ₹60$

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட இரு தொடர் தள்ளுபடிகளுக்குச் சமமான தள்ளுபடிச் சதவீதம் $= (100 - 60)\% = 40\%$

குறிப்பு

- x பொருள்களை விற்பதால் ஒருவருக்கு y பொருள்களின் அடக்க விலையானது இலாபமாகக் கிடைக்கும் எனில், இலாபம் $\% = \left(\frac{y}{x}\times 100\right)\%$.
- x பொருள்களை விற்பதால் ஒருவருக்கு y பொருள்களின் விற்பனை விலையானது இலாபமாக கிடைக்கும் எனில், இலாபம் $\% = \left(\frac{y}{x-y}\times 100\right)\%$.
- x பொருள்களின் அடக்க விலையானது y பொருள்களின் விற்பனை விலைக்குச் சமம் எனில், இலாபம் $\% = \left(\frac{x-y}{y}\times 100\right)\%$. விடையானது '–' குறியுடன் இருந்தால், நட்டம் எனக் கொள்ள வேண்டும்.

இந்தச் சூத்திரத்தை எடுத்துக்காட்டு 1.13இக்கு பயன்படுத்தி, விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

- ஒரு பொருளுக்கு இரண்டு தொடர் தள்ளுபடிகளாக முறையே $a\%$ மற்றும் $b\%$ வழங்கப்பட்டால், விற்பனை விலை $=\left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\times$ குறித்த விலை ஆகும்.
- $a\%$, $b\%$ மற்றும் $c\%$ ஆகிய மூன்று தொடர் தள்ளுபடிகளுக்குச் சமமான தள்ளுபடியானது $=\left\{1-\left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\left(1-\frac{c}{100}\right)\right\}\times 100\%$ ஆகும்.

இந்த சூத்திரத்தை எடுத்துக்காட்டு 1.16 இக்குப் பயன்படுத்தி விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

இவற்றை முயல்க

1. 5 பொருள்களை விற்பதால், ஒரு நபருக்கு ஒரு பொருளின் அடக்க விலையானது இலாபமாகக் கிடைக்கிறது எனில், அவரின் இலாபச் சதவீதத்தைக் காண்க.
2. 8 பொருள்களை விற்பதால், ஒரு கடைக்காரருக்கு 3 பொருள்களின் விற்பனை விலை இலாபமாகக் கிடைக்கிறது எனில், அவரின் இலாபச் சதவீதத்தைக் காண்க.
3. 20 பொருள்களின் அடக்க விலையானது 15 பொருள்களின் விற்பனை விலைக்குச் சமம் எனில் இலாப (அ) நட்டச் சதவீதத்தைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு: 1.17

ஒரு பெண் 4 முட்டைகளை ₹18 வீதம் வாங்கி 5 முட்டைகளை ₹24 வீதம் விற்கிறாள். வாங்கிய அனைத்து முட்டைகளையும் விற்றதில் அவள் ₹90ஐ இலாபமாகப் பெற்றாள் எனில், அவள் வாங்கிய முட்டைகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

தீர்வு:

அவள் வாங்கிய முட்டைகளின் எண்ணிக்கையை x என்க.

இங்கு, அ.வி $= ₹\frac{18}{4}\times x = ₹\frac{9x}{2}$

வி.வி $= ₹\frac{24}{5}\times x = ₹\frac{24x}{5}$

Unit 1.indd 14 20-08-2019 17:41:30

$\therefore$ இலாபம் = வி.வி – அ.வி = $\frac{24x}{5}-\frac{9x}{2}$

$= \frac{48x-45x}{10}=\frac{3x}{10}$

இலாபம் = ₹90 (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

அதாவது, $\frac{3x}{10}$ = ₹90

$\therefore\ x = \frac{90\times10}{3}=300$ முட்டைகள்.

எடுத்துக்காட்டு: 1.18

வர்த்தகர், ஒரு தண்ணீர் கொதிகலனை 11% இலாபம் மற்றும் 18% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியைச் சேர்த்து ₹10502இக்கு விற்றார். தண்ணீர் கொதிகலனின் குறித்த விலை, இலாபம், சரக்கு மற்றும் சேவை வரியைக் காண்க.

தீர்வு

குறித்த விலையை ₹ x என்க.

இங்கு, $x+\frac{18x}{100} = 10502$

$\frac{118x}{100} = 10502$

$\therefore$ குறித்த விலை, x = ₹8900

சரக்கு மற்றும் சேவை வரி 18% $= 8900\times\frac{18}{100}$ (அல்லது) ₹10502 – ₹8900

= ₹1602

அடக்க விலையை ₹y என்க.

$\therefore$ தண்ணீர் கொதிகலனின் மீதான இலாபம் = $\frac{11y}{100}$

$y+\frac{11y}{100}=8900$ (அ.வி + இலாபம் = கு.வி)

$\Rightarrow \frac{111y}{100} = 8900$

$y = 8900\times\frac{100}{111}$

$\therefore$ தண்ணீர் கொதிகலனின் அடக்க விலை = ₹8018

எடுத்துக்காட்டு: 1.19

ஒரு குடும்பம் உணவகத்திற்குச் சென்று, உணவுக்காக ₹350 செலவு செய்து கூடுதலாகச் சரக்கு மற்றும் சேவை வரியாக 5% செலுத்தினார்கள் எனில், மத்திய மற்றும் மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரியைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

உணவின் விலை = ₹350

5% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியானது, மத்திய மற்றும் மாநில அரசுகளால் 2.5% வீதம் சமமாக பிரித்துக் கொள்ளப்படும்.

$\therefore$ மத்திய சரக்கு மற்றும் சேவை வரி = மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரி = $350\times\frac{2.5}{100}$ = ₹8.75

பயிற்சி 1.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**

   (i) நட்டம் அல்லது இலாப சதவீதம் எப்போதும் ___________மீது கணக்கிடப்படும்.

   (ii) ஓர் அலைபேசியானது 20% இலாபத்தில் ₹8400இக்கு விற்கப்படுகிறது எனில், அந்த அலைபேசியின் அடக்க விலை _______ ஆகும்.

   (iii) ஒரு பொருளானது $7\frac{1}{2}$% நட்டத்தில் ₹555இக்கு விற்கப்படுகிறது எனில், அந்த பொருளின் அடக்க விலை _________ ஆகும்.

   (iv) ₹4500ஐ குறித்த விலையாகக் கொண்ட ஒரு அரவை இயந்திரமானது தள்ளுபடிக்குப் பின் ₹4140இக்கு விற்கப்பட்டால், தள்ளுபடிச் சதவீதம்___________ ஆகும்.

   (v) ₹575 மதிப்புடைய ஒரு சட்டைக்கும், ₹325 மதிப்புடைய ஒரு T சட்டைக்கும் 5% சரக்கு மற்றும் சேவை வரி விதிக்கப்படுகிறது எனில், மொத்த இரசீது தொகை _______ ஆகும்.

2. ஒரு பொருளை ₹820இக்கு விற்பதனால், விற்கும் விலையில் 10% அளவு நட்டம் ஏற்படுகிறது எனில், அந்தப் பொருளின் அடக்க விலையைக் காண்க.

3. ஒரு பொருளை ₹810இக்கு விற்றதால் கிடைத்த இலாபமும் அதே பொருளை ₹530இக்கு விற்றதால் ஏற்பட்ட நட்டமும் சமம் எனில், அந்தப் பொருளின் அடக்க விலையைக் காண்க.

4. 2 பொருள்கள் ₹15 வீதம் என வாங்கப்பட்டு 3 பொருள்கள் ₹25 வீதம் என விற்கப்பட்டால், இலாபச் சதவீதத்தைக் காண்க.

5. 10 அளவுகோல்களின் விற்ற விலையானது 15 அளவுகோல்களின் அடக்க விலைக்குச் சமம் எனில், இலாபச் சதவீதத்தைக் காண்க.

6. ஓர் ஒலிப்பெருக்கியை ₹768இக்கு விற்பதால், ஒரு நபருக்கு 20% நட்டம் ஏற்படுகிறது. 20% இலாபம் கிடைக்க, ஒலிப்பெருக்கியை அவர் என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?

7. ஒரு நபர் இரண்டு எரிவாயு அடுப்புகளை தலா ₹8400இக்கு விற்றார். ஒன்றை அவர் 20% இலாபத்திலும் மற்றொன்றை 20% நட்டத்திலும் விற்றார் எனில், அவருக்கு ஏற்பட்ட இலாப அல்லது நட்டச் சதவீதத்தைக் காண்க.

8. x, y மற்றும் z மதிப்புகளைக் காண்க.

வ.எண்	பொருள்களின் பெயர்	குறித்த விலை	விற்பனை விலை	தள்ளுபடி சதவீதம்
(i)	புத்தகம்	₹225	x	8%
(ii)	எல்.இ.டி தொலைக்காட்சி	y	₹11970	5%
(iii)	மின்னணுக் கடிகாரம்	₹750	₹615	z

9. கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கான மொத்த இரசீது தொகையைக் காண்க.

வ.எண்	பொருள்களின் பெயர்	குறித்த விலை	தள்ளுபடி	சரக்கு மற்றும் சேவை வரி
(i)	புத்தகப் பை	₹500	5%	12%
(ii)	எழுதுப் பொருள்கள்	₹250	4%	5%
(iii)	அழகுசாதனப் பொருள்கள்	₹1250	8%	18%
(iv)	முடி உலர்த்தி	₹2000	10%	28%

10. ஒரு கடைக்காரர், பொருள்களை அதன் குறித்த விலையில் $\frac{4}{5}$ பங்கிற்கு வாங்கி, குறித்த விலையில் $\frac{7}{5}$ பங்கிற்கு விற்றால், அவரின் இலாபச் சதவீதம் காண்க.

11. தர அடையாளத்தைப் பெற்ற ஒரு காற்றுப் பதனாக்கியின் (AC) குறித்த விலை ₹37250 ஆகும். வாடிக்கையாளருக்கு இரண்டு வாய்ப்புகள் வழங்கப்படுகின்றன.

(i) விற்பனை விலை ₹37250 உடன் கூடுதலாக ₹3000 மதிப்புள்ள கவர்ச்சிகரமானப் பரிசுகள் (அல்லது)

(ii) 8% தள்ளுபடி, ஆனால் இலவசப் பரிசுகள் ஏதுமில்லை. எந்தச் சலுகை சிறந்ததாகும்?

12. ஒரு மெத்தையின் குறித்த விலை ₹7500. இதற்கு இரண்டு தொடர் தள்ளுபடிகள் முறையே 10% மற்றும் 20% என வழங்கப்பட்டால், வாடிக்கையாளர் செலுத்த வேண்டியத் தொகையைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

13. ஒரு பழ வியாபாரி ₹200இக்கு பழங்களை விற்பதன் மூலம் ₹40ஐ இலாபமாகப் பெறுகிறார் எனில், அவரின் இலாபச் சதவீதம் ______ ஆகும்.

(அ) 20% (ஆ) 22% (இ) 25% (ஈ) $16\frac{2}{3}$%

14. ஒரு பெண் பூச்சட்டி ஒன்றை ₹528இக்கு விற்று 20% இலாபம் பெறுகிறாள். அவள் 25% இலாபம் பெற அதை என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?

(அ) ₹500 (ஆ) ₹550 (இ) ₹553 (ஈ) ₹573

15. ஒரு பொருளை ₹150இக்கு வாங்கி அதன் அடக்க விலையில் 12%ஐ இதரச் செலவுகளாக ஒரு நபர் மேற்கொள்கிறார். அவர் 5% இலாபம் பெற அதை என்ன விலைக்கு விற்க வேண்டும்?

(அ) ₹180 (ஆ) ₹168 (இ) ₹176.40 (ஈ) ₹85

16. 16% தள்ளுபடியில் வாங்கிய ஒரு தொப்பியின் விலை ₹210 எனில், அதன் குறித்த விலை என்ன?

(அ) ₹243 (ஆ) ₹176 (இ) ₹230 (ஈ) ₹250

17. இரண்டு தொடர் தள்ளுபடிகளான 20% மற்றும் 25% ஆகியவற்றிக்கு சமமான தள்ளுபடி சதவீதம் ______ ஆகும்.

(அ) 40% (ஆ) 45% (இ) 5% (ஈ) 22.5%

Unit 1.indd 17 20-08-2019 17:41:46

1.4 கூட்டு வட்டி

இந்த பிரபஞ்சத்தில் மிக வலிமை கொண்ட சக்தி ________ ஆகும். இந்தக் கூற்றை நீங்கள் எவ்வாறு நிறைவு செய்வீர்கள்? உலக புகழ்ப் பெற்ற இயற்பியலாளர் ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டைன் இந்தக் கூற்றை **கூட்டு வட்டி** என்ற வார்த்தையைக் கொண்டு நிறைவு செய்தார்.

பணத்தைத் தனிவட்டிக்குக் கடனாகப் பெற்றாலோ, முதலீடு செய்தாலோ, வட்டியானது கடன் அல்லது முதலீட்டுக் காலம் முழுவதும் ஒரே மாதிரியாகக் கணக்கிடப்படும்.

ஆனால், தபால் நிலையங்கள், வங்கிகள், காப்பீடு நிறுவனங்கள் மற்றும் பிற நிதி நிறுவனங்கள் வேறு விதமான வட்டி கணக்கிடும் முறையையும் அளிக்கின்றன. இங்கு, முதல் கால கட்டத்தில் (6 மாதங்கள் எனக் கொள்வோம்) சேர்ந்த வட்டியை அசலுடன் சேர்த்து, அந்த தொகையை இரண்டாம் கால கட்டத்திற்கான (அடுத்த 6 மாதங்களுக்கு) அசலாக எடுத்துக் கொள்வர். இத்தகைய செயல்பாடு கடன் கொடுத்தவர் மற்றும் பெற்றவரிடையே ஏற்கனவே செய்துக் கொள்ளப்பட்ட நிலையான கால உடன்பாடு வரை தொடரும்.

குறிப்பிட்டக் கால கட்டத்திற்குப் பிறகு கிடைக்கும் தொகைக்கும், பெறப்பட்ட கடன் அல்லது முதலீடு செய்யப்பட்ட பணத்திற்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசமே **கூட்டு வட்டி** எனப்படும். இதனை நாம் ஆங்கிலத்தில் C.I (Compound Interest) எனக் குறிப்பிடுவோம். இங்கு, ஒவ்வொரு கால கட்டத்திற்கும் அசல் மாறுவதால் தெளிவாகக் **கூட்டு வட்டியானது** தனி வட்டியை விட அதிகமாக இருக்கும்.

வட்டியை அசலுடன் சேர்க்கும் இந்தக் கால கட்டத்தை நாம் **மாற்றுக் காலம்** எனக் கூறுவோம். அதாவது, வட்டியானது காலாண்டுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடப்படுவதாக எடுத்துக்கொண்டால், அங்கு, 3 மாதத்திற்கு ஒரு முறை என ஓர் ஆண்டில் நான்கு **மாற்றுக் காலங்கள்** இருக்கும். அவ்வாறான நிகழ்வுகளில், வட்டி வீதமானது ஆண்டு வட்டி வீதத்தின் நான்கில் ஒரு பங்காக இருக்கும். மேலும், வட்டியானது ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று நான்கு முறை கணக்கிடப்படும்.

தனி வட்டியைப் பொறுத்தவரை, அசலானது முழுக்காலமும் மாறாமல் இருக்கும். ஆனால், கூட்டு வட்டியில் அசலானது மாற்றுக் காலத்தைப் பொறுத்து மாறிக்கொண்டே இருக்கும். முதல் மாற்றுக் காலத்தில் தனி வட்டியும் கூட்டு வட்டியும் சமமாக இருக்கும்.

விளக்கம் 1

ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ₹20000இக்கு, ஆண்டுக்கு 10% வட்டி வீதத்தில் 4 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியைக் காணுதல் மற்றும் அதனை தனிவட்டியுடன் ஒப்பிடுதல்.

கூட்டு வட்டியைக் கணக்கிடுதல்

முதல் ஆண்டின் அசல் = ₹ 20000

முதல் ஆண்டின் வட்டி $\left(\frac{20000\times10\times1}{100}\right)$ = ₹ 2000

முதல் ஆண்டின் முடிவில், தொகை (P+I) = ₹ 22000

அதாவது, இரண்டாம் ஆண்டின் அசல் = ₹ 22000

இரண்டாம் ஆண்டின் வட்டி $\left(\frac{22000\times10\times1}{100}\right)$ = ₹ 2200

இரண்டாம் ஆண்டின் முடிவில், தொகை = ₹ 24200

அதாவது, மூன்றாம் ஆண்டின் அசல் = ₹ 24200

மூன்றாம் ஆண்டின் வட்டி $\left(\frac{24200\times10\times1}{100}\right)$ = ₹ 2420

மூன்றாம் ஆண்டின் முடிவில், தொகை = ₹ 26620

தனிவட்டியைக் கணக்கிடுதல்

தனிவட்டி, $I=\frac{PNR}{100}$ என்பதை நினைவு கூர்க

$=\frac{20000\times4\times10}{100}$

= ₹ 8000

Unit 1.indd 18 20-08-2019 17:41:50

அதாவது, நான்காம் ஆண்டின் அசல் = ₹ 26620

நான்காம் ஆண்டின் வட்டி $\left(\dfrac{26620\times10\times1}{100}\right)$ = ₹ 2662

∴ நான்காம் ஆண்டின் முடிவில், தொகை = ₹ 29282

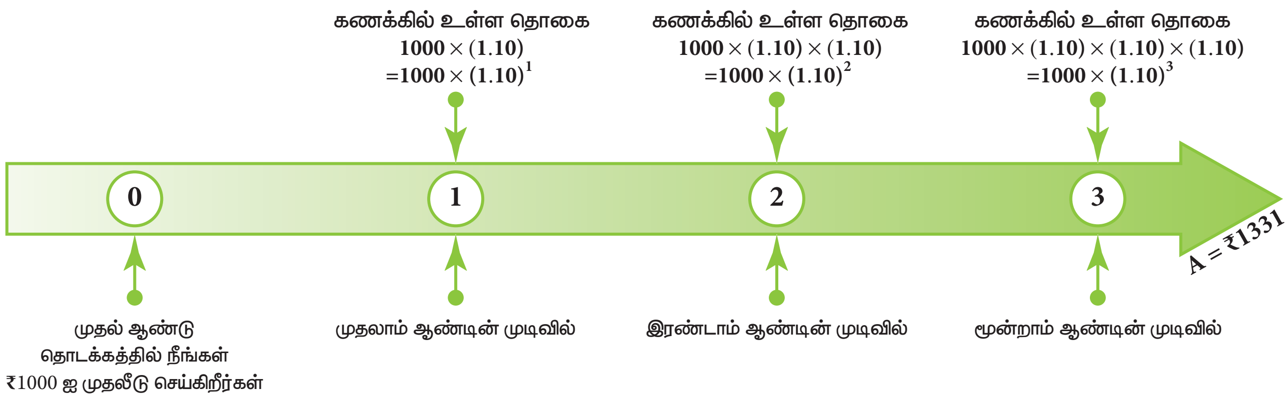
∴ 4 ஆண்டுகளுக்கான கூட்டு வட்டி = ₹ தொகை – அசல் = 29282 – 20000

மூன்றாம் ஆண்டின் முடிவில் தொகை = ₹ 9282

நான்கு ஆண்டுகளுக்கான கூட்டுவட்டி கணக்கிடுதலில், 1.1 என்ற எண்ணைக் கொண்டு தொடர்ச்சியாக பெருக்கி, 20000, (×1.1) 22000, (×1.1) 24200, (×1.1) 26620, (×1.1)29282 எனப் பெறுகிறோம். மேலும், கூட்டு வட்டியானது (₹9282) வேகமாக அதிகரிப்பதையும், தனிவட்டியை (₹8000) விட கூடுதலாக இருப்பதையும் காண்கிறோம். காலக் கட்டம் நீண்டு இருந்தால், இம்முறையில் கூட்டு வட்டியைக் காண்பது சற்று அதிகமான நேரத்தை எடுத்துக்கொள்ளும். ஆகவே, தொகையையும் கூட்டு வட்டியையும் எளிமையாகக் காண ஒரு சூத்திரம் உள்ளது. அதனைப் பின்வரும் விளக்கத்தில் காணலாம்.

விளக்கம் 2

ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படும் முறையில் அசல் ₹1000இக்கு ஆண்டுக்கு 10% வட்டி வீதத்தில் 3 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் தொகை மற்றும் கூட்டு வட்டியைக் காணுதல்.



10% வட்டியானது ஆண்டுக்கொரு முறை கூட்டுவட்டியாகக் கணக்கிடப்படுவதைக் காட்டும் ஓட்ட விளக்கப்படம்

தொகைக்கான அமைப்பானது, முதல் ஆண்டுக்கு $P\left(1+\dfrac{r}{100}\right)$ எனவும், இரண்டாம் ஆண்டுக்கு $P\left(1+\dfrac{r}{100}\right)\left(1+\dfrac{r}{100}\right)$ எனவும், மூன்றாம் ஆண்டுக்கு $P\left(1+\dfrac{r}{100}\right)\left(1+\dfrac{r}{100}\right)\left(1+\dfrac{r}{100}\right)$ எனவும் நீள்கிறது. பொதுவாக, n ஆவது ஆண்டுக்கு $P\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^n$ என நாம் பெறுகிறோம். இங்கு, $A = 1000\left(1+\dfrac{10}{100}\right)^3$ = ₹1331 ஆகும். மேலும், கூட்டு வட்டி C.I = ₹331 ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட காலக் கட்டங்களுக்கு, பின்வரும் சூத்திரங்கள் கூட்டு வட்டியை எளிதாகக் கணக்கிட உதவிடும்.

(i) ஆண்டுக்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடப்படும்போது நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$$

Unit 1.indd 19 20-08-2019 17:42:05

இங்கு, A ஆனது தொகையையும், P ஆனது அசலையும், r ஆனது ஆண்டு வட்டிவீதத்தையும் n ஆனது ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கும்.

மேலும், கூட்டு வட்டி = தொகை – அசல், C.I = A – P என பெறலாம்.

(ii) அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை கூட்டி வட்டியானது கணக்கிடப்படும்போது நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$$

(iii) கூட்டு வட்டியானது காலாண்டுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடப்படும்போது நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$$

(iv) ஒவ்வோர் ஆண்டும் வட்டி வீதம் மாறுகிறது எனில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படும் போது நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)\ldots$$

இங்கு a, b மற்றும் c ஆனது முறையே I, II மற்றும் III ஆண்டுகளுக்கான வட்டி வீதங்கள் ஆகும்.

(v) ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டியானது கணக்கிடப்படும்போது காலம் $a\frac{b}{c}$ ஆண்டுகள் என பின்னத்தில் இருக்குமானால் நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right)$$

(நீண்ட கணக்கீடு இருக்குமானால், கணிப்பானைப் பயன்படுத்தலாம். மேலும், விடைகளையும் சரிபார்க்கலாம்)

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

1626ஆம் ஆண்டில், பீட்டர் மின்யூட் என்பவர், கிழக்கத்திய இந்தியர்களைச் சமாதானப்படுத்தி, அவர்களிடம் 24 டாலர்களுக்கு மன்ஹாட்டன் தீவை விற்குமாறுக் கேட்டுப் பெற்றார். இந்த 24 டாலர்கள் தொகையை உள்ளூர் அமெரிக்கர்கள், ஒரு வங்கிக் கணக்கில் அப்போது செலுத்தியிருந்தால், 5% கூட்டு வட்டி வீதத்தில், வட்டியானது மாதமொரு முறை கணக்கிடப்படும் முறையில், 2020ஆம் ஆண்டு, அந்த வங்கிக் கணக்கில் 5.5 பில்லியன் (550 கோடி) டாலர்களுக்கு மேல் சேர்ந்திருக்கும் ! இதுதான் கூட்டு வட்டியின் வலிமையாகும்!

எடுத்துக்காட்டு: 1.20

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டு வட்டியைக் காண்க.

(i) அசல் = ₹4000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 5\%$, $n=2$ ஆண்டுகள், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது.

(ii) அசல் = ₹5000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r = 4\%$, $n = 1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள், அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது..

(iii) அசல் = ₹10000, ஆண்டு வட்டி வீதம் $r=8\%$, $n=2\frac{3}{4}$ ஆண்டுகள், காலாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது.

Unit 1.indd 20 20-08-2019 17:42:14

(iv) அசல் = ₹30000 முதலாம் ஆண்டு வட்டி வீதம், r=7% இரண்டாம் ஆண்டு வட்டி வீதம் r=8% ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படுகிறது.

தீர்வு:

(i) தொகை, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$= 4000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$

$= 4000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$

$A = ₹4410$

$\therefore$ C.I = A − P = ₹4410 − ₹4000 = ₹410

(ii) தொகை, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2n} = 5000\left(1+\frac{4}{200}\right)^{2\times\frac{3}{2}} = 5000 \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50}$

$= 51 \times 10.2 \times 10.2$

$=$ ₹5306.04

$\therefore$ C.I = A − P = ₹5306.04 − ₹5000

= ₹306.04

(iii) $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^a \left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right) = 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2\left(1+\frac{\frac{3}{4}\times 8}{100}\right)$

$= 10000\left(\frac{27}{25}\right)^2\left(\frac{53}{50}\right)$

$= 10000 \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25} \times \frac{53}{50}$

A = ₹12363.84

$\therefore$ C.I = ₹12363.84 − ₹10000

= ₹2363.84

(iv) $A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)$

$= 3000\left(1+\frac{7}{100}\right)\left(1+\frac{8}{100}\right)$

$= 30000 \times \frac{107}{100} \times \frac{108}{100}$

= ₹34668

$\therefore$ C.I = ₹34668 − ₹30000 = ₹4668

1.4.1 கூட்டு வட்டி சூத்திரத்தின் பயன்பாடுகள்:

கூட்டு வட்டி சூத்திரம் பின்வரும் சூழல்களில் பயன்படுகிறது.

(i) மக்கள் தொகை அதிகரிப்பை அல்லது குறைவைக் கண்டறியப் பயன்படுகிறது.

(ii) செல்களின் வளர்ச்சி மற்றும் பொருள்களின் மதிப்பு கூடுதலை கண்டறியப் பயன்படுகிறது.

(iii) இயந்திரங்கள், வாகனங்கள், பயன்பாட்டு உபகரணங்கள் போன்றவைகளின் தேய்மான மதிப்புகளைக் கண்டறியப் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு: 1.21

ஒரு நகரத்தின் மக்கள்தொகை ஆண்டுக்கு 6% அதிகரிக்கிறது. 2018 ஆம் ஆண்டு மக்கள்தொகை 238765 ஆக இருந்தது எனில், 2016 மற்றும் 2020 ஆம் ஆண்டுகளில் மக்கள்தொகையைக் காண்க.

தீர்வு:

2016இல் மக்கள்தொகையை P என்க.

ஆகவே, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$$\Rightarrow 238765 = P\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 = P\left(\frac{53}{50}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad P = 238765 \times \frac{50}{53}\times\frac{50}{53}$$

$$\therefore \quad P = 212500$$

2020இல் மக்கள்தொகையை A என்க.

ஆகவே, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$$\therefore A = 238765\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$$

$$= 238765 \times \frac{53}{50}\times\frac{53}{50} = 95.506 \times 53\times 53$$

$$A = 268276$$

∴ 2016இல் மக்கள்தொகை 212500 மற்றும் 2020இல் மக்கள்தொகை 268276 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 1.22

ஓர் இரு சக்கர வாகனத்தின் விலை 2 ஆண்டுகளுக்கு முன் ₹70000 ஆக இருந்தது. அதன் மதிப்பு ஆண்டுதோறும் 4% வீதம் குறைகிறது எனில், அதன் தற்போதைய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

தேய்மான மதிப்பு $= P\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$

$$= 70000\left(1-\frac{4}{100}\right)^2$$

$$= 70000 \times\frac{96}{100}\times\frac{96}{100}$$

$$= ₹64512$$

Unit 1.indd 22 20-08-2019 17:42:25

எடுத்துக்காட்டு: 1.23

ஒரு வகை பாக்டீரியா, முதலாவது ஒரு மணி நேரத்தில் 5% வளர்ச்சியும், இரண்டாவது மணி நேரத்தில் 8% வளர்ச்சிக் குன்றியும், மூன்றாவது மணி நேரத்தில் 10% வளர்ச்சியும் அடைகிறது. முதலில் அதன் எண்ணிக்கை 10000 ஆக இருந்தது எனில், மூன்று மணி நேரத்திற்குப் பிறகு அதன் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

மூன்று மணி நேரத்திற்குப் பிறகு பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)$$

$$= 10000\left(1+\frac{5}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{10}{100}\right)$$ (‘–’ என்பது வளர்ச்சிக் குன்றுதலைக் குறிக்கும்)

$$= 10000\times\frac{105}{100}\times\frac{92}{100}\times\frac{110}{100}$$

$$A = ₹10626$$

இவற்றை முயல்க

1. அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடும் முறையில், ஆண்டுக்கு 20% வட்டி வீதத்தில், கூட்டு வட்டியாக ₹420 கிடைக்கும் எனில் அசலைக் காண்க.
2. ஒரு மடிக்கணினியின் மதிப்பு, ஆண்டுக்கு 4% குறைகிறது. அதன் தற்போதைய மதிப்பு ₹24000 எனில், 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு அதன் மதிப்பைக் காண்க.

1.4.2 தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்:

- முதல் மாற்றுக் காலத்தில் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையே வித்தியாசம் இல்லை.
- 2 ஆண்டுகளுக்கு, தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2$$

- 3 ஆண்டுகளுக்கு, தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்.

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$$

எடுத்துக்காட்டு: 1.24

தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைக் காண்க.

(i) P = ₹5000, ஆண்டு வட்டி வீதம் r= 4%, n = 2 ஆண்டுகள்.

(ii) P = ₹8000, ஆண்டு வட்டி வீதம் r = 5%, n = 3 ஆண்டுகள்.

தீர்வு:

(i) $$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2 = 5000\times\frac{4}{100}\times\frac{4}{100} = ₹8$$

(ii) $$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$$

$$= 8000\times\frac{5}{100}\times\frac{5}{100}\times\left(3+\frac{5}{100}\right) = 20\times\frac{61}{20} = ₹61$$

Unit 1.indd 23 20-08-2019 17:42:30

செயல்பாடு

முகுந்தன் தலா ₹30000ஐ வங்கியிலும் தனியார் நிறுவனத்திலும் 3 மாதங்களுக்கு முதலீடு செய்கிறார். வங்கியானது ஆண்டுக்கு 12% வட்டி வீதத்தில், மாதமொரு முறை வட்டி கணக்கிடும் முறையில் கூட்டுவட்டியையும், தனியார் நிறுவனமானது அவருக்கு ஆண்டுக்கு 12% தனிவட்டியையும் அளிக்கிறது எனில், முகுந்தன் பெற்ற வட்டிகளின் வித்தியாசம் என்ன? வழக்கமான முறையில் விடையைக் கண்டறிந்து, கணிப்பான் பயன்படுத்திச் சரிபார்க்கவும்.

பயிற்சி 1.3

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**

   (i) ₹5000இக்கு 12% ஆண்டு வட்டியில், 2 ஆண்டுகளுக்கு, ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியானது __________ ஆகும்.

   (ii) ₹8000இக்கு 10% ஆண்டு வட்டியில், ஓர் ஆண்டுக்கு, அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியானது __________ஆகும்.

   (iii) ஒரு நகரத்தின் மக்கள்தொகை ஆண்டுதோறும் 10% அதிகரிக்கிறது. அதன் தற்போதைய மக்கள்தொகை 26620 எனில், 3 ஆண்டுகளுக்கு முன் மக்கள்தொகை ________ ஆகும்.

   (iv) கூட்டுவட்டியானது காலாண்டுக்கொரு முறை கணக்கிடப்பட்டால், தொகையை ___________ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

   (v) ₹5000இக்கு, 8% ஆண்டு வட்டியில், 2 ஆண்டுகளுக்கு தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்___________ ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக.**

   (i) தேய்மான மதிப்பு $P = \left(1-\frac{r}{100}\right)^n$ என்ற சூத்திரம் மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது.

   (ii) ஒரு மாநகரத்தின் தற்போதைய மக்கள்தொகை P என்க. இது ஆண்டுதோறும் r% அதிகரிக்கிறது எனில், n ஆண்டுகளுக்கு முன்பு மக்கள்தொகையானது $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ ஆகும்.

   (iii) ஓர் இயந்திரத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ₹16800. அது ஆண்டுக்கு 25% வீதம் தேய்மானம் அடைகிறது. 2 ஆண்டுகளுக்குப் பின் அதன் மதிப்பு ₹9450 ஆகும்.

   (iv) 20% ஆண்டு வட்டியில் ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில் ₹1000 ஆனது 3 ஆண்டுகளில் ₹1331 ஆக ஆகும்.

   (v) 20% ஆண்டு வட்டியில், காலாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில், ₹16000இக்கு 9 மாதங்களுக்கு கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியானது ₹2522 ஆகும்.

3. ₹3200இக்கு 2.5% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில் 2 ஆண்டுகளுக்கு, கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியைக் காண்க.

4. ₹4000இக்கு 10% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில் $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்கு, கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியைக் காண்க.

5. மகேஷ் என்பவர் ₹5000ஐ ஆண்டுக்கு 12% வட்டி வீதத்தில் ஓர் ஆண்டுக்கு முதலீடு செய்தார். அரையாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், அவர் பெறும் தொகையைக் காண்க.

6. அசல் ₹3000 ஆனது 10% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில் எத்தனை ஆண்டுகளில் ₹3993 ஆக மாறும்?

7. ஓர் அசலானது 2 ஆண்டுகளில், ஆண்டுக்கு 4% கூட்டு வட்டியில் ₹2028 ஆக ஆகிறது எனில், அசலைக் காண்க.

8. எந்த கூட்டு வட்டி வீதத்தில், ₹5625 ஆனது 2 ஆண்டுகளில் ₹6084 ஆக மாறும்?

9. $13\frac{1}{3}$ % ஆண்டு வட்டியில், அரையாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால் எத்தனை ஆண்டுகளில், ₹3375 ஆனது, ₹4096 ஆக மாறும்?

10. I, II மற்றும் III ஆண்டுகளுக்கான வட்டி வீதங்கள் முறையே 15%, 20% மற்றும் 25% எனில், ₹15000இக்கு 3 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியைக் காண்க.

11. ஒரு மரத்தின் தற்போதைய உயரம் 847 செ.மீ. அது ஆண்டுக்கு 10% வீதம் வளர்கிறது எனில், 2 ஆண்டுகளுக்கு முன் அதன் உயரத்தைக் காண்க.

12. ₹5000இக்கு 2% ஆண்டு வட்டியில், அரையாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால் ஓர் ஆண்டுக்குக் கிடைக்கும் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைக் காண்க.

13. ₹15000இக்கு 6% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டி கணக்கிடப்பட்டால் 2 ஆண்டுகளுக்குக் கிடைக்கும் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் என்ன?

14. ₹8000இக்கு, 2 ஆண்டுகளுக்கு கிடைத்த தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் ₹20 எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

15. 15% ஆண்டு வட்டியில், 3 ஆண்டுகளுக்கு கிடைத்த தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் ₹1134 எனில், அசலைக் காண்க.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

- தனிவட்டியில் அசலானது n ஆண்டுகளில் இரட்டிப்பாகும் எனில், அது $(m-1) \times n$ ஆண்டுகளில், m மடங்கு ஆகும்.
- கூட்டுவட்டியில் அசலானது n ஆண்டுகளில் m மடங்கு ஆகும் எனில், an ஆண்டுகளில் அது m^a மடங்கு ஆகும்.
- P என்ற அசலுக்கு 4 ஆண்டுகளுக்கு r % வட்டி வீதத்தில் கிடைக்கும் தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $Pi^2\left(6+4i+i^2\right)$ ஆகும். இங்கு $i = \frac{r}{100}$ ஆகும்.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

16. ஓர் அசலின் மீதான வட்டி, இரண்டு மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடப்பட்டால், ஓராண்டிற்கு __________ மாற்றுக் காலங்கள் இருக்கும்.

(அ) 2 (ஆ) 4 (இ) 6 (ஈ) 12

Unit 1.indd 25 20-08-2019 17:42:33

17. 10% ஆண்டு வட்டியில், அரையாண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், ₹4400 ஆனது ₹4851 ஆக ________ ஆகும்.

(அ) 6 மாதங்கள் (ஆ) 1 ஆண்டு (இ) $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் (ஈ) 2 ஆண்டுகள்

18. ஓர் இயந்திரத்தின் விலை ₹18000. அது ஆண்டுக்கு $16\frac{2}{3}\%$ வீதம் தேய்மானம் அடைகிறது. 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அதன் மதிப்பு _______ ஆகும்.

(அ) ₹12000 (ஆ) ₹12500 (இ) ₹15000 (ஈ) ₹16500

19. 10% ஆண்டு வட்டியில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், 3 ஆண்டுகளில் _______ என்ற அசலானது ₹2662 ஆக அதிகரிக்கும்.

(அ) ₹2000 (ஆ) ₹1800 (இ) ₹1500 (ஈ) ₹2500

20. 2% ஆண்டு வட்டியில், 2 ஆண்டுகளுக்கு ஓர் அசலுக்குக் கிடைத்த கூட்டுவட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் ₹1 எனில், அசல் ஆனது _______ ஆகும்.

(அ) ₹2000 (ஆ) ₹1500 (இ) ₹3000 (ஈ) ₹2500

குறிப்பு

- P ஆனவர் Q ஐ காட்டிலும் $x\%$ (அ) $\frac{x}{100}$ அதிகத் திறன் கொண்டவர் எனில், Q ஆனவர் P ஐ காட்டிலும் $\left(\frac{100x}{100+x}\right)\%$ குறைந்த திறன் கொண்டவர் ஆவார்.
- P ஆனவர் Q ஐ காட்டிலும் $x\%$ (அ) $\frac{x}{100}$ குறைந்த திறன் கொண்டவர் எனில், Q ஆனவர் P ஐ காட்டிலும் $\left(\frac{100x}{100-x}\right)\%$ அதிக திறன் கொண்டவர் ஆவார்.

Q9Y4Z1

பயிற்சி 1.4

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 3 கணித தேர்வுகளில் (T1, T2, T3) நந்தா பெற்ற மதிப்பெண்கள் 40இக்கு 38, 30இக்கு 27 மற்றும் 50இக்கு 48 ஆகும். எந்த தேர்வை அவன் நன்றாகச் செய்துள்ளான்? 3 தேர்வுகளிலும் அவர் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.

2. சுல்தானா, ஒரு பொது அங்காடியில் பின்வரும் பொருள்களை வாங்கினார். அவர் செலுத்த வேண்டிய மொத்த இரசீதுத் தொகையைக் கணக்கிடுக.

Unit 1.indd 26 20-08-2019 17:42:35

(i) 5% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹800 மதிப்பிலான மருந்துகள்

(ii) 12% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹650 மதிப்பிலான அழகு சாதனப்பொருள்கள்

(iii) 0% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹900 மதிப்பிலான தானியங்கள்

(iv) 18% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹1750 மதிப்பிலான கருப்புக் கண்ணாடி

(v) 28% சரக்கு மற்றும் சேவை வரியுடன் ₹28500 மதிப்பிலான காற்றுப் பதனி (AC)

3. P இன் வருமானம் Qஐக் காட்டிலும் 25% அதிகம் எனில், Q இன் வருமானம் P ஐக் காட்டிலும் எத்தனை சதவீதம் குறைவு?

4. கோபி, ஒரு மடிக்கணினியை 12% இலாபத்திற்கு விற்றான். மேலும், அது ₹1200இக்கு கூடுதலாக விற்கப்பட்டிருந்தால், இலாபம் 20% ஆக இருந்திருக்கும் எனில், மடிக்கணினியின் அடக்க விலையைக் காண்க.

5. வைதேகி, இரு சேலைகளை தலா ₹2200இக்கு விற்றாள். ஒன்றின் மீது 10% இலாபத்தையும் மற்றொன்றின் மீது 12% நட்டத்தையும் அடைந்தாள் எனில், சேலைகளை விற்றதில் அவளின் இலாபம் அல்லது நட்டச் சதவீதத்தைக் காண்க.

6. ஓர் அசலானது கூட்டு வட்டி முறையில், 2 ஆண்டுகளில் ₹18000 ஆகவும், 4 ஆண்டுகளில் ₹40500 ஆகவும் ஆகிறது எனில், அசலைக் காண்க.

7. 8% ஆண்டு வட்டி வீதத்தில், வட்டியானது ஆண்டுக்கொரு முறையும், அரையாண்டுக்கொரு முறையும் கணக்கிடப்பட்டால், ₹62500இக்கு $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் கூட்டு வட்டிகளின் வித்தியாசத்தைக் காண்க.

Unit 1.indd 27 20-08-2019 17:42:35

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

8. முதல் எண்ணானது இரண்டாவது எண்ணை விட 20% குறைவு. இரண்டாம் எண்ணானது 100ஐ விட 25% அதிகம் எனில், முதல் எண்ணைக் காண்க.

9. ₹180 ஐக் குறித்த விலையாகவும், ₹108 ஐ விற்பனை விலையாகவும் கொண்ட ஒரு பொருளுக்கு கடைக்காரர் இரண்டுத் தொடர் தள்ளுபடிகளை அளிக்கிறார். இரண்டாவது தள்ளுபடி 8% எனில், முதல் தள்ளுபடிச் சதவீதத்தைக் காண்க.

10. ஒரு பொருளை 30% தள்ளுபடியில் வாங்கி, ஒரு நபர் அதனைக் குறித்த விலைக்கு மேல் 40% கூடுதலாக விற்றார் எனில், அவரின் இலாபச் சதவீதம் காண்க.

11. ஓர் அசலானது, கூட்டுவட்டி முறையில் 2 ஆண்டுகளில் அதைப்போன்று 1.69 மடங்கு ஆகிறது எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

12. ஓர் அசலுக்கு 30% ஆண்டு வட்டியில், 3 ஆண்டுகளுக்கு கிடைக்கும் தனிவட்டி ₹300 எனில், அதற்குக் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டியைக் காண்க.

பாடச்சுருக்கம்

- சதவீதம் என்றால் **ஒரு நூற்றுக்கு** அல்லது **ஒரு நூறில்** எனப் பொருள்படும். அதனை % குறியீட்டால் குறிக்கலாம். % என்பது $\frac{x}{100}$ என்ற பின்னத்தைக் குறிக்கும்.
- அளவுகளை எளிதாக ஒப்பிட சதவீதங்கள் பயன்படுகின்றன.
- ஒரு பொருளை வாங்கும் விலையே அதன் **அடக்க விலை (அ.வி)** எனப்படும்.
- ஒரு பொருளை விற்கும் விலையே அதன் **விற்ற விலை (அ) விற்பனை விலை (வி.வி)** எனப்படும்.
- வி.வி ஆனது அ.வி விட அதிகமாக இருந்தால் இலாபம் ஏற்படுகிறது. இலாபம் = வி.வி – அ.வி.
- வி.வி ஆனது அ.வி விட குறைவாக இருந்தால் நட்டம் ஏற்படுகிறது. நட்டம் = அ.வி– வி.வி.
- இலாபமோ நட்டமோ, இரண்டுமே அடக்க விலையைப் பொறுத்துத்தான் கணக்கிடப்படும்.
- **குறித்த விலை:** பெரிய கடைகள் மற்றும் பலபொருள் அங்காடிகளில் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் ஒரு விலை அட்டையை கட்டியிருப்பதை நாம் பார்க்கிறோம். இந்த விலையே **குறித்த விலை** ஆகும்.
- ஒரு பொருளை வாங்கும் போது அதன் மீது வழங்கப்படும் விலைக்குறைப்பே **தள்ளுபடி** எனப்படும்.
- **விற்பனை விலை = குறித்த விலை – தள்ளுபடி**
- **சூத்திரங்கள்**

(i) இலாபம் % $= \left(\frac{\text{இலாபம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$

(ii) நட்டம் % $= \left(\frac{\text{நட்டம்}}{\text{அ.வி}} \times 100\right)\%$

Unit 1.indd 28 20-08-2019 17:42:35

(iii) விற்ற விலை $= \frac{(100+\text{இலாபம்}\%)}{100} \times$ அ.வி (அல்லது) அ.வி $= \frac{100}{(100+\text{இலாபம்}\%)} \times$ விற்ற விலை

(iv) விற்ற விலை $= \frac{(100-\text{நட்டம்}\%)}{100} \times$ அ.வி (அல்லது) அ.வி $= \frac{100}{(100-\text{நட்டம்}\%)} \times$ விற்ற விலை

- **இதரச் செலவுகள்:** பழுது பார்த்தல், போக்குவரத்து செலவுகள், தொழிலாளர் கட்டணங்கள் போன்ற சில செலவுகள் ஏற்படும் போது, அவற்றை அடக்க விலையில் சேர்த்துக் கொள்வர். இந்த செலவுகள் **இதரச் செலவுகள்** எனப்படும்.
- **சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST):** இந்தியாவில், உள்நாட்டு நுகர்வுக்காக பயன்படும் ஏறக்குறைய அனைத்து பொருள்கள் மீதான ஒரே பொது வரி விதிப்புதான் **சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST -Goods and Services Tax)** ஆகும்.
- ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$.
- அரையாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால், $A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$
- காலாண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்பட்டால் $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$.
- ஒவ்வோர் ஆண்டும் வட்டி வீதம் மாறுகிறது எனில், ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டிக் கணக்கிடப்படும் முறையில் நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)\ldots$$

இங்கு a, b மற்றும் c ஆனது முறையே I, II மற்றும் III ஆண்டுக்களுக்கான வட்டி வீதங்கள் ஆகும்.

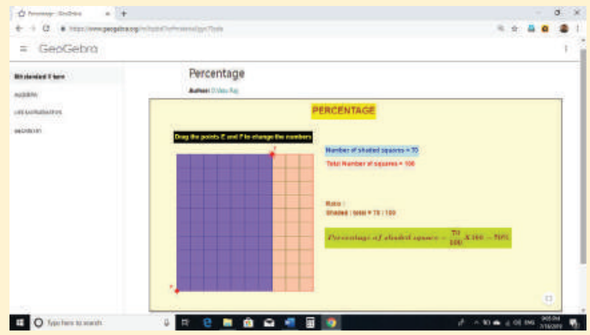
- ஆண்டுக்கொரு முறை வட்டியானது கணக்கிடப்படும் முறையில் காலம் $a\frac{b}{c}$ ஆண்டுகள் என பின்னத்தில் இருக்குமானால், நாம் பெறும் தொகை,

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^a\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right)$$

- கூட்டு வட்டி = தொகை – அசல்.அதாவது, C.I.= A – P.
- முதல் மாற்று காலத்தில் தனிவட்டியும் கூட்டுவட்டியும் சமமாக இருக்கும்.
- 2 ஆண்டுகளுக்கு, தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $= P\left(\frac{r}{100}\right)^2$.
- 3 ஆண்டுகளுக்கு, தனிவட்டிக்கும் கூட்டுவட்டிக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$.

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

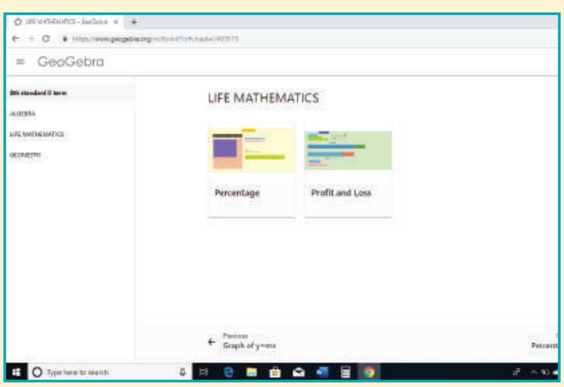


படி 1

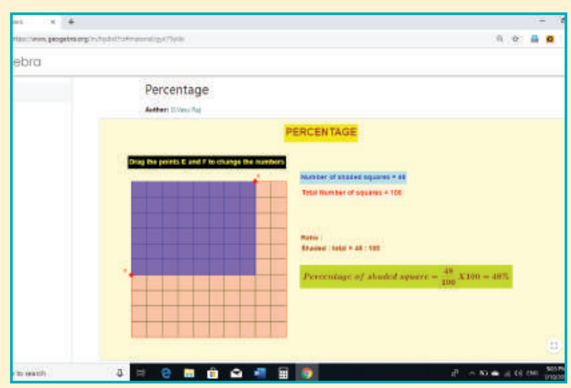
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலி தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்க. 'வாழ்வியல் கணிதம்' என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'சதவீதம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி 2

கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் E மற்றும் F சிகப்புப் புள்ளிகளை இழுத்து நீல நிற செவ்வகத்தை உங்களால் மாற்ற இயலும். நீலத்திற்கும் மொத்தத்திற்குமான விகிதத்தை, சதுரங்களைக் கணக்கிட்டு காணலாம். மேலும் விகிதத்தையும் சதவீதத்தையும் சரிபார்க்கலாம்.



படி 1



படி 2

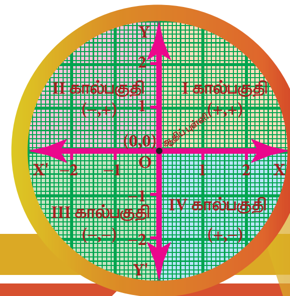
இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்.
வாழ்வியல் கணிதம்:
https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409575 அல்லது
விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit 1.indd 30 20-08-2019 17:42:38

2 இயற்கணிதம்



கற்றல் நோக்கங்கள்

X3K5G9

- ஒருபடிச் சமன்பாடுகளில் அமைந்த வாக்கியக் கணக்குகளைத் தீர்க்க தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளைக் குறிக்கத் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- நேரியச் சார்புகளின் வரைபடங்களை வரையக் கற்றுக் கொள்ளுதல்.

2.1 அறிமுகம்

இயற்கணிதத்தில் சென்ற வகுப்பில் படித்த சில அடிப்படைக் கூற்றுகளை நினைவு கூர்வோம்.

செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் காணும் சூத்திரம் என்ன? செவ்வகத்தின் நீளத்தை l எனவும், அகலத்தை b எனவும் கொண்டால் சுற்றளவு p என்பது $2(l+b)$ ஆகும். இந்த சூத்திரத்தில், 2 என்பது மாறாத எண். ஆனால் p, l மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் மாறாதது அல்ல. ஏனெனில் அவை செவ்வகத்தின் அளவுகளைப் பொருத்தது.

இங்கு p, l மற்றும் b ஆகியவை மாறிகள். செவ்வகத்தின் வெவ்வேறு அளவுகளுக்கு இவற்றின் மதிப்புகள் மாறிக்கொண்டே இருக்கும். 2 என்பது ஒரு மாறிலி. (இது எந்தவொரு செவ்வகத்தின் அளவுக்கும் மாறாத மதிப்பு ஆகும்.)

ஓர் இயற்கணிதக் கோவை என்பது மாறிகள், மாறிலிகள், அடிப்படைச் செயல்கள் (+ அல்லது – குறிகள்) ஆகியவற்றை உள்ளடக்கிய ஒன்று அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட இயற்கணித உறுப்புகளைக் கொண்ட கணிதத்தொடர் ஆகும். (எ.கா) $4x^2+5x+7xy+100$ என்பது ஓர் இயற்கணிதக் கோவை ஆகும். இதில் முதல் உறுப்பு $4x^2$இல் 4 என்ற மாறிலியும் x^2 என்ற மாறியும் உள்ளதை கவனிக்க. $7xy$இல் உள்ள மாறிலி என்ன? இக்கோவையின் கடைசி உறுப்பில் மாறி ஏதேனும் உள்ளதா?

கெழுக்கள் என்பன உறுப்புகளில் மாறியுடன் உள்ள எண் பகுதிகள் ஆகும். $4x^2+5x+7xy+100$இல், முதல் உறுப்பின் கெழு 4, இரண்டாவது உறுப்பின் கெழு என்ன? 5 ஆகும். மூன்றாவது உறுப்பின் கெழு 7.

2.2 இயற்கணிதக் கோவைகளைக் கட்டமைத்தல்

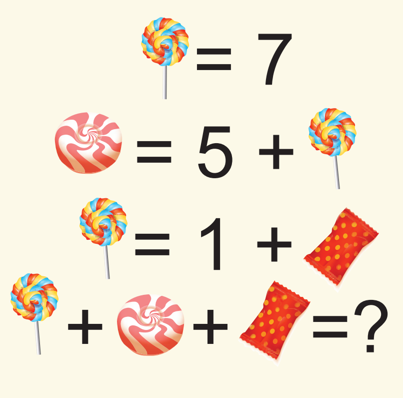
இப்போது நாம் சில கூற்றுகளை இயற்கணித மொழிக்கு மாற்றம் செய்து, அவற்றை எவ்வாறு அமைப்பது என்பதை நினைவு கூர்வோம் .இங்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கூற்று	கோவை	குறிப்பு
8 மற்றும் 7 இன் கூடுதல்	$8+7$	கூட்டும்போது ஒரே எண்ணாகக் கிடைக்கிறது. எனவே, இது ஓர் எண்கணிதக் கோவை ஆகும்.
x மற்றும் 7 இன் கூடுதல்	$x+7$	$x+7$ என்ற இயற்கணிதக் கோவை நமக்குக் கிடைக்கிறது. இங்கு x என்பது ஒரு மாறி ஆகும்.

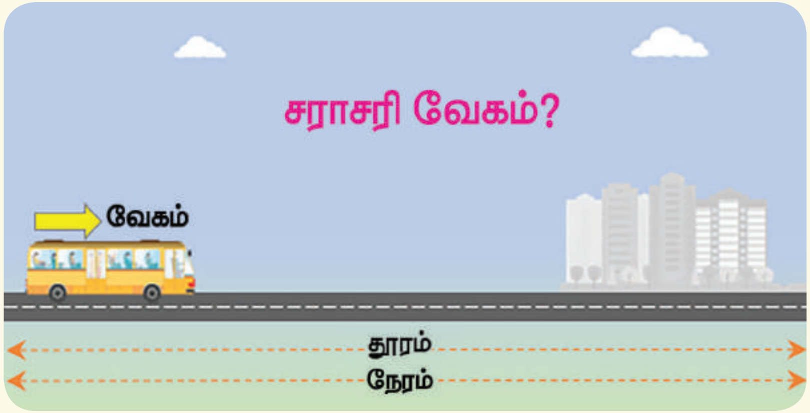
Unit 2.indd 31 21-08-2019 11:56:00

16 ஐ y ஆல் வகுக்க	$\frac{16}{y}$	இங்கு y என்பது ஒரு மாறி ஆகும்.
p என்ற எண்ணின் மூன்று மடங்குடன் ஒன்று அதிகரிக்க	$3p+1$	இங்கு p என்பது ஒரு மாறி ஆகும். p இன் கெழு 3.
ஓர் எண்ணும், அந்த எண்ணிலிருந்து 5 குறைவாக உள்ள எண்ணின் பெருக்கற் பலன்	$x(x-5)$	இந்த கோவையில் x ஆனது ஒரே எண்ணைக் குறிக்கிறது. இங்கு பெருக்கலைக் குறிக்க நாம் அடைப்புக் குறியைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

எங்கும் கணிதம்—அன்றாட வாழ்வில் இயற்கணிதம்



ஒரு பொருளின் விலை மற்றும் மொத்த விலையைக் காண ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் பயன்படுகின்றன.



வேகம், தூரம், நேரம், சராசரி வேகம் ஆகியவற்றைக் காண ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் பயன்படுகின்றன.

2.3 சமன்பாடுகள்

இரண்டு கோவைகளின் சமத்தன்மையை உறுதிபடுத்தும் ஒரு கூற்றானது சமன்பாடு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக $2x+7=17$ என்பது ஒரு சமன்பாடு. இங்கு 'சமக்குறி' யின் இரு பக்கங்களிலும் கோவைகள் எழுதப்பட்டிருக்கும்.

$2x+7$ (x ஒரு மாறி) என்பது சமன்பாட்டின் இடதுகை பக்கமும் 17 வலதுகை பக்கமும் உள்ள கோவைகள் ஆகும்.

2.3.1 ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளைக் கொண்ட ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்:

வாக்கியங்களைக் (கூற்று) கணித உறுப்புகளாக மாற்றி எழுதும்போது ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் அமைகிறது. ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள்.

(i) ஓர் எண்ணுடன் 5ஐ கூட்டக் கிடைப்பது 25.

இந்தக் கூற்றை $x+5 = 25$ என எழுதலாம்.

$x+5=25$ என்ற சமன்பாடானது x என்ற ஒரு மாறியில் அமைந்துள்ளது. இதன் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்று (1) ஆகும். எனவே இதனை ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு என்கிறோம்.

அதாவது, ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு : $5x-2=8$, $3y+24=0$

ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை எளிய சமன்பாடுகள் என்றும் அழைக்கலாம்.

Unit 2.indd 32 21-08-2019 11:56:03

(ii) இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 45.

இந்தக் கூற்றை $x+y=45$ என எழுதலாம்.

இந்த சமன்பாடானது x மற்றும் y என்ற இரண்டு மாறிலிகளைக் கொண்டு உருவானது. இவற்றின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு 1 ஆகும். எனவே இந்த சமன்பாடுகளை இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் என அழைக்கிறோம்.

இந்த வகுப்பில் ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு தீர்வு காணுவதைப்பற்றி படிப்போம். மற்ற வகை சமன்பாடுகளுக்கு எவ்வாறு தீர்வு காணுவது என்பதை மேல் வகுப்பில் கற்றுக்கொள்வோம்.

குறிப்பு

மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு 2, 3 என அமைந்த சமன்பாடுகளை நாம் இரு படிச் சமன்பாடுகள் மற்றும் முப்படிச் சமன்பாடுகள் என அழைக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : (i) $x^2+4x+7=0$ என்பது ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு ஆகும்.

(ii) $5x^3-x^2+3x=10$ என்பது ஒரு முப்படிச் சமன்பாடு ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் எவையெவை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் எனக் கண்டறிக.

(i) $2+x=19$ (ii) $7x^2-5=3$ (iii) $4p^3=12$ (iv) $6m+2$ (v) $n=10$

(vi) $7k-12=0$ (vii) $\frac{6x}{8}+y=1$ (viii) $5+y=3x$ (ix) $10p+2q=3$ (x) x^2-2x-4

பின்வரும் கூற்றுகளை ஒருபடிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

எடுத்துக்காட்டு: 2.1

கொடுக்கப்பட்ட ஓர் எண்ணுடன் 7ஐக் கூட்ட 19 கிடைக்கிறது.

தீர்வு:

ஓர் எண்ணை n என்க.

அதனுடன் 7ஐக் கூட்ட நமக்கு $n+7$ஆனது கிடைக்கிறது.

இதன் விடை 19ஐக் கொடுக்கிறது.

எனவே சமன்பாடு $n+7=19$ எனக் கிடைக்கிறது.

சிந்திக்க

(i) $t(t-5)=10$ என்பது ஓர் ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகுமா?

(ii) $x^2=2x$, என்பது ஓர் ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகுமா? ஏன்?

எடுத்துக்காட்டு : 2.2

ஓர் எண்ணின் 4 மடங்குடன் 18ஐக் கூட்ட 28 கிடைக்கிறது.

தீர்வு:

ஓர் எண்ணை x என்க.

அந்த எண்ணின் 4 மடங்கு என்பது $4x$ ஆகும்.

இப்போது 18ஐக் கூட்ட, கிடைப்பது $4x+18$ ஆகும்.

இதற்கான விடை 28. எனவே, இந்த சமன்பாடு $4x+18=28$ ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் கூற்றுகளை ஒருபடிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

1. ஓர் எண் மற்றும் 5இன் பெருக்கற்பலனில் இருந்து 8 ஐ கழிக்க, எனக்கு கிடைப்பது 32 ஆகும்.
2. அடுத்தடுத்த மூன்று முழுக்களின் கூடுதல் 78 ஆகும்.
3. பீட்டர் என்பவர் ஓர் இருநூறு ரூபாய்த் தாளை வைத்துள்ளார். ஒரு புத்தகத்தின் 7 பிரதிகளை விலைக்கு வாங்கிய பிறகு மீதியாக அவரிடம் ₹60 உள்ளது.
4. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தின் அடிக்கோணங்கள் சமம், உச்சி கோணம் 80° ஆகும்.
5. ABC என்ற முக்கோணத்தில், கோணம் $\angle A$ என்பது கோணம் $\angle B$ஐ விட 10° அதிகம் ஆகும். மேலும் கோணம் $\angle C$ என்பது கோணம் $\angle A$ஐ போன்று மூன்று மடங்கு ஆகும். இந்த சமன்பாட்டைக் கோணம் $\angle B$ஐ பொருத்து அமைக்கவும்.

2.3.2 ஒருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகள்:

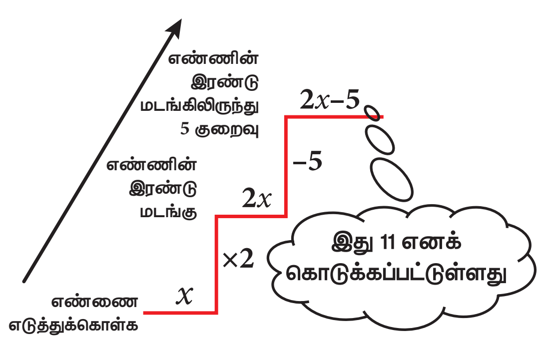
கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிகளுக்குப் பதிலாக பிரதியிடும் எண்ணானது, சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே மதிப்பைக் கொடுத்தால், அவ்வெண்ணை அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு அல்லது மூலம் என அழைக்கின்றோம்.

எடுத்துக்காட்டு: $2x = 10$

இந்த சமன்பாடானது $x = 5$ என்ற எண்ணிற்கு நிறைவு செய்கிறது. அதாவது இந்த சமன்பாட்டில் $x = 5$ எனப் பிரதியிட்டால் சமன்பாட்டின் இடது பக்கமும், வலது பக்கமும் உள்ள மதிப்புகள் சமம் ஆகும். எனவே $x = 5$ என்பது இந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும். இங்கு x இன் வேறு எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் சமன்பாடு நிறைவடையாது என்பதனைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். ஆக $x = 5$ என்பது மட்டுமே 'அந்த' தீர்வு ஆகும்.

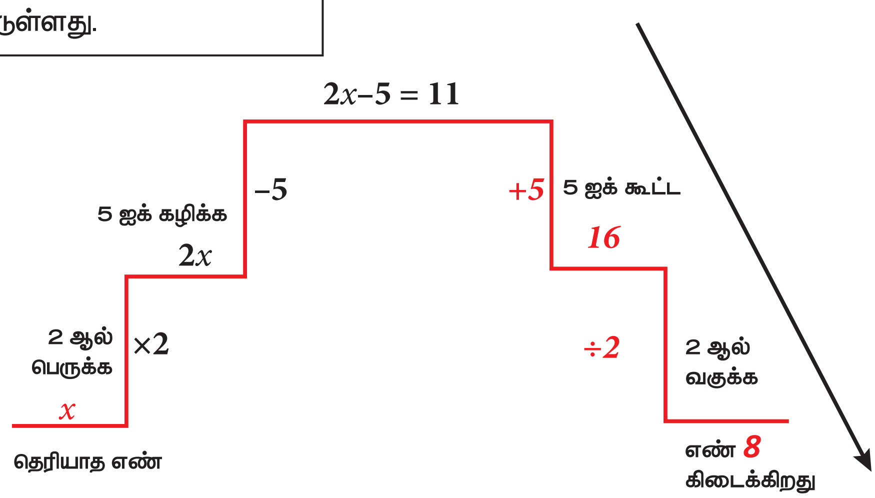
(i) செயல்–எதிர்ச்செயல் முறை:

கூற்று	சிந்திக்க
ஓர் எண்ணின் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 5 ஐ குறைக்கக் கிடைப்பது 11.	தேவையான எண் என்பது தெரியாது. இதனை x என்க. அந்த எண்ணின் இரண்டு மடங்கு என்பது $2x$ ஆகும். 5 குறைவு எனில் $2x–5$ ஆகும். இதன் விடையானது 11 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



மேற்கண்ட சமன்பாடு உருவான விதத்தைக் கீழ்க்காணுமாறு காணலாம்.

x என்ற எண்ணிலிருந்து $2x–5$ என்ற நிலையை அடைய கழித்தல், பெருக்கல் போன்ற செயல்களை நாம் மேற்கொள்ள வேண்டும். எனவே, $2x–5=11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட போது,



Unit 2.indd 34 21-08-2019 11:56:06

திரும்பவும் x இன் மதிப்பை பெற முன்பு செய்த செயல்களுக்கு எதிர்ச் செயல்களை (குறி மாற்றம் செய்தல்) செய்ய வேண்டும். அதாவது, அடிப்படை 'செயல்கள்' மூலம் சமன்பாட்டை அமைக்கின்றோம். மேலும் எதிர்ச் செயல்களை செய்து அதற்கான தீர்வைப் பெறுகின்றோம்.

எடுத்துக்காட்டு: 2.3

$x - 7 = 6$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

சிந்திக்க

ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு உங்களால் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட தீர்வுகளைப் பெறமுடியுமா?

தீர்வு:

$x - 7 = 6$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x - 7 + 7 = 6 + 7$

$x = 13$

(ii) இடமாற்று முறை

சமன்பாட்டில் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள ஓர் எண்ணை மற்றொரு பக்கத்திற்குக் கொண்டு செல்வது இடமாற்று முறை ஆகும்.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் இருபுறமும் 7 ஐக் கூட்டுவது என்ற செயலுக்குப் பதிலாக இடதுபுறம் உள்ள –7 இன் கூட்டல் எதிர்மறையான +7 ஐக் கொண்டு வலதுபுறத்தில் கூட்டுவதற்குச் சமம் ஆகும்.

$x - 7 = 6$

$x = 6 + 7$

$x = 13$

எடுத்துக்காட்டு: 2.4

$3x = 51$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க

தீர்வு:

$3x = 51$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$3 \times x = 51$

$\frac{3 \times x}{3} = \frac{51}{3}$ இருபுறமும் 3ஆல் வகுக்க

$x = 17$

அதேபோல், இருபுறமும் 3 ஆல் வகுப்பது என்ற செயலானது, இடது பக்கம் உள்ள 3 இன் பெருக்கல் தலைகீழியான $\frac{1}{3}$ ஐ எடுத்து அதனை வலது பக்கத்தில் வைத்துப் பெருக்குவதற்குச் சமம் ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.

(i) $6x = 12$

$x = \frac{12}{6}$

$x = 2$

(ii) $\frac{y}{7} = 10$

$y = 10 \times 7$

$y = 70$

எடுத்துக்காட்டு: 2.5

தீர்க்க: $2x + 5 = 9$

தீர்வு:

$2x + 5 = 9$

$2x = 9 - 5$

$2x = 4$

$x = \frac{4}{2} = 2$

குறிப்பு

கொடுக்கப்பட்ட ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை மாற்றியமைக்க, ஒத்த உறுப்புகளை ஒரே தொகுப்பாகச் சமகுறியின் ஒரு பக்கத்திற்கு கொண்டு வரவேண்டும். பிறகு, இருபுறமும் உள்ள கோவைகளில் இருக்கும் குறிகளைப் பொருத்து அடிப்படைச் செயல்களை செய்ய வேண்டும்.

Unit 2.indd 35 21-08-2019 11:56:09

எடுத்துக்காட்டு: 2.6

தீர்க்க $\frac{4y}{3}-7=\frac{2y}{5}$

தீர்வு:

(ஒத்த உறுப்புகளை ஒரே தொகுப்பாக்க.)

$$\frac{4y}{3}-\frac{2y}{5}=7$$

$$\frac{20y-6y}{15}=7$$

$$14y=7\times 15$$

$$y=\frac{7\times 15}{14}$$

$$y=\frac{15}{2}$$

சிந்திக்க

1. பூச்சியமற்ற ஓர் எண்ணைக் கொண்டு ஒரு சமன்பாட்டின் இருபுறமும் பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ சமன்பாட்டின் தீர்வில் ஏதேனும் மாற்றம் இருக்குமா?
2. இரண்டு வெவ்வேறு எண்களால் ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலும் பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ சமன்பாடு என்னவாகும்?

பயிற்சி 2.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**

T7J1V4

(i) $x+5=12$ என்ற சமன்பாட்டில் x இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(ii) $y-9=(-5)+7$ என்ற சமன்பாட்டில் y இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(iii) $8m=56$ என்ற சமன்பாட்டில் m இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(iv) $\frac{2p}{3}=10$ என்ற சமன்பாட்டில் p இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

(v) ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு ________ தீர்வு மட்டுமே உண்டு.

2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**

(i) சமன்பாட்டின் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள ஓர் எண்ணை மற்றொரு பக்கத்திற்குக் கொண்டு செல்வது இடமாற்றுமுறை ஆகும்.

(ii) ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடானது, அதனுடைய மாறியின் அடுக்காக 2ஐக் கொண்டு இருக்கும்.

3. **பொருத்துக.**

(அ) $\frac{x}{2}=10$	(i) $x=4$
(ஆ) $20=6x-4$	(ii) $x=1$
(இ) $2x-5=3-x$	(iii) $x=20$
(ஈ) $7x-4-8x=20$	(iv) $x=\frac{8}{3}$
(உ) $\frac{4}{11}-x=\frac{-7}{11}$	(v) $x=-24$

(A) (i),(ii), (iv) ,(iii),(v) (B) (iii), (iv), (i), (ii), (v)

(C) (iii),(i) ,(iv), (v), (ii) (D) (iii), (i), (v), (iv), (ii)

Unit 2.indd 36 21-08-2019 11:56:14

4. x இன் மதிப்பைக் காண்க. (i) $\frac{2x}{3}-4=\frac{10}{3}$ (ii) $y+\frac{1}{6}-3y=\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{1}{3}-\frac{1x}{3}=\frac{7x}{12}+\frac{5}{4}$

5. x மற்றும் p இன் மதிப்புகளைக் காண்க. (i) $-3(4x+9)=21$ (ii) $20-2(5-p)=8$

(iii) $(7x-5)-4(2+5x)=10(2-x)$

6. x மற்றும் m இன் மதிப்புகளைக் காண்க. (i) $\frac{3x-2}{4}-\frac{(x-3)}{5}=-1$ (ii) $\frac{m+9}{3m+15}=\frac{5}{3}$

2.4 ஒருபடிச் சமன்பாட்டில் அமைந்த வாக்கியக் கணக்குகள்

வாக்கியக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்பதில் சவாலாக இருப்பது கொடுக்கப்பட்ட கூற்றுகளைச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுவது ஆகும். இதேபோன்று மேலும் பல கணக்குகளைச் சேகரித்து அதற்குத் தீர்வு காண்க.

எடுத்துக்காட்டு: 2.7

இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 36. மேலும் அவற்றுள் ஓர் எண் மற்றோர் எண்ணைவிட 8 அதிகம் எனில், அந்த எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

x என்பது சிறிய எண் என்க. எனவே பெரிய எண் $x+8$ ஆகும்.

இரண்டு எண்களின் கூடுதல் = 36 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$x+(x+8)=36$$
$$2x+8=36$$
$$2x=36-8$$
$$2x=28$$
$$x=\frac{28}{2}$$
$$x=14$$

சிறிய எண் $x=14$

பெரிய எண் $x+8=14+8=22$

எடுத்துக்காட்டு: 2.8

ஒரு பேருந்தில் உள்ள 56 பயணிகளில் சில பேர் ₹8 இக்கான பயணச் சீட்டையும், மீதி உள்ளவர்கள் ₹10 இக்கான பயணச்சீட்டையும் பெற்று உள்ளனர். பயணிகளிடம் இருந்து பயணச் சீட்டு கட்டணமாக ₹500 பெறப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு பயணச் சீட்டு வகையிலும் எத்தனை பயணிகள் உள்ளனர் எனக் காண்க.

தீர்வு:

₹8 இக்கான பயணச் சீட்டைப் பெற்று இருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை y என்க. பிறகு ₹10 இக்கான பயணச் சீட்டைப் பெற்று இருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $56-y$ ஆகும்.

பயணிகளிடம் இருந்து பெறப்பட்ட பயணச்சீட்டுத் தொகை ₹500

அதாவது, $y\times ₹8+(56-y)\times ₹10=500$

$$8y+560-10y=500$$
$$8y-10y=500-560$$
$$-2y=-60$$
$$y=\frac{60}{2}=30$$

Unit 2.indd 37 21-08-2019 11:56:18

(i) ஆகவே ₹8 இக்கான பயணச்சீட்டு உள்ள பயணிகளின் எண்ணிக்கை = 30

(ii) ₹10 இக்கான பயணச்சீட்டு உள்ள பயணிகளின் எண்ணிக்கை = 56−30 = 26

எடுத்துக்காட்டு 2.9

ஒரு செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீளமானது அந்நிலத்தின் அகலத்தை விட 9மீ அதிகம். அச்செவ்வக வடிவ நிலத்தின் சுற்றளவு 154 மீ எனில் அந்நிலத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் காண்க

தீர்வு:

செவ்வக வடிவ நிலத்தின் அகலம் x மீ என்க. எனவே, அந்நிலத்தின் நீளம் $x+9$ மீ ஆகும்.

சுற்றளவு = 2 (நீளம் + அகலம்) = $2(x + 9 + x) = 2(2x + 9)$

$2(2x + 9) = 154$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$4x + 18 = 154$$

$$4x = 154 - 18$$

$$4x = 136$$

$$x = 34$$

அதாவது, செவ்வக வடிவ நிலத்தின் அகலம் 34 மீ

செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீளம் = 34+9 = 43 மீ

எடுத்துக்காட்டு 2.10

ஒரு மரத்துண்டின் நீளம் 2 மீ ஆகும். அம்மரத்துண்டினை ஒரு தச்சர் இரண்டு துண்டுகளாக அதாவது முதல் துண்டின் அளவானது இரண்டாவது துண்டின் அளவின் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 40 செ.மீ குறைவாக வருமாறு வெட்ட நினைத்தார் எனில், சிறிய துண்டின் நீளம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

முதல் துண்டின் நீளம் x செ.மீ என்க.

எனவே, கணக்கின்படி, இரண்டாவது துண்டின் நீளம் (200 செ.மீ – x செ.மீ) அதாவது $(200 - x)$ செ.மீ

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கின்படி, (மீட்டரைச் சென்டி மீட்டரில் மாற்றவும்)

முதல் துண்டு = இரண்டாவது துண்டின் இருமடங்கிலிருந்து 40 செ.மீ குறைவு.

$$x = 2 \times (200 - x) - 40$$

$$x = 400 - 2x - 40$$

$$x + 2x = 360$$

$$3x = 360$$

$$x = \frac{360}{3}$$

$x = 120$ செ.மீ

சிந்திக்க

இரண்டாவது துண்டின் நீளம் x எனவும், முதல் துண்டின் நீளம் $(200 - x)$ எனவும் எடுத்து இருந்தால் தீர்வின் படிநிலைகள் எப்படி மாறும்? தீர்வு மாறுபட்டு இருக்குமா?

ஆகவே, முதல் துண்டின் நீளம் = 120 செ.மீ

இரண்டாவது துண்டின் நீளம் (200 – 120) செ.மீ= 80 செ.மீ, இதுவே சிறிய துண்டின் நீளம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

ஓர் அம்மா தன்னுடைய மகளின் வயதினைப் போல் 5 மடங்கு வயதில் பெரியவர். 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அம்மாவின் வயது, மகளின் வயதைப் போல் நான்கு மடங்கு எனில், அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

Unit 2.indd 38 21-08-2019 11:56:19

தீர்வு

வயது/ நபர்	தற்போது	2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு
மகள்	x	$x+2$
அம்மா	$5x$	$5x+2$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கின்படி, 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு,
அம்மாவின் வயது = மகளின் வயதை போல் நான்கு மடங்கு

$$5x+2 = 4(x+2)$$
$$5x+2 = 4x+8$$
$$5x-4x = 8-2$$
$$x = 6$$

எனவே, மகளின் வயது = 6 ஆண்டுகள்.
அம்மாவின் வயது = $5x = 5\times 6 = 30$ ஆண்டுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 2.12

ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது அதன் தொகுதியை விட 3 அதிகம். அப்பின்னத்தின் தொகுதியுடன் 2 ஐயும் பகுதியுடன் 9 ஐயும் கூட்ட பின்னமானது $\frac{5}{6}$ என மாறுகிறது எனில், முதலில் எடுத்துக் கொண்ட உண்மையான பின்னம் யாது?

தீர்வு

நாம் முதலில் எடுத்துக்கொண்ட பின்னம் $\frac{x}{y}$ என்க.

பகுதி = தொகுதி +3, அதாவது $y = x+3$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, அந்த பின்னத்தை $\frac{x}{x+3}$ என எழுதலாம்,

கணக்கின்படி, $\frac{x+2}{(x+3)+9} = \frac{5}{6}$

குறுக்குப்பெருக்கல் செய்ய கிடைப்பது, $6(x+2) = 5(x+3+9)$

$$6x+12 = 5(x+12)$$
$$6x+12 = 5x+60$$
$$6x-5x = 60-12$$
$$x = 60-12$$
$$x = 48.$$

ஆகவே, முதலில் எடுத்துக் கொண்ட பின்னம் $\frac{x}{x+3} = \frac{48}{48+3} = \frac{48}{51}$.

எடுத்துக்காட்டு 2.13

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 8 ஆகும். அந்த எண்ணின் மதிப்புடன் 18ஐக் கூட்ட அவ்விலக்கங்கள் இடம் மாறிவிடும் எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணை xy என்க. (அதாவது பத்தாவது இலக்கம் x எனவும், ஒன்றாவது இலக்கம் y எனவும் கொள்க)

அவ்வெண்ணின் மதிப்பை $10x+y$ என எழுதலாம்.

$= 10x+8-x$ ($x+y=8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டு இருப்பதால், $y = 8-x$)

$= 9x+8$

Unit 2.indd 39 21-08-2019 11:56:23

புதிய எண் yx ன் மதிப்பு $10y + x$

$$= 10(8 - x) + x$$
$$= 80 - 10x + x$$
$$= 80 - 9x$$

கணக்கின்படி, கொடுக்கப்பட்ட எண் (xy) உடன் 18 ஐக் கூட்ட புதிய எண் (yx) கிடைக்கிறது.

$$(9x + 8) + 18 = 80 - 9x$$
$$9x + 9x = 80 - 8 - 18$$
$$18x = 54$$
$$x = 3$$
$$y = 8 - x$$
$$y = 8 - 3 = 5$$

அந்த ஈரிலக்க எண் $xy = 35$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

இராஜன் தன் வீட்டிலிருந்து இரு சக்கர வாகனத்தில் மணிக்கு 35 கி.மீ வேகத்தில் சென்று தன்னுடைய அலுவலகத்தை 5 நிமிடம் தாமதமாகச் சென்றடைகிறார். அவர் மணிக்கு 50 கி.மீ வேகத்தில் சென்றிருந்தால், அலுவலகத்தை 4 நிமிடம் முன்னதாகவே சென்றடைந்திருப்பார் எனில் அவருடைய அலுவலகம், வீட்டிலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

தீர்வு

இராஜனின் அலுவலகத்திற்கும், வீட்டிற்கும் இடையே உள்ள தூரம் 'x' கி.மீ என்க.

நேரம் = $\frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$ என்பதை நினைவில் கொள்க.

வேகம் 1 = 35 கி.மீ/ மணி

வேகம் 2 = 50 கி.மீ/ மணி

'x' கி.மீ தூரத்தை 35 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் $T_1 = \frac{x}{35}$ மணி

'x' கி.மீ தூரத்தை 50 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் $T_2 = \frac{x}{50}$ மணி

கணக்கின்படி, இரண்டு நேரங்களுக்கு இடைப்பட்ட வேறுபாடு

$$= 4-(-5)$$
$$= 4+5 = 9 \text{ நிமிடங்கள்}$$
$$= \frac{9}{60} \text{ மணி (நிமிடத்தை மணிக்கு மாற்றுக)}$$

எனவே, $T_1 - T_2 = \frac{9}{60}$

$$\frac{x}{35} - \frac{x}{50} = \frac{9}{60} \quad \text{(மீ.சி.ம. எடுத்து சுருக்க)}$$
$$\frac{10x - 7x}{350} = \frac{9}{60}$$
$$\frac{3x}{350} = \frac{9}{60}$$
$$x = \frac{9}{60} \times \frac{350}{3}$$

இராஜனின் அலுவலகத்திற்கும், வீட்டிற்கும் இடையே உள்ள தூரம் $x = 17\frac{1}{2}$ கி.மீ

Unit 2.indd 40 21-08-2019 11:56:28

பயிற்சி 2.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**

   (i) $ax + b = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு ________ ஆகும்.

   (ii) a மற்றும் b மிகை முழுக்கள் எனில் $ax = b$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு எப்பொழுதும் _______ ஆகும்.

   (iii) ஓர் எண்ணிலிருந்து அதன் ஆறில் ஒரு பங்கைக் கழித்தால் 25 கிடைக்கிறது எனில், அவ்வெண் ________ ஆகும்.

   (iv) ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் 2:3:4 என்ற விகிதத்தில் அமைந்துள்ளது எனில், அம்முக்கோணத்தின் பெரிய கோணத்திற்கும், சிறிய கோணத்திற்கும் உள்ள வித்தியாசம் ________ ஆகும்.

   (v) $a + b = 23$ என்ற சமன்பாட்டில் a இன் மதிப்பு 14 எனில், b இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**

   (*i*) ஓர் எண் மற்றும் அதன் இருமடங்கு இவற்றின் கூடுதல் 48, இதனை $y + 2y = 48$ என எழுதலாம்.

   (ii) $5(3x + 2) = 3(5x - 7)$ என்பது ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகும்.

   (iii) ஓர் எண்ணின் மூன்றில் ஒரு மடங்கு என்பது அவ்வெண்ணிலிருந்து 10 ஐக் கழிப்பதற்குச் சமம் எனில், அந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 25$ ஆகும்.

3. ஓர் எண் மற்றோர் எண்ணின் 7 மடங்கு ஆகும். அவற்றின் வித்தியாசம் 18 எனில், அவ்வெண்களைக் காண்க.

4. அடுத்தடுத்த மூன்று ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 75 எனில், அவற்றுள் எது பெரிய எண்?

5. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமானது அதன் அகலத்தின் மூன்றில் ஒரு பங்கு ஆகும். அச்செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 64 மீ எனில், செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் காண்க.

6. ₹5 மற்றும் ₹10 மதிப்புகளை மட்டுமே கொண்ட 90 பணத்தாள்கள் உள்ளன. அதன் மதிப்பு ₹500 எனில், ஒவ்வொரு முக மதிப்புடைய பணத்தாளும் எத்தனை உள்ளன எனக் காண்க.

7. தேன்மொழியின் தற்போதைய வயது முரளியின் வயதைவிட 5 ஆண்டுகள் அதிகம் ஆகும். 5 ஆண்டுகளுக்கு முன் தேன்மொழிக்கும் முரளிக்கும் இடையே இருந்த வயது விகிதம் 3:2 எனில், அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

8. இரண்டு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9. அந்த எண்ணிலிருந்து 27 ஐக் கழிக்க அவ்வெண்களின் இலக்கங்கள் இடம் மாறிவிடும் எனில், அவ்வெண்ணைக் காண்க.

9. ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது தொகுதியை விட 8 அதிகம் ஆகும். அப்பின்னத்தில் தொகுதியின் மதிப்பு 17 அதிகரித்து பகுதியின் மதிப்பு 1 ஐக் குறைத்தால் $\frac{3}{2}$ என்ற பின்னம் கிடைக்கிறது எனில், முதலில் எடுத்துக்கொண்ட உண்மையான பின்னம் யாது?

10. ஒரு தொடர்வண்டி மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால் சேர வேண்டிய இடத்திற்கு 15 நிமிடங்கள் தாமதமாக சென்று சேரும். ஆனால் அவ்வண்டி மணிக்கு 85 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால் சேர வேண்டிய இடத்திற்கு 4 நிமிடங்கள் மட்டுமே தாமதமாக சென்று சேரும் எனில், அத்தொடர்வண்டி கடக்க வேண்டிய பயணத் தூரத்தைக் காண்க.

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11) ஓர் எண் மற்றும் அதன் பாதியின் கூடுதல் 30 எனில் அவ்வெண் _______ ஆகும்.

(அ) 15 (ஆ) 20 (இ) 25 (ஈ) 40

12) ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் $120°$, அதன் ஓர் உள்ளெதிர்க் கோணம் $58°$ எனில், மற்றோர் உள்ளெதிர்க் கோணம் _______ ஆகும்.

(அ) $62°$ (ஆ) $72°$ (இ) $78°$ (ஈ) $68°$

13) ஆண்டிற்கு 5% வட்டி வீதத்தில் ஓர் ஆண்டிற்கு ₹500 ஐத் தனிவட்டியாகத் தரும் அசல் எவ்வளவு?

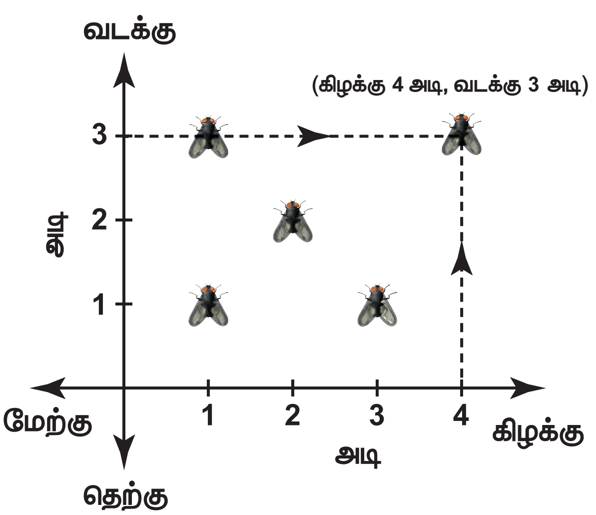
(அ) 50,000 (ஆ) 30,000 (இ) 10,000 (ஈ) 5,000

14) இரண்டு எண்களின் மீ.சி.ம மற்றும் மீ.பொ.கா ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகை 24 ஆகும். அவற்றுள் ஓர் எண் 6 எனில், மற்றோர் எண் _________ ஆகும்.

(அ) 6 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

2.5 வரைபடங்கள்

2.5.1 அறிமுகம்:

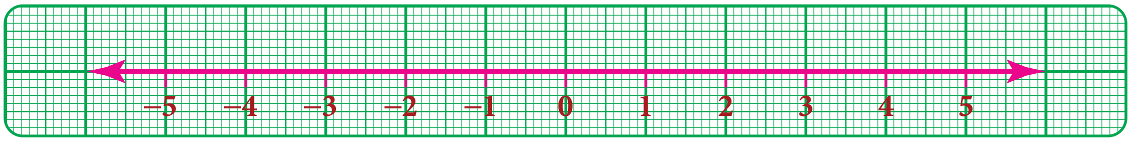


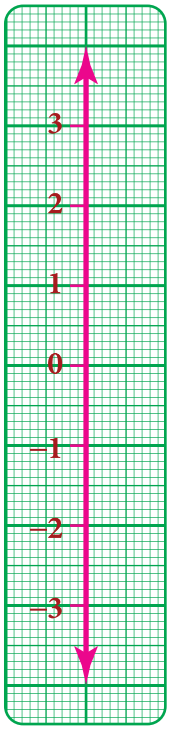
17ஆம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த 'ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ்' என்ற கணித அறிஞர் ஒருநாள் உடல்நிலை சரியில்லாமல் படுக்கையில் படுத்து இருந்தார். தான் படுத்திருந்த இடத்தின் மேல்தளத்தில் பல்வேறு இடங்களில் மாறி மாறி அமர்ந்த ஒரு பூச்சியினைக் கண்டார். அந்தப் பூச்சி தளத்தில் எங்கெல்லாம் அமர்ந்து இருந்தது என அறிய விரும்பினார். உடனடியாக அந்த அறையின் மேல்தளத்தை ஒரு தாளில் வரைந்தார். விளிம்புகளைக் கிடைமட்ட, செங்குத்துக் கோடுகளாக வரைந்துக் கொண்டார். இந்தச் செங்குத்துக் கோடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவர் திசைகளைப் பயன்படுத்தி பூச்சியானது கிழக்கு, மேற்கு, வடக்கு, தெற்கு திசைகளில் நகர்ந்து, அமர்ந்த இடங்களைக் குறிப்பதற்கு தெரிந்துகொண்டார். அவர் பூச்சி உட்கார்ந்த இடங்களை தளத்தில் (x,y) என அழைத்தார். அது இரண்டு மதிப்புகளைக் குறிக்கிறது. ஒன்று (x) கிடைமட்டத் திசையையும், மற்றொன்று (y) செங்குத்துத் திசையையும் (இங்கு கிழக்கு மற்றும் வடக்கு திசைகள்) குறிக்கிறது. இதுவே வரைபடங்கள் என்ற கருத்தியல் உருவாகக் காரணமாயிற்று.

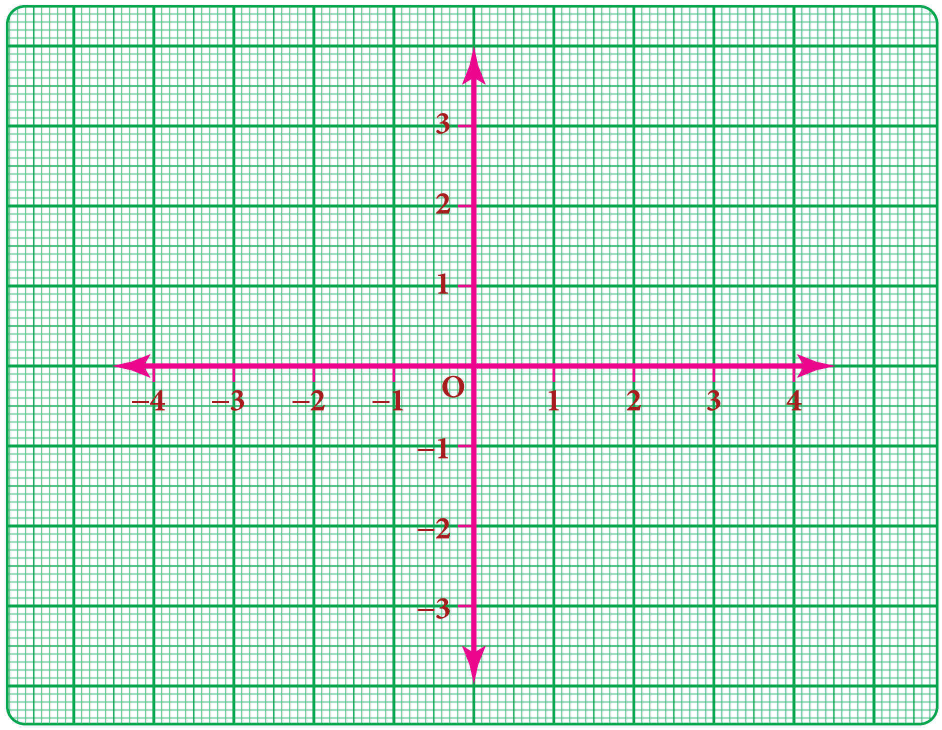
2.5.2 வரைபடத்தாள்கள்:

வரைபடம் என்பது எண்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்புகளைக் காட்டும் ஒரு பட விளக்க முறை ஆகும். சென்ற வகுப்புகளில் நாம் முழுக்களை எவ்வாறு ஒரு கிடைமட்டக் கோட்டில் குறிப்பது எனப் படித்துள்ளோம். இப்போது மற்றோர் எண்கோட்டை செங்குத்தாக எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு வரைபடத்தாளில் இந்த இரண்டு எண்கோடுகளையும் '0' பூச்சியத்தில் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கவும். இந்த எண்கோடுகளையும் அதில் குறிக்கப்பட்டுள்ள எண்களையும் வரைபடத்தாளில் உள்ள அழுத்தமான கோட்டின் மீது அமையுமாறு பொருத்த வேண்டும்.

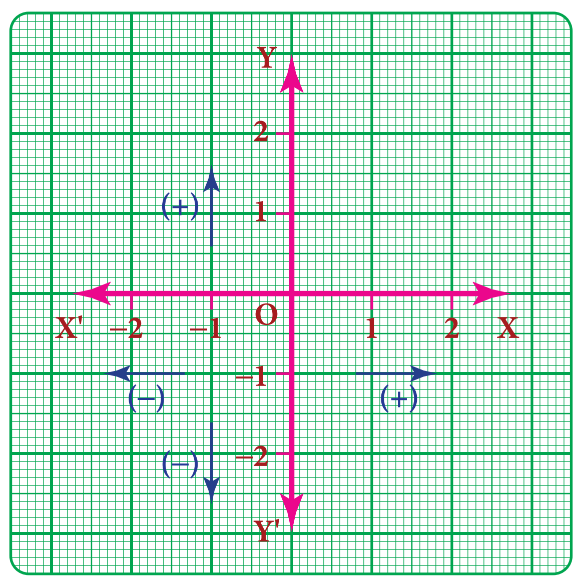
Unit 2.indd 42 21-08-2019 11:56:29







இந்த இரண்டு செங்குத்துக் கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளி 'O' ஆனது ஆதிப்புள்ளி (0,0) எனக் குறிக்கப்படுகிறது.



2.5.3 கார்டீசியன் அமைப்பு:

'ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ்' முறையில் ஒரு புள்ளியை கிடைமட்டம், செங்குத்து என இரண்டு அளவுகளில், குறிப்பதை அவருக்கு மரியாதை செலுத்தும், விதமாக **கார்டீசியன் அமைப்பு** எனப் பெயரிடப்பட்டது. கிடைமட்டக் கோட்டை XOX' எனக் குறித்து அதை X அச்சு என அழைக்கிறோம். செங்குத்துக்கோட்டை YOY' எனக் குறித்து, அதை Y அச்சு என அழைக்கிறோம். இந்த இரண்டு அச்சுகளும் **ஆய அச்சுகள்** எனப்படும். X அச்சு, Y அச்சு பெற்றிருக்கும் தளத்தினை **ஆய அச்சுத் தளம்** அல்லது **கார்டீசியன் தளம்** என்று அழைக்கப்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

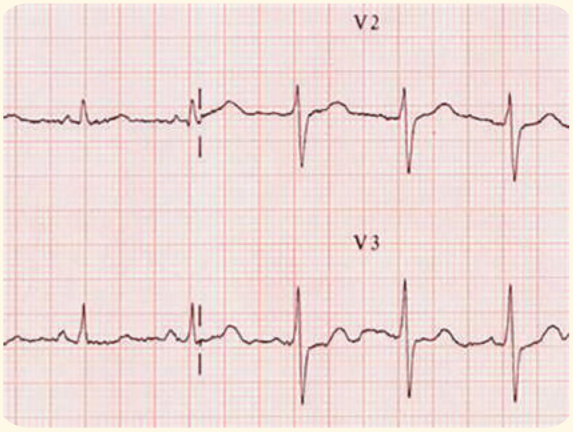
பிரெஞ்சு கணித அறிஞரும் தத்துவவியலாளருமான 'ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ்' என்பவர் 1596 இல் பிறந்தார். இவர் தன்னுடைய கருத்துகளை 'Discourse on the method' என்ற புத்தகத்தில் வழங்கியுள்ளார். ஆய அச்சு அமைப்பு முறையைக் கொண்டு வருவதற்கு அவர் ஆற்றிய பெரும் பங்களிப்பைப் போற்றும் விதமாக, இந்த அமைப்பு அவருடைய பெயரை தாங்கி நிற்கிறது. இந்த கார்டீசியன் ஆயஅச்சு அமைப்பு இயற்கணிதச் சமன்பாடுகளை வடிவியல் உருவங்கள் மூலம் விளக்குகிறது. அவருடைய புகழ்பெற்ற கூற்று "நான் சிந்திக்கிறேன், எனவே நானாக இருக்கிறேன்." "I think, therfore I am"

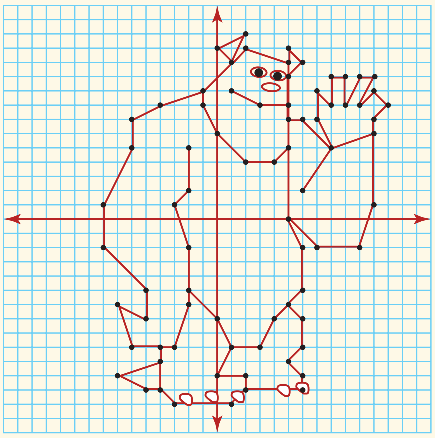
Unit 2.indd 43 21-08-2019 11:56:29

2.5.4 வரைபடங்களில் குறிகள்:

1. ஒரு புள்ளியின் X ஆயத்தொலைவு OX இன் மீது நேர்குறியிலும், OX' இன் மீது குறை குறியிலும் குறிக்கப்படும்
2. ஒரு புள்ளியின் Y ஆயத்தொலைவு OY இன் மீது நேர்குறியிலும், OY' இன் மீது குறை குறியிலும் குறிக்கப்படும்.

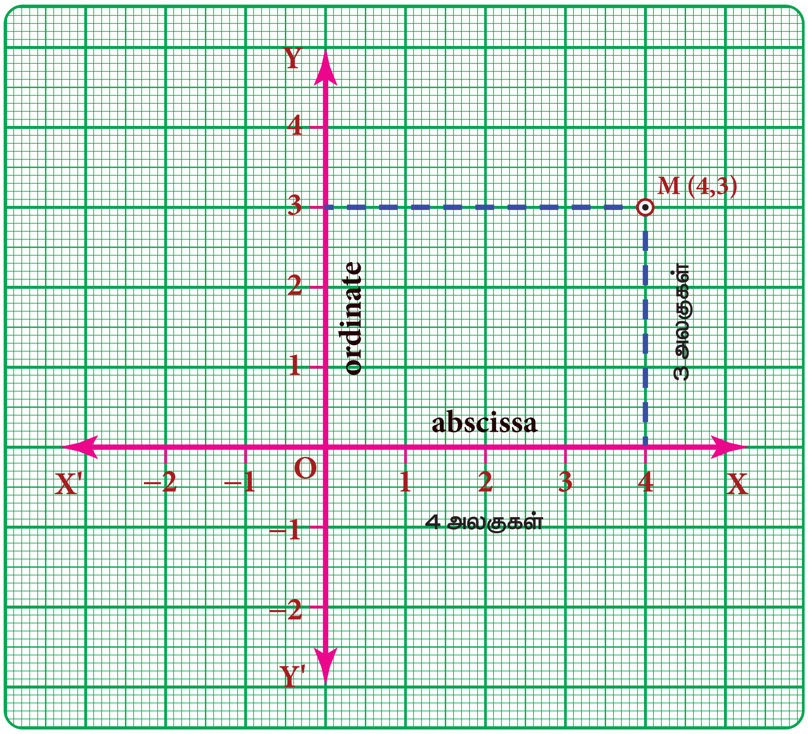
எங்கும் கணிதம் — அன்றாட வாழ்வில் வரைபடம்





மருத்துவத் துறையில் ECG, EEG போன்ற பல்வேறு தேவைகளுக்கு வரைபடங்கள் பயன்படுகிறது.	ஓவியங்கள் வரைவதற்கு வரைபடங்கள் பயன்படுகிறது.

2.5.5 வரிசைச் சோடிகள்:



தளத்தில் ஓரிடத்தைக் குறிப்பது புள்ளி ஆகும். ஒரு புள்ளியை (a, b) என்ற சோடியால் குறிக்கின்றோம். a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு எண்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் அதாவது 'a' என்பது X அச்சுத் தூரத்தையும் 'b' என்பது Y அச்சுத் தூரத்தையும் குறிக்கும். இதுவே வரிசை சோடி (a,b) எனப்படும். இது, தளத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியைத் துல்லியமாகக் குறிக்க நமக்குப் பயன்படுகிறது. ஒவ்வொரு புள்ளியையும் ஒரு சோடி எண்களால் மிகச் சரியாக அறியலாம். இதிலிருந்து (b, a) என்ற புள்ளியும் (a,b) என்ற புள்ளியும் ஒரே இடத்தைக் குறிப்பது இல்லை எனத் தெளிவாகத் தெரிகிறது. அவை வெவ்வேறு வரிசைகளைக் குறிக்கின்றன.

நாம் XOX' மற்றும் YOY' ஆயஅச்சுகள் கொண்ட தளத்தில் M (4, 3) என்ற ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொள்வோம்.

(i) நீங்கள் எப்பொழுதும் 'O' என்ற நிலையான புள்ளியிலிருந்து தொடங்க வேண்டும். இதனை நாம் ஆதிப்புள்ளி என அழைக்கிறோம்.

(ii) முதலில் 4 அலகுகள் கிடைமட்டத் திசையில் நகர வேண்டும். (அதாவது X அச்சு திசையில் நகர வேண்டும்.)

Unit 2.indd 44 21-08-2019 11:56:29

(iii) பிறகு Y அச்சு திசையில் 3 அலகுகள் நகர வேண்டும். நாம் எப்படி நகர்ந்து 'M' என்ற புள்ளியை அடைந்தோம் எனப் புரிந்துகொண்டு, அதனை M (4,3) எனக் குறிக்கிறோம்.

4 என்பது 'M' இன் X ஆயத்தொலைவு மற்றும் 3 என்பது 'M' இன் Y ஆயத் தொலைவு ஆகும். மேலும் இதனை நாம் வழக்கமாக X ஆயத்தொலைவை *abscissa* எனவும், Y ஆயத்தொலைவை '*ordinate*' எனவும் ஆங்கிலத்தில் அழைக்கிறோம். (4,3) என்பது ஒரு வரிசைச் சோடி ஆகும்.

சிந்திக்க

(4, 3) என்ற புள்ளிக்குப் பதிலாக (3,4) என எழுதி வரைபடத்தாளில் குறிக்க முயற்சி செய்தால், அது மீண்டும் புள்ளி 'M' ஐக் குறிக்குமா?

குறிப்பு

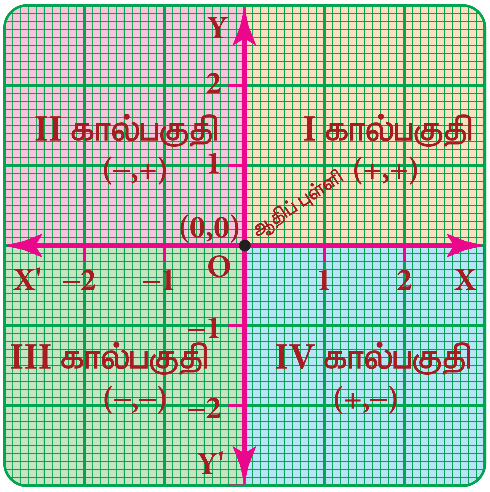
ஓர் இடத்தை புள்ளியால் குறித்து அதனை ஆங்கிலப் பெரிய எழுத்துகளான A, B, C, ... Z எனப் பெயரிடுவோம் என்பதனை VI ஆம் வகுப்பில் நாம் படித்ததை நினைவு கூர்வோம். நில வரைபடங்களில் இடங்களைப் புள்ளிகளால் குறிப்பிடுவோம்.

.A .F .K

2.5.6 கால்பகுதிகள்:

தளத்தில் அமைந்த வரைபடத்தை ஆயஅச்சுகள் நான்கு 'கால்பகுதிகளாக' பிரிக்கின்றன. வழக்கமாக இந்த கால்பகுதிகளைக் கடிகார இயக்கதிசைக்கு எதிர்த் திசையில் X அச்சின் நேர்குறி திசையில் இருந்து தொடங்கிப் பெயரிடுவோம்.

கால்பகுதி	குறிகள்
I பகுதி XOY	$x>0, y>0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (+,+) எடுத்துக்காட்டுகள்: (5,7) (2,9) (10,15)
II பகுதி X'OY	$x<0, y>0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (–,+) எடுத்துக்காட்டுகள்: (–2,8) (–1,10) (–5,3)
III பகுதி X'OY'	$x<0, y<0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (–,–) எடுத்துக்காட்டுகள்: (–2,–3) (–7,–1) (–5,–7)
IV பகுதி XOY'	$x>0, y<0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (+,–) எடுத்துக்காட்டுகள் : (1,–7) (4,–2) (9,–3)



ஆய அச்சுகள் மீது ஒரு புள்ளியின் ஆயத் தொலைவுகள்:

- y = 0 எனில் $(x, 0)$ என்ற புள்ளி 'X' அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும். (எ.கா) **(2,0), (–5,0), (7,0)** ஆகிய புள்ளிகள் 'X' அச்சின் மீது உள்ளன.
- $x = 0$ எனில் (0,y) என்ற புள்ளி 'Y' அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும். (எ.கா) (0,3), (0,–4), (0,9) ஆகிய புள்ளிகள் 'Y' அச்சின் மீது உள்ளன.

2.5.7 கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்தல்:

கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளை எடுத்துக்கொள்வோம். (4,3), (–4,5), (–3,–6), (5,–2), (6,0), (0,–5)

(i) (4,3) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி 'O' இலிருந்து OX வழியாக 4 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு 4இலிருந்து OYஇக்கு இணையாக 3 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி M(4,3) ஐக் குறிக்கலாம்.

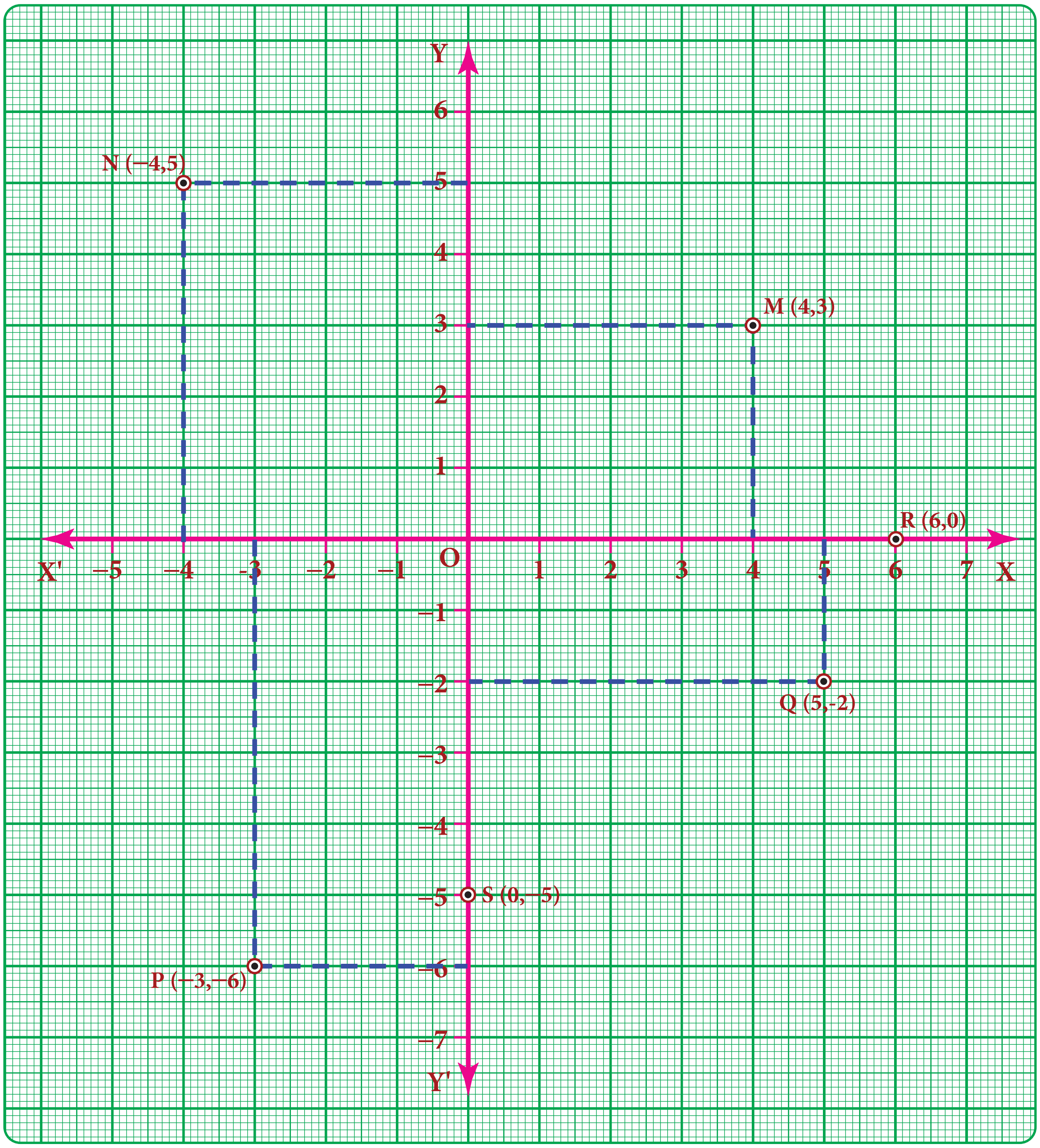
Unit 2.indd 45 21-08-2019 11:56:30

(ii) (−4,5) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி ‘O’இலிருந்து OX' வழியாக 4 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு −4இலிருந்து OYஇக்கு இணையாக 5 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி N(−4,5) ஐக் குறிக்கலாம்.

(iii) (– 3, – 6) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி ‘O’இலிருந்து OX′ வழியாக 3 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு −3இலிருந்து OY'இக்கு இணையாக 6 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி P(−3,−6) ஐக் குறிக்கலாம்.



(iv) (5,−2) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி ‘O’இலிருந்து OX வழியாக 5 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு 5இலிருந்து OY′ இக்கு இணையாக 2 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி Q(5,−2) ஐக் குறிக்கலாம்.

(v) (6,0) மற்றும் (0, – 5) புள்ளிகளைக் குறிக்க.

(6,0) என்று கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் X ஆயத்தொலைவு 6 மற்றும் Y ஆயத்தொலைவு ‘0’ ஆகும். எனவே, இந்த புள்ளி OX அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது. ஆதிப்புள்ளி ‘O’இலிருந்து OX வழியாக 6 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி R(6,0) ஐக் குறிக்கலாம்.

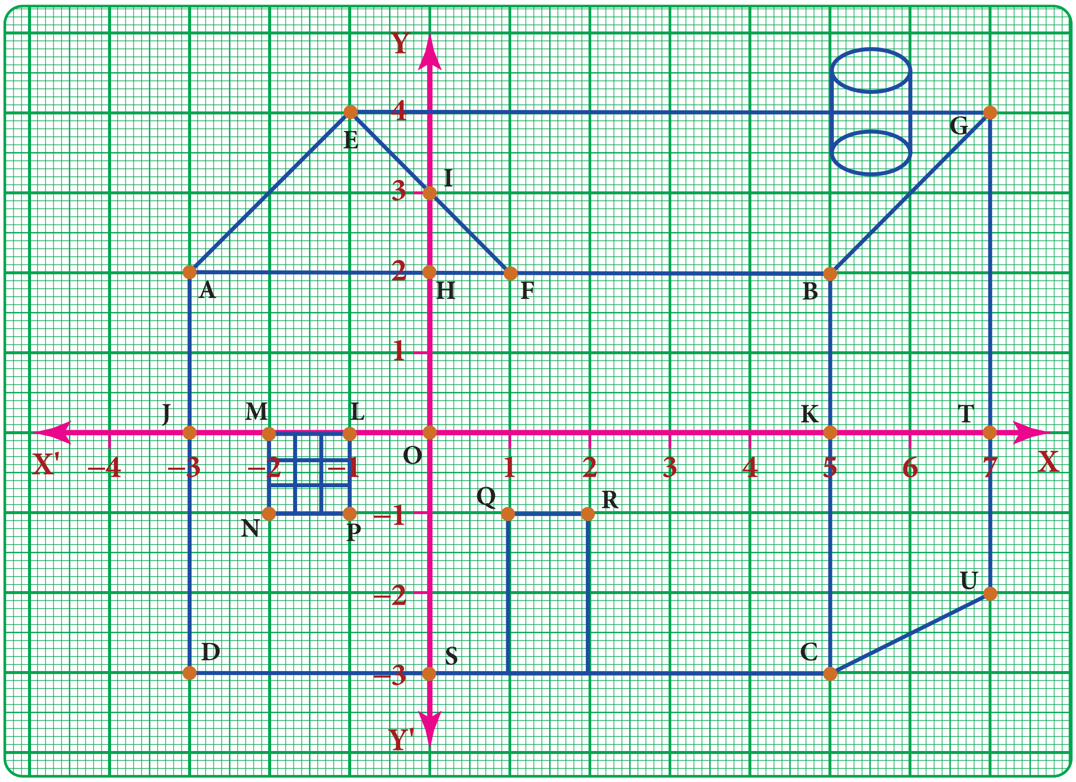
(0,–5) என்று கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் X ஆயத்தொலைவு '0' மற்றும் Y ஆயத்தொலைவு –5 ஆகும். எனவே, இந்த புள்ளி Y அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது. ஆதிப்புள்ளி 'O' இலிருந்து OY' வழியாக 5 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி S (0,–5) ஐக் குறிக்கலாம்.

இவற்றை முயல்க

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்	புள்ளி	X-ஆயத்தொலைவின் குறி	Y-ஆயத்தொலைவின் குறி	கால்பகுதி
1	(–7,2)			
2	(10,–2)			
3	(–3,–7)			
4.	(3,1)			
5.	(7,0)			
6.	(0,–4)			

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளின் ஆயத்தொலைவுகளை எழுதுக.



Unit 2.indd 47 21-08-2019 11:56:30

பயிற்சி 2.3

1 **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.**

(i) X- அச்சும் Y- அச்சும் சந்திக்கும் புள்ளி ____________ ஆகும்.

(ii) மூன்றாவது கால்பகுதியில் அமைந்துள்ள புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகள் எப்போதும் ____________ ஆக இருக்கும்.

(iii) $(-5,0)$ புள்ளி ____________ அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும்.

(iv) X-அச்சின் மீது, Y- இன் ஆயத் தொலைவானது எப்போதும் ____________ ஆகும்.

(v) Y- அச்சுக்கு இணையாகச் செல்லும் நேர்க் கோட்டில் __________ ஆயத்தொலைவு சமம் ஆகும்.

2. **சரியா, தவறா எனக் கூறுக.**

(i) $(-10, 20)$ என்ற புள்ளி இரண்டாவது கால் பகுதியில் அமைந்துள்ளது.

(ii) $(-9, 0)$ என்ற புள்ளி X அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது.

(iii) ஆதிப்புள்ளியின் ஆய அச்சுத் தொலைவுகள் $(1,1)$ ஆகும்.

3 வரைபடத்தாளில் குறிக்காமல் கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் அமையும் கால்பகுதிகளைக் காண்க.

$(3, -4), (5,7), (2,0), (-3, -5), (4, -3), (-7,2), (-8,0), (0,10), (-9,50)$.

4 கீழ்க்காணும் புள்ளிகளை ஒரு வரைபடத்தாளில் குறிக்கவும்.

$A(5,2), B(-7, -3), C(-2,4), D(-1,-1), E(0, -5), F(2,0), G(7, -4), H(-4,0), I(2,3), J(8,-4), K(0,7)$.

5 வரைபடத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவமும் எந்தப் புள்ளியில் அமைந்துள்ளது என எழுதுக.

அ) நட்சத்திரம் ____________

ஆ) பறவை ____________

இ) சிவப்பு வட்டம் ____________

ஈ) வைரம் ____________

உ) முக்கோணம் ____________

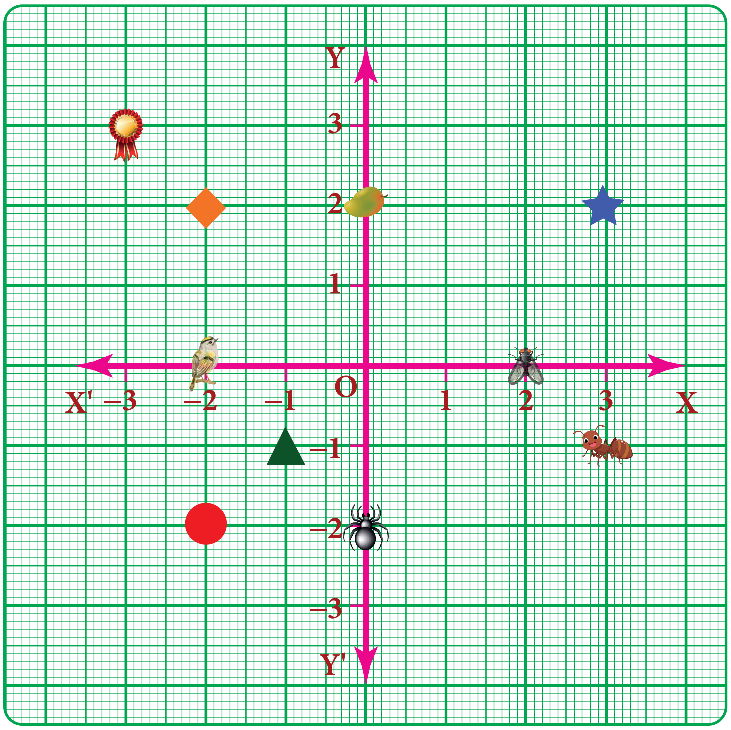
ஊ) எறும்பு ____________

எ) மாம்பழம் ____________

ஏ) ஈ ____________

ஐ) பதக்கம் ____________

ஒ) சிலந்தி ____________



Unit 2.indd 48 21-08-2019 11:56:31

2.6 நேர்க்கோடு வரைதல்:

இப்போது நாம் வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளை எவ்வாறு குறிப்பது என்பதைத் தெரிந்துக்கொண்டோம். வரைபடத்தாளில் புள்ளிகள் வெவ்வேறு வரிசைகளில் அமைந்திருக்கும். ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைத்தால் நமக்கு ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும்.

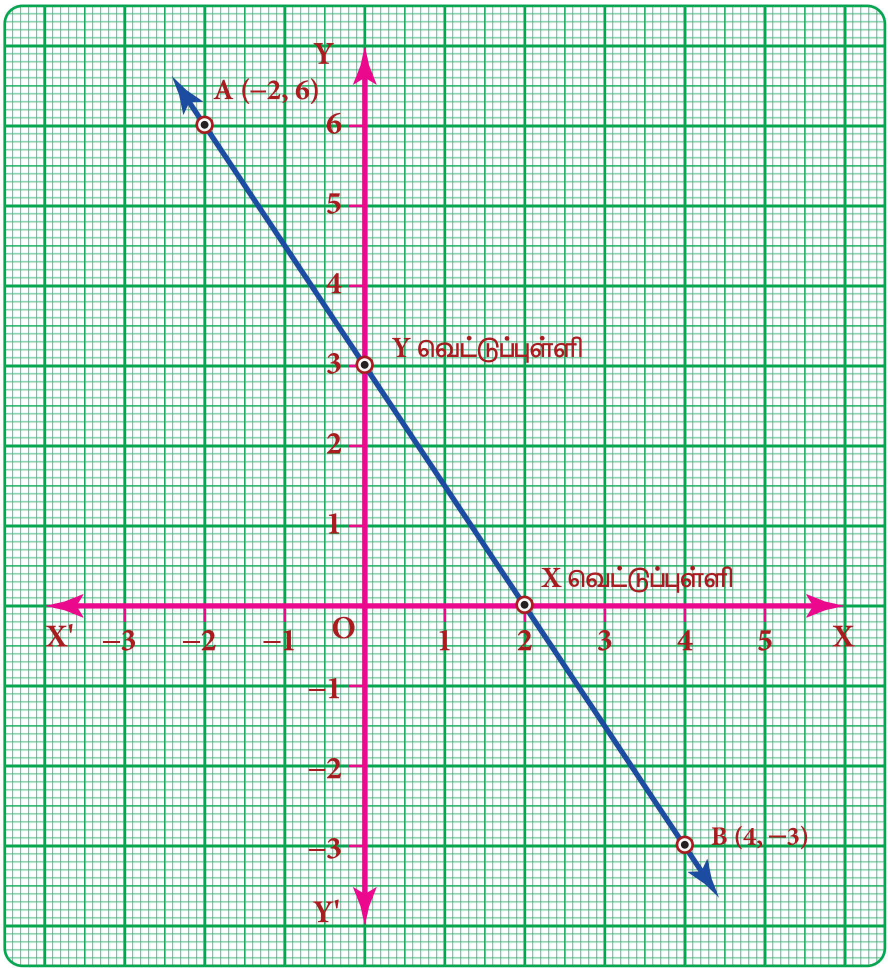
எடுத்துக்காட்டு:2.15

A (–2, 6) மற்றும் B (4,–3) ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்து ஒரு நேர்க்கோடு வரைக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட முதல் புள்ளி A (–2, 6) ஆனது இரண்டாம் கால்பகுதியில் அமைந்துள்ளது. அதனைக் குறிக்கவும். இரண்டாவது புள்ளி B (4,–3) ஆனது நான்காம் கால்பகுதியில் அமைந்துள்ளது, அதனையும் குறிக்கவும்.

இப்போது புள்ளி A மற்றும் புள்ளி *B* ஐ அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி இணைத்து, நீட்டித்தால் நமக்கு ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும்.



குறிப்பு:

இந்த நேர்க்கோடானது *X* அச்சை (2, 0)என்ற புள்ளியிலும், *Y* அச்சை (0,3) என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.

Unit 2.indd 49 21-08-2019 11:56:31

எடுத்துக்காட்டு:2.16

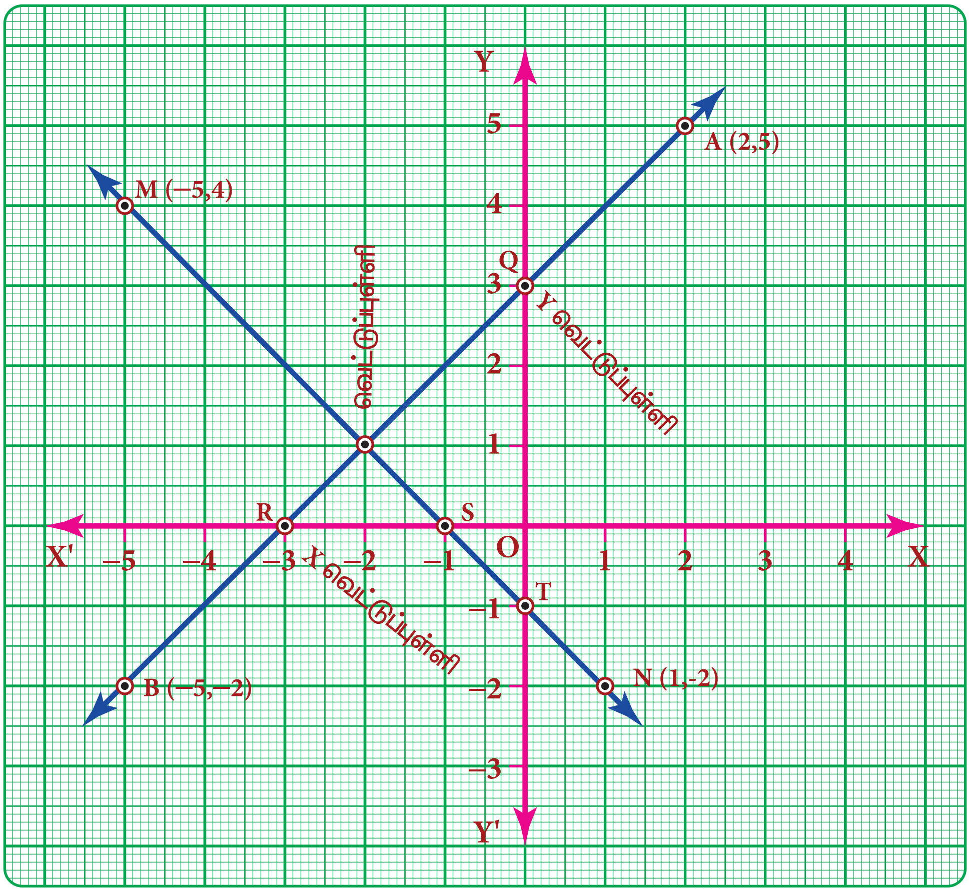
A (2,5) B(−5, −2) மற்றும் M(−5,4) N(1,−2) என்ற புள்ளிகளை இணைத்து நேர்க்கோடுகள் வரைக. மேலும் அவ்விரு நேர்க்கோடுகளும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியைக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் சோடிப் புள்ளிகளான A மற்றும் B ஐ I மற்றும் III ஆம் கால்பகுதியில் குறிக்கவும். அந்தப் புள்ளிகளை இணைத்து AB என்ற நேர்க்கோட்டைப் பெறவும். இரண்டாவது சோடிப் புள்ளிகளான M மற்றும் Nஐ II மற்றும் IV ஆம் கால்பகுதியில் குறிக்கவும். அந்தப் புள்ளிகளை இணைத்து MN என்ற நேர்கோட்டைப் பெறவும்.

இப்போது இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் P(−2, 1) என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கிறது.

1. AB என்ற நேர்க்கோடு X அச்சை R(−3,0) என்ற புள்ளியிலும், Y அச்சை Q(0,3) என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.
2. MN என்ற நேர்க்கோடு X அச்சை S(−1,0) என்ற புள்ளியிலும், Y அச்சை T(0,−1) என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.



2.6.1 ஆய அச்சுகளுக்கு இணையான நேர்க்கோடுகள்:

- ஒரு நேர்க்கோடானது X அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது எனில், அக்கோடு X அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலிருந்தும் சம தொலைவில் இருக்கும். இதனை y = c எனக் குறிக்கின்றோம்.
- ஒரு நேர்க்கோடானது Y அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது எனில், அக்கோடு Y அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியில் இருந்தும் சம தொலைவில் இருக்கும். இதனை $x = k$ எனக் குறிக்கின்றோம். (இங்கு c மற்றும் k ஆகியவை மாறிலிகள் ஆகும்)

Unit 2.indd 50 21-08-2019 11:56:31

எடுத்துக்காட்டு:2.17

$X = 5$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

தீர்வு:

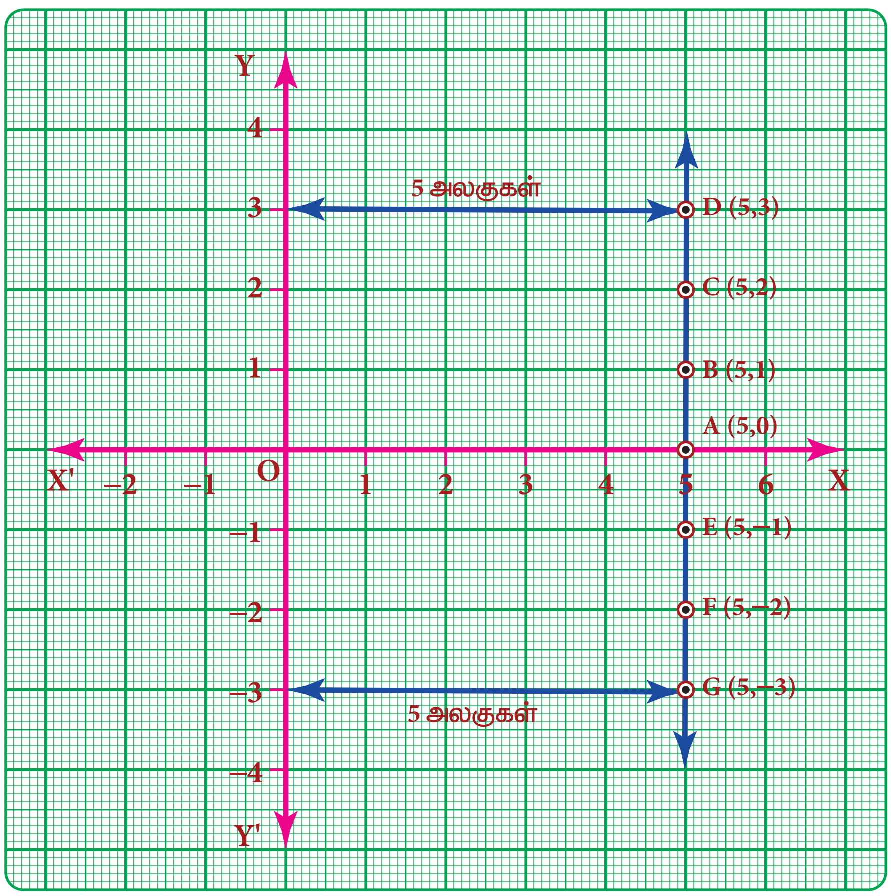
X=5 என்பது yஇன் எந்தவொரு மதிப்புக்கும் Xஇன் ஆயத்தொலைவு எப்போதும் 5 ஆகவே இருக்கும். எனவே, நாம் y இன் ஆயத்தொலைவிற்கு மதிப்பு கொடுத்து கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

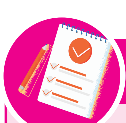
X	5	5	5	5	5
Y	−2	−1	0	2	3

$x = 5$ என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது (நிலையானது)

y இக்கு ஏதேனும் சில மதிப்புகளை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

(5,–2) (5,-1) (5,0) (5,2) (5,3) ஆகியப் புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்கவும். Y அச்சிலிருந்து 5 அலகுகள் தூரத்தில், Y அச்சுக்கு இணையாக ஒரு நேர்க்கோடு நமக்குக் கிடைக்கும்.





குறிப்பு

i) X=0 என்பது Y அச்சைக் குறிக்கிறது .ii) Y=0 என்பது X அச்சைக் குறிக்கிறது.

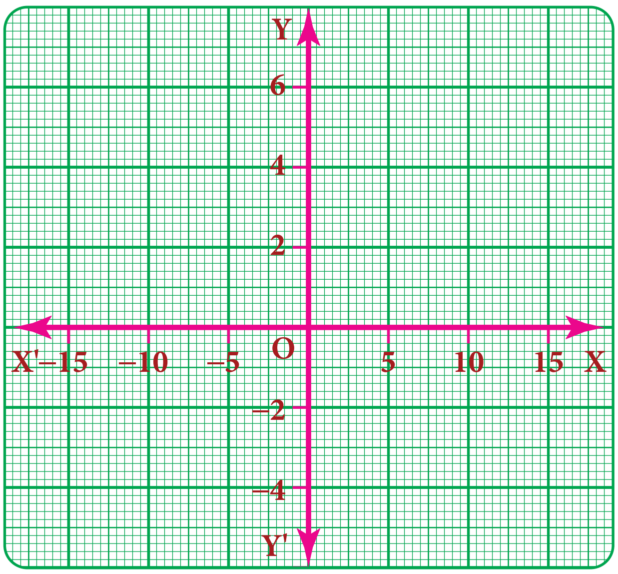
சிந்திக்க

(5,–10), (0,5), (5,20) ஆகிய புள்ளிகளில் எந்தெந்தப் புள்ளிகள் X=5 என்ற நேர்க்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ளன?

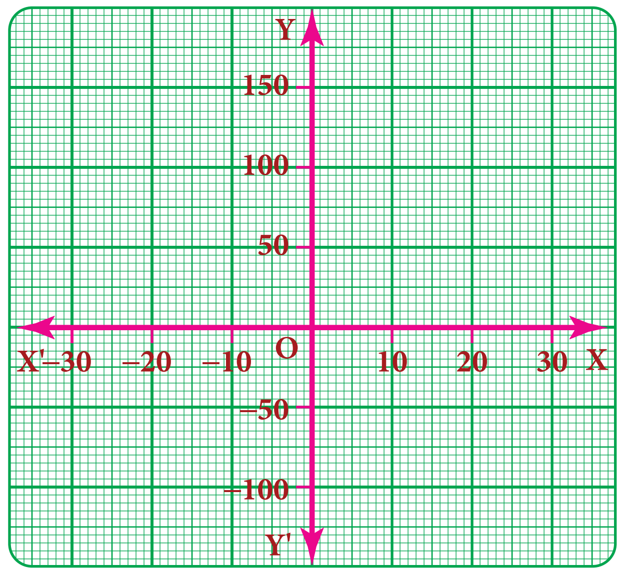
Unit 2.indd 51 21-08-2019 11:56:32

2.6.2 வரைபடத்தாளில் அளவுத்திட்டம்:

வரைபடத்தாளில் Y ஆனது X இன் பெரிய மடங்குகளாக அமையும் சூழ்நிலையில் வரைபடத்தாளில் வழக்கமாக ஓரலகுகளில் குறிக்கும் அளவு Y ஆயத் தொலைவுக்குப் போதுமானதாக இருக்காது, இது மறுதலைக்கும் பொருந்தும். இவ்வாறான சூழ்நிலைகளில் இரண்டு அச்சுகளுக்கும் தேவைக்கு ஏற்ப அளவுத்திட்டத்தை மாற்றியமைத்துப் பயன்படுத்துகின்றோம். பொருத்தமான அளவுத்திட்டத்தை வரைபடத்தாளில் வலதுபுற மூலையில் குறிப்பிடுவோம். சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன



எ.கா. 1 x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 5 அலகுகள்.
y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 2 அலகுகள்

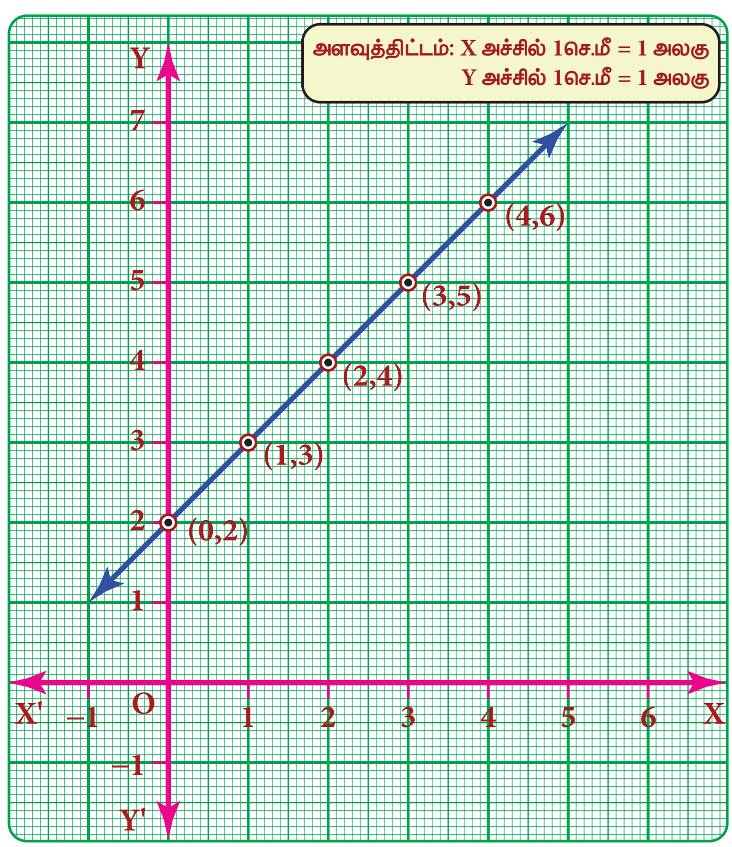


எ.கா. 2 x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 10 அலகுகள்.
y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 50 அலகுகள்

2.7 நேர்க்கோட்டு வரைபடங்கள்

2.7.1 நேர்க்கோட்டு அமைப்பு:

(0,2) (1,3) (2,4) (3,5) (4,6). ஆகிய புள்ளிகளை ஆயஅச்சுகள் தளத்தில் குறிக்கவும். நீங்கள் காண்பது என்ன? இவை அனைத்தும் ஒரு நேர்க்கோட்டில் அமைகிறது அல்லவா? அவற்றுள் ஓர் அமைப்பு முறை உள்ளது. ஒவ்வொரு சோடியிலும் உள்ள y ஆயத்தொலைவைக் கவனிக்கவும். 2 = 0+2; 3 = 1+2; 4 = 2+2; 5 = 3+2; 6 = 4+2 ஒவ்வொரு சோடியிலும், y ஆயத்தொலைவு என்பது x ஆயத்தொலைவைக் காட்டிலும் இரண்டு அதிகம். ஒவ்வொரு புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகளும் இதே தொடர்பைக் கொண்டுள்ளன. அனைத்துப் புள்ளிகளையும் குறிக்க, அவை ஒரு நேர்க்கோட்டில் அமைவதைப் பார்க்கிறோம்.



Unit 2.indd 52 21-08-2019 11:56:32

இதுபோன்ற சூழ்நிலைகளில், அனைத்துப் புள்ளிகளையும் வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவை ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்தால் 'நேர்க்கோட்டு அமைப்பு' எனக் கூறுகின்றோம்.

இந்த எடுத்துக்காட்டில் ஒவ்வொரு வரிசைச்சோடியிலும் y இன் மதிப்பானது x இன் மதிப்பு $+2$ ஆக இருப்பதை நாம் கண்டோம். எனவே, மேற்காணும் நேர்க்கோட்டு அமைப்பை இயற்கணிதச் சமன்பாடாக $y = x + 2$ எனக் குறிப்பிடலாம். இவ்வாறான சமன்பாடு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடு (ஒருபடிச்சமன்பாடு) எனப்படும். மேலும், இந்த நேர்க்கோட்டுக்கான வரைபடமானது 'நேர்க்கோட்டு வரைபடம்' எனப்படும். நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடுகளில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். அவற்றுள் ஒரு மாறியானது மற்றொன்றைச் சார்ந்து உள்ளது.

வாடகை மகிழுந்தில் அதிக தூரம் பயணம் செய்தால், அதிகக் கட்டணத்தை நாம் செலுத்தவேண்டும். இங்கு பயண தூரமானது சாராத மாறிக்கு எடுத்துக்காட்டு ஆகும். வாடகைக் கட்டணம் பயணம் செய்த தூரத்தைச் சார்ந்து இருப்பதால், வாடகைக் கட்டணமானது சார்ந்த மாறி எனப்படும்.

ஒருவர் மின்சாரத்தை எவ்வளவு அதிகம் பயன்படுத்துகிறாரோ, அந்த அளவிற்கு அதிக மின்சாரக் கட்டணத்தைச் செலுத்த வேண்டி வரும். நாம் பயன்படுத்தும் மின்சாரமானது சாராத மாறி ஆகும். ஆகவே, இயல்பாகவே மின்சாரக் கட்டணத் தொகை ஆனது சார்ந்த மாறி ஆகும்.

2.7.2 இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த நேர்க்கோட்டுச் சார்பு வரைபடம்:

வடிவியலில் நாம் இணைகோடுகள், வெட்டும் கோடுகள் போன்றவற்றைப் பற்றி படித்துள்ளோம். ஆனால், உண்மையில் அவை எவ்வளவு தூரத்தில் அமைந்துள்ளன அல்லது எங்கு அமைந்துள்ளன என நாம் பார்த்தது இல்லை. வரைபடத்தாளில் வரைவதால் அவற்றின் இடங்களைக் காண முடிகிறது. ஒரு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடு இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த சமன்பாடு எனில், அந்த வரைபடம் ஒரு நேர்க்கோட்டைக் குறிக்கும். நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாட்டை வரைபடத்தில் வரைய குறைந்தபட்சம் இரண்டு புள்ளிகள் நமக்குத் தேவை. ஆனால் இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி வரைவது பாதுகாப்பானது (ஏன்?) புள்ளிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது மிகை, குறை மற்றும் பூச்சிய மதிப்புகளைப் (முழுக்கள்) பயன்படுத்துவது நமக்கு நன்மை பயக்கும். ஒரு சோடிப் புள்ளிகளின் வழியாக தனித்துவமான ஒரே ஒரு நேர்க்கோடு மட்டுமே செல்லும்.

எடுத்துக்காட்டு: 2.18

$y = 5x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

தீர்வு:

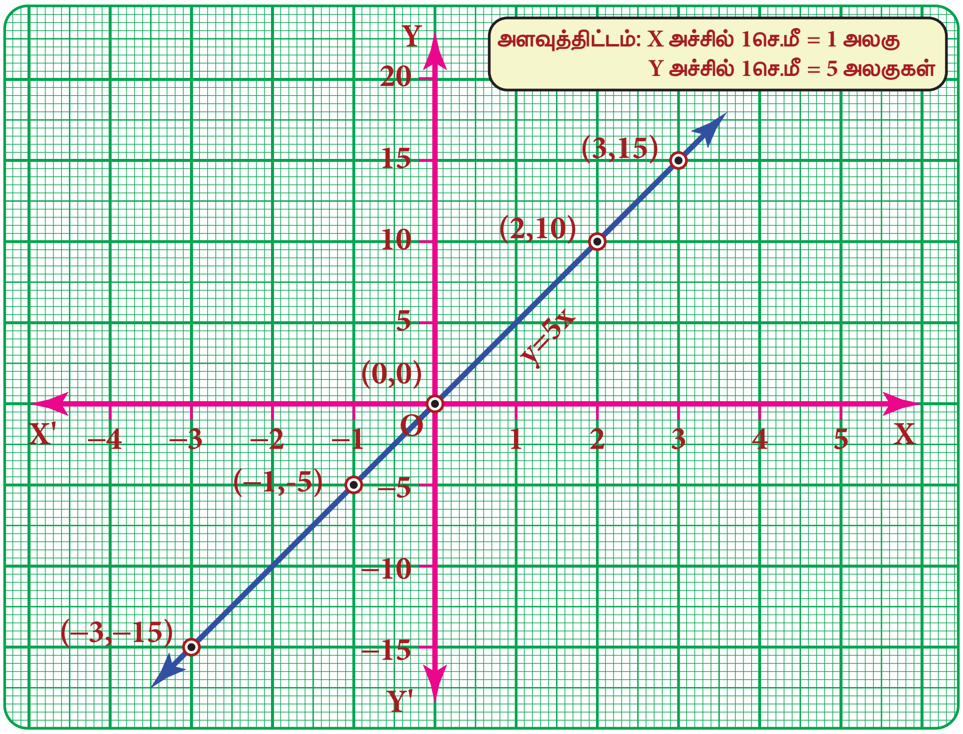
கொடுக்கப்பட்ட $y = 5x$ என்ற சமன்பாட்டில் y என்பது x இன் மதிப்பைப் போல் 5 மடங்கு ஆகும்.

x	−3	−1	0	2	3
y	−15	−5	0	10	15

x	$y = 5x$
−3	$5 \times (-3) = -15$
−1	$5 \times (-1) = -5$
0	$5 \times (0) = 0$
2	$5 \times (2) = 10$
3	$5 \times (3) = 15$

(−3,−15) (−1,−5) (0,0) (2,10) (3,15) ஆகிய புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்க, நமக்கு $y = 5x$ என்ற நேர்க்கோடு கிடைக்கிறது.

Unit 2.indd 53 21-08-2019 11:56:33



எடுத்துக்காட்டு: 2.19

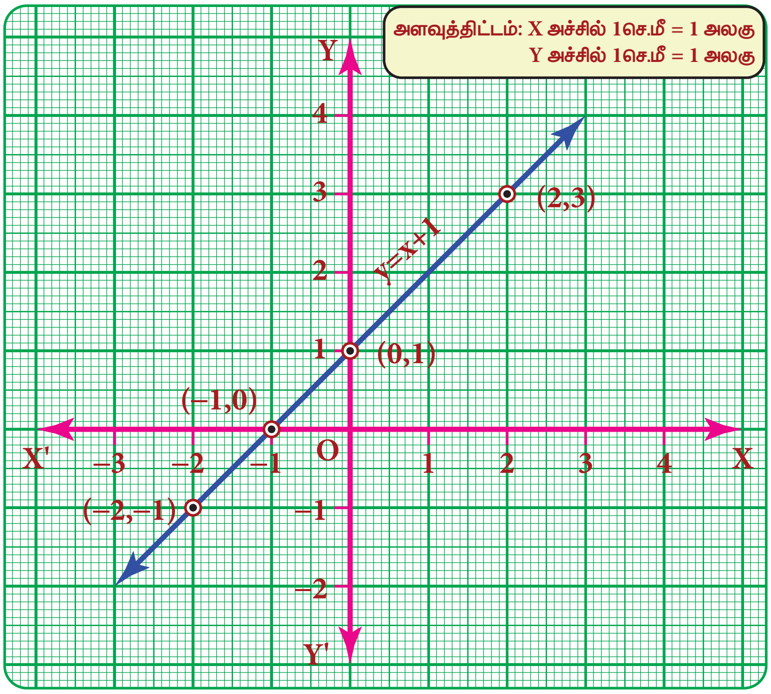
$y = x + 1$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

x மற்றும் y ஆகியவற்றிற்கு இரண்டு மதிப்புகளைத் தேர்ந்தெடுத்து தொடங்குவோம். முதலில்

(i) x மதிப்பு 0 ஆக இருக்கும்போது y மதிப்பு என்னவாக இருக்கும். மேலும்

(ii) y மதிப்பு 0 ஆக இருக்கும்போது x மதிப்பு என்னவாக இருக்கும் என அறியலாம். மேலும் ஒன்று அல்லது இரண்டுக்கும் அதிகமான மதிப்புகளைப் பிரதியிட்டுக் காண்போம்.

குறைந்தபட்சம் இன்னும் இரண்டு வரிசைச் சோடிகளையாவது கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.எளிமையாக வரைய பின்னவடிவ மதிப்புகளைத் தவிர்க்க வேண்டும். சரியான சோடிப் புள்ளிகளை ஊகிக்க வேண்டும்.



x	−2	−1	0	1	2
y	−1	0	1	2	3

x	$y = x+1$
−2	−2+1 = −1
−1	−1+1 = 0
0	0+1 = 1
1	1+1 = 2
2	2+1 = 3

இப்போது நாம் **(−2,−1) (−1,0) (0,1) (1,2) (2,3)** ஆகிய ஐந்து புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்க நமக்கு $y = x+1$ என்ற நேர்க்கோட்டு கிடைக்கிறது.

Unit 2.indd 54 21-08-2019 11:56:33

2.7.3 பயன்பாடு:

அன்றாட வாழ்வியல் எடுத்துக்காட்டுகளும் அவற்றின் நேர்க்கோட்டு இயல்பையும் இப்போது நாம் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு: 2.20

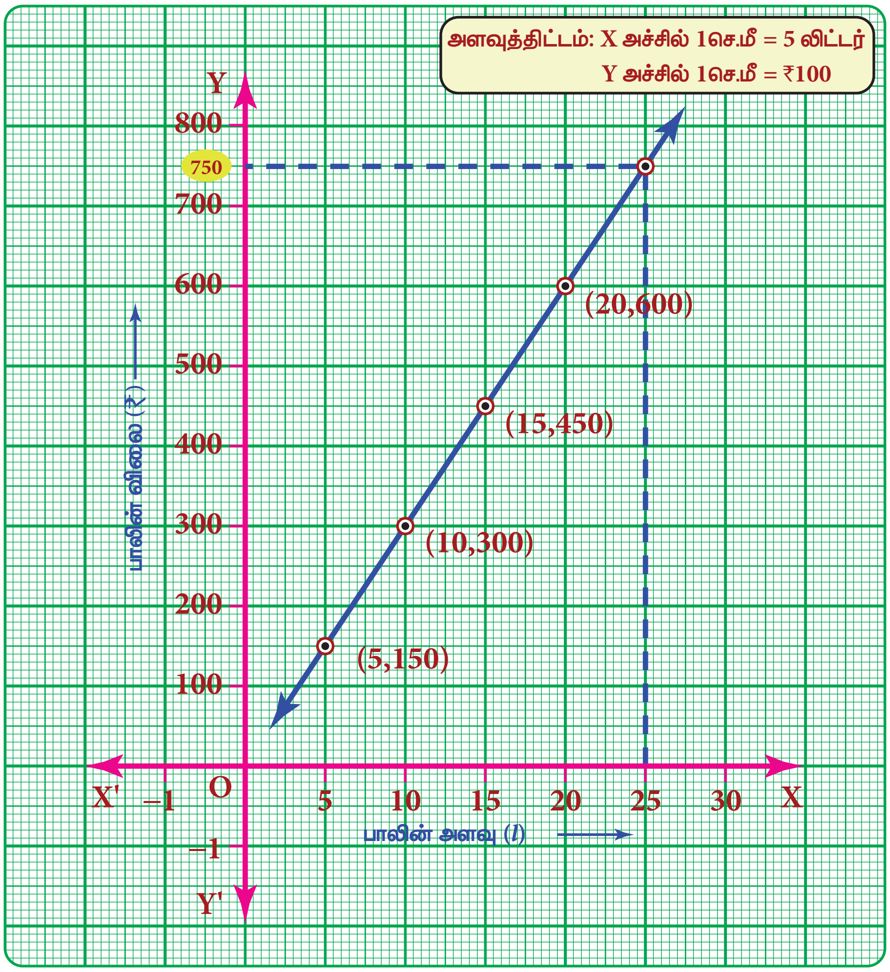
அளவுக்கும், விலைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பு

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணை பாலின் அளவுக்கும், விலைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைத் தருகிறது.இதனை வரைபடத்தில் குறிக்க.

பாலின் அளவு (l)	5	10	15	20
பாலின் விலை (₹)	150	300	450	600

தீர்வு:

- பொருத்தமான அளவுத்திட்டத்தை இரண்டு அச்சுகளிலும் தேர்ந்தெடுக்கவும். இங்கு நாம் x அச்சின் மீது 1 செ.மீ =5 லிட்டர் எனவும், y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = ₹100 எனவும் எடுத்துக் கொள்வோம்.
- x அச்சின் மீது பாலின் அளவைக் குறிக்கவும்.
- y அச்சின் மீது பாலின் விலையைக் குறிக்கவும்.
- (5,150) (10,300) (15,450) (20,600) ஆகிய புள்ளிகளை குறிக்க.
- புள்ளிகளை இணைக்க.



மேலும் சில விவரங்களைக் கணக்கிடவும் இந்த வரைபடம் பயன்படுகிறது. 25 லிட்டர் பாலின் விலையைக் காண நாம் முறபட்டால் X அச்சில் 25 இக்கு நேராக குறித்து 25 வழியாக Y அச்சிற்கு இணையாக செல்லும் கோடு, நாம் வரைந்த கோட்டை 'P' என்ற புள்ளியில் சந்திக்குமாறு இணைக்க வேண்டும். 'P' இலிருந்து கிடைமட்டக் கோடு Y அச்சை சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க. கிடைமட்டக் கோடு ஆனது Y அச்சில் சந்திக்கும் புள்ளியே தேவையான மதிப்பு ஆகும்.

அதாவது, 25 லிட்டர் பாலின் விலை ₹750. இரண்டு அளவுகளுக்கு வரையப்படும் ஒருபடிச் சமன்பாட்டிற்கான வரைபடம் இதுவே ஆகும். மேலும் இரண்டு அளவுகளும் நேர் விகிதத்தில் இருக்கும்.

குறிப்பு

வரைபடத்தின் அளவு, அளவுத்திட்டத்தை பொருத்து மாறுபடும்.

எடுத்துக்காட்டு: 2.21

அசல் மற்றும் தனிவட்டிக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு:

மூத்த குடிமக்கள் செய்யும் முதலீடுகளுக்கு ஒரு வங்கியானது, ஆண்டுக்கு 10% தனிவட்டி தருகிறது. இந்த முதலீட்டுக்கும், கிடைக்கும் தனிவட்டிக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை வரைபடம் மூலம் விளக்குக. மேலும் வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி,

(i) ₹300 முதலீட்டுக்கு ஓர் ஆண்டுக்குக் கிடைக்கும் தனிவட்டியையும்;

(ii) ₹70 தனி வட்டியாகக் கிடைக்க மூத்தகுடிமக்கள் முதலீடு செய்ய வேண்டிய தொகையையும் காண்க.

தீர்வு:

தனிவட்டி காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்காணும் அட்டவணையை உருவாக்கவும்.

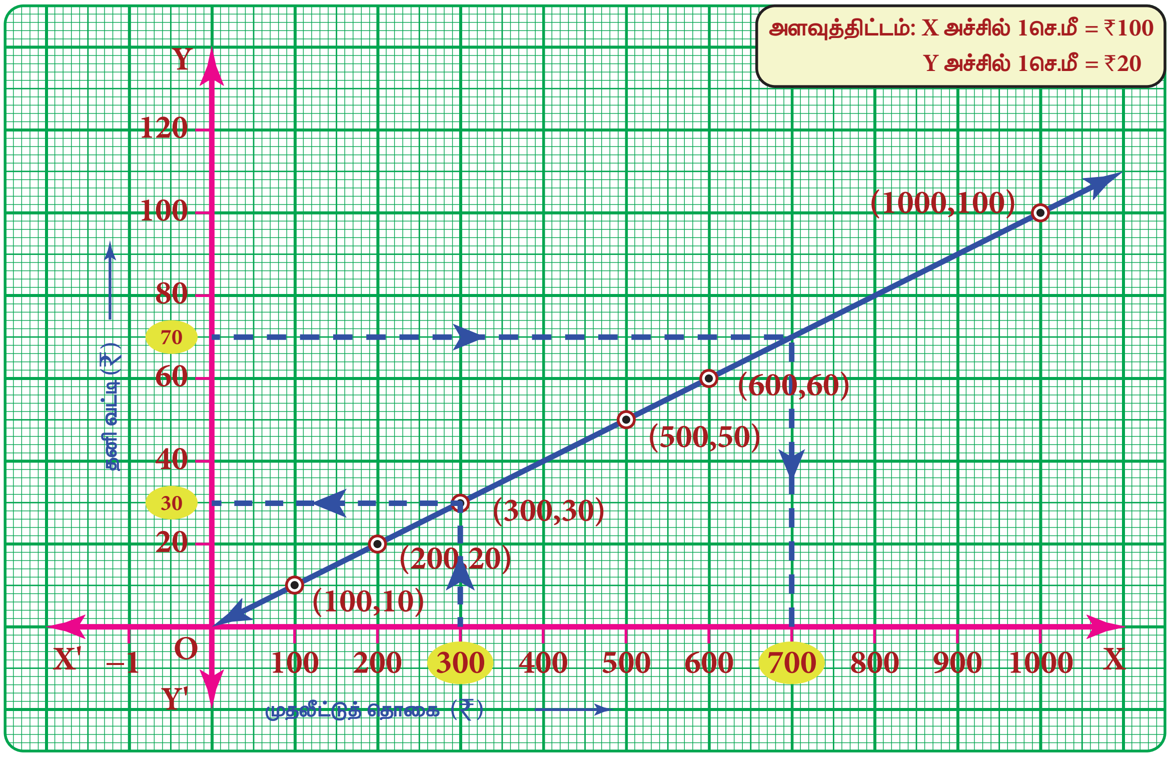
முதலீடு	தனி வட்டி
₹100	$\frac{100\times1\times10}{100}=₹10$
₹200	$\frac{200\times1\times10}{100}=₹20$
₹300	$\frac{300\times1\times10}{100}=₹30$
₹500	$\frac{500\times1\times10}{100}=₹50$
₹1000	$\frac{1000\times1\times10}{100}=₹100$

முதலீடு (₹)	100	200	300	500	1000
ஆண்டு தனி வட்டி (₹)	10	20	30	50	100

(100,10) (200,20) (300,30) (500,50) (1000,100) இவை அனைத்தும் வரைபடத்தாளில் குறிக்க வேண்டிய புள்ளிகள், முதலீடுகளை X அச்சின் மீதும், தனிவட்டியை Y அச்சின் மீதும் எடுத்துக்கொள்வோம். பிறகு புள்ளிகளைக் குறித்து, நேர்க்கோட்டை வரைக. வரைபடத்திலிருந்து நாம் காண்பது,

(i) X அச்சில் உள்ள ₹300 முதலீட்டுக்கான வட்டி ₹30 ஆனது நமக்கு Y அச்சில் கிடைக்கிறது.

(ii) Y அச்சில் உள்ள ₹70 தனிவட்டியை கொடுக்கும் முதலீட்டுத் தொகையான ₹700 ஆனது X அச்சில் கிடைக்கிறது.



Unit 2.indd 56 21-08-2019 11:56:35

எடுத்துக்காட்டு: 2.22

நேரம் – தூரம் ஆகியவற்றிற்கு இடையே உள்ள தொடர்பு:

ஒரு தொடர்வண்டி மணிக்கு 80 கிமீ என்ற சீரான வேகத்தில் செல்கிறது. இந்தச் சூழ்நிலைக்கு நேரம் – தூரம் தொடர்பைக் காட்டும் வரைபடம் வரைக. மேலும், தொடர்வண்டியானது

(i) 240 கி.மீ தூரத்தைக் கடக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் மற்றும்

(ii) 5 ½ மணி நேரத்தில் கடந்த தூரத்தையும் காண்க.

தீர்வு:

தொடர்வண்டியானது மணிக்கு 80கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் செல்கிறது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது..

அதாவது 1 மணிக்கு 80 கி.மீ

2 மணிக்கு 160 கி.மீ

3 மணிக்கு 240 கி.மீ எனச் செல்கிறது.

நேரம் (மணி)	1	2	3	4	5
தூரம் (கி.மீ)	80	160	240	320	400

இதனை மேற்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

பொருத்தமான அளவுத்திட்டத்தை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

1) x அச்சின் மீது நேரத்தைக் குறிக்கவும்.

2) y அச்சின் மீது தூரத்தைக் குறிக்கவும்.

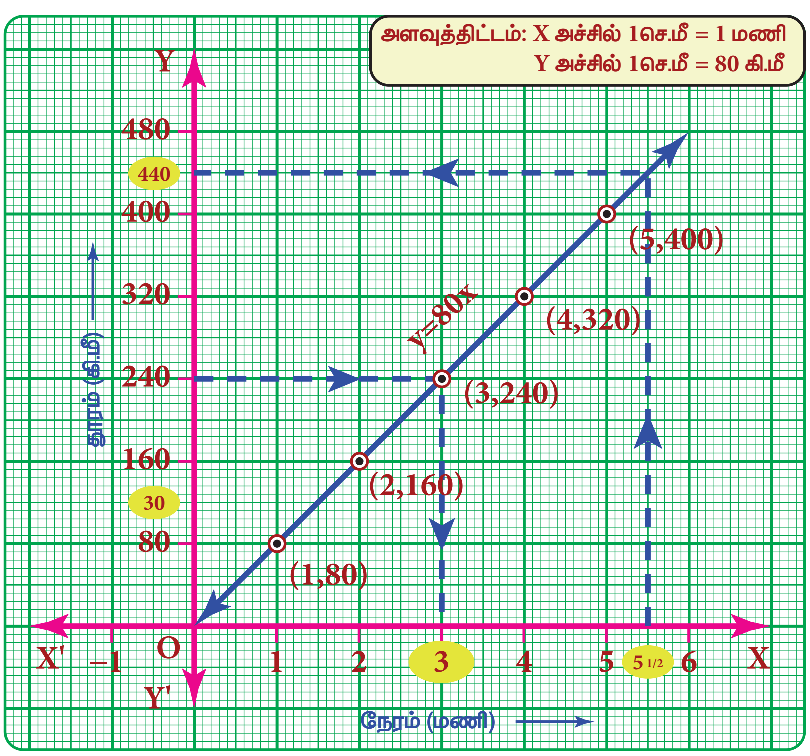
3) (1,80) (2,160) (3,240) (4,320) மற்றும் (5,400) ஆகிய புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறிக்கவும்.

4) புள்ளிகளை இணைத்து நேர்க்கோட்டைப் பெறவும்.

5) வரைபடத்திலிருந்து,

(i) 240 கி.மீ தூரத்தைக் கடக்க 3 மணி நேரத்தை எடுத்துக்கொள்ளும்.

(ii) 5½ மணி நேரத்தில் கடக்கும் தூரம் 440 கி.மீ ஆகும்.



சிந்திக்க

1. தொடர்வண்டியின் வேகம் சீரானது என ஏன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது?
2. தொடர்வண்டியின் வேகம் சீரானது என கொடுக்கப்படவில்லையெனில் இதே வரைபடம் கிடைக்குமா?
3. இந்த வரைபடத்தை $y = 80\,x$ என்ற இயற்கணிதக் கணித சமன்பாடாக எழுதலாம். ஏன்?

பயிற்சி 2.4

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

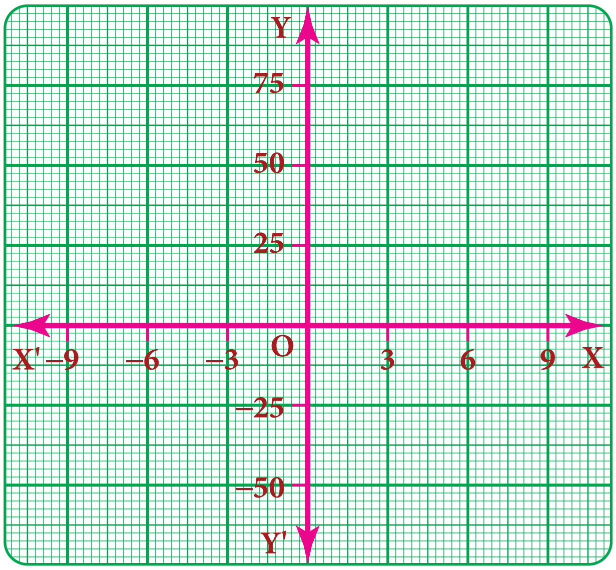
(i) $y = px$, இங்கு $p \in z$ என்ற நேர்க்கோடானது எப்போதும் __________ வழியாகச் செல்லும்.

(ii) X = 4 மற்றும் Y = −4 என்ற கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி__________.

(iii) கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தின் அளவுத்திட்டம்,

x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = ______ அலகுகள்

y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = ______ அலகுகள்



2. சரியா தவறா எனக் கூறுக.

(i) (1,1) (2,2) (3,3) ஆகிய புள்ளிகள் அனைத்தும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்திருக்கும்.

(ii) $y = -9x$ ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செல்லாது.

3. ஆய அச்சுகளை (2,0) மற்றும் (0,2) ஆகிய புள்ளிகளில் சந்திக்கும் கோடானது, (2,2) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லுமா?

4. (4,−2) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லும் கோடு Y அச்சை (0,2) என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது. இந்த கோட்டின் மீது இரண்டாம் கால்பகுதியில் அமையும் புள்ளி ஏதேனும் ஒன்றைக் கூறுக.

5. P (5,3) Q(−3,3) R(−3,−4) மற்றும் S ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு செவ்வகத்தை உருவாக்கும் எனில் புள்ளி Sஇன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.

6. ஒரு கோடானது (6,0) மற்றும் (0,6) ஆகிய புள்ளிகள் வழியே செல்கிறது. மற்றொரு கோடானது (−3,0) மற்றும் (0,−3) வழியாக செல்கிறது எனில், இவற்றுள் எந்தெந்தப் புள்ளிகளை இணைத்தால் ஒரு சரிவகம் கிடைக்கும்?

7. (−3,7) (2,−4) மற்றும் (4,6) (−5,−7) என்ற சோடிப் புள்ளிகளை இணைத்து உருவாகும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க. மேலும் நேர்க்கோடுகள் ஆய அச்சுகளைச் சந்திக்கும் புள்ளிகளையும் காண்க.

8. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளுக்கு வரைபடம் வரைக.

(i) $x = -7$ (ii) $y = 6$

9. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளுக்கு வரைபடம் வரைக. (i) $y = -3x$ (ii) $y = x - 4$

10. மதிப்புகளைக் காண்க.

$y = x + 3$ என்க.	$2x + y - 6 = 0$ என்க.
(i) $x = 0$ எனில், y ஐக் காண்க.	(i) $x = 0$ எனில், y ஐக் காண்க.
(ii) $y = 0$ எனில், x ஐக் காண்க.	(ii) $y = 0$ எனில், x ஐக் காண்க.
(iii) $x = -2$ எனில், y ஐக் காண்க.	(iii) $x = -2$ எனில், y ஐக் காண்க.
(iv) $y = -3$ எனில், x ஐக் காண்க.	(iv) $y = -3$ எனில், x ஐக் காண்க.

Unit 2.indd 58 21-08-2019 11:56:36

11. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் சில வட்டங்களின் ஆரங்களும் அவற்றின் சுற்றளவுகளும் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளன ($\pi = \frac{22}{7}$ எனக் கொள்க) இந்த தொடர்பை வரைபடத்தில் விளக்குக. மேலும்

(i) சுற்றளவு 242 அலகுகளாக இருக்கும்போது ஆரமும் மற்றும்

(ii) ஆரம் 24.5 அலகுகளாக இருக்கும் போது வட்டத்தின் சுற்றளவையும் காண்க.

ஆரம்(r)	சுற்றளவு ($2\pi r$)
7	$2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44$
14	$2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88$
21	$2 \times \frac{22}{7} \times 21 = 132$
28	$2 \times \frac{22}{7} \times 28 = 176$
35	$2 \times \frac{22}{7} \times 35 = 220$
42	$2 \times \frac{22}{7} \times 42 = 264$
49	$2 \times \frac{22}{7} \times 49 = 308$

12. ஒரு மேல்நிலை நீர்த்தேக்கத் தொட்டி முழுவதும் நீர் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து மணிக்கு 10 லிட்டர் என்ற சீரான வேகத்தில் நீர் கசிகிறது. இந்த நேரம்– நீர் கசிவிற்கான வரைபடம் வரைக. மேலும்,

(i) 150 நிமிடத்தில் வெளியேறிய தண்ணீரின் அளவையும்

(ii) 75 லிட்டர் நீர்க் கசிவிற்கு ஆகும் நேரத்தையும் காண்க.

பயிற்சி 2.5

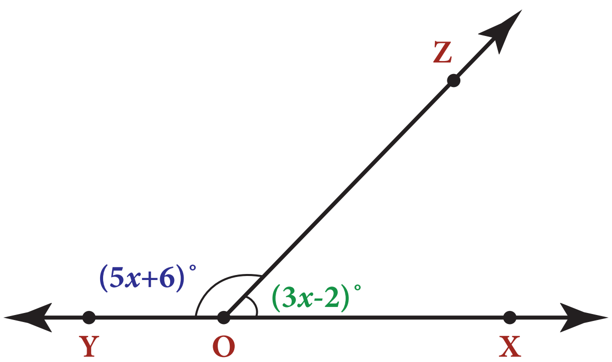
பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. மூன்று எண்களின் கூடுதல் 58. இதில் இரண்டாவது எண்ணானது முதல் எண்ணின் ஐந்தில் இரண்டு பங்கின் மூன்று மடங்கு ஆகும். மூன்றாவது எண்ணானது முதல் எண்ணை விட 6 குறைவு எனில், அந்த மூன்று எண்களையும் காண்க.

2. ABC என்ற முக்கோணத்தில் $\angle B$ என்பது $\angle A$ இன் மூன்றில் இரண்டு பங்கு ஆகும். $\angle C$ என்பது, $\angle A$ஐ விட 20 அதிகம் எனில், அந்த மூன்று கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்க.

3. ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சம பக்கங்கள் முறையே $5y-2$ மற்றும் $4y+9$ அலகுகள் ஆகும். அதன் மூன்றாவது பக்கம் $2y+5$ அலகுகள் எனில் y இன் மதிப்பையும், முக்கோணத்தின் சுற்றளவையும் காண்க.

4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் கோணம் XOZ மற்றும் கோணம் ZOY ஆகியவை நேர்க்கோட்டில் அமையும் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனில் x இன் மதிப்பைக் காண்க.



5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு வரைபடம் வரைக.

சதுரத்தின் பக்கங்கள் (செ.மீ)	2	3	4	5	6
பரப்பளவு (செ.மீ^{2})	4	9	16	25	36

வரைபடமானது ஒரு நேர்க்கோட்டு அமைப்பைக் குறிக்கின்றதா?

Unit 2.indd 59 21-08-2019 11:56:39

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. ஏறு வரிசையில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட மூன்று அடுத்தடுத்த முழுக்கள் முறையே 2,3 மற்றும் 4 ஆல் பெருக்கிக் கூட்டினால் 74 கிடைக்கும் எனில், அந்த மூன்று எண்களையும் காண்க.
7. ஒரு களப் பயணத்திற்கு 331 மாணவர்கள் சென்றனர். ஆறு பேருந்துகள் முழுமையாக நிரம்பின. 7 மாணவர்கள் மட்டும் ஒரு வேனில் பயணிக்க வேண்டியதாயிற்று எனில், ஒவ்வொரு பேருந்திலும் எத்தனை மாணவர்கள் இருந்தனர்?
8. ஒரு தள்ளு வண்டி வியாபாரி, சில கரிக்கோல்கள் (Pencils) மற்றும் பந்துமுனை எழுதுகோல்கள் (Ball point pens) என மொத்தம் 22 பொருள்களை வைத்திருக்கிறார். ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், அவரால் அனைத்துக் கரிக்கோல்களையும் பந்துமுனை பேனாக்களையும் விற்க முடிந்தது. கரிக்கோல்கள் ஒவ்வொன்றும் ₹15 இக்கும், பந்துமுனை பேனாக்கள் ஒவ்வொன்றும் ₹20 இக்கும் விற்பனை செய்த பிறகு அந்த வியாபாரியிடம் ₹380 இருந்தது எனில், அவர் விற்ற கரிக்கோல்களின் எண்ணிக்கை யாது?
9. $y=x, y=2x, y=3x$ மற்றும் $y=5x$ ஆகிய சமன்பாடுகளின் வரைபடங்களை ஒரே வரைபடத்தாளில் வரைக. இந்த வரைபடங்களில் ஏதேனும் சிறப்பை உங்களால் காண முடிகிறதா?
10. ஒரு குவிவு பல கோணத்தின் கோணங்களின் எண்ணிக்கையையும், பக்கங்களின் எண்ணிக்கையையும் கவனத்தில் கொள்க. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல் அட்டவணைப்படுத்துக.

பலகோணத்தின் பெயர்	கோணங்களின் எண்ணிக்கை	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை

பலகோணத்தின் கோணங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

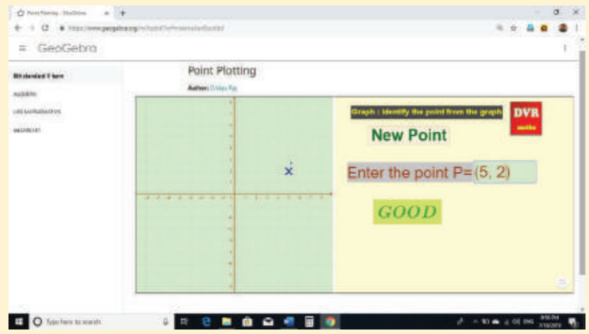
பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும்.
- ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை எளிய சமன்பாடுகள் என அழைக்கலாம்.
- கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிகளுக்குப் பதிலாக பிரதியிடும் எண்ணானது, சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே மதிப்புகளைக் கொடுத்தால், அவ்வெண்ணை அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு அல்லது மூலம் என அழைக்கின்றோம்.
- சமன்பாட்டில் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள ஓர் எண்ணை மற்றொரு பக்கத்திற்குக் கொண்டு செல்வது இடமாற்று முறை ஆகும்.
- வரைபடம் என்பது எண்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்புகளைக் காட்டும் ஒரு பட விளக்க முறை ஆகும்.
- கிடைமட்டக் கோட்டை XOX' எனக் குறித்து அதை X அச்சு என அழைக்கிறோம். செங்குத்துக்கோட்டை YOY' எனக் குறித்து அதை Y அச்சு என அழைக்கிறோம். இந்த இரண்டு அச்சுகளும் ஆய அச்சுகள் எனப்படும். X அச்சு, Y அச்சு பெற்றிருக்கும் தளத்தினை ஆய அச்சுத் தளம் அல்லது கார்டீசியன் தளம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒரு புள்ளியை (a,b) என்ற சோடியால் குறிக்கிறோம். a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு எண்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் அதாவது a என்பது X அச்சுத் தூரத்தையும் 'b' என்பது Y அச்சுத் தூரத்தையும் குறிக்கும். இதுவே வரிசை சோடி (a,b) எனப்படும்.
- தளத்தில் அமைந்த வரைபடத்தை ஆய அச்சுகள் நான்கு 'கால்பகுதிகளாக' பிரிக்கின்றன.
- ஒரு நேர்க்கோட்டுக்கான வரைபடமானது 'நேர்க்கோட்டு வரைபடம்' எனப்படும்.

Unit 2.indd 60 21-08-2019 11:56:40

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

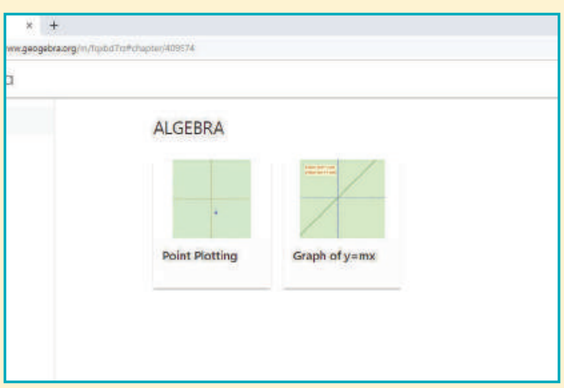


படி 1

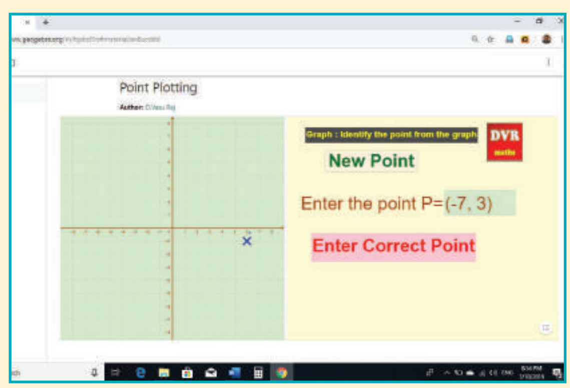
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலி தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்க. 'இயற்கணிதம்' என்ற பயிற்சி ஏடு ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'புள்ளிகளை குறித்தல்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி 2

கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் 'புதிய புள்ளி' இயின் மீது சொடுக்க, புதிய புள்ளியை நீங்கள் பெறுவீர்கள். சரியான புள்ளியை உள்ளீடு பகுதியில் கொடுத்து சொடுக்கவும்.



படி 1



படி 2

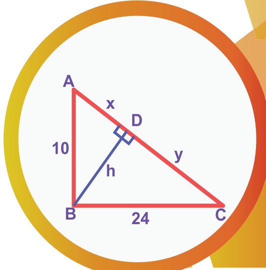
இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்.
இயற்கணிதம்:
https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409574 or
விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit 2.indd 61 21-08-2019 11:56:40

3 வடிவியல்



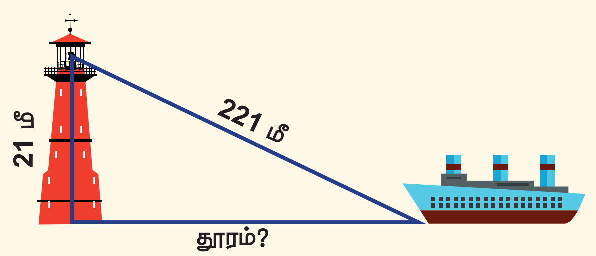
கற்றல் நோக்கங்கள்

- பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பற்றிப் புரிந்து கொள்ளுதல் மற்றும் அதைப் பயன்படுத்திக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணுதல்.
- சரிவகங்கள் மற்றும் இணைகரங்கள் வரையும் முறைகளை அறிதல்.

S7M6J3

3.1 அறிமுகம்

முதல் பருவத்தில், வடிவொத்த மற்றும் சர்வசம முக்கோணங்கள் பற்றியும் நாற்கரங்கள் வரைதல் பற்றியும் கற்றோம். இப்போது பிதாகரஸ் தேற்றம், சரிவகங்கள் மற்றும் இணைகரங்கள் வரைதல் ஆகியவற்றைப் பற்றிக் காண்போம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வடிவியல்	
	
தூரத்தையும் உயரத்தையும் காண்பதற்குப் பிதாகரஸ் தேற்றம் பயன்படுகிறது.	கட்டடங்களில் சரிவக வடிவத்தைக் காணலாம்.

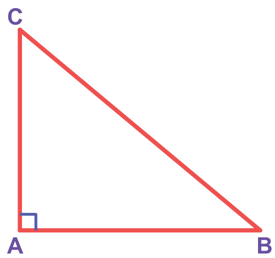
3.2 பிதாகரஸ் தேற்றம்

கிரேக்கக் கணிதமேதை பிதாகரஸ் (570 – 495 கி.மு (பொ.ஆ.மு)) அவர்களின் பெயரில் உள்ள பிதாகரஸ் தேற்றம் அல்லது பிதாகோரியன் தேற்றமானது, கணிதத்தில் உள்ள எல்லாத் தேற்றங்களைவிடவும் மிகவும் முக்கியமான மற்றும் புகழ்வாய்ந்த தேற்றமாகும். வேறெந்தவொரு கணிதத்தேற்றத்தினைக் காட்டிலும், ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளாக தொடர்ந்து அதிகமான எண்ணிக்கையில் இதற்குப் பல்வேறு வடிவியல் மற்றும் இயற்கணித நிரூபணங்கள் வழங்கப்பட்டு வருகின்றன.

தேற்றத்தின் கூற்று:

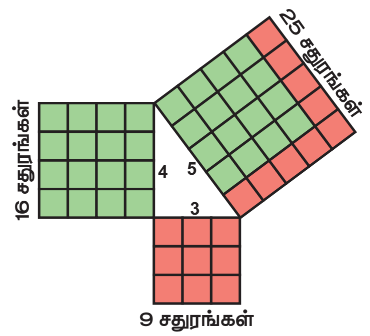
ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

ΔABC இல், $BC^2 = AB^2 + AC^2$



Unit 3.indd 62 21-08-2019 10:46:18

காட்சி விளக்கம்:



கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் 3 அலகுகள், 4 அலகுகள் மற்றும் 5 அலகுகள் பக்க அளவுகள் கொண்ட ஒரு முக்கோணம் உள்ளது. நன்கு அறியப்பட்ட இந்த $3-4-5$ முக்கோணத்திலிருந்து பிதாகரஸ் தேற்றத்தினை, எளிமையாகக் காட்சிப்படுத்தவும் புரிந்து கொள்ளவும் முடியும்.

இப்படத்தில் 3 அலகுகள், 4 அலகுகள் ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட பக்கங்கள் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் ஆகும். 5 அலகுகள் கொண்ட பக்கமானது கர்ணம் என அழைக்கப்படுகிறது. கர்ணம் என்பது செங்கோண முக்கோணத்தின் மிகவும் நீளமான பக்கம் என்பதை நினைவில் கொள்க.

இப்போது, 5 அலகுகள் நீளமுள்ள கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவு $5 \times 5 = 25$ சதுர அலகுகள் என்பதை நாம் எளிதில் காண இயலும். மேலும் 3 அலகுகள் மற்றும் 4 அலகுகள் நீளமுள்ள பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்கள் முறையே $3 \times 3 = 9$ சதுர அலகுகள் மற்றும் $4 \times 4 = 16$ சதுர அலகுகள் ஆகிய பரப்பளவுகளைப் பெற்றிருக்கும். எனவே தேற்றத்தின்படி, செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தில் உள்ள ஓரலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கையானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களில் உள்ள ஓரலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக உள்ளன. வியப்பாக உள்ளது அல்லவா!

ஆம். $5\times5 = 3\times3+4\times4$,

அதாவது $25 = 9+16$ என்று சரியாக இருப்பதை நாம் காணலாம்.

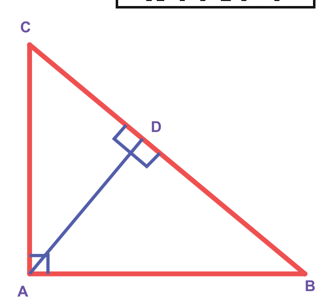
N4T3P4

வடிவொத்த முக்கோணங்களைக் கொண்டு தேற்றத்தை நிரூபித்தல்:

தரவு: $\angle BAC = 90^\circ$

நிரூபிக்க: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

அமைப்பு: $AD \perp BC$ என வரைக.

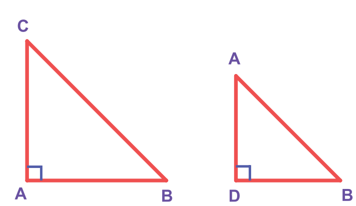


நிரூபணம்:

ΔABC மற்றும் ΔDBA இல்,

$\angle B$ பொதுவானது மற்றும் $\angle BAC = \angle ADB = 90^\circ$

$\therefore\ \Delta ABC \sim \Delta DBA$ (கோ–கோ வடிவொத்தப் பண்பு)



எனவே, ஒத்த பக்கங்கள் சமவிகிதத்தில் இருக்கும்.

$$\Rightarrow \frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BA}$$

$$\Rightarrow AB^2 = BC \times DB \text{ --------------(1)}$$

இதேபோன்று, $\Delta ABC \sim \Delta DAC$,

$$\Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\Rightarrow AC^2 = BC \times DC \text{ ---------------(2)}$$

இவற்றை முயல்க

$\Delta ABC \sim \Delta DAC$ என்பதை எவ்வாறு நிரூபிப்பாய்?

(1) மற்றும் (2) ஐக் கூட்ட நமக்குக் கிடைப்பது,

$$AB^2 + AC^2 = BC \times DB + BC \times DC$$
$$= BC \times (DB + DC)$$
$$= BC \times BC$$
$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

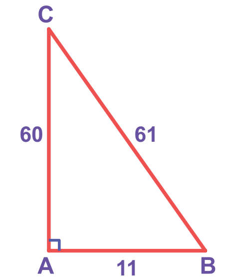
எனவே, தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

குறிப்பு

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ எனில்,
$AB^2 = BC^2 - AC^2$ மற்றும் $AC^2 = BC^2 - AB^2$

3.3 பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலை

ஒரு முக்கோணத்தின் நீளமான பக்கத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில், அந்த முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.



எடுத்துக்காட்டு :

முக்கோணம் ABC இல்,
$AB^2 + AC^2 = 11^2 + 60^2 = 3721 = 61^2 = BC^2$

எனவே, $\Delta\, ABC$ ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

(i) பிதாகோரியன் தொடர்பை உண்மையாக்கும் வகையில் அமையும் சிறப்பு எண்கள் a, b மற்றும் c ஆனது பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதி என அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு : $(3,4,5)$ ஆனது ஒரு பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

(ii) k என்பது 1 ஐ விட அதிகமான மிகை முழு மற்றும் (a,b,c) ஆனது பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி எனில், (ka,kb,kc) என்பதும் பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு :

k	$(3,4,5)$	$(5,12,13)$
$2k$	$(6,8,10)$	$(10,24,26)$
$3k$	$(9,12,15)$	$(15,36,39)$
$4k$	$(12,16,20)$	$(20,48,52)$

எனவே, ஒரு பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியை 'k' ஆல் பெருக்க, எண்ணற்ற பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதிகளை நாம் பெறலாம்.

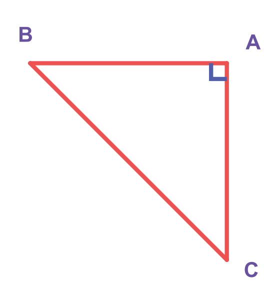
இவற்றை முயல்க

பின்வருபவை பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதிகளா? எனச் சரிபார்க்க.

i) 57,176,185 ii) 264, 265, 23 iii) 8, 41,40

இப்போது நாம் பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தித் தீர்வு காணும் வகையில், சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.1



படத்தில் $AB \perp AC$ எனில்,

1) $\Delta\, ABC$ இன் வகை என்ன?
2) $\Delta\, ABC$ இல், AB மற்றும் AC என்பன எவற்றைக் குறிக்கின்றன?
3) CB ஐ எவ்வாறு அழைப்பாய்?
4) $AC = AB$ எனில், $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ ஆகியவற்றின் அளவுகள் என்ன?

Unit 3.indd 64 21-08-2019 10:46:23

தீர்வு:

a) A இல் $AB \perp AC$ ஆக இருப்பதால், ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

b) ΔABC இல், AB மற்றும் AC ஆகியவை செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் ஆகும்.

c) CB என்பது கர்ணம் ஆகும்.

d) $\angle B + \angle C = 90^\circ$ மற்றும் சமபக்கங்களுக்கு எதிரேயுள்ள கோணங்கள் சமம்.

எனவே, $\angle B = \angle C = \dfrac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

எடுத்துக்காட்டு: 3.2

ஒரு செங்கோண முக்கோணமானது 5 செ.மீ, 12 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ ஆகிய அளவுகளைக் கொண்ட பக்கங்களைப் பெற்றிருக்க இயலுமா?

தீர்வு:

$a = 5$, $b = 12$ மற்றும் $c = 13$ எனக் கொள்க.

இப்போது, $a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 = c^2$

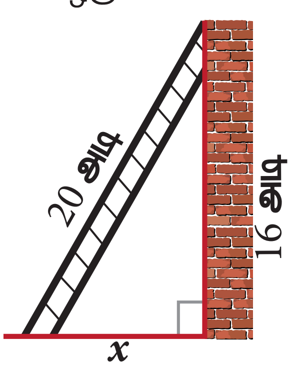
பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையின்படி, கொடுக்கப்பட்ட பக்க அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.3

20 அடி நீளமுள்ள ஏணி, தரையிலிருந்து 16 அடி உயரத்தில் சுவரினைத் தொடுமாறு சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், சுவரிலிருந்து ஏணியின் அடிப்பகுதியானது எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது?

தீர்வு:

ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவை ஏணியைக் கர்ணமாகக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. படத்திலிருந்து பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,



$$20^2 = 16^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 400 = 256 + x^2$$

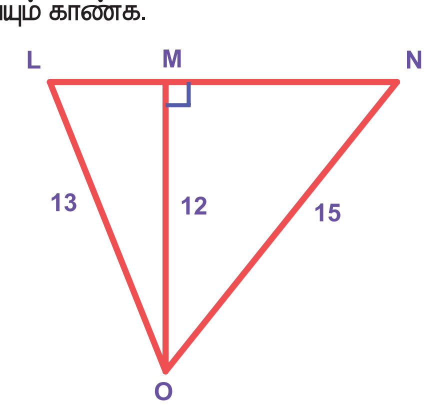
$$\Rightarrow \quad x^2 = 400 - 256 = 144 = 12^2$$

$$\Rightarrow \quad x = 12 \text{ அடி}$$

எனவே, ஏணியின் அடிப்பகுதியானது சுவரிலிருந்து 12 அடி தூரத்தில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு: 3.4

படத்திலிருந்து LM, MN, LN ஆகியவற்றையும் , $\Delta\ LON$ இன் பரப்பளவையும் காண்க.



தீர்வு:

ΔLMO இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$LM^2 = OL^2 - OM^2$$

$$\Rightarrow LM^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$$

$$\therefore \quad LM = 5 \text{ அலகுகள்}$$

ΔNMO இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$MN^2 = ON^2 - OM^2$$

Unit 3.indd 65 21-08-2019 10:46:26

$= 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$

$\therefore\ MN = 9$ அலகுகள்

எனவே, $LN = LM + MN = 5 + 9 = 14$ அலகுகள்

$\Delta\ LON$ இன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடிப்பக்கம் $\times$ உயரம்

$= \frac{1}{2} \times LN \times OM$

$= \frac{1}{2} \times 14 \times 12$

$= 84$ சதுர அலகுகள்.

செயல்பாடு –1

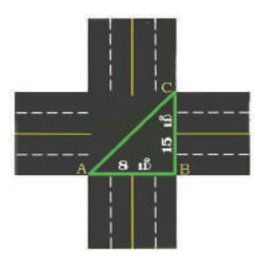
பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியைப் பின்வருமாறு நாம் உருவாக்கலாம்.
m மற்றும் n ஆகியவை ஏதேனும் இரண்டு மிகை முழுக்கள் என்க $(m > n)$.
$a = m^2 - n^2, b = 2mn$ மற்றும் $c = m^2 + n^2$ எனில், $(a,\ b,\ c)$ ஆனது ஒரு பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதியாகும். (ஏன்? எனச் சிந்திக்க)

அட்டவணையை நிரப்புக.

m	n	$a = m^2 - n^2$	$b = 2mn$	$c = m^2 + n^2$	பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி
2	1				
3	2				
4	1	15	8	17	(15, 8, 17)
7	2	45	28	53	(45, 28, 53)

எடுத்துக்காட்டு: 3.5

படத்தில் உள்ளவாறு, ஒரு சந்திப்பில் இரு சாலைகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகச் செல்கின்றன. மேலும் AB= 8 மீ மற்றும் BC=15 மீ எனில், AC இன் நீளத்தைக் காண்க.



தீர்வு:

இப்போது, $\Delta\ ABC$ ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.
எனவே, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow AC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$

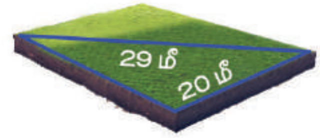
$AC^2 = 17^2$

$\Rightarrow\ AC = 17$ மீ.

எனவே, இரு சாலைகள் சந்திப்பில் மூலை விட்டத்தின் நீளம் 17 மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.6

படத்தில் உள்ள ஒரு செவ்வக வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



Unit 3.indd 66 21-08-2019 10:46:31

தீர்வு:

இங்கு, கர்ணமானது 29 மீ ஆகும். செங்கோணத்தைத் தாங்கும் ஒரு பக்கமானது 20 மீ. மற்றொரு பக்கத்தை 'l' மீ எனக் கொள்க.

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

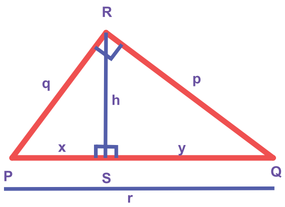
$$l^2 = 29^2 - 20^2 = 841 - 400 = 441 = 21^2$$

$\therefore\ l = 21$ மீ

எனவே, செவ்வகவடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு = $l \times b$ சதுர அலகுகள் $= 20 \times 21 = 420$ மீ^{2}

3.4 கர்ணத்தின் மீதமைந்த செங்குத்துத் தேற்றம் (நிரூபணமின்றி)

இங்கு, செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் அடிப்பக்கமாகும். படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அதற்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைக. மேலும் இரு செங்கோண முக்கோணங்கள் நமக்குக் கிடைக்கின்றன அல்லவா! இந்த மூன்று முக்கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று வடிவொத்தவையாக இருக்கும் (சரிபார்க்க!). இப்போது, நாம் தேற்றத்தைக் காண்போம்.



தேற்றம்:

செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீது ஒரு செங்குத்து வரையப்படுகிறது எனில்,

(i) கிடைக்கும் இரு முக்கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணத்திற்கு வடிவொத்தவையாக அமைவதுடன் அவை ஒன்றுக்கொன்று வடிவொத்தவையாகவும் இருக்கும்.
அதாவது, $\Delta PRQ \sim \Delta PSR \sim \Delta RSQ$

(ii) $h^2 = xy$

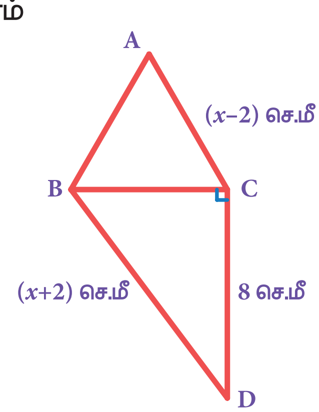
(iii) $p^2 = yr$ மற்றும் $q^2 = xr$, இங்கு $r = x+y$

குறிப்பு

(iii) ஆவதாகக் கூறப்பட்டுள்ளது ஒரே தொடர்பு அல்லது விதியைக் குறிக்குமே தவிர, அவற்றை இரு விதிகளாகக் கொள்ளக்கூடாது.
(பெரிய முக்கோணத்தின் பக்கம்)^2 = (அப்பக்கத்தின் அருகமைப்பகுதி) $\times$ (பெரிய முக்கோணத்தின் கர்ணம்) என நினைவில் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டு: 3.7

$\Delta\ ABC$ என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணம் மற்றும் செங்கோண முக்கோணம் BCD இல், CD ஆனது 8 செ.மீ எனில், சமபக்க $\Delta\ ABC$ இன் பக்கம் மற்றும் BD ஐக் காண்க.



தீர்வு:

$\Delta\ ABC$ ஒரு சமபக்க முக்கோணம் என்பதால்,
படத்திலிருந்து, $AB=BC=AC= (x-2)$ செ.மீ

$\therefore\ \Delta\ BCD$ இலிருந்து, பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$$BD^2 = BC^2 + CD^2$$

Unit 3.indd 67 21-08-2019 10:46:33

$\Rightarrow (x+2)^2 = (x-2)^2 + 8^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + 8^2$

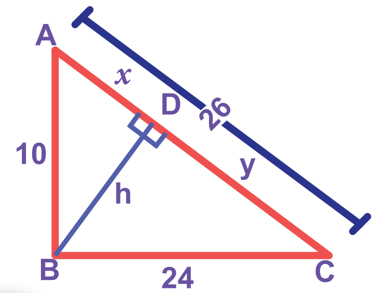
$\Rightarrow 8x = 8^2$

$\Rightarrow x = 8$ செ.மீ

$\therefore$ சமபக்க ΔABC இன் பக்கம் = 6 செ.மீ மற்றும் BD = 10 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு: 3.8

படத்திலிருந்து x மற்றும் y ஐக் காண்க மேலும் ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் என்பதைச் சரிபார்க்க.



தீர்வு:

இப்போது, கர்ணத்தின் மீதமைந்த செங்குத்துத் தேற்றத்தின்படி,

$AB^2 = AD \times AC$, எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$10^2 = x \times 26$

$\Rightarrow x = \frac{100}{26} = \frac{50}{13}$ அலகுகள் மற்றும்

$BC^2 = CD \times AC$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$24^2 = y \times 26$

$\Rightarrow y = \frac{576}{26} = \frac{288}{13}$ அலகுகள்.

மேலும், ΔABC இல், $AB^2 + BC^2 = 10^2 + 24^2 = 676 = 26^2 = AC^2$.

ஆகவே, ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

செயல்பாடு –2

கர்ணம் 85 ஆகவும், மற்ற இரு பக்க அளவுகள் முழுக்களாகவும் உடைய செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகளைக் காண்க.

G3Q3H1

பயிற்சி 3.1

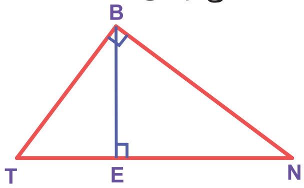
1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) ΔPQR இல், $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ எனில், ΔPQR இல் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் உச்சி ____________ ஆகும்.

(ii) 'l' மற்றும் 'm' ஆகியவை செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் மற்றும் n ஆனது செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் எனில், l^2 = ____________.

(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 5:12:13 என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், அது ஒரு ____________ முக்கோணம் ஆகும்.

(iv) ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீது ஒரு செங்குத்து வரையப்படுகிறது எனில், கிடைக்கும் மூன்று முக்கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று ____________ ஆக இருக்கும்.



(v) படத்தில் $BE^2 = TE \times$ ____________.

2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**

(i) 8, 15, 17 ஆனது ஒரு பிதாகோரியன் மூன்றன் தொகுதியாகும்.

(ii) செங்கோண முக்கோணத்தில், மிக நீளமான பக்கம் கர்ணம் ஆகும்.

(iii) $\angle R = 90^\circ$ ஆகக் கொண்ட செங்கோண முக்கோணம் PQR இல் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் ஒரு பக்கம் PQ ஆகும்.

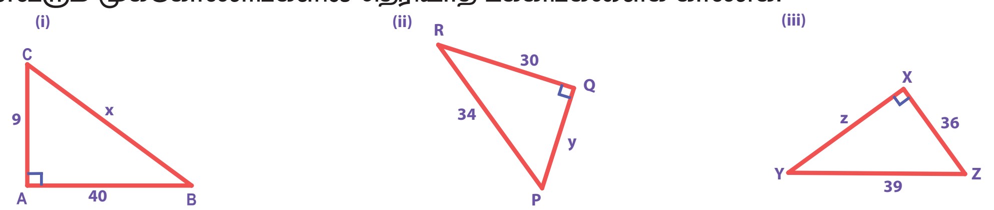
(iv) 9 மற்றும் 40 ஆகியவற்றைப் பக்கங்களாகக் கொண்ட செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் 49 ஆகும்.

(v) பிதாகரஸ் தேற்றமானது அனைத்து வகை முக்கோணங்களுக்கும் உண்மையாகும்.

3. பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்கங்கள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகுமா? என்பதைச் சரிபார்க்க.

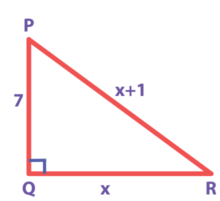
(i) 8,15,17 (ii) 12,13,15 (iii) 30,40,50 (iv) 9,40,41 (v) 24,45,51

4. பின்வரும் முக்கோணங்களில் தெரியாத பக்கங்களைக் காண்க.

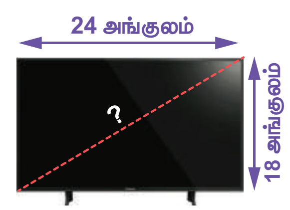


5. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தில் சமபக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 13 செ.மீ மற்றும் அடிப்பக்கம் 24 செ.மீ எனில், அதன் உயரத்தைக் காண்க.

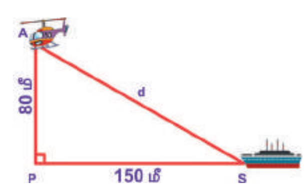
6. படத்தில் PR மற்றும் QR ஐக் காண்க.



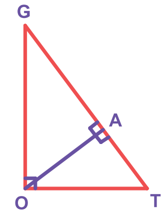
7. ஓர் எல்.இ.டி (LED) தொலைக்காட்சிப் பெட்டியின் நீளமும் அகலமும் முறையே 24 அங்குலம் மற்றும் 18 அங்குலம் எனில், அதன் மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தைக் காண்க.



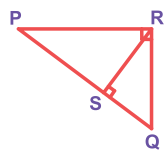
8. படத்தில் வானூர்திக்கும் கப்பலுக்கும் இடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க.



9. படத்தில், $TA=3$ செ.மீ மற்றும் $OT=6$ செ.மீ எனில், TG ஐக் காண்க.

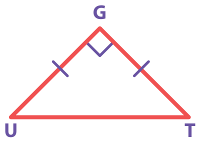


10. படத்தில், $RQ=15$ செ.மீ மற்றும் $RP=20$ செ.மீ எனில் PQ, PS மற்றும் SQ ஐக் காண்க.



Unit 3.indd 69 21-08-2019 10:46:38

கொள்குறிவகை வினாக்கள்



1. $\Delta\ GUT$ ஆனது ஓர் இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம் எனில் $\angle TUG$ என்பது ____________ ஆகும்.
   (அ) 30° (ஆ) 40° (இ) 45° (ஈ) 55°

2. 12 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ பக்க அளவுகளைக் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் ____________ ஆகும்.
   (அ) 28 செ.மீ (ஆ) 20 செ.மீ (இ) 24 செ.மீ (ஈ) 21 செ.மீ

3. நீளம் 21 செ.மீ மற்றும் மூலைவிட்டம் 29 செ.மீ அளவுடைய ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு ____________ செ.மீ^{2}
   (அ) 609 (ஆ) 580 (இ) 420 (ஈ) 210

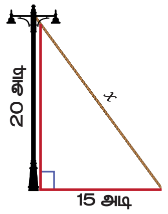
4. ஓர் இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் வர்க்கமானது 50 செ.மீ^{2} எனில் அதன் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளமும் ____________ஆகும்.
   (அ) 25 செ.மீ (ஆ) 5 செ.மீ (இ) 10 செ.மீ (ஈ) 20 செ.மீ

5. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் விகிதம் 5:12:13 மற்றும் அதன் சுற்றளவு 120 அலகுகள் எனில், அதன் பக்கங்கள்____________ ஆகும்.
   (அ) 25, 36, 59 (ஆ) 10,24,26 (இ) 36, 39, 45 (ஈ) 20,48,52

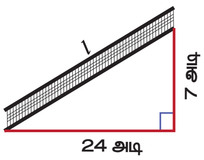
பயிற்சி 3.2

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகள் 1.2 செ.மீ, 3.5 செ.மீ மற்றும் 3.7 செ.மீ எனில், இது ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்குமா? ஆம் எனில், எந்தப் பக்கம் கர்ணமாக அமையும்?
2. ரித்திகா என்பவர் 25 அங்குலம் திரை (screen) கொண்ட ஓர் எல்.இ.டி.(LED) தொலைக்காட்சியை வாங்குகிறார். அதன் உயரம் 7 அங்குலம் எனில், திரையின் அகலம் என்ன? மேலும், அவளது தொலைக்காட்சிப் பெட்டகம் 20 அங்குலம் அகலம் கொண்டது எனில், தொலைக்காட்சியை அந்த பெட்டகத்தினுள் வைக்க இயலுமா? ஏன்?
3. படத்தில், ஒரு கம்பத்தினைத் தரையுடன் நிலைநிறுத்தத் தேவையான கம்பியின் நீளம் என்ன?

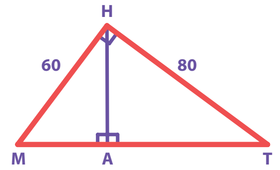


4. படத்தில், காட்டியுள்ளபடி, ஒரு மருத்துவனையில் சாய்தளம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், சாய்தளத்தின் நீளம் என்ன?



Unit 3.indd 70 21-08-2019 10:46:39

5. படத்தில் , MT மற்றும் AH ஐக் காண்க.



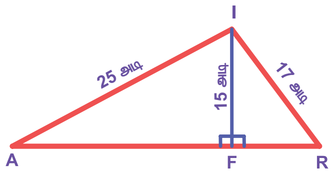
மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. மாயன் 28 கி.மீ வடக்குத் திசையிலும் பிறகு, 21 கி.மீ கிழக்குத் திசையிலும் பயணம் செய்கிறார் எனில், அவர் புறப்பட்ட இடத்திலிருந்து பயணம் செய்த குறைந்தபட்சத் தொலைவு என்ன?

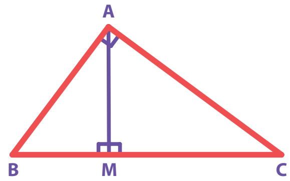
7. ΔAPK ஆனது K இல் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் ஓர் இரு சமபக்க செங்கோண முக்கோணம் எனில், $AP^2 = 2AK^2$ என நிரூபிக்கவும்.

8. ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் 12 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க. (குறிப்பு: சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமக் கூறிடும்).

9. படத்தில், AR ஐக் காண்க.



10. ΔABC ஆனது ஒரு செங்கோண முக்கோணம், அதில் $\angle A = 90°$ மற்றும் $AM \perp BC$ எனில், $AM = \dfrac{AB \times AC}{BC}$ என நிரூபிக்க. மேலும் $AB = 30$ செ.மீ மற்றும் $AC = 40$ செ.மீ எனில், AM ஐக் காண்க.



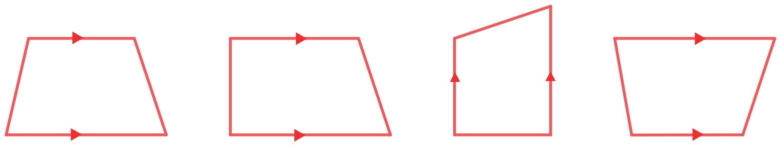
3.5 சரிவகங்கள் வரைதல்

முதல் பருவத்தில், நாற்கரங்கள் வரையும் முறையைப் பற்றிக் கற்றோம். ஒரு நாற்கரம் வரைய எத்தனை அளவுகள் தேவை? 5 அளவுகள், அல்லவா! ஐந்து அளவுகளுக்குக் குறைவாக இருப்பினும், நம்மால் அமைக்க இயலும் சிறப்பு நாற்கரங்களைப் பற்றிக் காண்போம். பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களின் பண்புகள் அடிப்படையில் ஒரு நாற்கரமானது, சரிவகம், இணைகரம், சாய்சதுரம், செவ்வகம், சதுரம் அல்லது பட்டம் போன்ற சிறப்புப் பெயர்களைப் பெற்றிருக்கும்.

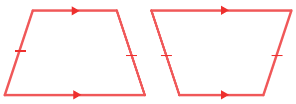
இப்போது, சரிவகத்தை எவ்வாறு அமைப்பது என்பதைக் காண்போம்.

ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களை இணையாகக் கொண்ட ஒரு நாற்கரமே சரிவகமாகும். சரிவகம் வரைவதற்கு, இணைப் பக்கங்களில் ஒன்றை அடிப்பக்கமாக வரையவும். அடிப்பக்கத்தின் மீது, மேலும் 2 அளவுகள் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை அமைக்க வேண்டும். இப்போது, அம்முக்கோணம் ஆனது இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையில் அமையுமாறு, முக்கோணத்தின் உச்சி வழியே அடிப்பக்கத்திற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். நான்காவது உச்சிப் புள்ளியானது இந்த இணைகோட்டின் மீது அமையுமாறு, மீதமுள்ள நான்காவது அளவைக் கொண்டு அப்புள்ளியைக் குறிக்கவும். எனவே, ஒரு சரிவகம் வரைவதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பில்லாத நான்கு அளவுகள் தேவைப்படுகின்றன. கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்கள், சரிவகங்களுக்குச் சிறந்த எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும்.

Unit 3.indd 71 21-08-2019 10:46:40



குறிப்பு: மேலேயுள்ள படத்தில் அம்புக்குறிகள் இணைப் பக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.



ஒரு சரிவகத்தின் இணையற்ற பக்கங்கள் சமமாகவும் அடிப்பக்கத்தின் மீது சம அளவுள்ள கோணங்களையும் உருவாக்கினால், அது ஓர் **இருசமபக்கச் சரிவகம்** ஆகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

அமெரிக்கா மற்றும் இங்கிலாந்து நாடுகளில், Trapezoid மற்றும் Trapezium ஆகியவை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு வேறுபடுத்தப்பட்டுள்ளன.

நாடுகள்	**Trapezoid**	**Trapezium**
அமெரிக்கா	ஒரு சோடி இணைப்பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரம்	இணையற்ற பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரம்
இங்கிலாந்து	இணையற்ற பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரம்	ஒரு சோடி இணைப்பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரம்

இவற்றை முயல்க

1. சரிவகத்தின் பரப்பளவு __________ ஆகும்.
2. சரிவகத்தின் இணைப்பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு __________ என அழைக்கப்படுகிறது.
3. ஒரு சரிவகத்தின் உயரமும் இணைப்பக்கங்களும் முறையே 5 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பளவு __________ ஆகும்.
4. இருசமபக்கச் சரிவகத்தில், இணையற்ற பக்கங்கள் __________ ஆக இருக்கும்.
5. சரிவகம் வரைய __________ அளவுகள் போதுமானது.
6. சரிவகத்தின் பரப்பளவும் இணைப்பக்கங்களின் கூடுதலும் 60 செ.மீ^{2} மற்றும் 12 செ.மீ எனில், அதன் உயரம் __________ ஆகும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்தி சரிவகம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

1. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்.
2. மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம்.
3. இரண்டு பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு கோணங்கள்.
4. நான்கு பக்கங்கள்.

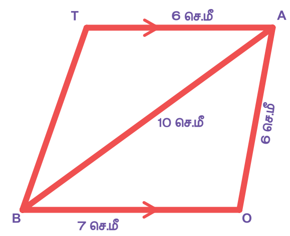
Unit 3.indd 72 21-08-2019 10:46:40

3.5.1 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.9

$\overline{BO}$ இணை $\overline{TA}$, $BO=7$ செ.மீ, $OA=6$ செ.மீ, $BA=10$ செ.மீ மற்றும் $TA=6$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட ***BOAT*** என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

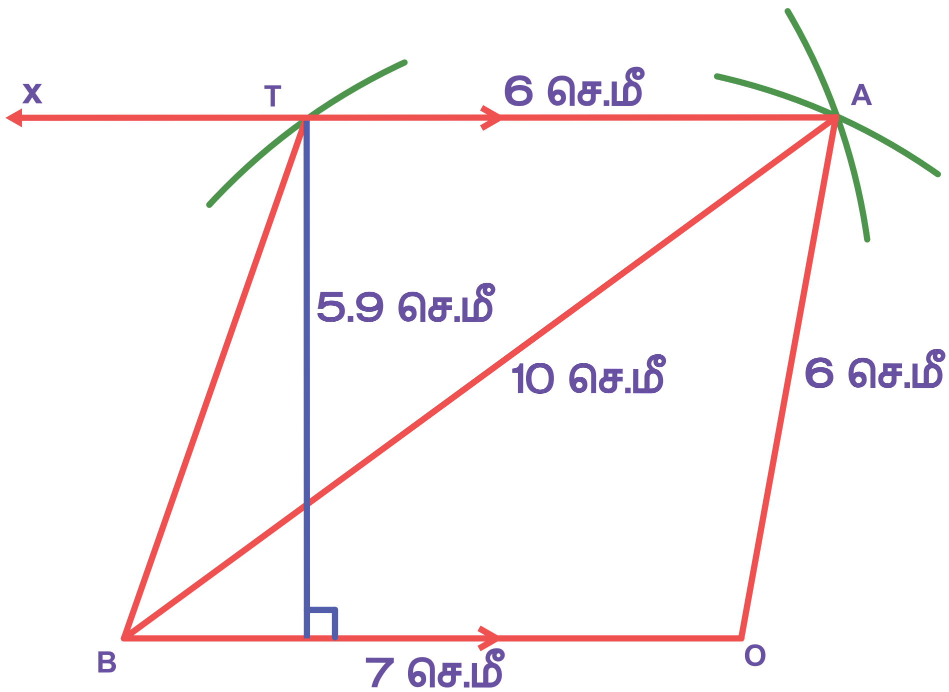
உதவிப்படம்



தீர்வு:

தரவு:

$BO=7$ செ.மீ, $OA=6$ செ.மீ, $BA=10$ செ.மீ, $TA=6$ செ.மீ மற்றும் $\overline{BO} \parallel \overline{TA}$



படிகள்:

1. $BO = 7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. B மற்றும் O ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 10 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை A இல் வெட்டட்டும்.
3. BA மற்றும் OA ஐ இணைக்க.
4. BO இக்கு இணையாக AX ஐ வரைக.
5. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது AX ஐ T இல் வெட்டுமாறு வரைக.
6. BT ஐ இணைக்க. $BOAT$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BOAT$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5.9 \times (7+6) = 38.35$ ச.செ.மீ.

Unit 3.indd 73 21-08-2019 10:46:42

3.5.2 மூன்று பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.10

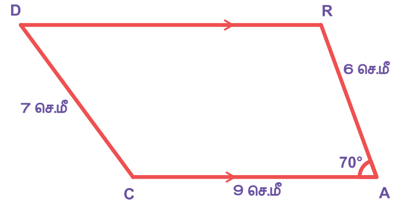
$\overline{CA}$ இணை $\overline{DR}$, $CA=9$ செ.மீ, $\angle CAR = 70^\circ$, $AR=6$ செ.மீ மற்றும் $CD=7$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட ***CARD*** என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

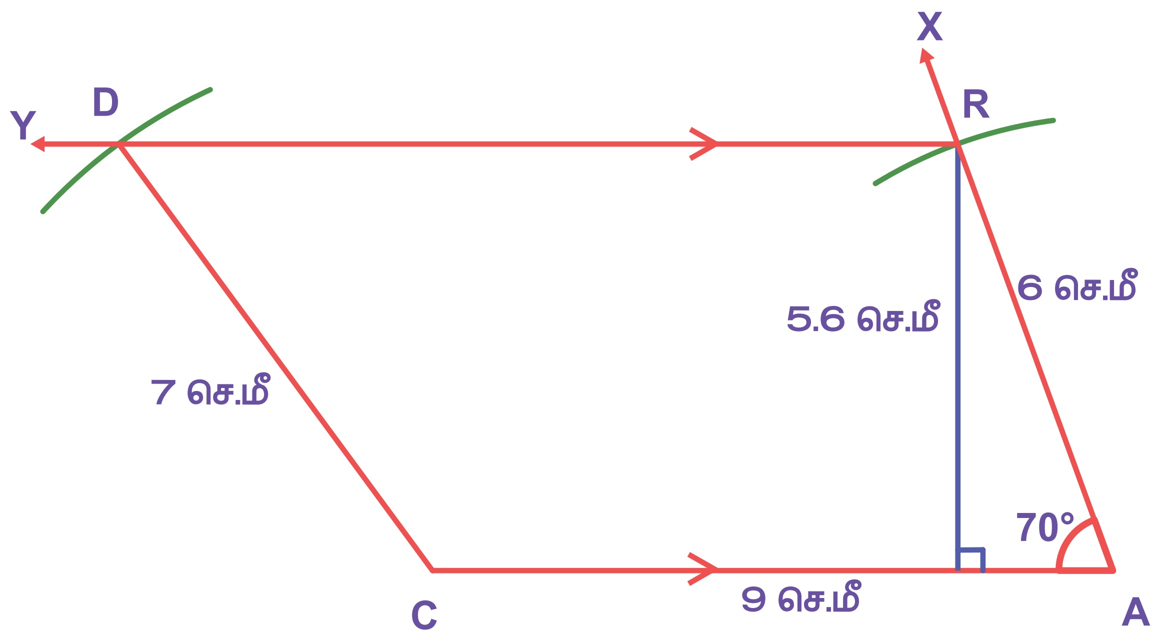
தீர்வு:

தரவு:

$CA=9$ செ.மீ, $\angle CAR = 70^\circ$, $AR=6$ செ.மீ,
$CD=7$ செ.மீ மற்றும் $\overline{CA} \parallel \overline{DR}$

உதவிப்படம்





படிகள்:

1. $CA=9$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. A இல் $\angle CAX = 70^\circ$ ஐ அமைக்க.
3. A ஐ மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது AX ஐ R இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. CA இக்கு இணையாக RY ஐ வரைக.
5. C ஐ மையமாகக் கொண்டு 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது RY ஐ D இல் வெட்டுமாறு வரைக.
6. CD ஐ இணைக்க. $CARD$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$CARD$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times (9+11) = 56$ ச.செ.மீ.

Unit 3.indd 74 21-08-2019 10:46:44

3.5.3 இரண்டு பக்கங்களும் இரண்டு கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது, சரிவகம் வரைதல்.

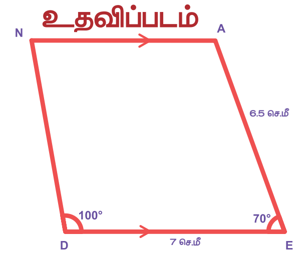
எடுத்துக்காட்டு: 3.11

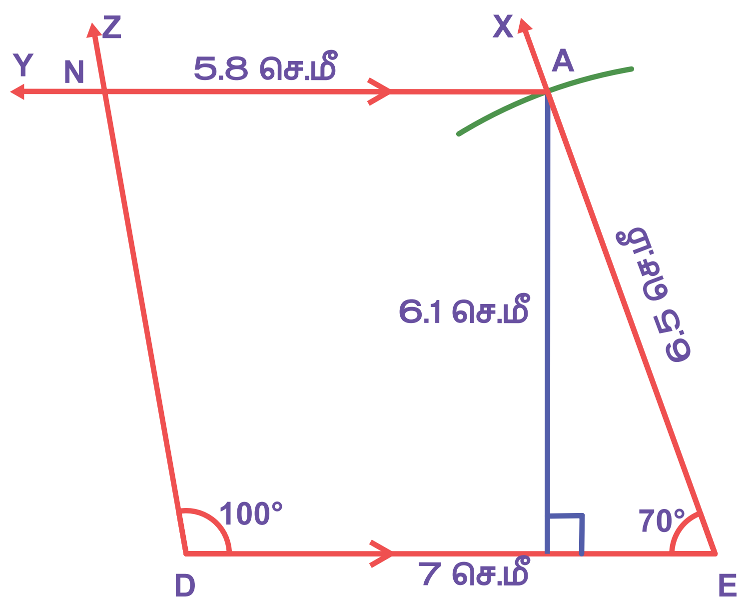
$\overline{DE}$ இணை $\overline{NA}$, DE=7 செ.மீ, EA=6.5 செ.மீ, $\angle EDN = 100^\circ$ மற்றும் $\angle DEA = 70^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $DEAN$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:
DE=7 செ.மீ, EA=6.5 செ.மீ, $\angle EDN = 100^\circ$, $\angle DEA = 70^\circ$ மற்றும் $\overline{DE} \parallel \overline{NA}$

உதவிப்படம்





படிகள்:

1. $DE = 7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. E இல் $\angle DEX = 70^\circ$ ஐ வரைக.
3. E ஐ மையமாகக் கொண்டு 6.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது EX ஐ A இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. DE இக்கு இணையாக AY ஐ வரைக.
5. AY ஐ N இல் வெட்டுமாறு D இல் $\angle EDZ = 100^\circ$ ஐ அமைக்க.
6. $DEAN$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DEAN$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 6.1 \times (7+5.8) = 39.04$ ச.செ.மீ.

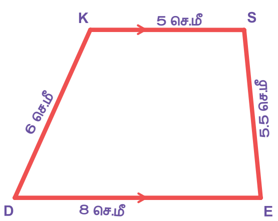
Unit 3.indd 75 21-08-2019 10:46:47

3.5.4 நான்கு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது சரிவகம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.12

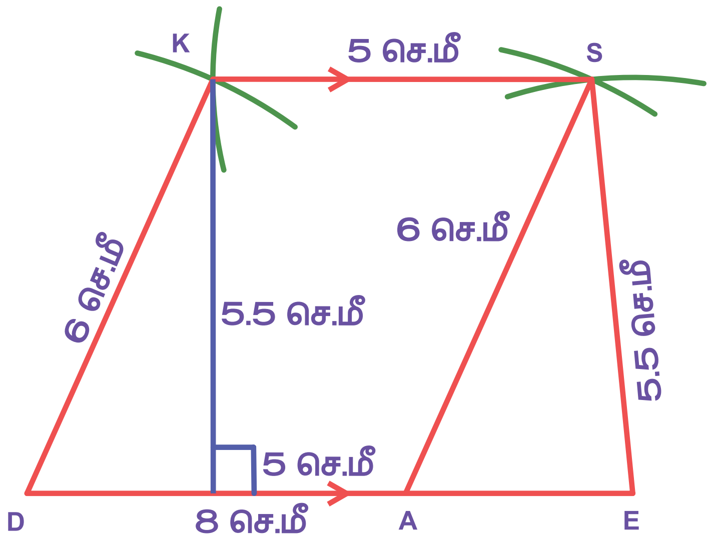
$\overline{DE}$ இணை $\overline{KS}$, DE = 8 செ.மீ, ES = 5.5 செ.மீ, KS=5 செ.மீ மற்றும் KD=6 செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $DESK$ என்ற சரிவகம் வரைந்து, அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

உதவிப்படம்



தீர்வு:

தரவு:
DE=8 செ.மீ, ES=5.5 செ.மீ, KS =5 செ.மீ,
KD=6 செ.மீ, மற்றும் $\overline{DE} \parallel \overline{KS}$



படிகள்:

1. DE = 8 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. DA = 5 செ.மீ என இருக்குமாறு, DE இன் மேல் A என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.
3. A மற்றும் E ஐ மையமாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 5.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை S இல் வெட்டட்டும். AS மற்றும் ES ஐ இணைக்க.
4. D மற்றும் S ஐ மையமாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை K இல் வெட்டட்டும். DK மற்றும் KS ஐ இணைக்க.
5. $DESK$ என்பது தேவையான சரிவகம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DESK$ என்ற சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ சதுர அலகுகள்.

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times (8+5) = 35.75$ ச.செ.மீ.

Unit 3.indd 76 21-08-2019 10:46:49

பயிற்சி 3.3

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு, பின்வரும் சரிவகங்கள் வரைந்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

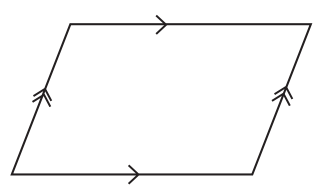
1. $AIMS$, $\overline{AI} \parallel \overline{SM}$, $AI=6$ செ.மீ, $IM=5$ செ.மீ, $AM=9$ செ.மீ மற்றும் $MS=6.5$ செ.மீ.
2. $BIKE$, $\overline{BI} \parallel \overline{EK}$, $BI=4$ செ.மீ, $IK=3.5$ செ.மீ, $BK=6$ செ.மீ மற்றும் $BE=3.5$ செ.மீ.
3. $CUTE$, $\overline{CU} \parallel \overline{ET}$, $CU=7$ செ.மீ, $\angle UCE = 80^\circ$, $CE=6$ செ.மீ மற்றும் $TE=5$ செ.மீ.
4. $DUTY$, $\overline{DU} \parallel \overline{YT}$, $DU=8$ செ.மீ, $\angle DUT = 60^\circ$, $UT = 6$ செ.மீ மற்றும் $TY=5$ செ.மீ.
5. $ARMY$, $\overline{AR} \parallel \overline{YM}$, $AR=7$ செ.மீ, $RM=6.5$ செ.மீ, $\angle RAY = 100^\circ$ மற்றும் $\angle ARM = 60^\circ$
6. $BELT$, $\overline{BE} \parallel \overline{TL}$, $BE=10$ செ.மீ, $BT=7$ செ.மீ, $\angle EBT = 85^\circ$ மற்றும் $\angle BEL = 110^\circ$.
7. $CITY$, $\overline{CI} \parallel \overline{YT}$, $CI=7$ செ.மீ, $IT=5.5$ செ.மீ, $TY=4$ செ.மீ மற்றும் $YC=6$ செ.மீ.
8. $DICE$, $\overline{DI} \parallel \overline{EC}$, $DI=6$ செ.மீ, $IC= ED=5$ செ.மீ மற்றும் $CE=3$ செ.மீ.

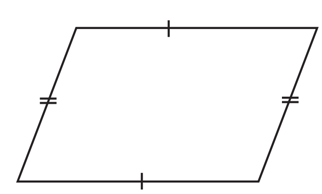
3.6 இணைகரம் வரைதல்

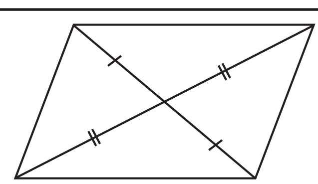
முந்தைய பகுதியில், சரிவகத்தை எவ்வாறு வரைவது எனக் கற்றுக் கொண்டோம். ஒரு சரிவகத்தில், ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும் அல்லவா! அப்படியெனில் மற்றொரு சோடி எவ்வாறு இருக்கும்? அவை இணையற்ற பக்கங்கள் ஆகும். இரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களும் இணையாக உள்ள நாற்கரங்களை உங்களால் ஊகிக்க இயலுமா? ஆம். அவற்றை இணைகரம், சாய்சதுரம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரம் என்று அழைக்கிறோம்.

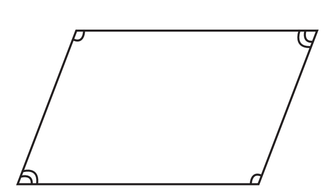
இங்கு, இணைகரத்தைப் பற்றிக் காண்போம். **எதிரெதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரமே இணைகரமாகும்.** இணைகரம் வரைய, கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் வரைக. பிறகு, அடுத்தடுத்த பக்கங்களின் அளவுகளையே மீண்டும் பயன்படுத்தி நான்காவது உச்சியைக் காணலாம். எனவே, இணைகரம் வரைவதற்கு ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற மூன்று அளவுகள் போதுமானதாக இருக்கும்.

குறிப்பு


ஒத்த அம்புக்குறிகள் இணைப்பக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.


ஒத்தக் கோடுகள் சமபக்கங்களைக் குறிக்கின்றன.


மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடும் என்பதைப் படம் காட்டுகிறது.

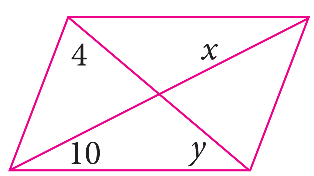
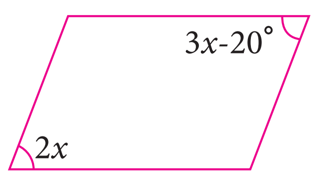
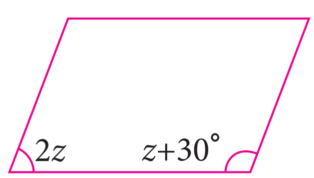

எதிரெதிர்க் கோணங்கள் சமமாக இருப்பதைப் படம் காட்டுகிறது.

சிந்திக்க

சாய்சதுரம், சதுரம் அல்லது செவ்வகம் ஆகியவற்றை இணைகரம் என்று கூற இயலுமா? உனது விடையை நியாயப்படுத்துக.

இவற்றை முயல்க

1. இணைகரத்தில் எதிரெதிர்ப்பக்கங்கள் ____________ மற்றும் ____________ ஆக இருக்கும்.
2. $ABCD$ என்ற இணைகரத்தில் $\angle A$ ஆனது 100° எனில், $\angle B$, $\angle C$ மற்றும் $\angle D$ ஐக் காண்க.
3. இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று ____________.
4. இணைகரத்தின் அடிப்பக்கம் மற்றும் உயரம் முறையே 20 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பளவு ____________ ஆகும்.
5. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இணைகரத்தில் தெரியாத மதிப்புகளைக் காண்க. மேலும், அவற்றைக் காண்பதற்குப் பயன்படுத்திய பண்புகளையும் எழுதுக.

	1. $x =$ ____________. 2. பண்பு = ____________.
	1. $x =$ ____________. 2. $y =$ ____________. 3. பண்பு = ____________.
	1. $x =$ ____________. 2. பண்பு = ____________.
	1. $z =$ ____________. 2. பண்பு = ____________.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைப் பயன்படுத்தி இணைகரத்தை வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

1. இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு கோணம்.
2. இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்.
3. இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் மற்றும் அவற்றிற்கிடைப்பட்ட ஒரு கோணம்.
4. ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்.

Unit 3.indd 78 21-08-2019 10:46:51

3.6.1 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்.

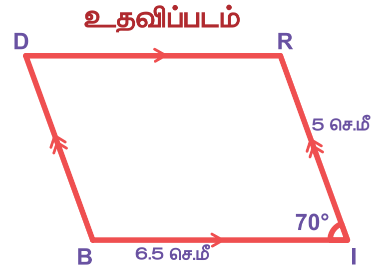
எடுத்துக்காட்டு: 3.13

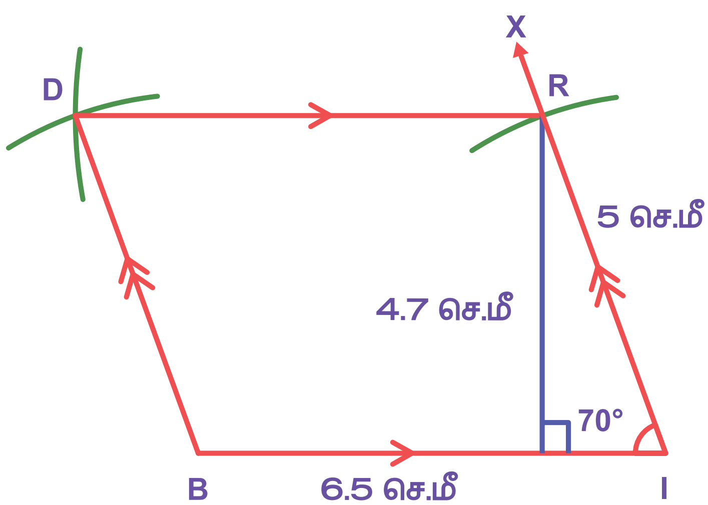
$BI=6.5$ செ.மீ, $IR=5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BIR=70^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $BIRD$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:

$BI=6.5$ செ.மீ, $IR=5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BIR=70^\circ$





படிகள்:

1. $BI=6.5$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{BI}$ இன் மீது I இல் $\angle BIX = 70^\circ$ ஐ அமைக்க.
3. I ஐ மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது IX ஐ R இல் வெட்டுமாறு வரைக.
4. B மற்றும் R ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 5 செ.மீ மற்றும் 6.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை D இல் வெட்டட்டும்.
5. BD மற்றும் RD ஐ இணைக்க.
6. $BIRD$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BIRD$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

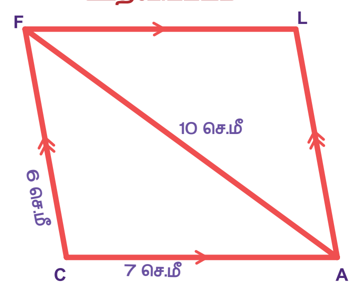
$= 6.5 \times 4.7 = 30.55$ ச.செ.மீ.

3.6.2 இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.14

$CA=7$ செ.மீ, $CF=6$ செ.மீ மற்றும் $AF=10$ செ.மீ அளவுகளைக் கொண்ட $CALF$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

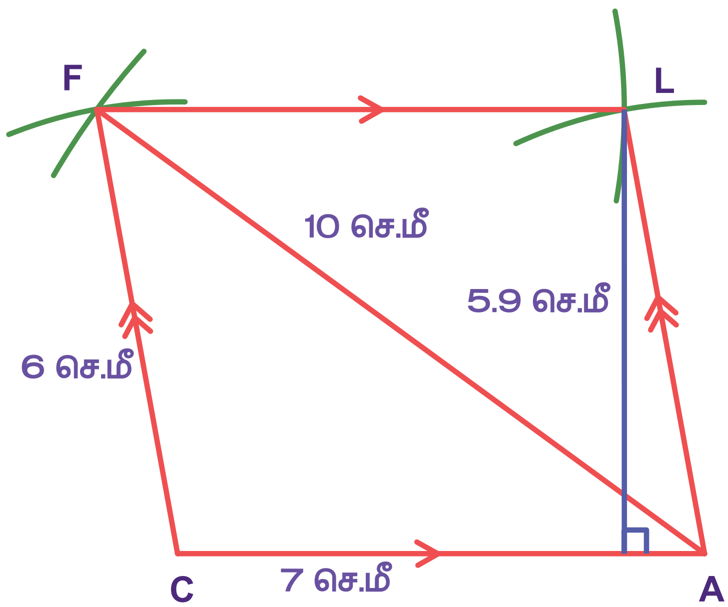
உதவிப்படம்



தீர்வு:

தரவு:

$CA=7$ செ.மீ, $CF=6$ செ.மீ மற்றும் $AF=10$ செ.மீ



படிகள்:

1. $CA=7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. C மற்றும் A ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை F இல் வெட்டட்டும்.
3. CF மற்றும் AF ஐ இணைக்க.
4. A மற்றும் F ஐ மையங்களாகக் கொண்டு, முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவிற்கள் வரைக. அவை L இல் வெட்டட்டும்.
5. AL மற்றும் FL ஐ இணைக்க.
6. $CALF$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$CALF$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 7\times5.9 = 41.3$ ச.செ.மீ.

Unit 3.indd 80 21-08-2019 10:46:54

3.6.3 இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்.

எடுத்துக்காட்டு: 3.15

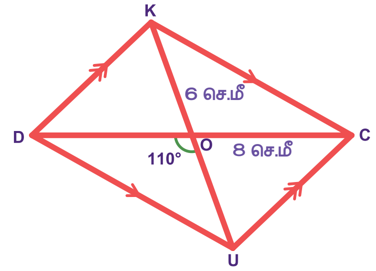
$DC=8$ செ.மீ, $UK=6$ செ.மீ மற்றும் $\angle DOU=110^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $DUCK$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

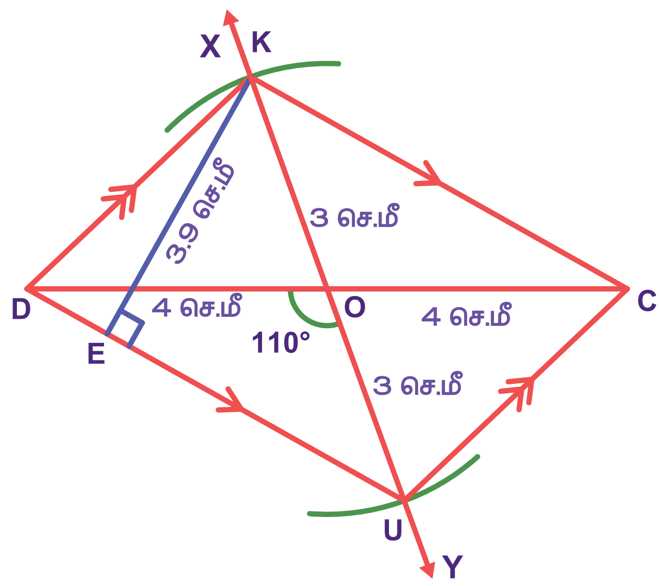
தீர்வு:

தரவு:

$DC=8$ செ.மீ, $UK=6$ செ.மீ மற்றும் $\angle DOU=110^\circ$

உதவிப்படம்





படிகள்:

1. $DC=8$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{DC}$ இன் மையப்புள்ளி O ஐக் குறிக்க.
3. O வழியாக $\angle DOY=110^\circ$ என இருக்குமாறு $\overleftrightarrow{XY}$ என்ற கோடு வரைக.
4. O ஐ மையமாகக் கொண்டு $\overline{DC}$ இன் இரு புறங்களிலும், $\overleftrightarrow{XY}$ இன் மீது 3 செ.மீ ஆரமுள்ள இரண்டு வட்ட விற்களை வரைக. அவை $\overrightarrow{OX}$ ஐ K இலும், $\overrightarrow{OY}$ ஐ U இலும் வெட்டட்டும்.
5. $\overline{DU}, \overline{UC}, \overline{CK}$ மற்றும் $\overline{KD}$ ஐ இணைக்க.
6. $DUCK$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$DUCK$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 5.8 \times 3.9 = 22.62$ ச.செ.மீ.

Unit 3.indd 81 21-08-2019 10:46:58

3.6.4 ஒரு பக்கம், ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது இணைகரம் வரைதல்.

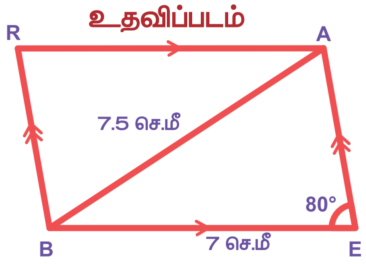
எடுத்துக்காட்டு: 3.16

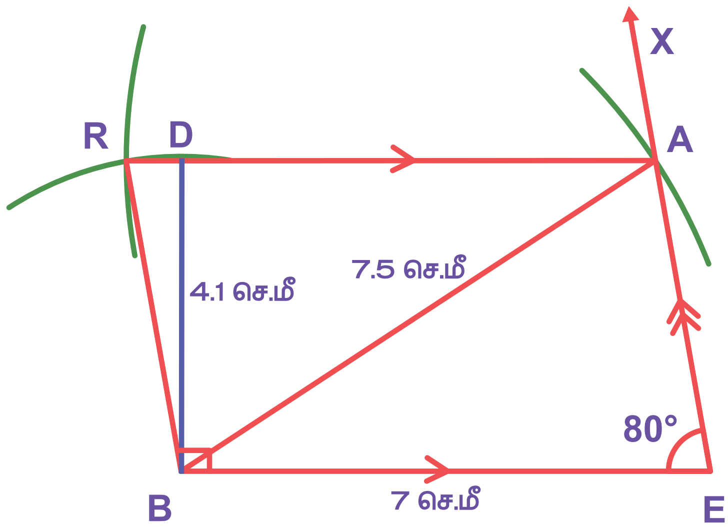
$BE=7$ செ.மீ, $BA=7.5$ செ.மீ மற்றும் $\angle BEA=80^\circ$ அளவுகளைக் கொண்ட $BEAR$ என்ற இணைகரம் வரைந்து அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவு:

BE=7செ.மீ, BA=7.5செ.மீ மற்றும் $\angle BEA=80^\circ$





படிகள்:

1. $BE=7$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\overline{BE}$ இன் மீது E இல் $\angle BEX=80^\circ$ ஐ அமைக்க.
3. B ஐ மையமாகக் கொண்டு 7.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லானது EX ஐ A இல் வெட்டுமாறு வரைந்து, BA ஐ இணைக்க.
4. B ஐ மையமாகக் கொண்டு, $\overline{AE}$ ன் நீளத்திற்குச் சமமான ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில் வரைக.
5. A ஐ மையமாகக் கொண்டு, 7 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டவில் வரைக. அவை R இல் வெட்டட்டும்.
6. BR மற்றும் AR ஐ இணைக்க.
7. $BEAR$ என்பது தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

பரப்பளவைக் கணக்கிடுதல்:

$BEAR$ என்ற இணைகரத்தின் பரப்பளவு $= bh$ சதுர அலகுகள்.

$= 7\times4.1= 28.7$ ச.செ.மீ.

Unit 3.indd 82 21-08-2019 10:47:00

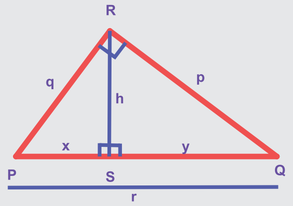
பயிற்சி 3.4

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்டு பின்வரும் இணைகரங்களை வரைந்து, அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

1. $ARTS$, $AR=6$ செ.மீ, $RT=5$ செ.மீ மற்றும் $\angle ART=70°$
2. $BANK$, $BA=7$ செ.மீ, $BK=5.6$ செ.மீ மற்றும் $\angle KBA=85°$.
3. $CAMP$, $CA=6$ செ.மீ, $AP=8$ செ.மீ மற்றும் $CP=5.5$ செ.மீ.
4. $DRUM$, $DR=7$ செ.மீ, $RU=5.5$ செ.மீ மற்றும் $DU=8$ செ.மீ.
5. $EARN$, $ER=10$ செ.மீ, $AN=7$ செ.மீ மற்றும் $\angle EOA=110°$. $\overline{ER}$ மற்றும் $\overline{AN}$ ஆகியவை O இல் வெட்டுகின்றன.
6. $FAIR$, $FI=8$ செ.மீ, $AR=6$ செ.மீ மற்றும் $\angle IOR=80°$. $\overline{FI}$ மற்றும் $\overline{AR}$ ஆகியவை O இல் வெட்டுகின்றன.
7. $GAIN$, $GA=7.5$ செ.மீ, $GI=9$ செ.மீ மற்றும் $\angle GAI=100°$.
8. $HERB$, $HE=6$ செ.மீ, $\angle EHB=60°$ மற்றும் $EB=7$ செ.மீ.

பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், கர்ணத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். இதுவே பிதாகரஸ் தேற்றமாகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் நீளமான பக்கத்தின் மீதமைந்த சதுரத்தின் பரப்பளவானது, மற்ற இரண்டு பக்கங்களின் மீதமைந்த சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில், அந்த முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் ஆகும். இது பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையாகும்.
- செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீது ஒரு செங்குத்து வரையப்படுகிறது எனில்,
  - (i) இரு முக்கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணத்திற்கு வடிவொத்தவையாக அமைவதுடன் அவை ஒன்றுக்கொன்று வடிவொத்தவையாகவும் இருக்கும். அதாவது, $\Delta PRQ \sim \Delta PSR \sim \Delta RSQ$
  - (ii) $h^2 = xy$.
  - (iii) $p^2 = yr$ மற்றும் $q^2 = xr$, இங்கு $r = x+y$.

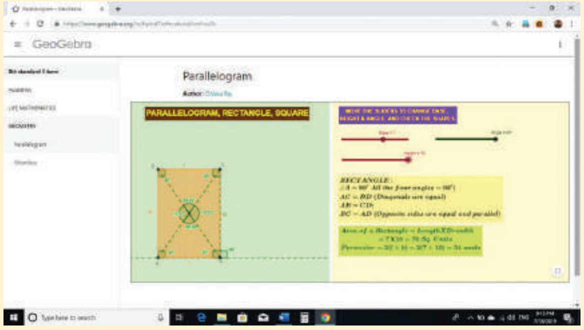


- ஒரு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களை இணையாகக் கொண்ட ஒரு நாற்கரமே சரிவகமாகும்.
- எதிரெதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ள நாற்கரமே இணைகரமாகும்.

Unit 3.indd 83 21-08-2019 10:47:03

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

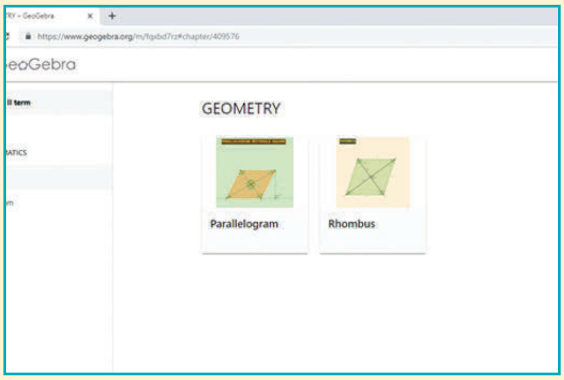


படி – 1

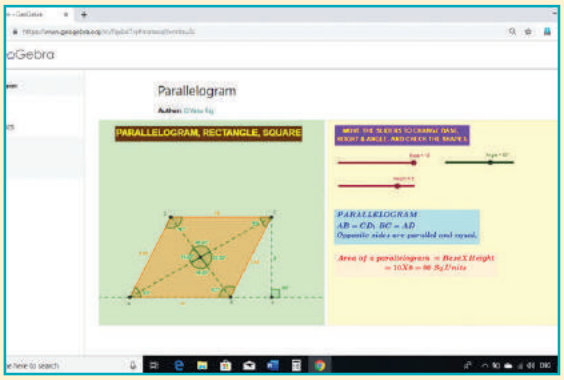
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 'வடிவியல்' என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'இணைகரம்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி – 2

கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் நீங்கள் ஸ்லைடர்களை அடிப்படை, உயரம் மற்றும் கோணத்தை நகர்த்தலாம். இணையான வரைபடம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரமாக மாறுகிறது என்பதை சரிபார்க்கவும். பண்புகளை ஆய்வு செய்யவும்.



படி 1



படி 2

இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

வடிவியல்:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409576

விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit 3.indd 84 21-08-2019 10:47:03

4 தகவல் செயலாக்கம்

C9S2A2

கற்றல் நோக்கங்கள்

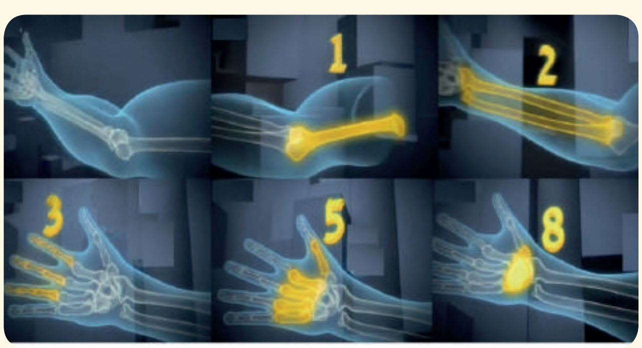
- பிபனோசி எண் அமைப்பை உடல் மற்றும் உயிரியல் வடிவங்களில் கண்டுணர்ந்து கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொதுக் காரணியைக் (மீ. பொ. கா.) கண்டுபிடிக்கும் சிறந்த முறையினை ஆராய்ந்து அறிதல்.
- கொடுக்கப்படும் தகவல்களை மறைகுறியாக்கம் (encrypted) மற்றும் மறைகுறிவிலக்கம் (decrypted) செய்யும் முறையினைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.

4.1 அறிமுகம்

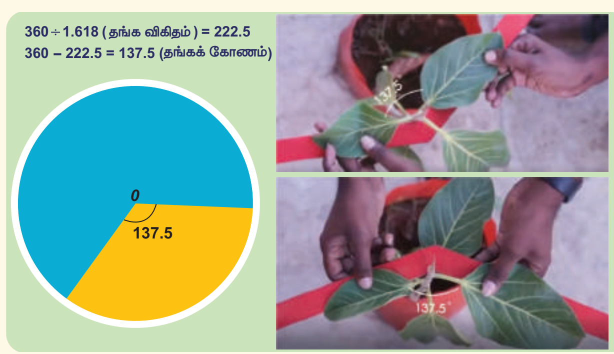
இயற்கையின் அழகான வடிவங்கள் மற்றும் மனிதனால் உருவாக்கப்பட்ட பொருள்கள் அனைத்தும் எவ்வாறு கணிதத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்பது குறித்து முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுக் கொண்டோம். இப்போது, நம்மைச் சுற்றியுள்ள பொருள்களில், உடல் மற்றும் உயிரியல் அமைப்புகளில் கணிதம் எவ்வாறு அழகாகத் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது என்பதைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

ஒவ்வோர் அணுக்கரு முதல் அளவிட முடியாத விண்மீன் திரள்களின் சுருள்கள் வரை, இயற்கையின் அனைத்து அதிசயங்களிலும் ஒரு அழகான தொடர் சுருள் அமைப்பு பிபனோசி எண்தொடர் அமைப்பில் உள்ளதைக் காணலாம். இப்போது, இதனைப் பற்றி மேலும் அறிந்துகொள்வோம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் தகவல் செயலாக்கம்



உயிரியலில் பிபனோசி எண்களுக்கான எடுத்துக்காட்டு



தாவரங்களில் தங்கக்கோண (Golden Angle) அமைப்பைக் கண்டுணர்தல்

4.2 பிபனோசி எண்கள்

இத்தாலி நாட்டைச் சார்ந்த பிபனோசி (இயற்பெயர் லியோனார்டோ பொனாச்சி) என்ற கணிதவியலார் பிபனோசி எண் தொடரை உருவாக்கினார். பிபனோசி எண்கள் 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... என்ற தொடர்வரிசையாகக் காணப்படுகிறது. ஏற்கனவே இந்த எண் தொடரைப் பற்றி 6ஆம் வகுப்பில் நாம் படித்ததை நினைவுகூர்வோம்.

பிபனோசி எண்தொடரை அட்டவணைப்படுத்துவதன் மூலம் பொது விதியை, அறிந்துகொள்ளலாம்.

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F (n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...

நாம் பிபனோசி எண் தொடரில் உற்றுநோக்கி அறிவது, அதன் **3வது உறுப்பானது இரண்டாவது மற்றும் முதலாவது உறுப்பின் கூட்டுத் தொகை** என்பது தான்.

F(1)	F(2)	F(3)	F(4)	F(5)	F(6)	F(7)	...
1	1	2	3	5	8	13	...

+ =

F(3) = F(2)+F(1)

அதாவது, F(3) = F(2) + F(1) எனலாம். மேலும்

இதனைப் பொது விதியாகக் கூறினால் **F(n)= F(n–1) + F(n–2)** ஆகும்.

இங்கு **F(n)** என்பது **n**வது பிபனோசி உறுப்பு என எடுத்துக்கொண்டால்,

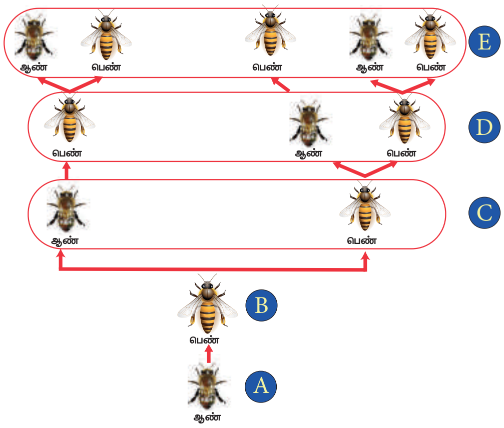
F(n–1) என்பது **n**வது உறுப்பின் முந்தைய மதிப்பாகும் ,

F(n–2) என்பது **F(n–1)** இன் முந்தைய மதிப்பாகும்.

இவ்வாறே, பிபனோசி எண் தொடர் முழுவதும் அமைந்துள்ளது. இதனைப் பின்வரும் வாழ்வியல் நிகழ்வுகள் மூலம் மேலும் நன்றாகப் புரிந்துக்கொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஆண் தேனீ (drone bee) மற்றும் பெண் தேனீ (queen bee) இன் மரவுரு வரைப்படத்தைப் பார்க்கவும். இங்கே, ஒரு பெண் தேனீக்கு 1 ஆண் தேனீ மற்றும் 1 பெண் தேனீ பெற்றோராக உள்ளனர், ஆனால், ஒரு ஆண் தேனீக்கு ஒரே ஒரு பெண் தேனீ மட்டும் பெற்றோராக உள்ளது. (ஏனெனில், ஒரு ஆண் தேனீயானது ஒரு பெண் தேனீயின் கருத்தரிக்கப்படாத முட்டைகளால் உருவாகிறது. எனவேதான் ஆண் தேனீக்கு ஒரு தாய் மட்டுமே இருக்கிறார், தந்தை இல்லை) இந்த வகையில் படத்திலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது.



1. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 1 தாய் Ⓑ மட்டும் பெற்றோராக உள்ளது.
2. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 1 பாட்டன் மற்றும் 1 பாட்டி Ⓒ) என இரண்டு பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.
3. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 1 பூட்டன் மற்றும் 2 பூட்டி Ⓓ, என மூன்று பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.
4. ஒரு ஆண் தேனீக்கு Ⓐ 2 ஓட்டன் மற்றும் 3 ஓட்டி Ⓔ, என ஐந்து பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.

இப்போது, ஆண் தேனீக்கு Ⓐ எத்தனை சேயோன் மற்றும் சேயோள் பெற்றோர் இருப்பார்கள் என்று கூறுங்கள் பார்க்கலாம்?

இங்கே, நாம் தேனீக்களின் எண்ணிக்கையினை அட்டவணைப்படுத்துவதன் மூலம் ஆண் மற்றும் பெண் தேனீக்களின் குடும்ப உறவுகளின் அமைப்பைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

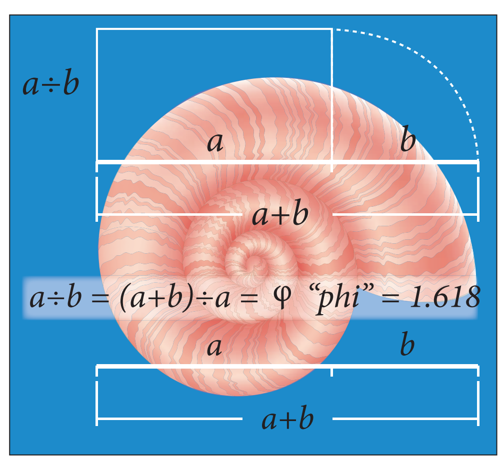
எண்ணிக்கை (A)	பெற்றோர் (B)	பாட்டன், பாட்டி (C)	பூட்டன், பூட்டி (D)	ஓட்டன், ஓட்டி (E)	சேயோன், சேயோள் (F)
ஆண்தேனீ (1) (drone bee)	1	2	3	5	8
பெண் தேனீ (1) (female bee)	2	3	5	8	13

மேலே உள்ள அட்டவணையில் நாம் 1, 1, 2, 3, 5, 8… பிபனோசி எண் தொடரின் அமைப்பைக் காண்கிறோம்.

இயற்கையில் பிபனோசி எண்களின் அமைப்பு தேனீக்களின் எண்ணிக்கையில் மட்டும் நிகழுவது அல்ல. அவை மரங்கள், இலைகள், விதைகள், சிப்பிகள் மற்றும் புயல்கள் உள்ளிட்ட அனைத்து அழகான வடிவங்களிலும், நமக்குள்ளும் காணப்படுகின்றன. ஆம், நாமேக்கூட பிபனோசி எண் தொடரின் வடிவத்திற்குச் சிறந்த எடுத்துக்காட்டாக உள்ளோம். நமது முகம், காது, கை, கால்கள் உள்ளிட்ட உடல் உறுப்புகள் அனைத்திலும் பிபனோசி எண்களின் அமைப்பைக் காணலாம். இதிலிருந்து நாம் கணித ரீதியாக அழகாக வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளோம் என்பது புலனாகிறது அல்லவா? இப்போது, இதற்கு முன் நீங்கள் நினைத்ததை விடக் கணிதம் சிறப்பானதாக உள்ளது என்பதை உணருகிறீர்கள் தானே? இனி, நாம் பிபனோசி எண்தொடரின் அமைப்பில் உள்ள மேலும் சில வடிவங்களைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

4.2.1 பிபனோசி எண் தொடரில் உள்ள வடிவ அமைப்புகள்:

பிபனோசி எண் தொடரில் அடுத்தடுத்த இரண்டு எண்களில் பெரிய எண்ணைச் சிறிய எண்ணால் வகுக்கும் போதோ அல்லது அடுத்தடுத்த சோடி எண்ளின் கூட்டுத் தொகையைப் பெரிய எண்ணால் வகுக்கும் போதோ கிடைக்கும் விகிதமே **தங்க விகிதம் (Golden Ratio)** எனப்படும் ("phi"(φ) மதிப்பு = 1.618) எடுத்துக்காட்டாக. **(2÷1=2, 3÷2=1.5, 5÷3=1.666.., 8÷5=1.6...... 233÷144=1.618....)**



அருகிலுள்ள படத்தின் மூலம் **தங்கச் செவ்வகத்தின் (Golden Rectangle)** விகிதத்தைப் பற்றி அறிந்துகொள்ள முடிகிறது. படத்தில் தங்கச் செவ்வகம், a மற்றும் b என இரு பகுதிகளாகப் பிரித்துக்காட்டப்பட்டு அவற்றின் விகிதமே **தங்க விகிதம் (Golden Ratio)("phi"(φ) மதிப்பு = 1.618)** என்பது சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளது. இதனை மேலும் கவனித்துப் பார்க்கும்போது, இரு பகுதிகளின் கூட்டுத் தொகை (a+b)ஐ இடதுபக்க எண் (a) ஆல் வகுக்கும்போது தங்க விகிதத்தின் மதிப்பைப் பெறமுடிகிறது என்பதையும் உணர்ந்து கொள்கிறோம். (எடுத்துக்காட்டாக, **9வது** மற்றும் **8வது** பிபனோசி எண்களை **a = 34** மற்றும் **b = 21** என எடுத்துக்கொண்டு கணக்கிட்டால்,

(i) a÷b=34÷21=1.61 மற்றும்

(ii) (a+b)÷a=(34+21)÷ 34=1.61 ஆகும்.

எனவே, இதிலிருந்து நாம் அறிவது **a÷b=(a+b)÷a= (φ) = 1.61** கிடைக்கிறது என்பதாகும்.)

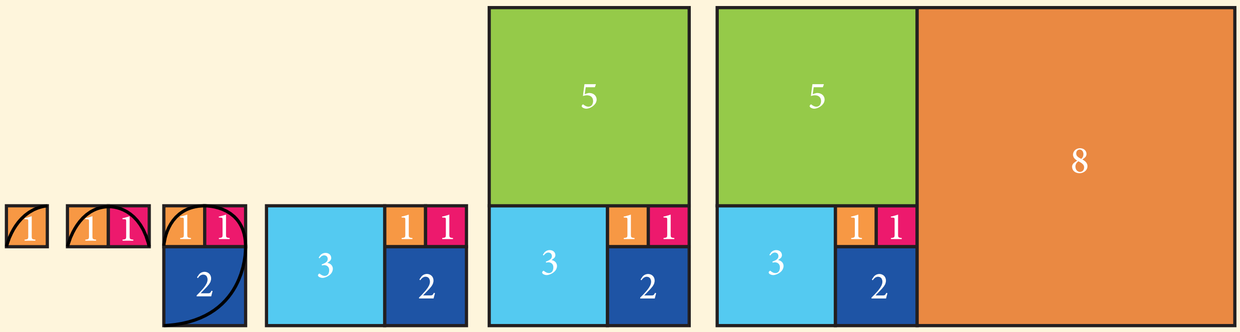
மேற்கண்ட நத்தைப் படத்தை கவனிக்கும்போது பிபனோசி எண்கள் **தங்கச் சுருளை (Golden Spiral)** உருவாக்குகிறது என்பதை அறிந்துகொள்கிறோம். பிபனோசி எண்தொடரானது,

Unit 4.indd 87 21-08-2019 11:15:03

தங்கச் செவ்வகம் மற்றும் **தங்க விகிதத்திற்கும்** எவ்வாறு தொடர்புடையது எனப் பின்வரும் செயல்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் அறிந்துகொள்ளலாம்.

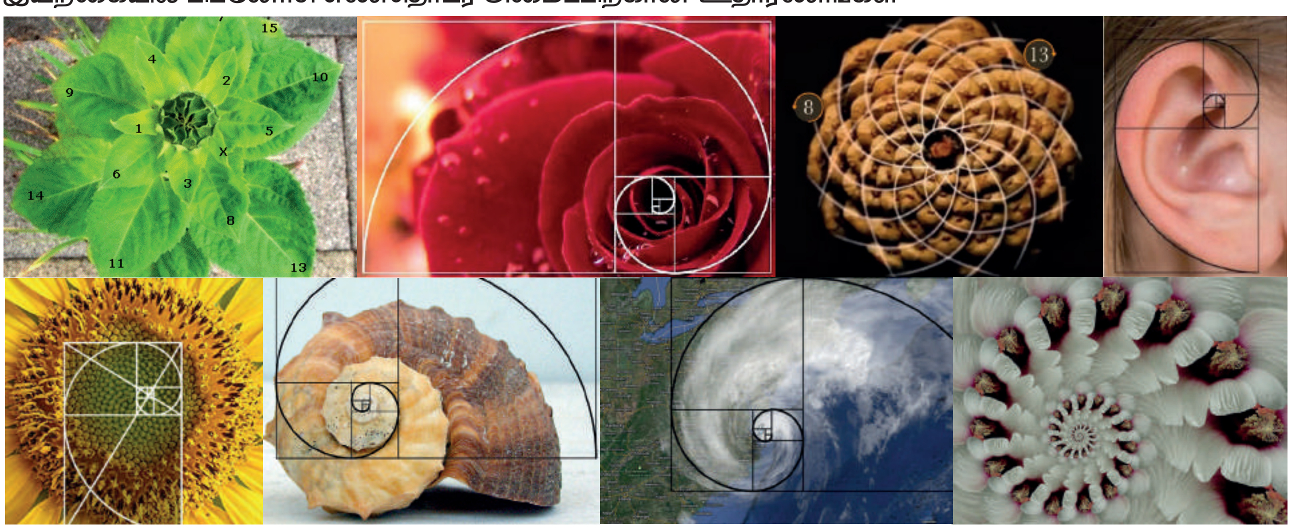
செயல்பாடு – 1

I. பிபனோசி சதுரங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு தங்கச் சுருளை வரைதல் – படத்தில் காட்டியுள்ளதுப்போல் சதுரங்களின் மூலைவிட்டங்களை ஒன்றோடொன்று வளைவுக் கோட்டினால் இணைப்பதன் மூலம் தங்கச் சுருளை (Golden Spiral) வரையலாம்.



பிபனோசி சதுரங்கள்

இயற்கையில் பிபனோசி எண்தொடர் அமைப்பிற்கான உதாரணங்கள்



எடுத்துக்காட்டு: 4.1

புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள் வளர்ந்து அடுத்த மாதத்திலிருந்து ஒவ்வொரு மாதமும் ஒரு புதிய சோடி முயல்களை இனப்பெருக்கம் செய்கின்றன எனக் கொள்வோம். அவற்றிற்குப் பிறந்த புதிய ஒரு சோடி முயல்களும் வளர்ந்தவுடன் அவையும் மறுமாதத்திலிருந்து அவ்வாறே ஒரு புதிய சோடி முயல்களை இனப்பெருக்கம் செய்கிறதென்றால் ஒவ்வொரு மாதத்திற்குப் பிறகும் உள்ள சோடி முயல்களின் எண்ணிக்கையினை அட்டவணைப்படுத்துக.

தீர்வு:

கீழேயுள்ளப் படத்தின் மூலம், முயல்களின் எண்ணிக்கை 1, 1, 2, 3, 5, 8…. என்ற வரிசையில் உருவாவதை தெளிவாகக் காணலாம். ஒவ்வொரு எண்ணும் அதன் முந்தைய இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக அமைந்துள்ளதால், இங்கும் பிபனோசி எண்தொடரை நாம் காண்கிறோம். இதனடிப்படையில் பனிரெண்டாவது மாதத்தில் 144 சோடி முயல்கள் நமக்கு கிடைக்கிறது. இது பிபனோசி எண்தொடரில் உள்ள பனிரெண்டாவது உறுப்பைக் (144) குறிக்கிறது.

Unit 4.indd 88 21-08-2019 11:15:03

முதலாவது மாதம்
= 1(கொடுக்கப்பட்ட புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள்)

இரண்டாவது மாதம்
= 1(வளர்ந்த ஒரு சோடி முயல்கள்)

மூன்றாவது மாதம்
= 1(வளர்ந்த ஒரு சோடி முயல்கள்)
+1(புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள்) = 2

நான்காவது மாதம்
= 2(வளர்ந்த ஒரு சோடி முயல்கள்)
+1(புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள்) = 3

ஐந்தாவது மாதம்
= 3(வளர்ந்த ஒரு சோடி முயல்கள்)
+2(புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள்) = 5

ஆறாவது மாதம்
= 5(வளர்ந்த ஒரு சோடி முயல்கள்)
+3(புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள்) = 8

இதனைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

மாதங்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
சோடி முயல்களின் எண்ணிக்கை	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

செயல்பாடு–2

கொடுக்கப்பட்டுள்ள **அட்டவணை 1** ஐப் பயன்படுத்தி, கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு விடையறிந்து **அட்டவணை 2**இல் வண்ணமிடுக. மாதிரிக்காக ஒரு விடை வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 1

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

1. இரட்டை பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
   உறுப்பு (**n**) மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** ஆகிய இரண்டையும் மஞ்சள் நிறத்தில் வண்ணமிடுக.
   ஏதேனும் ஓர் எண் அமைப்பை உங்களால் காண முடிகிறதா ?
   ஒவ்வொரு **மூன்றாவது** பிபனோசி எண்ணும் **இரண்டின் மடங்காக** உள்ளது. அதாவது, பிபனோசி எண் F(3) ஆனது இரண்டின் மடங்கு ஆகும் அல்லது 2 = பிபனோசி எண் F(3) ஆகும்.

2. 3இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
   உறுப்பு (**n**) மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** இரண்டையும் சிவப்பு நிறத்தில் வண்ணமிடுக.
   நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
   ஒவ்வொரு .... பிபனோசி எண்ணும் ....எண்களாக உள்ளது.

3. 5இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
   உறுப்பு (**n**) மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** ஆகிய இரண்டையும் நீல நிறத்தில் வண்ணமிடுக.
   நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
   ஒவ்வொரு......................... .... எண்களாக உள்ளது.

4. **8இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?**

உறுப்பு (**n**) மற்றும் பிபனோசி எண் **F(n)** ஆகிய இரண்டையும் பச்சை நிறத்தில் வண்ணமிடுக. நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.

ஒவ்வொரு .... எண்களாக உள்ளது.

அட்டவணை 2

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

மேற்கண்ட செயல்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் நாம் முடிவிற்கு வருவது, ஒவ்வொரு பிபனோசி எண்களும், அதன் உறுப்புகளின் மடங்கு பிபனோசி எண்களின் காரணி ஆகும்.

	n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
	F(n)	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...
காரணிகள்	2=F(3)	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	ஒவ்வொரு 3வது பிபனோசி எண்ணும் 2இன் மடங்கு
	3=F(4)	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	ஒவ்வொரு 4வது பிபனோசி எண்ணும் 3இன் மடங்கு
	5=F(5)	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	✓	ஒவ்வொரு 5வது பிபனோசி எண்ணும் 5இன் மடங்கு
	8=F(6)	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	ஒவ்வொரு 6வது பிபனோசி எண்ணும் 8இன் மடங்கு
	F(k)														ஒவ்வொரு Kவது பிபனோசி எண்ணும் F(k)இன் மடங்கு

மேற்கண்ட அட்டவணையின் மூலம் ஒவ்வொரு **k** ஆவது பிபனோசி உறுப்பும் **F(k)**இன் மடங்காகும் என்ற பொது விதியினை அறிந்துகொள்கிறோம்.

குறிப்பு

பிபனோசி எண் தொடரில் அடுத்தடுத்து வரும் இரு எண்களுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசம் விரைவாக அதிகரிக்கிறது. (எடுத்துக் காட்டு: $F(5) - F(4) = 5 - 3 = \mathbf{2}$; $F(10) - F(9) = 55 - 34 = \mathbf{21}$; $F(15) - F(14) = 610 - 377 = \mathbf{233}$)

பயிற்சி 4.1

F8X9G1

1. **சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.**

(i) பதினோறாவது பிபனோசி எண் என்ன?

(அ) 55 (ஆ) 77 (இ) 89 (ஈ) 144

(ii) F(n) என்பதில் n = 8 எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மையாகும்?

(அ) $F(8) = F(9) + F(10)$ (ஆ) $F(8) = F(7) + F(6)$

(இ) $F(8) = F(10) \times F(9)$ (ஈ) $F(8) = F(7) - F(6)$

Unit 4.indd 90 21-08-2019 11:15:05

(iii) பிபனோசி எண்தொடரில் ஒவ்வொரு மூன்றாவது உறுப்பும் ___________ இன் மடங்கு ஆகும்.

(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 5 (ஈ) 8

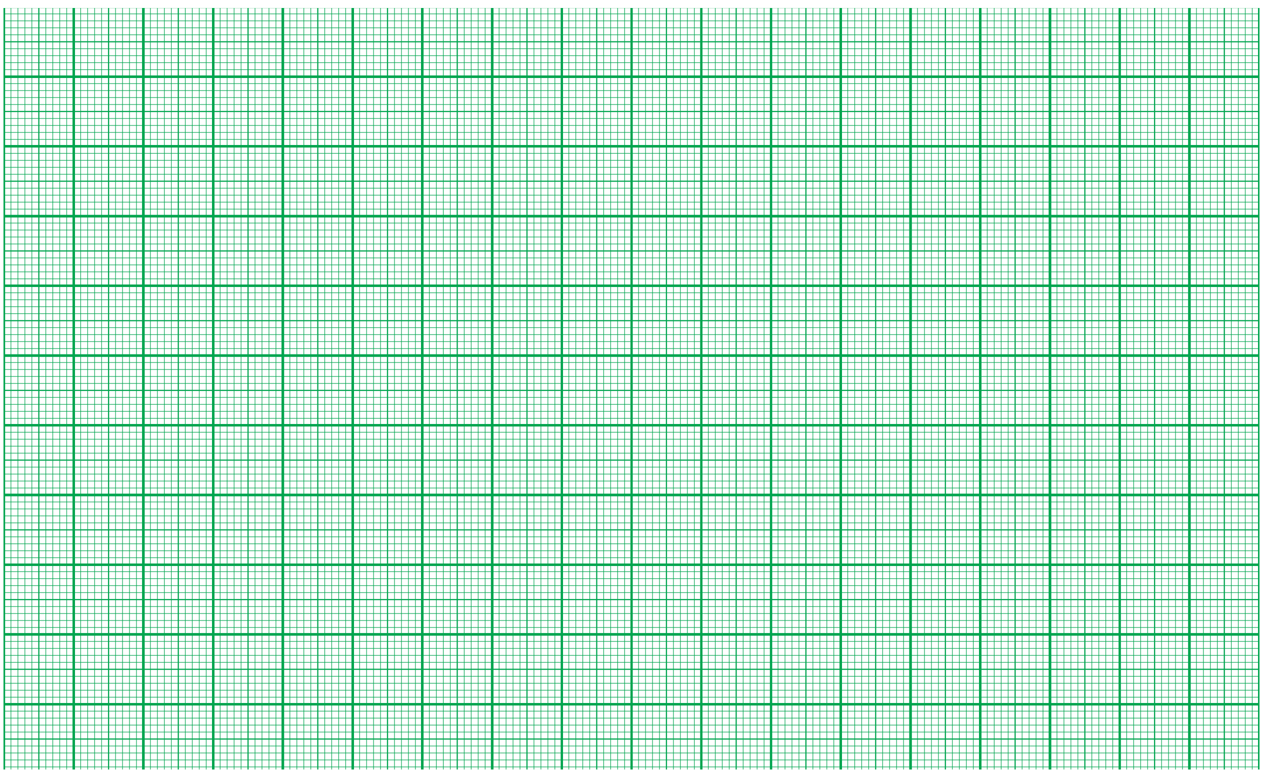
(iv) பிபனோசி எண்தொடரில் ஒவ்வொரு ___________ ஆவது உறுப்பும் 8இன் மடங்கு ஆகும்.

(அ) 2வது (ஆ) 4வது (இ) 6வது (ஈ) 8வது

(v) பதினெட்டாவது மற்றும் பதினேழாவது பிபனோசி எண்களுக்கிடையிலான வித்தியாசம் ___________ ஆகும்.

(அ) 233 (ஆ) 377 (இ) 610 (ஈ) 987

2. கொடுக்கப்பட்ட வரைப்படத் தாளில் தங்கச் செவ்வகத்தில் பிபனோசி எண் தொடர் வரிசை எவ்வாறு பிபனோசி தங்கச் சுருளை உருவாக்குகிறது என்பதை வரைந்துக் காட்டுக.



4.3 மீப்பெரு பொதுக்காரணி (மீ.பொ.கா (HCF))

கொடுக்கப்பட்ட அறிவுறுத்தல்கள் அல்லது அமைப்புகளைத் தொடர்ச்சியாக குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலோ அல்லது நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்யும் வகையிலோ செய்யும் செயலானது தொடர் வளர் செயல்முறை என நாம் ஆறாம் வகுப்பில் படித்துள்ளோம். இதுவரையில் நாம், மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண அனைத்துக் காரணிகளையும் கண்டறிந்து அவற்றில் பெரியதைக் காண்போம். இவ்வகுப்பில் இந்த முறையைத் தவிர, மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணைத் தொடர்ச்சியாக கழிப்பதன் மூலமும், இந்தத் தொடர் கழித்தல் முறையானது எவ்வளவு விரைவாக விடையளிக்கிறது என்பதும் பார்க்கலாம். மேலும் இந்த முறையில் சில படிநிலைகளிலேயே மீப்பெரு பொதுக்காரணியை எவ்வாறு பெறுகிறோம் என்பதையும் அறிந்துகொள்ளலாம்.

மீப்பெரு பொதுக்காரணியானது பின்னங்களை சுருக்க அல்லது திட்ட வடிவில் எழுதப் பயன்படுகிறது. இந்த கருத்தியலை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்வதற்கும், நமது அன்றாட வாழ்வியல் நிகழ்வுகளில் எங்கு மீப்பெரு பொதுக்காரணியைப் பயன்படுத்துகிறோம் என்பதனைக் காண்பதற்கும் கீழ்க்காணும் சூழலைக் கற்பனை செய்துகொள்ளுங்கள்.

Unit 4.indd 91 21-08-2019 11:15:05

சூழ்நிலை: 1

உங்களிடம் 20 மாம்பழங்களும் 15 ஆப்பிள்களும் உள்ளதாக வைத்துகொள்ளுங்கள். இப்பழங்களைச் சமமாக நீங்கள் ஆதரவற்ற குழந்தைகளுக்குக் கொடுத்து உதவ நினைக்கிறீர்கள் எனில் அதிகபட்சமாக எத்தனை குழந்தைகளுக்கு உங்களால் உதவ முடியும் ?

இச்சூழலில், அடிப்படையில் நாம் இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிந்தாலே போதுமானதாகும். மீப்பெரு பொதுக்காரணி, **மீப்பெரு பொது வகுஎண்** என்றும் குறிக்கப்படுகிறது . மீப்பெரு பொதுக்காரணி என்பது கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களை முழுமையாக வகுக்கும் மிகப்பெரிய வகுஎண் ஆகும்.

இங்கு, முதலில் 20 மாம்பழங்கள் மற்றும் 15 ஆப்பிள்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்போம்.

20இன் காரணிகள் = 1,2,4,**5**,10,20

15இன் காரணிகள் = 1,3,**5**,15

ஆக, 20 மற்றும் 15இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி **5** ஆகும். எனவே, உங்களால் அதிகபட்சமாக **5** குழந்தைகளுக்கு உதவ முடியும்.

இப்போது, உங்களால் தலா **4 மாம்பழங்களும்** $(20 \div 5 = 4)$ **3 ஆப்பிள்களும்** $(15 \div 5 = 3)$ என **5 குழந்தைகளுக்கு** சமமாகப் பகிர்ந்தளித்து உதவ முடியும்.

இப்போது, மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிய மேலும் சில முறைகளைப் பற்றிப் பார்ப்போம்.

4.3.1 மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் (மீ.பொ.கா.) கண்டறியும் முறைகள்:

1. தொடர் வகுத்தல் முறை

சூழ்நிலை: 2

பள்ளியில், ஏழாம் வகுப்பில் 18 மாணவர்களும், எட்டாம் வகுப்பில் 27 மாணவர்களும் உள்ளனர். ஒவ்வொரு வகுப்பு மாணவர்களும் அணிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு வரவிருக்கும் விளையாட்டுப் போட்டிக்குத் தயாராகின்றனர். ஒவ்வொரு வகுப்பிலிருந்தும் வென்ற அணிகள் இறுதிப் போட்டியில் ஒருவருக்கொருவர் எதிர்கொள்ள வேண்டும் எனில், ஒவ்வொரு அணியிலும் ஒருவர் கூட மீதமில்லாமல் விளையாடக்கூடிய மிகப் பெரிய அணியின் எண்ணிக்கை என்ன ?

முதலில் 18 மற்றும் 27இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியை சென்ற வகுப்பில் படித்திருக்கும் முறைகளின்படி கண்டறியலாம்.

காரணிகள் மூலம் கண்டறிதல்	பகா காரணிகள் மூலம் கண்டறிதல்
18இன் காரணிகள் = 1, 2, 3, 6, **9**, 18	18இன் பகா காரணிகள் = $2 \times 3 \times 3$
27இன் காரணிகள் = 1, 3, **9**, 27	27இன் பகா காரணிகள் = $3 \times 3 \times 3$
18 மற்றும் 27இன் மீ.பொ.கா. = **9**	18 மற்றும் 27இன் மீ.பொ.கா. = $3 \times 3 = 9$

இரு முறைகளிலிருந்தும் **18** மற்றும் **27**இன் மீ.பொ.கா. **9** என அறிந்துகொண்டோம்.

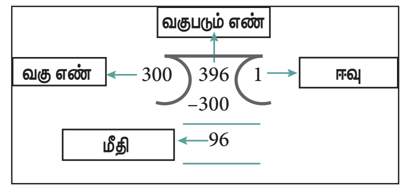
மேற்கண்ட முறைகள் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிய எளிதான முறைகள் என்றாலும் இம்முறைகளில் மிகப் பெரிய எண்களுக்கு மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிவதென்பது

Unit 4.indd 92 21-08-2019 11:15:06

மிகவும் கடினமாகும். இந்த மாதிரியான கணக்குகளில் தீர்வுக் காண கீழ்க்காணும் வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்தலாம். மேலும், இந்த முறைகளைப் பற்றி அறிந்துகொள்வோம்.

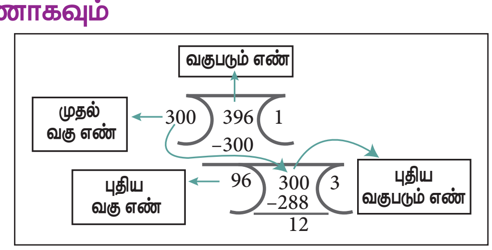
மேற்கண்ட சூழலில் ஏழாம் வகுப்பில் 396 மாணவர்களும், எட்டாம் வகுப்பில் 300 மாணவர்களும் உள்ளனர் என்று எடுத்துக்கொண்டால் அணியின் அதிகபட்சமான எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்? இந்நிலையில் மேற்கண்ட இரு முறைகளில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிவதென்பது எளிதானதல்ல. இதற்கு மாறாக, நாம் **தொடர் வகுத்தல் முறையில்** மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறியலாம்.

படி 1. மிகப்பெரிய எண்ணைச் சிறிய எண்ணால் வகுத்தல்



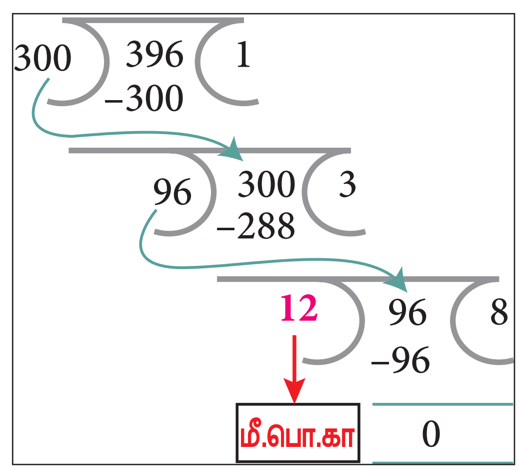
இங்கு 396 மிகப்பெரிய எண். எனவே 396ஐ (வகுபடும் எண்) 300ஆல் (வகு எண்) வகுத்தால் நமக்கு 96 மீதியாகக் கிடைக்கிறது.

படி 2: படி 1இன் மூலம் பெறப்பட்ட மீதியானது புதிய வகுஎண்ணாகவும் படி 1இல் உள்ள வகுஎண்ணைப் புதிய வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டு வகுத்தலை மீண்டும் செய்தல்



படி 1இல் மீதியாகக் கிடைத்த 96 என்பதை படி 2இல் புதிய வகுஎண்ணாகவும், படி 1இல் வகு எண்ணாக இருந்த 300 என்பதை படி 2இல் வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டு வகுத்தலை மீண்டும் செய்தல் வேண்டும்.

படி 3: மீதியானது பூச்சியம் (0) என ஆகும் வரை மீண்டும் மீண்டும் இந்த முறையினைத் தொடருதல் வேண்டும். இறுதியாக உள்ள வகு எண் தேவையான மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும்.



படி 2இல் 12 என்பது கிடைத்த மீதியாகும். எனவே, 12ஐ புதிய வகுஎண்ணாகவும், படி 3இல் 96 என்பது வகுஎண் ஆகும். எனவே, 96ஐ புதிய வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டு மீண்டும் வகுத்தலை செய்யும் போது மீதி பூச்சியம்(0) என்றானதால் **12 என்பது இறுதியான வகுஎண்ணாகும்**. எனவே 12 என்பதுதான் நமக்குத் தேவையான மீப்பெரு பொதுக்காரணி ஆகும்.

எனவே, **396** மற்றும் **300**இன் மீப்பெரு பொதுக் காரணி **12** ஆகும். எனவே, மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்திலிருந்து ஓர் அணியில் அதிகபட்சமாக 12 மாணவர்கள் உள்ளனர் என்பதை அறிகிறோம்.

கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் இம்முறையைப் பற்றி மேலும் நன்கு அறிந்துகொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 4.2

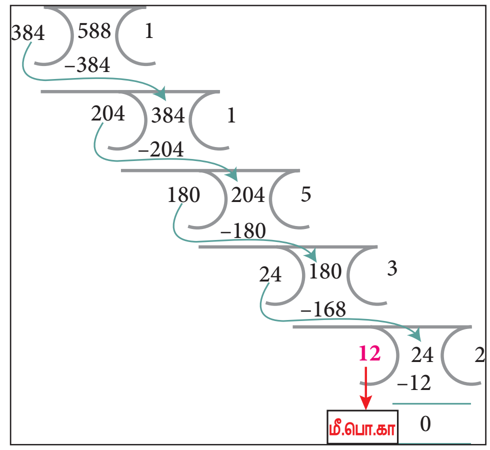
270 இஞ்சி மிட்டாய்கள், 384 பால் மிட்டாய்கள். 588 தேங்காய் மிட்டாய்கள் இருக்கின்றன. ஒவ்வொரு வகை மிட்டாய்களையும் சமமாகப் பிரித்துப் பெட்டிகளில் நிரப்ப வேண்டுமெனில் அதிகபட்சமாக எத்தனை பெட்டிகளில் நிரப்ப முடியும்?

தீர்வு:

இங்கு நாம் 270, 384 மற்றும் 588 ஆகிய எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

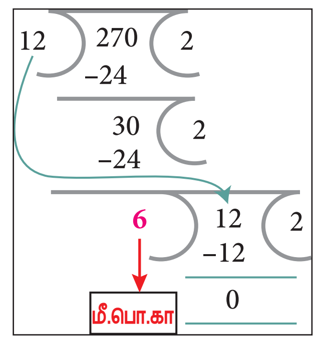
Unit 4.indd 93 21-08-2019 11:15:06

படி 1: முதலில் ஏதேனும் இரு எண்களுக்கு மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டுபிடிக்க. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் செய்ததுபோல், படி 1 மற்றும் படி 2 இன் முறைப்படி மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்போம். இங்கு 588இக்கும் 384இக்கும் மீப்பெரு பொதுக்காரணியை முதலில் காணலாம்.



படி 2: இப்போது, இரு எண்களின்(588 மற்றும் 384) மீப்பெரு பொதுக்காரணி 12 ஆனது புதிய வகுஎண்ணாகவும் மூன்றாவது எண் 270 என்பது புதிய வகுபடும் எண்ணாகவும் ஆகிறது.

படி 3: மீதி பூச்சியம்(0) என ஆகும் வரை மீண்டும் மீண்டும் இம்முறைப்படி வகுத்தலைச் செய்ய வேண்டும். இறுதியாக உள்ள வகுஎண் (மீதி பூச்சியம் (0) என்றாகும் போது) தேவையான மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும். இங்கு **6** என்பது மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும்.



எனவே, **270, 384 மற்றும் 588இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி 6** ஆகும். இதன்படி நாம், **45** $(270 \div 6 = 45)$ **இஞ்சி மிட்டாய்களையும், 64** $(374 \div 6 = 64)$ **பால் மிட்டாய்களையும், 98** $(588 \div 6 = 98)$ **தேங்காய் மிட்டாய்களையும்,** **6 பெட்டிகளில்** சமமாக நிரப்பலாம்.

2. தொடர் கழித்தல் முறை:

படி 1: இம்முறையில் **m** மற்றும் **n** என இரண்டு எண்களை எடுத்துக்கொண்டோமானால், **m** மற்றும் **n** என்ற இரண்டு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

படி 2: **m** ஆனது **n**ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், நாம் **m**இலிருந்து **n**ஐ கழித்து வரும் விடையை **m**இல் பிரதியிட வேண்டும். மறுபடியும், **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாக உள்ளதா என்பதைப் பரிசோதித்து. **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

மாறாக, **m** ஆனது **n**ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், நாம் **n**இலிருந்து **m**ஐ கழித்து வரும் விடையை **n**இல் பிரதியிட வேண்டும். மறுபடியும், **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாக உள்ளதா என்பதைப் பரிசோதித்து. **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

படி 3: **m** மற்றும் **n** என்ற இரு எண்களும் சமமாகும்போது, அந்த எண்ணானது **m** மற்றும் **n** என்ற இரண்டு எண்களின் **மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும்**.

இப்போது, தொடர் கழித்தல் முறையின் மூலம் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டின் மூலம் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு: 4.3

144 மற்றும் 120இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியினைக் காண்க.

தீர்வு

படி 1: இங்கு நாம் $m = 144$ மற்றும் $n = 120$ எனக் கொள்வோம்.

முதலில் $m = n$ அல்லது $m > n$ அல்லது $m < n$ எனச் சரிப்பார்போம்.

இங்கு $m > n$ ஆகும்.

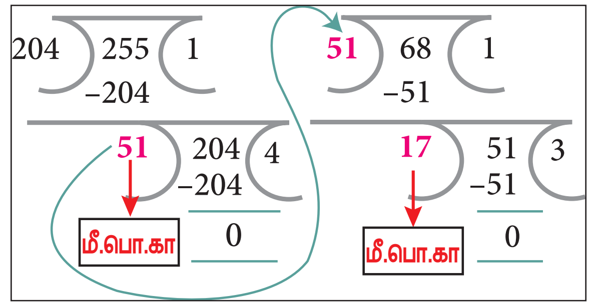
Unit 4.indd 94 21-08-2019 11:15:06

படி 2: m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர் கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

முதலில் 144 – 120 = 24 மீண்டும் 120 – 24 = 96 மீண்டும் 96 – 24 = 72

மீண்டும் 72 – 24 = 48 மீண்டும் 48 – 24 = 24 மீண்டும் 24 – 24 = 0

இப்போது m = n என்றாகிறது.



எனவே, **144 மற்றும் 120இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி 24** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு: 4.4

தொடர் வகுத்தல் முறையில் கொடுக்கப்பட்ட 255, 204 மற்றும் 68இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியினைக் காணும் கணக்கைத் தொடர் கழித்தல் முறையில் செய்யும்போது கிடைக்கும் விடையுடன் ஒப்பிட்டுச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

படி 1: இங்கு நாம் p = 255 என்றும் q = 204 என்றும் r = 68 என்றும் வைத்துக்கொள்வோம்.

முதலில் p = q அல்லது p > q அல்லது p < q என்பதைச் சரிபார்க்க வேண்டும்.

இங்கு **p > q** ஆகும். எனவே,

படி 2: முதலில் 255 மற்றும் 204 ன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண வேண்டும்.

P மற்றும் q என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்ய வேண்டும்.

முதலில் 255 – 204 = 51 மீண்டும் 204 – 51 = 153 மீண்டும் 153 – 51 = 102

மீண்டும் 102 – 51 = 51 மீண்டும் 51 – 51 = 0

இப்போது p = q என்றாகிறது. எனவே, 255 மற்றும் 204 ன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி **51** ஆகும்.

படி 3: இப்போது, மீண்டும் மேற்கண்ட வழிமுறையில் (r) **68**இலிருந்து (255 மற்றும் 204 ன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி) **51**ஐக் கழிக்க வேண்டும்.

இரண்டு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்ய வேண்டும்.

முதலில் 68 – 51 = 17 மீண்டும் 51 – 17 = 34

மீண்டும் 34 – 17 = 17 மீண்டும் 17 – 17 = 0

எனவே, **68** மற்றும் **51**இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி **17** ஆகும்.

ஆகவே, **255, 204 மற்றும் 68இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி 17** ஆகும்.

மீப்பெரு பொதுக்காரணியினைக் கண்டறிய, தொடர் வகுத்தல் மற்றும் தொடர் கழித்தல் ஆகிய இரண்டு முறைகளை ஒப்பிட்டுப் பார்த்தோமானால் தொடர் கழித்தல் முறையானது எளிமையானதாகவும், விரைவாக செய்யக்கூடியதாகவும் உள்ளது. ஒருவருக்கு வகுத்தல் செய்வதைக்காட்டிலும் கழித்தல் செய்வது எளிதாக இருக்கும்தானே?

பயிற்சி 4.2

1. **சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.**

(i) 30 மற்றும் 250இன் பொது பகாக் காரணிகள்_________ ஆகும்.

(அ) 2×5 (ஆ) 3×5 (இ) $2 \times 3 \times 5$ (ஈ) 5×5

Unit 4.indd 95 21-08-2019 11:15:06

(ii) 36, 60 மற்றும் 72இன் பொதுப் பகா காரணிகள் _________ ஆகும்.

(அ) 2×2 (ஆ) 2×3 (இ) 3×3 (ஈ) $3 \times 2 \times 2$

(iii) இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணி_____ எனில் அவை சார் பகா எண்கள் எனப்படும்.

(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 0 (ஈ) 1

2. கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குத் தொடர் வகுத்தல் முறையில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க.

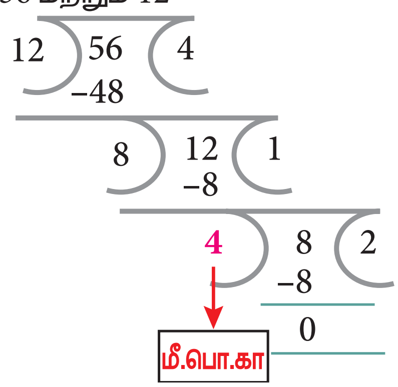
(i) 455 மற்றும் 26 (ii) 392 மற்றும் 256 (iii) 6765 மற்றும் 610 (iv) 184, 230 மற்றும் 276

3. கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்கு தொடர் கழித்தல் முறையில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க.

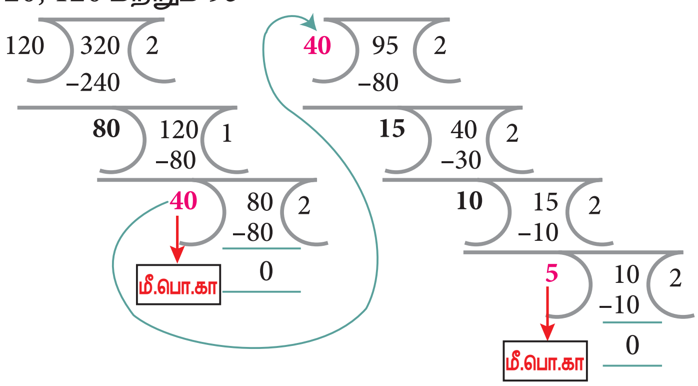
(i) 42 மற்றும் 70 (ii) 36 மற்றும் 80 (iii) 280 மற்றும் 420 (iv) 1014 மற்றும் 654

4. கொடுக்கப்பட்ட கணக்குகளைத் தொடர் கழித்தல் முறையில் செய்க.

(i) 56 மற்றும் 12



(ii) 320, 120 மற்றும் 95



5. ஒரு பள்ளியில் களப்பயணமாக 56 மாணவிகளும் 98 மாணவர்களும் கன்னியாகுமரி செல்கின்றனர். மாணவ மாணவிகளை இணைத்துச் சம அளவில் உள்ள குழுக்களாகப் பிரித்தால், அதிகபட்சமாக எத்தனை குழுக்களாகப் பிரிக்க முடியும்? (தொடர் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தி மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க)

6. கலை, 168 மி.மீ மற்றும் 196 மி.மீ அளவுள்ள காகிதத் தாளை, தன்னால் முடிந்த அளவு மிகப் பெரிய அளவில் சமமான சதுரங்களாக வெட்ட விரும்புகிறார் எனில், அவர் வெட்டிய மிகப் பெரிய சதுரத்தின் பக்க அளவு என்ன? (தொடர் கழித்தல் முறையை பயன்படுத்தி மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க)

4.4 குறியாக்கவியல் (Cryptology)

இன்றைய உலகில், தகவல் பாதுகாப்பு என்பது இராணுவம், அரசியல் போன்ற துறைகளுக்கு மட்டுமல்லாமல் தனியார் தகவல் தொடர்புக்கும் ஓர் அடிப்படைத் தேவையாக உள்ளது. மேலும், நிதிசார் தகவல் பரிமாற்றம், படச்செயலாக்கம், தொடுஉணர்வு கருவி (Biometrics) மற்றும் மின் வணிகப் பரிவர்த்தனை போன்ற செயல்பாடுகளில் தகவல் தொடர்பின் பயன்பாடு இப்போது அதிகரித்துள்ளதால், தகவல் பாதுகாப்பு என்பது முக்கியமான பங்கினை வகிக்கிறது.

குறியாக்கவியல் என்பது பாதுகாப்பான வடிவில் தகவல் தொடர்பினை மேற்கொள்ள செய்யும் அறிவியல் என வரையறுக்கலாம்.

குறியாக்கவியல் சில தொழில்நுட்ப விளக்கங்கள்:

சாதாரண உரை (Plain text) : நடைமுறை வடிவில் உள்ள உண்மைச் செய்தியே சாதாரண உரை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

M2J9X9

Unit 4.indd 96 21-08-2019 11:15:06

மறைகுறியீடு உரை (Cipher text) அல்லது மறைகுறியீடு எண் (Cipher number): மறைகுறியீடாக மாற்றப்பட்ட இரகசிய செய்தியானது மறைகுறியீடு உரை அல்லது மறைகுறியீடு எண் என அழைக்கப்படுகிறது. மறைகுறியீடு உரையானது ஆங்கில பெரிய எழுத்துகளாலும், சாதாரண உரையானது ஆங்கிலச் சிறிய எழுத்துகளாலும் எழுதப்படுவது வழக்கமாகும்.

இரகசியக்குறிப்பு (secret key) என்பது, சாதாரண உரையிலிருந்து மறைக்குறியீடாக மாற்றுவதற்கு பயன்படும் கருவியாகும்.

மறைகுறியாக்கமும் (Encryption) மறைகுறிவிலக்கமும் (Decryption): மறைகுறியாக்கம் என்பது எளிய சாதாரண உரையை இரகசியக்குறியீடாக மாற்றும் செயல்முறையாகும். அதேபோன்று, மறைகுறிவிலக்கம் என்பது இரகசியக் குறியீட்டை சாதாரண உரையாக மாற்றும் செயல்முறையாகும்.

நமது அன்றாட வாழ்வில் சில நேரங்களில் குறியீடு வடிவத்தில் நாம் பயன்படுத்தும் செய்திகளின் மறைகுறியீடு உரைகளை உருவாக்க முயற்சிப்போம்.

4.4.1 மறைகுறியீடுகளுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. இடம்பெயர்தல் முறையில் மறைகுறியாக்கம் (Shifting Cipher text)

சீசர் மறைகுறியீடு (Ceasar Cipher)

சீசர் மறைகுறியீடு என்பது, ஆரம்பகாலம் முதல் பயன்படுத்தப்பட்டு வரும் எளிமையான மறைகுறியீடு முறை ஆகும். சாதாரண உரையின் **ஒவ்வோர் எழுத்தையும் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையில் இடம்பெயர்த்து குறியீடாக** மாற்றி எழுதும் முறையாகும்.

ஒருவரிடமிருந்து, மற்றொருவருக்கு இரகசியக் குறியீடை பரிமாற்றம் செய்யும்போது, அதற்கான "குறிப்பு" (key) இருவரிடமும் இருத்தல் அவசியம். இருவரிடமும் குறிப்பு இருந்தால்தான் செய்தி அனுப்புபவர் உரையை மறைகுறியாக்கம் செய்யவும், செய்தியினைப் பெறுபவர் சாதாரண உரையாக மாற்றவும் முடியும். சீசர் மறைகுறியீடு முறையில் குறிப்பு (key) என்பது ஒவ்வோர் எழுத்தையும் எத்தனை எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து எழுதவேண்டும் என்ற எண்ணிக்கையினைக் குறிப்பதாகும். எனவே, சீசர் மறைகுறியீடு முறையில் எத்தனை எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து எழுதப்பட்டுள்ளது என்ற குறிப்பை அறிந்திருக்க வேண்டும்.

கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் சூழ்நிலைகள் மூலம் இதனைப் பற்றி மேலும் அறிந்து கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 4.5

சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணை தொகுப்பைப் பயன்படுத்தி மறைந்துள்ள இரகசிய வாக்கியத்தைக் காண்க.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

தீர்வு:

முதலில் சீசர் மறைகுறியீடு +4 **அட்டவணைத்** தொகுப்பை உருவாக்குவோம். அதற்காக, ஆங்கில எழுத்துகளில் முதல் 4 எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து 'e'ஐ 'A' ஆகவும், 'f'ஐ 'B' ஆகவும் எழுதி வர, இறுதியில் 'd'ஐ 'Z' என மாற்றி எழுதி அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

இப்போது, சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணை பின்வருமாறு அமைந்திருக்கும்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரை **fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc** ஐ இரகசியக் குறியீடாக மாற்றியமைக்க கீழ்காணும் படிகளைப் பின்பற்றவும்.

படி 1: முதலில் சீசர் மறைகுறியீடு +4 **அட்டவணையைப்** பயன்படுத்தி மீண்டும் மீண்டும் வரும் எழுத்துக்களுக்குரிய குறியீடுகளுடன் பொருத்தவும். இது, உரையை விரைவாக மாற்ற நமக்கு உதவும்.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o   m r   g s h i w   g e r   f i   x v m g o c

B R E A K   I N   C _ _ E _   C A N   B E   _ R I C K _

படி 2: பின்னர் மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்குரிய குறியீடுகளைக் கண்டறிந்து நிரப்பவும்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o   m r   g s h i w   g e r   f i   x v m g o c

B R E A K   I N   C O D E S   C A N   B E   T R I C K Y

எனவே, நமக்குத் தேவையான இரகசிய வாக்கியமானது **BREAK IN CODES CAN BE TRICKY** என்பதாகும்.

2. பிரதியிடுதல் முறையில் மறைகுறியாக்கம் (Subtituting Cipher text)

இந்த முறையில் தகவலைக் குறியாக்கம் அல்லது குறிவிலக்கம் செய்வதற்கு, உரையின் ஒவ்வோர் எழுத்தும் படங்களாகவோ, குறியீடுகளாகவோ, குறிப்புச் செய்தியாகவோ, குறிப்பிட்ட எழுத்துக்களின் தொகுப்பாகவோ, எழுத்துக்களாகவோ அல்லது அவற்றின் கலவையாகவோ மாற்றியமைக்கப்படுகிறது. இதைப் பற்றிப் பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து மேலும் அறிந்துகொள்ளலாம்.

பயிற்சி தாள் 1 :– Additive Cipher [key = 5]

கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரையை கூட்டல் மறை உரை (எண்) Additive Cipher குறியீடாக மாற்றவும்.

" mathematics is a unique symbolic language in which the whole world works and acts accordingly"

கூட்டல் மறை குறியீடுகளை மாற்றியமைக்க உதவும் குறிப்புகள்:

- கூட்டல் மறைகுறியீடுகளை மாற்றியமைப்பதற்கு "**குறிப்பு எண்**" மட்டும் இருந்தால் போதுமானது. அதனைக் கொண்டு மற்ற எண்களுக்கான குறியீடுகளை வரிசையாக எழுதி அட்டவணையை நிரப்பிவிடலாம்.
- உங்களால் ஆங்கில எழுத்துக்களுக்கு நிகழ்வெண் அட்டவணையினை (frequency table) உருவாக்க முடிந்தால், அது குறியீடாக மாற்றி எழுதத் தொடங்குவதற்கு உதவியாக இருக்கும்.
- முதலில், அதிகமான எண்ணிக்கையில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் எழுத்துகளுக்குரிய மறை குறீயீடு எண்களை நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.
- நன்கறிந்த ஓரெழுத்து (a அல்லது i) ஈரெழுத்து மற்றும் மூன்றெழுத்து வார்த்தைகள் (**of, to, in, it, at, the, and, for, you** ….. இன்னும் பல) போன்றவைகளை நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.
- மறைகுறியீடு உரையில் உள்ள அடுத்தடுத்த எண்களைக் கண்டறிந்து அவற்றை சாதாரண உரையில் உள்ள அடுத்தடுத்த எழுத்துகளுக்காக நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.

Unit 4.indd 98   21-08-2019 11:15:07

சூழ்நிலை 1

ஆசிரியர், வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை இரு அணிகளாகப் பிரித்து விளையாட்டு முறையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பயிற்சித்தாளை முடிக்குமாறு கூறுகிறார். இரு அணியில் உள்ளவர்களும் ஒவ்வோர் எழுத்திற்கும் பொருத்தமான குறிப்பு எண்களைக் கூற வேண்டும். ஒருவர் மட்டும் மற்றவர்கள் கூறும் குறிப்பு எண்களை அட்டவணையில் நிரப்ப வேண்டும். அதிகபடியாகவும், சரியாகவும் குறிப்பு எண்களைக் கூறுவதற்கேற்ப அணியினர் வெற்றிப்புள்ளிகளைப் பெறுவர்.

இப்போது, கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரையை மறைகுறியீடு எண்ணாக மாற்றத் தொடங்கும் முன்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மறைகுறியீடு அட்டவணையை உருவாக்கவும். இங்கு **குறிப்பு எண் (key) = 5** என்பதால் முறையே **a = 05, b = 06** எனத் தொடங்கி **z = 04** வரை மறைகுறியீடு அட்டவணையினை உருவாக்குவோம்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
எண்கள்	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
மறைகுறியீடு எண்கள்	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03	04

மறைகுறியாக்கத்தை தொடங்குவதற்கு முன் ஆங்கில எழுத்துக்களின் நிகழ்வெண்களை (frequency of alphabets) அறிந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வெண் அட்டவணையினை உருவாக்குவோம்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
நிகழ்வெண்	8	1	6	3	5	0	3	5	7	0	1	5	3	5	5	0	1	3	5	4	3	0	4	0	2	0

மறைகுறியீடு அட்டவணை மற்றும் நிகழ்வெண் அட்டவணை ஆகியவற்றின் உதவியுடன் மறைகுறியீடு எண்களை நிரப்புவோம். முதலில் **5 அல்லது அதற்குமேற்பட்ட** எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள் ஆகும். அடுத்ததாக **2 முதல் 4 வரையிலான** எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள், மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள் எனக் கீழே தரப்பட்டுள்ளவாறு ஒவ்வோர் படிகளாக மறைகுறியீடு எண்களைப் பொருத்துவோம்.

படி 1:– 5 அல்லது அதற்குமேற்பட்ட எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்		05		12	09		05		13	07	23		13	23		05			18	13			09		23				19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18			05		09		13	18			12	13	07	12			12	09			12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்		19		16				19			23		05	18			05	07		23		05	07	07	19			13	18		16	

படி 2:– 2 முதல் 4 வரையிலான எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13		25	09		23	03	17		19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18	11	24	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்	01	19	22	16	08		01	19	22		23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

படி 3:– மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13	21	25	09		23	03	17	06	19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18	11	25	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்	01	19	22	16	08		01	19	22	15	23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

எனவே, சாதாரண உரையின் கூட்டல் மறைகுறியீடு உரை (Additive Cipher text) பின்வருமாறு இருக்கும்.

"17 05 24 12 09 17 05 24 13 07 23 13 23 05 25 18 13 21 25 09 23 03 17 06 19 16 13 07 16 05 18 11 25 05 11 09 13 08 01 12 13 07 12 24 12 09 01 12 19 16 09 01 19 22 16 08 01 19 22 15 23 05 18 08 05 07 24 23 05 07 07 19 22 08 13 18 11 16 03"

இதனை முயல்க

பள்ளித் தகவல் பலகையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மறைகுறியீட்டினை மறைகுறிவிலக்கம் செய்து சாதாரண உரையாக மாற்றுக.

இன்றையச் செய்தி

EAPLKEAPUSG UG NWP AJWYP NYEJKXG KOYAPUWNG, SWEFYPAPUWNG WX AVCWXUPLEG; UP UG AJWYP YNBKXGPANBUNC.
- QUVVAJ FAYVPLYXGPWN

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	A	J	S	B	K	T	C	L	U	D	M	V	E	N	W	F	O	X	G	P	Y	H	Q	Z	I	R

Unit 4.indd 100 21-08-2019 11:15:07

செயல்பாடு 3

புதையல் வேட்டை

கணித மன்ற அறையில் உள்ள புதையல்

ஆசிரியர், வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை நான்கு குழுக்களாகப் பிரித்து ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் ஒரு இரகசியக் குறியீட்டினையும், அதைக் கண்டறிய உதவும் விடைக்குறிப்பையும் வழங்குகிறார். விடைக் குறிப்புகளைக் கொண்டு மறைகுறிவிலக்கம் செய்து பின்வருவனவற்றைக் கண்டறியக் கூறுகிறார்.

(i) புதையலின் அடையாளம்
(ii) புதையல் இருக்கும் இடம்
(iii) புதையல் இருக்கும் அறை எண்

மேலும், தேடலின் போது இக்குறிப்புகளை ஒரு தாளில் பதிவுச் செய்துக் கொண்டு பயன்படுத்திக் கொள்ளவும் அனுமதிக்கிறார்.

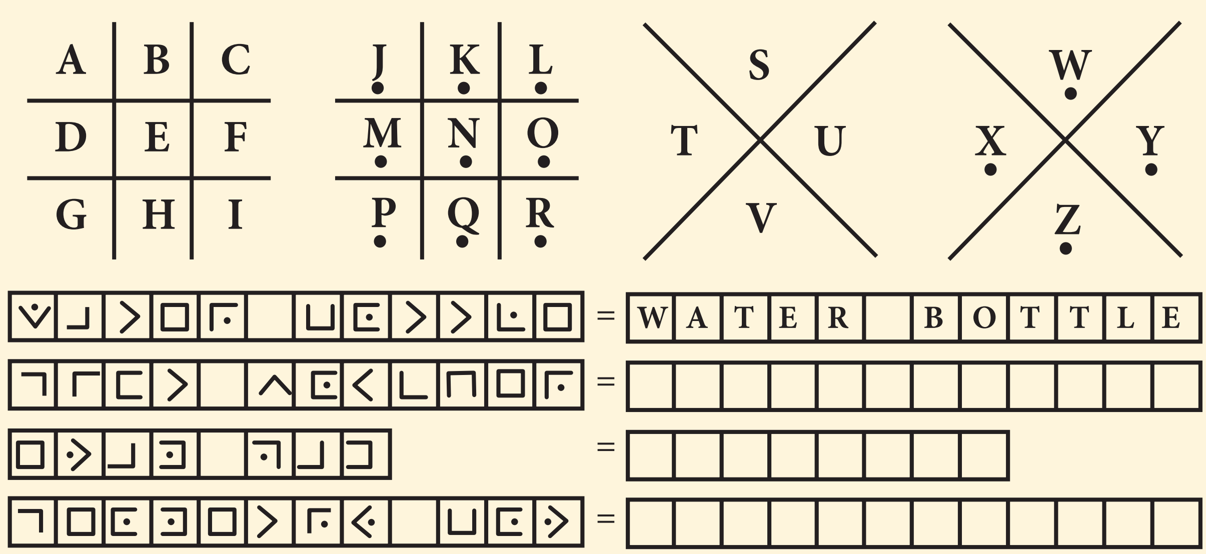
குறியீடு 1–பிக்பென்(Pigpen)

தகவல் – இக்குறியீட்டினைக் குறிவிலக்கம் செய்தால் மறைந்துள்ள நான்கு புதையல்களின் பெயர்களை நீங்கள் பெறுவீர்கள்.

I. குறிவிலக்கம் செய்து கட்டத்தை நிரப்பவும்:

பிக்பென்(Pigpen) குறியீடு பார்ப்பதற்குப் பொருளற்று எழுதுவது போல் இருப்பினும் மிகவும் எளிதாகப் புரிந்துக்கொள்ளக் கூடியதாகும். ஒவ்வோர் எழுத்தும் அதைச் சுற்றியுள்ள பிக்பென் (Pigpen) பகுதிகளால் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்

உங்களுக்காக முதல் குறியீடு மாற்றிக் காட்டப்பட்டுள்ளது. மீதமுள்ளவற்றைக் அதே போன்று குறிவிலக்கம் செய்து கண்டறிக.



குறியீடு 2 – பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு (Polybius Square Cipher)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையலின் அடையாளத்தை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம்.

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக.

பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு என்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்களை எழுத்துகளாக மாற்றியமைக்க உதவும் ஓர் அட்டவணையாகும். கொடுக்கப்பட்ட பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு அட்டவணையிலிருந்து தரப்பட்டுள்ள நிரை, நிரல் மதிப்பிற்குரிய எழுத்துகளாகக் கண்டறியலாம்.

செயல்பாடு 3

5	A	B	C	D	E
4	F	G	H	I/J	K
3	L	M	N	O	P
2	Q	R	S	T	U
1	V	W	X	Y	Z
	1	2	3	4	5

(4,2) (3,4) (5,5)   (3,3) (1,5) (2,3) (5,5)   (4,3) (1,4)

THE ________ OF

(4,2) (2,2) (5,5) (1,5) (3,2) (5,2) (2,2) (5,5)   (4,5) (4,3) (5,5) (3,2)

________________ DOES

(3,3) (4,3) (4,2)   (3,4) (1,5) (1,1) (5,5)   "(2,5)"   (1,5) (3,3) (4,5)   "(4,5)"

______ ______ ______ AND ______.

குறியீடு 3 – அட்பாஷ் மறைகுறியீடு(Atbash Cipher)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையல் இருக்கும் அறைஎண்ணை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம்.
(அறை எண்ணான 24 இலிருந்து 30 வரை உள்ள ஏதேனும் ஓர் எண்ணாக இருக்கலாம்)

III. அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட குறியீட்டைப் பயன்படுத்தித் தேவையான குறிப்பைப் பெறுக:

அட்பாஷ் மறை குறியீடு (Atbash Cipher) என்பது அனைத்து ஆங்கில எழுத்துகளையும் முழுவதுமாக வரிசைமாற்றி எழுதுவதாகும். அதாவது A விலிருந்து Z வரை உள்ள வரிசையை Z இலிருந்து A வரை மாற்றி எழுதுவதே ஆகும்.

சாதாரண உரை	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
மறைகுறியீடு உரை	Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N	M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A

GSV ILLN MFNYVI RH Z NFOGRKOV LU ULFI ZMW HVEVM

THE ____ ______ __ _ __________ __ ____ ____ ______.

குறியீடு 4 – பிரதிபலிப்பு குறியீடு அட்டவணை (Using a key Reflection Table)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையல் இருக்கும் இடத்தை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம். (இது உட்காருவதற்குப் பயன்படும்)

கொடுக்கப்பட்ட பிரதிபலிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி எழுத்துகளுக்குரிய சரியான பிரதிபலிப்பு எழுத்துகளைக் கண்டறிந்து தேவையான குறிப்பைப் பெறுக.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

J V A Q B J - ________

P B Z C H G R E G N O Y R - ________

P U N V E - ________

P H O O B N E Q - ________

மாணவர்கள், அனைத்து குறிப்புகளையும் கண்டுப்பிடித்தவுடன் அக்குறிப்புகளை முறைப்படி வரிசைப்படுத்திப் புதையலைப் பெறுவதற்கான தீர்வைக் கண்டுபிடிக்குமாறு ஆசிரியர் சொல்கிறார்.

Unit 4.indd 102 21-08-2019 11:15:08

செயல்பாடு-3

குறிப்புகள்

i. ____

ii. ____

iii. ____

iv. ____

தீர்வு

(i) புதையல் இருக்கும் அறை எண் ______________________.

(ii) புதையல் இருக்கும் இடம் ______________________

(iii) புதையலின் அடையாளம் ______________________.

(குறிப்பு – பயிற்சி 4.3இல் உள்ள 6வது வினாவிற்கு விடையளித்து இருந்தால் நீங்கள் கண்டுபிடித்த புதையலுக்கான தீர்வைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளலாம்)

(பரிசுக்கான பற்றுச்சீட்டில் (Gift Voucher) உங்களுக்கு **20 முழு மதிப்பெண்கள்** வழங்கப்படுகிறது எனக் குறிப்பிடப்பட்டிருக்கும்)

இவற்றை முயல்க

1. பிக்பென்(Pigpen) குறியீட்டினைப் பயன்படுத்தி உங்களது பெயரையும் பின்வரும் பாடத்தலைப்புகளின் பெயரையும் மறைகுறியாக்கம் செய்க.

    (i) LIFE MATHEMATICS (ii) ALGEBRA

    (iii) GEOMETRY (iv) INFORMATION PROCESSING

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரகசிய குறியீடுகளை இடம்பெயர்தல் மற்றும் பிரதிபலிப்பு முறைகளைப் பயன்படுத்திக் குறிவிலக்கம் செய்க. இவற்றில் எந்த முறை உங்களுக்கு எளிதாக உள்ளது ?.

    (i) இடம் பெயர்தல் முறை: M N S G H M F H R H L O N R R H A K D

    (ii) பிரதியிடுதல் முறை:

3. உனது நண்பனுக்கு ஒரு குறுஞ்செய்தி அனுப்பி மறைகுறிவிலக்கம் செய்து அச்செய்தியை அறிந்துக் கொள்ளச் சொல்லவும். (இடம் பெயர்தல் மற்றும் பிரதியிடுதல் ஆகிய இரண்டு முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு முறையினைப் பயன்படுத்திச் செய்தி அனுப்பவும்)

பயிற்சி 4.3

1. **சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.**

(i) கொடுக்கப்பட்ட A மற்றும் B கேள்விகளில் ஒவ்வொரு தொகுப்பிலும் நான்கு எழுத்துகள் உள்ளன. அவற்றில் மூன்று தொகுப்புகள் ஒரே மாதிரியாகவும், ஒன்று மட்டும் வேறுபட்டும் உள்ளது எனில், வேறுப்பட்ட ஒன்று எது எனக் காண்க.

A. (அ) C R D T (ஆ) A P B Q (இ) E U F V (ஈ) G W H X

B. (அ) H K N Q (ஆ) I L O R (இ) J M P S (ஈ) A D G J

Unit 4.indd 103 21-08-2019 11:15:08

(ii) கீழே எழுத்துகளின் தொகுப்பு ஒன்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு எழுத்துக்கும் தனித்தனியே எண் குறியீடு வழங்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொகுப்பு எழுத்துகளை இடம்பெயர்த்து மாற்றியமைத்தால் பொருளுள்ள வார்த்தைக் கிடைக்கும். அதன்படி, புதிதாகக் கண்டுபிடித்த வார்த்தைக்கான எண்குறியீடுனைக் காண்க.

L I N C P E
1 2 3 4 5 6

(அ) 2 3 4 1 5 6 (ஆ) 5 6 3 4 2 1 (இ) 6 1 3 5 2 4 (ஈ) 4 2 1 3 5 6

(iii) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள C மற்றும் D கேள்விகள் ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியைச் சார்ந்துள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு தேர்வுகளிலிருந்து சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதவும்.

C ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியில் , 'M E D I C I N E' என்ற வார்த்தை 'E O J D J E F M' என மாற்றிக் குறியீடு செய்யப்பட்டுள்ளது எனில் 'C O M P U T E R' என்ற வார்த்தைக்கான குறியீடு எது எனக் காண்க.

(அ)C N P R V U F Q (ஆ) C M N Q T U D R

(இ) R F U V Q N P C (ஈ) R N V F T U D Q

D ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியில் , 'P H O N E ' என்ற வார்த்தை 'S K R Q H' என மாற்றிக் குறியீடுச் செய்யப்பட்டுள்ளது எனில் 'R A D I O' என்ற வார்த்தையை எவ்வாறு குறியீடு செய்யலாம்?

(அ) S C G N H (ஆ) V R G N G (இ) U D G L R (ஈ) S D H K Q

2. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக (குறியீடு 3இல் கொடுத்துள்ள அட்பாஸ் மறைகுறியீடு (Atbash Cipher) பயன்படுத்துக)

(i) G Z N R O = ____________________

(ii) V M T O R H S = ____________________

(iii) N Z G S V N Z G R X H = ____________________

(iv) H X R V M X V = ____________________

(v) H L X R Z O H X R V M X V = ____________________

3. கீழ்வருவனவற்றைச் சரியான குறியீடுகளுடன் பொருத்தவும் (a = 00… … … … …. Z= 25)

(i) mathematics - (அ) 18 20 01 19 17 00 02 19 08 14 13

(ii) addition - (ஆ) 03 08 21 08 18 08 14 13

(iii) subtraction - (இ) 12 00 19 07 04 12 0019 08 02 18

(iv) multiplication - (ஈ) 00 03 03 08 19 08 14 13

(v) division - (உ) 12 20 11 19 08 15 11 15 02 00 19 08 14 13

4. குறிப்புஎண் = 4 (key=4) எனக் கொண்ட அடிடிவ் மறைகுறியீடு அட்டவணையினை (Additive cipher table) உருவாக்கவும்.

5. “Good Morning” என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகள் வரிசைமாற்றி இடம்பெயர்த்து “Doog Gninrom” என மாற்றியமைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாக்கியத்தையும் இவ்வாறே குறிவிலக்கம் செய்க.

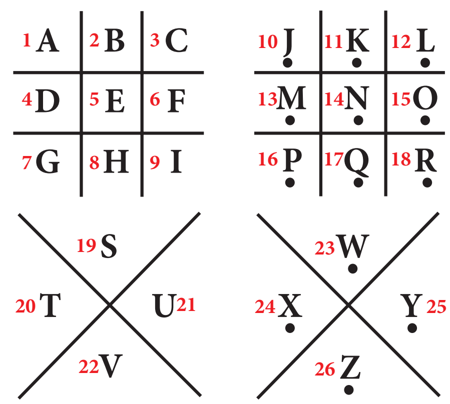
“ot dnatsrednu taht scitamehtam nac eb decneirepxe erehwreve ni erutan dna laer efil.”

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிக்பென் மறைகுறியீடு உரையினை (Pigpen Cipher Text) குறிவிலக்கம் செய்து செயல்பாடு 3 இக்கான தீர்வுடன் ஒப்பிடவும்.

I. புதையல் இருக்கும் அறை எண்

II. புதையல் இருக்கும் இடம் :

III. புதையலின் அடையாளம் :



பயிற்சி 4.4

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. பிபனோசி எண்தொடரின் விதியானது $F(n) = F(n-2) + F(n-1)$ எனில், 11 முதல் 20 வரையிலான பிபனோசி எண்களைக் கண்டுபிடித்து எழுதவும்.

2. ஒரு நூலகத்தில், 385 கணிதப்புத்தகங்களும், 297 அறிவியல் புத்தகங்களும் 143 தமிழ்புத்தகங்களும் சமமான எண்ணிக்கையில் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன. அனைத்து வகையான புத்தகங்களையும் சமஅளவில் ஒரு கட்டாக கட்டி அடுக்கினால், ஒவ்வொரு கட்டிலும் உள்ள புத்தகங்களின் அதிகபட்சமான எண்ணிக்கை என்ன? (தொடர் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தவும்)

3. நீளம் 4 மீ 50 செ.மீ மற்றும் 6 மீ 30 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட மரத்துண்டுகளை அளக்கும் மிகப் பெரிய மரத்துண்டின் நீளத்தைக் காண்க. (தொடர் கழித்தல் முறையைப் பயன்படுத்தவும்)

4. தொடர் வகுத்தல் முறை மற்றும் தொடர் கழித்தல் முறை ஆகிய இரண்டையும் பயன்படுத்தி, 167 மற்றும் 95 என்ற இரு எண்களையும் வகுக்கும்போது மீதி 5 வருகிறதென்றால், அந்த மிகப்பெரிய வகுஎண்ணைக் காண்க.

5. பிரவீன் சமீபத்தில் வாங்கிய புதிய இரு சக்கர வாகனத்தின் பதிவு எண்ணைப் பெற்றார். இங்கு அதன் கண்ணாடி பிரதிபலிப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. சரியானப் பதிவு எண்ணிற்குரிய கண்ணாடி பிரதிபலிப்பினைக் காண்க.

T N 1 2 H 2 5 8 9

(அ) (ஆ)

(இ) (ஈ) 9 8 5 2 H 2 1 N T

விடைகள்

வாழ்வியல் கணிதம்

பயிற்சி 1.1

1. (i) $x = 500$ (ii) $3\frac{1}{3}\%$ (iii) $x = 50$ (iv) 70 % (v) 52.52%

2. (i) 50% (ii) 75% (iii) 100% (iv) 96% (v) $66\frac{2}{3}\ \%$

3. (i) $x = 150$ 4. R= 4% 5. (i) 500 ii) மட்டைப்பந்து -45, கைப்பந்து-42, பூப்பந்து -33

6. 30 7. 110 8. $33\frac{1}{3}\ \%$ 9. $x = 200$ 10. $x = 100$

11. மாற்றமில்லை 12. $\frac{44}{125}$ 13. 400 14. 300 15. 87%

16 (இ) 20% 17. (ஆ) 49% 18. (அ) 375 19. (ஈ) 200 20. (ஈ) 36

பயிற்சி 1.2

1. (i) அடக்க விலை (ii) ₹7000 (iii) ₹600 (iv) 8% (iv) ₹945

2. ₹902 3. ₹670 4. $11\frac{1}{9}\%$ 5. 50% 6. ₹1152

7. 4% நட்டம் 8. (i) ₹207 (ii) ₹12600 (iii) 18% 9. ₹4445

10. 60% 11. 8% தள்ளுபடி தான் சிறந்தது 12. ₹5600 13. (இ) 25% 14. (ஆ) 550

15. (ஆ) 168 16. (ஈ) ₹250 17. (அ) 40%

பயிற்சி 1.3

1. (i) ₹1272 (ii) ₹820 (iii) ₹20,000 (iv) $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$ (v) ₹32

2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) சரி (iv) தவறு (i) சரி

3. ₹162 4. ₹936.80 5. ₹5618 6. 3 ஆண்டுகள் 7. ₹1875

Answers.indd 106 21-08-2019 12:06:58

8. 4% 9. $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் 10. ₹10875 11. 700 செ.மீ 12. ₹0.50 13. ₹54

14. 5% 15. ₹16000 16. (இ) 6 17. (ஆ) 1ஆண்டு 18. (ஆ) ₹12500

19. (அ) ₹2000 20. (ஈ) ₹2500

பயிற்சி 1.4

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. T3, $93\frac{2}{3}$ % 2. ₹38163 3. 20% 4. ₹15000 5. $2\frac{2}{9}$% நட்டம்

6. ₹8000 7. ₹104

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

8. 100 9. 20 % 10. 100% 11. 30% 12. ₹ 331

இயற்கணிதம்

பயிற்சி 2.1

1. (i) $x=7$ (ii) $y=11$ (iii) $m=7$ (iv) $p=15$ (v) ஒன்று

2. (i) சரி (ii) தவறு 3. (c) (iii),(i), (iv), (v), (ii)

4. (i) $x=11$ (ii) $y=\frac{1}{-4}$ (iii) $x=-1$ 5. (i) $x=-4$ (ii) $p=-1$ (iii) $x=-11$

6. (i) $x=-2$ (ii) $m=-4$

பயிற்சி 2.2

1. (i). $x=-\frac{b}{a}$ (ii) நேர்மறை (iii) $x=30$ (iv) $40°$ (v) b=9

2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு 3. 3, 21 4. 27

5. $l=8$ செ.மீ, $b=24$ செ.மீ 6. (80,10) பணத்தாள்கள் 7. முரளியின் வயது 15, தேன்மொழியின் வயது 20 8. 63 9. $\frac{13}{21}$

10. 64.6 கி.மீ 11. (ஆ) 20 12. (அ) 62 13. (இ) 10000 14. (இ) 4

Answers.indd 107 21-08-2019 12:07:17

பயிற்சி 2.3

1. (i) ஆதிப்புள்ளி (0,0) (ii) குறை எண்கள் (iii) y-அச்சு (iv) பூச்சியம் (v) X–ஆயத்தொலைவு
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு

பயிற்சி 2.4

1. (i) ஆதிப்புள்ளி (ii) (4,-4) (iii) x-அச்சில் 1செமீ=3 அலகுகள், y-அச்சில் 1செமீ=25 அலகுகள்
2. (i) சரி (ii) தவறு

பயிற்சி 2.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. x = 20 2. $60°, 40°, 80°$ 3. y=11 அலகுகள் p=133 அலகுகள் 4. $116°, 64°$

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. 7,8,9 7. 54 8. 12 பென்சில்கள்

வடிவியல்

பயிற்சி 3.1

1. (i) Q (ii) $n^2 - m^2$ (iii) ஒரு செங்கோண முக்கோணம் (iv) வடிவொத்தவை (v) EN
2. (i) சரி (ii) சரி (iii) தவறு (iv) தவறு (v) தவறு
3. (i) ஆம் (ii) இல்லை (iii) ஆம் (iv) ஆம் (v) ஆம்
4 (i) $x = 41$ (ii) $y = 16$ (iii) $z = 15$ 5. 5 செ.மீ 6. 25, 24
7. 30 அங்குலங்கள் 8. 170 மீ 9. (i) 12 செ.மீ 10. 25 செ.மீ, 16 செ.மீ, 9 செ.மீ

11. (இ) 45° 12. (ஆ) 20 செ.மீ 13. (இ) 420 செ.மீ 14. (ஆ) 5 செ.மீ 15.(ஈ) 20, 48, 52

பயிற்சி 3.2

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஆம், கர்ணத்தின் நீளமானது 3.7 செ.மீ ஆகும்.
2. 24 அங்குலங்கள், இல்லை. 3. 25 அடி 4. 25 அடி 5. 100, 48

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. 35 கி.மீ. 8. 40 செ.மீ 9. 28 அடி 10. 24 செ.மீ

Answers.indd 108 21-08-2019 12:07:25

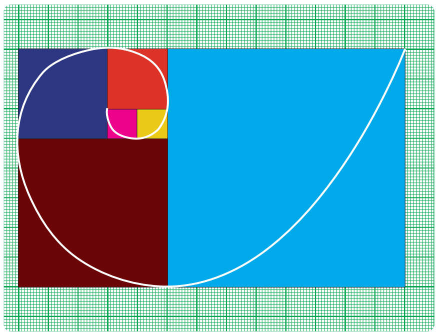
தகவல் செயலாக்கம்

பயிற்சி 4.1

I (i) (இ) 89 (ii) (ஆ) F (8) = F(7) + F(6) (iii) (அ) 2

(iv) (இ) 6 வது (v) (ஈ) 987

2



(மேலும் சாத்தியமான வழிகள்)

பயிற்சி 4.2

1. (i) (அ) 2×5 (ii) (ஆ) 2×3 (iii) (ஈ) 1
2. (i) 13 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 46
3. (i) 14 (ii) 4 (iii) 140 (iv) 6
4. (i) 4 (ii) 5 5. 14 6. 28

பயிற்சி 4.3

1 (i) A. (அ) C R D T B. (ஈ) A D G J (ii) (ஆ) 5 6 3 4 2 1

(iii) (இ) R F U Q N P C D. (இ) U D G L R

2. (i) TAMIL (ii) ENGLISH (iii) MATHEMATICS (iv) SCIENCE (v) SOCIAL SCIENCE

3. (i) இ (ii) ஈ (iii) அ (iv) உ (v) ஆ

4

சாதாரண உரை	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
மறைகுறியீடு உரை	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03

5. to understand that mathematics can be experienced everywhere in nature and real life.

6. (i) 28 (ii) C H A I R (iii) G I F T VOUCHER

பயிற்சி 4.4

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்\

1. 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765

2. 11 3. 90 4. 18 5. (இ) 9 8 5 ƨ H ƨ I И T

Answers.indd 109 21-08-2019 12:07:26

கணிதக் கலைச் சொற்கள்	
அசல்	Principal
அடக்க விலை (அ) வாங்கிய விலை	Cost price
அமைப்பு / வரைமுறை	Construction
அளவு	Quantity
அளவுத்திட்டம்	Scale
ஆதிப்புள்ளி	Origin
ஆய அச்சுகள்	Co-ordinate axes
இடமாற்று முறை	Transposition
இணைகரம்	Parallelogram
இதரச் செலவுகள்	Over head expenses
இருசமபக்க சரிவகம்	Isosceles Trapezium
இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம்	Isosceles right angled triangle
இலாபம்	Profit
உயர்வு	Increase
எளியச் சமன்பாடு	Simple Equation
ஒத்தப் பக்கங்கள்	Corresponding Sides
ஒருபடிச் சமன்பாடு/ நேரியச் சமன்பாடு	Linear Equation
ஓர் ஆண்டிற்கு	Per annum
கடன்	Loan
கடன் பெறுபவர்	Borrower
கடன் வழங்குபவர்	Lender
கணிப்பான்	Calculator
கர்ணத்தின் மீதமைந்த செங்குத்து	Altitude on Hypotenuse
கர்ணம்	Hypotenuse
கார்டீசியன் அமைப்பு	Cartesian System
கார்டீசியன் தளம்	Cartesian Plane
காலம்	Duration
கால்பகுதி	Quadrant
குறித்த விலை	Marked Price
குறியாக்கம்	Encryption
குறியாக்கவியல்	Cryptology

Answers.indd 110 21-08-2019 12:07:26

கணிதக் கலைச் சொற்கள்	
குறியீடு	Code
குறைவு	Decrease
கூட்டு வட்டி	Compound Interest
சதவீதம்	Percentage
சமான	Equivalent
செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள்	Legs (sides) of a right angled triangle
சேர்ந்த	Accrued
தள்ளுபடி	Discount
தனி வட்டி	Simple Interest
தேய்மான மதிப்பு	Depreciation value
தொகை	Amount
தொடர்ச்சியான	Successive
நட்டம்	Loss
நுகர்வோர்	Consumer
நேரம்	Time
நேரிய அமைப்பு	Linear Pattern
பக்கங்கள்	Legs or Sides
பிதாகரஸ் தோற்றம்	Pythagoras Theorem
பிதாகரஸ் மூன்றன் தொகுதி எண்கள்	Pythagorean Triplets
மத்திய சரக்கு மற்றும் சேவை வரி	CGST
மறுதலை	Converse
மாநில சரக்கு மற்றும் சேவை வரி	SGST
மாற்று காலம்	Conversion period
மிக நீளமான பக்கம்	Greatest Side
மூலைவிட்டம்	Diagonal
வரி	Tax
வரிசை சோடிகள்	Ordered pairs
வரைபடத் தாள்	Graph Sheet
வளர்ச்சி வீதம்	Rate of Growth
வித்தியாசம்	Difference
விற்ற விலை	Selling Price

Answers.indd 111 21-08-2019 12:07:26

8 ஆம் வகுப்பு கணக்கு – பருவம் 2
பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

மேலாய்வாளர்கள்

- **முனைவர். இரா. இராமானுஜம்**
  பேராசிரியர், கணித அறிவியல் நிறுவனம்,
  தரமணி,சென்னை

- **இரா. ஆத்மராமன்**
  கல்வி ஆலோசகர்,
  இந்திய கணித ஆசிரியர்கள் சங்கம்,
  சென்னை

பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

- **க. கமலநாதன்,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசினர் மேல்நிலைப் பள்ளி,
  ஆர்பாக்கம், காஞ்சிபுரம்.

- **கி. குணசேகர்,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  ஊராட்சி ஒன்றிய நடுநிலைப்பள்ளி,
  வளவனூர் மேற்கு, விழுப்புரம்.

- **கு. பழனி,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஜெகதாப், கிருஷ்ணகிரி.

- **பா. மலர்விழி,**
  பட்டதாரி ஆசிரியை,
  சென்னை உயர்நிலைப்பள்ளி,
  ஸ்ட்ரஹான்ஸ் சாலை, பட்டாளம்,
  சென்னை.

இணையச் செயல்பாடு

- **ச. வாசுராஜ்,**
  முதுகலை பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  KRM பொதுப்பள்ளி, செம்பியம்,
  சென்னை.

தட்டச்சர்

- **க. புனிதா**
  திருவல்லிக்கேனி, சென்னை

கல்வி ஆலோசகர்

- **முனைவர். பொன். குமார்**
  இணை இயக்குநர் (பாடத்திட்டம்)
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும்
  பயிற்சி நிறுவனம் சென்னை.

கல்வி ஒருங்கிணைப்பாளர்

- **வே. இளையராணி மோகன்**
  உதவி பேராசிரியர்
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும்
  பயிற்சி நிறுவனம், சென்னை

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு

பக்க வடிவமைப்பாளர்கள்

- ர. மதன் ராஜ், சி. பிரசாந்த்
- அருண் காமராஜ் பழனிசாமி
- ம. இயேசு இரத்தினம், ப. யோகேஷ்
- வே. ஸ்ரீதர்

In-House QC

- ராஜேஷ் தங்கப்பன்
- அருண் காமராஜ் பழனிசாமி

அட்டை வடிவமைப்பு

- கதிர் ஆறுமுகம்

ஒருங்கிணைப்பாளர்

- ரமேஷ் முனுசாமி

விரைவுக்குறியீடு மேலாண்மைக் குழு

- **இரா. ஜெகநாதன்,** இடைநிலை ஆசிரியர்,
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, போளூர் திருவண்ணாமலை.

- **சூ.ஆல்பர்ட் வளவன் பாபு,**
  பட்டதாரி ஆசிரியர், அ.உ.நி.பள்ளி,
  பெருமாள் கோவில், இராமநாதபுரம்

- **ம.முருகேசன்,** பட்டதாரி ஆசிரியர்,
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி,. முத்துப்பேட்டை, திருவாரூர்.

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம் எலிகண்ட் மேப்லித்தோதாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்:

Answers.indd 112 21-08-2019 12:07:26

குறிப்பு

Answers.indd 113 21-08-2019 12:07:26

குறிப்பு

Answers.indd 114 21-08-2019 12:07:26