



थोड़ा याद करें

कोई व्यक्ति बैंक, पत संस्था, ऐसी संस्थाओं से कुछ राशि निश्चित ब्याज की दर से कर्ज लेता है और कुछ समय पश्चात ली हुई राशि वापस करता है। उस राशि का उपयोग करके उसके बदले कुछ अधिक राशि बैंक को देता है उसे ब्याज कहते हैं। साधारण ब्याज ज्ञात करने के लिए $I = \frac{PNR}{100}$ यह सूत्र हमने सीखा है। इस सूत्र में I = ब्याज, P = मूलधन, N = समय (वर्ष में) और R = प्र.श.प्र.व. ब्याज



आओ जानें

चक्रवृद्धि ब्याज (Compound interest)

जमा या कर्ज पर बैंक चक्रवृद्धि ब्याज लेती है, वह क्यों और कैसे हम सीखेंगे।

अध्यापिका : सज्जनराव ने किसी बैंक से 10 प्र.श.प्र.व. की दर से 1 वर्ष में वापसी की शर्त पर 10,000 रुपये कर्ज लिया, तो वर्ष के अंत में उसे ब्याजसहित कितनी राशि देनी पड़ेगी ?

विद्यार्थी : $P = 10,000$ रु. ; $R = 10$; $N = 1$ वर्ष

$$I = \frac{PNR}{100} = \frac{10000 \times 10 \times 1}{100} = 1000 \text{ रुपये}$$

∴ सज्जनराव को वर्ष के अंत में ब्याजसहित $10,000 + 1000 = 11,000$ रुपये देने पड़ेंगे।

विद्यार्थी : किंतु यदि कोई कर्जदार वर्ष के अंत में ब्याज की राशि भी भर नहीं सका तो ?

अध्यापिका : बैंक प्रत्येक वर्ष के अंत में ब्याज की गणना करता है तथा हर वर्ष कर्जदार से वह ब्याज की राशि बैंक में जमा करने की अपेक्षा करता है। कर्जदार प्रथम वर्ष के पश्चात ब्याज नहीं दिया तो बैंक द्वारा द्वितीय वर्ष के लिए मूलधन और प्रथम वर्ष का ब्याज मिलाकर जो मिश्रधन होता है वही राशि मूलधन मानकर ब्याज की गणना की जाती है अर्थात् द्वितीय वर्ष में ब्याज की गणना करते समय मूलधन की राशि प्रथम वर्ष के मिश्रधन के बराबर होती है। इस पद्धति से की गई ब्याज की गणना को **चक्रवृद्धि ब्याज** कहते हैं।

विद्यार्थी : सज्जनराव ने कर्ज वापसी का समय (अवधि) एक वर्ष के लिए बढ़ाई तो ?

अध्यापिका : तो द्वितीय वर्ष के लिए 11,000 रुपये मूलधन मानकर उसपर ब्याज और मिश्रधन ज्ञात करना पड़ेगा।

विद्यार्थी : इसके लिए पिछली कक्षा में सीखा हुआ $\frac{\text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन}} = \frac{110}{100}$ यह अनुपात उपयोग में लाए तो चलेगा न ?

अध्यापिका : बिल्कुल ! प्रत्येक वर्ष के लिए $\frac{\text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन}}$ यह अनुपात अचर है। चक्रवृद्धि ब्याज की गणना करते समय पिछले वर्ष का मिश्रधन यह आगे के वर्ष का मूलधन होता है। इसलिए ब्याज के बजाय सीधा मिश्रधन ज्ञात करना आसान होगा। प्रथम वर्ष के पश्चात मिश्रधन A_1 , द्वितीय वर्ष के पश्चात मिश्रधन A_2 , तृतीय वर्ष के पश्चात मिश्रधन A_3 ऐसा लिखिए।

प्रथम मूलधन P था।

$$\therefore \frac{A_1}{P} = \frac{110}{100} \therefore A_1 = P \times \frac{110}{100}$$

द्वितीय वर्ष का मिश्रधन ज्ञात करने के लिए

$$\therefore \frac{A_2}{A_1} = \frac{110}{100} \therefore A_2 = A_1 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

विद्यार्थी : फिर तृतीय वर्ष का मिश्रधन A_3 ज्ञात करने के लिए

$$\therefore \frac{A_3}{A_2} = \frac{110}{100} \therefore A_3 = A_2 \times \frac{110}{100} = P \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

अध्यापिका : शाबास ! यह चक्रवृद्धि ब्याज से मिश्रधन ज्ञात करने का सूत्र है। यहाँ ध्यान में रखे कि, $\frac{110}{100}$ यह एक रुपए की वर्ष के अंत में होने वाला मिश्रधन है। जितने वर्षों का मिश्रधन ज्ञात करना उतने ही समय मूलधन को अनुपात से गुणा कीजिए।

विद्यार्थी : अर्थात् माना कि, प्रथम वर्ष के अंत में $\frac{\text{मिश्रधन}}{\text{मूलधन}}$ यह अनुपात M है तथा P मूलधन हो ऐसा मानने पर वर्ष के अंत में मिश्रधन $P \times M$, द्वितीय वर्ष के अंत में मिश्रधन $P \times M^2$ तथा तृतीय वर्ष के अंत में मिश्रधन $P \times M^3$ होता है। इस पद्धति से कितने भी वर्ष का मिश्रधन ज्ञात कर सकते हैं।

अध्यापिका : एकदम सही ! ब्याज की दर प्र.श.प्र.व. हो, तो

$$\therefore 1 \text{ रुपये का } 1 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = 1 \times M = 1 \times \left(1 + \frac{R}{100}\right) \text{ है।}$$

$$\therefore P \text{ रुपये का } 1 \text{ वर्ष का मिश्रधन} = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right) = P \times \frac{100 + R}{100}$$

$\therefore$ मूलधन P, ब्याज की दर R, प्र.श.प्र.व., समय N वर्ष हो, तो

$$N \text{ वर्ष के पश्चात मिश्रधन, } A = P \times \left(\frac{100 + R}{100}\right)^N = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

हल किए गए उदाहरण

उदा. (1) $12\frac{1}{2}$ प्र.श.प्र.व. की दर से 4000 रुपये का 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ, $P = 4000 \text{ रु.}; R = 12\frac{1}{2} \%; N = 3 \text{ वर्ष।}$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = P \left(1 + \frac{12.5}{100}\right)^3 \quad A = 4000 \left(\frac{1125}{1000}\right)^3 = 4000 \left(\frac{9}{8}\right)^3$$

$$= 4000 \left(1 + \frac{125}{1000}\right)^3 = 5695.31 \text{ रुपये}$$

∴ तीन वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज (I) = मिश्रधन - मूलधन
= 5695.31 - 4000 = 1695.31 रुपये

प्रश्नसंग्रह 14.1

1. चक्रवृद्धि ब्याज से प्राप्त होनेवाला मिश्रधन तथा चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए ।

अ.क्र.	मूलधन (रुपये)	दर (प्र.श.प्र.व.)	समय (वर्ष)
1	2000	5	2
2	5000	8	3
3	4000	7.5	2

2. 12 प्र.श.प्र.व. की दर से समीराव ने किसी पत संस्था से 3 वर्ष के लिए 12500 रुपये कर्ज लिया । तो उन्हें तीसरे वर्ष के अंत में चक्रवृद्धि ब्याज की गणना से कितने रुपये वापस करने पड़ेंगे ?
3. व्यापार शुरू करने के उद्देश्य से शलाका ने $10\frac{1}{2}$ प्र.श.प्र.व. की दर से 8000 रुपये कर्ज लिया । तो 2 वर्ष के पश्चात कर्ज वापस करते समय चक्रवृद्धि ब्याज की गणना से उसे कितना ब्याज भरना पड़ेगा ?

अधिक जानकारी हेतु

- कुछ आर्थिक व्यवहार में प्रति (हर) छह महीने में ब्याज की गणना कि जाती है । N वर्ष की अवधि के लिए ब्याज की दर R हो तो छहमाही ब्याज की गणना में दिए गए मूलधन में ब्याज की दर $\frac{R}{2}$ लेते हैं । N वर्ष के लिए छह महीने के 2N कालखंड इसे ध्यान में रखकर ब्याज निर्धारित करते हैं ।
- कई वित्त संस्थाएँ मासिक ब्याज की गणना से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करते हैं तब ब्याज का मासिक दर $\frac{R}{12}$ लेते हैं और अवधि $12 \times N$ कुल महीने से ब्याज की गणना करते हैं ।
- पिछले कुछ समय से बैंक प्रतिदिन ब्याज की गणना से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करते हैं ।

उपक्रम : आपके नजदीक की बैंक में जाकर वहाँ की विभिन्न योजनाओं की जानकारी प्राप्त कीजिए । उन योजनाओं के ब्याज की दर की सारणी तैयार करके उसे कक्षा में लगाइए ।

**चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र का उपयोजन (Application of formula for compound interest)**

चक्रवृद्धि ब्याज से मिश्रधन ज्ञात करने के लिए सूत्र का उपयोग दैनंदिन जीवन में और भी क्षेत्रों के उदाहरण हल करने के लिए किया जा सकता है; जैसे जनसंख्या में वृद्धि, किसी वाहन का प्रतिवर्ष कम होने वाला मूल्य आदि ।

किसी वस्तु को कुछ समय उपयोग में लाकर बेचने पर उसका मूल्य खरीदे मूल्य से कम होता है । कम होने वाले मूल्य को कमी या अवपात (depreciation) कहते हैं ।

मूल्य की फिसलन (कमी) निश्चित समय में निश्चित दर से होती रहती है । उदा. यंत्रों का मूल्य प्रतिवर्ष निश्चित प्रतिशत से कम होता है । कुछ समय पश्चात कम हुआ मूल्य ज्ञात करने के लिए चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र का उपयोग होता है ।

यह मूल्य ज्ञात करने के लिए अवपात की दर पता होनी चाहिए । वस्तु का मूल्य कम होने पर अवपात की दर R ऋणात्मक लेते हैं ।

हल किए गए उदाहरण

उदा. (1) किसी शहर की जनसंख्या में 8 प्र.श.प्र.व. की दर से वृद्धि होती है । वर्ष 2010 उस शहर की जनसंख्या 2,50,000 हो तो वर्ष 2012 में उस शहर की जनसंख्या कितनी होगी ?

हल : यहाँ, $P = 2010$ की जनसंख्या = 2,50,000

$A = 2012$ में की जनसंख्या;

$R =$ जनसंख्या वृद्धि की दर = प्रतिवर्ष 8%

$N = 2$ वर्ष

$A = 2012$ में अर्थात् 2 वर्ष में होने वाली जनसंख्या

$$\begin{aligned} A &= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = 250000 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 \\ &= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right)^2 \\ &= 250000 \times \left(\frac{108}{100}\right) \times \left(\frac{108}{100}\right) \\ &= 2,91,600. \end{aligned}$$

$\therefore$ 2012 में शहर की जनसंख्या 2,91,600 होगी ।

उदा. (2) रेहाना ने वर्ष 2015 में एक स्कूटर 60000 रुपये में खरीदा था । अवपात की दर 20 प्र.श.प्र.व. हो तो 2 वर्ष के पश्चात स्कूटर का मूल्य कितना होगा ?

हल : यहाँ, $P = 60000$ रु. $A = 2$ वर्ष के पश्चात प्राप्त होने वाला मूल्य

$R =$ अवपात की दर $= -20\%$ प्रतिवर्ष $N = 2$ वर्ष

$A = 2$ वर्ष पश्चात प्राप्त होने वाला मूल्य

$$\begin{aligned} A &= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N &= 60000 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \\ &= 60000 \times \left(1 + \frac{-20}{100}\right)^2 &= 60000 \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \\ &= 60000 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2 &A = 38400 \text{ रु.} \end{aligned}$$

∴ दो वर्ष के पश्चात स्कूटर का मूल्य 38400 रुपये होगा ।

चक्रवृद्धि ब्याज की पद्धति से ब्याज की गणना के सूत्र में A, P, N, R इन चार मुद्दों में से कोई तीन मुद्दे देने पर चौथा मुद्दा कैसे ज्ञात करते हैं ? यह निम्नलिखित उदाहरण में अध्ययन करेंगे ।

उदा. (3) 10 प्र.श.प्र.व. की दर से किसी राशि का तीन वर्ष में चक्रवृद्धि ब्याज की दर से मिश्रधन 6655 रुपये हो तो वह राशि ज्ञात कीजिए ।

हल : यहाँ $A = 6655$ रुपये; $R = 10$ प्र.श.प्र.व. ; $N = 3$ वर्ष ।

$$\begin{aligned} A &= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \\ \therefore 6655 &= P \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 = P \times \left(\frac{110}{100}\right)^3 = P \times \left(\frac{11}{10}\right)^3 \\ \therefore P &= \frac{6655 \times 10^3}{11 \times 11 \times 11} \quad P = 5 \times 10^3 = 5000 \\ \therefore &\text{ वह राशि 5000 रुपये हैं ।} \end{aligned}$$

उदा. (4) 10 प्र.श.प्र.व. की दर से 9000 रुपये का कितने वर्षों में चक्रवृद्धि ब्याज 1890 रुपये होगा ?

हल : यहाँ $R = 10$; $P = 9000$; चक्रवृद्धि ब्याज $= 1890$

सर्व प्रथम चक्रवृद्धि ब्याज के प्राप्त मिश्रधन ज्ञात करेंगे ।

$$A = P + I = 9000 + 1890 = 10890$$

चक्रवृद्धि ब्याज से प्राप्त मिश्रधन का सूत्र लिखकर उसमे मान रखेंगे ।

$$A = 10890 = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N = 9000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^N = 9000 \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{10890}{9000} = \frac{121}{100} \quad \therefore \left(\frac{11}{10}\right)^N = \frac{121}{100} \quad \therefore N = 2$$

$\therefore$ 2 वर्ष पश्चात चक्रवृद्धि ब्याज 1890 रुपये होगा ।

प्रश्नसंग्रह 14.2

1. किसी उड़्डाण पुल बनवाना प्रारंभ करते समय कुल 320 मजदूर काम करते थे । यदि मजदूरों की संख्या में प्रतिवर्ष 25% की वृद्धि होती हो तो दो वर्ष के पश्चात कुल कितने मजदूर काम पर रहेंगे ?
2. किसी गड़रिया के पास 6200 भेड़ें हो और प्रतिवर्ष उनकी संख्या में 10% की वृद्धि होती है तो 2 वर्ष के पश्चात उसके पास कितनी भेड़ें होंगी ?
3. किसी जंगल में 40,000 वृक्ष हैं । यदि वृक्षों की संख्या में प्रतिवर्ष 5% की वृद्धि निश्चित की गई हो तो उस जंगल में 3 वर्षों के पश्चात वृक्षों की संख्या कितनी होनी चाहिए ?
4. आज एक मशीन 2,50,000 रुपये में खरीदी गई । उसके मूल्य में प्रतिवर्ष 10% की दर से अवपात होता हो, तो दो वर्ष के पश्चात उस मशीन का मूल्य क्रयमूल्य से कितना कम होगा ?
5. किसी मूलधन का 16 प्र.श.प्र.व. चक्रवृद्धि ब्याज की दर से दो वर्ष का मिश्रधन 4036.80 रुपये हुआ तो दो वर्ष में ब्याज कितना होगा ?
6. 12 प्र.श.प्र.व. की दर से 15000 रुपये चक्रवृद्धि ब्याज से कर्ज लिया तो कर्ज वापसी के 3 वर्ष में उसे कितने रुपये देने पड़ेंगे ?
7. 18 प्र.श.प्र.व की दर से किसी मूलधन का चक्रवृद्धि ब्याज से 2 वर्ष का मिश्रधन 13,924 रुपये हुआ, तो मूलधन कितना था ?
8. किसी शहर के एक उपनगर की जनसंख्या में विशिष्ट दर से वृद्धि होती है, आज की तथा दो वर्ष पश्चात की जनसंख्या 16000 तथा 17640 हो तो जनसंख्या वृद्धि का दर ज्ञात कीजिए ।
9. 10 प्र.श.प्र.व. की दर से 700 रुपये का कितने वर्षों में मिश्रधन 847 रुपये होगा ?

❧❧❧

उत्तर सूची

प्रश्नसंग्रह 14.1 1. (1) 2205, 205 (2) 6298.56, 1298.56

(3) 4622.5, 622.5 2. 17561.60 3. 1768.2

प्रश्नसंग्रह 14.2 1. 500 2. 252 3. ₹ 46,305

4. ₹ 47500 5. ₹ 1036.80 6. ₹ 21073.92

7. ₹ 10,000 8. प्र.श.प्र.व. 5 9. N = 2 वर्ष में

