अधयाय -3 संख्याओं के साथ खेलना

अधयापिका कक्षा VIमें अपने छात्रों के साथ कुछ बात कर रही हैं।

आप भी अध्यापक और साथियों के साथ वायु प्रदूषण के कारण और इसके बचाव के उपायों पर अपनी कक्षा में चर्चा कीजिए।

अगले दिन विद्यालय में 24 पौधे लाए जाते हैं।

अधयापिका और छात्र आपस में चर्चा कर रहे हैं कि इन सभी पौधों को किस प्रकार जमीन में लगाया जाए ताकि वे लगे हुए सुंदर भी दिखें।

अध्यापिका

बच्चों, हमारे पास 24 पौधे हैं। हम कितनी क्यारियाँ बनाएँ तथा हर क्यारी में बराबर-बराबर कितने पौधे लगाएँ?

जमील

मैडम, हम 2 क्यारियाँ बना सकते हैं तथा हर क्यारी में 12-12 पौधे लगा सकते है।

$12 + 12 = 2 \times 12 = 24$

जग्गी

मैडम, हम 3 क्यारियाँ भी बना सकते हैं तथा हर क्यारी में 8-8 पौधे लगा सकते हैं।

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$

मोनी

अरे वाह! मुझे भी पता चल गया। हम 4 क्यारियाँ भी बना सकते हैं तथा हर क्यारी में 6-6 पौधे लगा सकते हैं।

$6 + 6 + 6 + 6 = 4 \times 6 = 24$

अब, आप भी सोचिए और अपने साथियों के साथ चर्चा कीजिए हम कितने प्रकार से पौधों को व्यवस्थित कर सकते हैं।

अध्यापिका

बच्चों, हमने ऊपर देखा कि पौधों को व्यवस्थित करने के लिए हमने विभिन्न प्रकार से 24 पौधों के बराबर-बराबर भाग/खंड किए जैसे

$12 + 12 = 2 \times 12 = 24$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$

$6 + 6 + 6 + 6 = 4 \times 6 = 24$ आदि।

अध्यापिका

बच्चों, हमने पौधों को व्यवस्थित करने के लिए जाने-अनजाने गुणनखंड (Factor) का प्रयोग किया है।

मोनी

मैडम ये गुणनखंड क्या होते हैं?

अध्यापिका

आइए, अब हम गुणनखंड को समझने का प्रयास करते हैं।

गुणनखंड (Factor)

हम यहाँ यह जानना चाहते हैं कि कौन-कौन सी संख्याएँ '6' को पूरा-पूरा विभाजित करती है?

जाँच कीजिए :

1) 6 (6	2) 6 (3	3) 6 (	4) 6 (	5) 6 (	6) 6 (
-6	-6				
0	0				

भागफल	6	3				
शेषफल	0	0				

यहाँ कौन-कौन सी संख्याएँ '6' को पूरा-पूरा विभाजित करती हैं :-____, ____ ,____ ,____

वे संख्याएँ जो किसी संख्या को पूरा-पूरा विभाजित करती है वे उस संख्या का गुणनखंड़ (Factor) कहलाती हैं।

'6' को दो संख्याओं के गुणन के रूप में लिखते हुए खाली स्थान भरिए।

6 = 1 x 6 → 1 और 6, संख्या 6 को पूरी-पूरी विभाजित करती है।
6 = 2 x 3 → 2 और 3, संख्या 6 को पूरी-पूरी विभाजित करती है।
6 = 3 x ___ → __और __ , संख्या 6 को पूरी-पूरी विभाजित करती है।
6 = 6 x ___ → __और __ , संख्या 6 को पूरी-पूरी विभाजित करती है।

हमने देखा कि 1,2,3 और 6, संख्या 6 को पूरा-पूरा भाग करते हैं।
संख्या '6' को पूरा-पूरा भाग करने वाली
इन संख्याओं को 6 का गुणनखंड (factor) कहते हैं।

आइए अब हम संख्या '6' के गुणनखंड ऊपर दिए गए बॉक्स में से लिखते हैं। :- ____, ____ ,____ ,____

(1) कौन-कौन सी संख्याओं से 10 को पूरा-पूरा विभाजित किया जा सकता है। भाग **(Divide)** करके जाँचिए।

) 10 (   ) 10 (   ) 10 (   ) 10 (

कौन-कौन सी संख्याएँ '10' को पूरा-पूरा विभाजित करती है ? :_______ ,_______,_______,_______

संख्या '10' को दो संख्याओं के गुणन के रूप में लिखिए :

10 = ___ x ___
10 = ___ x ___
10 = ___ x ___
10 = ___ x ___
10 = ___ x ___

10 के सभी गुणनखंड लिखिए:- ⟶ ____, ____, ____, ____

(2) कौन-कौन सी संख्याओं से '15' को पूरा-पूरा विभाजित किया जा सकता है?:_____ ,________,________

संख्या '15' को दो संख्याओं के गुणन के रूप मे लिखिए :

15 = ___ x ___
15 = ___ x ___
15 = ___ x ___
15 = ___ x ___

15 के सभी गुणनखंड लिखिए :- ⟶ ____, ____, ____, ____

आइए अब हम कुछ प्रश्नों का अभ्यास करतें हैं।

(1) दी गई संख्याओं के सभी गुणनखंड लिखिए।

(1) 12 : ____, ____, ____, ____, ____, ____
(2) 25 : ____, ____, ____
(3) 30 : ____, ____, ____, ____, ____, ____
(4) 21 : ____, ____, ____
(5) 27 : ____, ____, ____, ____

तालिका में दी गई संख्या के गुणनखंडों को पहचानिए और उसके गुणनखंडों की कुल संख्या लिखिए।

तालिका I

संख्या	दी गई संख्या के गुणनखंड पर गोला कीजिए	गुणनखंडों की संख्या
1	(1), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	1
2	(1), (2), 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	2
3	(1), 2, (3), 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	2
4	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	
5	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	
6	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	
7	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	
8	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	
9	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	
10	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	

आओ, संख्या तालिका को और आगे बढाते हैं।

तालिका II

संख्या	दी गई संख्या के गुणनखंड पर गोला कीजिए	गुणनखंड़ों की संख्या
11	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
12	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
13	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
14	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
15	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
16	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
17	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
18	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
19	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	
20	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	

तालिका **I-II** में, ऐसी कौन-कौन सी संख्याएँ हैं, जिनके केवल एक गुणनखंड हैं?: _______________

हमने देखा कि जिन संख्याओं के केवल दो गुणनखंड हैं वे गुणनखंड संख्या 1 और स्वयं संख्या ही है।

ऐसी कौन-कौन सी संख्याएँ हैं, जिनके केवल दो गुणनखंड हैं? ___________________________

ऐसी कौन-कौन संख्याएँ हैं, जिनके दो से अधिक गुणनखंड हैं ? _________________________

⟶ वे संख्याएँ, जिनके केवल दो गुणनखंड होते हैं, वे अभाज्य संख्याएँ **(Prime Number)** कहलाती हैं।

पिछले ढष्ठ पर दी गई तालिकाओं में से

अभाज्य संख्याएँ लिखिए :- **_2__, _3_,** ___, __, ___, __, ___, ___

⟶ वे संख्याएँ, जिनके दो से अधिक गुणनखंड होते हैं, वे भाज्य संख्याएँ **(Composite number)** कहलाती हैं।

पिछले पृष्ट पर दी गई तालिकाओं में से

भाज्य संख्याएँ लिखिए :-__**4**_, _**6**_, ___, __, ___, __, ___, __, ___, ___

आपका उत्तर

ऐसी कौन सी संख्या है, जो न तो भाज्य संख्या है और न ही अभाज्य संख्या?

ऐसी कौन सी संख्या है, जो सभी संख्याओं का गुणनखंड है?

⟶दी गई संख्या तालिका में अभाज्य संख्याओं पर घेरा लगाइए।

संख्या तालिका (1-100)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

दी गई संख्याओं का गुणनखंड लिखिए तथा रिक्त स्थानों को भरिए :-

संख्या			गुणनखंड
(1)	6	:-	____, ____, ____, ____
(2)	7	:-	____, ____
(3)	9	:-	____, ____, ____
(4)	__	:-	1, 2, 3, 4, 6, 12
(5)	___	:-	1, 2, 4, 5, 10, 20
(6)	18	:-	____, ____, ____, ____, ____, ____
(7)	17	:-	____, ____
(8)	22	:-	____, ____, ____, ____
(9)	25	:-	____, ____, ____

2. नीचे दिए गए प्रश्नों पर विचार कीजिए और अपनी कक्षा में उसकी चर्चा कीजिए।

(1) क्या '1' प्रत्येक संख्या का एक गुणनखंड होता है? ◯ (हाँ/नहीं)

(2) क्या प्रत्येक संख्या स्वयं अपना ही एक गुणनखंड होती है ? ◯ (हाँ/नहीं)

(3) क्या एक दी गई संख्या के गुणनखंडों की संख्या परिमित **(finite)** होती है ? ◯ (हाँ/नहीं)

आइए हम कुछ प्रश्नों पर विचार करते हैं।

(1) एक दुकानदार 4 कुर्सियों का एक सैट बनाकर ही अपनी कुर्सियाँ बेचता है।

बताइए दुकानदार द्वारा बेची गई कुर्सियों की संख्या दी गई संख्याओं में से कौन-कौन सी हो सकती है ?

4, 7, 8, 11, 12, 16, 19, 20, 24, 26, 28, 29, 30

आपका उत्तर : ______,_______, ______

(2) एक अंडे बेचने वाला 6 अंडों का एक पैकट (बॉक्स) बनाकर ही अंडें बेचता है।

बताइए अंडे विक्रेता द्वारा बेचे गए अंडों की संख्या, दी गई संख्याओं में से क्या-क्या हो सकती है ?

5, 6, 11, 12, 15, 18, 19, 20, 24, 26, 28, 30

आपका उत्तर :________,_________, ________

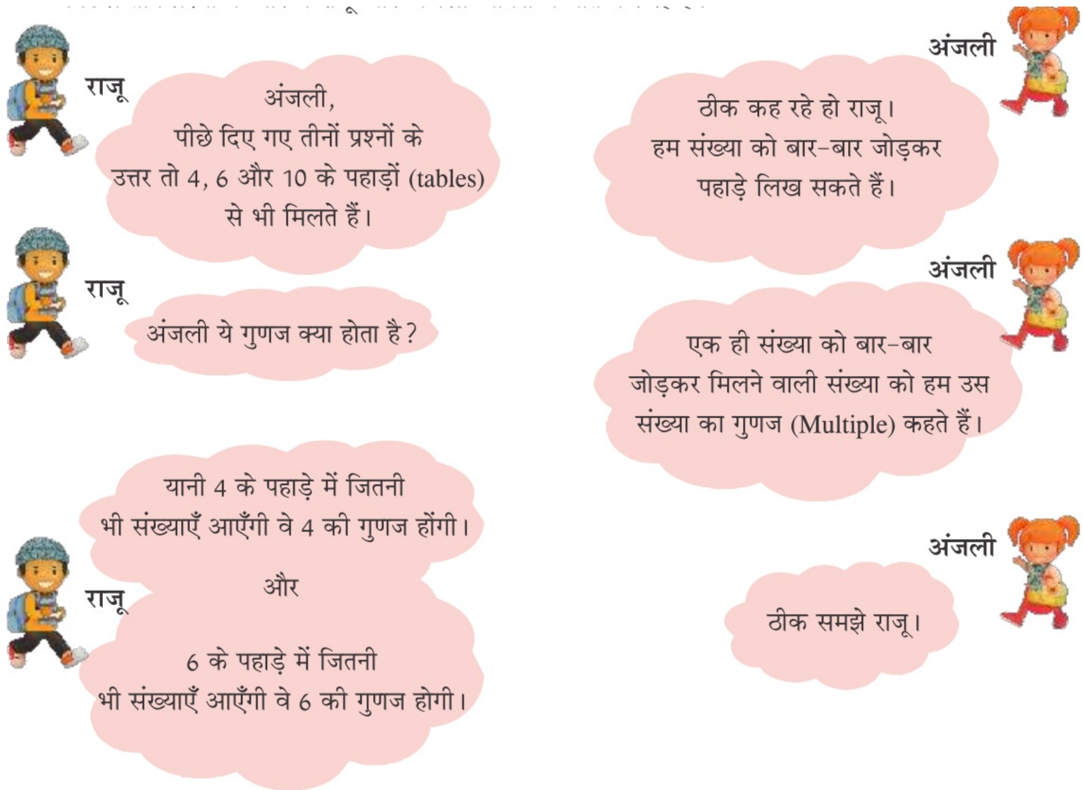
(3) एक बिस्कुट के पैकट में 10 बिस्कुट हैं।

अगर हम कुछ बिस्कुट के पैकटों को खोलकर सभी बिस्कुट निकालें तो हमें कितने-कितने बिस्कुट मिल सकते हैं ?

10, 15, 20, 28, 30, 39, 40, 50, 53, 56, 60

आपका उत्तर :________,_________, ________

पिछले तीन प्रश्नों के बारे में राजू और अंजली आपस में बात कर रह हैं।



आइए अब आप भी कुछ प्रश्नों के उत्तर दीजिए

⟶ दी गई संख्याएँ किस संख्या का गुणज हैं ?

(a) 2, 4, 6, 8, 10, 12...उ_______

(b) 3, 6, 9, 12, 15, 18...उ_______

धयान रहे आपका उत्तर एक से अधिक संख्या भी हो सकती है।

(c) 7, 14, 21, 28, 35, 42...उ_______

(d) 15, 30, 45, 60, 75, 90...उ_______

⟶ प्र॰ **(d)** में दी गई संख्याएँ और किन-किन संख्याओं का गुणज हैं?______________________

आइए एक स्थिति पर विचार करते हैं।

हमें पता है कि **6x**5 **= 30** होता है।

6 और 5, संख्या '30' के गुणनखंड़ हैं।

6**x**5 का अर्थ होता है **:** 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 यानि 6 बार 5 को जोड़ना।

'5' को 6 बार जोड़कर ही हमें 30 प्राप्त हुआ।

इसलिए हम कह सकते हैं कि 30, 5 का एक गुणज है।

हमें पता है कि **6x**5 **=** 5**x**6 होता है।

5**x**6 का अर्थ होता है **:** 6 + 6 + 6 + 6 + 6 यानि 5 बार 6 को जोड़ना।

'6' को 5 बार जोड़कर ही हमें 30 प्राप्त हुआ।

इसलिए हम यह भी कह सकते हैं कि 30, 6 का भी एक गुणज है।

हमने पता किया कि **6x**5 **= 30** में 30, 6 और 5 दोनों का गुणज है।

आइए आप भी दिए गए गुणनफल के आधर पर रिक्त स्थान भरिए।

(1) 2x9=18: 18,______और______का गुणज है।

(2) 5x7=45: 45,______और______का गुणज है।

(3) 6x11=66: 66,______और______का गुणज है।

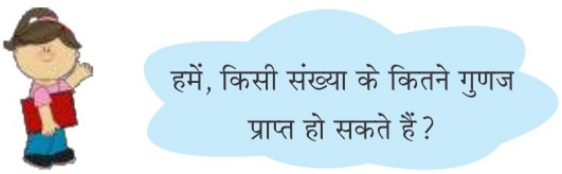
(4) 9x3=27: 27,______और______का गुणज है।

(5) 3x1=3: 3,______और______का गुणज है।

(6) 5x1=5: 5,______और______का गुणज है।

क्या प्रत्येक संख्या स्वयं का एक गुणज होती है ?

साथियों के साथ चर्चा कीजिए।



2 के गुणज

आइए अब हम '2' के पहले पाँच गुणजों को प्राप्त करते हैं।

2 x 1= 2 **, 2 x 2=** 4 **, 2 x** 3 **=** 6 **, 2 x** 4 **=** 8 **, 2 x** 5 **=** 10

इस प्रकार 2 के प्राप्त गुणज= **__2_, __4_, _____, _____, _____**

अब क्या हम '2' के और भी गुणज प्राप्त कर सकते हैं? हाँ/नहीं

अगर हाँ तो हम, '2' के और गुणज पता करते हैं।

2 x 6=___ , 2 x 7= ___, 2 x ____ = ____, 2 x ____ = ____, 2 x ____ = ___

'2' के प्राप्त गुणज **= ____, ____, _____, _____, _____**

क्या हम 2 के और भी गुणज प्राप्त कर सकते हैं? हाँ/नहीं

यदि हाँ, तो पता कीजिए।

2 x __=__ , 2 x __= __, 2 x ___ = ___, 2 x ___ = ___, 2 x ___ = __

क्या गुणज निकालने
की प्रक्रिया कभी रूकेगी ?

हाँ/नहीं

नीचे दी गई संख्याओं के पहले छः गुणज लिखिए।

(a) 5 = ____, ____, ____, ____, ____, ____ (b) 9 = ____, ____, ____, ____, __, __

(c)7 = ____, ____, ____, ____, ____, ____ (d) 10 = ____, ____, ____, ____, ____, ____

मिलान कीजिए

(a) 7 का गुणज(i)5

(b) 1 0 कागुणज(ii)16

(c) 35 का गुणनखंड(iii)21

(d) 8 का गुणज(iv)9

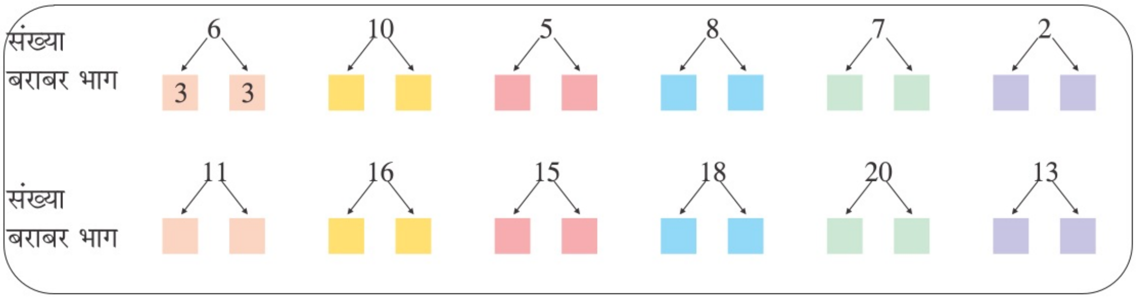
(e) 27 का गुणनखंड(v)50

पैटर्न को समझकर, रिक्त स्थान भरिए

(i)	3	6		12		
(ii)	5	10	15			
(iii)		18	24	30	36	
(iv)	7		21		35	

सम और विषम संख्याएँ (Even and Odd Number)

दी गई संख्याओं को दो समान पूर्ण भागों में बाँटिए :-



प्र 1- ऊपर बॉक्स में से वे संख्याएँ लिखिए जो जो दो समान पूर्ण भागों में बँट गई।

:- ____, ____, ____, ____, ____ ____, ____

संख्याएँ जो दो समान पूर्ण भागों में बँट जाती हैं उन्हें सम संख्या **(Even Number)** कहा जाता है।

प्र 2- ऊपर बॉक्स में से वे संख्याएँ लिखिए जो दो समान पूर्ण भागों में नहीं बँट पाई।

:- __**5**__, ____, ____, ____, ____

संख्याएँ जो दो समान पूर्ण भागों में नहीं बँट पाती हैं उन्हें विषम संख्या **(Odd Number)** कहा जाता है।

⟶ दिए गए संख्या पैटर्न को धयानपूर्वक देखिए

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

प्र 3- पैटर्न में दी गई सभी संख्याएँ किस संख्या का गुणज है ?

गिनती (1-50)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- सम संख्याओं पर घेरा ‘ ’ कीजिए।

- विषम संख्याओं को रेखांकित ‘ ’ कीजिए।

- सम संख्याओं के इकाई स्थान पर आने वाले अंकों को लिखिए :- ____, ____, _____, _____, _____

-विषम संख्याओं के इकाई स्थान पर आने वाले अंकों को लिखिए :-____,____, _____, _____,

सम संख्याओं की पहचान → सम संख्याओं के इकाई स्थान के अंक _____, _____ _____, _____,और _____ होते हैं।

विषम संख्याओं की पहचान → विषम संख्याओं के इकाई स्थान के अंक _____, _____ _____, _____,और _____ होते हैं।

इकाई स्थान के अंकों के आधार पर सम-विषम संख्याओं की पहचान,
उचित बॉक्स में (✓)का निशान लगाकर कीजिए

संख्या	सम संख्या	विषम संख्या
26	✓	
39		✓
51		
80		
28		

संख्या	सम संख्या	विषम संख्या
43		
95		
62		
84		
57		

संख्याओं की विभाज्यता की जाँच

→10 से विभाज्यता:-

- 10 के गुणज लिखिए:- ___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___

___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___

- क्या संख्या '10' के गुणज सदैव 10 से भाग जाएँगे? हाँ/नहीं
- 10 से भाग जाने वाली ऊपर लिखी इन संख्याओं के इकाई स्थान पर कौन

10 से भाग जाने वाली संख्याओं की पहचान → इनके इकाई स्थान का अंक सदैव शून्य '0' होगा।

→5 से विभाज्यता:-

- 5 के गुणज लिखिए:- ___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___

___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___, ___, ___,___, ___,___

- क्या संख्या '5' के गुणज सदैव 5 से भाग जाएँगे? हाँ/नहीं
- 5 से भाग जाने वाली, ऊपर लिखी संख्याओं के इकाई स्थान पर कौन साअंक है=:-______

5 से भाग जाने वाली संख्याओं की पहचान → इनके इकाई स्थान का अंक सदैव _5_ और _0_ होगा।

इकाई स्थान के अंको के आधार पर विभाज्यता की जाँच (✓ या ✗) से कीजिए।

संख्या	क्या संख्या विभाज्य है		
	2 से	5 से	10 से
560			
561			
562			
563			
564			

$10 = 2 \times 5$

संख्या	क्या संख्या विभाज्य है		
	2 से	5 से	10 से
565			
566			
567			
568			
569			
570			

हमने देखा कि जो संख्या '10' से भाग जाती है, तो वह संख्या ________और ________से भी भाग जाएगी।

⟶ 3 से विभाज्यता :-

3 के गुणज (संख्या 9 से बड़े) ___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

नीचे दी गई तालिका को दिए गए उदाहरण के अनुसार पूरा कीजिए।

3 से भाग जाने वाली संख्या	अंको का योग	योगफल	क्या योगफल 3 से भाग जा रहा? (हाँ/नहीं)
639	6+3+9	18	
465	4+6+5	15	
102			
222			
582			

3 से भाग नहीं जाने वाली संख्या	अंकों का योग	योगफल	क्या योगफल 3 से भाग जा रहा? (हाँ/नहीं)
529	5+2+9	16	
316	3+1+6	10	
148			
820			
581			

ऊपर दी गई तालिकाओं में संख्याओं के अंकों के योगफल के आधार पर, प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

1)क्या 3 से भाग जाने वाली संख्याओं, के अंको का योगफल, संख्या 3 से भाग जा रहा है ? ______ (हाँ/नहीं)

2)क्या 3 से भाग नहींजाने वाली संख्याओं, के अंकों का योगफल, संख्या 3 से भाग जा रहा है ?______(हाँ/नहीं)

3 से भाग जाने वाली संख्याओं की पहचान → उस संख्या के सभी अंको का योगफल सदैव 3 से भाग जाएगा।

संख्याओं के अंकों के योगफल के आधर पर संख्या '3' से विभाज्यता की जाँच कीजिए।

दिए गए उदाहरण के अनुसार, अब आप प्रयास कीजिए।

उदाहरण

संख्या	क्या संख्या 3 से विभाज्य है?
72	✓
861	✗
512	✗

संख्या	क्या संख्या 3 से विभाज्य है?
363	
402	
472	

संख्या	क्या संख्या 3 से विभाज्य है?
1902	
8347	
9762	

➔ **9 से विभाज्यता :-**

9 के गुणज लिखिए : ___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

तालिका को पूरा कीजिए

9 से भाग जाने वाली संख्या	अंको का योग	योगफल	क्या योगफल '9' से भाग जा रहा है ? (हाँ/नहीं)
81	8+1	9	
477	4+7+7	18	
801			
234			
945			

9 से भाग नहीं जाने वाली संख्या	अंको का योग	योगफल	क्या योगफल '9' से भाग जा रहा है ? (हाँ/नहीं)
73	7+3	10	
148	1+4+8	13	
730			
421			
965			

ऊपर दी गई तालिकाओं में संख्याओं के अंको के योगफल के आधार पर, प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

1) क्या 9 से भाग जाने वाली संख्याओं के अंकों का योगफल, संख्या 9 से भाग जा रही हैं ?_____ (हाँ /नहीं)

2) क्या 9 से भाग नहीं जाने वाली संख्याओं के अंकों का योगफल, संख्या 9 से भाग जा रही हैं ?_______(हाँ /नहीं)

9 से भाग जाने वाली संख्याओं की पहचान → **उस संख्या के सभी अंकों का योगफल सदैव ________ '9' से भाग जाएगा।**

संख्या के अंकों के योगफल के आधार पर संख्या 3 और 9 से विभाज्यता की जाँच कीजिए तथा

उचित बॉक्स का चयन (✓याX) से कीजिए:-

संख्या	क्या संख्या विभाज्य होगी ?	
	3 से	9 से
417	✓	✗
654		
962		
396		

9 = 3 x 3

संख्या	क्या संख्या विभाज्य होगी ?	
	3 से	9 से
163		
597		
711		
630		

जो संख्या, 9 से भाग जाएगी। ⟶ तो वह संख्या ____से भी भाग जाएगी।

⟶6 से विभाज्यता :-

6 के गुणज लिखिए ___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

उचित बॉक्स का चयन (✓ या ✗) से कीजिए:-

संख्या	क्या संख्या विभाज्य होगी ?		
	2 से	3 से	6 से
36	✓	✓	✓
21			
27			
18			

6 = 2 x 3

संख्या	क्या संख्या विभाज्य होगी ?		
	2 से	3 से	6 से
42			
46			
39			
54			

जो संख्या 6 से भाग जाएगी, तो वह संख्या _____और _____ से भी भाग जाएगी।

6 से भाग जाने वाली संख्याओं की पहचान ⟶ वह संख्या 2 और 3 से भी भाग जाएगी।

⟶4 से विभाज्यता :-

4 के गुणज लिखिए___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

4 से भाग जाने वाली संख्या	संख्या के अंतिम दो अंक लिखिए	क्या अंतिम दो अंकों से बनी संख्या, 4 से विभाज्य हैं? (✓ या ✗)
632	32	✓
948		
416		
804		

4 से भाग जाने वाली संख्या	संख्या के अंतिम दो अंक लिखिए	क्या अंतिम दो अंकों से बनी संख्या, 4 से विभाज्य हैं? (✓ या ✗)
1624	24	✓
3912		
5830		
8204		

जो संख्या '4' से भाग जाएगी। → उस संख्या के अंतिम दो अंकों से बनी संख्या भी 4 से भाग जाएगी।

⟶8 से विभाज्यता :-

8 के गुणज लिखिए ___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

8 से भाग जाने वाली संख्या	संख्या के अंतिम तीन अंक लिखिए	क्या अंतिम तीन अंकों से बनी संख्या, 8 से विभाज्य हैं? (✓ या ✗)
8120	120	✓
4616		
3124		
5132		

8 से भाग जाने वाली संख्या	संख्या के अंतिम तीन अंक लिखिए	क्या अंतिम तीनअंकों से बनी संख्या, 8 से विभाज्य हैं? (✓ या ✗)
17628	628	✓
68932		
54040		
31504		

जो संख्या '8' से भाग जाएगी। → उस संख्या के अंतिम तीन अंकों से बनी संख्या भी 8 से भाग जाएगी।

⟶11 से विभाज्यता :-

11 के गुणज लिखिए ___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

___, ____, ___, ____, ___, ____,___, ____,___, ____

तालिका भरिए

'11' से भाग जाने वाली संख्याएँ	दाएँ से विषम स्थानों के अंकों का योग I	दाएँ से सम स्थानों के अंकों का योग II	अंतर (I- II)
1210	0+2 = 2	1+1 = 2	2 - 2 = 0
4719	9+7 = 16	1+4 = 5	16 - 5 = 11
61809			
19547			
90816			
26807			

संख्या 11 से भाग जाएगी → उस संख्या के, दाएँ से विषम स्थानों के अंकों का योग और सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर या तो ____ है या ____ से विभाज्य है।

विभाज्यता की जाँच सही बॉक्स का चयन (✓ या ✗) से कीजिए।

संख्या	संख्या विभाज्य है								
	2 से	3 से	4 से	5 से	6 से	8 से	9 से	10 से	11 से
184	✓	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗
628									
3270									
1881									
3568									
2816									
1775									
645									

बताओं मैं कौन हूँ (Who am I)

(a)

मैं 50 से 100 के बीच की संख्या हूँ।
मैं '3' और '4' से भाग जाती हूँ।
मेरा इकाई स्थान का अंक '0' है।

(b)

मैं संख्या 110 और 140 के बीच में हूँ।
मैं '3' और '5' से भाग जाती हूँ।
मेरे इकाई स्थान का अंक '0' नहीं है।

(c)

मैं 25 से बड़ी तथा 45 से छोटी संख्या हूँ।
मैं '8' से भाग जाती हूँ।
मैं '5' से भाग नहीं जाती हूँ।

(d)

मैं 200 से बड़ी लेकिन 220 से छोटी संख्या हूँ।
मैं '6' से भाग जाती हूँ।
मेरे अंको का योग '3' है।

अभाज्य गुणनखंडन(Prime Factorization)

खाली स्थानों को भरिए :-

	संख्या	गुणनखंड	अभाज्य गुणनखंड
(1)	9	1 , 3 , 9	3
(2)	15	1 , 3 , 5 , 15	3 , 5
(3)	22		
(4)	32		
(5)	50		

दिए गएउदाहरण को धयानपूर्वक समझिए

संख्या ⟶ 18

↓

गुणनखंडन :- 2 × 9

↓

पुनः गुणनखंडन 2 × 3 × 3

अतः 18 का अभाज्य गुणनखंडन = 2 × 3 × 3

अभाज्य गुणनखंडन:- किसी सँख्या को अभाज्य गुणनखंडों के गुणन के रूप मे लिखना।

प्रयास कीजिए

दी गई संख्याओं का अभाज्य गुणनखंड़ कीजिए :-

(1) संख्या ⟶ 20

↓

2 × 10

↓

2 ×___×___

(2) संख्या ⟶ 24

↓

2 ×___

↓

2 × 2 ×___

2 × 2 × 2 ×___

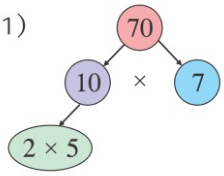
20 का अभाज्य गुणनखंडन = ____________

24 के अभाज्य गुणनखंडन = ____________

गुणनखंडन वृक्ष (Factor Tree)

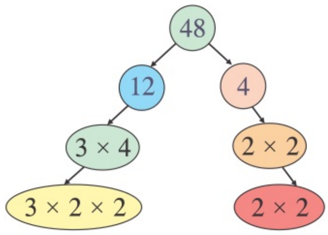
दिए गए उदाहरणों को ध्यानपूर्वक देखिए।

(1)



70 के अभाज्य गुणनखंडन = 2 × 5 × 7

(2)



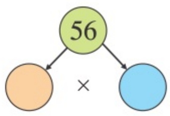
48 के अभाज्य गुणनखंडन = 3 × 2 × 2 × 2 × 2

ऊपर दिए गए उदाहरणों में गुणनखंडन ज्ञात करने की जिस प्रक्रिया का प्रयोग किया है, उसे गुणनखंडन वृक्ष कहते हैं।

हम एक ही संख्या के अनेक गुणनखंड वृक्ष बना सकते है।

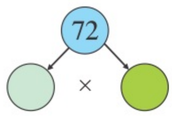
गुणनखंडन वृक्ष का प्रयोग कर, गुणनखंडन कीजिए।

(1)



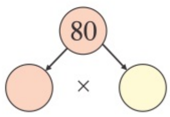
56 के अभाज्य गुणनखंडन = ________

(2)

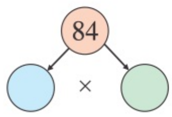


72 के अभाज्य गुणनखंडन = __________

(3)



(4)



80 के अभाज्य गुणनखंडन = ________84 के अभाज्य गुणनखंडन = _________

आइए जॉली और उसके दोस्तों के बीच हो रही बातचीत को सुनते हैं।

जॉली

मेरे पास 12 फ्रूटी, 18 चॉकलेट और 24 टॉफियाँ हैं।

मैं कितने अधिक से अधिक दोस्तों को आमंत्रित करूँ ताकि सभी को बराबर-बराबर चीजें मिले ?

क्या आप जॉली की मदद करना चाहेंगे ?
तो बताइए कि वह कितने अधिक से अधिक दोस्तों को आमंत्रित करें ताकि सभी को बराबर-बराबर चीजें मिले ?

हसन

मैं बताऊँ। जॉली, आप अपने 3 दोस्तों को आमंत्रित कर सकती हो।

हर दोस्त को
4-4 फ्रूटी
6-6 चॉकलेट और
8-8 टॉफियाँ मिल सकती है।

शीयोनी

जॉली, आप अपने 4 दोस्तों को भी आमंत्रित कर सकती हो।

हर दोस्त को
3-3 फ्रूटी और ...
अरे! 8 चॉकलेट को तो 4 बराबर भागों में नहीं बाँट सकते।

रक्कू

जॉली, आप अपने 6 दोस्तो को आमंत्रित कीजिए।

हर दोस्त को
2-2 फ्रूटी
3-3 चॉकलेट और
4-4 टॉफियाँ मिलेगी।

जॉली

आपको कैसे पता चला रक्कू ?

रक्कू

मेरे सर ने मुझे HCF सिखाया था! उसी का प्रयोग कर मैंनें आपकी समस्या का हल निकाला है।

जॉली

मुझे भी HCF समझाओ न रक्कू।

मैनें सबसे पहले सभी वस्तुओं की संख्याओं के गुणनखंडों का पता किया,

12 फ्रूटी, 12 के गुणनखंड हैं - 1, 2, 3, 4, 6, 12

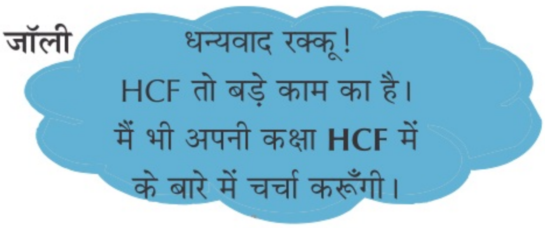
18 चॉकलेट, 18 के गुणनखंड हैं - 1, 2, 3, 6, 9, 18

24 टॉफियाँ24 के गुणनखंड हैं- 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

इसके बाद मैनें 12, 18 और 24 में से उभयनिष्ठ (Common)गुणनखंड पहचाने जोकि 1, 2, 3 और 6 हैं। इन उभयनिष्ठ गुणनखंडों (CommonFactor)में जो गुणनखंड सबसे बड़ा है, वह 12, 18 और 24 का HCF कहलाएगा जो कि 6 है।

HCF मतलब Highest Common Factor (महत्तम समापर्वतक या सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखंड) होता है।

यानि हम अपने 6 दोस्तों को आमंत्रित कर सकते हैं।



आइए अब हम महत्त्म समापर्वतक HCF को और अधिक समझने का प्रयास करते हैं।

विनू का जन्मदिन

आज विनू का जन्मदिन है। जन्मदिन की पार्टी के लिए उसकी मम्मी ने उसे बंद और सॉस (Sausage)लेने के लिए परचून की दुकान (Grocery Store)पर भेजा।

उसे कहा गया कि बंद और सॉस के पाउच की संख्या बराबर होनी चाहिए ताकि जन्मदिन में आने वाले सभी बच्चों को एक-एक बंद और एक-एक सॉस का पाउच मिल जाए ।

वह अपने दोस्त रोजफ के साथ परचून की दूकान पर जाता है और देखता है ....

विनू: रोजफ़ , दुकान तो बंद और सॉस के पाउच अकेले-अकेले न मिलकर पैकटों में मिल रहे हैं।

रोज़फ: हाँ विनू, एक पैकट में 8 बंद हैं और एक सॉस की लड़ी में 6 सॉस के पाउच है।

विनू: रोजफ़, अब मैं कम से कम कितने लोगों के लिए सामान ले सकता हूँ ताकि सभी को एक-एक बंद और सॉस के पाउच मिल सकें ?

सार्व गुणनखंडन (Common Factor) का प्रयोग कर महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात करना।

उदाहरण :

8 के गुणनखंड**=1, 2,4, 8**

12 के गुणनखंड**=1, 2,3, 4, 6, 12**

सार्वगुणनखंड**=1,2,4**

वे संख्याएँ जो 8 और 12 दोनों के गुणनखंड हैं वे सार्वगुणनखंड कहलाते हैं।

8 और 12 के गुणनखंडों में सबसे बड़ा सार्व गुणनखंड लिखिए :-

सार्व गुणनखंडों में जो सबसे बड़ा गुणनखंड है, वह महत्तम समापवर्तक **(HCF)** कहलाता है।

8 और 12 का महत्तम समापवर्तक = 4

संख्याओं के महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात कीजिए

(1) **12 और 18**

12 के गुणनखंड = ____________

18 के गुणनखंड = ____________

सार्व गुणनखंड = ____________

महत्तम समापवर्तक = ____________

(2) **16 और 28**

16 के गुणनखंड = ____________

28 के गुणनखंड = ____________

सार्व गुणनखंड = ____________

महत्तम समापवर्तक = ____________

(3) **12 , 6 और 9**

12 के गुणनखंड = ____________

6 के गुणनखंड = ____________

9 के गुणनखंड = ____________

सार्व गुणनखंड = ____________

महत्तम समापवर्तक = ____________

(4) **15 , 9 और 21**

15 के गुणनखंड = ____________

9 के गुणनखंड = ____________

21 के गुणनखंड = ____________

सार्व गुणनखंड = ____________

महत्तम समापवर्तक = ____________

अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग कर महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात करना

उदाहरण

(1) **36 और 84**

36 का अभाज्य गुणनखंडन = $2 \times 2 \times 3 \times 3$

84 का अभाज्य गुणनखंडन = $2 \times 2 \times 3 \times 7$

महत्तम समापवर्तक (HCF) = $2 \times 2 \times 3$

= 12

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	84
2	42
3	21
7	7
	1

अब आप प्रयास कीजिए।

(2) **27 और 63**

27 का अभाज्य गुणनखंडन =

63 का अभाज्य गुणनखंडन =

महत्तम समापवर्तक (HCF) =

3	27

3	63

(3) **125 और 100**

125 का अभाज्य गुणनखंडन =

100 का अभाज्य गुणनखंडन =

महत्तम समापवर्तक (HCF) =

	125

	100

(4) **75 और 180**

75 का अभाज्य गुणनखंडन =

80 का अभाज्य गुणनखंडन =

(5) **12, 60 और 180**

12 का अभाज्य गुणनखंडन =

60 का अभाज्य गुणनखंडन =

90 का अभाज्य गुणनखंडन =

महत्तम समापवर्तक (HCF) =

क्या आप विनू की मदद करना चाहेंगे?

तो बताइए कि विनू कम से कम कितने लोगों के लिए सामान ले सकता है ताकि सभी को एक-एक बंद और सॉस के पाउच मिल सके?

रोज़फ: विनू, हम कम से कम 24 लोगों के लिए सामान ले सकते हैं। हम 3 पैकट बंद के और 4 लड़ी सॉस की लेंगे।

विनू: रोजफ़ तुम्हें कैसे पता चला?

3 पैकट बंद = 3 × 8 = 24 बंद

4 बड़ी सॉस = 4 × 6 = 24 सॉस के पाउच

रोज़फ: कुछ दिन पहले स्कूल में हमने LCM पढ़ा था। उसी की मदद से मैनें तुम्हारी समस्या को हल किया।

विनू: रोजफ़ , मुझे भी LCM के बारे में समझाओं।

रोज़फ: अभी बताता हूँ।

सबसे पहले मैने दोनों वस्तुओं की संख्या का गुणज (Multiple)निकाला,

8 बंद का एक पैकट, 8 का गुणज=8, 16, 24, 32, 40, 48, 56 ...

6 सॉस की एक लड़ी, 6 का गुणज=6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 , ...

इसके बाद मैनें 8 और 6 के उभयनिष्ठ गुणज पहचाने, जो कि है 24, 48, ...

इन उभयनिष्ठ गुणजों में सबसे छोटे गुणज ही 8 और 6 का LCMकहलाएगा, जो कि 24 है।

LCMका मतलब LeastCommonMultiple (लघुतम समापवर्त्य या सबसे छोटा उभयनिष्ठ गुणज) होता है ।

यानी , हम कम से कम लोगो के लिए सामान ले सकते हैं ।

विनू

धन्यवाद, रोजफ।
LCM तो बड़े काम का है। मैं
भी अपनी कक्षा में LCM के बारे
में चर्चा करूँगा।

आइए अब हम लघुतम समापवर्त्य (LCM) को और अधिक समझने का प्रयास करते हैं।

सार्व गुणज का प्रयोग कर लघुतम समापवर्तक (LCM) ज्ञात करना

उदाहरणः-

4 के गुणज= **4, 8, 12, 16,20, 24, 28, 32, 36 ...**

5 के गुणज= **6, 12, 18, 24,**

सार्व गुणज= **12,24,36**

वे गुणज जो 4 और 6 दोनों के गुणजों में आते हैं, सार्व गुणज कहलाते हैं।

4 और 5 का सबसे छोटा सार्व गुणज लिखिए :- _________

सबसे छोटा सार्व गुणज, लघुतम समापवर्त्य (LCM)कहलाता है।

4 और 5 का लघुतम समापपवर्त्य (LCM) = 12

सार्व गुणज और लघुतम समापवर्त्य (LCM) ज्ञात कीजिए।

(1) 5 और 10

5 के गुणज= ___, ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___

10 के गुणज= ___, ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___

सार्व गुणज (पहले तीन)= ___, ___, ___

लघुतमक समापवर्त्य (LCM)= ____

(2) 6 और 9

6 के गुणज= ___, ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___

9 के गुणज= ___, ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___

सार्व गुणज (पहले तीन) = ___, ___, ___

लघुतमक समापवर्त्य (LCM)= ____

(3) 8 और 12

8 के गुणज= ___, ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___

12 के गुणज= ___, ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___ , ___, ___

सार्व गुणज (पहले तीन) = ___, ___, ___

लघुतम समापवर्त्य (LCM)= ___, ___, ___

अभाज्य गुणनखंडन द्वारा लघुतम समापवर्तक (LCM) ज्ञात करना

उदाहरण

(1) 18 और 24

18 का अभाज्य गुणनखंडन = 2 × 3 × 3

24 का अभाज्य गुणनखंडन = 2 × 2 × 2 × 3

लघुतम समापवर्तक (LCM) = 2 × 2 × 2 × 3 × 3

= 72

2	18
3	9
3	3
	1

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

अब आप प्रयास कीजिए

(2) 40 और 45

40 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

45 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

लघुतम समापवर्तक (LCM) = ______

	40

	45

(3) 30 और 50

30 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

50 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

लघुतम समापवर्तक (LCM) = ______

	30

	50

(4) 125 और 75

125 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

75 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

लघुतम समापवर्तक (LCM) = ______

	125

	75

(5) 20, 25 और 45

20 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

25 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

45 का अभाज्य गुणनखंडन = ______

लघुतम समापवर्तक (LCM) = ______

	20

	25

	45

लघुतम समापवर्तक ज्ञात करने की वैकल्पिक विधि

उदाहरण

(1) 20, 28, और 36

2	20, 28, 36
2	10, 14, 18
3	5, 7, 9
3	5, 7, 3
5	5, 7, 1
7	1, 7, 1
	1, 1, 1

L.C.M ज्ञात करने के लिए दी गई वैकल्पिक विधि को अपने साथियों के साथ मिलकर समझने का प्रयास कीजिए।

$$\text{LCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$= 4 \times 9 \times 35$$

$$= 1260$$

अब आप प्रयास कीजिए

(2) 8, 10 और 12

	8, 10, 12

(3) 24 और 32

	24, 32

(4) 56 और 32

	56, 32

(5) 12, 16 और 24

	12, 16, 24

अध्यापक तथा अपने साथियों के साथ चर्चा करके हल कीजिए:-

(1) गौरव के पास **120 Crayons** तथा 30 पेंटिंग पेपर हैं। कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या अधिक से अधिक कितनी हों ताकि सभी विद्यार्थियों को बराबर मात्र में कलर और पेपर मिल सकें?

हल :-

(2) दो छात्र एक अंडाकार पथ पर समान चाल से चल रहे हैं। पहले छात्र को एक राउंड (चक्कर) पूरा करने में 12 मिनट तथा दूसरे चालक को 18 मिनट का समय लगता है। दोनों छात्र अगर एक ही स्थान से चलना

आरंभ करते हैं तो बताइए वो कितने समय (मिनट) बाद एक दूसरे से मिलेंगे?

हल:-

(3) मन्दिर की तीन घंटियाँ क्रमश: 3 घंटे, 4 घंटे तथा 6 घंटे के अंतराल पर बजती है। यदि वे प्रात: 7 बजे एक साथ बजी थी तो वे पुन: कितने बजे एक साथ बजेंगी?

हल:-

(4) अशोक 12 दिन में एक बार तथा मनीष 8 दिन में एक बार करसत करते हैं। आज वो दोनों एक साथ कसरत कर रहे हैं। बताइए अब कितने दिनों बाद वो दोनों एक साथ कसरत करेंगे?

हल:-

क्वबनउमदज व्नजसपदम

- च्हम 1
- च्हम 2
- च्हम 3
- च्हम 4
- च्हम 5
- च्हम 6
- च्हम 7
- च्हम 8
- च्हम 9
- च्हम 10
- च्हम 11
- च्हम 12
- च्हम 13
- च्हम 14
- च्हम 15
- च्हम 16
- च्हम 17
- च्हम 18
- च्हम 19
- च्हम 20
- च्हम 21
- च्हम 22
- च्हम 23
- च्हम 24
- च्हम 25
- च्हम 26
- च्हम 27
- च्हम 28
- च्हम 29
- च्हम 30
- च्हम 31
- च्हम 32